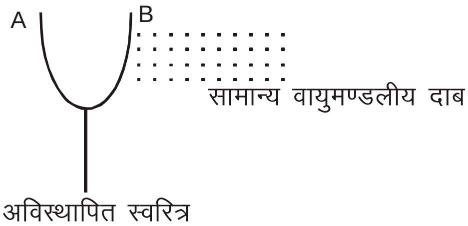
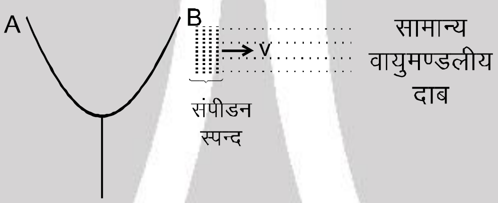
ध्वनि तरंगे (SOUND WAVES)

1. ध्वनि तरंगों का स्थानान्तरण :

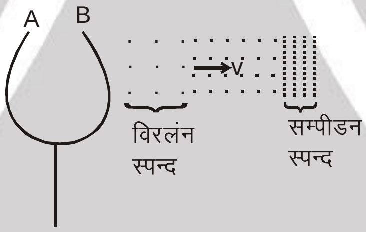
ध्वनि, यांत्रिक त्रिविमीय अनुदैर्ध्य तरंगे है, जोकी गिटार डोरी, मानवीय तनिक तार या लाउड स्पीकर के डायफ्रॉम को कंपित करके उत्पन्न होती है। यांत्रिक होने के कारण इन तरंगों को स्थानान्तरण के लिए माध्यम में जड़त्व एवं प्रत्यास्थता के गुणों का होना आवश्यक है। ध्वनि तरंगे, दाब के सम्पीडन व विरलन के रूप में आगे बढ़ती है। जोकि किसी कम्पित यंत्र से उत्पन्न होते हैं। ध्वनि तरंग उत्पन्न करने वाले एक स्वरित्र पर विचार कीजिए -



जब भुजा (B) दांयी तरफ जाता है तो यह इसके सामने की हवा को दबाता है। जिससे दाब में वृद्धि होती है। यह क्षेत्र (सम्पीडन स्पन्द) कहलाता है जोकि भुजा से दूर ध्वनि की गति से बढ़ता है।



सम्पीडन स्पन्द उत्पन्न करने के बाद भुजा B अपनी गति की दिशा बदलता है और अन्दर की ओर गति करता है। जिससे इसके पास वाले क्षेत्र का दाब वायुमण्डलीय दाब से थोड़ा कम हो जाता है। इस क्षेत्र को विरलन स्पन्द कहते है। यह भी ध्वनि के गति से आगे बढ़ता है।



अगर भुजा सरल आवर्त गति की तरह कम्पित हो, तो भुजा के पास के दाब में भी सरल आवर्त गति होता है। अतः दाब में वृद्धि निम्न समीकरण से देते है।

$$\delta P = \delta P_0 \sin \omega t$$

जहां δP_0 दाब में अधिकतम बढ़ोतरी (सामान्य से ऊपर) है

चूंकि विक्षोभ दांयी ओर तरंग गति v से चलता है। अतः दाब परिवर्तन में आधिक्य किसी भी समय (t) व किसी भी स्थिति x के लिए निम्न तरह से देते है।

$$\delta P = \delta P_0 \sin \omega(t - x/v) \qquad (1.1)$$

$p = \delta P$, $p_0 = \delta P_0$ अतः ऊपर की समीकरण को निम्न रूप में लिख सकते है।

$$p = p_0 \sin \omega(t - x/v) \qquad (1.2)$$

Solved Example

Example 1. दी गई तरंग समीकरण के लिए निम्न का मान ज्ञात करो।

$P = 0.02 \sin [(3000\, t - 9\, x]$ (सभी चर S.I. इकाई में है।)

(a) आवृत्ति (b) तरंगदैर्ध्य, (c) ध्वनि तरंग की चाल

(d) यदि साम्यावस्था में हवा का दाब 10^5 है, तो अधिकतम व न्यूनतम दाब ज्ञात करो ?

Solution : (a) मानक समीकरण से तुलना करने पर $p = p_0 \sin [\omega (t - x/v)]$

हम देखते है कि $\omega = 3000\ s^{-1}$, अतः आवृति होगी।

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi}\ Hz = 480\ Hz.$$

इसी तरह , $\omega/v = 9.0\ m^{-1}$.

$$\text{या}\quad v = \frac{\omega}{9.0\ \ m^{-1}} = \frac{3000\ \ s^{-1}}{9.0\ \ m^{-1}} = \frac{1000}{3}\ m/s$$

$$\text{तरंगदैर्ध्य}\quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1000\ \ /3m/s}{3000/2\pi\ \ Hz} = \frac{2\pi}{9}m$$

(b) दाबीय आयाम $p_0 = 0.02\ N/m^2$ अतः अधिकतम व न्यूनतम दाब तरंग गति में $(1.0 \times 10^5 \pm 0.02)\ N/m^2$ होंगे।

2. ध्वनि तरंगो की आवृति एवम् तारत्व :

आवृति : ध्वनि तरंगों के प्रत्येक चक्र में एक सम्पीड़न व एक विरलन होता है तथा आवृत्ति एक सैकण्ड में होने वाले कुल चक्रों की संख्या होती है, जोकि दी गई स्थिति से गुजरते है। सामान्यतः यह आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर होती है। यदि स्रोत एक ही आवृत्ति की सरल आवर्त गति में कम्पित होता है तो उत्पन्न ध्वनि भी एक ही आवृत्ति की होगी जिसे शुद्ध स्वर कहा जाता है।

साधारणतयाः ध्वनि स्रोत हमेशा सरल आवर्त गति में कम्पित नहीं होते (यह अवस्था सामान्यतया कुछ स्रोत जैसे गिटार स्ट्रिंग मानवीय ध्वनि तार ड्रम की सतह आदि में होता है।) अतः इसके द्वारा उत्पन्न स्पंद की आकृति ज्यावक्रीय तरंग जैसा होना जरूरी नहीं। पर इस तरह की तरंगों को अधिक संख्या में अलग–अलग आयाम व आवृत्ति की ज्यावक्रीय तरंगों को अध्यारोपित करके प्राप्त किया जा सकता है। जिसमें यह सभी आवृत्तियां मौजूद होती है।

मानव हेतु श्रव्य आवृत्ति की परास : सामान्यतः मानव कान 20 से 20 KHz तक की सभी ध्वनि तरंगे सुन सकते है। यह परास प्रायोगिक परिणाम है जोकि भिन्न–भिन्न मानव के लिए थोड़ी परिवर्तित हो सकती है। सुनने की क्षमता उम्र बढ़ने के साथ कम होती जाती है। मध्यम उम्र का व्यक्ति केवल 12 से 14 KHz तक की ध्वनि तरंगे सुन सकता है।

अवश्रव्य ध्वनि और पराश्रव्य ध्वनि : ध्वनि तरंगे जिनकी आवृत्ति 20 Hz से कम होती है, **अवश्रव्य ध्वनि** तथा 20 K Hz से अधिक **पराश्रव्य ध्वनि** कहलाती है। मनुष्य इन्हें नहीं सुन पाते पर अन्य जीव सुन सकते है। उदाहरण के तोर पर गेंडे साधारणतया 5Hz से कम की अवश्रव्य आवृत्ति से बात कर सकते है तथा चमगादड़, उड़ने के लिए 100 KHz से अधिक की आवृत्ति का उपयोग करते है।

तारत्व : अब तक पढ़ी गई आवृत्ति एक उद्देश्यात्मक गुणधर्म है, इसकी इकाई Hz में मापी गई है और जिसका एक अद्वितीय मान हो सकता है। फिर भी एक व्यक्ति का आवृत्ति का प्रेक्षण वर्णनात्मक है। मस्तिष्क आवृत्ति का प्रेक्षण वर्णनात्मक है। मस्तिष्क आवृत्ति को प्रारम्भिक रूप से एक वर्णनात्मक गुण के पदों में व्यक्त करता जिसे तारत्व कहते हैं। उच्च आवृत्ति की एक शुद्ध ध्वनि अधिक तारत्व की ध्वनि तथा निम्न आवृत्ति की एक शुद्ध ध्वनि कम तारत्व की ध्वनि कहलाती है।

Solved Example

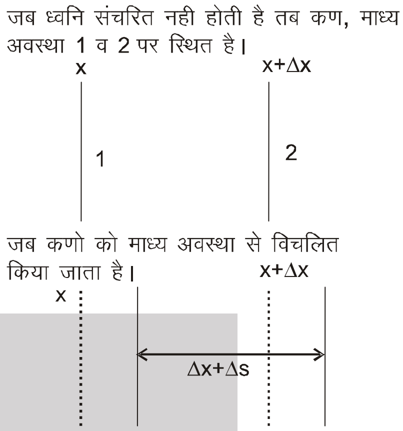
Example 2. एक तरंग जोकि 4 mm तरंगदैर्ध्य की है, हवा में 300 m/s की गति से चलती है। क्या इसे सुना जा सकता है ?

Solution : समीकरण $v = \nu\lambda$, से तरंग की आवृत्ति $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{300\ \ m/s}{4 \times 10^{-3} m} = 75000\ Hz.$

यह श्रवण परास से कहीं अधिक है। यह एक पराश्रव्य है। अतः सुनने लायक नहीं है। पर यह चमगादड़ के लिए सुनने लायक है।

3. दाब आयाम व विस्थापन आयाम :

हम ध्वनि तरंगों को या तो आधिक्य दाब समीकरण (समीकरण 1.1) या कणों द्वारा प्राप्त अनुदैर्ध्य विस्थापन के रूप में दे सकते है।



यदि $s = s_0 \sin \omega(t - x/v)$ ध्वनि तरंग को दर्शाता है जहां

s = माध्यम के कणों का माध्य अवस्था से विस्थापन, अतः सिद्ध किया जा सकता है कि

$$s = s_0 \sin (\omega t - kx) \qquad ...(3.1)$$

आयतन में परिवर्तन $= \Delta V = (\Delta x + \Delta s)A - \Delta xA = \Delta sA$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta sA}{\Delta xA} = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

$$\Delta P = -\frac{B\Delta V}{V}$$

$$\Delta P = -\frac{B\Delta s}{\Delta x}$$

$$dp = -\frac{Bds}{dx}$$

$$dp = -B\,(-k\, s_0) \cos (\omega t - kx)$$
$$dp = Bks_0 \cos (\omega t - kx)$$
$$dp = (dp)_{max} \cos (\omega t - kx)$$
$$p = p_0 \sin \{w(t - x/v) + \pi/2\} \qquad .... (3.2)$$

यहाँ $p = dp$ = स्थिति x पर दाब में बदलाव तथा

$p_0 = Bks_0$ = अधिकतम दाब परिवर्तन

यह स्थिति x पर सामान्य से अधिक दाब P की समीकरण को दर्शाती है जो वायुदाब से अधिक है तथा इसका आयाम

$$P_0 = \frac{B\omega s_0}{v} = BKs_0 \qquad ..... (3.3)$$

(B = माध्यम का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक, K = कोणीय तरंग संख्या)

- समी० (3.1) तथा (3.2) दर्शाती है कि माध्यम के कणों का विस्थापन तथा उनके दाब में आधिक्य की समी० में $\frac{\pi}{2}$ का कलान्तर है। अतः जब विस्थापन अधिकतम हो तो दाब न्यूनतम होगा एवं इसके विपरीत।

Solved Example

Example 3. 40 cm तरंगदैर्ध्य की ध्वनि तरंग हवा में चलती है। यदि किसी बिन्दु पर अधिकतम व न्यूनतम दाब में अन्तर $2.0\times10^{-3}N/m^2$, है तो माध्यम के कम्पित कणों का आयाम ज्ञात करो। आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $1.4 \times 10^5 N/m^2$

Solution : दाब का आयाम $p_0 = \frac{2.0\times10^{-3}N/m^2}{2} = 10^{-3}\ N/m^2$.

विस्थापन आयाम s_0 दिया जाता है –

$$p_0 = B\,k\,s_0$$

या $$s_0 = \frac{p_0}{B\ k} = \frac{p_0\lambda}{2\ \pi\ B}$$

$$= \frac{10^{-3}N/m^2 \times (40\times10^{-2}m)}{2\times3.14\times14\times10^{6}N/m^2} = \frac{100}{7\pi} Å = 4.54\ Å$$

4. ध्वनि तरंगों की गति :

4.1 रेखीय ठोस माध्यम में ध्वनि तरंगो का वेग

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad .....(4.1)$$

जहाँ Y = प्रत्यास्थता का यंग गुणांक तथा ρ = घनत्व

4.2. द्रव्य माध्यम (तरल या गैस) में ध्वनि तरंगो का वेग

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad ....(4.2)$$

जहाँ B = माध्यम का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक तथा ρ = माध्यम का घनत्व

$$B = -V\frac{dP}{dV} \qquad ....(4.3)$$

न्यूटन के सूत्र : न्यूटन ने माना कि गैसीय माध्यम में ध्वनि तरंगों का संचरण समतापीय प्रक्रम है।

PV = स्थिरांक

$$\Rightarrow \frac{dP}{dV} = \frac{-P}{V}$$

अतः B = P

न्यूनट के अनुसार गैसो में ध्वनि का वेग

$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}$ जहां M = मोलर द्रव्यमान

0ºC तथा Hg के 76 cm पर वायु का घनत्व $\rho = 1.293\ kg/m^3$ होता है। यह तापमान और दाब, मानक तापमान और STP पर दाब कहलाता है। वायु में ध्वनि की चाल 280 m/s होती है। यह मान, वायु में ध्वनि की चाल के प्रायोगिक मान 332 m/s से कम है अतः लाप्लास संशोधन किया गया।

लाप्लास संशोधन : बाद में लाप्लास ने बताया कि गैसीय माध्यम में ध्वनि तरंगो का संचरण समतापीय नहीं अपितु रूद्धोष्म प्रक्रम है। अतः PV^{γ} = नियतांक

$\Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\gamma\frac{P}{V}$ जहां $B = -V\frac{dP}{dV} = \gamma P$

अतः गैस में ध्वनि का वेग, $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ .... (4.4)

4.3 **ध्वनि वेग को प्रभावित करने वाले वातावरणीय कारक**

(a) ताप का प्रभाव : जैसे ताप (T) बढ़ेगा चाल (v) भी बढ़ेगी।

$$v \propto \sqrt{T}$$

ताप के कम अन्तर के लिए (कमरे के ताप से ऊपर) v, 0.6 m/s से रेखीय रूप से बढ़ती है, प्रत्येक 1°C ताप में वृद्धि पर

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \times T^{1/2} \quad ; \quad \frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}$$

$$\Delta v = \left(\frac{1}{2}\frac{v}{T}\right)\Delta T$$

$$\Delta v = (0.6)\ \Delta T$$

(b) आद्रता का प्रभाव : आद्रता बढ़ने के साथ घनत्व घटता है, क्योंकि जल का मोलर द्रव्यमान हवा के मोलर द्रव्यमान से कम होता है।

(c) दाब का प्रभाव :

ध्वनि वेग गैसीय माध्यम में $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

ताप नियत रहने पर P के बढ़ने के साथ ρ भी इस तरह बढ़ता है कि P/ρ नियत रहता है। अतः दाब में वृद्धि पर गति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता यदि ताप नियत है।

Solved Example

Example 4. किसी तापमान T पर, हाइड्रोजन (H_2) में ध्वनि की चाल ज्ञात करो। यदि इसी तापमान पर ऑक्सीजन (O_2) में ध्वनि की चाल 450m/s है।

Solution : $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

चूंकि ताप नियत है।

$$\therefore \quad \frac{v(H_2)}{v(O_2)} = \sqrt{\frac{M_{O_2}}{M_{H_2}}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4$$

$\Rightarrow$ $v(H_2) = 4 \times 450 = 1800$ m/s **Ans.**

वैकल्पिक : ध्वनि की चाल गैसीय माध्यम में $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ STP पर 22.4 litres ऑक्सीजन का द्रव्यमान 32g जबकि हाइड्रोजन का समान आयतन 2 g द्रव्यमान रखता है। अतः ऑक्सीजन का घनत्व हाइड्रोजन घनत्व का 16 गुना अधिक होगा समान दाब व ताप पर।

$\therefore$ γ दोनों के लिए नियत है।

$$\frac{v(\text{हाइड्रोजन})}{v(\text{औक्सीजन})} = \sqrt{\frac{\rho(\text{ऑक्सीजन})}{\rho(\text{हाइड्रोजन})}}$$

या v (हाइड्रोजन) = 4v (ऑक्सीजन)

= 4 × 450 m/s = 1800 m/s. **Ans.**

5. ध्वनि तरंगों की तीव्रता :

अन्य प्रगामी तरंगो की तरह ध्वनि तरंगे भी एक स्थान से दूसरे स्थान तक ऊर्जा का स्थानान्तरण करती है। इसका उपयोग कार्य करने में किया जा सकता है। जैसे कर्ण पर्दो को कंपित करने या इनके कारण काँच के शीशे भी तड़क जाते है।

ऊर्जा की मात्रा प्रति इकाई जोकि तरंग अपने साथ ले जाती है, शक्ति कहलाती है तथा शक्ति प्रति क्षेत्रफल (जोकि सतह के लम्बवत् होती है) ध्वनि की तीव्रता कहलाती है।

एक ध्वनि तरंग जोकि धनात्मक x- अक्ष की तरफ चलती है निम्न तरह प्रदर्शित करते है

$$s = s_0 \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$P = p_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{\delta s}{\delta t} = \omega s_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

तात्क्षणिक शक्ति $P = F.v = pA \frac{\delta s}{\delta t}$

$$P = p_0 \cos(\omega t - kx + \phi)\, A\omega s_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

$$P_{\text{औसत}} = \langle P \rangle$$

$$= p_0 A\omega s_0 \langle \cos^2(\omega t - kx + \phi) \rangle$$

$= \frac{p_0 \omega s_0 A}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

$B = \rho v^2 \Rightarrow p_0 = Bks_0 = \rho v^2 ks_0$

$P_{औसत} = \frac{1}{2}\omega p_0 A\left(\frac{p_0}{\rho v^2 k}\right) = \frac{p_0^2 A}{2\rho v} = \frac{pAv\omega^2 s_0^2}{2}$

अधिकतम शक्ति $= P_{max} = \frac{p_0^2 A}{\rho v} = (pA)\ v\ v_{p,\ max}^2 = pAv\omega^2 s_0^2$

कुल स्थानान्तरित ऊर्जा $= P_{av} \times t = \frac{\rho A v \omega^2 s_0^2}{2} \times t$

औसत तीव्रता = औसत शक्ति / क्षेत्रफल

अतः किसी स्थिति x पर औसत तीव्रता

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2}\frac{\omega^2 s_0^2 B}{v} = \frac{P_0^2 v}{2B} \quad \ldots (5.1)$$

$B = Pv^2$ रखने पर

$$I = \frac{P_0^2}{2\rho v} \quad \ldots. (5.2)$$

मुख्य बिन्दु :

- यदि बिन्दु स्रोत हो तो $I \alpha \frac{1}{r^2}$ तथा $s_0 \alpha \frac{1}{r}$ तथा $s = \frac{a}{r}\sin(\omega t - kr + \theta)$
- यदि रेखीय स्रोत हो तो $I \alpha \frac{1}{r}$ तथा $s_0 \alpha \frac{1}{\sqrt{r}}$ तथा

  $s = \frac{a}{\sqrt{r}} \sin(\omega t - kr + \theta)$
- 1000 Hz स्वर के लिए न्यूनतम ध्वनि तीव्रता जोकि मानव कर्ण सुन सकते है, 10^{-12} watt./m^2 होती है तथा लगातार 1W/m^2 से अधिक की तीव्रता वाली ध्वनि सुनने पर स्थाई बहरापन हो सकता है।

Solved Example

Example 5. रेडियो से प्राप्त ध्वनि तरंगो का आयाम 2.0×10^{-3} N/m^2 है तथा तीव्रता किसी बिन्दु पर 10^{-6} W/m^2 है। यदि ''ध्वनि'' (आवाज) नियंत्रक बटन को घुमाने पर दाब का आयाम 3×10^{-3} N/m^2 तक बढ़ता है तो तीव्रता ज्ञात करो।

Solution : तीव्रता दाब आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है

अतः $\frac{I'}{I} = \left(\frac{p'_0}{p_0}\right)^2$

या $I' = \left(\frac{p'_0}{p_0}\right)^2 I = \left(\frac{3}{2.0}\right)^2 \times 10^{-6}$ W/m^2 $= 2.25 \times 10^{-6}$ W/m^2.

Example 6. 0.4 cm^2 क्षेत्रफल वाली एक वृत्तिय प्लेट, πW शक्ति वाले किसी स्त्रोत से 2.0 m दूरी पर रखी हुई है। प्लेट द्वारा 5 सैकण्ड में ग्रहण कि गई ऊर्जा का मान ज्ञात करो।

Solution : एक सैकण्ड में उत्सर्जित ऊर्जा π J है। स्पीकर को केन्द्र मानते हुए 2.0 m त्रिज्या का गोला मानते है। π J ऊर्जा इस गोले की सम्पूर्ण सतह पर एक सैकण्ड में गिरती है। इसलिए 0.4 cm^2 के माइक्रोफोन पर एक सैकण्ड मे गिरने वाली ऊर्जा।

$$= \frac{0.4 \times 10^{-4}}{4\pi\ 2^2} \times \pi = 2.5 \times 10^{-6}\ J$$

अतः 5.0 सैकण्ड में माइक्रोफोन पर गिरने वाली ऊर्जा

2.5×10^{-6} J $\times 5 = 12.5$ μJ.

Example 7. 1.2 kg/m³ घनत्व वाली वायु के कणो का विस्थापन आयाम ज्ञात करो यदि ध्वनि की तीव्रता, आवृत्ति और ध्वनि की चाल क्रमशः 8×10^{-6} w/m², 5000 Hz और 330 m/s है।

Solution : ध्वनि की तीव्रता तथा विस्थापन आयाम के मध्य सम्बन्ध से

$$I = \frac{P_0^2}{2\rho v},$$

$$P_0 = \sqrt{2\rho v I}$$

$$s_0 = \frac{P_0}{Bk} = \frac{\sqrt{2\rho v I}}{\rho v^2 2\pi f} \quad v = \sqrt{\frac{I}{\rho v 2}}\,\frac{1}{\pi f}$$

या $s_0 = 6.4$ nm.

6. ध्वनि प्रबलता :

मानव हेतु श्रव्य तीव्रता की परास : मनुष्य द्वारा तीव्रता ग्रहरण करने की क्षमता भिन्न–भिन्न आवृत्ति पर भिन्न होती है। 1000 Hz आवृत्ति पर तीव्रता को ग्रहण करने की क्षमता अधिकतम होती है तथा 1000 Hz से आवृत्ति बढ़ती या घटती है तो तीव्रता ग्रहण करने की क्षमता घटती है।

- ☞ एक 1000 Hz स्वर हेतु न्यूनतम ध्वनि तीव्रता जो कि एक मानव कर्ण सुन सकता है वह है 10^{-12} watt./m² तथा लगातार 1W/m² से अधिक की तीव्रता वाली ध्वनि लगातार सुनने पर स्थाई बहरापन हो सकता है।
- ☞ मानव के कान के लिए ध्वनि की तीव्रता की प्रबलता को ध्वनि प्रबलता कहते हैं।
- ☞ मानव कर्ण ध्वनि प्रबलता को रेखीय तीव्रता के पैमाने पर ग्रहण नहीं करते बल्कि ये प्रबलता को लघुगणकीय तीव्रता पैमाने पर ग्रहण करते हैं।

उदाहरण :

यदि तीव्रता को 10 गुना बढ़ा दें तो मानव कर्ण प्रबलता में 10 गुना की वृद्धि को महसूस नहीं करते हैं, ये देखा गया है कि तीव्रता 10 गुना बढ़ाने पर प्रबलता दुगनी हो जाती है। अतः तीव्रता लघुगणकीय पैमाने पर परिभाषित करना ही सही होगा।

डेसिबल पैमाना : डेसीबल दो ध्वनि तीव्रताओ की तुलना करने वाला लघुगणक पैमाना है। अतः तीव्रता स्तर β डेसीबल के रूप में

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ (dB)}$$

जहाँ I_0 देहली तीव्रता है, सुनने की अर्थात् $I_0 = 10^{-12}$ watt/m².

- यहाँ तीव्रता स्तर β एक विमाहीन राशि है। जोकि तीव्रता W/m² में दी जाती है के बराबर नहीं होती।

Solved Example

Example 8. यदि तीव्रता 20 के गुणांक से बढ़े तो कितने डेसीबल तीव्रता स्तर में वृद्धि होगी।

Solution : माना प्रारम्भ में तीव्रता I है तथा तीव्रता स्तर β_1 है और जब तीव्रता 20 गुनी बढ़ती है तो तीव्रता स्तर β_2 तक बढ़ता है।

अतः $\beta_1 = 10 \log (I / I_0)$

तथा $\beta_2 = 10 \log (20I / I_0)$

इस प्रकार, $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log (20I / I) = 10 \log 20 = 13$ dB.

Example 9. एक बिन्दु पर ध्वनि स्तर 40 dB से बढ़ता है तो किस गुणांक से दाब का आयाम बढ़ेगा ?

Solution : ध्वनि स्तर dB में

$$\beta = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

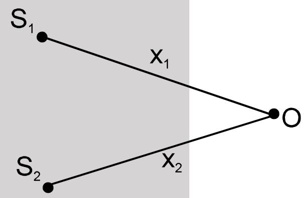
यदि β_1 व β_2 ध्वनि स्तर तथा I_1 व I_2 तीव्रता है,

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\left[\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right] \quad \text{या} \quad 40 = 10 \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \quad \text{या} \quad \frac{I_2}{I_1} = 10^4.$$

तीव्रता दाब आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है।

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \sqrt{10000} \approx 100.$$

7. ध्वनि तरंगो का व्यतिकरण :



यदि $p_1 = p_{m1} \sin(\omega t - kx_1 + \theta_1)$

तथा $p_2 = p_{m2} \sin(\omega t - kx_2 + \theta_2)$

अतः O पर अधिकतम दाब

$p = p_1 + p_2$

$\Rightarrow \quad p = p_0 \sin(\omega t - kx + \theta)$

जहां $p_0 = \sqrt{p_{m_1}^2 + p_{m_2}^2 + 2p_{m_1}p_{m_2}\cos\phi}$, $\phi = |k(x_1 - x_2) + (\theta_2 - \theta_1)|$ ...(7.1)

(i) सम्पोषी व्यतिकरण के लिए

$\phi = 2n\pi \quad \Rightarrow \quad p_0 = p_{m1} + p_{m2}$

(ii) विनाशी व्यतिकरण के लिए

$\phi = (2n+1)\pi \quad \Rightarrow \quad p_0 = |p_{m1} - p_{m2}|$

यदि ϕ केवल पथान्तर के कारण है तो $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$, तथा

सम्पोषी व्यतिकरण के लिए शर्त : $\Delta x = n\lambda$, $n = 0, \pm 1, \pm 2$

विनाशी व्यतिकरण के लिए शर्त : $\Delta x = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2$

समी० (7.1) से

$$P_0^2 = P_{m_1}^2 + P_{m_2}^2 + 2P_{m_1}P_{m_2}\cos\phi$$

अतः इस स्थिति में, $I \propto$ (दाब आयाम)^2,

परिणामी तीव्रता, $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi$ ....(7.2)

यदि $I_1 = I_2 = I_0$

$I = 2I_0 (1 + \cos\phi)$

$\Rightarrow I = 4I_0 \cos^2\frac{\phi}{2}$ ....(7.3)

अतः इस स्थिति में,

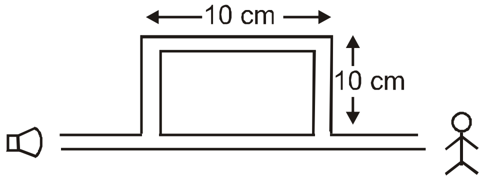
सम्पोषी व्यतिकरण के लिए : $\phi = 0, 2\pi, 4\pi....$ तथा $I_{max} = 4I_0$

तथा विनाशी व्यतिकरण के लिए : $\phi = \pi, 3\pi$ ... तथा $I_{min} = 0$

7.1 कला सम्बद्धता : दो स्रोत आपस में कला सम्बद्ध कहलाते है यदि उनके मध्य कलान्तर समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है। इस अवस्था में परिणामी तीव्रता किसी बिन्दु पर समय के साथ नियत रहती है। ध्वनि के दो स्वतंत्र स्रोत सामान्यतः अकला सम्बद्ध स्रोत होते है, अर्थात उनके मध्य कलान्तर समय के साथ परिवर्तित होता है। अतः परिणामी तीव्रता उनके कारण किसी बिन्दु पर समय के साथ परिवर्तित होती है।

Solved Example

Example 10. चित्रानुसार एक नली के एक सिरे पर ध्वनि स्त्रोत तथा दूसरे सिरे पर एक प्रेक्षक स्थित है। स्त्रोत 10000 Hz तक की ध्वनि तरंगे उत्सर्जित करता है। यदि ध्वनि की चाल 400 m/s उस आवृत्ति को ज्ञात करें जिस पर प्राप्त ध्वनि की तीव्रता अधिकतम है।



Solution : इसमें ध्वनि तरंग संधि बिन्दु से दो भागों में विभाजित होती है। सीधे भाग से जाने पर ध्वनि द्वारा तय पथ की लम्बाई x_1 = 10 cm तथा आयताकार पाथ से जाने पर तय दूरी x_2 = 3 × 10 cm = 30 cm अतः पथ का अन्तर दोंनो तरंगो के मध्य $\Delta x = x_2 - x_1$ = 30 cm – 10 cm = 20 cm

किसी एक तरंग की तरंगदैर्ध्य $\frac{v}{\upsilon} = \frac{400\ m/s}{\upsilon}$

सम्पोषी व्यतिकरण के लिए , $\Delta p = n\lambda$, जहां n एक पूर्णांक है।

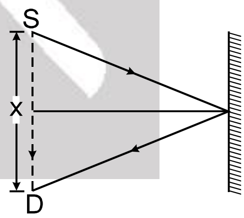
या $\Delta x = n.\frac{v}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{n.v}{\Delta x} \Rightarrow \frac{n.400}{(0.1)} = 4000\ n$

दी गई परास में आवृत्तिया जोकि अधिकतम तीव्रता देती है।

4000 × 1, 4000 × 2

Example 11. एक यंत्र जोकि 165 Hz आवृत्ति की ध्वनि उत्पन्न करता है। एक दीवार से 2 m की दूरी पर स्थित है। एक श्रोता (संसूचक) भी इस दूरी पर दीवार के सामने खड़ा है। यंत्र एवं श्रोता (संसूचक) के मध्य की दूरी ज्ञात करो। जिसके लिए श्रोता (संसूचक) सीधी तथा परावर्तित तरंगों के मध्य 2π कलान्तर प्रेक्षित करता है। वायु में ध्वनि की चाल = 330 m/s.

Solution : स्थिति चित्र में प्रदर्शित है माना प्राप्तकर्त्त यंत्र से x मीटर दूरी पर स्थित है। यंत्र से प्राप्त सीधी तरंग x मीटर दूरी चलती है। श्रोता तक परावर्तन के बाद पहुँचने वाली तरंग द्वारा तय दूरी $2[(2)^2 + x^2/4]^{1/2}$ मीटर। दोंनों तरंगों के मध्य पथान्तर



$$\Delta = \left\{2\left[(2)^2 + \frac{x^2}{4}\right]^{1/2} - x\right\} \text{ मीटर}$$

$\Delta\phi = 2\pi$ के लिए $\Delta = \lambda$ ....(i)

तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{\upsilon}{v} = \frac{330\ m/s}{165\ s^{-1}} = 2$ m.

समी० (i) से $2\left[(2)^2 + \frac{x^2}{4}\right]^{1/2} - x = 2$

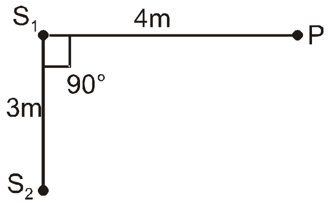
या $\left[4 + \frac{x^2}{4}\right]^{1/2} = 1 + \frac{x}{2}$

या $4 + \frac{x^2}{4} = 1 + \frac{x^2}{4} + x$

या x = 3.

अतः प्राप्तकर्त्ता को यंत्र से 3 m दूरी पर होना चाहिए।

Example 12. S_1 तथा S_2 कलासम्बद्ध प्रत्येक 110Hz आवृति के दो ध्वनि स्त्रोत है। उनमें प्रारम्भिक कलान्तर नहीं है। बिन्दु P पर S_1 के कारण तीव्रता I_0 तथा S_2 के कारण तीव्रता $4I_0$ है। यदि ध्वनि का वेग 330 m/s है तो बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता है –



(A) I_0 (B) $9I_0$ (C*) $3I_0$ (D) $8I_0$

Solution : स्त्रोत की ध्वनि की तरंगदैर्ध्य = $\frac{330}{110}$ = 3 metre.

बिन्दु P पर अध्यारोपित होने वाली तरंगों पर कलान्तर

$= \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(S_2P - S_1P) = \frac{2\pi}{3}(5-4) = \frac{2\pi}{3}$

$\therefore$ परिणामी तीव्रता बिन्दु P पर $= I_0 + 4I_0 + 2\sqrt{I_0}\ \sqrt{4I_0}\ \cos\frac{2\pi}{3} = 3I_0$

---

8. ध्वनि तरंगों का परावर्तन :

ध्वनि तरंगों की विस्थापन तरंग का किसी दृढ़ सीमा से परावर्तन वैसा ही है जैसा कि रस्सी में तरंग का परावर्तन दृढ़ सतह से। परावर्तित तरंग में π का कलान्तर आ जाता है। दृढ़ सतह पर विस्थापन का आयाम समय के साथ हमेशा शून्य रहना चाहिए। क्योंकि माध्यम के कण एक दृढ़ सिरे पर कम्पित नहीं कर सकते। चूंकि दाब आधिक्य तथा विस्थापन एक ध्वनि तरंग में $\pi/2$ कला से परिवर्तनशील होते है। अतः दृढ़ सिरे पर होने वाला विस्थापन का न्यूनतम, वहाँ पर दाब परिवर्तन अधिकतम होगा, जो इस बात को बताता है कि परावर्तित दाब तरंग (एक दृढ़ सीमा से) आपतित तरंग के साथ समान कला में है। अतः सम्पीड़ित स्पंद परावर्तन के बाद भी सम्पीड़ित स्पदं ही रहेगा तथा विरलित तरंग भी परावर्तन के बाद विरलित ही रहेगी। जबकी ध्वनि की विस्थापन तरंगो का कम दाब के क्षेत्र से परार्वतन (जैसे पाईप का खुला सिरा) किसी रस्सी के मुक्त सिरे से परावर्तन जैसा होता है।

यह बिन्दु अधिकतम विस्थापन के संगत होता है तथा आपतित व परावर्तित विस्थापन तरंग इन बिन्दुओ पर समान कला में होती है। इससे प्रतीत होता है कि यह बिन्दु दाब तरंग के लिए निम्निष्ठ (इन बिन्दु पर दाब का औसत मान) तथा परावर्तित दाब तरंग आपतित से π के कलान्तर पर होगी। अतः एक सम्पीड़ित तरंग विरलीत की तरह परावर्तित होगी एवं इसका विपरीत।

9. अनुदैर्ध्य अप्रगामी तरंग :

दो अनुदैर्ध्य तरंग जिनकी आवृत्ति व आयाम समान है जब विपरीत दिशा में चलती हुई एक दूसरे पर अध्यारोपित होती है तो अप्रगामी तरंग उत्पन्न होती है। यदि दो तरंगे निम्न हो

$p_1 = p_0 \sin(\omega t - kx)$ तथा $p_2 = p_0 \sin(\omega t + kx + \phi)$

तो परिणामी अप्रगामी तरंग की समीकरण

$$p = p_1 + p_2 = 2p_0 \cos\left(kx + \frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad p = p'_0 \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \qquad ....(9.1)$$

यह स.आ.ग. की समीकरण है। जिसका आयाम p'_0 स्थिति पर निम्न प्रकार निर्भर करता है।

$$p'_0 = 2p_0 \cos\left(kx + \frac{\phi}{2}\right) \qquad ....(9.2)$$

इन बिन्दुओ पर दाब अपने औसतन मान के बराबर है अतः ये दाब निस्पंद कहलाते है तथा इनके लिए

$p'_0 = 0$ अर्थात् $\cos\left(kx + \frac{\phi}{2}\right) = 0$

$$\text{अर्थात्} \quad kx + \frac{\phi}{2} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2},\ n = 0, 1, 2, ... \qquad ....(9.3)$$

इसी प्रकार जहां दाब आयाम अधिकतम होता है वह दाब प्रस्पंद कहलाते है तथा इनके लिए -

$p'_0 = \pm 2p_0$ अर्थात् $\cos(kx + \frac{\phi}{2}) = \pm 1$

या $(kx + \frac{\phi}{2}) = n\pi$, n = 0, 1, 2,..... ....(9.4)

- अप्रगामी तरंग में दाब निस्पंद, विस्थापन प्रस्पंद के तथा दाब प्रस्पंद, विस्थापन निस्पंद के अनुसार होते है।
- (जैसा समी० (8.1)) से दाब आधिक्य किसी भी बिन्दु पर स.आ.ग. रूप से बदलता है। यदि ध्वनि तरंगों को विस्थापन के रूप में दर्शाया जाए तो समीकरण 8.1 के संगत अप्रगामी तरंगों की समीकरण

$s = s'_0 \cos(\omega t + \frac{\phi}{2})$

यहाँ $s'_0 = 2s_0 \sin(\omega t + \frac{\phi}{2})$ यह सरल आवर्त गति की समीकरण है, जो कि माध्य अवस्था x से माध्यम के कणों की सरल आवर्त गति को दर्शाती है।

Solved Example

Example 13. N_2 से भरे एक ऑर्गन नली मूल आवृत्ति 1000 Hz यदि N_2 को H_2 से परिवर्तित कर दिया गया तो मूल आवृत्ति ज्ञात करो।

Solution : माना ध्वनि की हाइड्रोजन में गति v_H तथा नाइड्रोजन में v_N है किसी भी ऑर्गन पाईप की मूल आवृत्ति ध्वनि की गति के सीधे समानुपाती होती है। यदि हाइड्रोजन में मूल आवृत्ति n है तो

$\frac{n}{1000\ \text{Hz}} = \frac{v_H}{v_N} = \sqrt{\frac{M_N}{M_H}}$ (चूंकि हाइड्रोजन तथा नाइड्रोजन दोनों ही द्विकपरमाणुक गैस है इसलिए γ समान रहेगा।)

या, $\frac{n}{1\ \text{kHz}} = \sqrt{\frac{28}{2}}$ $\Rightarrow$ $n = 1000\sqrt{14}$ Hz. **Ans.**

Example 14. एक नली जो एक सिरे से खुली है को दो असमान भागों में विभाजित किया जाता है। टुकड़ा जो दोनों सिरों से खुला है कि मूल आवृत्ति 450 Hz तथा दूसरे की मूलभूत आवृत्ति 675 Hz है। वास्तविक नली की के प्रथम अधिस्वरक की आवृत्ति क्या होगी।

Solution : $450 = \frac{v}{2\ell_1}$ $675 = \frac{v}{4\ell_2}$

वास्तविक नली की लम्बाई = $(\ell_1 + \ell_2)$

$n_1 = \frac{v}{4(\ell_1 + \ell_2)} = \frac{v}{4\left(\frac{v}{900} + \frac{v}{675 \times 4}\right)} = \frac{(2700 \times 900)}{4(2700 + 900)} = 168.75$

Ist अधिस्वरक = $3n_1 = 506.25$

Example 15. मानव द्वारा सुनने वाली आवृत्ति की परास 20 Hz से 20,000 Hz है। यदि हवा में ध्वनि की गति 336 m/s है। किसी वाद्य यंत्र की अधिकतम तथा न्यूनतम लम्बाई क्या हो सकती है, जोकि इस नली परास पर आधारित है।

Solution : खुले सिरे वाले पाईप के लिए , $f = \frac{v}{2\ell}$ n $\Rightarrow$ $\ell = \frac{v}{2f}$ .n

बन्द नली के लिए $\ell = \frac{v}{4f}$ (2n + 1)

$\ell_{min} = \frac{v}{4f_{max}}(2n+1)_{min} = \frac{336}{4 \times 20000} = 4.2$ mm

$\ell_{max} = \frac{v}{2f_{min}} n_{max} = \frac{v}{2 \times 20} n_{max} = 8.4\ (m) \times n_{max}$

स्पष्टतया अधिकतम लम्बाई की कोई सीमा नहीं है।

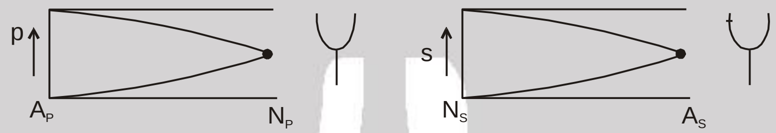
10. वायु स्तम्भ का कम्पन्न

अप्रगामी तरंगे वायुस्तम्भ में बनाई जा सकती है जोकि बेलनाकार नलीनुमा होती है। यदि हवा में स्वरित्र की आवृत्ति वायु स्तम्भ की मूल आवृत्ति के समान हो तो, इस स्थिति में स्वरित्र की ध्वनि अपेक्षाकृत अधिक होती है। इसे हम स्वरित्र (tuning fork) तथा वायु स्तम्भ के मध्य अनुनाद कहते है। वायु स्तम्भ की वास्तविक आवृत्ति ज्ञात करने के लिए नली के बन्द सिरों पर विस्थापन निस्पंद (दाब प्रस्पंद) बनता है, क्योंकि वहां वायु के कण गति के लिए मुक्त नहीं होते तथा प्रत्येक खुले सिरे पर एक विस्थापन प्रस्पंद (दाब निस्पंद) बनता है।

वास्तव में प्रस्पंद खुले सिरे पर नहीं बनते, परन्तु यह थोड़े से बाहर बनते हैं। यदि नली का व्यास लम्बाई की तुलना में कम हो तो सिरा संशोधन नगण्य होता है।

10.1 बन्द आर्गन पाईप

मूल विधा : (चित्र मे, A_p = दाब प्रस्पंद, A_s = विस्थापन प्रस्पंद, N_p = दाब निस्पंद, N_s = विस्थापन निस्पंद)

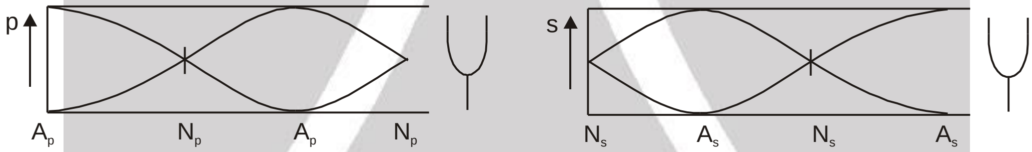


$\frac{\lambda}{4} = \ell \Rightarrow \lambda = 4\ell$

वह न्यूनतम आवृत्ति (अधिकतम तरंगदैर्ध्य) जो अनुनाद की सीमा शर्तो को पूरा करे। (विस्थापन निस्पंद बांयी ओर तथा प्रस्पंद दांयी ओर तथा $\lambda_0 = 4\ell$, जहां ℓ = आवृत्ति के अनुसार बन्द नली की लम्बाई

$\nu_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4L}$ को मूल आवृत्ति कहते है। .... (10.1)

प्रथम अधिस्वरक : यहाँ नली के सिरों पर निस्पंद तथा प्रस्पंद के अलावा एक निस्पंद तथा एक प्रस्पंद उपस्थित होता है।



$\frac{3\lambda}{4} = \ell \Rightarrow \lambda = \frac{4\ell}{3}$

$\lambda_1 = \frac{4\ell}{3} = \frac{\lambda_0}{3}$

तथा आवृत्ति $\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 3\nu_0$

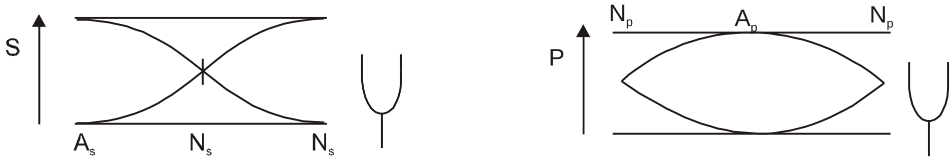
यह आवृति मूल आवृत्ति की तिगुनी है, इसे तीसरी संनादी कहते है।

nवाँ अधि स्वरक : इसमें दो सिरो के मध्य n वे अधिस्वरक में n प्रस्पंद तथा n निस्पंद होते हैं।

अतः इसके संगत तरंगदैर्ध्य $\lambda_n = \frac{4\ell}{2n+1} = \frac{\lambda_0}{2n+1}$

तथा $\nu_n = (2n + 1)\nu_0$ .... (10.2)

यह $(2n + 1)^{th}$ सन्नादी के क्रमागत है। स्पष्टतया विषम सन्नादी ही बंद नली में पाई जाती है।



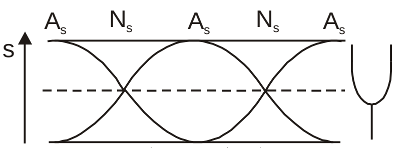
10.2 खुला आर्गन पाईप :

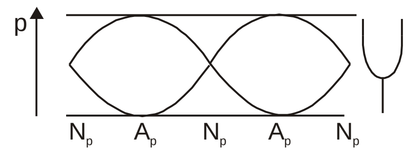
मूल स्वरक : मूलभूत आवृत्ति : वह न्यूनतम आवृत्ति (अधिकतम तरंगदैर्ध्य) जो कि अनुनाद की सीमा शर्तो को पूरा करे। (अर्थात दोनो सिरों पर विस्थापन प्रस्पंद)

$\lambda_0 = 2\ell$

इस आवृत्ति को मूल आवृत्ति कहते हैं।

$$\nu_0 = \frac{v}{2\ell} \qquad \text{....(10.3)}$$





प्रथम अधिक स्वरक : यहां दो प्रस्पंदो के मध्य एक विस्थापन प्रस्पंद होता है।

$$\lambda_1 = \frac{2\ell}{2} = \lambda = \frac{\lambda_0}{2}$$

तथा, आवृत्ति $\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = 2\nu_0$

चूंकि यह मूल आवृति की दूगनी है इसलिए इसे दूसरी सन्नादी कहते हैं।

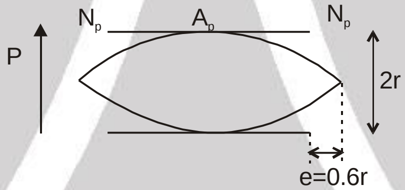
नवाँ अधिक स्वरक : इसमें सिरो की दो प्रस्पंदो के मध्य n वे अधिस्वरक में, n विस्थापन प्रस्पंद होते है।

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n+1} = \frac{\lambda_0}{n+1}$$

तथा $\nu_n = (n + 1)\ \nu_0$ . ...(10.4)

यह $(n + 1)^{th}$ सन्नादी के क्रमागत है। स्पष्टतया खुले आर्गन पाइप में सम और विषम दोनों प्रकार की सन्नादी पाई जाती है।

10.3 सिरा संशोधन : जैसा पहले बताया गया है कि विस्थापन प्रस्पंद खुले सिरे पर ऑर्गन पाईप से कुछ बाहर पाए जाते है। इन प्रस्पंदो की सिरो से दूरी को सिरा संशोधन कहते है। इसका मान निम्न प्रकार से दिया जाता है।



$$e = 0.6\ r$$

जहां r = आर्गन पाईप की त्रिज्या

सिरा संशोधन को सम्मिलित करते हुए बन्द ऑर्गन पाईप आवृत्ति (f_c) तथा खुले पाईप की आवृत्ति (f_0)

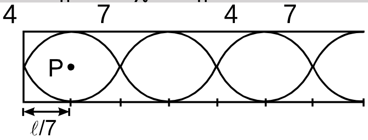
$$f_c = \frac{v}{4(\ell + 0.6\ r)} \text{ तथा } \quad f_0 = \frac{v}{2(\ell + 1.2\ r)} \qquad \text{....(10.5)}$$

Solved Example

Example 16. एक बंद आर्गन पाइप की लम्बाई 'ℓ' इसमें वायु अधिकतम आयाम 'a' के साथ तीसरे अधिस्वरक में कम्पित होती हैं पाइप के बंद सिरे से $\ell/7$ दूरी पर आयाम ज्ञात करो?

Solution : चित्र में एक बंद ऑर्गन पाइप में तीसरे अधिस्वरक के लिये कण के विस्थापन में परिवर्तन को दिखाया गया है।

तीसरे अधिस्वरक हेतु $\ell = \frac{7\lambda}{4}$ या $\frac{4\ell}{7}\ \lambda =$ या $\frac{\lambda}{4} = \frac{\ell}{7}$



अतः P पर आयाम, बंद सिरे से $\frac{\ell}{7}$ दूरी पर 'a' है, क्योंकि यहाँ पर एक प्रस्पंद बनता है।

Example 17. एक स्वरित्र 100 Hz से कम्पित होता है। जब दूसरा स्वरित्र भी साथ–साथ बजता है तो प्रति सैकण्ड चार विस्पंद सुनाई देती है। जब कुछ द्रव्यमान 100 Hz के स्वरित्र पर जोड़ा जाता है तो विस्पंद आवृत्ति कम हो जाती है। दूसरे स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात करो।

Solution : यदि $|f - 100| = 4 \Rightarrow f = 96$ या 104

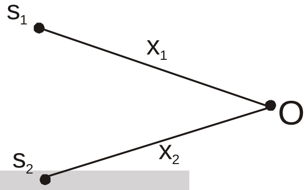
जब पहले स्वरित्र को भारते है तो आवृत्ति कम होती है।

अतः $100 > f \quad \Rightarrow f = 96$ Hz.

11. समय में अध्यारोपण : विस्पंद :

जब दो ध्वनि तरंगे जिनके समान आयाम तथा भिन्न आवृत्ति है, अध्यारोपित होती है, तो किसी बिन्दु पर तीव्रता हवा में समय के साथ आवर्तित रूप से परिवर्तित होती है। इसे विस्पंद कहते है।

यदि दो ध्वनि स्रोतों s_1 व s_2 से उत्सर्जित ध्वनि तरंगे जो बिन्दु O पर अध्यारोपित हो रही है। निम्न हो तो



$p_1 = p_0 \sin (2\pi f_1 t - k_1x_1 + \theta_1)$

$p_2 = p_0 \sin (2\pi f_2 t - k_2x_2 + \theta_2)$

माना $-k_1x_1 + \theta_1 = \phi_1$ तथा $- k_2x_2 + \theta_2 = \phi_2$

अध्यारोपण के सिद्धान्त से

$p = p_1 + p_2$

$= 2p_0 \sin \left(\pi(f_1 + f_2)t + \frac{\phi_1+\phi_2}{2}\right) \cos \left(\pi(f_1 - f_2)\, t + \frac{\phi_1-\phi_2}{2}\right)$

अर्थात् परिणामी ध्वनि की बिन्दु O पर आवृत्ति $\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)$ तथा दाब आयाम $p'_0 (t)$ समय के साथ परिवर्तनशील है।

$$p'_0 (t) = 2p_0 \cos \left\{\pi(f_1-f_2)t+\frac{\phi_1-\phi_2}{2}\right\}$$

अतः बिन्दु O पर दाब आयाम आवृत्ति $\left(\frac{f_1-f_2}{2}\right)$ के साथ समय के साथ परिवर्तित होता है।

अतः ध्वनि तीव्रता $f_1 - f_2$ आवृत्ति के साथ परिवर्तनशील है।

इस आवृत्ति को विस्पंद आवृत्ति (f_B) कहते है तथा दो क्रमागत अधिकतम व न्यूनतम तीव्रताओं के मध्य का समयअन्तराल विस्पंद का समयकाल (T_B) कहलाता है।

$f_B = f_1 - f_2$

$$T_B = \frac{1}{f_1-f_2} \qquad (11.1)$$

महत्तवपूर्ण बिन्दु :

(i) आवृत्ति $|f_1 - f_2|$ हमेशा 16 Hz, से कम होनी चाहिए क्योंकि सामान्य व्यक्ति का कान अधिकतम 16 Hz तक की आवृत्ति के विस्पन्द को ही प्रेक्षित कर सकता है।

(ii) विस्पंद घटना का उपयोग किसी अज्ञात यंत्र की आवृत्ति ज्ञात करने में किया जाता है, इसे ज्ञात आवृत्ति के यंत्र के साथ कम्पित करके ज्ञात करते हैं।

(iii) यदि स्वरित्र की भुजा पर मोम या भार लगा दे तो आवृत्ति कम होती है।

(iv) यदि भुजा को घिस दें तो आवृत्ति बढ़ती है।

Solved Example

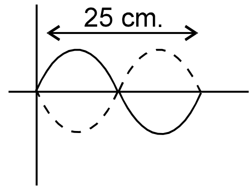
Example 18. एक सितार के दो तार X और Y 4Hz. आवृति का विस्पंद उत्पन्न करते हैं। जब तार y में तनाव को थोड़ा बढ़ाते हैं तो विस्पंद आवृति 2Hz. पायी जाती है, यदि X की आवृत्ति 300Hz हो, तो Y की वास्तविक आवृति थी –

(A) 296 Hz (B) 298 Hz (C) 302 Hz (D) 304 Hz.

Answer : **(A)**

Example 19. एक 2.5 g द्रव्यमान तथा 25 cm लम्बी रस्सी जो दोनों सिरों पर बंधी हुई है तनाव की अवस्था में है। एक पाइप जो कि एक सिरे से बंद है, कि लम्बाई 40 cm है। जब रस्सी प्रथम अधिस्वरक में कंपन के लिये व्यवस्थित है तथा पाइप में वायु मूल आवृति में है तब 8 विस्पंद प्रति सेकण्ड सुनाई देते है। यह देखा गया है कि रस्सी में तनाव कम करने पर विस्पंद आवृति घटती है। यदि ध्वनि का वेग में 320 m/s है, तो रस्सी में तनाव ज्ञात करों

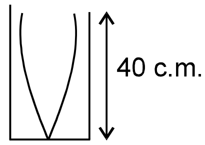
Solution : $\mu = \frac{2.5}{25}$ **=** 0.1 g / cm = 10^{-2} Kg/m



I^{st} प्रथम अधिस्वरक

λ_s = 25 cm = 0.25 m $\Rightarrow$ $f_s = \frac{1}{\lambda_s}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

मूल आवृति में पाइप



λ_p = 160 cm = 1.6 m $\Rightarrow$ $f_p = \frac{V}{\lambda_p}$

$\because$ तनाव कम करने पर विस्पंद आवृति घटती है

$\therefore$ $f_s > f_p$ $\Rightarrow$ $f_s - f_p = 8$

$\Rightarrow \frac{1}{0.25}\sqrt{\frac{T}{10^{-2}}} - \frac{320}{1.6} = 8 \Rightarrow$ T = 27.04 N

Example 20. दो ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्ध्य 49cm तथा 50 cm है। यदि कमरे का तापमान 30 °C है तो उनके द्वारा उत्पन्न विस्पंदों की संख्या लगभग होगी (वायु में ध्वनि का वेग 0^0C पर ताप पर = 332 m/s)

(A) 6 (B) 10 (C) 14 (D) 18

Solution : (C) $v = 332\sqrt{\frac{303}{273}}$

$\Rightarrow$ विस्पंद आवृत्ति $= f_1 - f_2 = v\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 332\sqrt{\frac{303}{273}}\left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50}\right) \times 100 \cong 14$ **Ans.**

12. डॉप्लर प्रभाव :

जब एक ध्वनि/प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षक के मध्य उनको जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश सापेक्ष गति होती है, तो प्रेक्षक द्वारा प्रेक्षित आवृत्ति स्रोत की आवृत्ति से भिन्न होती है। इस घटना को डॉप्लर प्रभाव कहते है। यदि श्रोता एवं स्रोत एक दूसरे की तरफ गति करें तो प्राप्त आवृत्ति स्रोत की आवृत्ति से अधिक होती है तथा यदि श्रोता तथा स्रोत एक दूसरे से दूर गति करे तो प्राप्त आवृत्ति वास्तविक से कम होती है।

(v = ध्वनि का जमीन के सापेक्ष वेग, c = माध्यम के सापेक्ष ध्वनि वेग, v_m = माध्यम का वेग, v_O = श्रोता का वेग, v_s = स्रोत का वेग)

(a) ध्वनि स्रोत गतिमान तथा श्रोता स्थिर है :

यदि एक स्रोत जो f_s आवृत्ति से ध्वनि उत्पन्न करता है, v_s वेग से श्रोता व स्रोत को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश गतिमान है तो

प्रेक्षित आवृत्ति, $f' = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) \cdot n f$ ...(12.1)

तथा आभासी तरंगदैर्ध्य $\lambda' = \lambda\left(\frac{v - v_s}{v}\right)$ ...(12.2)

* उपरोक्त समीकरण में ध्वनि के वेग की दिशा में +ve दिशा लेते है। अर्थात् स्रोत से श्रोता की ओर। अतः v_s धनात्मक होगा, यदि स्रोत श्रोता की तरफ जाए तथा ऋणात्मक होगा यदि उससे दूर जाए।

(b) ध्वनि स्रोत स्थिर है तथा श्रोता v_0 वेग से उनको जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश गतिमान है :

स्रोत (रूका हुआ) 'f' आवृत्ति की ध्वनि उत्पन्न करता है जोकि 'v' वेग से गतिमान है। अतः तरंगदैर्ध्य $\lambda = v/f$, अर्थात् तरंदैर्ध्य में कोई परिवर्तन नहीं होगा। यदि श्रोता v_0 वेग से दोनो को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश चलता है तो प्रेक्षित आवृत्ति

$f' = f\left(\frac{v - v_0}{v}\right)$ ...(12.3)

* ऊपर दिए गए समीकरण में धनात्मक दिशा ध्वनि की चाल की दिशा में लेते है (स्रोत से श्रोता की ओर)। अर्थात् v_O , +ve होगा यदि श्रोता स्रोत से दूर जाए एवं ऋणात्मक होगी यदि श्रोता स्रोत की ओर गतिमान है।

(c) श्रोता व स्रोत दोनों v_0 तथा v_s चाल से इनके मिलाने वाली रेखा के अनुदिश गतिमान है :

प्रेक्षित आवृत्ति, $f' = f\left(\frac{v - v_0}{v - v_s}\right)$ ...(12.4)

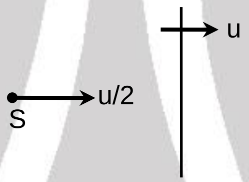
तथा आभासी तरंगदैर्ध्य $\lambda' = \lambda\left(\frac{v - v_s}{v}\right)$ ...(12.5)

* इस समीकरण में भी धनात्मक दिशा ध्वनि की दिशा में ही लेनी है। अर्थात् स्रोत से श्रोता की ओर।
* ऊपर की समीकरण 11.1 से 11.5 तक, v ध्वनि की चाल धरातल के सापेक्ष है।

यदि ध्वनि का वेग माध्यम के सापेक्ष c है तथा माध्यम ध्वनि की दिशा मे स्रोत से श्रोता की ओर v_m, चाल से गतिमान हो तो $v = c + v_m$, तथा यदि माध्यम विपरीत दिशा में गतिमान हो अर्थात् श्रोता से स्रोत की ओर हो तो, $v = c - v_m$

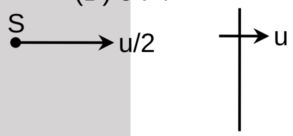
Solved Example

Example 21. एक दीवार u वेग से तथा एक ध्वनि स्त्रोत u/2 वेग से समान दिशा में चित्रानुसार गतिशील है। माना ध्वनि 10u वेग से गति करती है। दीवार पर आपतित तथा दीवार से परावर्तित ध्वनि तरंगदैर्ध्य का अनुपात होगा (माना परावर्तित ध्वनि के लिए प्रेक्षक विरामावस्था में है):



(A*) 9 : 11 (B) 11 : 19 (C) 4 : 5 (D) 5 : 4

Solution :

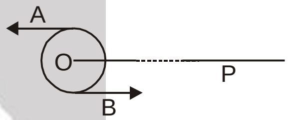


$F^1_{\text{wall (received)}} = \frac{10u - u}{10u - u/2} f = \frac{9u}{9.5u} f \Rightarrow \lambda_1 = \frac{9.5u}{f}$

$F^{11}_{\text{wall (received)}} = \frac{10.u}{10u + u} f^1 = \frac{10u}{11u} \times \frac{9u}{9.5u} f \Rightarrow \lambda_2 = \frac{11u \times 9.5}{9f}$

$= \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{9.5}{11 \times 9.5} \times 9 = \frac{9}{11}$

Example 22. एक सिटी जिसकी आवृत्ति 540 Hz है। 2 ft त्रिज्या के वृत्त पर 15 rad/s की नियत कोणीय चाल से गतिमान है। एक श्रोता जोकि वृत्त के केन्द्र से बहुत अधिक दूरी पर स्थिर खड़ा है के द्वारा सुने जा सकने वाली अधिकतम व न्यूनतम आवृत्ति क्या होगी ? (ध्वनि की गति हवा में = 1100 ft/sec.)



Solution : वृत्त पर नियत कोणीय वेग ω से घूम रही है। अतः सिटी का रेखीय वेग

$v_S = \omega R$

जहां R त्रिज्या

बिन्दु A व B पर वेग v_S रेखा OP के समान्तर होगा अर्थात् श्रोता जो P पर है, सिटी का अधिकतम वेग v_s, बिन्दु P से दूर होगा, बिन्दु A पर तथा B पर P की ओर होगा। (चूंकि दूरी OP, R से बहुत बड़ी है) तथा सिटी OP के अनुदिश गतिमान है) अतः अधिकतम आवृत्ति जोकि श्रोता को सुनाई देगी। जब स्रोत B पर श्रोता की तरफ गतिशील है।

$f_{max} = f\ \frac{v}{v - v_s}$

जहाँ v हवा में ध्वनि का वेग तथा इसी प्रकार न्यूनतम आवृत्ति जब बिन्दु A पर उपस्थित स्रोत, श्रोता से दूर जा रहा है।

$f_{min} = f\frac{v}{v + v_s}$

$f = 540$ Hz, $v_s = 2$ ft × 15 rad/s = 30 ft/s, तथा $v = 1100$ ft/s,

हम प्राप्त करते हैं $v_{max} = 555$ Hz तथा, $v_{min} = 525$ Hz.

Example 23. एक ट्रेन 40 km/hr की गति से एक पहाड़ी की ओर चलती हुई 600 Hz आवृत्ति की सिटी बजाती है, जबकि यह पहाड़ी से 1 km दूर है। 40 km/hr की चाल से हवा भी ट्रेन की गति की दिशा में चल रही है। ज्ञात करें।

(a) पहाड़ी पर बैठे व्यक्ति द्वारा सुनी गई सिटी की आवृत्ति।

(b) पहाड़ी से वह दूरी, जहाँ गाड़ी के ड्राइवर को प्रति ध्वनि सुनाई दे तथा इसकी आवृत्ति। (हवा में ध्वनि की गति = 1200 km/hr)

Solution : धरातल के सापेक्ष ट्रेन पहाड़ी की ओर v_s चाल से गतिशील है। हवा में ध्वनि का वेग अर्थात् ध्वनि की चाल माध्यम के सापेक्ष c है। जबकि हवा स्वंय पहाड़ी की ओर v_m गति (धरातल के सापेक्ष) से चल रही है। एक श्रोता जोकि धरातल पर खड़ा है। जोकि जड़त्वीय सापेक्ष में है के लिए पहाड़ी की ओर ध्वनि की चाल

$v = c + v_m$

(a) श्रोता पहाड़ी पर रूका है जबकि स्रोत उसकी तरफ जाता है। अतः सीटी की उसके द्वारा सुनी आवृत्ति

$$f' = f\frac{v}{v - v_s}$$

f = 600 Hz, v_s = 40 km/hr, तथा V = (1200 + 40) km/hr, के लिए

$$f' = 600 \cdot \frac{1240}{1240 - 40} = 620 \text{ Hz.}$$

(b) ट्रेन पहाड़ी से x दूरी पर सिटी बजाती है तथा आवाज जोकि धरातल के सापेक्ष v चाल से गतिमान है, पहाड़ी तक जाने में t समय लेती है तो

$$t = \frac{x}{v} = \frac{x}{c + v_m} \quad ....(i)$$

पहाड़ी से परावर्तन के बाद ध्वनि तरंग ट्रेन की तरफ मुड़ती है। अब ध्वनि हवा के विपरीत दिशा में गतिमान है। अतः धरातल के सापेक्ष चाल

$v' = c - v_m$

माना कि जब प्रति ध्वनि ट्रेन तक पहुँचती है तो ट्रेन पहाड़ी से x' दूरी पर है। प्रति ध्वनि द्वारा x' दूरी तय करने में लिया समय

$$t' = \frac{x'}{v} = \frac{x'}{c - v_m} \quad ....(ii)$$

इस प्रकार कुल समय (t + t') सिटी बजने तथा प्रति ध्वनि के पुनः ट्रेन तक पहुँचने में गुजरता है। इस समय में ट्रेन नियत चाल V_s से (x – x') दूरी चलती है।

जोकि $x - x' = (t + t')\, v_s$.

समी० (i) व (ii) से t व t' का मान रखने पर

$$x - x' = \frac{v_s}{c + v_m}x + \frac{v_s}{c - v_m}x' \text{ या, } \frac{c + v_m - v_s}{c + v_m}x = \frac{v_s + c - v_m}{c - v_m}x'$$

x = 1 km, c = 1200 km/hr, v_s = 40 km/hr, तथा v_m = 40 km/hr, के लिए

$$\frac{1200 + 40 - 40}{1200 + 40} \times 1 = \frac{40 + 1200 - 40}{1200 - 40}x' \text{ या } x' = \frac{1160}{1240} = 0.935 \text{ km.}$$

अतः जब ट्रेन पहाड़ी से 935 m की दूरी पर है तो प्रति ध्वनि सुनाई देगी।

जब श्रोता जो ट्रेन के साथ गतिमान है। के द्वारा प्रेक्षित प्रति ध्वनि एक स्थिर स्रोत द्वारा उत्पन्न ध्वनि है (अर्थात् पहाड़ी) से। अतः धरातल के सापेक्ष स्रोत स्थिर तथा श्रोता स्रोत की ओर 40 km/hr की चाल से गतिमान है। अतः v_O = – 40 km/hr जबकि परावर्तित ध्वनि हवा के विपरीत दिशा में गति करती है। जबकि प्रति ध्वनि की गति धरातल के सापेक्ष v' है तथा स्रोत (पहाड़ी) f' आवृत्ति की ध्वनि उत्पन्न कर रही है।

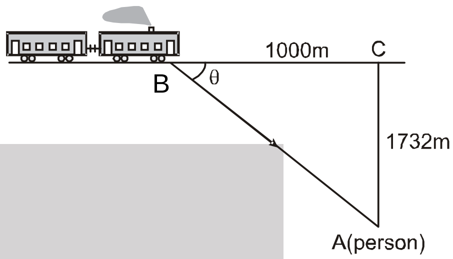
इस प्रकार प्रति ध्वनि की आवृत्ति जोकि ट्रेन में बैठे श्रोता द्वारा सुनी जाएगी।

$$f'' = f'\frac{v' + v_O}{v'} \quad \Rightarrow \quad f'' = \frac{(1160 - (-40))}{1160} \times 620 = 641 \text{ Hz}$$

Example 24. एक ट्रेन (रेलगाड़ी), 72 km/hr की चाल से बिन्दु C की तरफ 640 Hz की आवृत्ति उत्पन्न करती हुई गतिमान है। चित्रानुसार एक व्यक्ति, बिन्दु C से 1732 m की दूरी पर बैठा हुआ है। यदि ध्वनि की चाल 330 m/s है तो व्यक्ति द्वारा सुनी गई आवृत्ति ज्ञात करो।

रेल्वे क्रासिंग की ओर 72 km/h की गति से चलती हुई 1 km की दूरी पर 640 Hz आवृत्ति की अल्प सिटी बजाती है। हवा में ध्वनि का वेग 330 m/s है। एक सड़क क्रोसिंग के लम्बवत् है। क्रासिंग से 1732 m दूर सड़क पर खड़े व्यक्ति द्वारा सुनी गई ध्वनि की आवृत्ति ज्ञात करें।

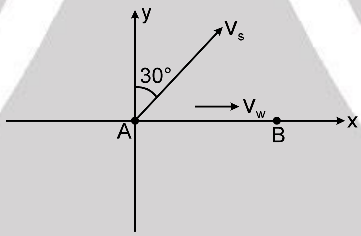
Solution : श्रोता A हवा के सापेक्ष स्थिर है तथा स्रोत 72 km/h की चाल से गतिमान है, अर्थात् 20 m/s



चित्र से स्पष्ट है कि व्यक्ति सिटी की आवाज BA के अनुदिश (जोकि ट्रेक से θ का कोण बनाती है) प्राप्त करता है। जहाँ $\tan\theta = \frac{1732}{1000} = \sqrt{3}$, अर्थात् $\theta = 60^o$, स्रोत के वेग का घटक इस दिशा में $20\cos\theta = 10$ m/s है। चूंकि स्रोत व्यक्ति की ओर इसी वेग से गतिमान है, अतः व्यक्ति द्वारा सुनी गई आवृत्ति

$$\upsilon' = \frac{v}{v - u\cos\theta}\ \upsilon = \frac{330}{330 - 10} \times 640 \text{ Hz} = 660 \text{ Hz.}$$

Example 25. चित्रानुसार एक 510 Hz आवृत्ति का ध्वनि स्रोत नियत वेग v_s = 20 m/s से दी गयी दिशा में गतिमान है। वायु नियत वेग v_w = 20 m/s से एक प्रेक्षक जो कि बिन्दु B पर विराम में है, की तरफ बह रही है। स्रोत द्वारा बिन्दु A पर उत्पन्न ध्वनि की आवृत्ति प्रेक्षक को प्राप्त होगी - (ध्वनि की चाल वायु के सापेक्ष = 330 m/s)



(A) 485 Hz (B) 500 Hz (C) 512 Hz (D) 525 Hz

Answer : **(D)**

Solution : आभासी आवृत्ति $n' = n\ \frac{(u + v_w)}{(u + v_w - v_s\cos 60^\circ)} = \frac{510\ (330 + 20)}{330 + 20 - 20\ \cos 60^\circ} = 510 \times \frac{350}{340} = 525$ Hz **Ans.**

Example 26. एक प्रेक्षक प्रकाश गति की आधी गति से, 10GHz आवृत्ति उत्सर्जित करते हुए एक स्थिर सूक्ष्म तरंग (microwave) स्त्रोत की तरफ जा रहा है। प्रेक्षक द्वारा मापी गयी सूक्ष्म तरंग की आवृत्ति का मान होगा (प्रकाश की चाल = $3 \times 10^8 ms^{-1}$) **[JEE Main 2017 ; 4/120, –1]**

(A) 15.3 GHz (B) 10.1 GHz (C) 12.1 GHz (D) 17.3 GHz

Answer : **(D)**

Solution :

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}} = \sqrt{3}\nu$$

ν' = 10 × 1.73 = 17.3 GHz