Exercise-1

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

खण्ड (A) : गतिकी

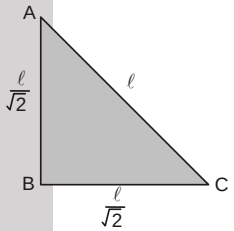
A-1. एक समरूप चकती नियत कोणीय त्वरण से घूमती हुई प्रारम्भ से पहले पाँच सैकण्ड में 50 चक्कर लगाती है। पाँच सैकण्ड पश्चात् कोणीय त्वरण तथा कोणीय वेग ज्ञात करो।

A-2. 20 rad/s से घूर्णन कर रही वस्तु को एक नियत बल–आघूर्ण 2 rad/s^2 का मंदन प्रदान करता है। किस समय पर वस्तु की गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा के समान होगी यदि बल आघूर्ण लगातार आरोपित है ?

खण्ड (B) : जड़त्व आघूर्ण

B-1. M द्रव्यमान व L भुजा की एक समरूप वर्गाकार प्लेट का इसके एक विकर्ण के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण, इसके द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जडत्व आघूर्ण की सहायता से ज्ञात करो।

B-2. ✍ चित्रानुसार एक M द्रव्यमान की समरूप त्रिभुजाकार प्लेट जिसके कोने ABC है, की लम्बाई $\ell, \frac{\ell}{\sqrt{2}}$ तथा $\frac{\ell}{\sqrt{2}}$ है। इस प्लेट का बिन्दु B से गुजरने वाली व तल के लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो।



B-3. एक समरूप आधी चकती के द्रव्यमान केन्द्र से पारित व तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो, चकती का द्रव्यमान M व त्रिज्या R है।

B-4. एक वृत्ताकार r त्रिज्या की तथा एकसमान मोटाई t की एक चकती की इसके तल के लम्बवत् व चित्रानुसार इसके परिधि से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष घूर्णन त्रिज्या ज्ञात करो।

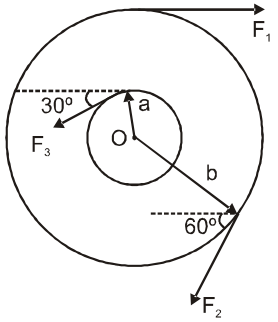
खण्ड (C) : बल आघूर्ण

C-1. दो बल $\vec{F}_1 = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 6\hat{k}$ तथा $\vec{F}_2 = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ एक वस्तु पर बिन्दुओं क्रमशः (1, 1, 0) तथा (0, 1, 2) पर आरोपित है। वस्तु का बिन्दु (–1, 0, 1) के सापेक्ष बल–आघूर्ण ज्ञात करो।

C-2. एक ℓ लम्बाई के सरल लोलक जिसमें m द्रव्यमान का गोलक लगा है, को एक ओर खींचा जाता है, ताकि यह ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाए। आलम्बन बिन्दु के सापेक्ष गोलक के भार के बल आघूर्ण का परिमाण ज्ञात करो। बल आघूर्ण किस स्थिति में शून्य होगा तथा किस θ के लिए यह अधिकतम होगा।

C-3. एक m द्रव्यमान का कण v वेग से क्षैतिज धरातल से α कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। कण के भार का प्रक्षेपण बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण ज्ञात करो जब कण की स्थिति (a) उच्चतम बिन्दु पर हो (b) पुनः धरातल पर हो।

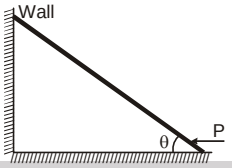
C-4. चित्रानुसार निकाय पर O के सापेक्ष कुल बलाघुर्ण ज्ञात करें यदि F_1 = 11 N, F_2 = 9 N, F_3 = 10 N, a = 10 cm तथा b = 20 cm (सभी बल स्पर्श रेखा के अनुदिश है)



खण्ड (D) : घूर्णन साम्यावस्था

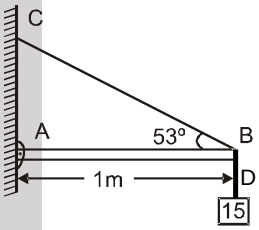
D-1. एक 400 g की समरूप मीटर छड़ को सिरो पर स्थिर (जड़वत) समान लम्बाई की दो ऊर्ध्वाधर हल्की रस्सियों की सहायता से दो स्थिर कीलक से लटकाया जाता है। छड़ के बाऐं किनारे से 60 cm दूरी पर एक छोटी 100 g की वस्तु को रखा जाता है, तो दोनो रस्सियों में तनाव ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$)

D-2. घर्षणरहित सम्पर्क मानते हुए, चित्रानुसार छड़ की साम्यावस्था के लिए निचले सिरे पर लगाए गए, बाह्य क्षैतिज बल P का परिमाण ज्ञात करो। छड़ समरूप है तथा इसका द्रव्यमान m है।



D-3. एक 24 kg द्रव्यमान व 10.0 m लम्बाई की समरूप सीढ़ी ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे इससे 53° के कोण पर रखी गई है। ऊर्ध्वाधर दीवार घर्षण रहित है। परन्तु मैदान खुरदरा है। एक 75 kg द्रव्यमान का एक पेन्टर सीढ़ी के ऊपर चढ़ता है। यदि यह सीढ़ी के ऊपरी सिरे से 2 m की दूरी पर ठहरता है। तब जमीन द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्ब बल व घर्षण बल क्या होगा? पेन्टर के सुरक्षित काम करने के लिए जमीन तथा सीढी के मध्य न्यूनतम घर्षण गुणांक क्या होना चाहिए? ($g = 10\ m/s^2$)

D-4. चित्रानुसार प्रदर्शित निकाय में, ऊर्ध्वाधर तल में, एक समान द्रव्यमान 10 kg की छड AB है BC हल्की डोरी है जोकी दीवार तथा छड़ के मध्य उर्ध्वाधर तल में जुडी है, 15 kg का एक ब्लॉक B पर हल्की डोरी से जुडा है – [$g = 10\ m/s^2$] (BC तथा BD दो भिन्न डोरी है)
यदि पूर्ण निकाय संतुलन में है तो
(i) BC डोरी में तनाव ज्ञात करो (ii) A पर कीलक द्वारा आरोपित बल ज्ञात करो

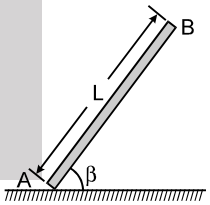


खण्ड (E) : स्थिर अक्ष के परितः घूर्णन ($\tau_H = I_H\alpha$)

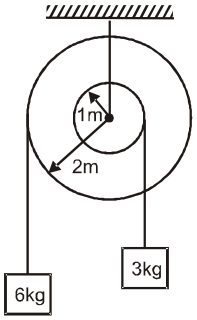
E-1. ℓ = 2 m मीटर लम्बाई की नगण्य द्रव्यमान की एक छड़ चित्रानुसार मध्य बिन्दु से आलम्बित है तथा m_1 = 6 kg तथा m_2 = 3 kg के दो पिण्ड इसके किनारों से चित्रानुसार लटकाए जाते हैं

(a) यह मानते हुए कि छड़ प्रारम्भ में क्षैतिज थी। छड़ का प्रारम्भिक कोणीय त्वरण ज्ञात करो।
(b) यदि छड़ का द्रव्यमान m_3 = 3 kg है तथा इसकी लम्बाई पर समान रूप से वितरित हो तो ।
(i) छड़ का प्रारम्भिक कोणीय त्वरण ज्ञात करो।
(ii) 3 kg तथा 6 kg के ब्लॉक से जुड़ी हुई डोरी में तनाव ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$)

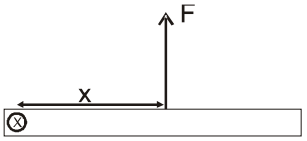
E-2. चित्रानुसार एक समरूप द्रव्यमान m की छड़ AB, $\beta = 60^o$ से विराम से छोड़ी जाती है। यह मानिये कि किनारे A व सतह के मध्य घर्षण फिसलने से रोकने के लिए पर्याप्त है, तो छोड़ने के ठीक बाद ज्ञात करें–
(a) छड़ का कोणीय त्वरण
(b) A पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल व घर्षण बल



E-3. चित्र में प्रदर्शित घिरनी निकाय का जडत्व आघूर्ण 3 kg – m^2 है। बडी एवं छोटी घिरनी की त्रिज्या क्रमशः 2m एवं 1m है जब निकाय को विराम से मुक्त किया जाता है तथा यह मानीए घिरनी तथा रस्सी में फिसलन नहीं है तथा रस्सी हल्की है तब घिरनी के इस निकाय का कोणिय त्वरण का मान ज्ञात करे। [$g = 10\ m/s^2$]

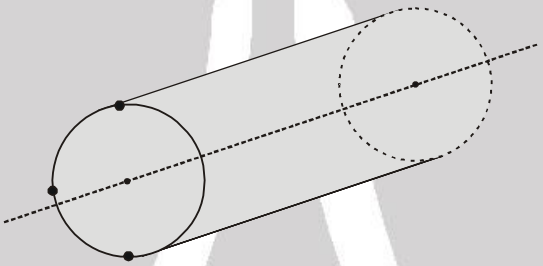


E-4. L लम्बाई की एकसमान पतली छड़ को इसके एक सिरे के परितः किलकीत (hinge) कर दिया जाता है तथा यह किलक (hinge) के परितः बिना घर्षण के घूमने के लिए स्वतन्त्र है। गुरूत्व का प्रभाव नगण्य है। छड़ पर किलक से x दूरी पर एक बल F इस प्रकार लगाया जाता है कि बल हमेशा छड़ के लम्बवत् होता है। जब छड़ का कोणीय वेग शून्य हो जाता है तब उस क्षण पर किलक पर आरोपित अभिलम्ब प्रतिक्रिया x के फलन के रूप में ज्ञात करों।

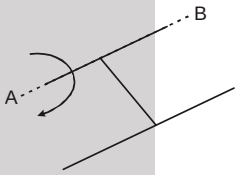


खण्ड (F) : स्थिर अक्ष के सापेक्ष घूर्णन (ऊर्जा संरक्षण) :

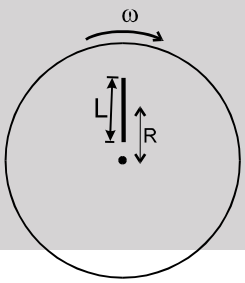
F-1. M = 1kg द्रव्यमान व R = 0.5m त्रिज्या का एक ठोस बेलन इसके केन्द्र से कीलकित किया जाता है तथा m = 0.1kg के तीन कण चित्रानुसार ऊर्ध्वाधर तल में इसकी परिधि पर बाँधे जाते हैं। प्रारम्भ में निकाय विरामावस्था में है। जब यह वामावर्त दिशा में 90° का कोण तय कर लेता है, तब बेलन का कोणीय वेग ज्ञात करो, [g = 10 m/s^2]



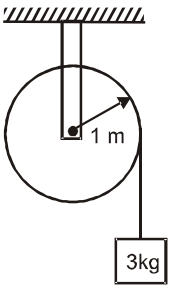
F-2. एक दृढ़ वस्तु तीन L लम्बाई की समरूप छड़ से मिलकर H आकृति की बनाई जाती है। यह वस्तु क्षैतिज अक्ष AB के सापेक्ष घूर्णन के लिए स्वतंत्र है जब H का तल क्षैतिज हो तब इसे विराम से छोड़ा जाता हैं। जब H का तल ऊर्ध्वाधर हो तो इसका कोणीय वेग क्या होगा ?



F-3. अपनी अक्ष के परितः क्षैतिज तल में ω कोणीय वेग से घूमती चकती पर, m द्रव्यमान तथा L लम्बाई की एक समान छड त्रिज्यीय दिशा में रखी है। छड़, चकती पर फिसलती नहीं है तथा छड़ का केन्द्र, चकती के केन्द्र से R दूरी पर है, तब छड़ की गतिज ऊर्जा ज्ञात करो।



F-4. चित्रानुसार घिरनी निकाय का जड़त्वाघूर्ण 3 kgm^2 है। जब निकाय को विराम से मुक्त करते है तो ब्लॉक के 40 cm नीचे गिरने पर ब्लॉक की रेखिय चाल ज्ञात करो। घिरनी की त्रिज्या 1 m है तथा यह मानिये कि डोरी व घिरनी के मध्य कोई फिसलन नहीं है एवं डोरी हल्की है [g = 10 m/s^2]

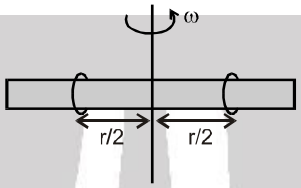


खण्ड (G) : कोणीय संवेग तथा उसका संरक्षण

G-1. 2 kg द्रव्यमान का कण $(2\hat{i}+3\hat{j})$m/s के वेग से गतिमान है। जब कण (1, 1, 0) पर है तब कण का मूल बिन्दु के सापेक्ष कोणीय संवेग ज्ञात करो।

G-2. 2 kg द्रव्यमान का कण सरल रेखा 3x + 4y = 5 के अनुदिश 8m/s की चाल से गतिमान है। कण का मूल बिन्दु के सापेक्ष कोणीय संवेग ज्ञात करो। x और y मीटर में है।

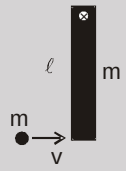
G-3. दो मोती (प्रत्येक द्रव्यमान m) एक घर्षणरहित तार में स्वतंत्रतापूर्वक गति कर सकते हैं। तार का ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I है। जब मोती अक्ष से r/2 दूरी पर है, तो निकाय को ω_0 कोणीय वेग से घुमाया जाता है। जब मोती अक्ष से r दूरी पर है, तो निकाय का कोणीय वेग क्या होगा? **[JEE -1990]**



G-4. एक निकाय में 1 m लम्बाई की हल्की छड़ के दोनों किनारों पर दो एकसमान प्रत्येक 2 kg की गेंद लगी हुई है। निकाय, छड़ के द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली व इसके लम्बवत अक्ष के सापेक्ष 9 rad/s के कोणीय वेग से घूर्णन करता है। एक 10 N औसत परिमाण का आवेगी बल एक द्रव्यमान पर 0.20 s तक इसके वेग की दिशा में लगाया जाता है। निकाय का नया कोणीय वेग ज्ञात करो।

G-5. एक M द्रव्यमान व R त्रिज्या का वृत्ताकार बोर्ड एक दृढ़ चिकनी समतल सतह पर रखा जाता है तथा इसके केन्द्र से गुजरने वाली स्थिर अक्ष के सापेक्ष घूमने के लिए स्वतंत्र है। एक m द्रव्यमान का व्यक्ति बोर्ड की परिधि पर चिन्हित बिन्दु A पर खड़ा है। प्रारम्भ में बोर्ड व आदमी विरामावस्था में है। आदमी बोर्ड की परिधि पर, बोर्ड के सापेक्ष एक नियत चाल v_o से गति प्रारम्भ करता है। जब व्यक्ति बोर्ड पर अपने प्रारम्भिक बिन्दु से पहली बार गुजरता है, तो बोर्ड द्वारा तय किया गया कोण ज्ञात करो।

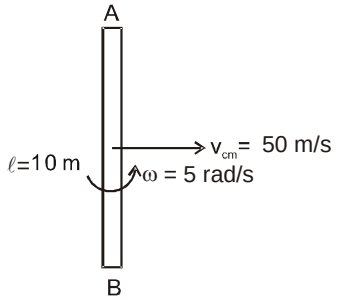
G-6. एक बिन्दु द्रव्यमान m, एक समरूप पतली ℓ लम्बाई व m द्रव्यमान की छड़ के निचले सिरे पर क्षैतिज रूप से टकराता है तथा इससे चिपक जाता है, छड़ क्षैतिज चिकनी सतह पर रखी है एवं दर्शाये अनुसार इसका दूसरा सिरा कीलकित है।



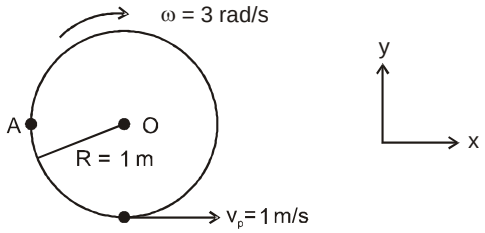
टक्कर के ठीक बाद निकाय का कोणीय वेग ज्ञात करो।

खण्ड (H) : संयुक्त स्थानांतरीय व घूर्णन गति (गतिकी)

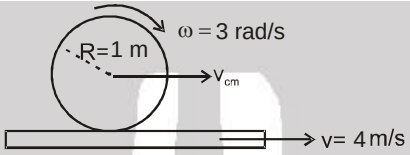
H-1 चित्रानुसार एक 10 मीटर लम्बी समरूप छड़ का द्रव्यमान केन्द्र 50 m/sec. से घर्षणरहित क्षैतिज सतह पर स्थानान्तरीय गति कर रहा है एवं छड़ इसके द्रव्यमान केन्द्र के परितः 5 radian/sec. के कोणीय वेग से घूमती है। V_A व V_B ज्ञात करो।



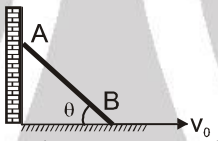
H-2 चित्रानुसार 1 m त्रिज्या की एक वलय एक घर्षणरहित क्षैतिज सतह पर 3 rad/sec. के कोणीय वेग से संयुक्त स्थानान्तरीय व घूर्णन गति कर रही है। इसके केन्द्र व बिन्दु A का वेग ज्ञात करो यदि निम्नतम बिन्दु का वेग V_P, 1 m/sec है।



H-3 चित्रानुसार एक पट्टा 4 m/sec. के वेग से चल रहा हैं। त्रिज्या 1 m की एक चकती इस पर बिना फिसले लुढ़क रही है। इसकी कोणीय चाल 3 rad/sec. है। चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग ज्ञात करो।

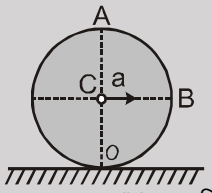


H-4 समरूप छड़ AB का किनारा B जो फर्श से θ कोण बनाता है, इसे चित्रानुसार v_0 वेग से खींचा जाता है। छड़ की लम्बाई को ℓ मानते हुए, $\theta = 37^o$ के कोण की स्थिति पर निम्न का मान ज्ञात करो।



(a) किनारे A का वेग (b) छड़ का कोणीय वेग (c) छड़ के द्रव्यमान केन्द्र का वेग

H-5. एक गेंद की त्रिज्या R = 10.0 cm है, जो क्षेतीज तल पर बिना फिसलन के लुढक रही है तथा इसका केन्द्र नियत त्वरण $a = 2.50\ cm/s^2$ से गति करता है। गति शुरू होने के t = 2.00 s के बाद इसकी स्थिति चित्र में दर्शाए अनुसार है। बताओ :



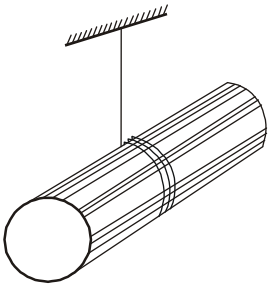
(a) बिन्दु A, B तथा O का वेग (b) इन बिन्दुओं का त्वरण

खण्ड (I) : संयुक्त स्थानांतरीय व घूर्णन (बल गतिकी)

I-1. एक खुरदरे पथ पर एक छोटे ठोस बेलन को h ऊँचाई पर स्थित बिन्दु से चित्रानुसार छोड़ा जाता है। यह मानते हुए कि यह कहीं भी नहीं फिसलता है तो पथ के क्षैतिज भाग पर लुढ़कने पर इसकी रेखीय चाल ज्ञात करो।

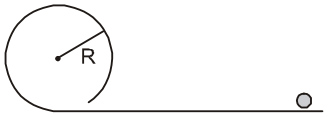
I-2. m द्रव्यमान की एक समरूप ठोस गेंद एक स्थिर क्षैतिज धरातल पर बिना फिसले लुढ़कती है। गेंद के केन्द्र के सापेक्ष इसके निम्नतम बिन्दु का वेग V है। गेंद की कुल गतिज ऊर्जा होगी –

I-3. एक समरूप ठोस बेलन की वक्रीय सतह पर एक डोरी लिपटी हुई है, तथा इसका दूसरा सिरा स्थिर दृढ़ आधार पर बंधा हुआ है। डोरी के खुलने से ठोस बेलन नीचे की ओर गतिशील है। ठोस बेलन का नीचे की ओर त्वरण ज्ञात कीजिये।

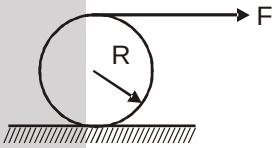


I-4. एक स्थिर अर्ध गोलाकार प्याले की परिधी के किनारे से m द्रव्यमान की एक समरूप चकती को इस प्रकार मुक्त किया जाता है कि यह सतह पर लुढ़कती हुई नीचे की ओर आती है। यदि प्याले की परिधि क्षैतिज रखी हुई है, तो जब चकती, प्याले के पैदें पर पहुंचती है, तो प्याले द्वारा चकती पर लगाया गया अभिलम्बवत् बल ज्ञात कीजिये।

I-5. चित्र में प्रदर्शित पथ खुरदरा है तथा इसका एक भाग बेलनाकार है, जिसकी त्रिज्या R है। इसके क्षैतिज भाग पर r त्रिज्या वाली एक समान वलय को किस न्यूनतम रेखीय चाल से बिना फिसले लुढकते हुए रखा जाये कि यह बेलनाकार भाग में वृत्ताकार पथ पर पूरा बिना फिसले चक्कर लगा सके?



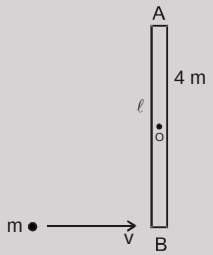
I-6. एक चिकनी क्षैतिज सतह पर R त्रिज्या का एक समान ठोस गोला स्थित है। चित्रानुसार यह इसके शीर्षतम बिन्दु पर स्पर्श रेखीय अचर बल द्वारा खींचा जाता है। गोला के द्वारा एक पूर्ण चक्कर तय करने में, लगे समय में इसके द्रव्यमान केन्द्र द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिये।



I-7. एक क्षैतिज सतह पर m = 1 किग्रा द्रव्यमान वाला एक एकसमान खोखला गोला रखा हुआ है। सम्पर्क सतहों के मध्य स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान $\mu = 2/5$ है। शीर्षतम बिन्दु पर क्षैतिज दिशा में अधिकतम कितना अचर बल लगाया जा सकता है कि गोला सतह पर बिना फिसले लुढ़के ? ($g = 10\ m/s^2$)

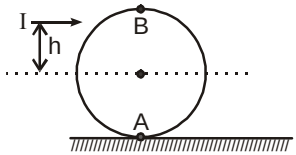
खण्ड (J) : कोणीय संवेग संरक्षण (संयुक्त स्थानान्तरीय एवं घूर्णन गति)

J-1. लम्बाई ℓ व द्रव्यमान 4m की एक समरूप छड़ एक घर्षणरहित क्षैतिज सतह पर रखी है। यह किसी भी तरफ जाने के लिए स्वतंत्र है। m द्रव्यमान की एक गेंद, v चाल से चित्रानुसार छड़ के एक सिरे पर टकराती है। यदि टक्कर के तुरन्त बाद गेंद विराम पर आ जाती है तो टक्कर के तुरन्त बाद छड़ का कोणीय वेग ω ज्ञात करो।



J-2. m_1 द्रव्यमान व L लम्बाई की एक समरूप छड़ क्षैतिज चिकनी सतह पर रखी गई है। m_2 द्रव्यमान का एक कण u चाल से गति करता हुआ छड़ के लम्बवत एक किनारे पर लम्बवत् टकराता है तथा चिपक जाता है। (a) छड़ व कण निकाय के द्रव्यमान केन्द्र C का वेग ज्ञात करो। (b) टक्कर से पहले कण का C के सापेक्ष वेग ज्ञात करो। (c) टक्कर से पहले छड़ का C के सापेक्ष वेग ज्ञात करो। (d) टक्कर से पहले कण व छड़ का C के सापेक्ष कोणीय संवेग ज्ञात करो। (e) टक्कर के पश्चात् निकाय का (छड़ तथा कण) द्रव्यमान केन्द्र C से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो (f) टक्कर के पश्चात् द्रव्यमान केन्द्र C का वेग तथा द्रव्यमान केन्द्र C के सापेक्ष निकाय का कोणीय वेग ज्ञात करो।

J-3. एक समरूप ठोस गोला एक चिकने क्षैतिज सतह पर रखा है। केन्द्र की रेखा से h = 4R/5 ऊँचाई पर क्षैतिज दिशा में एक आवेग I दिया जाता हैं। m तथा R क्रमशः गोले के द्रव्यमान व त्रिज्या हैं।

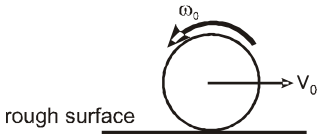


(a) आवेग के बाद गोले का कोणीय वेग व गोले के द्रव्यमान केंद्र का रेखीय वेग ज्ञात करो ।

(b) वह न्यूनतम समय जिसके बाद गोले का उच्चतम बिन्दू B सतह को छूता है, ज्ञात करों

(c) इस अन्तराल के दौरान द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन

J-4. एक समरूप चकती जिसकी त्रिज्या R = 0.2m है, को खुरदरे क्षेतिज धरातल पर वेग v_0 (=10 मी./सै.) तथा कोणीय वेग ω_0 प्रदान करके रखते है। कुछ समय पश्चात् इसकी गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है। प्रारम्भिक कोणीय वेग ω_0 ज्ञात करो।



खण्ड (K) : पलटना

K-1. एक m द्रव्यमान व a भुजा का ठोस घनाकार ब्लॉक खुरदरे θ कोण वाले तल पर नीचे की ओर नियत चाल से फिसलता है। इसके केन्द्र के परितः ब्लॉक पर लगने वाले अभिलम्ब बल का बल आघूर्ण तथा द्रव्यमान केन्द्र से लम्बवत् दूरी 'x' ज्ञात करो। जहां यह कार्यरत है।

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

खण्ड (A) : गतिकी

A-1. एक पंखा 3000 rpm से घूम रहा है। यह बन्द किया जाता है, तो यह कोणीय वेग की एक समान हास दर से घूमता हुआ 10 सैकण्ड में रूक जाता है। इस अन्तराल में लगाये गये कुल चक्कर होगें।

(A) 150 (B) 250 (C) 350 (D) 300

A-2. एक लटका हुआ ब्लॉक, क्षैतिज अक्ष के परितः घूमने वाली 20 cm त्रिज्या की चकती पर लिपटी हुई डोरी से बंधा हुआ है। यदि किसी क्षण चकती की कोणीय चाल 10 rad/s हो तो नीचे की ओर गतिशील ब्लॉक की इस क्षण चाल होगी।

(A) 4 m/s (B) 3 m/s (C) 2 m/s (D) 5 m/s

खण्ड (B) : जड़त्व आघूर्ण

B-1. एक r त्रिज्या की वृत्ताकार एक समान चकती a, t मोटाई की तांबे की प्लेट से बनाई गई है तथा दूसरी 2r त्रिज्या की वृत्ताकार एक समान चकती B, t/2 मोटाई की तांबे की प्लेट से ही बनाई गई है। जड़त्व आघूर्ण I_A व I_B के मध्य संबंध होगा—

(A) $I_A > I_B$ (B) $I_A = I_B$ (C) $I_A < I_B$ (D) r व t के मान पर निर्भर करता है।

B-2. द्रव्यमान m व त्रिज्या r के एक असमरूप अर्द्धवृत्ताकार तार का इसके केन्द्र से गुजरने वाली व तार के तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा—

(A) mr^2 (B) $\frac{1}{2}mr^2$ (C) $\frac{1}{4}mr^2$ (D) $\frac{2}{5}mr^2$

B-3. यदि समरूप ज्यामितिय आकृति व आकार के दो ठोस बैलन का उनकी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I_A तथा I_B हैं। पहली एल्यूमिनियम व दूसरी लोहे से बनाई जाती है—

(A) $I_A < I_B$ (B) $I_A = I_B$ (C) $I_A > I_B$

(D) I_A व I_B के मध्य संबंध इनकी वास्तविक आकृति पर निर्भर करता है।

B-4. यदि 1 व 2 दो अक्षों के परितः एक वस्तु के जड़त्व आघूर्ण क्रमशः I_1 व I_2 है। अक्ष 1 वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र से गुजरती है। परन्तु अक्ष 2 नहीं—

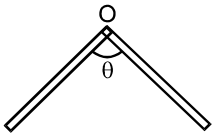
(A) $I_1 < I_2$ (B) यदि $I_1 < I_2$, अक्ष समान्तर है।

(C) यदि अक्ष समान्तर है, $I_1 < I_2$ (D) यदि अक्ष समान्तर नहीं है $I_1 \geq I_2$.

B-5. m द्रव्यमान की समरुप द्रव्यमान वितरण वाली अर्द्धदीर्घ अक्ष 'r' तथा अर्द्धलघु अक्ष 'd' की दीर्घ वृत्ताकार चकती का जड़त्व आघूर्ण इसकी अक्ष के परितः है ।

(A) $= \frac{mr^2}{2}$ (B) $= \frac{md^2}{2}$ (C) $> \frac{mr^2}{2}$ (D) $< \frac{mr^2}{2}$

B-6. लम्बाई L व द्रव्यमान M की एक पतली छड़ मध्य बिन्दू O पर चित्रानुसार मुड़ी है। मध्य बिन्दु O से गुजरने वाली तथा मुड़ी छड़ के तल के लम्बवत एक अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण है।

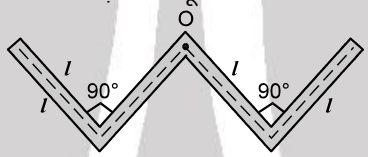


(A) $\frac{2}{3}$ mL^2 (B) $\frac{1}{3}$ mL^2 (C) $\frac{1}{12}$ mL^2 (D) θ पर निर्भर करेगा

B-7. एक समरूप वृत्ताकार चकती का इसके व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण 200 gm cm^2 है तो इसके केन्द्र से पारित एवं वृत्ताकार फलक के लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण होगा—

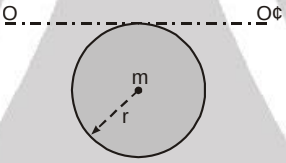
(A) 100 gm cm^2 (B) 200 gm cm^2 (C) 400 gm cm^2 (D) 1000 gm cm^2

B-8. एक 4*l* लम्बाई, 4m द्रव्यमान की पतली एकसमान छड़ को चित्रानुसार मोड़ा जाता है। छड़ का O से निकलने वाली तथा कागज के समतल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण क्या होगा ?



(A) $\frac{m\,\ell^2}{3}$ (B) $\frac{10\,m\ell^2}{3}$ (C) $\frac{m\,\ell^2}{12}$ (D) $\frac{m\ell^2}{24}$

B-9. OO′ अक्ष के सापेक्ष चकती का जड़त्व आघूर्ण है :

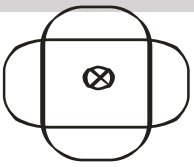


(A) $\frac{3\,m\,r^2}{2}$ (B) $\frac{m\,r^2}{2}$ (C) $\frac{5\,m\,r^2}{2}$ (D) $\frac{5\,m\,r^2}{4}$

B-10. एक खोखले घनीय बक्से का द्रव्यमान M तथा भुजा a है। इसका, इसकी दो विपरीत फलकों के मध्य बिन्दुओं से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्वाघूर्ण होगा : **[Olympiad 2015 (stage-1)]**

(A) $\frac{5Ma^2}{3}$ (B) $\frac{5Ma^2}{6}$ (C) $\frac{5Ma^2}{12}$ (D) $\frac{5Ma^2}{18}$

B-11. लम्बाई $(4a+2\pi a)$ तथा द्रव्यमान $(4m+2\pi m)$ की एक, एकसमान पतली छड़ को एक वर्ग के रूप में मोड़ा गया है। तथा यह वर्ग एक अर्द्धवृत्त द्वारा चित्रानुसार घिरा हुआ है। इस फ्रेम का इसके केन्द्र से गुजरने वाली तथा इसके तल के लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आर्घूण होगा। **[Olympiad 2014 (stage-1)]**



(A) $\frac{(4+2\pi)}{3}ma^2$ (B) $\frac{(4+\pi)}{2}ma^2$ (C) $\frac{(4+3\pi)}{3}ma^2$ (D) $\frac{ma^2\{10+3\pi\}}{3}$

खण्ड (C) : बल आघूर्ण

C-1. यदि एक दृढ़ वस्तु पर दो बल $\vec{F}_1 = 2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$, बिन्दु (3, 3, 4) पर तथा $\vec{F}_2 = -2\hat{i}-3\hat{j}-4\hat{k}$, बिन्दु (1, 0, 0) पर लगाए जाते हैं, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सत्य है। **[REE - 1994]**

(A) वस्तु साम्यावस्था में है। (B) वस्तु केवल एक बलाघूर्ण के प्रभाव में है।

(C) वस्तु केवल एक बल के प्रभाव में है। (D) वस्तु एक बल व एक बलाघूर्ण के प्रभाव में है।

C-2. एक बल $\vec{F} = 4\hat{i} - 10\hat{j}$, एक वस्तु पर एक बिन्दु पर जिसका घूर्णन अक्ष पर मूल बिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश $-5\hat{i} - 3\hat{j}$ है, कार्यरत है। मूल बिन्दु के सापेक्ष वस्तु पर कार्यरत बलाघूर्ण है :

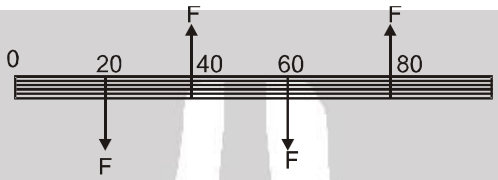
(A) $38\,\hat{k}$ (B) $-25\,\hat{k}$ (C) $62\,\hat{k}$ (D) इनमें से कोई नहीं

C-3. एक बल युग्म के बलाघूर्ण के लिए यदि अक्ष को इसके समान्तर विस्थापित किया जाये तो बलाघूर्ण :

(A) बढ़ेगा (B) घटेगा (C) नियत रहता है (D) इनमें से कोई नहीं

खण्ड़ (D) : घूर्णन साम्यावस्था

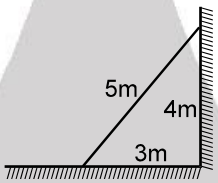
D-1. चित्रानुसार क्षैतिज तल में, किसी छड़ पर चार समान व समान्तर बल छड़ के एक सिरे से क्रमशः 20 cm, 40 cm, 60 cm व 80 cm की दूरीयों पर लगाये जाते हैं। इन बलों के प्रभाव में छड़ –



(A) स्थिर है (B) बलाघुर्ण अनुभव करती है

(C) रेखिय गति करती है (D) बलाघुर्ण अनुभव करती है व रेखिक गति भी करती है

D-2. 5m लम्बी एक समरुप सीढ़ी एक दीवार पर चित्रानुसार ऊर्ध्वाधर तल में लगी है। दीवार तथा फर्श के लिए घर्षण गुणांक μ समान है तो इसको फिसलने से रोकने के लिए μ का न्यूनतम मान क्या होना चाहिऐ।



(A) $\mu = 1/2$ (B) $\mu = 1/4$ (C) $\mu = 1/3$ (D) $\mu = 1/5$

D-3 w भार की एक छड़ दो समान्तर तीखे किनारो A तथा B पर उनके लम्बवत् क्षैतिज अवस्था में रखी हैं। किनारे एक दूसरे से d दूरी पर है तथा छड का द्रव्यमान केन्द्र A सिरे से x दूरी पर है। A तथा B पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल होगा।

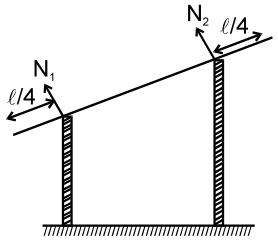
(A) $N_A = 2w\,(1 - x/d)$, $N_B = wx/d]$ (B) $N_A = w\,(1 - x/d)$, $N_B = wx/d]$

(C) $N_A = 2w\,(1 - x/d)$, $N_B = 2wx/d]$ (D) $N_A = w\,(2 - x/d)$, $N_B = wx/d]$

D-4. किसी तराजु का पलड़ा व छड़ द्रव्यमान रहित हैं। एक पलडे में रखने पर किसी वस्तु का भार W_1 व दूसरे पलड़े में रखने पर W_2 ज्ञात होता है। वस्तु का भार W है–

(A) $\sqrt{W_1 W_2}$ (B) $\sqrt{(W_1 + W_2)}$ (C) $W_1^2 + W_2^2$ (D) $(W_1^{-1} + W_2^{-1})/2$

D-5. ℓ लम्बाई की एक समान छड़ को दो दीवारों पर सममित रूप से चित्रानुसार रखा है। छड़ साम्यावस्था में है। यदि N_1 तथा N_2 दीवार द्वारा छड़ पर लगाये अभिलम्बवत् बल हों तब–



(A) $N_1 > N_2$ (B) $N_1 > N_2$

(C) $N_1 = N_2$ (D) N_1 तथा N_2 ऊर्ध्वाधर दिशा में होने चाहिये।

खण्ड़ (E) : स्थिर अक्ष के सापेक्ष घूर्णन ($\tau_H = I_H\alpha$)

E-1. एक r त्रिज्या की वृत्ताकार एक समान चकती A, t मोटाई की धातु की प्लेट से बनाई जाती है तथा दूसरी 4r त्रिज्या की एक समान चकती B, t/4 मोटाई की उसी धातु की प्लेट से बनाई जाती है। यदि दोनों प्रारम्भ में विरामअवस्था में है तथा दोनों पर समान बल आघूर्ण आरोपित किया जाए तो, कुछ समय पश्चात् A की परिधि पर स्थित बिन्दु तथा B की परिधी पर स्थित अन्य बिन्दु का कोणीय वेग क्रमशः ω_A तथा ω_B हो, तो

(A) $\omega_A > \omega_B$ (B) $\omega_A = \omega_B$ (C) $\omega_A < \omega_B$

(D) संबंध बल आघूर्ण के वास्तविक मान पर निर्भर करता है।

E-2. जड़त्वीय तंत्र में एक स्थिर ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष एक वस्तु एक समान कोणीय वेग से घूर्णन गति कर रही है। वस्तु के एक कण पर जो वस्तु की अक्ष पर स्थित नहीं है, पर परिणामी बल होगा —

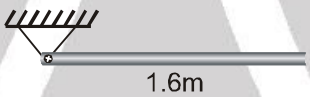
(A) क्षैतिज तथा अक्ष से झुकाव पर (B) ऊर्ध्वाधर

(C) क्षैतिज व अक्ष को काटता हुआ (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

E-3. एक m द्रव्यमान व ℓ लम्बाई की समरूप छड़ का एक सिरा आलम्बित है। छड़ एक चिकने क्षैतिज तल पर रखी गई है तथा आलम्बित सिरे के सापेक्ष समान कोणीय वेग ω से घूर्णन करती है। दृढ़ आलम्ब द्वारा छड़ पर लगाए गए बल का क्षैतिज घटक होगा—

(A) $m\omega^2\ell$ (B) शून्य (C) mg (D) $\frac{1}{2}m\omega^2\ell$

E-4. चित्रानुसार 20 kg द्रव्यमान तथा 1.6 m लम्बाई की एक एकसमान छड़ अपने एक सिरे के बिन्दु पर कीलकित है तथा ऊर्ध्वाधर तल में मुक्त रूप से झूल सकती है। छड़ को क्षैतिज स्थिति में, विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद छड़ का कोणीय त्वरण होगा :



(A) $\frac{15g}{16}$ (B) $\frac{17g}{16}$ (C) $\frac{16g}{15}$ (D) $\frac{g}{15}$

E-5. दो आदमी एक समरुप क्षैतिज छड़ को इसके दोनों किनारों पर से उठाते हैं। यदि उनमें से एक व्यक्ति छड़ को अचानक छोड़ देता है तो छड़ द्वारा दूसरे व्यक्ति पर आरापित बलः

(A) अपरिवर्तित रहेगा (B) बढ़ेगा (C) घटेगा

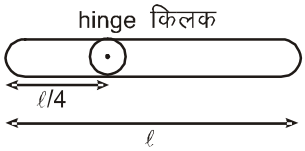
(D) उसके द्वारा छड़ पर आरोपित बल से अलग होगा

खण्ड़ (F) : स्थिर अक्ष के सापेक्ष घूर्णन (ऊर्जा संरक्षण)

F-1. एक मीटर की एक समरूप छड़ ऊर्ध्वाधर रखी जाती है। इसका एक सिरा फर्श पर है और यह गिरने दी जाती है यह मानते हुऐ कि फर्श वाला सिरा फिसलता नहीं है। जब यह फर्श पर टकराती है तब दूसरे सिरे की चाल ज्ञात करो।

(A) $\sqrt{4g}$ (B) $\sqrt{3g}$ (C) $\sqrt{5g}$ (D) $\sqrt{g}$

F-2. एक समरूप छड़ चित्रानुसार कीलकित की गयी है। इसे क्षैतिज अवस्था से छोड़ा जाता है। छड़ के ऊर्ध्वाधर अवस्था में पहुँचने पर इसका कोणीय वेग है : (अक्ष जड़वत्, घर्षणरहित और क्षैतिज है।)



(A) $\sqrt{\frac{12g}{3\ell}}$ (B) $\sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$ (C) $\sqrt{\frac{24g}{7\ell}}$ (D) $\sqrt{\frac{3g}{7\ell}}$

खण्ड़ (G) : कोणीय संवेग तथा कोणीय संवेग संरक्षण

G-1. एक नियत बलाघूर्ण एक समरुप वृत्ताकार पहिये का कोणीय संवेग 4 sec. में A_0 से $4A_0$ तक परिवर्तित करता है। इस बलाघूर्ण का परिमाण है :

(A) $4A_0$ (B) A_0 (C) $3A_0/4$ (D) $12A_0$

G-2. एक कण Y-अक्ष के समान्तर अचर वेग से गति करता है, मूल बिन्दु के सापेक्ष इसका कोणीय संवेग
(A) शून्य है (B) नियत रहता है (C) लगातार बढ़ता है। (D) लगातार घटता है

G-3. एक कण $t = 0$ पर जमीन पर क्षैतिज से 45° के कोण पर बिन्दु P से v_0 चाल से प्रक्षेपित किया जाता है। $t = v_0/g$ समय पर कण का P के सापेक्ष कोणीय संवेग का परिमाण क्या होगा

(A) $\frac{mv_0^2}{2\sqrt{2}g}$ (B) $\frac{mv_0^3}{\sqrt{2}g}$ (C) $\frac{mv_0^2}{\sqrt{2}g}$ (D) $\frac{mv_0^3}{2\sqrt{2}g}$

G-4. 'M' द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक पतली एकसमान वलय इसकी स्थिर अक्ष जो केन्द्र से गुजरती है, तथा घुर्णन तल के लम्बवत् है, के सापेक्ष समान कोणीय वेग ω से घूर्णन करती है। दो वस्तुऐं प्रत्येक m द्रव्यमान की इसके व्यासतः विपरीत किनारों पर धीरे से रख दी जाती है। अब वलय का कोणीय वेग होगा - **[JEE - 1983]**

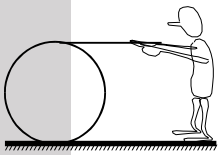
(A) $\frac{\omega M}{(M+m)}$ (B) $\frac{\omega M}{(M+2m)}$ (C) $\frac{\omega M}{(M-2m)}$ (D) $\frac{\omega(M+3m)}{M}$

G-5. एक बच्चा घूर्णन कर रहे स्टूल पर भुजाएं सिकौडकर बैठा है। यदि यह अपनी भुजाऐं फैलादे, तो घूर्णन अक्ष के सापेक्ष इसका कोणीय संवेग
(A) बढ़ता है (B) घटता है (C) अपरिवर्तित रहता है (D) दुगना हो जाता है

खण्ड (H) : संयुक्त स्थानांतरीय गति + घूर्णन गति (गतिकी)

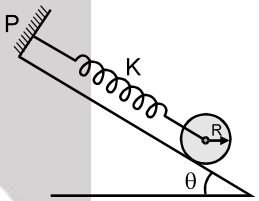
H-1. समतल सतह पर बिना फिसले लुढ़कने वाली चकती का केन्द्र u चाल से गति करता है। निम्न अर्धवृत्त पर स्थित ऊर्ध्वाधर से 60º के कोण पर, चकती की परिधी पर स्थित एक बिन्दु की चाल होगी
(A) शून्य (B) u (C) $\sqrt{2}u$ (D) 2u

H-2. खुरदरे क्षैतिज तल पर रखे गए एक बेलन पर नगण्य मोटाई की एक रस्सी कई बार लपेटी गई है। चित्रानुसार ℓ दूरी पर खड़ा बच्चा इसको अपनी तरफ खींचता है। यदि बेलन बिना फिसले लुढकता है, तो जब बैलन उसके हाथ पर पहुचता है तो बच्चे के हाथ से गुजरने वाली रस्सी की लम्बाई होगी



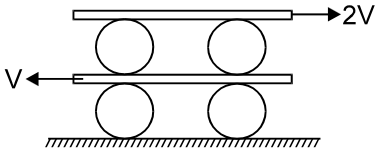
(A) ℓ (B) 2ℓ (C) 3ℓ (D) 4ℓ

H-3. क्षैतिज के साथ θ कोण वाले नत तल पर M द्रव्यमान व R त्रिज्या का एकसमान बेलन बिना फिसले नीचे की ओर लुढ़कता है। बेलन K स्प्रिंग नियतांक वाली एक स्प्रिंग से जुड़ा हुआ है जबकि स्प्रिंग का दूसरा सिरा एक दृढ़ आधार P से जुड़ा हुआ है। जब स्प्रिंग अविस्तारित होती है तब बेलन को विराम से छोड़ा जाता है। बेलन का अधिकतम विस्थापन है–



(A) $\frac{3}{4}\frac{Mg\sin\theta}{K}$ (B) $\frac{Mg\sin\theta}{K}$ (C) $\frac{2Mg\sin\theta}{K}$ (D) $\frac{4}{3}\frac{Mg\sin\theta}{K}$

H-4. समरूप बेलन व प्लेटों का निकाय चित्रानुसार है। सभी बेलन एक ही प्रकार के हैं तथा किसी भी सम्पर्क सतह पर फिसलन नहीं है। नीचे वाली तथा ऊपरी प्लेट का वेग क्रमशः V तथा 2V चित्रानुसार है तो ऊपर तथा नीचे वाले बेलनों के कोणीय वेग का अनुपात क्या होगा।

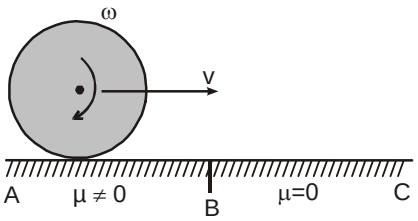


(A) 3 (B) 1/3 (C) 1 (D) इनमें से कोई नहीं

H-5. जब एक आदमी ने एक मीटर छड़ को फैंका तो यह देखा गया कि उसके केन्द्र की चाल ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर 10 m/s है और बाईं ओर के सिरे की चाल 20 m/s ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है तो छड़ की कोणीय चाल होगी :
(A) 20 rad/ sec (B) 10 rad/sec (C) 30 rad/sec (D) इनमें से कोई नही

खण्ड़ (I) : संयुक्त स्थानांतरीय गति तथा घूर्णन गति (गतिकी)

I-1. चित्रानुसार एक m द्रव्यमान की समरूप चकती ω कोणीय वेग से बिना फिसले लोटनी गति करती है। AB भाग खुरदरा व BC चिकना है। जब यह B को पार करती है, चकती में होगी :



(A) केवल स्थानान्तरीय गति (B) शुद्ध लोटनी गति (C) केवल घूर्णन गति (D) इनमें से कोई नहीं

I-2. समान द्रव्यमान व त्रिज्या का एक ठोस गोला, खोखला गोला तथा वलय एक नत तल के शीर्ष से एक साथ छोड़े जाते हैं। वस्तु व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक समान है तथा शुद्ध लोटनी गति के लिए पर्याप्त नहीं है। तली पर सबसे अधिक गतिज उर्जा प्राप्त करेगा–

(A) ठोस गोला (B) खोखला गोला (C) वलय (D) सभी समान गतिज ऊर्जा प्राप्त करेंगे

I-3. एक खोखला गोला व ठोस गोला जिनका द्रव्यमान व त्रिज्या समान है। एक खुरदरे नत तल पर बिना फिसलन के नीचे लुढ़काए जाते हैं, तो

(A) दोनो गोले तली पर एक साथ पहुँचेगे

(B) खोखला गोला तली पर कम चाल से पहुँचेगा

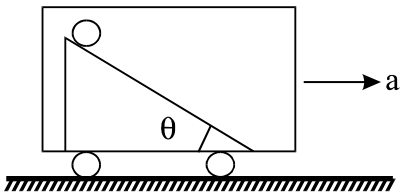
(C) ठोस गोला तली पर अधिक गतिज उर्जा से पहुँचेगा

(D) दोनों गोले तली पर समान रेखीय संवेग से पहुँचेगे

I-4. समान द्रव्यमान व त्रिज्या का एक ठोस गोला, खोखला गोला तथा ठोस बेलन एक नत तल के शीर्ष से छोड़े जाते हैं, वस्तु व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक समान है तथा शुद्ध लोटनी गति के लिए पर्याप्त नहीं है। निम्न के द्वारा तली तक पहुँचने में लिया गया समय अधिकतम होगा -

(A) ठोस गोला (B) खोखला गोला (C) ठोस बेलन (D) सभी समान समय लेंगे

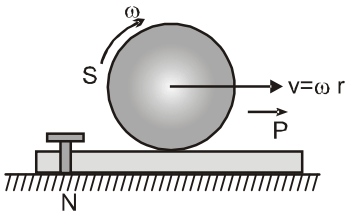
I-5. चित्र में एक चिकना नत तल दिखाया गया है जो एक कार में जड़वत किया गया है। कार क्षैतिज सड़क पर त्वरित होती है। नत तल का झुकाव कोण θ व कार का त्वरण निम्न प्रकार से संबंधित है $a = g \tan\theta$. यदि एक दृढ़ गोले को नत तल पर शुद्ध लोटनी गति दी जाए तो –



(A) यह लगातार शुद्ध लोटनी गति करेगा (B) इस पर घर्षण बल कार्य करेगा

(C) इसका कोणीय वेग बढ़ेगा (D) इसका कोणीय वेग घटेगा

I-6. एक गोला S एक प्लांक P पर बिना फिसले नियत चाल से चल रहा है। P की ऊपरी सतह व गोले के मध्य घर्षण फिसलन रोकने के लिऐ पर्याप्त है। जबकि P की निचली सतह चिकनी है व सतह पर विराम पर रखा है। प्रारम्भ में P सतह से एक पिन N द्वारा जुड़ा (fixed) है। यदि N अचानक हटा लिया जाये तो –



(A) S, P पर फिसलना प्रारम्भ करेगा

(B) P पीछे चलना प्रारम्भ करेगा

(C) S की चाल घटेगी व इसका कोणीय वेग बढ़ेगा

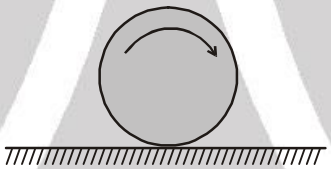
(D) S की गति में कोई परिवर्तन नहीं आयेगा व P अब भी विराम पर रहेगा

I-7. एक वस्तु को स्थानान्तरीय वेग दिया जाता है एवं पर्याप्त घर्षण वाली सतह पर रखा जाता है, तो :

(A) शुद्ध घूर्णन से पहले वस्तु आगे की ओर गति करेगी (B) शुद्ध घूर्णन से पहले वस्तु पीछे की ओर गति करेगी

(C) वस्तु तुरंत शुद्ध घूर्णन प्रारंभ करेगी (D) इनमें से कोई नहीं

I-8. चित्रानुसार m द्रव्यमान व r त्रिज्या की एक वस्तु ω कोणीय वेग से घूर्णन करती है तथा एक सतह पर रखी जाती है जिसका पर्याप्त घर्षण है तो वस्तु गति करेगी :



(A) पहले पीछे की ओर तथा बाद में आगे की ओर (B) पहले आगे की ओर तथा बाद में पीछे की ओर

(C) हमेशा आगे की ओर (D) इनमें से कोई नहीं

I-9. v चाल से क्षेतिज सतह पर बिना फिसले लौटनी गति कर रही m द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की एक वस्तु ऊँचाई $\frac{3v^2}{4g}$ के रेम्प पर चढ़ती है। वस्तु हो सकती है। **[Olympiad 2015 (stage-1)]**

(A) एक गोला (B) एक वृत्ताकार वलय (C) एक गोलीय कोश (D) एक वृत्ताकार चकती

खण्ड़ (J) : कोणीय संवेग संरक्षण (संयुक्त स्थानान्तरीय गति एवं घूर्णन गति)

J-1. एक चिकने नत तल के ऊपरी सिरे से एक गोला मुक्त रूप से छोड़ा जाता है। जब यह नीचे की ओर गति करता है, तो इसका कोणीय सवेग

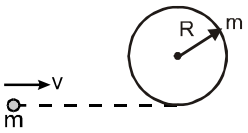
(A) प्रत्येक बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा।

(B) केवल संपर्क बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा।

(C) केवल गोले के केन्द्र के सापेक्ष संरक्षित होगा।

(D) गोले के केन्द्र से गुजरने वाली तथा नत तल के समानान्तर एक स्थिर रेखा पर स्थित किसी भी बिन्दु के सापेक्ष संरक्षित होगा।

J-2. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक वृत्ताकार लकड़ी की वलय समतलीय रूप से एक घर्षण रहित क्षैतिज तल पर स्थिर रखा हुआ है। समान द्रव्यमान m की एक गोली V वेग से गति करती हुई वलय से टकराकर इसमें धंस जाती है। वलय की मोटाई R की तुलना में बहुत कम है। गोली के वलय में धंस जाने के ठीक बाद निकाय का कोणीय वेग है।



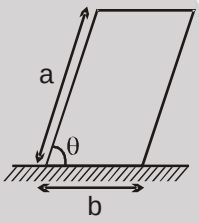
(A) $\frac{V}{4R}$ (B) $\frac{V}{3R}$ (C) $\frac{2V}{3R}$ (D) $\frac{3V}{4R}$

खण्ड (K) : पलटना

K-1. a भुजा व m द्रव्यमान का एक समरूप घन खुरदरी क्षैतिज मेज पर रखा गया है। एक क्षैतिज बल 'F' केन्द्र के ठीक उपर आधार से $\frac{3a}{4}$ ऊँचाई पर लगाया जाता है। घन के भुजा के सापेक्ष लुढ़कने (tilt) के लिए 'F' का न्यूनतम मान क्या होगा? (माना कि घन फिसलता नहीं है) **[JEE - 1984]**

(A) $\frac{2}{3}mg$ (B) $\frac{4}{3}mg$ (C) $\frac{5}{4}mg$ (D) $\frac{1}{2}mg$

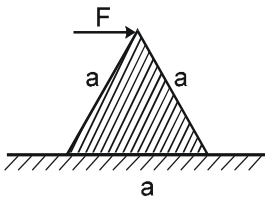
K-2. एक संमागी ब्लॉक जिसकी अनुप्रस्थ काट भुजा 'a' तथा 'b', चित्रानुसार है तथा यह एक समान्तर चतुर्भुज के रूप मे है। यदि यह साम्यवस्था में घर्षणहीन क्षैतिज सतह पर रखा है तो कोण θ (न्यूनकोण) का मान होगा :



(A) $\cos\theta \le \frac{b}{a}$ (B) $\cos\theta \ge \frac{b}{a}$ (C) $\cos\theta < \frac{b}{a}$ (D) $\cos\theta > \frac{b}{a}$

(E) $\cos\theta > \frac{a}{b}$

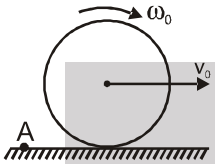
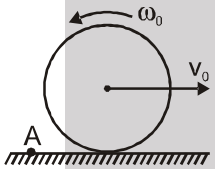
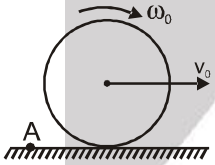
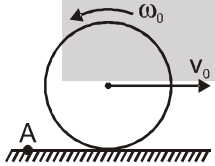
K-3. m द्रव्यमान का एक समरूप समबाहु प्रिज्म घर्षण गुणांक μ के खुरदुरे समतल पर रखा है। इस पर क्षैतिज बल F चित्रानुसार आरोपित होता है यदि घर्षण गुणांक इतना पर्याप्त है कि वह पलटने (topple करने) से पहले खिसकता नहीं हैं तो प्रिज्म को पलटने (topple करने) के लिए आवश्यक न्यूनतम बल होगा।



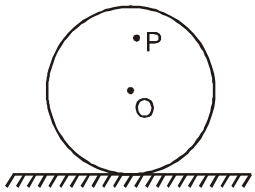
(A) $\frac{mg}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{mg}{4}$ (C) $\frac{\mu mg}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{\mu mg}{4}$

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. प्रत्येक स्थिति में, एक एकसमान चकती जिसका द्रव्यमान m तथा त्रिज्या R है, घर्षणयुक्त स्थिर (fixed) क्षैतिज सतह पर लोटनी गति (roll) कर रही है। प्रारम्भ में t = 0 पर, चकती की कोणीय चाल ω_0 है तथा चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग क्षैतिज दिशा में v_0 है। तथा v_0 एवम् ω_0 का सम्बन्ध प्रत्येक स्थिति में दिया गया है तथा घूर्णन की प्रारम्भिक प्रवृत्ति प्रत्येक स्थिति के लिए स्तम्भ-I में दी गई है तब स्तम्भ-I में दिये गये कथनों से सम्बन्धित स्तम्भ-II में दिये गये परिणामों को सुमेलित करिए।

स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A)  ($v_o > R\,\omega_o$)	(p) चित्रानुसार बिन्दु A के परितः चकती का कोणीय संवेग संरक्षित होता है।
(B)  ($v_o > R\,\omega_o$)	(q) चकती के बिना फिसले लोटनी गति (rolling) शुरू करने के बाद, चकती की गतिज ऊर्जा का मान इसकी प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा से कम होगा।
(C)  ($v_o < R\,\omega_o$)	(r) चकती जब फिसलने के साथ लोटनी गति करती है तो उस समयान्तराल में चकती पर घर्षण बांयी (left) ओर लगेगा।
(D)  ($v_o < R\,\omega_o$)	(s) जब चकती फिसलती हुई लोटनी गति (roll) करती है तो उस समयान्तराल के दौरान चकती पर कुछ समय के लिए घर्षण बल दांयी (right) ओर कुछ समय के बांयी (left) ओर होगा।

2. एक एकसमान चकती (disc) एक खुरदरी क्षैतिज सतह पर बिना फिसले एकसमान कोणीय वेग से लुढ़कती (roll) हुई गति करती है बिन्दु O चकती (disc) का केन्द्र है तथा P चित्रानुसार चकती पर एक बिन्दु है। स्तम्भ-I की प्रत्येक स्थिति में एक कथन दिया गया है तथा स्तम्भ-II में संगत परिणाम दिये गये हैं। स्तम्भ-I में दिये गये कथनों को स्तम्भ-II में दिये गये कथनों से सुमेलित कीजिए।



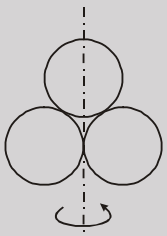
स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) चकती (disc) पर बिन्दु P का वेग	(p) समय के साथ परिमाण में परिवर्तित होता है।
(B) चकती (disc) पर बिन्दु P का त्वरण	(q) हमेशा उस बिन्दु जो स्तम्भ-I में चकती (disc) पर दिया गया है, से चकती के केन्द्र की ओर निर्देशित होता है।
(C) चकती (disc) पर बिन्दु P का स्पर्शरेखीय त्वरण	(r) हमेशा शून्य होता है।
(D) चकती पर स्थित बिन्दु, जो खुरदरी क्षैतिज सतह के साथ सम्पर्क है उस बिन्दु का त्वरण	(s) अशून्य (nonzero) है तथा परिमाण में नियत रहता है।

Exercise-2

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. तीन वलय प्रत्येक का द्रव्यमान m व त्रिज्या r है, इस प्रकार रखी है कि वे एक–दूसरे को स्पर्श कर रही है। चित्र में दर्शाई गई अक्ष के सापेक्ष निकाय की घूर्णन त्रिज्या होगी –

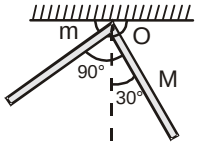


(A) $\sqrt{\frac{6}{5}}\,r$ (B) $\sqrt{\frac{5}{6}}\,r$ (C) $\sqrt{\frac{6}{7}}\,r$ (D) $\sqrt{\frac{7}{6}}\,r$

2. एक खोखले बेलन का द्रव्यमान M, बाहरी एवं आन्तरिक त्रिज्यायें क्रमशः R_2 एवं R_1 हैं। सममिति अक्ष के समान्तर एवं बाहरी सतह के स्पर्श रेखीय अक्ष के परितः इसका जड़त्व आघूर्ण है –

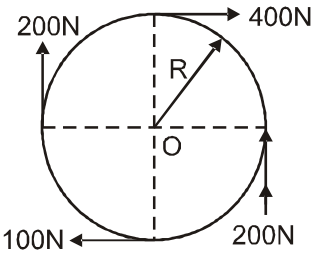
(A) $\frac{M}{2}(R_2^2 + R_1^2)$ (B) $\frac{M}{2}(R_2^2 - R_1^2)$ (C) $\frac{M}{4}(R_2 + R_1)^2$ (D) $\frac{M}{2}(3R_2^2 + R_1^2)$

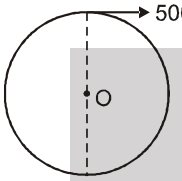
3. समान लम्बाई तथा भिन्न–भिन्न द्रव्यमान की दो समरूप छड़ें L–आकार में दृढ़ जुड़ी हुई है तथा यह चित्रानुसार O पर निलम्बित है। यदि प्रदर्शित व्यवस्था में वस्तु सन्तुलन की साम्यावस्था में हो तो M/m अनुपात होगा :

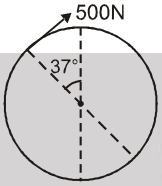


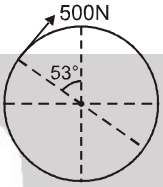
(A) 2 (B) 3 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

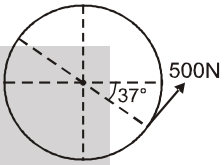
4. 'R' त्रिज्या के वृत्त के स्पर्श रेखीय, पहिये पर लगे चार बल चित्र में दर्शाये गये है। दिये गये बलो के परिणामी तुल्य एक बल निकाय होगा।



(A) 

(B) 

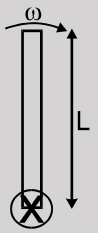
(C) 

(D) 

5. एक समरूपी 'm' द्रव्यमान व L लम्बाई की पतली छड़ सिरों पर दो ऊर्ध्व डोरियों से क्षैतिज लटकी हुई है। यदि एक रस्सी को काट दिया जाता है तो काटने के तुरन्त बाद छड़ का कोणीय त्वरण क्या होगा ?

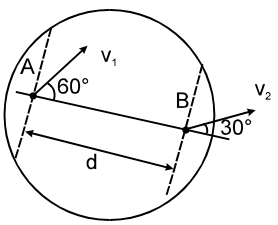
(A) $\frac{g}{2L}$ (B) $\frac{g}{L}$ (C) $\frac{3g}{2L}$ (D) $\frac{2g}{L}$

6. एक समान छड़, एक सिरे पर कीलकित है तथा ऊर्ध्वाधर तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है। छड़ को इसकी ऊर्ध्वाधर स्थिति से चित्रानुसार कोणीय वेग ω देते है। ω का वह मान ज्ञात करों जिसके लिये इस स्थिति में कीलकित बिन्दु द्वारा छड़ पर लगाया बल शून्य होगा–



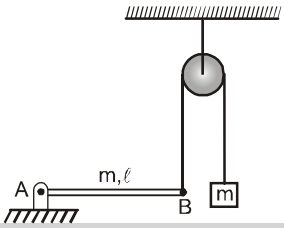
(A) $\sqrt{\frac{g}{L}}$ (B) $\sqrt{\frac{2g}{L}}$ (C) $\sqrt{\frac{g}{2L}}$ (D) $\sqrt{\frac{3g}{L}}$

7. चकती पर स्थित दो बिन्दु A व B का वेग किसी क्षण पर v_1 व v_2 है। चित्रानुसार दोंनो बिन्दुओं को पृथक करने वाली रेखा से उनकी दिशाऐं क्रमशः 60° व 30° कोण बनाते है, तो चकती का कोणीय वेग है।



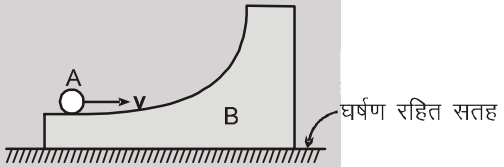
(A) $\frac{\sqrt{3}v_1}{d}$ (B) $\frac{v_2}{\sqrt{3}d}$ (C) $\frac{v_2 - v_1}{d}$ (D) $\frac{v_2}{d}$

8. चित्र में दिखाये अनुसार एक एकसमान छड़ AB, क्षैतिज स्थिति में A सिरे पर कीलकित (hinged) है। यहाँ कीलकीत खूंटी (hinge) घर्षणरहित है तथा यह छड़ पर कोई घर्षण बल नहीं लगाती है। छड़ का दूसरा सिरा एक द्रव्यमान रहित रस्सी द्वारा चित्रानुसार एक ब्लॉक से जुड़ा है। घिरनी द्रव्यमान रहित तथा चिकनी है। ब्लॉक तथा छड़ का द्रव्यमान समान तथा प्रत्येक का द्रव्यमान m हैं। गुरूत्वीय त्वरण g है। ब्लॉक को इस स्थिति से छोड़ने के तुरन्त बाद, रस्सी में तनाव तथा छड़ का कोणीय त्वरण होगा–



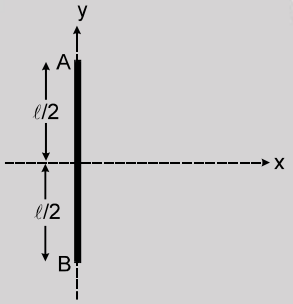
(A) $\frac{3mg}{8}, \frac{g}{8\ell}$ (B) $\frac{5mg}{8}, \frac{3g}{8\ell}$ (C) $\frac{mg}{8}, \frac{5g}{8\ell}$ (D) $\frac{7mg}{8}, \frac{7g}{8\ell}$

9. चित्रानुसार वलय A पिण्ड B की क्षैतिज सतह पर v वेग से बिना फिसले लुढ़क रही है। यदि A तथा B का द्रव्यमान समान है तथा सभी सतह चिकनी हो तथा B का प्रारम्भिक वेग शून्य है। A द्वारा B की सतह पर प्राप्त अधिकतम ऊचाँई (प्रारम्भिक स्थिति से) ज्ञात करो ?



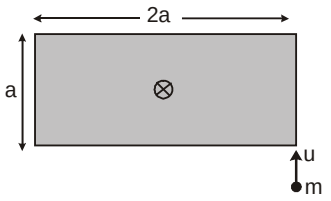
(A) $\frac{3v^2}{4g}$ (B) $\frac{v^2}{4g}$ (C) $\frac{v^2}{2g}$ (D) $\frac{v^2}{3g}$

10. m द्रव्यमान एवं ℓ लम्बाई की एक समरूप छड़ y-अक्ष के अनुदिश चित्रानुसार चिकनी क्षैतिज सतह पर स्थिर अवस्था में रखी है। एक आवेगीय बल F को बिन्दु A पर x दिशा में अल्प समय Δt के लिए लगाते है जिसके पश्चात् यह छड़ स्वतन्त्रता पूर्वक गति करती है तो छड़ के सिरे A के x–निर्देशांक है जब छड़ प्रथम बार x–अक्ष के समान्तर होती है (प्रारम्भ में छड़ के द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक (0, 0) हैं) :



(A) $\frac{\pi\ell}{12}$ (B) $\frac{\ell}{2}\left(1+\frac{\pi}{12}\right)$ (C) $\frac{\ell}{2}\left(1-\frac{\pi}{6}\right)$ (D) $\frac{\ell}{2}\left(1+\frac{\pi}{6}\right)$

11. एक समरूप आयताकार m द्रव्यमान की प्लेट इसके द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली व प्लेट के लम्बवत् चिकने ऊर्ध्वाधर कीलक के सापेक्ष घूमने के लिए स्वतंत्र है। यह प्लेट चिकने क्षैतिज तल पर रखी गई है। m द्रव्यमान का एक कण चित्रानुसार 'u' चाल से गति करता हुआ प्लेट से टकराता है व इससे चिपक जाता है। टक्कर के बाद प्लेट का कोणीय वेग होगा :

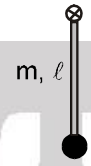


(A) $\frac{12}{5}\frac{u}{a}$ (B) $\frac{12}{19}\frac{u}{a}$ (C) $\frac{3}{2}\frac{u}{a}$ (D) $\frac{3}{5}\frac{u}{a}$

12. एक छड़ एक स्थिर लम्बवत अक्ष के सापेक्ष घूर्णन कर सकती है। छड़ की लम्बाई के अनुदिश द्रव्यमान असमरूप तरीके से वितरित है। छड़ के एक सिरे पर नियत परिमाण का क्षैतिज बल हमेशा छड़ के लम्बवत कार्यरत है। एक चक्कर के बाद निम्न में से कौनसी राशि इस बात पर निर्भर नहीं करेगी कि अक्ष किस सिरे से गुजरता है (प्रारम्भिक कोणीय वेग शून्य मानिये)

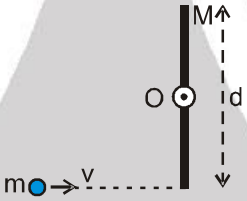
(A) कोणीय संवेग (B) गतिज उर्जा (C) कोणीय वेग (D) निम्न में से कोई नहीं

13. चित्र में दिखाये अनुसार एक छड़ एक सिरे पर कीलकित है तथा दूसरे निचले सिरे पर एक कण जुड़ा है। कण को दिया गया न्यूनतम वेग क्या होगा ताकि छड़ ऊर्ध्वाधर तल में वृत्तीय गति कर सके – [छड़ की लम्बाई ℓ है, छड़ व कण का द्रव्यमान दोनों m माने]



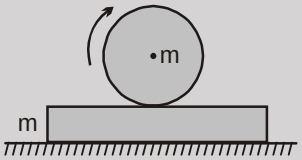
(A) $\sqrt{5g\ell}$ (B) $\sqrt{4g\ell}$ (C) $\sqrt{4.5g\ell}$ (D) इनमें से कोई नहीं

14. एक द्रव्यमान m, एक छड़ के लम्बवत् v चाल से क्षैतिजतः गति कर रहा है। दी गई एकसमान छड़ की लम्बाई d तथा द्रव्यमान M = 6m है। छड़ को केन्द्र O पर किलकीत किया हुआ है तथा यह केन्द्र O से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर स्थिर अक्ष के परितः क्षैतिज तल में मुक्त रूप से घूर्णन कर सकती है। किलकीत बिन्दु घर्षण रहित है। कण टकराता है व छड़ के सिरे से चिपक जाता है। टक्कर के ठीक बाद निकाय की कोणीय चाल होगी–



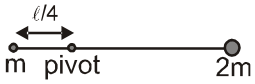
(A) 2v/3d (B) 3v/2d (C) v/3d (D) 2v/d

15. 'm' द्रव्यमान के एक समरूप गोले को एक केन्द्र से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष कुछ कोणीय वेग दिया जाता है तथा धीरे से m द्रव्यमान के तख्ते पर रख दिया जाता हैं। दोनों के बीच घर्षण गुणांक μ है। तख्ता चिकने क्षैतिज तल पर रखा गया है। तख्ते के सापेक्ष गोले के केन्द्र का प्रारम्भिक त्वरण होगा :



(A) शून्य (B) μg (C) (7/5) μg (D) 2 μg

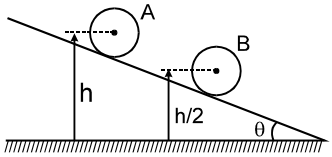
16. ℓ लम्बाई तथा नगण्य द्रव्यमान की एक छड़ को बांये छोर से $\frac{\ell}{4}$ दूरी पर चित्रानुसार कीलकित कर दिया जाता है। एक m द्रव्यमान का कण इसके बांये सिरे पर तथा दूसरा 2 m द्रव्यमान का कण दांये सिरे पर बांध दिया जाता है। अगर निकाय को चित्रानुसार स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है तो दोंनो द्रव्यमान की चाल तथा कोणीय वेग क्या होगा जब निकाय ऊर्ध्वाधर स्थिति से गुजरता है।



(A) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}}$, $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}}$, $\sqrt{\frac{40g}{19\ell}}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{20g\ell}{19}}$, $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{20g\ell}{19}}$, $\sqrt{\frac{20g}{19\ell}}$

(C) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{20g\ell}{19}}$, $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{20g\ell}{19}}$, $\sqrt{\frac{20g}{19\ell}}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}}$, $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}}$, $\sqrt{\frac{40g}{19\ell}}$

17. दो एक समान ठोस गेंदे A व B प्रत्येक द्रव्यमान m, चित्र में दर्शाये अनुसार एक स्थिर वेज पर रखी जाती है। गेंद B विराम पर रखी है एवं गेंद B दोनों गेंदों के टकराने से ठीक पहले छोड़ी जाती है। गेंद A नत तल पर बिना फिसले लुढ़कती है और गेंद B से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। गेंद B से टक्कर के तुरंत बाद गेंद A की गतिज ऊर्जा होगी : (A तथा B के मध्य घर्षण नगण्य माने तथा गेंदों की त्रिज्या को नगन्य माने)

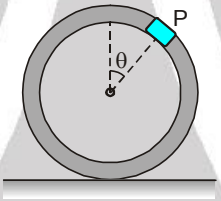


(A) $\frac{mgh}{7}$ (B) $\frac{mgh}{2}$ (C) $\frac{2mgh}{5}$ (D) $\frac{7mgh}{5}$

18. एक ठोस समरूप चकती जिसका द्रव्यमान m है, एक नततल पर a त्वरण से बिना फिसले लुढ़कती है। तल की सतह के कारण चकती पर घर्षण बल होगा।

(A) 2 ma (B) $\frac{3}{2}$ ma (C) ma (D) $\frac{1}{2}$ ma

19. एक 'm' द्रव्यमान का छोटा ब्लॉक एक वलय जिसका द्रव्यमान '3m' तथा त्रिज्या 'r' है पर दृढ़ रूप से लगा है। निकाय विराम से $\theta = 90^\circ$ पर मुक्त किया जाता है तथा बिना फिसले लुढ़कता है। विराम से मुक्त करने के तुरन्त बाद वलय का कोणीय त्वरण कितना होगा –

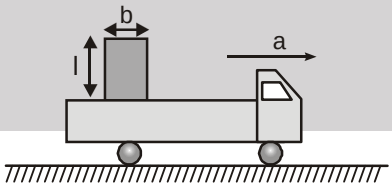


(A) $\frac{g}{4r}$ (B) $\frac{g}{8r}$ (C) $\frac{g}{3r}$ (D) $\frac{g}{2r}$

20. R त्रिज्या की एक एकसमान वलय को $V_0/2R$ कोणीय वेग का पश्च चक्रण (back spin) कराके एक खुरदरे क्षेतिज तल पर फेंका जाता है। फेंकते समय केन्द्र का वेग V_0 है। शुद्ध लोटनी गति प्रारम्भ होने के बाद वलय के केन्द्र का वेग होगा।

(A) $V_0/2$ (B) $V_0/4$ (C) $3V_0/4$ (D) 0

21. एक ℓ तथा b विमाओं का एक ब्लॉक a त्वरण से चल रहे ट्रक पर रखा है। यदि बॉक्स नहीं सरकता है और यह साम्यावस्था में रहे (ट्रक के सापेक्ष) तो ब्लॉक को अधिकतम कितना त्वरित कर सकते है।



(A) $\frac{g\ell}{b}$ (B) $\frac{gb}{\ell}$ (C) g (D) इनमें से कोई नहीं

22. यदि किसी हल्की छड़ पर, दो समान्तर (एक ही दिशा के) बलों की स्थिति परस्पर बदल दे, तो उनका परिणामी बल उनके बीच की दूरी के एक चौथाई से विस्थापित हो जाता है तो उनके परिमाणों का अनुपात होगा—

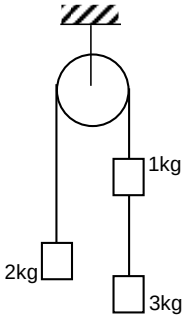
(A) 1 : 2 (B) 2 : 3 (C) 3 : 4 (D) 3 : 5

23. दो बिन्दु द्रव्यमानों m_1 तथा m_2 को एक हल्की दृढ़ r_0 लम्बाई की छड़ द्वारा जुड़े हुए मानिये। दृढ़ छड़ के लम्बवत् तथा उनके द्रव्यमान केन्द्रों से गुजरने वाली एक अक्ष के परितः निकाय का जड़त्व आघूर्ण दिया जाता है

[Olympiad (Stage-1) 2017]

(A) $\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}r_0^2$ (B) $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}r_0^2$ (C) $\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}r_0^2$ (D) $\frac{m_1^2+m_2^2}{m_1+m_2}r_0^2$

24. निम्न व्यवस्था में घिरनी को हल्की तथा रस्सी अवितान्य मानिये। निकाय का त्वरण किसी एक भौतिक राशि को संरक्षित मानकर निर्धारित किया जा सकता है। संरक्षित भौतिक राशि तथा त्वरण क्रमशः है – **[Olympiad (Stage-1) 2017]**



(A) ऊर्जा तथा g/3 (B) रेखीय संवेग तथा g/2 (C) कोणीय संवेग तथा g/3 (D) द्रव्यमान तथा g/2

भाग - II : एकल एवं द्वि–पूर्णांक मान प्रकार (SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE)

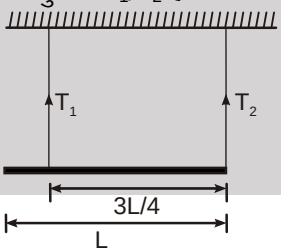
1. एक पहिया विरामावस्था से प्रारम्भ होकर 2 rad/s^2 के त्वरण से 20 सैकण्ड के लिए एक समान त्वरित होता है। इसको अगले 20 सैकण्ड के लिए एक समान रूप से घूमने दिया जाता है और अन्त में अगले 20 सैकण्ड बाद विरामावस्था में लाया जाता है। पहिये का कुल कोणीय विस्थापन $n \times 10^2$ radian है जहाँ n होगा

2. एक समान व्यास की दो स्टील की गेंदें नगण्य द्रव्यमान की दृढ़ छड़ से चित्रानुसार जुड़ी है। इसे h ऊँचाई से स्टील तथा ब्रांस की प्लेट पर क्षैतिज स्थिति से छोड़ा जाता है। यदि स्टील तथा गेंद के बीच व ब्रांस तथा गेदे के बीच प्रत्यास्थ गुणांक क्रमशः 0.6 तथा 0.4 है तो टक्कर के तुरन्त बाद वापस लौटते समय गेंद का कोणीय वेग $n\times10^{-2}$ rad/s है जहाँ n होगा। (माना दोंनो टक्कर एक साथ होती है।) ($g = 9.8 m/s^2$)

3. तीन समरूप छड़े, प्रत्येक की लम्बाई ℓ है, इन्हें जोड़कर एक दृढ़ समबाहु त्रिभुज बनाते है। एक शीर्ष से गुजरने वाली तथा त्रिभुज के तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष इसकी घूर्णन त्रिज्या $\frac{\ell}{\sqrt{n}}$ है जहाँ n होगा

4. m द्रव्यमान तथा ℓ लम्बाई की एक पतली एकसमान छड़ का इसके एक सिरे से गुजरने वाली तथा इसकी लम्बाई के साथ $\theta = 45^o$ का कोण बनाने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण $\frac{m\ell^2}{n}$ है जहाँ n होगा

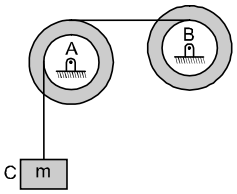
5. m द्रव्यमान व L लम्बाई की समरूप छड़ दो द्रव्यमानहीन रस्सियों से चित्रानुसार लटकी हुई है। यदि छड़ क्षैतिज अवस्था में स्थिर हो तो दोंनो रस्सियों में तनावों का अनुपात T_1/T_2 होगा :



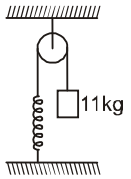
6. दो व्यक्ति जिनकी ऊँचाई समान है, एक लम्बे एक समान लकड़ी के गट्ठे (लम्बाई ℓ) को ले जो रहे हैं। वे गट्ठे के निकटतम सिरों से $\ell/4$ तथा $\ell/6$ की दूरी पर हैं। उनके सिरों (heads) पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बलो का अनुपात n : 3 है जहाँ n होगा –

7. एक (i) वलय, तथा (ii) एक समान चकती प्रत्येक की त्रिज्या R है, को कोणीय वेग से चक्रण गति प्रदान करते है, और तब इसे सावधानीपूर्वक क्षैतिज सतह पर रख देते हैं। इनकी अक्ष ऊर्ध्वाधर है। यदि दोनों स्थितियों में घर्षण गुणांक का मान μ है। तब वलय तथा चकती द्वारा विरामावस्था तक आने में लगे समय का अनुपात n : 3 है जहाँ n होगा (चकती तथा वलय द्वारा सतह पर लगाये गये दाब को एक समान मान सकते है)

8. दर्शाई गई द्वि घिरनीयाँ प्रत्येक का केन्द्रीय द्रव्यमान जड़त्व आघूर्ण 'mr²', आन्तरिक त्रिज्या r व बाह्य त्रिज्या 2r है। माना A व B के अक्ष पर बियरीगं घर्षण (bearing friction) का बल आघूर्ण $\frac{mgr}{4}$ परिमाण के बराबर है तो घिरनीयों को जोडने वाली डोरी में तनाव न्यूटन में होगा (m = 3kg, g = 10m/s², तथा r =0.1m)

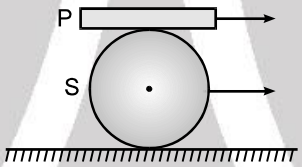


9. चित्र में दर्शाई गई एक घिरनी की त्रिज्या 10 cm तथा जड़त्व आघूर्ण 0.1 kg-m² है। इससे जाती एक डोरी का एक सिरा 100 N/m स्प्रिंग नियतांक की एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से जुड़ा हुआ है जो नीचे बंधी है तथा दूसरे सिरे पर 11 kg द्रव्यमान बंधा है। स्प्रिंग उसकी प्राकृतिक लम्बाई की स्थिति में है जब निकाय को विरामावस्था से मुक्त करते हैं। जब यह 10 cm से नीचे आ जाता है तब ब्लॉक की चाल मी/सै. में ज्ञात कीजिए। (g = 10 m/s² लेवे, तथा पुलि एवं डोरी के मध्य कोई फिसलन नही है।)



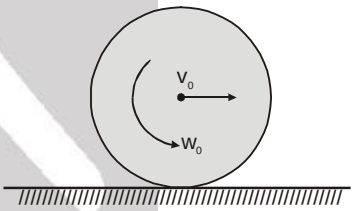
10. एक कण जब सरल रेखा y = x – 4 के अनुदिश गति करता है तो मूल बिन्दु के सापेक्ष इसका कोणीय संवेग $L = 4\sqrt{2}\,t + 8$ (SI मात्रक में है तथा x,y मीटर में है) के साथ परिवर्तित होता है। कण पर लग रहे बल का परिमाण न्यूटन में होगा।

11. ब्लॉक P को क्षैतिज सतह पर घूर्णन गति कर रहे ठोस बेलन S पर रखा जाता है। दोनों के द्रव्यमान समान है। सम्पर्क बिन्दु के बीच कही पर भी फिसलन गति नहीं है तो P की गतिज ऊर्जा व S की गतिज ऊर्जा का अनुपात n : 3 है, जहाँ n होगा

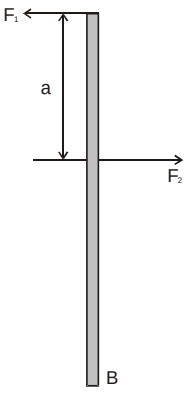


12. m = 5.0 kg द्रव्यमान व ℓ = 90 cm लम्बाई की एक समान छड़ क्षैतिज चिकनी सतह पर विरामावस्था में रखी हुई है। छड़ के एक सिरे को छड़ के लम्बवत् क्षैतिज दिशा में J = 3.0 N-s आवेग देते हैं तथा फिर हटा लेते है। इसके परिणाम स्वरूप उसी क्षण, छड़ कोणीय तथा रेखीय वेग प्राप्त कर लेती है, तो ज्ञात करे कि गति की प्रक्रिया में छड़ का आधा भाग बचे हुए आधे भाग पर कितना बल न्यूटन में लगाएगा

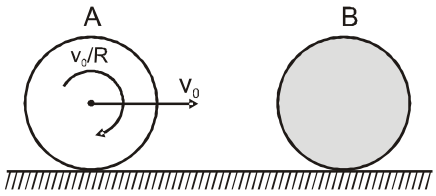
13. m द्रव्यमान व r त्रिज्या का एक एकसमान ठोस गोला खुरदरे समतल सतह पर दिखाए अनुसार प्रारम्भिक वेग v_0 तथा कोणीय वेग ω_0 से प्रक्षेपित किया जाता है। यदि गोले का अन्तिम वेग शून्य हो तो $\frac{2\omega_0 r}{v_0}$ किसके बराबर होगा



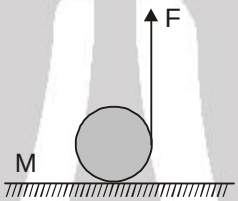
14. चित्रानुसार एक पतली एक समान छड़ AB जिसका द्रव्यमान m = 1.0 kg है, दो प्रतिसमान्तर (antiparallel) बलों F_1 व F_2 के कारण w = 2.0 m/s² के त्वरण से स्थानान्तरीय गति करती है। जिन बिन्दुओं पर यह बल लगते हैं, उनके मध्य की दूरी a = 20 cm है। यद्यपि यह ज्ञात है कि बल F_2 = 5.0.N. है तो छड़ की लम्बाई मीटर में ज्ञात करो।



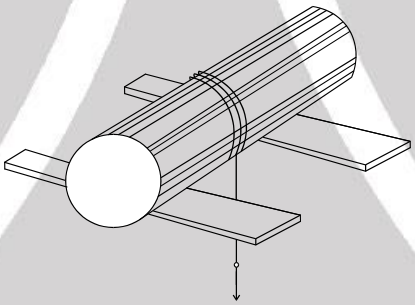
15. एक 'm' द्रव्यमान का चिकना खोखला समरूप गोला A एक समतल चिकने धरातल पर बिना फिसले लुढ़कता है। यह एक अन्य समान त्रिज्या व समान द्रव्यमान वाले चिकने ठोस स्थिर गोले 'B' से सम्मुख प्रत्यास्थ रूप से टक्कर करता है। टक्कर के ठीक बाद B तथा A की गतिज ऊजाओं का अनुपात 3 : n है जहाँ n होगा–



16. एक रस्सी का मुक्त सिरा M = 1kg द्रव्यमान व $R = \frac{2}{3}$ m त्रिज्या के ठोस बेलन की सतह पर बांधकर F बल से चित्रानुसार खींचा जाता है। यदि बेलन व फर्श के मध्य इतना पर्याप्त घर्षण है, तब बेलन के कोणीय त्वरण की अधिकतम सीमा रेडियन/सै^{2} में क्या होगी जिससे यह बिना फिसले लोटनी गति कर सके। ($g = 10 m/s^2$)



17. m = 1kg द्रव्यमान का एक समान ठोस बेलन दो क्षैतिज तख्तों पर विराम में है। बेलन के चारों ओर एक धागा लपेटा गया है। धागे के स्वतंत्रतापूर्णक नीचे लटके हुए सिरे को एक नियत बल F से खींचा जाता है

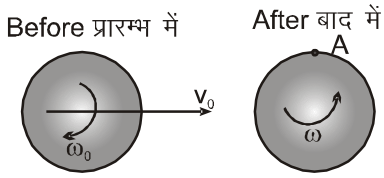


(a) बल F का वह अधिकतम परिमाण (न्यूटन में) ज्ञात कीजिए जिससे बेलन में किसी भी प्रकार की फिसलन नहीं हो, यदि बेलन और तख्ते के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = \frac{1}{3}$ के बराबर है

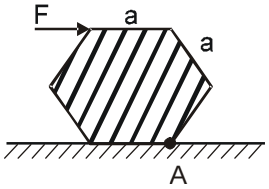
(b) तख्तो पर लुढ़कने में बेलन की अक्ष का अधिकतम त्वरण a_{max}, $\frac{n}{3}$ m/s^2 है जहाँ n होगा।

18. 50 चक्कर/सैकण्ड कोणीय चाल से घूम रहा एक बेलन स्थिर अवस्था में स्थित एक अन्य एक समान बेलन के सम्पर्क में लाया जाता है। गतिज घर्षण के कारण, दोंनो बेलनों पर बल आघूर्ण लगते है, स्थिर वाला त्वरित होता है तथा गतिशील अवमंदित होता है। यदि कोणीय त्वरण तथा कोणीय अवमंदन का उभयनिष्ठ परिमाण 1 rev/s^2 है, तो दोनों बेलनों की कोणीय चाल एक समान होने में कितना समय सैकण्ड में लगेगा ?

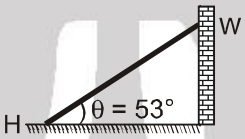
19. द्रव्यमान M = 1kg, त्रिज्या R = 1m की एक समरुप चकती दांयी ओर $v_0 = 20 m/s$ वेग से चिकनी क्षैतिज सतह पर गतिशील है एवं चकती के केन्द्र से पारित इसके तल के लम्बवत् अक्ष के परितः इसका कोणीय वेग $\omega_0 = 4$ rad/s है। अचानक चकती का शीर्ष बिन्दु स्थिर चिकनी अक्ष के परितः किलकीत कर दिया जाता है। नयी घूर्णन अक्ष के परितःचकति का कोणीय वेग रेडियन/सैकण्ड में क्या होगा :



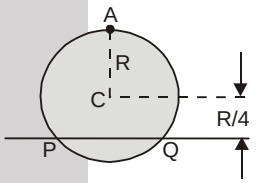
20. चित्रानुसार समषटभुज के रूप में $m = 4\sqrt{3}$ kg द्रव्यमान का बना एक समरूप ब्लॉक μ घर्षण गुणांक वाली क्षैतिज खुरदरी सतह पर रखा गया है तथा इस पर चित्रानुसार एक अचर क्षैतिज बल लगाते है। यदि,पलटने से पूर्व फिसलन रोकने के लिए आवश्यक घर्षण गुणांक का मान पर्याप्त है तो सिरे A के परितः इसे पलटने के लिए कितना न्यूनतम बल न्यूटन में आवश्यक होगा। ($g = 10 m/s^2$)



21. 'ℓ'= 1m लम्बाई की एक समरूप छड़ को चित्रानुसार रखा गया है। H क्षैतिज चिकनी सतह है तथा W चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार है। छड़ को दर्शाई गई स्थिति में छोड़ा जाता है। छोड़ने के ठीक बाद छड़ का कोणीय त्वरण रेडियन/सै^{2} में ज्ञात करो।



22. एक समरूप वृत्ताकार चकती की त्रिज्या R तथा द्रव्यमान m है। एक कण, जिसका द्रव्यमान भी m है, चित्रानुसार चकती के किनारे पर बिन्दु A पर जुड़ा हुआ है। चकती एक स्थिर क्षैतिज जीवा PQ के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र है, जिसकी चकती के केन्द्र C से दूरी R/4 है। रेखा AC, PQ के लम्बवत् है। आरंभ में चकती को इस प्रकार ऊर्ध्वाधर रखते हैं ताकि बिन्दु A उसकी उच्चतम स्थिति में होता है।



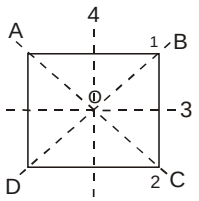
अब इसको गिरने देते हैं, जिससे यह PQ के परितः घूमना आरंभ कर देती है। जिस क्षण कण निम्नतम् स्थिति में पहुंचता है, उस क्षण कण की रेखीय चाल $\sqrt{ngR}$ है। जहां n एक पूर्णकं है। n का मान ज्ञात कीजिए। **[JEE - 1998' 8/200]**

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1. एक दृढ़ पिण्ड शुद्ध घूर्णन गति कर रहा है।
(A) घूर्णन अक्ष के लम्बवत् तल में पिण्ड में दो ऐसे बिन्दु हो सकते है जिनका वेग समान है।
(B) घूर्णन अक्ष के लम्बवत् तल में पिण्ड में दो ऐसे बिन्दु हो सकते है जिनका त्वरण समान है।
(C) एक बेलन जिसकी अक्ष, घूर्णन अक्ष के सम्पाती है, के वक्रीय पृष्ठ पर स्थित सभी बिन्दुओं की चाल समान है।
(D) पिण्ड पर स्थित किसी भी बिन्दु के सापेक्ष पिण्ड की कोणीय चाल समान है।

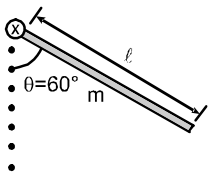
2. एक गोला इसके केन्द्र से गुजरने वाली स्थिर अक्ष के सापेक्ष एक समान घूर्णन करता है
(A) गोले की सतह पर स्थित कण का कोई कोणीय त्वरण नहीं होगा।
(B) ऊपर वर्णित अक्ष पर स्थित कणों का रेखीय त्वरण नहीं होगा।
(C) सतह पर स्थित अलग–अलग कणों का कोणीय वेग समान होगा।
(D) सतह पर स्थित सभी कणों की रेखीय चाल समान होगी।

3. एक पतली एकसमान मोटाई की समरूप वर्गाकार प्लेट ABCD का प्लेट के तल के लम्बवत् व इसके केन्द्र O से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा - **[REE - 1992]**



(A) $I_1 + I_2$ (B) $I_3 + I_4$ (C) $I_1 + I_3$ (D) $I_1 + I_2 + I_3 + I_4$
जहाँ I_1, I_2, I_3, तथा I_4 क्रमशः अक्ष 1, 2, 3, व 4 के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है, जो तल में स्थित है।

4. दर्शाये गये चित्र में m द्रव्यमान तथा ℓ लम्बाई की एक समरूप छड़ को कीलकित किया जाता है। जब छड़ ऊर्ध्वाधर से $\theta = 60°$ कोण बनाती है, तब छड़ को विराम से छोड़ा जाता है।



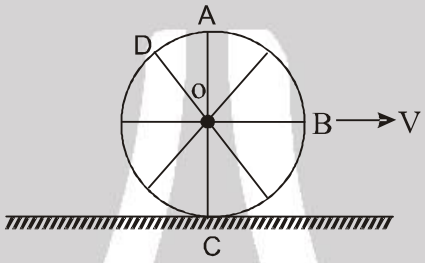
(A) छोडने के ठीक पश्चात् छड का कोणीय त्वरण $\frac{3\sqrt{3}g}{4\ell}$ है।

(B) छोडने के ठीक पश्चात् कीलक के कारण अभिलम्ब प्रतिक्रिया $\frac{\sqrt{19}mg}{8}$ है।

(C) छड का कोणीय वेग जब यह ऊर्ध्वाधर हो जाती है, $\sqrt{\frac{3g}{2\ell}}$ है।

(D) उस क्षण पर कीलक के कारण अभिलम्ब प्रतिक्रिया जब यह ऊर्ध्वाधर हो जाती है, $\frac{7}{4}mg$ है।

5. एक समान चकती क्षैतिज सड़क पर रेखीय वेग V से चित्रानुसार शुद्ध लोटनी गति करती है



(A) कण A की चाल 2V होगी (B) B, C तथा D की चाल V समान होगी

(C) C की चाल शून्य है, तथा B की चाल $\sqrt{2}V$ है (D) O की चाल B की चाल से कम है

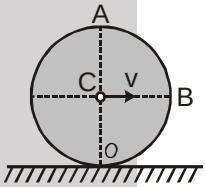
6. एक बेलन क्षैतिज तल पर बिना फिसले अचर वेग से लुढ़कता है। बेलन की त्रिज्या r है। इस क्षण पर

(A) B की चाल A की चाल की $\sqrt{2}$ गुना है।

(B) A द्वारा बनाये गये पथ की वक्रता त्रिज्या 4r है

(C) B द्वारा बनाये गये पथ की वक्रता त्रिज्या $2\sqrt{2}$ r. है

(D) C द्वारा बनाये गये पथ की वक्रता त्रिज्या r है



7. θ कोण के नत तल के शीर्ष से एक समरूप ठोस गोला छोड़ा जाता है। तब सही विकल्पों का चयन कीजिए।

(A) गोले तथा नततल के मध्य न्यूनतम घर्षण गुणांक फिसलन रोकने के लिए $\frac{2}{7}\tan\theta$ है .

(B) जब ठोस गोला नत तल पर नीचे की ओर S दूरी तक गति करता है तब उसकी गतिज ऊर्जा $mgS\sin\theta$ है यदि $\mu \geq \frac{2}{7}\tan\theta$

(C) जब ठोस गोला नततल पर नीचे की ओर S दूरी तक गति करता है तब ठोस गोले पर घर्षण बल द्वारा किये गये कार्य का परिमाण $\mu mgS\cos\theta$ से कम है यदि $\mu \geq \frac{2}{7}\tan\theta$.

(D) जब ठोस गोला नततल नीचे की ओर S दूरी तक गति करता है तब ठोस गोले पर घर्षण बल द्वारा किये गये कार्य का परिमाण $\mu mgS\cos\theta$ के बराबर है यदि $\mu \geq \frac{2}{7}\tan\theta$.

8. एक बेलन खुरदरे क्षैतिज फर्श पर बिना फिसले लुढ़कता है। इसका द्रव्यमान केन्द्र v चाल से चल रहा है। यह चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के बाद :

(A) प्रारंभ में इसका द्रव्यमान केन्द्र v चाल से गति करेगा।

(B) उसी क्षण से, इसकी गति बिना फिसले लोटनी गति होगी।

(C) प्रारंभ में इसकी गति फिसलने के साथ लोटनी गति होगी और किसी क्षण इसकी घूर्णन गति एक क्षण के लिए रुक जायेगी।

(D) केवल कुछ समय बाद इसकी गति बिना फिसले लोटनी गति होगी।

9. यदि किसी दृढ़ पिण्ड के लिए $\vec{\tau} \times \vec{L} = 0$ है, जहाँ किसी बिन्दु के सापेक्ष $\vec{\tau}$ = परिणामी बलाघूर्ण तथा $\vec{L}$ = कोणीय संवेग है तथा दोनों का मान अशून्य हैं तो :

(A) $\vec{L}$ = नियतांक (B) $|\vec{L}|$ = नियतांक (C) $|\vec{L}|$ घट सकता हैं (D) $|\vec{L}|$ बढ़ सकता है

10. यदि एक दृढ़ निकाय पर बाह्य बल नहीं है, तो कौनसी राशियाँ स्थिर रहनी चाहिए -

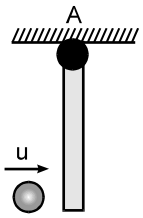
(A) कोणीय संवेग

(B) रेखीय संवेग

(C) वस्तु की किसी बिन्दु से गुजरने वाली जड़वत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण

(D) गतिज उर्जा

11. दिये गये चित्र में एक गेंद एक छड़ पर प्रत्यास्थ रूप से टकराती है और छड़ बिन्दु A पर घर्षण रहित कीलकित है तो टक्कर के लिए कौनसा/से कथन सत्य है/हैं ?



(A) निकाय (गेंद + छड़) का रेखीय संवेग संरक्षित है।

(B) कीलकित बिन्दु A के परितः निकाय का कोणीय संवेग संरक्षित है।

(C) निकाय की प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा तथा अन्तिम गतिज ऊर्जा समान है।

(D) गेंद का रेखीय संवेग संरक्षित है।

12. एक क्षैतिज चकती इसके केन्द्र से पारित एक ऊर्ध्वाधर स्थिर अक्ष के परितः मुक्त रुप से घूम रही है। समान द्रव्यमान व त्रिज्या की एक वलय, चकती पर धीरे से समाक्षीय रूप से रख दी जाती है। कुछ समय बाद, दोंनों एक समान कोंणीय वेग से घूमने लगती है।

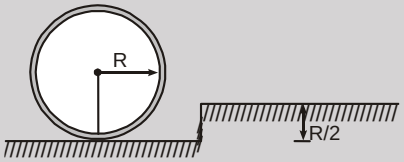
(A) उभयनिष्ट कोणीय वेग प्राप्त करने के पहले, चकती व वलय के मध्य कुछ घर्षण है।

(B) चकती तथा वलय का घुर्णन अक्ष के परीतः कोणीय संवेग संरक्षित है।

(C) अंतिम उभयनिष्ठ कोणीय वेग, चकती के प्रारंभिक कोणीय वेग का $2/3^{rd}$ है।

(D) अंतिम उभयनिष्ठ कोणीय वेग, चकती के प्रारंभिक कोणीय वेग का $1/3^{rd}$ है।

13. m द्रव्यमान व R त्रिज्या (वलय की तरह माना जा सकता है) का पहियाँ बिना फिसले क्षैतिज तल में v नियत वेग से लुढ़क रहा है। जिस क्षण ये बिना फिसले R/2 ऊचाँई की सिढी पर चढता है उस क्षण



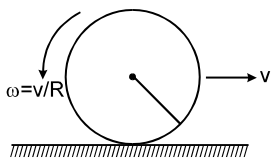
(A) सीढ़ी के सम्पर्क में आने के ठीक बाद वलय का कोणीय वेग 3v/4R है।

(B) पहिये द्वारा सीढ़ी पर आवेग के ठीक बाद अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल $\frac{mg}{2} - \frac{9mv^2}{16R}$ है।

(C) जब पहिया चढ़ता है तो पहिये द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल बढ़ता है।

(D) चढ़ाई के दौरान घर्षण बल अनुपस्थित होगा।

14. एक खुरदरी क्षैतिज सतह पर एक खोखला गोला आगे की ओर रेखिक चाल v से तथा वामावर्ती दिशा में v/R कोणीय चाल से चित्रानुसार गतिशील किया जाता है। गोले की रेखिक चाल ज्ञात कीजिये। (a) जब यह घूर्णन बंद कर दे तथा (b) जब अंतिम रूप से फिसलना बंद हो जाये तथा शुद्ध लोटनी गति प्रारम्भ हो जाये।



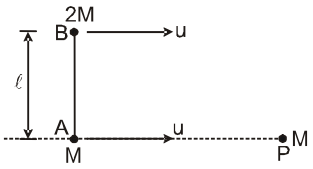
(A) गोले के द्रव्यमान केन्द्र के परितः गोले का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।

(B) जब यह घूर्णन करना बन्द कर देता है तब उस क्षण पर गोले की चाल v/3 है

(C) शुद्ध लोटनी गति प्रारम्भ करने के पश्चात् गोले की चाल v/5 है।

(D) शुद्ध लोटनी गति प्रारम्भ होने तक घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है।

15. दो कण A तथा B, जिनके द्रव्यमान क्रमशः M तथा 2M है, एक ℓ लम्बाई की हल्की छड़ से दृढ़तापूर्वक चित्रानुसार जुड़ी है। यह निकाय एक घर्षणरहित क्षैतिज तल पर u वेग से छड़ के लम्बवत् दिशा में गति करता है। सतह पर रखा M द्रव्यमान का एक कण P विरामावस्था में इस प्रकार रखा है कि वह कण A से चिपक जाता है, जब कण P इससे टकराता है, तो सही विकल्पों का चयन कीजिए।



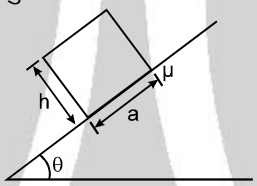
(A) टक्कर के ठीक पश्चात् कण A की चाल $\frac{u}{2}$ है।

(B) टक्कर के ठीक पश्चात् कण B की चाल $\frac{u}{2}$ है।

(C) निकाय A + B + P के द्रव्यमान केन्द्र का वेग $\frac{3u}{4}$ है।

(D) टक्कर के पश्चात् निकाय A + B + P की कोणीय चाल $\frac{u}{2\ell}$ है।

16. $a \times a$ माप का वर्गाकार आधार व h ऊँचाई वाला एक गुटका एक नत तल पर रखा है। घर्षण गुणांक μ है। नततल का झुकाव कोण (θ) धीरे से बढ़ाया जाता है तो गुटका :

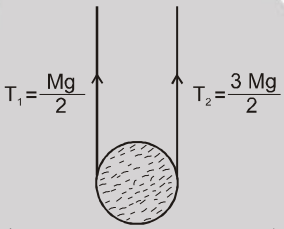


(A) यदि $\mu > \frac{a}{h}$ है तो फिसलने से पहले पलट जायेगा (B) यदि $\mu < \frac{a}{h}$ है तो फिसलने से पहले पलट जायेगा

(C) यदि $\mu > \frac{a}{h}$ है तो पलटने से पहले फिसल जायेगा (D) यदि $\mu < \frac{a}{h}$ है तो पलटने से पहले फिसल जायेगा

17. M द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की एक एकसमान चकती को डोरी के द्वारा चित्रानुसार उठाया जाता है, तब

[Olympiad 2014 (stage-1)]



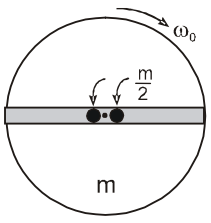
(A) इसका रेखीय त्वरण g ऊपर की ओर है। (B) इसका रेखीय त्वरण g नीचे की ओर है।

(C) इसका कोणीय त्वरण $\frac{2g}{R}$ है। (D) इसके कोणीय संवेग में परिवर्तन की दर MgR है।

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद # 1

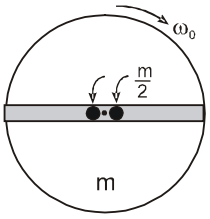
एक एकसमान चकती जिसका द्रव्यमान m तथा त्रिज्या R है, यह क्षैतिज तल में केन्द्र से पारित तथा ऊर्ध्वाधर चिकनी स्थिर अक्ष के परितः, क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है। यहाँ एक चिकना खाँचा (groove) है जो कि चकती के व्यास के अनुदिश है तथा इसमें दो छोटी गेंदे, प्रत्येक का द्रव्यमान m/2 है, इनको चकती के केन्द्र पर दोनों तरफ चित्रानुसार रखा जाता है। चकती को आरम्भिक कोणीय चाल ω_0 देकर इनको मुक्त कर दिया जाता है।



1. जब गेंदे चकती के किनारे पर पहुँच जाती है, उस समय चकती की कोणीय चाल होगी –

(A) $\frac{\omega_0}{2}$ (B) $\frac{\omega_0}{3}$ (C) $\frac{2\omega_0}{3}$ (D) $\frac{\omega_0}{4}$

2. प्रत्येक गेंद जब चकती को ठीक छोड़ती ही है (अलग होती है) उस समय प्रत्येक गेंद की जमीन के सापेक्ष चाल क्या होगी



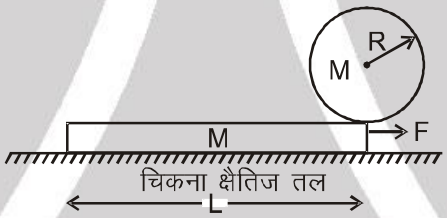
(A) $\frac{R\omega_0}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{R\omega_0}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{2R\omega_0}{3}$ (D) $\frac{R\omega_0}{3}$

3. उस समय के लिए जब गेंद चकती पर ही रहती है तब चकती द्वारा एक गेंद पर आरोपित बल के कारण किया गया कार्य कितना होगा।

(A) $\frac{2mR^2\omega_0^2}{9}$ (B) $\frac{mR^2\omega_0^2}{18}$ (C) $\frac{mR^2\omega_0^2}{6}$ (D) $\frac{mR^2\omega_0^2}{9}$

अनुच्छेद-2

M द्रव्यमान की व R त्रिज्या की एक एकसमान चकती प्रारम्भ में एक क्षैतिज तख्ते के दाहिने सिरे पर ऊर्ध्वाधर खड़ी है। तख्ते का द्रव्यमान M तथा लम्बाई L चित्रानुसार है। तख्ता एक चिकने क्षैतिज धरातल पर है तथा चकती तथा तख्ते के मध्य घर्षण इतना पर्याप्त है कि चकती बिना फिसले तख्ते पर लौटनी गति कर सकती है। तख्ते को दाहिनी तरफ एक नियत क्षैतिज बल लगाया जाता है जिसका परिमाण F है।



4. तख्ते के त्वरण का परिमाण है–

(A) $\frac{F}{8M}$ (B) $\frac{F}{4M}$ (C) $\frac{3F}{2M}$ (D) $\frac{3F}{4M}$

5. चकती के कोणीय त्वरण का परिमाण है –

(A) $\frac{F}{4mR}$ (B) $\frac{F}{8mR}$ (C) $\frac{F}{2mR}$ (D) $\frac{3F}{2mR}$

6. प्रारम्भिक स्थिति से जब तक तख्ते के बांये सिरे के ऊर्ध्वाधर ठीक नीचे चकती का केन्द्र आता है उस दौरान तक चकती के केन्द्र द्वारा तय की गई दूरी होगी।

(A) $\frac{L}{2}$ (B) $\frac{L}{4}$ (C) $\frac{L}{8}$ (D) L

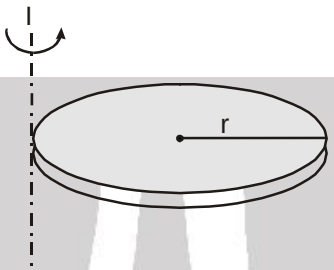
Exercise-3

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -**

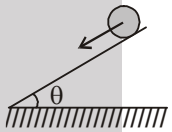
भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1.✍ R त्रिज्या का एक ठोस गोला अपने ज्यामितीय अक्ष के परित I जड़त्व आघूर्ण रखता है। यदि इसे r त्रिज्या व t मोटाई की एक चकती के रूप में पिघलाया जाता है। यदि इसका स्पर्शज्या अक्ष के परितः (जो चकती के तल के लम्बवत् है) जड़त्व आघूर्ण भी I के बराबर है, तब r का मान बराबर है : **[JEE 2006 , 3/184]**



(A) $\frac{2}{\sqrt{15}}R$ (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}R$ (C) $\frac{3}{\sqrt{15}}R$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}}R$

2.* एक ठोस गोला θ नति कोण वाले आनत तल पर शुद्ध लौटनी गति कर रहा है - **[JEE 2006 , 5/184]**



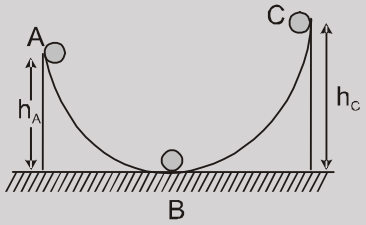
(A) गोले पर कार्यरत घर्षण बल $f = \mu mg \cos\theta$ है।

(B) f क्षयित बल है।

(C) घर्षण इसका कोणीय वेग बढ़ायेगा तथा इसका रेखीय वेग घटायेगा।

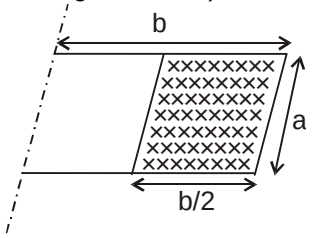
(D) यदि θ घटेगा, घर्षण भी घटेगा

3*. एक गेंद चित्रानुसार स्थिर पथ पर गति करती है। A से B तक गेंद बिना फिसले लुढ़कती है। यदि BC सतह घर्षण रहित हो तथा K_A, K_B व K_C गेंद की क्रमशः A, B व C पर गतिज ऊर्जाऐं हो, तब – **[JEE 2006 , 5/184]**



(A) $h_A > h_C$; $K_B > K_C$ (B) $h_A > h_C$; $K_C > K_A$ (C) $h_A = h_C$; $K_B = K_C$ (D) $h_A < h_C$; $K_B > K_C$

4. M द्रव्यमान की एक प्लेट जिसकी विमाऐं (a × b) है, को इसके एक किनारे से निलम्बित किया जाता है। प्लेट के इकाई क्षैत्रफल पर m द्रव्यमान की गेदें 100 गेंदें/सैक० की दर से प्रत्यास्थ रूप से टकराती है। जिससे प्लेट क्षैतिज रूप में चित्रानुसार बनी रहती है। गेंद की आवश्यक चाल क्या होगी? (गेंदें प्लेट के आधे भाग पर टकराती है।) (दिया गया है M = 3 kg, m = 0.01 kg, b = 2 m, a = 1 m, g = 10 m/s^2) **[JEE 2006, 6/184]**



प्रश्न 5 से 6 के लिए अनुच्छेद

दो चकतियाँ A एवं B एक ऊर्ध्वाधर धुरी पर समाक्ष रूप से व्यवस्थित (mount) की गई है। उभयनिष्ठ अक्ष (common axis) के परितः उन चकतियों के जड़त्व आघूर्ण क्रमशः I तथा 2I है। एक स्प्रिंग को x_1 दूरी से दबाकर उसकी सम्पूर्ण स्थितिज ऊर्जा का उपयोग कर चकती A को 2ω प्रारम्भिक कोणीय वेग दिया जाता है। उतने ही स्प्रिंग गुणांक वाले एक दूसरे स्प्रिंग को x_2 दूरी से दबाकर चकती B को ω कोणीय वेग दिया जाता है। दोंनो चकतियाँ दक्षिणावर्ती (clockwise) दिशा में घूम रही है। **[JEE-2007, 12/162]**

5. अनुपात x_1/x_2 है

(A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

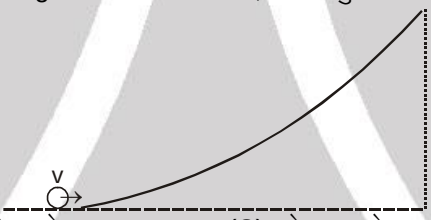
6. जब चकती B को चकती A के साथ सम्पर्क में लाया जाता है तो वे t समय में समान कोणीय वेग प्राप्त कर लेते है। इस अवधि में एक चकती पर दूसरी के द्वारा लगाया गया औसत घर्षण बल आघूर्ण है

(A) $\frac{2I\omega}{3t}$ (B) $\frac{9I\omega}{2t}$ (C) $\frac{9I\omega}{4t}$ (D) $\frac{3I\omega}{2t}$

7. उपरोक्त प्रक्रिया में होने वाला गतिज ऊर्जा का ह्रास (loss) है

(A) $\frac{I\omega^2}{2}$ (B) $\frac{I\omega^2}{3}$ (C) $\frac{I\omega^2}{4}$ (D) $\frac{I\omega^2}{6}$

8. एक समान घनत्व वाली एक छोटी वस्तु वेग v से प्रारम्भ कर एक वक्र सतह पर ऊपर की ओर लुढ़कती (rolls) है। आरम्भिक स्थिति की अपेक्षा यह $3v^2/4g$ की अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचती है। वस्तु है। **[JEE-2007, 3/162]**



(A) वलय (ring) (B) ठोस गोला (C) खोखला गोला (D) चकती (disc)

9. **वक्तव्य-1 :** यदि किसी वस्तु पर उसके द्रव्यमान केन्द्र के परितः कोई बाह्य बल आघूर्ण नहीं है, तो द्रव्यमान केन्द्र का वेग अचर रहेगा। क्योंकि **[JEE-2007, 3/162]**

वक्तव्य-2: एक विलगित निकाय (isolated system) का रेखीय संवेग अचर रहता है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य -1 का सही स्पष्टीकरण है।

(B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।

(D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है।

10. **वक्तव्य-1 :** समान द्रव्यमान एवं समरूप विमाओं के दो बेलन, जिनमें से एक खोखला (धातु) और दूसरा ठोस (लकड़ी का) है, एक नत समतल (Inclined plane) पर समान ऊचाँई से, बिना फिसले, एक साथ लुढ़काये जाते है। खोखला बेलन नत समतल की तली पर पहले पहुँचेगा। **तथा** **[JEE-2008, 3/163]**

वक्तव्य-2: ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्त के अनुसार, जब दोंनो बेलन नत समतल की तली पर पहुँचेंगे, उनकी गतिज–ऊर्जा समान होगी।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है , वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।

(B) वक्तव्य-1 सत्य है , वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।

(D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है।

11. कणों के एक निकाय पर लग रहे बाहरी बलों का परिणामी बल यदि शून्य हो, तो किसी जडत्वीय फ्रेम से यह निश्चित रूप से कहा जा सकता है कि

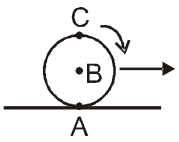
(A) निकाय का रेखीय संवेग समय के साथ नहीं बदलता (B) निकाय की गतिज ऊर्जा समय के साथ नहीं बदलती

(C) निकाय का कोणीय संवेग समय के साथ नहीं बदलता (D) निकाय की स्थितिज ऊर्जा समय के साथ नहीं बदलती

12*. एक स्थिर क्षैतिज समतल पृष्ठ पर एक गोला बिना फिसले लुढ़क रहा है। चित्र में, A तल से सम्पर्क बिन्दु, B गोले का केन्द्र तथा C उसका सबसे ऊपरी बिन्दु है। तब **[JEE 2009, 4/160, –1]**

(A) $\vec{V}_C - \vec{V}_A = 2\left(\vec{V}_B - \vec{V}_C\right)$ (B) $\vec{V}_C - \vec{V}_B = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

(C) $|\vec{V}_C - \vec{V}_A| = 2|\vec{V}_B - \vec{V}_C|$ (D) $\left|\vec{V}_C - \vec{V}_A\right| = 4|\vec{V}_B|$



13. 10 cm × 10 cm आधार व 15 cm ऊँचाई का एक गुटका एक नततल पर रखा है। तल और गुटके के बीच घर्षण गुणांक $\sqrt{3}$ है। इस नततल और क्षैतिज तल के बीच कोण θ को 0^o से धीरे–धीरे बढ़ाया जाता है। तब **[JEE 2009, 3/160, –1]**

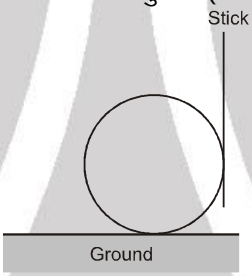
(A) $\theta = 30^o$ पर गुटका नीचे सरकने लगता है

(B) θ के किसी विशेष मान तक गुटका तल पर स्थिर रहता है और उसके बाद पलट जाता है

(C) $\theta = 60^o$ पर गुटका नीचे सरकने लगता है, θ का मान ओर बढ़ाने पर भी गुटका सरकता रहता है

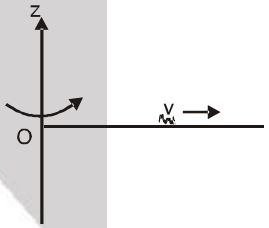
(D) $\theta = 60^o$ पर गुटका नीचे सरकने लगता है, θ का मान ओर अधिक बढ़ाने पर किसी विशेष θ पर यह पलट जाता है

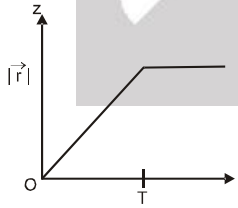
14. एक लड़का छड़ी से एक रिंग को 2N अभिलम्ब बल लगाकर धकेल रहा है (चित्र देखिये)। रिंग का द्रव्यमान 2 kg और त्रिज्या 0.5 m है। रिंग बिना फिसले 0.3 m/s^2 के त्वरण से लुढ़क रही है। रिंग और जमीन के बीच घर्षण गुणांक इतना है कि लुढ़कना हमेशा संभव है। यदि छड़ी और रिंग के बीच घर्षण गुणांक (P/10) हो, तब P का मान है **[JEE 2011, 4/160]**

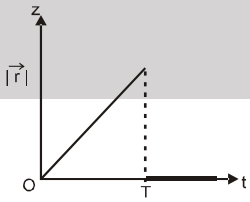


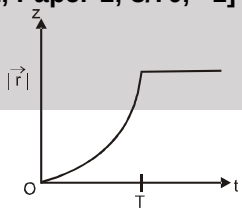
15. $\sqrt{5}$ cm व्यास के चार ठोस गोलों, प्रत्येक का द्रव्यमान 0.5 kg है, को एक 4cm भुजा के वर्ग के कोनों पर क्रमशः रखा गया है। वर्ग के कर्ण पर इस निकाय का जड़त्व–आघूर्ण यदि N × 10^{-4} kg-m^2, हो, तब N का मान है। **[JEE 2011, 4/160]**

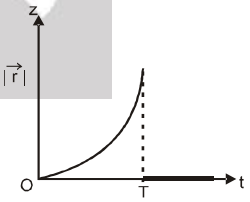
16. एक पतली एकसमान छड़ बिन्दु O पर कीलकित है और क्षैतिज तल में एकसमान कोणीय चाल ω से घूम रही है (चित्र देखिये)। t = 0 पर एक छोटा कीड़ा O से चलना शुरू करके छड़ के अंतिम सिरे पर t = T समय पर पहुँच कर रूक जाता है। कीड़ा छड़ के सापेक्ष एकसमान चाल v से चलता है। निकाय की कोणीय चाल पूरे समय ω बनी रहती है। O के परितः निकाय पर लगने वाले बल–आघूर्ण का मान ($|\vec{\tau}|$) समय के साथ जिस प्रकार बदलता है उसका सर्वोत्तम वर्णन किस ग्राफ में है? **[IIT-JEE-2012, Paper-1; 3/70, –1]**



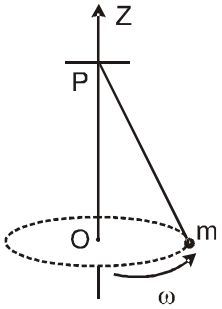
(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

17. m द्रव्यमान का एक छोटा पिंड द्रव्यमान–रहित धागे से जुड़ा है। धागे का दूसरा सिरा P पर बंधित हैं (चित्र देखिये।) पिंड x – y तल में एकसमान कोणीय चाल ω से वृत्तीय गति कर रहा है। वृत्त का केन्द्र O पर है। यदि O और P बिन्दूओं के सापेक्ष निकाले गये इस निकाय के कोणीय संवेग क्रमशः $\vec{L}_0$ और $\vec{L}_P$ है, तब **[IIT-JEE-2012, Paper-1; 3/70, –1]**



(A) $\vec{L}_0$ और $\vec{L}_P$ समय के साथ नही बदलते है।

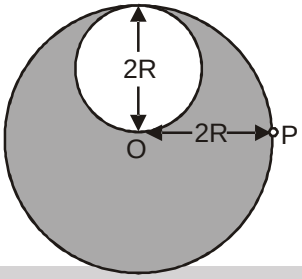
(B) $\vec{L}_0$ समय के साथ बदलता है, जबकि $\vec{L}_P$ एकसमान है।

(C) $\vec{L}_0$ एकसमान रहता है, जबकि $\vec{L}_P$ समय के साथ बदलता है।

(D) $\vec{L}_0$ और दोनों $\vec{L}_P$ समय के साथ बदलते है।

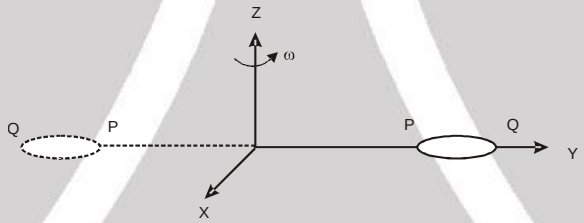
18. एक एकसमान द्रव्यमान घनत्व की 2R त्रिज्या की गोल डिस्क में से एक 2R व्यास की छोटी गोल डिस्क निकालकर एक पटल (lamina) बनाया गया है (चित्र देखिए)। इस पटल का जड़त्व–आघूर्ण O और P से जानेवाले अक्षों के परितः क्रमशः I_0 एवं I_1 हैं। दोनों अक्ष पटल के तल के लम्बवत् हैं। तब अनुपात I_P/I_O निकटतम पूर्णांक में क्या है ?

[IIT-JEE-2012, Paper-1; 4/70]

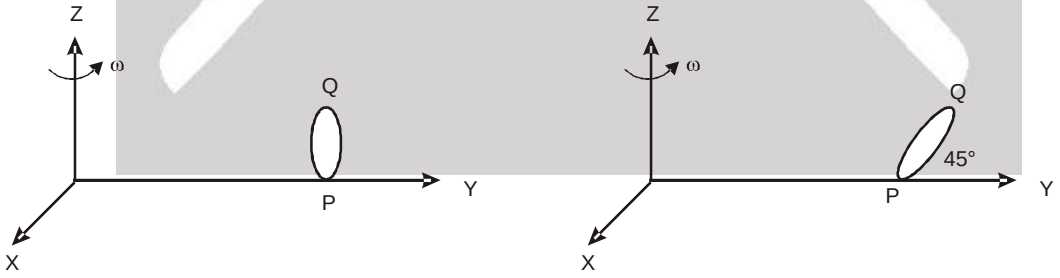


प्रश्न 19 से 20 के लिए अनुच्छेद

व्यापक रूप से किसी दृढ़ पिण्ड की गति को हम दो अलग–अलग गतियों के संयुक्त रूप में देख सकते हैं : (i) उसके संहति–केन्द्र की किसी अक्ष के परितः गति, और (ii) उसके संहति–केन्द्र से गुजरने वाले किसी तात्क्षणिक–अक्ष के परितः उसकी गति। यह आवश्यक नहीं है कि दोनों अक्ष स्थिर हों। उदाहरण के लिए हम क्षैतिज तल में रखी एक समान डिस्क को लेते हैं जो अपनी परिधि पर पर एक द्रव्यमान रहित छड़ से दृढ़ता से जुड़ी है (चित्र देखिये)। यह डिस्क–छड़ निकाय उद्गम के परितः ω कोणीय चाल से घर्षण–रहित क्षैतिज तल में घूम रहा है। तब किसी भी क्षण डिस्क की गति को दो भिन्न गतियों के अध्यारोपण के रूप में देख सकते हैं (i) डिस्क के संहति केन्द्र का z-अक्ष के सापेक्ष घूर्णन, और (ii) डिस्क का अपने संहति केन्द्र से गुजर रहे ऊर्ध्वाधर तात्क्षणिक–अक्ष पर घूर्णन (जो कि बिन्दुओं P और Q के आपस में स्थान बदलने के रूप में दिखता है)। इस उदाहरण में इन दोनों घूर्णनों की कोणीय चाल ω है।



अब चित्र में दर्शाये गये उसी प्रकार के निकाय के दो भिन्न स्वरूपों (cases) पर ध्यान दें। Case (a) : डिस्क का पृष्ठ ऊर्ध्वाधर है और x-z तल के समांतर है ; Case (b) : डिस्क का पृष्ठ x-y तल में 45° कोण बनाता है एवं उसका क्षैतिज व्यास x–अक्ष के समांतर है। दोनों cases में डिस्क बिन्दु P पर जड़ित है तथा यह निकाय z-अक्ष के परितः ω कोणीय चाल से घूर्णन करता है।



Case (a) Case (b)

19. तात्क्षणिक–अक्ष (जो संहति–केन्द्र से गुजर रहा है) के परितः घूर्णन की कोणीय चाल के बारे में कौन सा प्रकथन सही है ?

[IIT-JEE-2012, Paper-2; 3/66, –1]

(A) दोनों cases के लिये यह $\sqrt{2}\omega$ है।

(B) Case (a) के लिये यह ω है ; Case (b) के लिये यह $\frac{\omega}{\sqrt{2}}$ है।

(C) Case (a) के लिये यह ω है ; Case (b) के लिये यह $\sqrt{2}\omega$ है।

(D) दोनों cases के लिये यह ω है।

20. तात्क्षणिक–अक्ष (जो संहति–केन्द्र से गुजर रहा है) के बारे में कौन सा प्रकथन सही है? **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 3/66, –1]**

(A) यह दोनों स्थितियों (a) तथा (b) के लिये ऊर्ध्वाधर है।

(B) Case (a) के लिये ऊर्ध्वाधर है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क के पृष्ठ में है।

(C) Case (a) के लिये क्षैतिज है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क–पृष्ठ के लम्बवत् है।

(D) Case (a) के लिये ऊर्ध्वाधर है ; Case (b) के लिये x-z तल से 45° कोण पर एवं डिस्क–पृष्ठ के लम्बवत है।

21. समान द्रव्यमान और समान त्रिज्या के दो ठोस बेलन P और Q एक जड़ आनत तल पर समान ऊँचाई से एक ही समय लुढ़कना शुरू करते हैं। बेलन P का अधिकतम द्रव्यमान उसकी सतह की ओर केन्द्रित है और बेलन Q का अधिकतम द्रव्यमान उसके अक्ष की ओर केन्द्रित है। तब कौन प्रकथन सही है/हैं ? **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 4/66]**

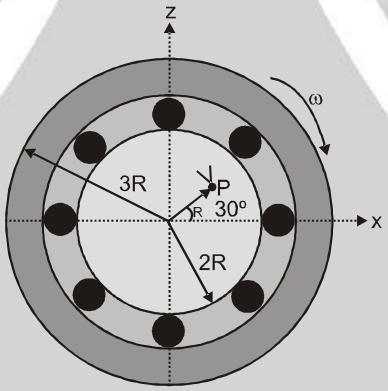
(A) दोनों बेलन P तथा Q एक साथ जमीन पर पहुँचेंगे।

(B) बेलन P का रेखीय त्वरण बेलन Q से ज्यादा है।

(C) दोनों बेलन जमीन पर समान स्थानांतरण गतिज–ऊर्जा के साथ पहुँचते हैं।

(D) बेलन Q जमीन पर ज्यादा कोणीय–गति से पहुँचता है।

22.* चित्र में दिखाये निकाय के हिस्से हैं : (i) 3R बाहरी–त्रिज्या की रिंग, जो क्षैतिज सतह पर ω कोणीय चाल से दक्षिणावर्त बिना फिसले लुढ़क रही है, और (ii) 2R त्रिज्या की भीतरी डिस्क जो $\omega/2$ कोणीय चाल से वामावर्त घूम रही है। घर्षण –रहित बॉल–बियरिंग (गोलियाँ) रिग और डिस्क को एक दूसरे से अलग रखते हैं। निकाय x-z तल में है। भीतरी डिस्क पर बिन्दु P उद्गम O से R दूरी पर है और OP क्षैतिज से 30° का कोण बनाता है। तब क्षैतिज सतह के सापेक्ष **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 4/66]**



(A) बिन्दु O का रेखीय वेग $3R\omega\hat{i}$ है।

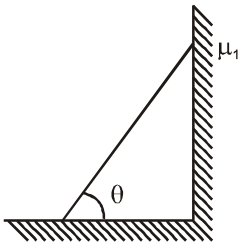
(B) बिन्दु P का रेखीय वेग $\frac{11}{4}R\omega\hat{i}+\frac{\sqrt{3}}{4}R\omega\hat{k}$ है।

(C) बिन्दु P का रेखीय वेग $\frac{13}{4}R\omega\hat{i}-\frac{\sqrt{3}}{4}R\omega\hat{k}$

(D) बिन्दु P का रेखीय वेग $\left(3-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)R\omega\hat{i}+\frac{1}{4}R\omega\hat{k}$ है।

23. एक 50 kg व 0.4 m त्रिज्या की एकसमान डिस्क अपनी ऊर्ध्वाधर अक्ष के गिर्द 10 rad/s^{-1} के कोणीय वेग से घूम रही है। दो एकसमान वृत्ताकार छल्ले धीर से डिस्क पर सममित तरीके से एक दूसरे को छूते हुए इस प्रकार डिस्क तल पर रखे जाते है कि वे डिस्क के अक्ष को भी स्पर्श करें। प्रत्येक छल्ले का द्रव्यमान 6.25 kg व त्रिज्या 0.2 m है। इस निकाय का नया कोणीय वेग (rad s^{-1} में) निम्न होगा (मान लीजिए कि डिस्क एवम् छल्ले के बीच घर्षण इतना है कि डिस्क व छल्ले के बीच सापेक्ष गति शून्य है और निकाय मूल अक्ष पर घूर्णन कर रहा है) **[JEE (Advanced) 2013; 4/60]**

24.* द्रव्यमान m वाली एक सीढ़ी दीवार के सहारे तिरछी खड़ी है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। क्षैतिज फर्श से θ कोण बनाते हुए यह स्थैतिक साम्यावस्था में है। दीवार व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक μ_1 है। तथा फर्श व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक μ_2 है। दीवार द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल N_1 तथ फर्श द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल N_2 है। जब सीढ़ी सरकने वाली हो, तब



[JEE (Advanced)-2014,P-1, 3/60]

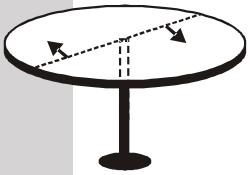
(A) $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_2 \tan\theta = \frac{mg}{2}$

(B) $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 = 0$ तथा $N_1 \tan\theta = \frac{mg}{2}$

(C) $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_2 = \frac{mg}{1+\mu_1\mu_2}$

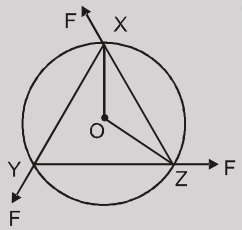
(D) $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_1 \tan\theta = \frac{mg}{2}$

25. चित्र में दिखाया गया 0.5 m त्रिज्या तथा 0.45 kg द्रव्यमान वाला एक क्षैतिज वृत्तीय प्लेटफार्म अपने अक्ष के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र है। दो द्रव्यमान रहित कमानी वाली खिलौना बन्दूके (toy-guns), जिन पर 0.05 kg द्रव्यमान वाली स्टील की गेंद लगी है, प्लेटफार्म के व्यास पर केन्द्र से 0.25 m की दूरी पर, केन्द्र के दोनों ओर स्थित हैं। दोनों बन्दूके एक साथ गोलियों के व्यास के लंबवत्, क्षैतिज तल में विपरीत दिशाा में दागती हैं। प्लेटफार्म को छोड़ने के पश्चात् गोलियों की भूमि के सापेक्ष क्षैतिज दिशा में गति $9ms^{-1}$ है। गोलियों के प्लेटफार्म छोड़ने के पश्चात् प्लेटफार्म की घूर्णीय गति rad^{-1} में है:



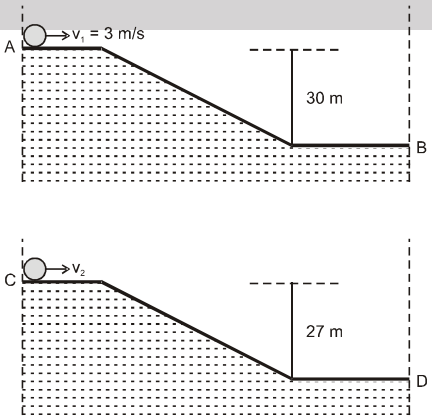
[JEE (Advanced)-2014,P-1, 3/60]

26. एक एकसमान वृत्ताकार डिस्क जिसका द्रव्यमान 1.5 kg तथा त्रिज्या 0.5 m है, प्रारम्भ में घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर विरामावस्था में है। बराबर परिमाण F = 0.5 N वाले तीन बल एक साथ t = 0 चित्र में दिखाये गये समबाहु त्रिभुज XYZ, जिसके शीर्ष बिंदु डिस्क की परिधि पर स्थित है, की भुजाओं के अनुदिश लगाये जाते हैं। बलों को लगाने के 1 सैकण्ड पश्चात् डिस्क की कोणिय गति, rad s^{-1} में है : **[JEE (Advanced)-2014,P-1, 3/60]**

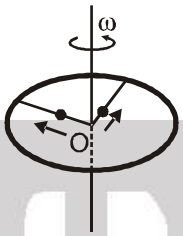


27. चित्रानुसार दो भिन्न सतहों AB व CD पर समान वृत्ताकार चक्रिकाएं (डिस्क) A तथा C से क्रमशः v_1 तथा v_2 प्रारम्भिक रेखीय वेगों से बिना फिसलते हुए लुढ़कना शूरू करती हैं तथा सदैव सतहों के संपर्क में रहती है। यदि B तथा D बिन्दुओं पर पहुँचकर दोनों चक्रिकाओं के रेखीय वेग बराबर हैं तथा $v_1 = 3$ m/s है, तब m/s में v_2 का मान है। ($g = 10$ m/s^2)

[JEE(Advanced) 2015 ; P-1, 4/88]



28. एक द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R का छल्ला अपने केन्द्र O से होकर जाने वाली स्थिर ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर ω कोणीय गति से घूम रहा है। इस समय पर $\frac{M}{8}$ द्रव्यमान के दो बिन्दु द्रव्यमान छल्ले के केन्द्र O पर विराम स्थिति में हैं। वो दर्शाये चित्रानुसार छल्ले पर लगी द्रव्यमान रहित दो छड़ों पर त्रिज्यतः बाहर की ओर गति कर सकते हैं। किसी एक क्षण पर निकाय की कोणीय गति $\frac{8}{9}\omega$ है तथा एक बिन्दु द्रव्यमान O से $\frac{3}{5}R$ की दूरी पर है। इस क्षण दूसरे बिन्दु द्रव्यमान की O से दूरी होगी : **[JEE(Advanced) 2015 ; P-1, 4/88, –2]**



(A) $\frac{2}{3}R$ (B) $\frac{1}{3}R$ (C) $\frac{3}{5}R$ (D) $\frac{4}{5}R$

29. R त्रिज्या के दो ठोस गोलों A और B के घनत्वों का त्रिज्य दूरी r के साथ संबंध क्रमशः $\rho_A(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)$ तथा $\rho_B(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)^5$ हैं, जहाँ k एक स्थिरांक है। गोलों के अपने–अपने केन्द्र से होकर जाने वाली अक्षों के परितः जड़त्वाघूर्ण क्रमशः I_A तथा I_B है। यदि $\frac{I_B}{I_A} = \frac{n}{10}$ है, तब n का मान है। **[JEE(Advanced) 2015 ; P-2,4/88]**

30. 1.6 kg द्रव्यमान और ℓ लम्बाई की एकसमान लकड़ी की एक डंडी एक चिकनी खड़ी दीवार, जिसकी ऊंचाई h(< ℓ) है, पर आनत तरीके से इस तरह से रखी गयी है कि डंडी का एक छोटा सा भाग दीवार से ऊपर निकला हुआ है। डंडी पर दीवार का प्रतिक्रिया बल डंडी के लम्बरूप में है। डंडी दीवार के साथ 30° का कोण बना रही है और डंडी का आधार एक घर्षण वाली ज़मीन पर है। दीवार से डंडी पर प्रतिक्रिया तथा ज़मीन से डंडी पर प्रतिक्रिया की मात्रा समान है। $\frac{h}{l}$ का अनुपात एवं डंडी के आधार पर घर्षण बल f है ($g = 10\ ms^{-2}$) **[JEE (Advanced) 2016 ; P-1, 3/62, –1]**

(A) $\frac{h}{l} = \frac{\sqrt{3}}{16}, f = \frac{16\sqrt{3}}{3}N$ (B) $\frac{h}{l} = \frac{3}{16}, f = \frac{16\sqrt{3}}{3}N$

(C) $\frac{h}{l} = \frac{3\sqrt{3}}{16}, f = \frac{8\sqrt{3}}{3}N$ (D) $\frac{h}{l} = \frac{3\sqrt{3}}{16}, f = \frac{16\sqrt{3}}{3}N$

31.* m द्रव्यमान के एक कण का स्थिति–सदिश $\vec{r}$ नीचे समीकरण में दिया गया है। $\vec{r}(t) = \alpha t^3\hat{i} + \beta t^2\hat{j}$, जिसमें $\alpha = \frac{10}{3}\ ms^{-3}$, $\beta = 5\ m\ s^{-2}$ एवं m = 0.1 kg. है। समय t = 1 s पर, निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं ?

(A) वेग का मान $\vec{v} = \left(10\hat{i} + 10\hat{j}\right) ms^{-1}$ है **[JEE (Advanced) 2016 ; P-1, 4/62, –2]**

(B) मूल बिन्दु के गिर्द कोणीय संवेग का मान $\vec{L} = -(5/3)\hat{k}$ N ms है

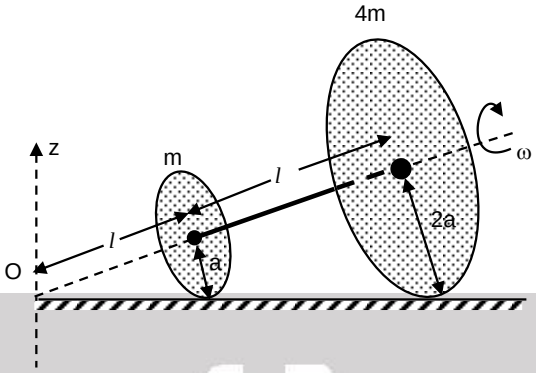
(C) बल का मान $\vec{F} = \left(\hat{i} + 2\hat{j}\right)$ N है

(D) मूल बिन्दु के गिर्द घूर्णन का मान $\vec{\tau} = (20/3)\hat{k}$ Nm है

32.* m तथा 4m द्रव्यमान वाली दो पतली वृताकार चत्रिकाएँ (discs), जिनकी त्रिज्यायें क्रमशः a तथा 2a हैं, के केन्द्रों को $l = \sqrt{24}a$ लम्बाई की द्रव्यमान–रहित द्रढ़ (rigid) डंडी से जोड़ा गया है। इस समूह को एक मजबूत समतल सतह पर

लिटाया गया है और फिसलाये बिना इस तरह से घुमाया गया है कि इस कोणीय गति डंडी के अक्ष के गिर्द ω है। पूरे समूह का बिन्दु 'O' के गिर्द कोणीय संवेग $\vec{L}$ है (चित्र देखियें)। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं।

[JEE (Advanced) 2016 ; P-2, 4/62, –2]



(A) $\vec{L}$ के z-घटक का परिमाण $55\ ma^2\omega$ है

(B) पूरे समूह का उसके संहति–केन्द्र के गिर्द कोणीय संवेग का परिमाण $17\ ma^2\dfrac{\omega}{2}$ है

(C) पूरे समूह का संहति–केन्द्र का बिन्दु O के गिर्द कोणीय संवेग का परिमाण $81ma^2\omega$ है

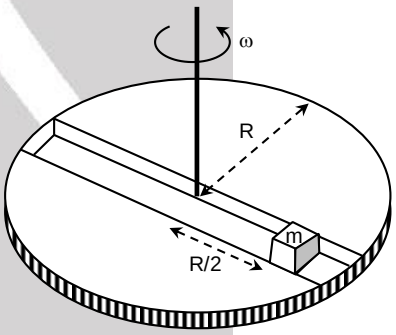
(D) पूरे समूह के संहति–केन्द्र z-अक्ष के गिर्द कोणीय वेग $\dfrac{\omega}{5}$ से घूम रहा है

प्रश्न 33 और 34 के लिए अनुच्छेद

एक निर्देश तंत्र जो एक जड़त्वीय निर्देश तंत्र की तुलना में त्वरित हो, अजड़त्वीय निर्देश तंत्र कहलाता है। स्थिर कोणीय वेग ω से घूमती हुई डिस्क पर बद्ध (fixed) निर्देश तंत्र अजड़त्वीय तंत्र का एक उदाहरण है। m द्रव्यमान का एक कण घूमती हुई डिस्क पर गतिमान है। गतिमान कण डिस्क पर बद्ध निर्देश तंत्र के सापेक्ष बल $\vec{F}_{rot}$ तथा एक जड़त्वीय निर्देश तंत्र के सापेक्ष बल $\vec{F}_{in}$ को महसूस करता है। $\vec{F}_{rot}$ और $\vec{F}_{in}$ के बीच का संबंध निम्नलिखित समीकरण में दिया गया है

$$\vec{F}_{rot} = \vec{F}_{in} + 2m\left(\vec{v}_{rot}\times\vec{\omega}\right) + m\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\times\vec{\omega},$$

यहाँ पर $\vec{v}_{rot}$ घूमते हुए निर्देश तंत्र में कण का वेग है तथा $\vec{r}$ कण का डिस्क के मध्य बिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश (position vector) है।



मानिए कि R त्रिज्या की एक डिस्क, जिसमें व्यास के समानान्तर एक घर्षणरहित खाँचा है, एक स्थिर कोणीय गति ω से अपने अक्ष पर वामावर्त दिशा में घूम रही है। एक निर्देश तंत्र मानिए जिसका मूलबिन्दू डिस्क के मध्य बिन्दु पर है एवं x-अक्ष खाँचे के समानान्तर है, y-अक्ष खाँचे के अभिलम्ब पर है एवं z-अक्ष घूमने वाली अक्ष के समानान्तर है $\left(\vec{\omega}=\omega\hat{k}\right)$। m द्रव्यमान वाले एक छोटे गुटके को समय t = 0 पर $\vec{r}=(R/2)\hat{i}$ बिन्दु पर धीरे से इस तरह से रखा जाता है कि वो सिर्फ खाँचे में ही चल सके।

33. समय t पर गुटके की दूरी r का मान है : **[JEE (Advanced) 2016 ; P-2, 3/62, –1]**

(A) $\dfrac{R}{2}\cos 2\omega t$ (B) $\dfrac{R}{4}\left(e^{2\omega t}+e^{-2\omega t}\right)$ (C) $\dfrac{R}{2}\cos\omega t$ (D) $\dfrac{R}{4}\left(e^{\omega t}+e^{-\omega t}\right)$

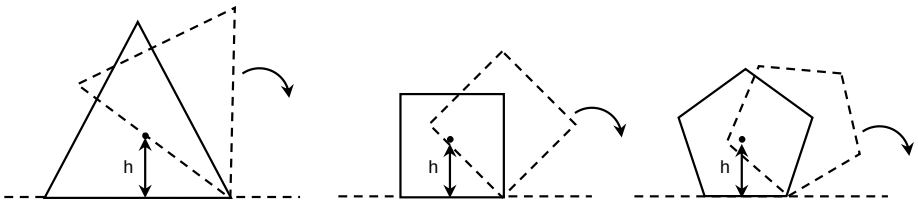
34. गुटके पर डिस्क की नेट प्रतिक्रिया (net reaction) है : **[JEE (Advanced) 2016 ; P-2, 3/62, –1]**

(A) $m\omega^2R\sin\omega t\,\hat{j}-mg\hat{k}$ (B) $-m\omega^2R\cos\omega t\,\hat{j}-mg\hat{k}$

(C) $\dfrac{1}{2}m\omega^2R\left(e^{\omega t}-e^{-\omega t}\right)\hat{j}+mg\hat{k}$ (D) $\dfrac{1}{2}m\omega^2R\left(e^{2\omega t}-e^{-2\omega t}\right)\hat{j}+mg\hat{k}$

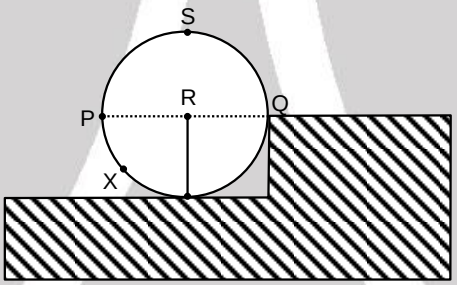
35. चित्र द्वारा दर्शाये समबहुभुजों की भुजाओं की संख्या n = 3, 4, 5 ..... है। सभी बहुभुजों का संहति केन्द्र (centre of mass) अनुभूमिक तल से h ऊँचाई पर है। ये बिना फिसले क्षितिज तल पर प्रतिगामी शीर्ष (leading vertex) के चारों

ओर घूर्णन कर अग्रसरित हो रहे है। प्रत्येक बहुभुज के संहति केन्द्र के रेखापथ (locus) की ऊँचाई की अधिकतम वृद्धि Δ है। तब Δ की h और n पर निर्भरता निम्न में से दी जाएगी **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 3/61, –1]**



(A) $\Delta = h\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ (B) $\Delta = h\tan^2\left(\frac{\pi}{2n}\right)$ (C) $\Delta = h\sin^2\left(\frac{\pi}{n}\right)$ (D) $\Delta = h\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} - 1\right)$

36. एक त्रिज्या R एवं द्रव्यमान M का पहिया (wheel) एक R ऊँचाई वाले दृढ़ सोपान (step) के तल पर रखा है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। पहिये को सोपान चढ़ाने मात्र के लिए एक अचर बल पहिये के पृष्ठपर सतत् (continuous constant force) कार्यरत है। कागज के पृष्ठ से अभिलम्ब दिशा में (perpendicular to the plane of the paper) बिन्दु Q से जाने वाली अक्ष के सापेक्ष बलआघूर्ण τ मानिये। निम्न में से कौन(सा) से प्रकथन सही है/हैं ? **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 4/61, –2]**



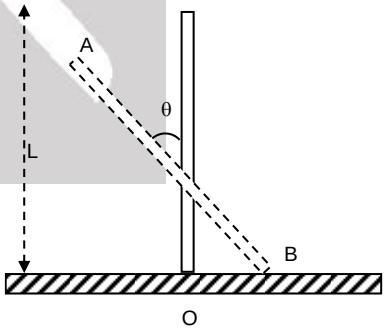
(A) यदि बिन्दु P पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा में बल लगाया जाय तब τ शून्य रहेगा।

(B) यदि बिन्दु S पर स्पर्शीय बल लगाया जाए तब $\tau \neq 0$ है किन्तु पहिया सोपान पर कभी भी नहीं चढ़ेगा

(C) यदि बिन्दु P पर स्पर्शीय बल (tangential force) लगाया जाए तब जैसे पहिया सोपान पर चढ़ेगा वैसे τ सतत् घटेगा।

(D) यदि बिन्दु X पर पहिये की परिधि से अभिलंब दिशा (normal direction) में बल लगाया जाए तब τ अचर रहेगा।

37.* एक L लम्बाई का द्रढ दंड (rigid bar) AB अपनी उर्ध्वाधर स्थिति से घर्षणहीन अनुभूमिक तल (frictionless horizontal surface) पर चित्रानुसार फिसल रहा है। समय के किसी क्षण पर दंड उर्ध्वाधर से बनाया कोण θ है। निम्न में से कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं ? **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 4/61, –2]**



(A) बिन्दु A का प्रपथ परवलयिक (parabolic path) है।

(B) दंड और भूतल के स्पर्श बिन्दु के चारों तरफ तात्क्षणिक बलयाघूर्ण (Instantaneous torque) sin θ के समानुपाती है।

(C) जब दंड उर्ध्वाधर से θ कोण बनाता है तब दंड के मध्य बिन्दु का विस्थापन उसके आरंभिक स्थिति (1– cosθ) के समानुपाती है।

(D) दंड का मध्य बिन्दु उर्ध्वाधर नीचे की ओर (vertically downward) गिरेगा।

प्रश्न 38 और 39 के लिए अनुच्छेद

एक वृत्ताकार वलय (circular ring) (द्रव्यमान M एवं त्रिज्या R) एक उंगली के परित ध्रुतघूर्णन करता है (जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है)। इस प्रक्रम में उंगली वलय के अंतरिक पृष्ठ से हमेशा स्पर्श करती है। उंगली एक शंकु (cone) के पृष्ठ का अनुरखिय पथ का अनुसरण करती है जैसे की बिन्दुकित रेखा द्वारा दर्शाया गया है। उंगली एवं वलय के स्पर्श बिन्दु के अनुरेखिय पथ की त्रिज्या r है। उंगली कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रही है। वलय r त्रिज्यावाले वृत्त के बाहरी पृष्ठ पर फिसलन रहित घूर्णन (rolls without slipping) करता है। जैसा चित्र 2 (Figure 2) में वलय एवं उंगली के स्पर्श बिन्दु द्वारा दर्शाया गया है। वलय एवं उंगली के बीच घर्षण गुणांक (coefficient of friction) μ, एवं गुरूत्वीय त्वरण g है।

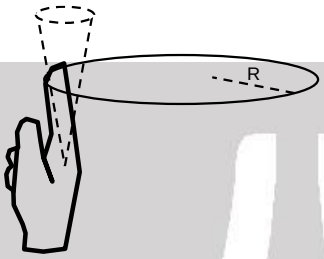
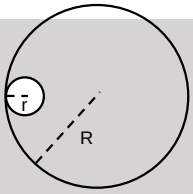


Figure-1 Figure-2



38. वलय की कुल गतिज उर्जा है **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 3/61]**

(A) $\frac{1}{2}M\omega_0^2(R-r)^2$ (B) $\frac{3}{2}M\omega_0^2(R-r)^2$ (C) $M\omega_0^2R^2$ (D) $M\omega_0^2(R-r)^2$

39. न्यूनतम ω_0 जिसके कम होते ही वलय गिर जायेगा, वह है **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 3/61]**

(A) $\sqrt{\frac{g}{\mu(R-r)}}$ (B) $\sqrt{\frac{g}{2\mu(R-r)}}$ (C) $\sqrt{\frac{3g}{2\mu(R-r)}}$ (D) $\sqrt{\frac{2g}{\mu(R-r)}}$

40*. 1.0 kg द्रव्यमान (mass) की एक वस्तु समय t = 0 पर मूल बिन्दु (origin) पर विरामावस्था में है। इस वस्तु पर एक बल $\vec{F} = (\alpha t\hat{i} + \beta)$ लगाया जाता है, जहाँ $\alpha = 1.0\ Ns^{-1}$ और $\beta = 1.0$ N है। समय t = 1.0s पर मूल बिन्दु के सापेक्ष वस्तु पर लगने वाला बल आघूर्ण (torque) $\vec{\tau}$ है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं) ?

[JEE (Advanced) 2018 ; P-1, 4/60]

(A) $|\tau| = \frac{1}{3}Nm$

(B) बल आघूर्ण $\vec{\tau}$ मात्रक सदिश (unit vector) $+\hat{k}$ की दिशा में है।

(C) समय t = 1s पर वस्तु का वेग $\vec{v} = \frac{1}{2}(\hat{i} + 2\hat{j})ms^{-1}$ है।

(D) समय t = 1s पर वस्तु के विस्थापन का परिमाण $\frac{1}{6}m$ है।

41. एक वृत्ताकार वलय (ring) और एक वृत्ताकार चकती (disc), एक आनत बल (inclined plane) के शीर्ष पर अगल–बगल (side by side) विरामावस्था में है। आनत तल, क्षैतिज तल (horizontal plance) से 60° का कोण बनाता है। दोनों वस्तुए एक ही पल, न्यूनतम दूरी वाले पथ पर बिना फिसले लोटना (rolling without slipping) आरम्भ करती है। यदि दोनों वस्तुओं के क्षैतिज तल पर पहुँचने का समयान्तर $(2-\sqrt{3})/\sqrt{10}$ s, हो तो आनत तल के शीर्ष की ऊँचाई ________ मीटर है। g = 10 ms^{-2} लें। **[JEE (Advanced) 2018 ; P-1, 3/60]**

42. नीचे दी गयी सूची-I में, एक कण के चार विभिन्न पथ, समय के विभिन्न फलनों (functions) के रूप में दिये गये हैं। इन फलनों में α तथा β उचित विमाओं वाले धनात्मक नियतांक (positive constants) हैं, जहाँ $\alpha \neq \beta$। प्रत्येक पथ में कण पर लगने वाला बल या तो शून्य है या संरक्षी (conservative) है। सूची-II में कण की पाँच भौतिक राशियों का विवरण दिया गया है : $\vec{p}$ रेखीय संवेग (linear momentum) है, $\vec{L}$ मूल बिंदु (origin) के सापेक्ष कोणीय संवेग (angular momentum) है, K गतिज ऊर्जा (kinetic energy) है, U स्थितिज ऊर्जा (potential energy) है और E कुल ऊर्जा (total energy) है। सूची-I के प्रत्येक पथ का सूची-II में दिये गये उन राशियों से सुमेल कीजिये, जो उस पथ के लिए संरक्षी (conserved) हैं। **[JEE (Advanced) 2018 ; P-2, 3/60, –1]**

सूची-I		**सूची-II**	
P.	$\vec{r}(t) = \alpha t\hat{i} + \beta t\hat{j}$	1.	$\vec{p}$
Q.	$\vec{r}(t) = \alpha\cos\omega t\hat{i} + \beta\sin\omega t\hat{j}$	2.	$\vec{L}$
R.	$\vec{r}(t) = \alpha(\cos\omega t\hat{i} + \sin\omega t\hat{j})$	3.	K
S.	$\vec{r}(t) = \alpha t\hat{i} + \frac{\beta}{2}t^2\hat{j}$	4.	U
		5.	E

(A) P → 1, 2, 3, 4, 5; Q → 2, 5; R → 2, 3, 4, 5; S → 5
(B) P → 1, 2, 3, 4, 5; Q → 3, 5; R → 2, 3, 4, 5; S → 2, 5
(C) P → 2, 3, 4; Q → 5; R → 1, 2, 4; S → 2, 5
(D) P → 1, 2, 3, 5; Q → 2, 5; R →2, 3, 4, 5; S → 2, 5

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

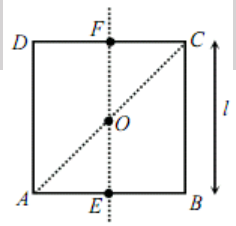
1. m द्रव्यमान और R त्रिज्या का एक पतला वृत्तीय वलय अपने अक्ष पर एक स्थिर कोणीय वेग ω से घूर्णन कर रहा है। वलय के व्यास के विपरीत सिरों पर प्रत्येक M द्रव्यमान की दो वस्तुएँ धीरे से जोड़ी जाती है। वलय अब जिस कोणीय वेग ω' से घूर्णन करेगा वह है : **[AIEEE-2006, 4½/180]**

(1) $\frac{\omega m}{(m+2M)}$ (2) $\frac{\omega(m+2M)}{m}$ (3) $\frac{\omega(m-2M)}{(m+2M)}$ (4) $\frac{\omega m}{(m+M)}$

2. ℓ भुजा के एक वर्ग ABCD के चारों कोनो पर प्रत्येक m द्रव्यमान के चार बिन्दु द्रव्यमान रखे है। A से गुजरने वाले और BD के समान्तर अक्ष के परितः इस निकाय का जड़त्व आघूर्ण है : **[AIEEE-2006, 4½/180]**

(1) $m\ell^2$ (2) $2m\ell^2$ (3) $\sqrt{3}\,m\ell^2$ (4) $3m\ell^2$

3. दी गई एकसमान वर्गाकार पटल ABCD के लिए, जिसका केन्द्र O है : **[AIEEE 2007, 3/120]**



(1) $\sqrt{2}I_{AC} = I_{EF}$ (2) $I_{AD} = 2I_{EF}$ (3) $I_{AC} = I_{EF}$ (4) $I_{AC} = \sqrt{2}I_{EF}$

4. त्रिज्या R, द्रव्यमान M व जड़त्व आघूर्ण I का एक एकसमान गोल पिण्ड क्षैतिज से θ कोण पर झुके समतल पर बीना फिसलन के लुढ़कता है। इसका त्वरण है – **[AIEEE 2007, 3/120]**

(1) $\frac{g\sin\theta}{1+I/MR^2}$ (2) $\frac{g\sin\theta}{1+MR^2/I}$ (3) $\frac{g\sin\theta}{1-I/MR^2}$ (4) $\frac{g\sin\theta}{1-MR^2/I}$

5. केन्द्रीय बल के साथ घूमते एक कण का कोणीय संवेग नियत रहता है। इसका कारण है **[AIEEE 2007, 3/120]**

(1) नियत बल (2) नियत रैखिक संवेग (3) शून्य बल आघूर्ण (4) नियत बल आघूर्ण

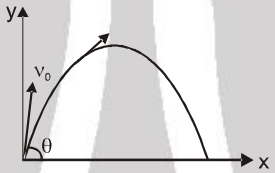
6. भुजा 'a' तथा द्रव्यमान 'm' की किसी एकसमान वर्गाकार प्लेट पर विचार कीजिए। इस प्लेट का उस अक्ष के परितः जो इसके तल के लम्बवत् है तथा इसके किसी एक कोने से गुजरती है, जड़त्व आघूर्ण **[AIEEE 2008, 3/105]**

(1) $\frac{1}{12}ma^2$ (2) $\frac{7}{12}ma^2$ (3) $\frac{2}{3}ma^2$ (4) $\frac{5}{6}ma^2$

7. लम्बाई ℓ और द्रव्यमान m की एक पतली एकसमान छड़ अपने एक सिरे से गुजर रही क्षैतिज अक्ष पर स्वतंत्र रूप से दोलायमान है। इसकी अधिकतम कोणीय चाल ω है। इसका द्रव्यमान केन्द्र इस महत्तम ऊँचाई तक उठेगा : **[AIEEE 2009, 4/144]**

(1) $\frac{1}{6}\frac{\ell\omega}{g}$ (2) $\frac{1}{2}\frac{\ell^2\omega^2}{g}$ (3) $\frac{1}{6}\frac{\ell^2\omega^2}{g}$ (4) $\frac{1}{3}\frac{\ell^2\omega^2}{g}$

8. x-अक्ष से θ कोण पर द्रव्यमान m के एक छोटे कण को एक प्रारम्भिक वेग v_0 से x-y तल में प्रक्षेपित किया जाता है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। समय $t < \frac{v_0 \sin\theta}{g}$ के लिए, कण का कोणीय संवेग है— **[AIEEE 2010, 4/144]**



(1) $-mg\, v_0\, t^2 \cos\theta\, \hat{j}$ (2) $mg\, v_0\, t \cos\theta\, \hat{k}$ (3) $-\frac{1}{2}\, mg\, v_0\, t^2 \cos\theta\, \hat{k}$ (4) $\frac{1}{2} mg\, v_0\, t^2 \cos\theta\, \hat{i}$

जहाँ $\hat{i}$, $\hat{j}$ और $\hat{k}$ क्रमशः x, y और z-अक्ष पर इकाई सदिश है

9. एक पतली क्षैतिज वृत्तीय चकती अपने केन्द्र से गुजर रही ऊर्ध्वाधर अक्ष पर घूर्णन कर रही है। चकती की धुरी के समीप बिन्दु पर एक कीड़ा विराम अवस्था में है। कीड़ा अब एक व्यास पर एक सिरे से दूसरे सिरे तक गतिशील होता है। कीड़े की यात्रा के दौरान, चकती की कोणीय चाल : **[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

(1) अपरिवर्तित रहती है (2) लगातार घटती है (3) लगातार बढ़ती है (4) पहले बढ़ती है और फिर घटती है

10. एक घर्षणहीन बेयरिंग पर एक घिरनी के चारों ओर एक डोरी को लपेट कर द्रव्यमान m लटकाया गया है। घिरनी का द्रव्यमान m और त्रिज्या R है। यह मान लें कि घिरनी एक पूर्ण एक समान वृत्तीय चकती है। यदि डोरी घिरनी पर फिसलती नहीं है, तब द्रव्यमान m का त्वरण है : **[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

(1) $\frac{3}{2}g$ (2) g (3) $\frac{2}{3}g$ (4) $\frac{g}{3}$

11. स्पर्शरेखीय लगाये गये बल $F = (20t - 5t^2)$ न्यूटन (जहाँ t सेकण्ड में नापा गया है) के कारण 2m त्रिज्या की एक घिरनी अपनी अक्ष पर घूर्णन करती है। यदि घूर्णन अक्ष के इर्द–गिर्द, घिरनी का जड़त्व आघूर्ण 10 kg m^2 है, तब घिरनी की गति की दिशा प्रतिलोमित होने से पहले घिरनी द्वारा किये गये चक्करों की संख्या है : **[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

(1) 3 से कम (2) 3 से अधिक परन्तु 6 से कम
(3) 6 से अधिक परन्तु 9 से कम (4) 9 से अधिक

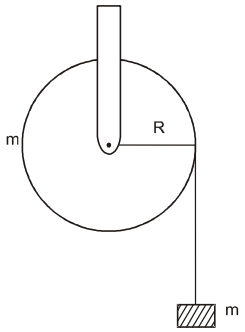
12. क्षैतिज से 30^o के कोण पर वेग υ से द्रव्यमान 'm' के एक कण को प्रक्षेपित किया जाता है। जब कण अपनी अधिकतम ऊँचाई 'h' पर है, तब प्रक्षेप बिन्दु के सापेक्ष कण के कोणीय संवेग का परिमाण है :**[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) शून्य (2) $\frac{m\upsilon^3}{\sqrt{2}g}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{16}\frac{m\upsilon^3}{g}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m\upsilon^2}{g}$

13. कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रहे द्रव्यमान m और त्रिज्या r के एक हूप को एक खुरदूरे क्षैतिज तल पर रखा है। हूप के केन्द्र का प्रारम्भिक वेग शून्य है। जब यह स्लिप करना बन्द कर दे, तब हूप के केन्द का वेग क्या होगा ? **[AIEEE 2013, 4/120, –1]**

(1) $\frac{r\omega_0}{4}$ (2) $\frac{r\omega_0}{3}$ (3) $\frac{r\omega_0}{2}$ (4) $r\omega_0$

14. त्रिज्या R एवं द्रव्यमान m के एक एकसमान खोखले बेलन के चारों तरफ एक द्रव्यमानविहीन डोरी से एक द्रव्यमान 'm' अवलंबित हैं। यदि डोरी बेलन पर फिसलती नहीं है, तब छोड़े जाने पर द्रव्यमान किस त्वरण से गिरेगा ? **[JEE (Main) 2014, 4/120, –1]**



(1) $\frac{2g}{3}$ (2) $\frac{g}{2}$ (3) $\frac{5g}{6}$ (4) g

15. लम्बाई *l* की एक अवितान्य ड़ोरी से बँधे द्रव्यमान m के एक बॉब को एक ऊर्ध्वाधर आधार से लटकाया जाता है। बॉब ऊर्ध्वाधर पर कोणीय चाल ω rad/s से एक क्षैतिज वृत्त में घूर्णन करता है। निलंबन बिन्दु पर : **[JEE (Main) 2014, 4/120, –1]**

(1) कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।

(2) कोणीय संवेग परिमाण में परिवर्तनशील हैं परन्तु दिशा में नहीं।

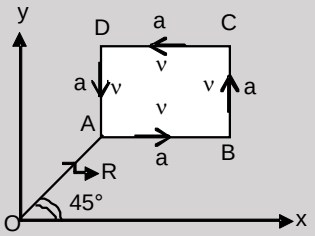
(3) कोणीय संवेग दिशा में परिवर्तनशील है परन्तु परिमाण में नहीं।

(4) कोणीय संवेग दोनों दिशा एवं परिमाण में परिवर्तनशील है।

16. किसी ठोस गोले का द्रव्यमान M तथा इसकी त्रिज्या R है। इसमें से अधिकतम सम्भव आयतन का एक क्यूब (घन) काट लिया जाता है। इस क्यूब का जड़त्व आघूर्ण कितना होगा, यदि इसकी घूर्णन अक्ष इसके केन्द्र से होकर गुजरती है तथा इसके किसी एक फलक के लम्बवत् है ? **[JEE (Main)-2015; 4/120, –1]**

(1) $\frac{MR^2}{32\sqrt{2}\pi}$ (2) $\frac{MR^2}{16\sqrt{2}\pi}$ (3) $\frac{4MR^2}{9\sqrt{3}\pi}$ (4) $\frac{4MR^2}{3\sqrt{3}\pi}$

17. चित्र में भुजा 'a' का वर्ग x-y तल में है। m द्रव्यमान का एक कण एकसामन गति v से इस वर्ग की भुजा पर चल रहा है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। **[JEE (Main) 2016 ; 4/120, – 1]**



तब निम्न में कौनसा कथन, इस कण के मूल बिन्दु के गिर्द कोणीय आघूर्ण के लिये, गलत है।

(1) $\vec{L} = mv\left[\frac{R}{\sqrt{2}} - a\right]\hat{k}$ जब कण C से D की ओर चल रहा है।

(2) $\vec{L} = mv\left[\frac{R}{\sqrt{2}} + a\right]\hat{k}$ जब कण B से C की ओर चल रहा है।

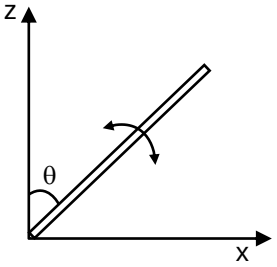
(3) $\vec{L} = \frac{mv}{\sqrt{2}}R\ \hat{k}$ जब कण D से A की ओर चल रहा है।

(4) $\vec{L} = -\frac{mv}{\sqrt{2}}R\ \hat{k}$ जब कण A से B की ओर चल रहा है।

18. एक त्रिज्या R तथा लम्बाई *l* के एक समान बेलन का उसके अभिलम्ब द्विभाजक के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण I है। जड़त्व आघूर्ण के निम्नतम् मान के लिए अनुपात *l*/R क्या होगा ? **[JEE (Main) 2017 ; 4/120, –1]**

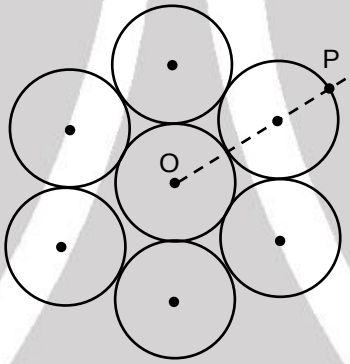
(1) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (2) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) 1

19. एक द्रव्यमान M एवं लम्बाई *l* की पतली एवं एक समान छड़ का एक सिरा धुराग्रस्त है जिससे कि वह एक ऊर्ध्वाधर समतल में घूम सकती है। (चित्र देखिये)। धूरी का घर्षण नगण्य है। छड़ के दूसरे सिरे को धुरी के ऊपर ऊर्ध्वाधर रखकर छोड़ दिया जाता है। जब छड ऊर्ध्व से θ कोण बनाती है तो उसका कोणीय त्वरण होगा। **[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]**



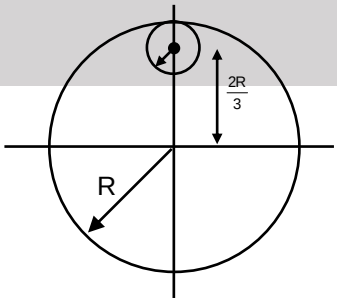
(1) $\frac{2g}{3l}\cos\theta$ (2) $\frac{3g}{2l}\sin\theta$ (3) $\frac{2g}{3l}\sin\theta$ (4) $\frac{3g}{2l}\cos\theta$

20. चित्रानुसार सात एक जैसी वृत्ताकार सतमल डिस्कों, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, को सममित रूप से जोड़ा जाता है। समतल के लम्बवत् तथा P से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष, इस संयोजन का जड़त्व आघूर्ण है : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**



(1) $\frac{73}{2}MR^2$ (2) $\frac{181}{2}MR^2$ (3) $\frac{19}{2}MR^2$ (4) $\frac{55}{2}MR^2$

21. R त्रिज्या तथा 9 M द्रव्यमान के एकसमान गोलाकार डिस्क से $\frac{R}{3}$ त्रिज्या का एक छोटा गोलाकार डिस्क काट कर निकाल लिया जाता है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। डिस्क के सतह के लम्बवत् एवं उसके केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष बची हुई डिस्क का जडत्व आघूर्ण होगा। **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**



(1) 10 MR^2 (2) $\frac{37}{9}MR^2$ (3) 4 MR^2 (4) $\frac{40}{9}MR^2$

Answers

EXERCISE-1

भाग - I

खण्ड़ (A) :

A-1. 4 rev/s², 20 rev/s **A-2.** 20 s

खण्ड़ (B) :

B-1. $\frac{ML^2}{12}$ **B-2.** $\frac{M\ell^2}{6}$

B-3. $\frac{MR^2}{2} - M\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$ **B-4.** $\left(K = \sqrt{\frac{3}{2}}\, r\right)$

खण्ड़ (C) :

C-1. $-14\,\hat{i} + 10\,\hat{j} - 9\hat{k}$

C-2. $mg\ell \sin\theta$, जब गेंद निम्नतम बिन्दु पर है, $\theta = 90^o$.

C-3. (a) $mv^2 \sin\alpha \cos\alpha$ गति के तल के लम्बवत्

(b) $2mv^2 \sin\alpha \cos\alpha$ गति के तल के लम्बवत्

C-4. 3N – m

खण्ड़ (D) :

D-1. 2.4 N बायीं रस्सी में तथा 2.6 N दायीं रस्सी में

D-2. $P = \frac{w}{2} \cot\theta$ या $P = \frac{mg}{2} \cot\theta$

D-3. 990 N, 960 N, $\frac{32}{33}$

D-4. (i) T = 250 N
(ii) F_H = 150 N (→), F_V = 50 N (↑)

खण्ड़ (E) :

E-1. (a) $\frac{2g(m_1 - m_2)}{\ell(m_1 + m_2)} = \frac{10}{3}$ rad/s²

(b) (i) $\alpha' = \frac{2(m_1 - m_2)g}{\ell\left[m_1 + m_2 + \frac{m_3}{3}\right]} = 3$ rad/s²,

(ii) 42 N ; 39 N

E-2. (a) $\frac{3g}{4L}$ (cw)

(b) $N = \frac{13\,mg}{16}\uparrow$, $F = \left(\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)mg \rightarrow$

E-3. 3 rad/s²

E-4. $N = F\left(1 - \frac{3}{2}\frac{x}{\ell}\right)$

खण्ड़ (F) :

F-1. $\omega = \sqrt{5}$ rad/s **F-2.** $\omega = \sqrt{\frac{9g}{4\ell}}$

F-3. $\frac{1}{2}m\omega^2\left(R^2 + \frac{L^2}{12}\right)$ **F-4.** 2 m/s

खण्ड़ (G) :

G-1. $2\hat{k}$ kg m²/s **G-2.** 16 kg m²/s

G-3. $\frac{\left(I + \frac{mr^2}{2}\right)\omega_0}{I + 2mr^2}$ **G-4.** 10 rad/s

G-5. $\frac{4\pi m}{M + 2m}$ **G-6.** 3v / 4ℓ

खण्ड़ (H) :

H-1 V_A = 25 m/s, V_B = 75 m/s

H-2 V_O = 4 m/sec $\hat{i}$, $V_A = (4\,\hat{i} + 3\,\hat{j})$m/sec

H-3 V_{CM} = 7 m/s.

H-4 (a) $\frac{4v_0}{3}$ (b) $\frac{5v_0}{3\ell}$

(c) $v_x = \frac{v_0}{2}$, $v_y = -\frac{2v_0}{3}$

H-5. (a) $v_A = 2at$ = 10.0 cm/s,
$v_B = \sqrt{2}\,at$ = 7.1 cm/s, $v_0 = 0$;

(b) $a_A = 2a\sqrt{1 + \left(\frac{2t^2a}{R}\right)^2}$ = 5.6 cm/s²,

$a_B = a$ = 2.5 cm/s², $a_0 = a^2t^2 / R$ = 2.5 cm/s²

खण्ड़ (I) :

I-1. $\sqrt{\frac{4gh}{3}}$ **I-2.** $\frac{7}{10}mv^2$

I-3. $\frac{2}{3}g$ **I-4.** $\frac{7}{3}mg$

I-5. $\sqrt{3g(R - r)}$ **I-6.** 4πR/5

I-7. 5 μmg, 20 N

खण्ड़ (J) :

J-1. $\omega = 3\ v/2\ell$

J-2. (a) $\frac{m_2u}{m_1+m_2}$ (b) $\frac{m_1u}{m_1+m_2}$

(c) $-\frac{m_2u}{m_1+m_2}$

(d) $\frac{m_1^2m_2uL}{2\ (m_1+m_2)^2}, \frac{m_1m_2^2uL}{2\ (m_1+m_2)^2}$

(e) $\frac{m_1(m_1+4m_2)L^2}{12\ (m_1+m_2)}$

(f) $\frac{m_2u}{m_1+m_2}, \frac{6m_2u}{(m_1+4m_2)L}$

J-3. (a) $\frac{I}{m}, \frac{2I}{mR}$ (b) $\frac{\pi mR}{2I}$ (c) $\frac{\pi R}{2}$

J-4. 100 rad/sec.

खण्ड़ (K) :

K-1. $\frac{1}{2}$ mg a sinθ, x = $\frac{a\tan\theta}{2}$

भाग - II

खण्ड़ (A) :

A-1. (B) **A-2.** (C)

खण्ड़ (B) :

B-1. (C) **B-2.** (A) **B-3.** (A)
B-4. (C) **B-5.** (D) **B-6.** (C)
B-7. (C) **B-8.** (B) **B-9.** (D)
B-10. (D) **B-11.** (D)

खण्ड़ (C) :

C-1. (A) **C-2.** (C) **C-3.** (C)

खण्ड़ (D) :

D-1. (B) **D-2.** (C) **D-3** (B)
D-4 (A) **D-5.** (C)

खण्ड़ (E) :

E-1. (A) **E-2.** (C) **E-3.** (D)
E-4. (A) **E-5.** (C)

खण्ड़ (F) :

F-1. (B) **F-2.** (C)

खण्ड़ (G) :

G-1. (C) **G-2.** (B) **G-3.** (D)
G-4. (B) **G-5.** (C)

खण्ड़ (H) :

H-1. (B) **H-2.** (B) **H-3.** (C)
H-4. (A) **H-5.** (A)

खण्ड़ (I) :

I-1. (B) **I-2.** (A) **I-3.** (B)
I-4. (D) **I-5.** (A) **I-6.** (D)
I-7. (A) **I-8.** (C) **I-9** (D)

खण्ड़ (J) :

J-1. (D) **J-2.** (B)

खण्ड़ (K) :

K-1. (A) **K-2.** (A) **K-3.** (A)

भाग - III

1. (A) →p,q,r ; (B) → p,q,r ; (C) p,q (D) p,q,r

2. (A) → p ; (B) → q,s (C) p (D) q,s

EXERCISE-2

भाग - I

1. (D) **2.** (D) **3.** (D)
4. (C) **5.** (C) **6.** (B)
7. (D) **8.** (B) **9.** (B)
10. (D) **11.** (D) **12.** (B)
13. (C) **14.** (A) **15.** (D)
16. (A) **17.** (A) **18.** (D)
19. (B) **20.** (B) **21.** (B)
22. (D) **23.** (B) **24.** (A)

भाग - II

1.	16	**2.**	28	**3.**	2
4.	6	**5.**	2	**6.**	4
7.	4	**8.**	10	**9.**	1
10.	2	**11.**	8	**12.**	9
13.	5	**14.**	1	**15.**	2
16.	10	**17.**	(a) 10 (b) 20		
18.	25	**19.**	12	**20.**	20
21.	9	**22.**	5		

भाग - III

1.	(CD)	**2.**	(ABC)	**3.**	(ABC)
4.	(ABCD)	**5.**	(ACD)	**6.**	(BC)
7.	(ABC)	**8.**	(ACD)	**9.**	(CD)
10.	(ABCD)	**11.**	(BC)	**12.**	(ABD)
13.	(ABC)	**14.**	(BC)	**15.**	(ACD)
16.	(AD)	**17.**	(ACD)		

भाग - IV

1.	(B)	**2.**	(C)	**3.**	(D)
4.	(D)	**5.**	(C)	**6.**	(A)

EXERCISE-3

भाग - I

1.	(A)	**2.**	(CD)	**3.**	(AB)
4.	10	**5.**	(C)	**6.**	(A)
7.	(B)	**8.**	(D)	**9.**	(D)
10.	(D)	**11.**	(A)	**12.**	(BC)
13.	(B)	**14.**	4	**15.**	9
16.	(B)	**17.**	(C)	**18.**	3
19.	(D)	**20.**	(A)	**21.**	(D)
22.	(AB)	**23.**	8	**24.**	(CD)
25.	4	**26.**	2	**27.**	7
28.	(D)	**29.**	6	**30.**	(D)
30.	(D)	**31.**	(ABD)	**32.**	(D)
33.	(D)	**34.**	(C)	**35.**	(D)
36.	(A)	**37.**	(BCD)	**38.**	(Bonus)
39.	(A)	**40.**	(AC)	**41.**	0.75
42.	(A)				

भाग – II

1.	(1)	**2.**	(4)	**3.**	(3)
4.	(1)	**5.**	(3)	**6.**	(3)
7.	(3)	**8.**	(3)	**9.**	(4)
10.	(3)	**11.**	(2)	**12.**	(3)
13.	(3)	**14.**	(2)	**15.**	(3)
16.	(3)	**17.**	(1,3)	**18.**	(2)
19.	(2)	**20.**	(2)	**21.**	(3)