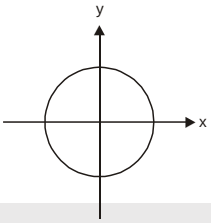
Exercise-1

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

खण्ड (A) : वृत्तीय गति की गतिकी

A-1. चित्र में एक कण की गति का वृत्ताकार पथ दर्शाया गया है। यदि कण का तात्क्षणिक वेग $\vec{v} = (2m/s)\,\hat{i} - (2\ m/s)\,\hat{j}$, है तो किस चतुर्थांश में कण वृत पर (a) दक्षिणावर्त तथा (b) वामावर्त घूम रहा होगा ?



A-2. ✍ घड़ी की मिनट व घण्टे की सुई की कोणीय चालों का अनुपात ज्ञात कीजिए। सेकण्ड की सुई की कोणीय चाल भी ज्ञात करो।

A-3. एक पहिये को एक समान कोणीय त्वरण से अपने अक्ष के प्रति घुमाया जाता है, इसकी प्रारम्भिक कोणीय चाल शून्य है। प्रथम 2 सेकण्ड में यह θ_1 कोण से घूमता है। अगले 2 से० में यह θ_2 कोण से ओर घूमता है। अनुपात θ_2/θ_1 का मान ज्ञात कीजिए।

A-4. वृत्तीय पथ पर गति कर रहे कण के कोणीय विस्थापन का समीकरण $(\theta) = 2t^3 + 0.5$ से व्यक्त किया जाता है यहाँ θ रेडियन में t सेकण्ड मात्रक में है तो इसके प्रारम्भ से 2 सेकण्ड पश्चात् कण का कोणीय वेग ज्ञात कीजिए ?

A-5. एक घड़ी में सेकण्ड की सुई की लम्बाई 1 सेमी है। 15 सेकण्ड में इसके सिरे के वेग में परिवर्तन का परिमाण ज्ञात कीजिए। इस समयान्तराल में औसत त्वरण का परिमाण भी ज्ञात कीजिए ?

खण्ड (B) : त्रिज्यीय एवं स्पर्श रेखीय त्वरण

B-1. एक कण 25 सेमी त्रिज्या के वृत्त में दो घूर्णन प्रति सेकण्ड की समान दर से घूम रहा है। कण का त्वरण मी/से^{2} मात्रक में ज्ञात करो।

B-2. 500 मी. त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर एक कार 30 मी/से० की चाल से गतिमान हैं। इसकी चाल 2 मी/से^{2} की दर से बढ़ रही हैं, इस क्षण कार का त्वरण कितना होगा ?

B-3. ✍ 1.0 cm त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर एक कण $v = 2.0\,t$ चाल से गति करता है, जहाँ v सेमी० /से० में तथा t सैकण्ड में है तो
(a) t = 1 सैकण्ड पर कण का त्रिज्यीय त्वरण ज्ञात कीजिए।
(b) t = 1 सैकण्ड पर कण का स्पर्श रेखीय त्वरण ज्ञात कीजिए।
(c) t = 1 सैकण्ड पर कण के त्वरण का परिमाण ज्ञात कीजिए।

खण्ड (C) : क्षैतिज तल में वृत्तीय गति

C-1. छत से लटकायी गयी 130 सेमी० लम्बी अवितान्य डोरी के दूसरे सिरे पर 200 ग्राम द्रव्यमान का छोटा गोला लटकाया गया है। गोले को 50 सेमी त्रिज्या के क्षैतिज वृत में गति करवायी जाती है। इस शंकु लोलक (Conical pendulum) के आवर्तकाल एवं डोरी में तनाव की गणना कीजिए। ($\pi^2 = 10$)

C-2. ✍ एक मोटर साईकिल चालक, 5 मी० त्रिज्या वाले लकड़ी के कुएं की ऊर्ध्व सतह पर, $5\sqrt{5}$ मी/से० चाल से क्षैतिज तल में मोटरसाइकिल चलाना चाहता है। कुए की दीवार और टायरों के बीच घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (दिया है $g = 10\ m/s^2$)

C-3. एक द्रव्यमान, घर्षणहीन क्षैतिज तल पर रखा है। यह एक डोरी से जुड़ा हुआ है और जड़वत् केन्द्र के परितः ω_0 कोणीय वेग से घूम रहा है। यदि डोरी की लम्बाई एवं कोणीय वेग दो गुने कर दिये जायें, तो डोरी में तनाव का मान ज्ञात कीजिये। पूर्व में यह T_0 था।

C-4. एक छत के पंखे का व्यास (तीनों पंखुड़ियों के बाह्य किनारों से बनने वाले वृत्त का) 120 cm है तथा इसकी अधिकतम चाल 1500 चक्कर प्रति मिनट है। मानाकि इसकी पंखुड़ी के बाह्य किनारे पर 1g द्रव्यमान का कण चिपक जाता है। जब पंखा अधिकतम चाल से घूम रहा हो तो कण पर लगने वाला अधिकतम बल कितना होगा ? कण पर यह बल किसके कारण लगेगा ? पंखुड़ी पर गति के तल में कण कितना बल लगायेगा ?

खण्ड (D) : वक्रता त्रिज्या

D-1. एक गेंद को ऊर्ध्व से θ कोण पर प्रारम्भिक चाल u से प्रक्षेपित किया गया है। उच्चतम स्थिति में पथ के अल्प भाग को लगभग वृत्ताकार चाप मान लीजिये। इस वृत्त की त्रिज्या क्या होगी ? यह त्रिज्या वक्र के उस बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या कहलाती है।

D-2. एक कण क्षैतिज से θ कोण पर प्रारम्भिक चाल u से प्रक्षेपित किया गया है। जहाँ कण का वेग क्षैतिज से $\theta/2$ कोण बनाता हो, उस बिन्दु पर प्रक्षेप्य द्वारा तय किये गये परवलय की वक्रता त्रिज्या क्या होगी

खण्ड (E) : ऊर्ध्व तल में वृत्तीय गति

E-1. एक भारहीन डोरी 30 N तनाव सहन कर सकती है। इससे 0.5 किग्रा. द्रव्यमान का पत्थर बांधकर उर्ध्वतल में 2 मी. त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर घुमाया जाता है। यदि $g = 10$ मी/से^{2} है, तो पत्थर का अधिकतम कोणीय वेग ज्ञात कीजिए।

E-2. एक सरल लोलक ऊर्ध्व तल में दोलन कर रहा है, जब यह माध्य स्थिति से गुजरता है तब रस्सी में तनाव लोलक के भार का तीन गुना है। लोलक की डोरी का ऊर्ध्व नीचे की दिशा से कोणीय विस्थापन का अधिकतम मान कितना होगा।

E-3. a लम्बाई की रस्सी के एक सिरे से एक m द्रव्यमान का छोटा पिण्ड लटक रहा है, जिसका दूसरा सिरा जड़वत है। पिण्ड को निम्नतम बिन्दु पर क्षैतिज वेग u इस प्रकार दिया जाता है कि ऊपरी ऊर्ध्व रेखा से 60° के कोण पर रस्सी ढीली पड़ जाती है। प्रक्षेपण बिन्दु पर डोरी में तनाव ज्ञात कीजिये।

E-4. ℓ लम्बाई की डोरी से बंधी हुई वस्तु ऊर्ध्व वृत्त को इस प्रकार पूरा करती है कि यह शीर्ष बिन्दु को ठीक पार करने में सफल हो जाती है। वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग ज्ञात कीजिए।

खण्ड (F) : वाहन की गति, अपकेन्द्रीय बल तथा पृथ्वी का घूर्णन

F-1. जब सड़क सूखी हो और घर्षण गुणांक μ हो, तो कार की वृत्ताकार पथ पर अधिकतम चाल 10 ms^{-1}. है। यदि सड़क गीली हो जाये ओर घर्षण गुणांक $\mu/2$ हो जाता है। तब अधिकतम सम्भव चाल कितनी होगी ?

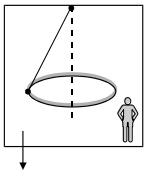
F-2. कार के टायर एवं सड़क के मध्य घर्षण गुणांक 0.4 है। कार की वह अधिकतम चाल ज्ञात कीजिए जिससे कि यह समतल सड़क पर 30 मी० त्रिज्या के वृत्त में सुरक्षित घूम सके। [$g = 10$ m/s^2]

F-3. एक ट्रेन को 400 मी. त्रिज्या वाले वक्र पर घूमना है। 48 किमी./घण्टा की चाल के लिये आंतरिक पटरी की तुलना में बाह्य पटरी को कितना ऊँचा उठाना चाहिये? पटरियों के बीच की दूरी 1 मी. है।

F-4. एक वृत्तीय खेल मैदान जिसकी त्रिज्या 10m है, के चारो ओर सड़क है। यदि एक वाहन 18 km/hr की औसत चाल से इस पर चलता है तो सड़क के लिए उपयुक्त बंकन कोण ज्ञात करो। यदि सड़क क्षैतिज है (बंकित नहीं), घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए , जिससे 18 km/hr चाल से गतिशील स्कूटर नहीं फिसले।

F-5. 1000 m त्रिज्या की वृत्तीय सड़क का बंकन कोण 45° है। 2000 किग्रा. द्रव्यमान की कार के लिए अधिकतम सुरक्षित चाल का मान ज्ञात कीजिए। (सड़क और टायर के बीच घर्षण गुणांक 0.5 है)

F-6. दिए गए चित्र में लिफ्ट नियत मंदन से नीचे की और गति कर रही है। एक प्रेक्षक जो लिफ्ट के अन्दर है, 2 सैकण्ड के आवर्त–काल वाले क्षैतिज वृत्त में चक्कर काट रहे कोनिकल पेंण्डूलम (शंक्वाकार लोलक) को देखता है। वृत के केन्द्र एवम् किलकीत बिन्दु के बीच दूरी 2.0 m है। लिफ्ट का मंदन (m/s^2 में) ज्ञात कीजिए। उपयोग में लें $\pi^2 = 10$ और $g = 10\ m/s^2$



F-7. 36 km/h चाल से गतिशील वाहनों के लिये बंकित किये गये एक मोड़ की त्रिज्या 20 m है। यदि टायरों तथा सड़क के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान 0.4 है, तो वाहन की चाल के सम्भव मान क्या हो सकते है कि वाहन न तो नीचे और न ही ऊपर की ओर से फिसले।

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

खण्ड (A) : वृतीय गतिकी

A-1. दो कारें जिनके द्रव्यमान m_1 व m_2 है, क्रमशः r तथा 2r त्रिज्या के वृत्त में गतिशील है। उनकी कोणीय चालें समान है। इन कारों द्वारा एक परिक्रमण पूर्ण करने में लगे समय का अनुपात होगा ?

(A) $m_1 : m_2$ (B) 1 : 2 (C) 1 : 1 (D) $m_1 : 2m_2$

A-2. एक पहिया विरामावस्था में है। इसका कोणीय वेग समय के साथ एकसमान रूप से बढ़ता है और 5 सेकण्ड पश्चात् 80 रेडियन प्रति सेकण्ड हो जाता है। इसका कुल कोणीय विस्थापन होगा –

(A) 800 rad (B) 400 rad (C) 200 rad (D) 100 rad

A-3. एक कण $\left(\frac{20}{\pi}\right)$ मी. त्रिज्या के वृत्त के अनुदिश नियत परिमाण के स्पर्श रेखीय त्वरण के साथ गति कर रहा है। गति प्रारम्भ करने के पश्चात् 2 चक्कर पूरे कर लेने पर इसकी चाल 80 मी/से. हो जाती है। स्पर्श रेखीय त्वरण का मान है।–

(A) $160\ \pi\ m/s^2$ (B) $40\ \pi\ m/s^2$ (C) $40\ m/s^2$ (D) $640\ \pi\ m/s^2$

A-4. नियत चाल से वृत्तीय गति के लिए :

(A) वेग तथा त्वरण दोंनो नियत रहते है। (B) वेग नियत रहता है, किन्तु त्वरण परिवर्तित होता है।

(C) त्वरण नियत रहता है किन्तु वेग परिवर्तित होता है। (D) वेग एवं त्वरण दोंनो ही परिवर्तित होते है।

खण्ड (B) : त्रिज्यीय एवं स्पर्श रेखीय त्वरण

B-1. दो कण P एवं Q किसी घूमती चकती के अक्ष से क्रमशः r_P व r_Q दूरी पर इस प्रकार स्थित है कि $r_P > r_Q$ तो ?

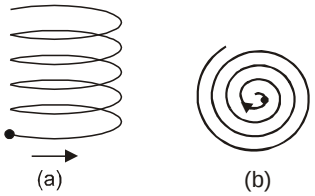
(A) P व Q दोनों का त्वरण समान होगा। (B) P व Q दोनों में ही त्वरण नहीं होगा।

(C) P का त्वरण Q से अधिक होगा। (D) Q का त्वरण P से अधिक होगा।

B-2. माना कि a_r एवं a_t त्रिज्यीय तथा स्पर्श रेखीय त्वरण को व्यक्त करते है। कण की गति वृत्तीय हो सकती है, यदि–

(A) $a_r = 0, a_t = 0$ (B) $a_r = 0, a_t \neq 0$ (C) $a_r \neq 0, a_t = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

B-3. एक कण नियत चाल से चित्रानुसार अलग–अलग कुण्डलीनुमा व सर्पिलाकार पथों पर गतिशील है – (स्थिति (a) में ऊर्ध्वाधर दिशा में कण का त्वरण नगण्य है।)



(A) दोनों स्थितियों में कण का वेग नियत है। (B) दोनों स्थितियों में कण के त्वरण का परिमाण नियत है।

(C) स्थिति (a) में त्वरण का परिमाण नियत तथा स्थिति (b) में घट रहा है।

(D) दोनों स्थितियों में कण के त्वरण का परिमाण निरन्तर कम हो रहा है।

B-4. यदि समान द्रव्यमान वाले दो कणों के वृत्ताकार पथों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तो समान अभिकेन्द्रीय बल के लिए इनकी चालों का अनुपात होगा –

(A) 1 : 4 (B) 4 : 1 (C) 1 : $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}$: 1

खण्ड (C) : क्षैतिज तल में वृत्तीय गति

C-1. 144 मी. लम्बी रस्सी से एक 16 किग्रा द्रव्यमान के पत्थर को बाँध कर चिकने क्षैतिज तल में घुमाया जाता है। डोरी की अधिकतम तनाव सहन क्षमता 16 N न्यूटन है। डोरी के बिना टूटे, पत्थर के परिक्रमण की अधिकतम चाल है –

(A) 20 ms^{-1} (B) 16 ms^{-1} (C) 14 ms^{-1} (D) 12 ms^{-1}

C-2. एक चिकने क्षैतिज तल पर डोरी की सहायता से 2 किग्रा. द्रव्यमान को क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है। इसकी प्रारम्भिक कोणीय चाल 5 चक्कर/मिनट है। त्रिज्या नियत रखकर डोरी में तनाव दो गुना करने पर नयी कोणीय चाल लगभग होगी–

(A) 14 चक्कर/मिनट (B) 10 चक्कर/मिनट (C) 2.25 चक्कर/मिनट (D) 7 चक्कर/मिनट

C-3. एक समान रूप से घूर्णन गति कर रही घूर्णी मेज पर m द्रव्यमान का एक कण स्थिर रखा हुआ है। जमीन से देखने पर, कण वृत्ताकार पथ पर गतिमान दिखाई देता है, इसकी चाल 10 cm/s तथा त्वरण 10 cm/s^2 है। कण को विस्थापित करके इसकी त्रिज्या का मान मूल त्रिज्या का आधा कर दिया जाता है। इसकी नयी चाल तथा त्वरण के मान है –

(A) 20 cm/s, 20 cm/s^2 (B) 5 cm/s, 5 cm/s^2 (C) 40 cm/s, 10 cm/s^2 (D) 40 cm/s,40 cm/s^2

C-4. घूर्णन कर रही एक घूर्णी मेज के केन्द्र से 16 cm दूर रखा हुआ एक सिक्का ठीक फिसलने की स्थिति में है। यदि घूर्णी मेज का कोणीय वेग दुगना कर दिया जाये तो यह निम्न दूरी पर ठीक फिसलने की स्थिति में होगा –

(A) 1 cm (B) 2 cm (C) 4 cm (D) 8 cm

C-5. L लम्बाई की एक छड़ एक सिरे पर किलकित करके क्षैतिज तल में नियत कोणीय वेग से घूर्णित की जाती है। माना कि किलकित बिन्दु से L/4 तथा 3L/4 दूरियों पर तनाव T_1 तथा T_2 है –

(A) $T_1 > T_2$ (B) $T_2 > T_1$ (C) $T_1 = T_2$

(D) T_1 तथा T_2 के मध्य सम्बंध इस पर निर्भर करेगा कि छड़ दक्षिणावर्ती अथवा वामावर्ती घूर्णन कर रही है।

खण्ड (D) : वक्रता त्रिज्या

D-1. एक पत्थर u चाल से, θ प्रक्षेपण कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। t = 0 पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

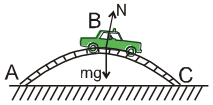
(A) $\frac{u^2\cos^2\theta}{g}$ (B) $\frac{u^2}{g\sin\theta}$ (C) $\frac{u^2}{g\cos\theta}$ (D) $\frac{u^2\sin^2\theta}{g}$

D-2. द्रव्यमान m का एक कण नियत वेग $\vec{v}$ से चिकनी क्षैतिज सतह पर गतिशील है। एक नियत बल $\vec{F}$, कण पर वेग v के लम्बवत् लगना प्रारम्भ होता है। बल F के लगने के बाद वक्रता त्रिज्या है। :

(A) $\frac{mv^2}{F}$ (B) $\frac{mv^2}{F\cos\theta}$ (C) $\frac{mv^2}{F\sin\theta}$ (D) इनमें से कोई नहीं

खण्ड (E) : उर्ध्व तल में वृत्तीय गति

E-1. एक कार R त्रिज्या के पुल पर नियत चाल से जा रही है जब कार पुल पर बिन्दु B से C की ओर नीचे उतरती है। तो इस पर अभिलम्ब बल



(A) बढ़ेगा। (B) घटेगा। (C) नियत रहेगा। (D) पहले बढ़ेगा फिर घटेगा।

E-2. सर्कस में एक आदमी R त्रिज्या के ऊर्ध्व वृत्त में मोटर साइकिल चलाता है। पथ के शीर्ष बिन्दु पर न्यूनतम चाल होगी–

(A) $\sqrt{2gR}$ (B) 2gR (C) $\sqrt{3gR}$ (D) $\sqrt{gR}$

E-3. एक कण ऊर्ध्व वृत्त में घूम रहा है। ऊर्ध्वाधर नीचे की दिशा से 30° तथा 60° के कोण पर रस्सियों में तनाव क्रमशः T_1 तथा T_2 है। तो

(A) $T_1 = T_2$ (B) $T_2 > T_1$ (C) $T_1 > T_2$

(D) डोरी में तनाव सदैव समान रहेगा।

E-4. एक बाल्टी को रस्सी से बांधकर ऊर्ध्व वृत्त में घुमाया जाता है। पथ के शीर्ष बिन्दु पर बाल्टी उल्टी हो जाती है, फिर भी बाल्टी का पानी नीचे नहीं गिरता है। इस स्थिति में सही विकल्प का चयन करो। यदि शीर्ष बिन्दु पर चाल v है।

(A) $mg = \frac{mv^2}{r}$ (B) mg, $\frac{mv^2}{r}$ से ज्यादा है।

(C) mg, $\frac{mv^2}{r}$ से ज्यादा नहीं है। (D) mg, $\frac{mv^2}{r}$ से कम नहीं है।

खण्ड (F) : वाहन की गति, अपकेन्द्रीय बल तथा पृथ्वी का घूर्णन

F-1. विषुवत रेखा पर, ट्रेन A पूर्व से पश्चिम की ओर तथा समान द्रव्यमान की ट्रेन B पश्चिम से पूर्व की ओर पृथ्वी के सापेक्ष समान चाल से गतिशील है। पटरी द्वारा ट्रेन A पर अभिलम्ब बल N_1 तथा ट्रेन B पर N_2 है –

(A) $N_1 > N_2$ (B) $N_1 < N_2$ (C) $N_1 = N_2$

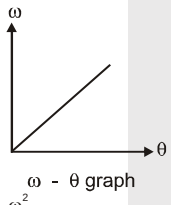
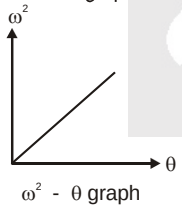
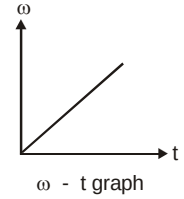
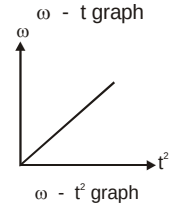
(D) N_1 तथा N_2 के मध्य सम्बन्ध व्यक्त करने के लिये दी गई सूचना अपर्याप्त है।

F-2. अगर विषुवत रेखा पर वस्तुओं का आभासी भार शून्य हो तो पृथ्वी को किस कोणीय वेग से घूमना होगा –

(A) $\sqrt{\frac{g}{R}}$ rad/sec (B) $\sqrt{\frac{2g}{R}}$ rad/sec (C) $\sqrt{\frac{g}{2R}}$ rad/sec (D) $\sqrt{\frac{3g}{2R}}$ rad/sec

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. स्तम्भ-I में दी गई स्थिति कण की वृत्तीय गति का ग्राफ बताता है। यहाँ चर ω, θ तथा t क्रमशः कोणीय चाल (किसी समय t पर), कोणीय विस्थापन (समय t में) तथा समय को दर्शाते है। स्तम्भ-II में कुछ परिणाम के निष्कर्ष दिए गये है। स्तम्भ-I में दिये गये आरेख को उनके संगत कथनों (स्तम्भ-II) से सुमेलित कीजिये व अपने उत्तरों को OMR में दी गई 4 × 4 की मेट्रिक्स में उचित बुलबुलों को गहरा कर दीजिए।

कॉलम - I	**कॉलम -II**
(A)  ω - θ graph	(p) कण का कोणीय त्वरण एकसमान है।
(B)  ω² - θ graph	(q) कण का कोणीय त्वरण असमान है।
(C)  ω - t graph	(r) कण का कोणीय त्वरण, 't' के सीधे समानुपाती है।
(D)  ω - t² graph	(s) कण का कोणीय त्वरण, θ के सीधे समानुपाती हैं।

2. एक कण वृत्त की परिधि पर चाल $v = 2t^2$ से गति कर रहा है। वृत्त की त्रिज्या R है। स्तम्भ-I में दी गई राशियों को स्तम्भ-II में परिणामों से सुमेलित करिये।

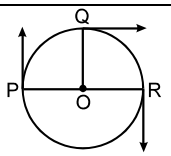
कॉलम - I	**कॉलम -II**
(A) कण के स्पर्शरेखीय त्वरण का परिमाण	(p) समय के साथ घटता है।
(B) कण के अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण	(q) समय के साथ बढ़ता है।
(C) कण की कोणीय चाल (वृत्त के केन्द्र के सापेक्ष) का परिमाण	(r) नियत रहता है।
(D) कण के कुल त्वरण सदिश तथा अभिकेन्द्रीय त्वरण सदिश के मध्य कोण	(s) त्रिज्या R के मान पर निर्भर करता है।

Exercise-2

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (SINGLE CORRECT QUESTIONS)

1. तीन बिन्दुवत कण P, Q, R एक r त्रिज्या के वृत्त में भिन्न परन्तु नियत चालों से गति करते है। वे t = 0 पर चित्र में प्रदर्शित उनकी प्रारम्भिक स्थितियों से गति करना प्रारम्भ करते है। P, Q व R के कोणीय वेग (रेडियन/सैकण्ड में) क्रमशः 5π, 2π व 3π समान दिशा में है। कितने समयान्तराल बाद वे मिलते है।

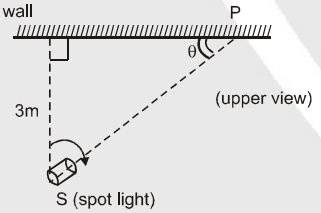


(A) 2/3 sec (B) 1/6 sec (C) 1/2 sec (D) 3/2 sec

2. R त्रिज्या के वृत्त पर चलते हुए कण की गतिज ऊर्जा K, की तय की गयी दूरी s पर निर्भरता $K = as^2$ के अनुसार है, जहाँ a एक धनात्मक स्थिरांक है। कण पर लग रहा कुल बल है–

(A) $2a\frac{s^2}{R}$ (B) $2as\left(1+\frac{s^2}{R^2}\right)^{1/2}$ (C) 2 as (D) $2a\frac{R^2}{s}$

3. एक स्पॉट लाइट S, नियत कोणीय वेग 0.1 रेडियन/से. के साथ क्षैतिज तल में घूमती है। लाइट स्पॉट P, 3 मी. दूर स्थित दीवार के अनुदिश गति करता है। जब $\theta = 45°$ है तो स्पॉट P का वेग कितना है –



(A) 0.6 m/s (B) 0.5 m/s (C) 0.4 m/s (D) 0.3 m/s

4. वृत्तीय गति कर रहे कण का किसी समय पर वेग और त्वरण क्रमशः $\vec{v} = 2\hat{i}$ m/s और $\vec{a} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s² है। वृत्तीय पथ की त्रिज्या होगी –

(A) 1m (B) 2m (C) 3m (D) 4m

5. R त्रिज्या के वृत्त पर एक कण मंदित गति करता है जिससे किसी भी समय कण के लिए स्पर्शी और अभिकेन्द्रिय त्वरणों का परिमाण बराबर है। प्रारम्भिक स्थिति में t = 0 पर कण की चाल v_0 है तो

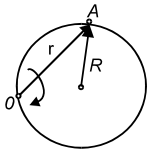
(i) कण की चाल तय की गई दूरी s के फलन के रूप में होगी।

(A) $v = v_0 e^{-s/R}$ (B) $v = v_0 e^{s/R}$ (C) $v = v_0 e^{-R/s}$ (D) $v = v_0 e^{R/s}$

(ii) कण का कुल त्वरण, वेग के फलन के रूप में होगा।

(A) $a = \sqrt{2}\frac{v^2}{R}$ (B) $a = \frac{v^2}{R}$ (C) $a = \frac{2v^2}{R}$ (D) $a = \frac{2\sqrt{2}\ v^2}{R}$

6. एक कण A, R = 50 सेमी त्रिज्या के वृत्त पर चित्रानुसार इस तरह गति करता है कि जडवत् बिन्दु O के सापेक्ष त्रिज्यीय सदिश r नियत कोणीय वेग $\omega = 0.40$ रेडियन/से. के साथ घूमता है। कण के वेग का परिमाण v तथा कुल त्वरण a के परिमाण के मान होंगे ?



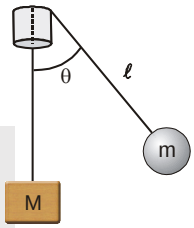
(A) v = 0.4 मी/से, a = 0.4 मी/से^{2} (B) v = 0.32 मी/से, a = 0.32 मी/से^{2}

(C) v = 0.32 मी/से, a = 0.4 मी/से^{2} (D) v = 0.4 मी/से, a = 0.32 मी/से^{2}

7. एक लड़का 1.2 मी. लम्बी डोरी की सहायता से एक पत्थर को जमीन से 1.8 मी. ऊपर क्षैतिज वृत में घुमाता है। पत्थर घूमाते डोरी टूट जाती है और पत्थर क्षैतिज दिशा में उड़ कर 9.1 मी. (क्षैतिज परास) दूर जमीन से टकराता है। वृत्तीय गति के दौरान अभिकेन्द्रीय त्वरण (लगभग) कितना था – ($g = 9.8$ m/s^2 लें)

(A) 94 m/s^2 (B) 141 m/s^2 (C) 188 m/s^2 (D) 282 m/s^2

8. एक भारी द्रव्यमान M हल्की रस्सी से स्थिर रूप से लटक रहा है तथा रस्सी का दूसरा सिरा चिकनी जड़वत् वलय से गुजारने के बाद छोटे द्रव्यमान m से बंधा है, जो क्षैतिज वृत्तीय पथ में घूम रहा है। यदि m से ट्यूब के ऊपरी सिरे तक रस्सी की लम्बाई ℓ और रस्सी के इस भाग तथा रस्सी के ऊर्ध्वाधर भाग के बीच कोण θ है, (चित्रानुसार) तो m द्वारा एक चक्कर लगाने में लिये गये समय का मान होगा :



(A) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\sin\theta}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\cos\theta}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m\ \ell}{g\ M\sin\theta}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{\ell\ m}{g\ M}}$

9. तीन एक समान कण चित्रानुसार एक धागे से जुड़े हुए है। तीनों कण बिन्दु O के चारों तरफ चिकने क्षैतिज तल पर घूम रहे है। यदि सबसे बाहर वाले कण का वेग v_0 हो, तो धागे के तीनों भागों में तनाव का अनुपात होगा (रस्सी को हमेशा सीधी मानिए)

(A) 3 : 5 : 7 (B) 3 : 4 : 5 (C) 7 : 11 : 6 (D) 6 : 5 : 3

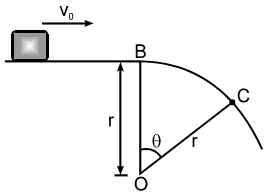
10. जब a लम्बाई की बिना खिंची हुई डोरी से बंधी हुई खिलौना गाड़ी को क्षैतिज चिकनी मेज पर घुमाया जाता है तो क्षैतिज वृत्त की त्रिज्या 2a एवं आवर्तकाल T प्राप्त होता है। अब खिलौना गाड़ी की चाल, क्षैतिज वृत की त्रिज्या 3a और आवर्तकाल T' होने तक बढ़ायी जाती है। यदि हुक का नियम लागू रहता है (घर्षण नगण्य है) तो–

(A) $T' = \sqrt{\frac{3}{2}}\,T$ (B) $T' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)T$ (C) $T' = \left(\frac{3}{2}\right)T$ (D) $T' = T$

11. 1 किग्रा द्रव्यमान के पत्थर को $L = \frac{10}{3}$ मी. लम्बी अवितान्य डोरी से बांधकर ऊर्ध्व तल में वृत्ताकार पथ पर घुमाया जाता है। डोरी में अधिकतम तनाव और न्यूनतम तनाव का अनुपात 4 है। यदि g का मान 10 मी/से^{2} माना जाये तो वृत्त के शीर्षतम बिन्दु पर पत्थर की चाल होगी –

(A) 10 m/s (B) $5\sqrt{2}$ m/s (C) $10\sqrt{3}$ m/s (D) 20 m/s

12. एक छोटा घर्षणरहित गुटका क्षैतिज सतह पर चित्रानुसार वेग $0.5\sqrt{gr}$ से फिसलता है। गुटका बिन्दु C पर सतह को छोड़ देता है। चित्र में कोण θ है :



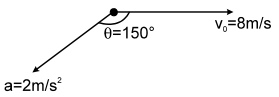
(A) $\cos^{-1}(4/9)$ (B) $\cos^{-1}(3/4)$ (C) $\cos^{-1}(1/2)$ (D) उपर्युक्त कोई नही।

13. m द्रव्यमान के गोले को ℓ लम्बाई के धागे से लटकाकर ऊर्ध्वतल में दोलन करवाया जाता है, इसका कोणीय आयाम θ_0 है। दोलन के दौरान जब धागा ऊर्ध्व से θ कोण बनाता है, तब इसमें तनाव कितना होगा ? यदि धागा अधिकतम 2 mg भार तनाव सहन कर सकता है तो गोले के दोलन का अधिकतम आयाम कितना हो सकता कि धागा टूटे नहीं ?

(A) $3\,mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_0$, $\theta_0 = 60^0$ (B) $3\,mg\cos\theta + 2mg\cos\theta_0$,, $\theta_0 = 60^0$

(C) $2mg\cos\theta - 3mg\cos\theta_0$, $\theta_0 = 30^0$ (D) $2mg\cos\theta + 3mg\cos\theta_0$,, $\theta_0 = 30^0$

14. चित्र में एक बिन्दु द्रव्यमान की गति के प्रारम्भिक क्षण के वेग तथा त्वरण दर्शाये गये है। यदि वस्तु का (बिन्दु द्रव्यमान) त्वरण सदिश नियत रहता है तो वस्तु के पथ की न्यूनतम वक्रता त्रिज्या है–



(A) 2 meter (B) 4 meter (C) 8 meter (D) 16 meter.

15. एक कण को मीनार के शीर्ष से क्षैतिज दिशा में वेग v_0 से फेंका जाता है। यदि किसी क्षण इसका वेग v हो, तो इस क्षण पर कण के पथ की वक्रता त्रिज्या (जहां पर उस क्षण कण है) निम्न के समानुपाती होगी।

(A) v^3 (B) v^2 (C) v (D) 1/v

16. एक दौडने वाली कार b त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर गति करती है। कार विराम से चलना शुरू करती है तथा इसकी चाल नियत दर α से बढ़ती है। माना t समय पर वेग तथा त्वरण के बीच कोण θ है, तो $(\cos\theta)$ है :

(A) 0 (B) $\alpha t^2/b$ (C) $\dfrac{b}{\left(b+\alpha t^2\right)}$ (D) $\dfrac{b}{\left(b^2+\alpha^2 t^4\right)^{\frac{1}{2}}}$

भाग - II : संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)

1. एक ठोस वस्तु एक स्थिर अक्ष के परितः मंदित होते हुए कोणीय मन्दन $\beta \propto \sqrt{\omega}$ से घूम रही है, यहाँ ω कोणीय वेग है। यदि प्रारम्भ में इसका कोणीय वेग ω_0 हो तो घूर्णन के पूरे समय के दौरान जब तक कि यह विरामावस्था पर नही आ जाता, वस्तु का औसत कोणीय वेग $\dfrac{\omega_0}{n}$ है जहाँ n होगा।

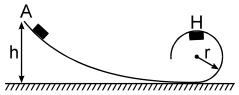
2. एक कण वृत पर दक्षिणावर्ती गति कर रहा है, जिसकी त्रिज्या 1 मी. और केन्द्र (x, y) = (1मी., 0) पर है। यह समय t = 0 पर मूल बिन्दु से गति प्रारम्भ करता है। इसकी चाल $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ मी/से^{2} की नियत दर से बढ़ रही है। यदि t = 2 sec पर परिणामी त्वरण $\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\left(1+N\pi^2\right)}$ है तो N का मान क्या होगा ?

3. दो कण A और B समान चाल v के साथ R त्रिज्या के वृत्त पर वामावर्त गति करते हुए परस्पर व्यासतः अभिमुख हैं। t = 0 पर A को नियत परिमाण का स्पर्श रेखीय त्वरण $a_t = \dfrac{72v^2}{25\pi R}$ प्रदान किया जाता है। यदि : A को B से टकराने में लगा समय $\dfrac{5\pi R}{N_1 v}$ है तो इस समय अंतराल में A द्वारा तय किया गया कोण $\dfrac{11\pi}{N_2}$ है इसका कोणीय वेग $\dfrac{17v}{N_3 R}$ तथा टक्कर के समय त्रिज्यीय त्वरण $\dfrac{289\ v^2}{5RN_4}$ है तब $N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ का मान ज्ञात करो।

4. $R = 2\sqrt{2}$ m त्रिज्या के एक बेलनाकार कमरे की दीवार पर एक m=1kg द्रव्यमान का पिण्ड क्षैतिज वृत्ताकार पथ पर गति करता है। जिस कमरे में यह पिण्ड घूम रहा है, उसका फर्श घर्षण रहित है, किन्तु पिण्ड तथा दीवार के मध्य घर्षण μ= 1. है। पिण्ड को आरम्भिक चाल v_0 प्रदान की गई है। यदि किसी क्षण पर चाल v = 2m/s है तब उस क्षण पर ब्लॉक के परिणामी त्वरण की गणना कीजिए (m/s^2 में)।

5. एक $R = \sqrt{27}$ मीटर त्रिज्या की वृत्ताकार क्षैतिज सड़क पर एक कार विराम से प्रारम्भ होकर $\frac{dv}{dt} = a = 1\ m/s^2$ की नियत दर से बढ़ती हुई चाल से गतिशील है। सड़क तथा टायर के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = 0.2$ है। वह समय ज्ञात करिये जिस पर कार फिसल जायेगी।

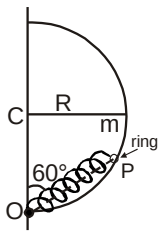
6. m = 0.5 kg द्रव्यमान का एक छोटा पिण्ड एक चिकने नततल पर, विरामावस्था से चित्र में दर्शाये अनुसार फिसलना प्रारम्भ करता है। ($g = 10\ m/s^2$)



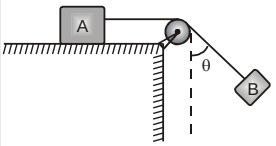
यदि पिण्ड को वृतिय गति पूर्ण करने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊँचाई की दुगनी ऊँचाई h से छोड़ा जाये तो स्थिति H में पिण्ड पर लगने वाले परिणामी बल का मान न्यूटन में ज्ञात कीजिए।

7. एक सरल लोलक के निलम्बन बिन्दु से ठीक ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कुछ दूरी पर एक कील स्थित है। लोलक को उस स्थिति से छोड़ा जाता है जब इसकी डोरी ऊर्ध्व से 60° कोण बनाती है। यदि कील की निलम्बन बिन्दु से दूरी $\frac{x}{10}$ इस प्रकार है कि गोलक कील के परितः केन्द्र मानकर ठीक पूर्ण चक्कर करता हो तब x का मान ज्ञात करो। माना सरल लोलक की लम्बाई 1m है।

8. चित्रानुसार ऊर्ध्वाधर तल में स्थित R त्रिज्या के चिकने अर्द्धवृत्ताकार तार के पथ पर (3R/4) सामान्य लम्बाई की द्रव्यमानहीन स्प्रिंग का एक सिरा तार के निम्नतम बिन्दु O से जुड़ा है। एक m द्रव्यमान का छोटा छल्ला जो कि तार पर फिसल सकता है, स्प्रिंग के दूसरे सिरे से जुड़ा हुआ है। छल्ला P बिन्दु पर स्थिर है तथा इस स्थिति में स्प्रिंग ऊर्ध्वाधर से 60° का कोण बनाती है। स्प्रिंग का बल नियतांक K = mg/R है। जब छल्ले को छोड़ा जाता है तो इस स्थिति पर यदि छल्ले का स्पर्श रेखीय त्वरण $\frac{x\sqrt{3g}}{8}$ है तथा अभिलम्ब प्रतिक्रिया $\frac{y\ mg}{8}$ है तो x + y का मान ज्ञात करो।



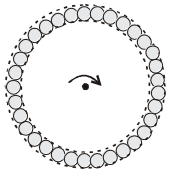
9. समान द्रव्यमान m के दो कण A व B द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़े हैं। कण A खुरदरी टेबल पर रखा है। रस्सी चिकनी तथा छोटी खूंटी से गुजरती है। कण B को ऊर्ध्वाधर से $\angle\theta$ कोण बनाती हुई स्थिति से मुक्त किया जाता है यदि कण A तथा टेबल के बीच न्यूनतम घर्षण गुणांक $\mu_{min} = 3 - N\cos\theta$ है जिससे कि कण B की गति के दौरान कण A नहीं फिसलें तब N का मान ज्ञात करो।



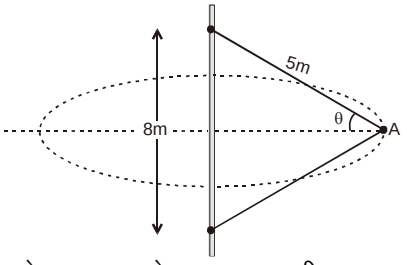
10. एक कण समतल पथ y (x) के अनुदिश v वेग जिसका परिमाण नियत है, से गति करता है। बिन्दु x = 0 पर कण के पथ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात करो यदि पथ का रूप परवलय $y = \frac{1}{10}x^2$ हो

11. m द्रव्यमान का कण, ℓ लम्बाई की डोरी की सहायता से एक स्थिर आधार से लटकाया गया है इस को अचानक क्षैतिज दिशा में $v_0 = \sqrt{3g\ell}$ वेग प्रदान किया जाता है। जब कण का त्वरण डोरी से 45° कोण पर झुका हुआ हो तो डोरी द्वारा ऊर्ध्व से बनाया गया कोण (डिग्री में) ज्ञात कीजिए।

12. m = 3kg द्रव्यमान तथा ℓ = 1m लम्बाई की समरूप धात्विक जंजीर वृत्तीय लूप के रूप में n = 5 चक्कर प्रति सेकण्ड की दर से घूर्णन कर रही है। जंजीर में तनाव T (न्यूटन में) ज्ञात करो।



13. 4 किग्रा द्रव्यमान का पिण्ड दो समान लम्बाई की डोरियों की सहायता से एक ऊर्ध्व छड़ से जुड़ा हुआ है। जब यह निकाय छड़ की अक्ष के परितः एकसमान रूप से घूर्णन करता है तो डोरियाँ चित्र में दर्शाये अनुसार तन जाती है। यदि ऊपरी तथा निचली डोरीयों में तनाव क्रमशः 200 न्यूटन तथा 10x न्यूटन है तथा कण का कोणीय वेग $\sqrt{\frac{y}{2}}$ है, तो x + y का मान होगा।



14. 36 km/h की चाल से 10 m त्रिज्या के वृत्ताकार मोड़ पर घूम रही एक कार की छत से एक लोलक लटकाया गया है। यदि घुमाव लेने के दौरान लोलक की डोरी का ऊर्ध्वाधर से कोण परिवर्तित नहीं होता है तो कोण का मान डिग्री में ज्ञात कीजिए। दिया गया है $g = 10\ m/s^2$.

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार(ONE OR MORE THAN ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. एक पत्थर को समय t = 0 sec पर धरातल से प्रक्षेपित किया जाता है तथा प्रक्षेपण के समय वेग के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक क्रमशः 10 m/s तथा 20 m/s है तो वह समय क्या होगा जब पत्थर के त्वरण के स्पर्शरेखीय तथा अभिलम्ब घटक परिमाण में बराबर होंगे। $g = 10\ m/s^2$. (हवा के घर्षण को नगण्य मानें)

(A) 1/2 sec (B) 1 sec (C) 3 sec (D) 4 sec.

2. एक भारी कण 1.6 m लम्बाई की रस्सी के एक सिरे A पर जोड़ा जाता है तथा दूसरा सिरा O (स्थिर) है। यह एक शंकवाकार लोलक (conical pendulum) की तरह घूर्णन गति करता है, जिसका ऊर्ध्वाधर से कोण 60^o है, तब $(g = 9.8\ m/s^2)$

(A) इसका घूर्णनकाल $\frac{4\pi}{7}$ सैकण्ड होगा। (B) रस्सी में तनाव कण के भार का दुगुना होगा।

(C) कण की चाल = $2.8\sqrt{3}$ m/s होगी। (D) कण का अभिकेन्द्रीय त्वरण $9.8\sqrt{3}\ m/s^2$ होगा।

3. r त्रिज्या के वृत्ताकार क्षैतिज पथ पर M द्रव्यमान की एक कार गतिशील है। किसी क्षण पर इसकी चाल v है तथा स्पर्श रेखीय त्वरण a है –

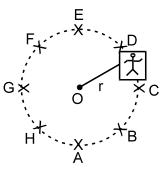
(A) कार का त्वरण, पथ के केन्द्र की ओर है।

(B) कार पर लग रहे घर्षण बल का परिमाण $\frac{mv^2}{r}$ से अधिक है।

(C) कार एवं जमीन के मध्य घर्षण गुणांक का मान a/g से कम नहीं है।

(D) कार एवं जमीन के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = \tan^{-1}\frac{v^2}{rg}$ है।

4. मनोरंजन पार्क में एक मशीन की भुजा के एक सिरे पर पिंजरा है तथा दूसरा सिरा O पर कीलकित है। पिंजरा r त्रिज्या के उर्ध्व वृत्त (ABCDEFGH) में O के परितः नियत रेखीय चाल $v = \sqrt{gr}$ से घूमता है। पिंजरे को इस प्रकार जोड़ा गया है कि w भार का आदमी पिंजरे के अन्दर रखी भार मशीन पर हमेशा उर्ध्वाधर रहता है तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सत्य हैं।



(A) प्रत्येक स्थिति में मशीन पर उसके भार का पाठ्यांक समान होगा।

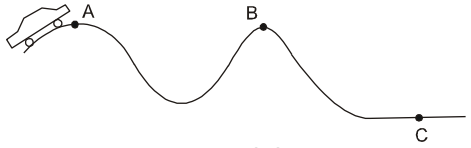
(B) A पर मशीन का पाठ्यांक, E पर मशीन के पाठ्यांक से 2w ज्यादा होगा।

(C) G पर मशीन का पाठ्यांक = w

(D) E और A पर भार पाठ्यांक का अनुपात शून्य होगा।

(E) A और C पर भार पाठ्यांक, का अनुपात 2 होगा।

5. चित्रानुसार सड़क पर एक कार नियत चाल से गतिशील है। जब यह बिन्दुओं A, B तथा C पर होती है तो कार पर सड़क द्वारा आरोपित अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल क्रमशः N_A, N_B तथा N_C है तब –



(A) $N_A = N_B$ (B) $N_A > N_B$ (C) $N_A < N_B$ (D) $N_C > N_A$

6. माना कि पृथ्वी 30 km/s की नियत चाल से सूर्य के चारों ओर वृत्ताकार पथ पर परिक्रमा करती है –
(A) एक वर्ष के दौरान पृथ्वी का औसत वेग शून्य है।
(B) एक वर्ष के दौरान पृथ्वी की औसत चाल शून्य है।
(C) वर्ष के प्रथम 6 महिने के दौरान औसत त्वरण शून्य है।
(D) पृथ्वी का तात्क्षणिक त्वरण सूर्य की ओर इंगित रहता है।

7. 36 km/hr चाल के लिये बंकित r त्रिज्या की वृत्तीय सड़क पर m द्रव्यमान की कार गति करने का प्रयास करती है। सड़क तथा टायरों के मध्य घर्षण गुणांक नगण्य है –
(A) कार फिसले बिना नहीं घूम सकती है।
(B) यदि कार 36 km/hr, से कम चाल से घूमे तो यह नीचे की ओर फिसलेगी।
(C) यदि कार नियत चाल 36 km/hr से घूमे, तो सड़क द्वारा कार पर लगाया गया बल $\frac{mv^2}{r}$ के बराबर है।
(D) यदि कार ठीक 36 km/hr, चाल से घूमे, तो सड़क के द्वारा कार पर बल mg से अधिक होगा साथ ही यह $\frac{mv^2}{r}$ से भी अधिक होगा।

8. दृढ़ छड़ के एक किनारे पर एक वस्तु को बांधा जाता है। दुसरे किनारे को किलकित कर छड़ को घूमाया जाता है जिससे वह हमेशा क्षैतिज बनी रहें तथा इसकी चाल नियत दर से हमेशा बढ़ती रहें। वस्तु का द्रव्यमान 'm' हैं, छड़ के द्वारा वस्तु पर बल $\vec{F}$ है, तो –
(A) $F > mg$ (B) F F नियत है
(C) $\vec{F}$ तथा क्षैतिज सतह के बीच का कोण घटता है (D) $\vec{F}$ तथा छड़ के बीच का कोण घटता है

9. एक कण उच्च बिन्दु पर विराम अवस्था से 0.3 m त्रिज्या के चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्ताकार पथ के बाहर नीचे की ओर फिसलना प्रारम्भ करता है। जब इसे पथ से छोड़ते है, तो इसी सीधी ऊँचाई h है तथा रेखीय वेग v है। ऊर्ध्वाधर से कण की उसी स्थिति पर त्रिज्या द्वारा बनाया गया कोण θ है। अब निम्न प्रेक्षणों पर विचार कीजिए। ($g = 10\ m/s^2$)
(I) h = 0.1 m तथा $\cos\theta = 2/3$. (II) h = 0.2 m तथा $\cos\theta = 1/3$. (III) $v = \sqrt{2}\ m/s^{-1}$. (IV) कण वृत्ताकार पथ को छोड़ने के बाद एक परवलय पथ प्रदर्शित करेगा
इसलिए,
(A) (I) व (III) दोनों सही है (B) केवल (II) गलत है
(C) केवल (III) सही है। (D) (IV) सही है।

10. एक कण क्षैतिज वृत्त में इस प्रकार से गति कर रहा है कि इस पर कार्यरत त्रिज्यीय बल (radial force) समय के वर्ग के सीधे समानुपाती है तो सही विकल्प चुनिए –
(A) इस पर कार्यरत स्पर्श रेखीय बल समय के समानुपाती है।
(B) कुल बल द्वारा प्रदान की गई कुल शक्ति समय के समानुपाती है।
(C) कुल बल द्वारा प्रदान की गई औसत शक्ति विरामावस्था से प्रारम्भ करते हुए समय t तक समय के समानुपाती होगी।
(D) कुल बल तथा त्रिज्यीय बल (radial force) मध्य कोण समय के साथ घटेगा।

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद # 1

एक कण एकसमान वृत्तीय गति करता है। किसी क्षण पर कण का वेग तथा कोणीय वेग क्रमशः $\vec{v} = 3\ \hat{i} + 4\hat{j}$ m/s तथा $\vec{\omega} = x\ \hat{i} + 6\hat{j}$ rad/sec है।

1. x का मान रेडियन/सैकण्ड में है –

(A) 8 (B) – 8 (C) 6 (D) परिकलन नही किया जा सकता

2. वृत्त की त्रिज्या मीटर में है –

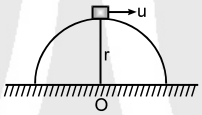
(A) 1/2 m (B) 1 m (C) 2 m (D) can't be calculated

3. दिये गये क्षण पर कण का त्वरण है –

(A) $-50\hat{k}$ (B) $-42\hat{k}$ (C) $2\hat{i} + 3\hat{j}$ (D) $50\hat{k}$

अनुच्छेद # 2

द्रव्यमान m का एक छोटा गुटका r त्रिज्या के एक चिकने एवं स्थिर दृढ़ अर्द्धगोले के शीर्ष से क्षैतिज दिशा में u चाल से चित्रानुसार प्रक्षेपित किया जाता है। दर्शाए अनुसार $u \geq u_0$, ($u_0 = \sqrt{gr}$) मान के लिए यह अर्द्धगोले पर नहीं फिसलता है। (अर्थात् अर्द्धगोले के शीर्ष पर ही सतह को छोड़ देता है।)



4. $u = 2u_0$, के लिए यह गुटका सतह पर बिन्दु P पर गिरता है, OP ज्ञात करो -

(A) $\sqrt{2}$ r (B) 2 r (C) 4r (D) $2\sqrt{2}$ r

5. $u = u_0/3$, के लिए सतह से वह ऊँचाई ज्ञात करो जिस पर यह गुटका अर्द्धगोले को छोड़ देता है -

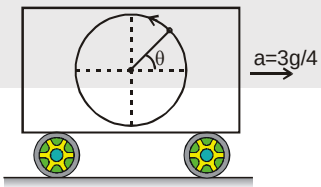
(A) $\frac{19\,r}{9}$ (B) $\frac{19\,r}{27}$ (C) $\frac{10r}{9}$ (D) $\frac{10r}{27}$

6. यह गुटका जिस क्षण अर्द्धगोले को छोड़ता है तब इसका कुल त्वरण क्या है -

(A) g/4 (B) g/2 (C) g (D) g/3

अनुच्छेद # 3

एक बस a = 3g/4 नियत त्वरण से दांयी तरफ गति कर रही है। बस में एक गेंद जो ℓ लम्बाई की रस्सी से जुड़ी है, ऊर्ध्वाधर तल में चित्रानुसार वृत्तीय गति कर रही है।



7. कोण θ के किस मान पर रस्सी में तनाव न्यूनतम होगा।

(A) $\theta = 37^\circ$ (B) $\theta = 53^\circ$ (C) $\theta = 30^\circ$ (D) $\theta = 90^\circ$

8. उपरोक्त स्थिति पर, सम्पूर्ण पथ के दौरान न्यूनतम सम्भव चाल V_{min} ज्ञात करो जिससे वृत्तीय गति पूर्ण हो सके –

(A) $\sqrt{5\ g\ell}$ (B) $\frac{5}{2}\sqrt{g\ell}$ (C) $\frac{\sqrt{5g\ell}}{2}$ (D) $\sqrt{g\ell}$

9. V_{min} के उपरोक्त मान के लिए वृत्तीय गति के दोरान रस्सी में अधिकतम तनाव ज्ञात करो।

(A) 6 mg (B) $\frac{117}{20}$mg (C) $\frac{15}{2}$mg (D) $\frac{17}{2}$mg

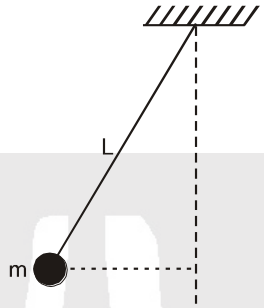
Exercise-3

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

* चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है।

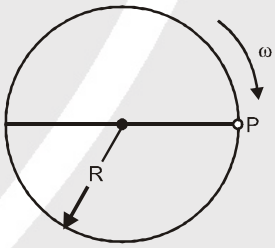
भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

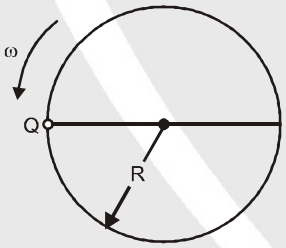
1.✍ 0.5 m लम्बाई (L) की डोरी के एक सिरे पर 0.5 kg द्रव्यमान (m) की गेंद जुड़ी है। यह गेंद क्षैतिज–तल में ऊर्ध्वाधर–अक्ष के परितः वृत्तीय पथ पर घूमती है। डोरी में लग सकने वाला अधिकतम तनाव 324 N है। गेंद का अधिकतम सम्भावित कोणीय वेग (radian/s में) होगा। **[JEE 2011, 3/160, –1]**



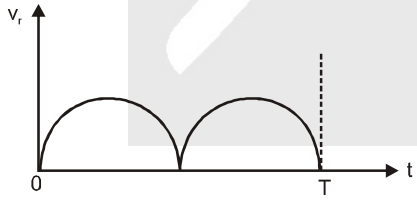
(A) 9 (B) 18 (C) 27 (D) 36

2. समान त्रिज्या R वाली दो एकसमान डिस्क अपनी धुरी पर एक समान व स्थिर कोणीय चाल ω से विपरीत दिशा में घूम रही हैं। डिस्क एक ही क्षैतिज तल में हैं। समय t = 0 पर बिन्दु P और Q चित्र में दर्शाये अनुसार आमने–सामने हैं। बिन्दु P और बिन्दु Q की आपेक्षिक चाल v_r को एक आवर्तनकाल (T) में देखें। तब v_r का समय के साथ परिवर्तन का किस ग्राफ में सर्वोत्तम वर्णन है ? **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 3/66, –1]**

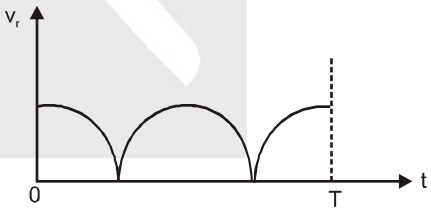




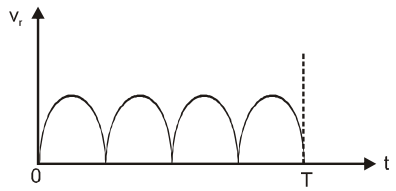
(A)



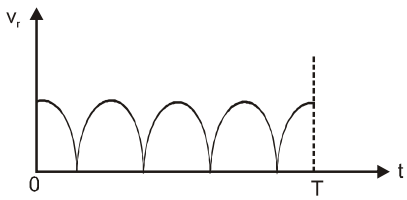
(B)



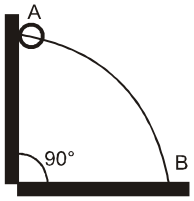
(C)



(D)



3. एक तार जो एक छोटे मोती के मध्य में स्थित छिद्र से गुजरता है, को एक चतुर्थांश वृत्त के अनुरूप मोड़ा गया है। तार को भूमि पर ऊर्ध्व तल में स्थित किया गया है जैसा चित्र में दर्शाया गया है। मोती को तार के ऊपरी सिरे से छोड़ा जाता है, जिससे यह तार के अनुदिश बिना किसी घर्षण के सरकता है। जब मोती A से B तक सरकता है, तब इसके द्वारा तार पर लगने वाला बल है **[JEE (Advanced)-2014, 3/60, –1]**



(A) हमेशा त्रिज्य दिशा में बहिर्मुखी (radially outwards)

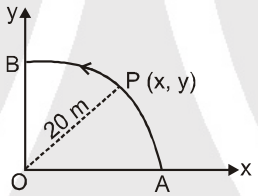
(B) हमेशा त्रिज्य अन्तर्मुखी (radially inwards)

(C) प्रारम्भ में त्रिज्य दिशा में बहिर्मुखी तत्पश्चात् त्रिज्य दिशा में अन्तर्मुखी

(D) प्रारम्भ में त्रिज्य दिशा में अन्तर्मुखी तत्पश्चात् त्रिज्य दिशा में बहिर्मुखी

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. एक बिन्दु P एक वृत्तीय पथ पर वामावर्ती दिशा में गतिशील है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। 'P' की गति इस प्रकार है कि वह लम्बाई $s = t^3 + 5$ घेरता है, जहाँ s मीटर में है और t सेकण्ड में है। पथ की त्रिज्या 20 m है। जब t = 2 s, तब 'P' का त्वरण लगभग है **[AIEEE - 2010, 4/144]**



(1) 13 m/s^2 (2) 12 m/s^2 (3) 7.2 m/s^2 (4) 14 m/s^2

2. एकसमान वृत्तीय गति कर रहे कण के लिए, त्रिज्या R के वृत्त पर स्थित बिन्दु P (R, θ) के लिए त्वरण $\vec{a}$ है। (यहाँ θ, x-अक्ष से मापा गया है) **[AIEEE - 2010, 4/144]**

(1) $-\frac{v^2}{R}\cos\theta\,\hat{i} + \frac{v^2}{R}\sin\theta\,\hat{j}$ (2) $-\frac{v^2}{R}\sin\theta\,\hat{i} + \frac{v^2}{R}\cos\theta\,\hat{j}$

(3) $-\frac{v^2}{R}\cos\theta\,\hat{i} - \frac{v^2}{R}\sin\theta\,\hat{j}$ (4) $\frac{v^2}{R}\hat{i} + \frac{v^2}{R}\hat{j}$

3. द्रव्यमान m_1 एवं m_2 की दो कारें क्रमशः त्रिज्याऐं r_1 एवं r_2 के वृत्तों में गतिशील हैं। इनकी चाल इस प्रकार हैं कि वे एक समान समय t में सम्पूर्ण वृत्त की गति करती है। इनके अभिकेन्द्रीय त्वरण का अनुपात है: **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**

(1) $m_1 r_1 : m_2 r_2$ (2) $m_1 : m_2$ (3) $r_1 : r_2$ (4) 1 : 1

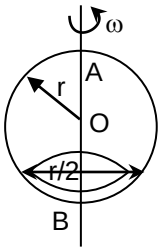
4. एक कण R त्रिज्या के एक वृत्ताकार पथ पर किसी एक केन्द्रिय बल जो कि R की n वीं घात के व्युत्क्रमानुपाती है, के अतंर्गत घूमता है। यदि कण का आवर्त काल T हो, तो : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

(1) $T\alpha R^{(n+1)/2}$ (2) $T\alpha R^{n/2}$ (3) $T\alpha R^{3/2}$ For any n. (4) $T\alpha R^{\frac{n}{2}+1}$

5. एक कण किसी एक आकर्षण विभव $U = -\frac{k}{2r^2}$ के अंतर्गत त्रिज्या a के एक गोलाकार पथ में चल रहा है उसकी कुल ऊर्जा होगी– **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

(1) शून्य (2) $-\frac{3}{2}\frac{k}{a^2}$ (3) $-\frac{k}{4a^2}$ (4) $\frac{k}{2a^2}$

6. $2\pi r$ लम्बाई के एक घर्षण रहित तार को वृत्त बनाकर ऊर्ध्वाधर समतल में रखा है। एक मणिका (bead) इस तार पर फिसलती है। वृत्त को एक ऊर्ध्वाधर अक्ष AB के परितः चित्रानुसार कोणीय वेग ω से घुमाया जाता है तो वृत्त के सापेक्ष मणिका चित्रानुसार बिन्दु P पर स्थिर पायी जाती है। ω^2 का मान होगा: **[JEE (Main) 2019; 4/120, –1]**



(1) $\frac{2g}{r}$ (2) $\frac{\sqrt{3}g}{2r}$

(3) $\frac{(g\sqrt{3})}{r}$ (4) $\frac{2g}{r\sqrt{3}}$

7. एक कमानी द्रव्यमान (spring mass) निकाय (द्रव्यमान m, कमानी स्थिरांक k और प्राकृतिक लम्बाई ℓ) संतुलित अवस्था में एक क्षैतिज डिस्क पर रखा हुआ है। कमानी का खाली सिरा डिस्क के केन्द्र पर अबाद्ध है। यदि अब डिस्क को इस कमानी द्रव्यमान निकाय के सथ्ज्ञ इसके अक्ष के चारों ओर ω, ($k >> m\omega^2$) कोणीय वेग से घुमाया जाय तो ℓ के सापेक्ष कमानी की लम्बाई में बदलाव के लिये कौनसा विकल्प सर्वश्रेष्ठ है ? **[JEE (Main) 2020, 09 January; 4/100, –1]**

(1) $\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{m\omega^2}{k}\right)}$ (2) $\frac{m\omega^2}{3k}$ (3) $\frac{2m\omega^2}{k}$ (4) $\frac{m\omega^2}{k}$

Answers

EXERCISE # 1

भाग - I

खण्ड (A)

A-1. (a) first (b) third.

A-2. 12 : 1, $\frac{\pi}{30}$ rad/sec.

A-3. 3 : 1

A-4. 24 rad/sec

A-5. $\frac{\pi\sqrt{2}}{30}$ cm/sec, $\frac{\pi\sqrt{2}}{30\times15}$ cm/s^2

खण्ड (B)

B-1. $4\pi^2$

B-2. $\left(\frac{\sqrt{181}}{5}\text{m/sec}^2\right)$

B-3. (a) 4.0 cm/s^2 , (b) 2.0 cm/s^2, (c) $\sqrt{20}$ cm/s^2

खण्ड (C)

C-1. $2\sqrt{\frac{6}{5}}$ sec., $\frac{13}{6}$ N (with $\pi^2 = 10$)

C-2. $\frac{2}{5}$

C-3. $8\,T_0$

C-4. $\frac{15\pi^2}{10}$ = 14.8N, $\frac{15\pi^2}{10}$ = 14.8 N.

खण्ड (D)

D-1. $\frac{u^2\sin^2\theta}{g}$ **D-2** $\frac{u^2\cos^2\theta}{g\cos^3(\theta/2)}$

खण्ड (E)

E-1. 5 rad/s **E-2.** 90°

E-3. $\frac{9}{2}$ mg **E-4.** $\sqrt{5g\ell}$

खण्ड (F)

F-1. $5\sqrt{2}$ ms^{-1} **F-2** $\sqrt{120}$ m/s

F-3. $\frac{2}{45}$ m **F-4.** $\tan^{-1}(1/4)$, 1/4

F-5. $100\sqrt{3}$ m/s **F-6.** 10 m/s^2

F-7. Between $\sqrt{\frac{50}{3}}\times\frac{18}{5}$ = 14.7 km/h and 54 km/hr

भाग - II

खण्ड (A)

A-1. (C) **A-2.** (C) **A-3.** (C)
A-4. (D)

खण्ड (B)

B-1. (C) **B-2.** (C) **B-3.** (C)
B-4. (C)

खण्ड (C)

C-1. (D) **C-2.** (D) **C-3.** (B)
C-4. (C) **C-5.** (A)

खण्ड (D)

D-1. (C) **D-2.** (A)

खण्ड (E)

E-1. (B) **E-2.** (D) **E-3.** (C)
E-4. (C)

खण्ड (F)

F-1. (A) **F-2** (A)

भाग - III

1. (A) q,s (B) p (C) p (D) q,r
2. (A) q (B) q, s (C) q, s (D) p, s

EXERCISE # 2

भाग - I

1.	(D)	**2.**	(B)	**3.**	(A)
4.	(A)	**5.**	(A)	**6.**	(D)
7.	(C)	**8.**	(D)	**9.**	(D)
10.	(B)	**11.**	(A)	**12.**	(B)
13.	(A)	**14.**	(C)	**15.**	(A)
16.	(D)				

भाग - II

1.	3	**2.**	4	**3.**	22
4.	2 m/s^2	**5.**	3	**6.**	30
7.	8	**8.**	8	**9.**	2
10.	5	**11.**	90°	**12.**	75 N
13.	50	**14.**	45º		

भाग - III

1.	(B,C)	**2.**	(ABCD)	**3.**	(B,C)
4.	(BCDE)	**5.**	(B,D)	**6.**	(AD)
7.	(BD)	**8.**	(ACD)	**9.**	(ABD)
10.	(BCD)				

भाग - IV

1.	(B)	**2.**	(A)	**3.**	(A)
4.	(D)	**5.**	(B)	**6.**	(C)
7.	(B)	**8.**	(C)	**9.**	(C)

EXERCISE # 3

भाग - I

1.	(D)	**2.**	(A)	**3.**	(D)

भाग - II

1.	(4)	**2.**	(3)	**3.**	(3)
4.	(1)	**5.**	(1)	**6.**	(4)
7.	(4)				