मात्रक और विमायें (UNITS AND DIMENSIONS)

I. भौतिक राशियाँ (PHYSICAL QUANTITIES)

वे राशियाँ जिनको मापक यंत्रो द्वारा मापा जा सके तथा जिनके द्वारा भौतिकी के नियमो का प्रतिपादन किया जा सके, ऐसी राशियों को भौतिक राशियाँ कहते है। दसवीं कक्षा तक हमने बहुत सी भौतिकी राशियों का अध्ययन कर लिया है। जैसे लम्बाई वेग त्वरण बल, समय, दाब, द्रव्यमान, घनत्व आदि।

भौतिक राशियाँ तीन प्रकार की होती है

- मूल या आधार भौतिक राशियाँ
- व्युत्पन्न भौतिक राशियाँ
- पूरक भौतिक राशियाँ

1. मूल (आधार) राशियाँ (FUNDAMENTAL (BASIC) QUANTITIES)

- ये मूलभूत राशियाँ है जो सम्पूर्ण भौतिकी को समाहित करती है।
- किसी अन्य राशि को इनसे व्युत्पन्न किया जा सकता है।
- सभी मूल राशियाँ इस प्रकार चुनी गई है कि वे एक दूसरे से भिन्न–भिन्न हो अर्थात एक दूसरे से स्वतन्त्र हो।

  (जैसे : दूरी (d), समय (t) और वेग (v) को आधार राशियों के रूप में नही चुन सकते क्योंकि ये तीनों $V = \frac{d}{t}$ द्वारा संबंधित है)

एक अन्तर्राष्ट्रीय संस्थान CGPM : General Conference on weight & measures ने निम्न सात राशियों को मूल राशियों के रूप में चुना।

- लम्बाई (L)
- समय (T)
- द्रव्यमान (M)
- ताप (K)
- विद्युत धारा (A)
- उद्‌दीपन तीव्रता (Cd)
- पदार्थ की मात्रा (mol)

ये राशियाँ बहुत ही आधारभूत राशियाँ हैं (हमारे ग्रह पर) इसीलिए इन्हें ही मूल राशियों के रूप में चुना गया है। वास्तव में स्वतन्त्र राशियों के किसी भी समुच्चय को मूल राशियों के रूप में चुना जा सकता है, जिससे अन्य सभी भौतिक राशियां व्युत्पन्न की जा सकें।

जैसे

- (A) क्षेत्रफल
- (V) वेग
- (ρ) घनत्व
- (S) विशिष्ट उष्मा
- (R) प्रतिरोध
- (Cd) उद्‌दीपन तीव्रता
- (mol) मोल

के समुह को भी मूल राशियों के रूप में चुना जा सकता है। (किसी अन्य ग्रह पर इन्हें मूल राशियों के रूप में प्रयोग भी किया जा रहा होगा) लेकिन

- (L) लम्बाई
- (A) क्षेत्रफल
- (V) वेग

को मूल राशियों के रूप में नहीं चुना जा सकता क्योंकि
क्षेत्रफल = $(\text{लम्बाई})^2$ अतः ये दोनों एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं है।

2. व्युत्पन्न राशियाँ (DERIVED QUANTITIES)

वे भौतिक राशियां जिनको मूल राशियों (M,L,T....) के पदों में प्रदर्शित किया जा सके, उन्हें व्युत्पन्न राशियाँ कहते हैं। अर्थात् संवेग

$$P = mV = (m)\,\frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}} = \frac{ML}{T} = M^1\,L^1\,T^{-1}$$

यहाँ $[\,M^1\,L^1\,T^{-1}\,]$ को संवेग का विमीय सूत्र कहते हैं, और हम कह सकते है कि संवेग में

M (द्रव्यमान) की विमा 1 है।

L (मीटर) की विमा 1 है।

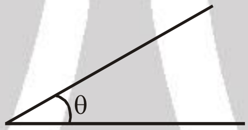
और T (समय) की विमा – 1 है।

अतः किसी राशि, का मूल राशियों (M,L,T....) में प्रदर्शन को विमीय सूत्र कहते हैं और इस प्रदर्शन में मूल राशियों पर लगी घातों को विमा कहते हैं।

3. पूरक राशियाँ (SUPPLIMENTRY QUANTITIES)

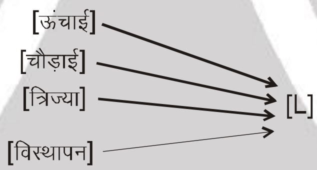
सात मूल राशियों के अलावा दो राशियों को पूरक राशियों के रूप में व्यक्त किया गया हे। ये इस प्रकार है –

- समतलीय कोण (दो रेखाओं के बीच कोण)
- ठोस कोण



II. विभिन्न भौतिक राशियों की विमाएँ (DIMENSIONS)

- ऊँचाई, चौड़ाई, त्रिज्या, विस्थापन आदि एक प्रकार की लम्बाईयाँ है। अतः हम कह सकते है कि इनकी विमा [L] होगी।



यहाँ [ऊंचाई] को "ऊंचाई की विमा" इस प्रकार पढ़ा जाता है।

- क्षैत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

अतः क्षेत्रफल की विमा [क्षैत्रफल] = [लम्बाई] × [चौड़ाई]

= [L] × [L] = $[L^2]$

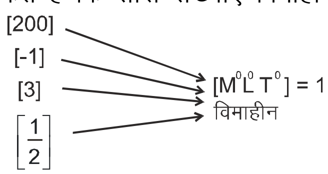
वृत्त के लिए

क्षैत्रफल $= \pi r^2$

[क्षैत्रफल] $= [\pi]\,[r^2] = [1]\,[L^2] = [L^2]$

यहाँ π किसी प्रकार की लम्बाई या द्रव्यमान या समय नहीं है। अतः यह क्षैत्रफल की विमा को प्रभावित नहीं करना चाहिए। इसलिए इसकी विमा 1 $(M^0L^0T^0)$ होनी चाहियें और हम कहेंगे कि यह विमाहीन होता है।

इसी तर्क के आधार पर हम कह सकते है कि सारी संख्याएँ विमाहीन होती है।



- [आयतन] = [लम्बाई] × [चौड़ाई] × [ऊँचाई] = L × L × L = $[L^3]$

गोले के लिए आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

[आयतन] $= \left[\frac{4}{3}\pi\right]\,[r^3] = (1)\,[L^3] = [L^3]$

अतः आयतन की विमा $[L^3]$ ही रहेगी चाहे यह घनाभ का आयतन हो या गोले का

किसी भी भौतिक राशि की विमा हमेशा समान रहती है, यह इस बात पर निर्भर नहीं करती, कि इस राशि के लिए हम कौनसा सूत्र प्रयोग कर रहे है।

- घनत्व = $\frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$

  [घनत्व] = $\frac{[\text{द्रव्यमान}]}{[\text{आयतन}]} = \frac{M}{L^3}$ = $[M^1L^{-3}]$

- वेग (V) = $\frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}$

  [V] = $\frac{[\text{विस्थापन}]}{[\text{समय}]} = \frac{L}{T}$ = $[M^0L^1T^{-1}]$

- त्वरण (a) = $\frac{dV}{dt}$

  [a] = $\frac{dV \to \text{एक प्रकार का वेग}}{dt \to \text{एक प्रकार का समय}} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$

- संवेग (P) = mV

  [P] = [M] [V] = [M] $[LT^{-1}]$ = $[M^1L^1T^{-1}]$

- बल (F) = ma

  [F] = [m] [a] = [M] $[LT^{-2}]$

  = $[M^1L^1T^{-2}]$ (बल की विमा याद रखनी है, क्योंकि इसका आगे बहुत उपयोग होता है)

- कार्य या ऊर्जा = बल × विस्थापन

  [कार्य] = [बल] [विस्थापन] = $[M^1L^1T^{-2}]$ [L] = $[M^1L^2T^{-2}]$

- शक्ति = $\frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$

  [शक्ति] = $\frac{[\text{कार्य}]}{[\text{समय}]} = \frac{M^1L^2T^{-2}}{T}$ = $[M^1L^2T^{-3}]$

- दाब = $\frac{\text{बल}}{\text{क्षैत्रफल}}$

  [दाब] = $\frac{[\text{बल}]}{[\text{क्षैत्रफल}]} = \frac{M^1L^1T^{-2}}{L^2}$ $\frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$ = $M^1L^{-1}T^{-2}$

1. कोणीय राशियों की विमाएं (DIMENSIONS OF ANGULAR QUANTITIES)

- कोण (θ)

  (कोणीय विस्थापन) $\theta = \frac{[\text{चाप}]}{[\text{त्रिज्या}]}$

  $[\theta] = \frac{[\text{चाप}]}{[\text{त्रिज्या}]} = \frac{L}{L}$ = $[M^0L^0T^0]$ (विमाहीन)

- कोणीय वेग (ω) = $\frac{\theta}{t}$

  $[\omega] = \frac{[\theta]}{[t]} = \frac{1}{T}$ = $[M^0L^0T^{-1}]$

- कोणीय त्वरण (α) = $\frac{d\omega}{dt}$

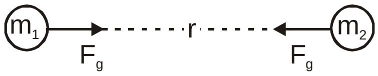
  $[\alpha] = \frac{[d\omega]}{[dt]} = \frac{M^0L^0T^{-1}}{T}$ = $[M^0L^0T^{-2}]$

- बलाघूर्ण = बल × आघूर्ण भुजा

  [बलाघूर्ण] = [बल] × [आघूर्ण भुजा] = $[M^1L^1T^{-2}]$ × [L] = $[M^1L^2T^{-2}]$

2. भौतिक नियतांकों की विमाएं (DIMENSIONS OF PHYISCAL CONSTANTS)

- **गुरूत्वीय नियतांक :**



यदि m_1 और m_2 द्रव्यमान की दो वस्तुएँ r दूरी पर रखी हों, तो उन्हें गुरूत्वाकर्षण बल अनुभव होता है।

जिसका मान होता है $F_g = \dfrac{Gm_1m_2}{r^2}$

यहाँ G एक नियतांक है जिसे गुरूत्वीय नियतांक कहते है।

$$[F_g] = \frac{[G][m_1][m_2]}{[r^2]}$$

$$[M^1L^1T^{-2}] = \frac{[G][M][M]}{[L^2]}$$

$$[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$$

- **विशिष्ट ऊष्मा धारिता**

किसी वस्तु का ताप ΔT बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा $Q = ms\Delta T$

यहाँ s एक नियतांक है जिसे विशिष्ट ऊष्मा धारिता कहते है।

$[Q] = [m]\ [s]\ [\Delta T]$

यहाँ Q ऊष्मा है, और ऊष्मा एक प्रकार की ऊर्जा है अतः $[Q] = M^1L^2T^{-2}$

$[M^1L^2T^{-2}] = [M]\ [S]\ [K]$

$[S] = [M^0L^2T^{-2}K^{-1}]$

- **गैस नियतांक (R) :**

आदर्श गैस के लिए दाब (P), आयतन (V), ताप (T) और गैस के मोल (n) के बीच संबंध

$PV = nRT$ जहाँ R एक नियतांक है जिसे गैस नियतांक कहते हैं।

$[P]\ [V] = [n]\ [R]\ [T]$ .....(1)

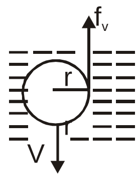
जहाँ $[P]\ [V] = \dfrac{[\text{बल}]}{[\text{क्षेत्रफल}]}$ [क्षेत्रफल × लम्बाई] = [बल] × [लम्बाई] = $[M^1L^1T^{-2}]\ [L^1] = M^1L^2T^{-2}$

समीकरण (1) से

$[P]\ [V] = [n]\ [R]\ [T] \Rightarrow [M^1L^2T^{-2}] = [mol]\ [R]\ [K] \Rightarrow [R] = [M^1L^2T^{-2}\ mol^{-1}\ K^{-1}]$

- **श्यानता गुणांक**

यदि r त्रिज्या की एक गोलीय गेंद एक श्यान द्रव में V वेग से गति कर रही हो तो उस पर एक श्यान बल लगता है। जिसका मान होता है



$F_v = 6\pi\eta rv$

यहाँ η श्यानता गुणांक है।

$[F_v] = [6\pi]\ [\eta]\ [r]\ [v]$

$M^1L^1T^{-2} = (1)\ [\eta]\ [L]\ [LT^{-1}]$

$[\eta] = M^1L^{-1}T^{-1}$

- **प्लांक स्थिरांक**

यदि υ आवृत्ति का प्रकाश गिर रहा है तो, फोटोन की ऊर्जा होती है –

$E = h\upsilon$ यहाँ h = प्लांक स्थिरांक

$[E] = [h]\ [\upsilon]$ यहाँ $\upsilon = \dfrac{1}{\text{आर्वतकाल}} \Rightarrow [\upsilon] = \dfrac{[1]}{[\text{आर्वतकाल}]} = \dfrac{1}{T}$

अतः $M^1L^2T^{-2} = [h]\ [T^{-1}]$

$[h] = M^1L^2T^{-1}$

3. विमाओं के कुछ विशेष गुण

- माना किसी सुत्र में $(L + \alpha)$ का पद आ रहा है, (जहाँ L लम्बाई है)। चूंकि लम्बाई को केवल लम्बाई के साथ जोड़ा जा सकता है, α एक प्रकार की लम्बाई होनी चाहिए। अतः $[\alpha] = [L]$
- इसी प्रकार एक अन्य पद $(F - \beta)$ पर विचार करते है, जहाँ F एक बल है। एक बल को किसी अन्य बल से ही जोड़ा या घटाया जा सकता है, और इससे जो परिणाम निकलेगा, वो भी एक प्रकार का बल ही होना चाहिए। अतः β एक प्रकार का बल होना चाहिए और उसका परिणाम $(F - \beta)$ भी एक प्रकार का बल ही होना चाहिए।

$(F - \beta)$

ये पूरा पद भी एक तीसरा बल होना चाहिए अतः इस पूरे पद की विमा होगी $M^1 L^1 T^{-2}$

β एक प्रकार का बल होना चाहिए $\Rightarrow [\beta] = M^1 L^1 T^{-2}$

नियम संख्या 1 : किसी भी राशि को उसकी समरूप राशि से ही जोड़ा या घटाया जा सकता है और उससे जो परिणाम आता है, वह भी उसी जैसी समरूप राशि होनी चाहिए।

Solved Examples

Example 1. $\dfrac{\alpha}{t^2} = Fv + \dfrac{\beta}{x^2}$

$[\alpha]$ और $[\beta]$ की विमीय सुत्र ज्ञात करो। (यहाँ t = समय, F = बल, V = वेग, x = दूरी)

Solution : चूंकि Fv की विमा $= [Fv] = [M^1L^1T^{-2}]\ [L^1T^{-1}] = [M^1L^2T^{-3}]$,

अतः $\left[\dfrac{\beta}{x^2}\right]$ की भी विमा $M^1L^2T^{-3}$ होनी चाहिए।

$\dfrac{[\beta]}{[x^2]} = M^1 L^2T^{-3}$

$[\beta] = M^1L^4T^{-3}$

और $\left[Fv + \dfrac{\beta}{x^2}\right]$ की भी विमा $M^1L^2T^{-3}$ होनी चाहिए। अतः L.H.S. की विमा भी $M^1L^2T^{-3}$ होनी चाहिए।

अतः $\dfrac{[\alpha]}{[t^2]} = M^1L^2T^{-3}$

$[\alpha] = M^1L^2T^{-1}$

Example 2. n मोल गैस के लिए वान–डर–वाल समीकरण है। $\left(P - \dfrac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$, a और b का विमीय सुत्र ज्ञात करो, यहाँ P = गैस दाब, V = गैस का आयतन, T = गैस का ताप है।

Solution : $\left(P - \dfrac{a}{V^2}\right)$ $\qquad$ $(V - b) = nRT$

एक प्रकार का दाब होना चाहिए $\qquad$ एक प्रकार का आयतन होना चाहिए

अतः $\dfrac{[a]}{[V^2]} = M^1L^{-1}T^{-2}$ $\qquad$ अतः $[b] = L^3$

$\dfrac{[a]}{[L^3]^2} = M^{-1} L^{-1} T^{-2} \Rightarrow [a] = M^1 L^5 T^{-2}$

नियम संख्या 2 : sin(θ) पद पर विचार करते है।

यहाँ θ विमाहीन है और $\sin\theta \left(= \dfrac{yEc}{d.kZ}\right)$ भी विमाहीन है।

$\Rightarrow$ sin(......) के अन्दर जो कुछ भी है, वह विमाहीन होना चाहिये और [sin (.......)] पूरा भी विमाहीन होना चाहिए।

sin(- - -)

विमाहीन

$\Rightarrow$ विमाहीन

इसी प्रकार से :

$\Rightarrow$ cos(- - -)

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow$ tan(- - -)

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow$ $2^{(- - -)}$

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow$ $e^{(- - -)}$

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow$ $\log_a(- - -)$

विमाहीन

विमाहीन

Solved Examples

Example 3. $\alpha = \dfrac{F}{V^2}\sin(\beta t)$ (यहाँ V = वेग, F = बल, t = समय), α और β की विमा ज्ञात करो।

Solution : $\alpha = \dfrac{F}{V^2}\sin(\beta t)$

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow [\beta]\ [t] = 1$

$[\beta] = [T^{-1}]$

अतः $[\alpha] = \dfrac{[F]}{[V^2]} = \dfrac{[M^1L^1T^{-2}]}{[L^1T^{-1}]^2} = M^1L^{-1}T^0$

Example 4. $\alpha = \dfrac{FV^2}{\beta^2}\log_e\left(\dfrac{2\pi\beta}{V^2}\right)$ यहाँ F = बल, V = वेग ; α और β की विमा ज्ञात करो।

Solution . $\alpha = \dfrac{Fv^2}{\beta^2}\log_e\dfrac{2\pi\beta}{V^2}$

विमाहीन

विमाहीन

$\Rightarrow \dfrac{[2\pi][\beta]}{[V^2]} = 1 \qquad \Rightarrow \dfrac{[1][\beta]}{L^2T^{-2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad [\beta] = L^2T^{-2}$

as $[\alpha] = \dfrac{[F][V^2]}{[\beta^2]} \qquad \Rightarrow [\alpha] = \dfrac{[M^1L^1T^{-2}][L^2T^{-2}]}{[L^2T^{-2}]^2} \qquad \Rightarrow [\alpha] = M^1L^{-1}T^0$

4. विमाओं के उपयोग

• सूत्र की सत्यता की जाँच करना :

यदि बायीं तरफ और दायीं तरफ की विमायें समान है, तो यह समीकरण विमीय रूप से सही है, अतः यह समीकरण सत्य हो सकती हैं, यदि L.H.S और R.H.S की विमायें समान नहीं है, तो समीकरण विमिय रूप से सही नही है। अतः यह समीकरण सत्य नहीं हो सकती है। उदाहरण के तौर पर एक सूत्र दिया गया है

अपकेन्द्रीय बल $F_e = \frac{mv^2}{r}$ (F = बल, V = वेग, r = त्रिज्या)

हमें जाँच करनी है कि यह सुत्र सही है या नहीं

L.H.S की विमा है ; $[F] = [M^1L^1T^{-2}]$; R.H.S की विमा है ; $\frac{[m]\,[v^2]}{[r]} = \frac{[M]\,[LT^{-1}]^2}{[L]} = [M^1L^1T^{-2}]$

अतः यह समीकरण कम से कम विमीय रूप से तो सही है। हम कह सकते है कि यह समीकरण सही हो सकती है।

Solved Examples

Example 5. जाँच कर बताइये कि निम्न समीकरण सही है या नहीं ; दाब $P_r = \frac{3\,FV^2}{\pi^2 t^2 x}$ (F = बल, V = वेग, t = समय, x = दूरी)

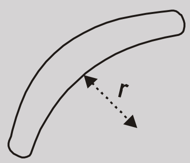
Solution : L.H.S. की विमा = $[P_r] = M^1L^{-1}T^{-2}$

R.H.S. की विमा = $\frac{[3]\,[F]\,[v^2]}{[\pi]\,[t^2]\,[x]} = \frac{[M^1L^1T^{-2}]\,[L^2T^{-2}]}{[T^2]\,[L]} = M^1L^2T^{-6}$

L.H.S. और R.H.S. की विमा समान नही है। अतः यह समीकरण सही हो ही नहीं सकती।

कई बार कुछ ऐसे प्रश्न पूछे जाते हैं, जो हमारे पाठ्यक्रम के बाहर के लगते है, तो निश्चित ही वे विमीय विश्लेषण पर आधारित होंगे।

Example 6. एक Boomrang का द्रव्यमान m, पृष्ठीय क्षेत्रफल A, निम्न सतह की वक्रता त्रिज्या r है तथा यह V वेग से ρ घनत्व वाली हवा में गति कर रहा है।



इस पर लगने वाला प्रतिरोधी बल होना चाहिए ?

(A) $\frac{2\rho VA}{r^2}\log\left(\frac{\rho m}{\pi Ar}\right)$ (B) $\frac{2\rho V^2A}{r}\log\left(\frac{\rho A}{\pi m}\right)$ (C) $2\rho V^2A\log\left(\frac{\rho Ar}{\pi m}\right)$ (D) $\frac{2\rho V^2A}{r^2}\log\left(\frac{\rho Ar}{\pi m}\right)$

Answer : **(C)**

Solution : केवल C ही विमीय रूप से सही है।

• विमा से नये सुत्र व्युत्पन्न करना

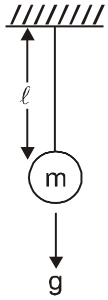
यदि एक राशि अनेक राशियों पर निर्भर करे, तो विमाओं की मदद से हम यह बता सकते हैं, कि वह राशि अन्य राशियों पर कितना निर्भर करती है।

Solved Examples

Example 7.

एक सरल लोलक का आवर्तकाल
निम्न राशियों पर निर्भर कर सकता है

लोलक का द्रव्यमान (m) | लोलक की लम्बाई (ℓ) | गुरूत्वीय त्वरण (g)



अतः हम कह सकते है कि T का व्यंजक इस रूप में होना चाहिये

T = (कोई संख्या) $(m)^a(\ell)^b(g)^c$

LHS और RHS की विमा बराबर करने पर

$M^0L^0T^1 = (1)\ [M^1]^a\ [L^1]^b\ [L^1T^{-2}]^c$

$M^0L^0T^1 = M^aL^{b+c}\ T^{-2c}$

M, L और T की घातों की तुलना करने पर

$a = 0,\ b + c = 0,\ -2c = 1$

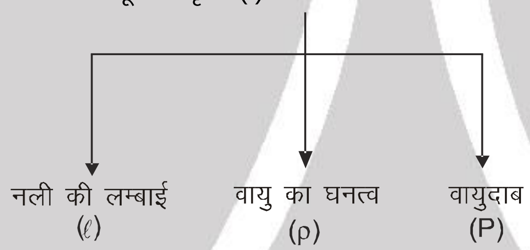
अतः $a = 0,\ b = \frac{1}{2},\ c = \frac{-1}{2}$ अतः T = (कोई संख्या) $M^0L^{1/2}g^{-1/2}$

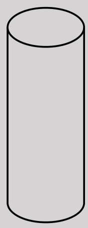
T = (कोई संख्या) $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

"कोई संख्या" का मान प्रायोगिक रूप से ज्ञात किया जा सकता है। पैन्डुलम की लम्बाई मापो और उसे दोलन कराओ। इसका आवर्तकाल विराम घड़ी से ज्ञात करो। जैसे मानलो ℓ = 1m, लम्बाई के पैंडुलम के लिए आवर्तकाल T = 2 sec आया अतः

2 = (कोई संख्या) $\sqrt{\frac{1}{9.8}}$ $\Rightarrow$ "कोई संख्या" = $6.28 \approx 2\pi$.

Example 8. एक बंद नली की मूल आवृत्ति (f) निम्न पर निर्भर कर सकती है।





अतः हम कह सकते है कि f = (कोई संख्या) $(\ell)^a\ (\rho)^b\ (P)^c$

$\left[\frac{1}{T}\right] = (1)\ [L]^a\ [ML^{-3}]^b\ [M^1L^{-1}T^{-2}]^c$; $M^0L^0T^{-1} = M^{b+c}\ L^{a-3b-c}\ T^{-2c}$

दोनों पक्षो में M, L, T की विमाओं को बराबर करने पर हमे प्राप्त होता है –

$0 = b + c$; $0 = a - 3b - c$; $-1 = -2c$

हल करने पर $a = -1,\ b = -1/2\ ,\ c = 1/2$ अतः F = (कोई संख्या) $\frac{1}{\ell}\sqrt{\frac{P}{\rho}}$

• किसी भी अन्य राशि को दी गई मूल राशियों में व्यक्त करना

Solved Examples

Example 9. यदि वेग (V), बल (F) और समय (T) को मूल राशियों के रूप में चुना जाए तो (i) द्रव्यमान (ii) ऊर्जा को V, F और T के पदों में व्यक्त करो।

Solution : माना M = (कोई संख्या) $(V)^a\ (F)^b\ (T)^c$

दोनों पक्षों की विमाएँ लिखने पर $M^1L^0T^0 = (1)\ [L^1T^{-1}]^a\ [M^1L^1T^{-2}]^b\ [T^1]^c$

$M^1L^0T^0 = M^bL^{a+b}T^{-a-2b+c}$

हमें प्राप्त हुआ $a = -1,\ b = 1,\ c = 1$

M = (कोई संख्या) $(V^{-1}\ F^1\ T^1)$ $\Rightarrow$ $[M] = [V^{-1}\ F^1\ T^1]$

इसी प्रकार हम ऊर्जा को भी V, F, T के पदों में लिख सकते पर

माना [E] = [कोई संख्या] $[V]^a\ [F]^b\ [T]^c$ $\Rightarrow$ $[M^1L^2T^{-2}] = [M^0L^0T^0]\ [LT^{-1}]^a\ [MLT^{-2}]^b\ [T]^c$

$\Rightarrow$ $[M^1L^2T^{-2}] = [M^bL^{a+b}\ T^{-a-2b+c}]$ $\Rightarrow$ $1 = b;\ 2 = a + b\ ;\ -2 = -a - 2b + c$

हमें प्राप्त हुआ $a = 1\ ;\ b = 1\ ;\ c = 1$

$\therefore$ E = (कोई संख्या) $V^1F^1T^1$ और $[E] = [V^1][F^1][T^1]$.

- **किसी भी भौतिक राशि का मात्रक ज्ञात करना**

  मानलो हमें बल का मात्रक ज्ञात करना है। हम जानते है कि बल की विमा होती है : [बल] = $[M^1L^1T^{-2}]$
  चूंकि m का मात्रक किलोग्राम (kg), L का मात्रक मीटर (m) और समय का मात्रक सैकण्ड (s) होता है।
  अतः बल का मात्रक होगा = $(kg)^1\ (m)^1\ (s)^{-2}$ = kg m/s² MKS system में
  CGS system में, बल का मात्रक होगा = $(g)^1\ (cm)^1\ (s)^{-2}$ = g cm/s² .

विमीय विश्लेषण की सीमाएँ (LIMITATIONS OF DIMENSIONAL ANALYSIS)

विमीय विश्लेषण से हमे प्राप्त हुआ था T = (कोई संख्या) $\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

अतः T का व्यंजक लिखा जा सकता है

$T = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ $\quad$ $T = \sqrt{\frac{\ell}{g}}\ \sin(.....)$

या $\quad$ या

$T = 50\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ $\quad$ $T = \sqrt{\frac{\ell}{g}}\ \log(......)$

या $\quad$ या

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ $\quad$ $T = \sqrt{\frac{\ell}{g}} + (t_0)$

- विमीय विश्लेषण से हमें "कोई संख्या" के बारे में कोई जानकारी नही मिलती है।
- यह विधी तभी उपयोगी होती है जब कोई राशि, अन्य राशियों पर गुणा या घात से सम्बन्धित हो (जैसे, $f = x^a\ y^b\ z^c$) यदि कोई राशि, अन्य राशियों से जोड़ या व्यवकलन के रूप से सम्बन्धित हो तो यह विधी काम नही करेगी। (जैसे $f = x + y - z$)
  जैसे हम $S = ut\ \frac{1}{2} + at^2$ सम्बन्ध विमीय विश्लेषण से ज्ञात नही कर सकते है।
- यह विधि काम नहीं करेगी यदि कोई राशि, अन्य राशि के साथ sine, cosine, logarithmic या exponential रूप से सम्बन्धित हो। यह विधि तभी काम करेगी जब सम्बन्ध घातीय हो।
- हम M, L और T की घातों को बराबर करते हैं जिससे हमे केवल तीन समीकरण मिलेंगे। अतः हमारे पास केवल तीन अज्ञात होने चाहिए (केवल तीन निर्भर राशियाँ होनी चाहिये)।
  अतः विमीय विश्लेषण तभी काम करेगा जब कोई राशि केवल तीन राशियों पर निर्भर कर रही है तीन से अधिक पर नहीं।

Solved Examples

Example 10. क्या दाब (P), घनत्व (ρ) और वेग (v) को मूल राशियों के रूप में चुना जा सकता है?

Solution : P, ρ और v परस्पर स्वतंत्र नहीं है, इन्हे $P = \rho v^2$ से सम्बन्धित किया जा सकता है। अतः इन्हें मूल राशियों की तरह नहीं चुना जा सकता है। 'P', 'ρ', और 'V' परस्पर स्वतंत्र हैं या नहीं, इसे जाँचने के लिए हम निम्न गणितीय विधि का प्रयोग कर सकते है।

$[P] = [M^1L^{-1}T^{-2}]$ $\quad$ $[\rho] = [M^1L^{-3}T^0]$ $\quad$ $[V] = [M^0L^1T^{-1}]$

इनकी घातों का सारणिक बनाओं

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1\,(3) - (-1)(-1) - 2\,(1) = 0$$

अतः तीनों पद आपस में सम्बन्धित है।

कुछ मानक सूत्रों से विमा ज्ञात करना :

कई बार कुछ मानक व्यंजकों की विमाऐं पूछी जाती है, जैसे ($\mu_0\varepsilon_0$) की विमा ज्ञात करो।
इसके लिए हम μ_0 और ε_0, की विमा ज्ञात करेंगे और दोनों का गुणा करेंगे, लेकिन यह तो बहुत बड़ा तरीका हो जाएगा।
इसके बदले हमें सोचना चाहिये कि पूरी भौतिकी में ($\mu_0\varepsilon_0$) जैसा पद हमने कहाँ देखा है?

ऐसा व्यंजक आता है $\rightarrow c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ में (यहाँ c = प्रकाश की चाल) $\Rightarrow \mu_0\,\varepsilon_0 = \dfrac{1}{C^2}$

$[\mu_0\varepsilon_0] = \dfrac{1}{C^2} = \dfrac{1}{(L/T)^2} = L^{-2}\,T^2$

Solved Examples

Example 11. निम्न की विमाएँ ज्ञात करो।

(i) ε_0E^2 (ε_0 = निर्वात में विद्युतशीलता, E = विद्युत क्षेत्र)

(ii) $\dfrac{B^2}{\mu_0}$ (B = चुम्बकीय क्षेत्र, μ_0 = निर्वान की चुम्बकशीलता)

(iii) $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ (L = स्वप्रेरकत्व, C = धारिता)

(iv) RC (R = प्रतिरोध ; C = धारिता)

(v) $\dfrac{L}{R}$ (R = प्रतिरोध, L = स्व–प्रेरकत्व)

(vi) $\dfrac{E}{B}$ (E = विद्युत क्षेत्र, B = चुम्बकीय क्षेत्र)

(vi) $G\varepsilon_0$ (G = सार्वत्रिक गुरूत्वीय नियतांक, ε_0 = निर्वात में विद्युतशीलता)

(vii) $\dfrac{\phi_e}{\phi_m}$ (ϕ_e = विद्युत फ्लक्स ; ϕ_m = चुम्बकीय फ्लक्स)

Solution :

(i) ऊर्जा घनत्व = $\dfrac{1}{2}\varepsilon_0E^2$; [ऊर्जा घनत्व] = $[\varepsilon_0E^2]$

$$\left[\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2\right] = \frac{[\text{ऊर्जा}]}{[\text{आयतन}]} = \frac{M^1L^2T^{-2}}{L^3} = M^1L^{-1}T^{-2}$$

(ii) $\dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu_0}$ = चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व

$$\left[\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\right] = [\text{चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व}]$$

$$\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{[\text{ऊर्जा}]}{[\text{आयतन}]} = \frac{M^1L^2T^{-2}}{L^3} = M^1L^{-1}T^{-2}$$

(iii) $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ = L – C दोलन की कोणीय आवृत्ति

$$\left[\frac{1}{\sqrt{LC}}\right] = [\omega] = \frac{1}{T} = T^{-1}$$

(iv) RC = R-C परिपथ का समय नियतांक

[RC] = [समय] = T^1

(v) $\dfrac{L}{R}$ = L - R परिपथ का समय नियतांक

$\left[\dfrac{L}{R}\right]$ = [समय] = T^1

(vi) चुम्बकीय बल $F_m = qVB$,विद्यूत बल $F_e = qE$

$\Rightarrow$ $[F_m] = [F_e]$ $\Rightarrow$ $[qVB] = [qE]$; $\left[\frac{E}{B}\right] = [V] = LT^{-1}$

(vii) गुरूत्वीय बल $F_g = \frac{Gm^2}{r^2}$, विद्युतस्थैतिक बल $F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q^2}{r^2}$

$\left[\frac{GM^2}{r^2}\right] = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q^2}{r^2}\right]$; $[G\varepsilon_0] = \left[\frac{q^2}{m^2}\right] = \left[\frac{(it)^2}{m^2}\right] = A^2T^2M^{-2}$

(viii) $\left[\frac{\phi_e}{\phi_m}\right] = \left[\frac{ES}{BS}\right] = \left[\frac{E}{B}\right] = [\mathbf{v}]$ ((vi) भाग से) $= LT^{-1}$

विद्युत स्थैतिक और ऊष्मा से सम्बन्धित राशियो की विमाएं (केवल XII और XIII के विधार्थियों के लिए)

(i) **आवेश** (q) : हम जानते हैं कि विद्युत धारा $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\text{छोटा सा आवेश प्रवाह}}{\text{छोटा सा समय अंतराल}}$

$[i] = \frac{[dq]}{[dt]}$

$[A] = \frac{[q]}{t}$ $\Rightarrow [q] = [A^1T^1]$

(ii) निर्वात में विद्युतशीलता (ε_0) : दो आवेशों के बीच विद्युतस्थैतिक बल $F_e = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q_1q_2}{r^2}$

$[F_e] = \frac{1}{[4\pi][\varepsilon_0]}\ \frac{[q_1][q_2]}{[r]^2}$

$M^1 L^1 T^{-2} = \frac{1}{(1)[\varepsilon_0]}\ \frac{[AT][AT]}{[L]^2}$

$[\varepsilon_0] = M^{-1} L^{-3} T^4 A^2$

(iii) विद्युत क्षेत्र (E) : विद्युतस्थैतिक बल प्रति आवेश $E = \frac{F}{q}$

$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{[M^1L^1T^{-2}]}{[A^1\ \ T^1]} = M^1L^1T^{-3}A^{-1}$

(iv) विद्युत विभव (V) : विद्युत स्थेतिक स्थितिज ऊर्जा प्रति आवेश $V = \frac{U}{q}$

$[V] = \frac{[U]}{[q]} = \frac{[M^1L^2T^{-2}]}{[A^1T^1]} = M^1L^2 T^{-3}A^{-1}$

(v) प्रतिरोध (R) : ओम के नियम से $V = iR$

$[V] = [i]\ [R]$

$[M^1L^2T^{-3}A^{-1}] = [A^1]\ [R]$

$[R] = M^1 L^2 T^{-3}A^{-2}$

(vi) विद्युत धारिता (C) : $C = \dfrac{q}{V} \Rightarrow [C] = \dfrac{[q]}{[V]} = \dfrac{[A^1T^1]}{[M^1L^2T^{-3}A^{-1}]}$

$[C] = M^{-1}\,L^{-2}\,T^4\,A^2$

(vii) चुम्बकीय क्षेत्र (B) : एक धारावाही तार पर लगने वाला चुम्बकीय बल $F_m = i\,\ell B \Rightarrow [F_m] = [i]\,[\ell]\,[B]$

$[M^1L^1T^{-2}] = [A^1]\,[L^1]\,[B]$

$[B] = M^1L^OT^{-2}A^{-1}$

(viii) निर्वात की चुम्बकशीलता (μ_0) : दो समानान्तर तारों के बीच बल/लम्बाई $\dfrac{F}{\ell} = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\,\dfrac{i_1i_2}{r}$

$\dfrac{M^1L^1T^{-2}}{L^1} = \dfrac{[\mu_0]}{[2\pi]}\,\dfrac{[A][A]}{[L]} \Rightarrow [\mu_0] = M^1L^1T^{-2}\,A^{-2}$

(ix) प्रेरकत्व (L) : प्रेरकत्व में संचित चुम्बकीय स्थितिज ऊर्जा $U = 1/2\;L\,i^2$

$[U] = [1/2]\,[L]\,[i]^2$

$[M^1\,L^2\,T^{-2}] = (1)\,[L]\,(A)^2$

$[L] = M^1L^2T^{-2}A^{-2}$

(x) ऊष्मीय चालकता : चालक से ऊष्मा प्रवाह की दर $\dfrac{dQ}{dt} = \kappa A\left(\dfrac{dT}{dx}\right)$

$\dfrac{[dQ]}{[dt]} = [\kappa]\,[A]\,\dfrac{[dT]}{[dx]}$

$\dfrac{[M^1L^2T^{-2}]}{[T]} = [\kappa]\,[L^2]\,\dfrac{[K]}{[L^1]}$

$[\kappa] = M^1L^1T^{-3}\,K^{-1}$

(xi) स्टीफन नियतांक (σ): यदि किसी आदर्श कृष्णीका का ताप T है, तो उससे विकरण ऊर्जा उत्सर्जन की दर

$\dfrac{dE}{dt} = \sigma\,A\,T^4$

$\dfrac{[dE]}{[dt]} = [\sigma]\,[A]\,[T^4]$

$\dfrac{[M^1L^2T^{-2}]}{[T]} = [\sigma]\quad[L^2]\,[K^4]$

$[\sigma] = [M^1\,L^o\,T^{-3}\,K^{-4}]$

(xii) Wiem का नियतांक : अधिकतम spectral तीव्रता के सम्बन्धित तरंगदेर्घ्य $\lambda_m = \dfrac{b}{T}$ (यहां T = आदर्श कृष्णीका का ताप)

$[\lambda_m] = \dfrac{[b]}{[T]}$

$[L] = \dfrac{[b]}{[k]}$

$[b] = [L^1K^1]$

मात्रक (UNIT)

- **मात्रक :**

  भौतिक राशियों के मापन कुछ अंतर्राष्ट्रीय रूप से मान्य मानको में व्यक्त किये जाते है, जिन्हें मात्रक कहते हैं।

- **SI मात्रक :**

  सन् 1971 में एक अन्तर्राष्ट्रीय संख्या "CGPM" ने कुछ मात्रक निर्धारित किये जो अंतर्राष्ट्रीय रूप से मान्य है। इन मात्रको को SI मात्रक कहते है।

1. मूल राशियों के SI मात्रक :

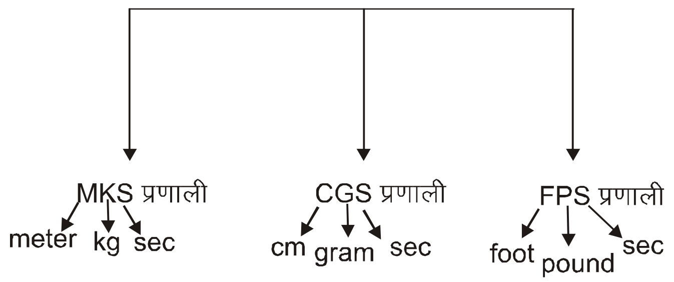
मूल राशि	S I पद्धति		
	नाम	प्रतीक	परिभाषा
लम्बाई	मीटर	m	सन् 1983 में परिभाषित (वर्तमान में) 1 मीटर वह दूरी है जो प्रकाश द्वारा 1 सैकण्ड के 299, 792, 458 वें भाग अर्थात् 1/299,792,458 सेकण्ड में निर्वात में तय की जाती है।
द्रव्यमान	किलोग्राम	kg	सन् 1889 में परिभाषित 1 किलोग्राम, प्लेटिनम ईरीडियम के उस बेलन का द्रव्यमान है जो माप तौल की अन्तर्राष्ट्रीय समिति के पास फ्रांस में सीवर्स नामक स्थान (पेरिस के पास) पर रखा है
समय	सैकण्ड	s	1 सैकण्ड वह समयान्तराल है जिसमें सीजिमय-133 परमाणु द्वारा उत्सर्जित एक विशेष तरंगदैर्ध्य वाले विकिरण (प्रकाश) के 9,192,631,770 कम्पन्न होते हैं। (1967)
विद्युत धारा	एम्पियर	A	1 एम्पियर वह वैद्युत धारा है जो निर्वात में 1 मीटर की दूरी पर स्थित दो सीधे समान्तर अनन्त लम्बाई के तारों में प्रवाहित होने पर, प्रत्येक तार की प्रति मीटर लम्बाई पर तारों के बीच 2×10^{-7} न्यूटन का बल उत्पन्न करती है। (1948)
उष्मा गतिक तापमान	केल्विन	K	1 केल्विन, जल के त्रिक बिन्दु के ऊष्मागतिक ताप का 1/273.16 वाँ भाग है। (1967)
पदार्थ की मात्रा	मोल	mol	1 मोल किसी पदार्थ की वह मात्रा है जिसमें उस पदार्थ के मूल अवयवों की संख्या कार्बन–12 में परमाणुओं की कुल संख्या के 0.012 किग्रा. के बराबर है। (1971)
ज्योति तीव्रता	केन्डिला	Cd	केन्डिला ज्योति तीव्रता है जो कि दी गई दिशा में एक वर्णीय स्त्रोत द्वारा उत्पन्न 540×10^{12} हर्ट्ज आवृत्ति के विकिरण है तथा इस दिशा में विकिरण तीव्रता 1/683 वाट प्रति स्टेरेडियन है (1979)

2. दो पूरक मात्रक भी बताए गए है :

(i) समतल कोण :– मात्रक = रेडियन (rad)
(ii) ठोस कोण :– मात्रक = स्टेरेडियन (sr)

3. अन्य प्रकार से वर्गीकरण :

यदि राशि में केवल लम्बाई, द्रव्यमान और समय (यांत्रिकी की राशियाँ) ही शामिल है, तो उसके मात्रक को MKS, CGS या FPS प्रणाली में लिखा जा सकता है।



- **MKS प्रणाली के लिए :**

  इस प्रणाली में लम्बाई, द्रव्यमान और समय को मीटर, किलोग्राम और सैकण्ड़ में प्रदर्शित किया जाता है।

- **CGS प्रणाली के लिए :**
  इस प्रणाली में लम्बाई, द्रव्यमान और समय को क्रमशः सेंटीमीटर, ग्राम और सैकण्ड़ में प्रदर्शित किया जाता है।
- **FPS प्रणाली के लिए :**
  इसमें लम्बाई, द्रव्यमान और समय को क्रमशः फुट, पाउण्ड़ और सैकण्ड़ में प्रदर्शित किया जाता है।

4. व्युत्पन्न राशियों के SI मात्रक :

- वेग = $\frac{\text{विस्थापन (मीटर)}}{\text{समय (सैकण्ड)}}$
  अतः वेग का मात्रक होगा m/s
- त्वरण = $\frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$
- संवेग = mV
  अतः संवेग का मात्रक होगा = (kg) (m/s) = kg m/s
- बल = ma
  मात्रक होगा = (kg) × (m/s^2) = kg m/s^2 जिसे (N) कहते है।
- कार्य = FS
  मात्रक = (N) × (m) = N m किसे जूल (J) कहते है।
- शक्ति = $\frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$ मात्रक = J / s जिसे वॉट (w) कहते है।

5. कुछ भौतिक नियतांकों के मात्रक :

- "सार्वत्रिक गुरूत्वीय नियतांक" (G)

$$F = \frac{G(m_1)(m_2)}{r^2} \Rightarrow \frac{kg \times m}{s^2} = \frac{G(kg)(kg)}{m^2}$$ अतः मात्रक होगा $G = \frac{m^3}{kg\, s^2}$

- विशिष्ठ ऊष्मा धारिता का मात्रक :

  Q = ms ΔT
  J = (kg) (S) (K)
  अतः मात्रक होगा S = J / kg K
- μ_0 का मात्रक :
  दो लम्बे समानांतर तारों के मध्य लगने वाला बल होगा : $\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{r}$

$\frac{N}{m} = \frac{\mu_0}{(1)}\frac{(A)(A)}{(m)}$ μ_0 का मात्रक $= \frac{N}{A^2}$

6. SI उपसर्ग :

माना कि कोटा और जयपुर की मध्य दूरी 3000 m. अतः

$$d = 3000\text{ m} = 3 \times \underbrace{1000}_{\text{kilo(k)}}\text{ m}$$

= 3 km (यहाँ 'k' एक उपसर्ग है जो 1000 (10^3) के लिए प्रयुक्त होता है।)

माना एक तार की मोटाई है = 0.05 m

$$d = 0.05\text{ m} = 5 \times \underbrace{10^{-2}}_{\text{centi(c)}}\text{ m}$$

= 5 cm (यहाँ 'c' एक उपसर्ग है जो (10^{-2}) के लिए प्रयुक्त हुआ है।)

इसी प्रकार भौतिक राशियों का परिमाण बहुत अधिक परास तक बदलता है। अतः बहुत अधिक परिमाण और बहुत कम परिमाण को संक्षिप्त रूप से लिखने के लिए “CGPM” ने कुछ उपसर्ग निर्धारित किये है, जो 10 की निश्चित घातों के तुल्य है।

Power of 10	Prefix	Symbol	Power of 10	Prefix	Symbol
10^{18}	Exa (ऐक्सा)	E	10^{-1}	Deci (डेसी)	d
10^{15}	Peta (पेन्टा)	P	10^{-2}	Centi (सेन्टी)	c
10^{12}	Tera (टेरा)	T	10^{-3}	Milli (मिली)	m
10^{9}	Giga (गिगा)	G	10^{-6}	Micro (माइक्रो)	μ
10^{6}	Mega (मेगा)	M	10^{-9}	Nano (नैनों)	n
10^{3}	Kilo (किलो)	K	10^{-12}	Pico (पिको)	p
10^{2}	Hecto (हेक्टो)	h	10^{-15}	Femto (फेम्टो)	f
10^{1}	Deca (डेका)	da	10^{-18}	Atto (एटो)	a

Solved Examples

Example 12. निम्न को मीटर (m) में परिवर्तित करो।

(i) 5 μm. (ii) 3 km (iii) 20 mm (iv) 73 pm (v) 7.5 nm

Solution : (i) 5 μm (ii) 3 km (iii) 20 mm (iv) 73 pm (v) 7.5 nm

$= 5 \times 10^{-6}$m $= 3 \times 10^{3}$ m $= 20 \times 10^{-3}$m $= 73 \times 10^{-12}$ m $= 7.5 \times 10^{-9}$ m

Example 13. F = 5 N को CGS में परिवर्तित करो।

$F = 5\ \dfrac{kg \times m}{s^2} = (5)\ \dfrac{(10^3 g)(100\ cm)}{s^2} = 5 \times 10^5\ \dfrac{g\ cm}{s^3}$ (CGS system में) इस मात्रक ($\dfrac{g\ cm}{s^3}$) को डाइन कहते है।

Example 14. $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \dfrac{m^3}{kg\ s^2}$ को CGS में बदलो।

$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \dfrac{m^3}{kg\ s^2} = (6.67 \times 10^{-11})\ \dfrac{(100\ cm)^3}{(1000g)s^2} = 6.67 \times 10^{-8}\ \dfrac{cm^3}{gs^2}$

Example 15. $\rho = 2$ g/cm^3 को MKS में बदलों।

$\rho = 2\ g/cm^3 = (2)\ \dfrac{10^{-3} kg}{(10^{-2} m)^3} = 2 \times 10^3\ \dfrac{kg}{m^3}$

Example 16. V = 90 km / hour को m/s में बदलो।

$V = 90\ km / hour = (90)\ \dfrac{(1000\ m)}{(60 \times 60\ second)}$

$V = (90) \left(\dfrac{1000}{3600}\right) \dfrac{m}{s}$ $V = 90 \times \dfrac{5}{18}\ \dfrac{m}{s}$; $V = 25$ m/s

7. स्मरणीय बिन्दु

$\dfrac{km}{hour}$ से $\dfrac{m}{sec}$ में बदलने के लिए $\dfrac{5}{18}$ का गुणा करेगें।

Solved Examples

Example 17. 7 pm को μm में बदलों।

Solution : माना 7 pm = (x) μm, अब LHS और RHS दोनों को मीटर में बदलते है।

$7 \times (10^{-12})$ m = (x) x 10^{-6} m प्राप्त हुआ x = 7×10^{-6} अतः 7 pm = (7×10^{-6}) μm

व्युत्पन्न राशियों के कुछ मात्रकों के नाम उन वैज्ञानिकों के नाम पर रखे गए है, जिन्होंने उस क्षेत्र में बहुत योगदान दिया है।

8. वैज्ञानिकों के नाम पर रखे गए SI मात्रक

		SI मात्रक			
क्र. सं.	भौतिक राशि	मात्रक का नाम	मात्रक का संकेत	अन्य मात्रकों के पदों में निरूपण	मूल मात्रको के पदों में निरूपण
1.	आवृत्ति ($f = \frac{1}{T}$)	हर्ट्ज (hertz)	Hz	$\frac{\text{दोलन}}{s}$	s^{-1}
2.	बल (F = ma)	न्यूटन (Newton)	N	- - - - -	Kg m / s^2
3.	ऊर्जा, कार्य, उष्मा (W = Fs)	.जूल (Joule)	J	Nm	Kg m^2 / s^2
4.	दाब, प्रतिबल ($P = \frac{F}{A}$)	पास्कल (Pascal)	Pa	N / m^2	Kg / m s^2
5.	शक्ति, (शक्ति = $\frac{W}{t}$)	वाट Watt	W	J / s	Kg m^2 / s^3
6.	विद्युत आवेश (q = it)	कूलाम (Coulomb)	C	- - - - - -	A s
7.	विद्युत विभव, विद्युत वाहक बल ($V = \frac{U}{q}$)	वोल्ट (Volt)	V	J / C	Kg m^2 / s^3 A
8.	विद्युत धारिता ($C = \frac{q}{v}$)	फेरड (Farad)	F	C / V	A^2 s^4 / kgm^2
9.	प्रतिरोध	ओम (Ohm)	Ω	V / A	kg m^2 / s^3 A^2
10.	विद्युत चालकता ($c = \frac{1}{R} = \frac{I}{V}$)	साइमन (Siemen) म्हो (mho)	S, ℧	A / V	s^3 A^2 / kg m^2
11.	चुम्बकीय क्षैत्र	टेस्ला (Tesla)	T	Wb / m^2	Kg / s^2 A^1
12.	चुम्बकीय फ्लक्स	.वेबर (Weber)	Wb	V s or J/A	kg m^2 / s^2 A^1
13.	प्रेरकत्व	हेनरी (Henry)	H	Wb / A	kg m^2 / s^2 A^2
14.	रेडियोसक्रिय पदार्थ की सक्रियता	बेकूरल (Becquerel)	Bq	$\frac{\text{विघटन}}{\text{सैकण्ड}}$	s^{-1}

9. कुछ विशिष्ठ नामों के पदों में और मूल मात्रकों के पदों में कुछ SI मात्रक

भौतिक राशि	SI मात्रक	
	विशिष्ठ नामों के पदों में	मूल मात्रकों के पदों में
बलाघूर्ण (τ = Fr)	N m	Kg m^2 / s^2
गतिक श्यानता($F_v = \eta A \frac{dv}{dr}$)	Poiseiulles (P ℓ) or Pa s	Kg / m s
आवेग (J = F Δt)	N s	Kg m / s
प्रत्यास्थता गुणांक (Y = $\frac{stress}{strain}$)	N / m^2	Kg / m s^2
पृष्ठ तनाव नियतांक (T = $\frac{F}{\ell}$)	N/m or J/m^2	Kg / s^2
विशिष्ट ऊष्मीय धारिता (s) (Q = msΔT)	J/kg K (old unit is $\frac{cal}{g.\,^oC}$)	$m^2 s^{-2} K^{-1}$
ऊष्मीय चालकता (K) ($\frac{dQ}{dt} = KA \frac{dT}{dr}$)	W / m K	m kg $s^{-3} K^{-1}$
विद्युत क्षैत्र की तीव्रता E = $\frac{F}{q}$	V/m or N/C	m kg $s^{-3} A^{-1}$
गैस नियतांक (R) (PV = nRT) या मोलर ऊष्मा धारिता (C = $\frac{Q}{M\Delta T}$)	J / K mol	m^2 kg $s^{-2} K^{-1} mol^{-1}$

10. मात्रक के साथ आंकिक मानों में परिवर्तन

माना किसी की लम्बाई है ℓ = 7 cm $\frac{\text{यदि इसे मीटर}}{\text{में बदलना हो तो हमें मिलेगा}} = \frac{7}{100}$m

हम कह सकते है कि यदि हमने मात्रक को 100 गुना कर दिया (cm $\rightarrow$ m), तो आंकिक मान $\frac{1}{100}$ गुना हो गया $\left(7 \rightarrow \frac{7}{100}\right)$

अतः हम यह कह सकते हैं कि आंकिक मान $\propto \frac{1}{\text{unit}}$

इसे हम औपचारिक रूप से ऐसे भी कह सकते है।

किसी भी भौतिक राशि का परिमाप = (उसका आंकिक मान) (मात्रक) = (n) (u)

किसी भी भौतिक राशि का परिमाण सदैव समान रहेगा, यदि हम इसे किसी दूसरे मात्रक में व्यक्त करें, तब भी इसका परिमाण तो नहीं बदलेगा।

अतः

(n) (u) = नियतांक

$n \propto \frac{1}{u}$ $\qquad$ $n_1u_1 = n_2u_2$

या आंकिक मान $\propto \frac{1}{\text{मात्रक}}$

Solved Examples

Example 18. यदि लम्बाई के मात्रक को दुगुना करें तो क्षैत्रफल का आंकिक मान कितने गुना हो जाएगा?

Solution : लम्बाई के मात्रक को दुगुना करने पर, क्षैत्रफल का मात्रक $2^2 = 4$ गुना हो जाएगा।

अतः क्षैत्रफल का आंकिक मान एक चौथाई हो जाएगा, क्योंकि आंकिक मान $\propto \frac{1}{\text{मात्रक}}$,

Example 19. एक वस्तु पर लगने वाला बल 5 N है, यदि लम्बाई, और समय के मात्रक को दुगुना कर दिया जाए और द्रव्यमान के मात्रक को आधा कर लिया जाए तो इस नयी मात्रक प्रणाली में बल का आंकिक मान कितना होगा?

Solution : बल $= 5\ \frac{\text{kg} \times \text{m}}{\text{sec}^2}$

चूंकि लम्बाई और समय के मात्रक को दुगुना और द्रव्यमान के मात्रक को आधा कर दिया है। अतः बल का मात्रक हो जाएगा $\left(\frac{\frac{1}{2} \times 2}{(2)^2}\right) = \frac{1}{4}$ गुना

अतः बल का आंकिक मान 4 गुना हो जाएगा (क्योंकि आंकिक मान $\propto \frac{1}{\text{मात्रक}}$)