विद्युत धारा (CURRENT ELECTRICITY)

1. विद्युत धारा :

(a) किसी अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से आवेश प्रवाह की दर धारा कहलाती है।

यदि Δq आवेश Δt समय में प्रवाहित हो तो औसत धारा $I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ तथा तात्क्षणिक धारा $i = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lim}} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$.

(b) धारा प्रवाह की दिशा धन आवेश के प्रवाह की दिशा में होती है अथवा ऋण आवेश के प्रवाह के विपरीत दिशा में होती है। लेकिन विद्युत धारा एक अदिश राशि है।

$\longrightarrow i$ $\quad i \longleftarrow$

$q\oplus \longrightarrow$ वेग $\quad q\ominus \longrightarrow$ वेग

धारा का SI मात्रक ऐम्पियर है।

1 ऐम्पियर = 1 कूलाम/से०

1 कूलॉम/से० = 1 ऐम्पियर

2. चालक :

कुछ पदार्थो में, प्रत्येक परमाणु अथवा अणु की बाह्यतम कक्षा का इलेक्ट्रॉन केवल क्षीण बल से बंधा हुआ होता है। ये इलेक्ट्रॉन पदार्थ में गति करने के लिए लगभग स्वतन्त्र होते है, इनको मुक्त इलेक्टॉन (conduction electrons) भी कहते है। जब इस प्रकार के पदार्थो को किसी विद्युत–क्षेत्र में रखा जाता है, तो मुक्त इलेक्ट्रॉन विद्युत–क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में गति करते है। ऐसे पदार्थ चालक कहलाते है।

3. कुचालक

जिन पदार्थो में सारे इलेक्ट्रॉन उनके संगत परमाणुओं अथवा अणुओं के साथ दृढ़ता पूर्वक बंधे हुए होते है, कुचालक कहलाते है। प्रभावी रूप से इनमें कोई मुक्त इलेक्ट्रॉन नहीं होते है। जब इस प्रकार के पदार्थ को किसी विद्युत क्षेत्र में रखते है तो इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत थोड़ा–सा विस्थापित तो हो सकते है, किन्तु वे अपने पैतृक परमाणु या अणु को छोड़कर अलग नहीं हो सकते है। अतः वे लम्बी दूरी तय नहीं कर पाते है। इस प्रकार के पदार्थ **परावैद्युत पदार्थ** भी कहलाते है।

4. अर्द्ध–चालक

अर्द्ध–चालक निम्न ताप पर कुचालक की भांति व्यवहार करते है, किन्तु उच्च ताप पर कुछ इलेक्ट्रॉन स्वतन्त्र हो जाते है और आरोपित विद्युत–क्षेत्र के विपरीत दिशा में गति करते है। मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या चालकों की तुलना में बहुत कम होने के कारण, इनका व्यवहार चालक एवं कुचालक के बीच होता है, अतः इनको अर्द्ध–चालक कहते है। अर्द्ध–चालक में मुक्त होने वाला इलेक्ट्रॉन इसकी सामान्य बन्ध स्थिति में एक कोटर उत्पन्न कर देता है। यह कोटर भी चालन में सहायता करती है।

धारा, वेग और धारा घनत्व

$n \rightarrow$ एकांक आयतन में मुक्त आवेश कण

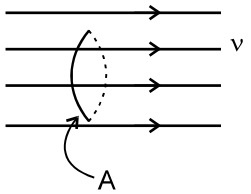
$q \rightarrow$ प्रत्येक मुक्त कण का आवेश

$i \rightarrow$ एकांक समय में आवेश प्रवाह

$i = nqvA$

धारा घनत्व

किसी बिन्दु पर एकांक अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली धारा को उस बिन्दु पर धारा घनत्व कहते है, यह एक सदिश राशि है और इसकी दिशा उस बिन्दु पर धारा की दिशा में होती है।



$\vec{J} = \frac{di}{ds}\vec{n}$ $\quad$ अतः $di = \vec{J}.\ d\vec{s}$

धारा घनत्व का फ्लक्स ही धारा होती है।

आवेश संरक्षण के नियमानुसार :

चालक के एक सिरे से प्रविष्ट होने वाला आवेश = दूसरे सिरे से बाहर निकलने वाला आवेश। अतः चालक की अनुप्रस्थ काट परिवर्तित होने से धारा परिवर्तित नहीं होती हे, साथ ही जब चालक से धारा प्रवाहित होती है तो यह विद्युत उदासीन ही रहता है।

Solved Examples

Example 1. एक धात्विक तार के एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या ज्ञात कीजिए। तार के पदार्थ का घनत्व 10^4 kg/m^3, परमाणु क्रमांक 100 है और प्रत्येक परमाणु के संगत एक मुक्त इलेक्ट्रॉन है।

Solution : एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या (n) = $\frac{\text{कुल मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या}}{\text{कुल आयतन}}$

$\therefore$ प्रत्येक परमाणु एक इलेक्ट्रॉन मुक्त करता है। अतः

मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या = कुल परमाणुओं की संख्या = $\frac{N_A}{M_W} \times M$

अतः $n = \frac{\frac{N_A}{M_W} \times M}{V} = \frac{N_A}{M_W} \times d = \frac{6.023 \times 10^{23} \times 10^4}{100 \times 10^{-3}}$

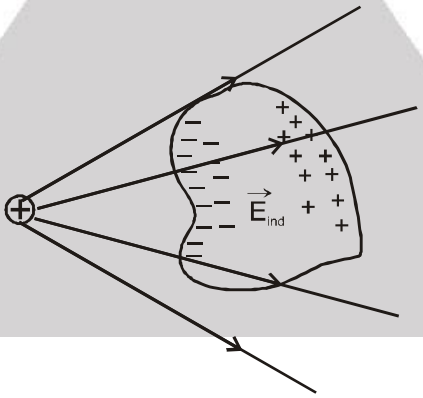
$\mathbf{n = 6.023 \times 10^{28}}$ m^{-3}

5. चालक में इलेक्ट्रोनों की गति

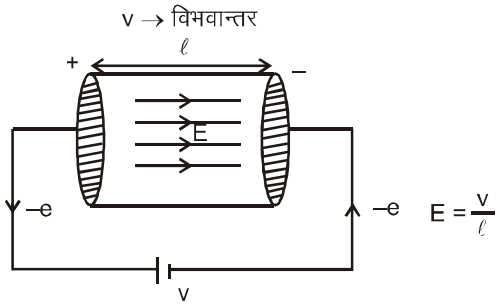
ऊष्मीय ऊर्जा के कारण सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन यादृच्छ गति करते हैं व सम्बन्ध $\frac{3}{2}KT = \frac{1}{2}mv^2$ लागू होता है।

कमरे के ताप पर इनकी चाल लगभग 10^6 m/sec या 10^3 km/sec होती है।

किन्तु औसत वेग शून्य होता है, जिससे किसी भी दिशा में धारा शून्य होगी। जब चालक को विद्युत क्षेत्र में रखा जाता है तो अल्प समय के लिए इलेक्ट्रॉन में औसत वेग होता है पर अल्प समयान्तराल में इसका औसत वेग शून्य हो जाता है।



जब चालक पर नियत विभवान्तर लगाया जाता है तो इलेक्ट्रॉन त्वरित गति करने लगते हैं और अन्य परमाणु, इलेक्ट्रॉन से टकराने के कारण इसका औसत वेग लगभग नियत हो जाता है, जिसे अपवहन वेग कहते हैं।



प्लटों के मध्य विद्युत क्षेत्र तीव्रता $E = \frac{V}{\ell}$

V_d = अपवहन वेग = तार के अनुदिश औसत वेग

अतः $i = nAeV_d$

$V_d = 10^{-3}$ m/s कोटि का होता है।

Solved Examples

Example 2. एक इलेक्ट्रॉन द्वारा उस समय अन्तराल में चली गई दूरी ज्ञात करो, जिसमें इसका विस्थापन तार के अनुदिश 1 मी. हो।

Solution : समय $= \frac{\text{विस्थापन}}{\text{अपवहन वेग}} = \frac{S}{V_d}$

$\therefore$ V_d = 1 मिमी./से. = 10^{-3} मी./से. (सामान्यतः अपवहन वेग का मान 1 mm/s होता है)

$S = 1$ m

समय $= \frac{1}{10^{-3}} = 10^3$ s

तय की गई दूरी = चाल × समय

$\therefore$ चाल = 10^6 मी./से.

अतः आवश्यक दूरी = $10^6 \times 10^3$ m = **10^9 m**

6. चालक मे विद्युत धारा (I) व विभवान्तर (V) में सम्बन्ध

चालक पर विभवान्तर की अनुपस्थिति में, चालक के अनुप्रस्थ काट से कोई परिणामी धारा प्रवाहित नहीं होती है। जब चालक पर विभवान्तर आरोपित किया जाता है तो धारा वाहक (चालकों में इलेक्ट्रॉन) किसी निश्चित दिशा में अपवाहित (drifting) होने लगते है अर्थात् औसत अपवाह वेग के साथ विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में। यदि इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग v_d, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A है, तथा एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है तो –

$I = nAev_d$.

$v_d = \frac{\lambda}{\tau}$,

$\lambda \rightarrow$ तार के अनुदिश दो क्रमागत टक्करों के बीच इलेक्ट्रॉन का औसत विस्थापन। यह माध्य मुक्त पथ भी कहलाता है।

$\tau \rightarrow$ वह समय जिसमें कण दूसरे कणों से नहीं टकराता है। यह विश्रान्ति काल भी कहलाता है।

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m}\right)\tau^2 = \frac{1}{2}\frac{e\tau^2}{m}.E = \frac{1}{2}\frac{e\tau^2}{m} \times \frac{V}{\ell}$$

$$i = nAe \cdot \frac{1}{2}\frac{e\tau^2}{m} \times \frac{V}{\ell} \times \frac{1}{\tau} = \left(\frac{nAe^2\tau}{2m\ell}\right)V \quad \Rightarrow \quad i = \frac{nAe^2\tau}{2m\ell}V$$

जब तापमान (T) बढ़ता है तो विश्रान्ति काल (τ) घटता है।

7. विद्युत प्रतिरोध

किसी पदार्थ का वह गुण जिसके कारण यह इससे प्रवाहित धारा का विरोध करता है, विद्युत प्रतिरोध कहलाता है। विद्युत प्रतिरोध चालक के आकार, ज्यामिती, ताप तथा चालक की आन्तरिक संरचना पर निर्भर करता है।

$$i = \frac{nAe^2\tau}{2m\ell}V$$

$i \propto V$ (यह ओम का नियम है।)

$$i = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{2m\ell}{nAe^2\tau}$$

$V = IR$ अतः $R = \frac{2m}{ne^2\tau} \cdot \frac{\ell}{A}$

अतः $R = \frac{\rho\ell}{A} \Rightarrow V = I \times \frac{\rho\ell}{A}$

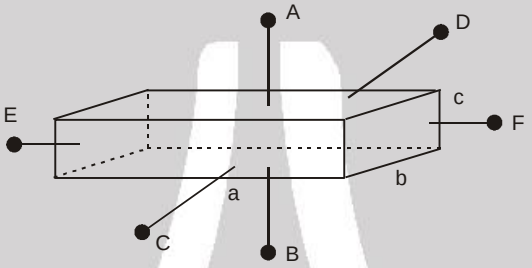
$\Rightarrow \frac{V}{\ell} = \frac{I}{A}\rho \Rightarrow E = J\rho \qquad J = \frac{I}{A}$ = धारा घनत्व

ρ प्रतिरोधकता कहलाती है (इसको विशिष्ट प्रतिरोध भी कहते है), तथा $\rho = \frac{2m}{ne^2\tau} = \frac{1}{\sigma}$, σ चालकता कहलाती है। अतः चालकों मे प्रवाहित धारा, इसके सिरों पर आरोपित विभवान्तर के समानुपाती होती है। यह ओम का नियम **(Ohm's Law)** है।

इकाई : $R \rightarrow$ ओम(Ω), $\rho \rightarrow$ ओम – मीटर$(\Omega - m)$ अथवा **साइमन** $\sigma \rightarrow \Omega^{-1}m^{-1}$.

Solved Examples

Example 3. ρ विशिष्ट प्रतिरोध के एक चालक की विमाऐं नीचे दर्शायी गयी है। AB, CD व EF सिरों पर चालक का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



Answer : $R_{AB} = \frac{\rho c}{ab}$, $R_{CD} = \frac{\rho b}{ac}$, $R_{EF} = \frac{\rho a}{bc}$

Solution : दी गई स्थिति के लिए

$$R = \frac{\rho\ell}{A} = \frac{\text{प्रतिरोधकता} \times \text{लम्बाई}}{\text{अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल}}$$

$R_{AB} = \frac{\rho c}{ab}$, $R_{CD} = \frac{\rho b}{ac}$, $R_{EF} = \frac{\rho a}{bc}$

7.1 विभिन्न राशियों पर प्रतिरोध की निर्भरता

$$R = \rho\frac{\ell}{A} = \frac{2m}{ne^2\tau}\cdot\frac{\ell}{A}$$

अतः R की निर्भरता इस प्रकार है –

(1) $\propto \ell$ (2) $\propto \frac{1}{A}$ (3) $\propto \frac{1}{n} \propto \frac{1}{\tau}$

(4) धातुओं में T बढ़ने के साथ τ कम होता है $\Rightarrow$ R भी बढ़ता है।

परिणाम

(a) तार को खींचने पर (आयतन नियत)

यदि तार की लम्बाई में परिवर्तन को लेते है तो $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\ell_1^2}{\ell_2^2}$

यदि अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या में परिवर्तन को लेते है तो $\frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^4}{r_1^4}$, जहाँ R_1 एवं R_2 प्रारम्भिक एवं अन्तिम प्रतिरोध है, ℓ_1 एवं ℓ_2 प्रारम्भिक एवं अन्तिम लम्बाई तथा r_1 एवं r_2 क्रमशः प्रारम्भिक एवं अन्तिम त्रिज्याऐं है। (यदि पदार्थ की प्रत्यास्था को लेते है तो अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल मे परिवर्तन का यंग प्रत्यावस्था गुणांक व पाईसन निष्पती की सहायता से गणना कर सकते है।)

(b) तार की लम्बाई में "प्रतिशत परिवर्तन" का प्रभाव

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\ell^2\left[1+\frac{x}{100}\right]^2}{\ell^2}$$ जहाँ ℓ - प्रारम्भिक लम्बाई और x- % वृद्धि

यदि x बहुत की कम हो (यदि < 5%) तो R में % परिवर्तन $\frac{R_2 - R_1}{R_1}\times 100 = \left(\frac{\left(1+\frac{x}{100}\right)^2 - 1}{1}\right)\times 100 \cong 2x\%$

Solved Examples

Example 4. एक तार को इसकी मूल लम्बाई के दुगने तक खींचा जाता है यदि मूल प्रतिरोध R था तो नया प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

Solution : हम जानते हैं कि $R = \frac{\rho\ell}{A} \Rightarrow$ दी गई स्थिति में $R' = \frac{\rho\ell'}{A'}$

$\ell' = 2\ell$, $A'\ell' = A\ell$ (तार का आयतन नियत है)

$$A' = \frac{A}{2}$$

$$R' = \frac{\rho\times 2\ell}{A/2} = 4\frac{\rho\ell}{A} = 4R$$

Example 5. एक तार को खींचकर इसकी लम्बाई में 1% वृद्धि कर दी जाती है। प्रतिरोध में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

Solution : जैसा हम जानते है कि –

$$\therefore \quad R = \frac{\rho\ell}{A}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta\ell}{\ell} - \frac{\Delta A}{A}$$ और $\frac{\Delta\ell}{\ell} = -\frac{\Delta A}{A}$

$$\frac{\Delta R}{R} = 0 + 1 + 1 = 2$$

अतः प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि = 2%

नोट : यह विधि बहुत अल्प % परिवर्तन के लिए ही मान्य है।

प्रतिरोधकता एवं प्रतिरोध की ताप पर निर्भरता

धातु चालक की प्रतिरोधकता ताप बढ़ाने पर बढ़ती है, चूंकि चालक के आयन बड़े आयामों के साथ कम्पन्न करने लगते है और इलेक्ट्रॉनों और आयनों के बीच टक्कर अधिक बारम्बारता से होने लगती है। ताप की एक छोटी परास (100ºC तक), में किसी धातु की प्रतिरोधकता निम्न समीकरण द्वारा दी जा सकती है,

$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$ .....(i)

जहाँ ρ_0 मानक ताप T_0 (प्रायः 0ºC या 20ºC लिया जाता है) पर प्रतिरोधकता तथा $\rho(T)$, ताप T जोकि T_0 से अधिक या कम हो सकता है पर प्रतिरोधकता है। α को प्रतिरोधकता का ताप गुणांक कहा जाता है।

दिये गये चालक का प्रतिरोध, प्रतिरोधकता के अतिरिक्त इसकी लम्बाई व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर करता है। ताप परिवर्तित होने पर लम्बाई और क्षेत्रफल में भी परिवर्तन होता है। किन्तु ये परिवर्तन बहुत ही कम होते है। इसलिए ℓ/A को नियतांक लिया जा सकता है।

तब $R \propto \rho$

अतः $R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ .....(ii)

इस समीकरण में R(T), T ताप पर प्रतिरोध तथा R_0, T_0 ताप (प्रायः 0ºC या 20ºC लेते है) पर प्रतिरोध है। प्रतिरोध का ताप गुणांक α, नियतांक है।

Note : ऊपर लिखी ρ-T समीकरण निम्न सम्बन्ध से व्युत्पन्न की जा सकती है।

α = तापमान में इकाई परिवर्तन के साथ प्रतिरोधकता में अंशात्मक परिवर्तन

$$\Rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho dT} = \alpha \quad \text{या} \quad \frac{d\rho}{dT} = \alpha\rho$$

$$\therefore \quad \frac{d\rho}{\rho} = \alpha dT \text{ (छोटे ताप परिवर्तन के लिए } \alpha \text{ को नियत ले सकते है)}$$

$$\therefore \quad \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \alpha \int_{T_0}^{T} dT \qquad \text{....(iii)}$$

$$\therefore \quad \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \alpha\,(T - T_0)$$

$$\therefore \quad \rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$$

यदि $\alpha\,(T - T_0) << 1$ तब $e^{\alpha(T-T_0)}$ को लगभग $1 + \alpha(T - T_0)$ लिखा जा सकता है।

इसलिये उपरोक्त विवेचन में हमने यहाँ α को लगभग नियत माना है। यदि यह ताप का फलन है तो यह समी० (iii) के समाकलन के अन्दर आयेगा।

Solved Examples

Example 6. चाँदी के एक पतले तार का 20ºC पर प्रतिरोध 1.0 Ω है। तार को किसी द्रव में रखने पर इसका प्रतिरोध 1.2 Ω तब बढ़ जाता है। द्रव का ताप क्या है ? ($\alpha = 10^{-2}$ /ºC)

Solution : यहाँ प्रतिरोध में परिवर्तन अल्प है इसलिए

$R = R_0(1 + \alpha\Delta\theta)$

$\Rightarrow \quad 1.2 = 1 \times (1 + 10^{-2}\,\Delta\theta)$

$\Rightarrow \quad \Delta\theta = 20ºC$

$\Rightarrow \quad \theta - 20ºC = 20ºC$

$\Rightarrow \quad \theta = 40º\,C$ **Ans.**

Example 7. एक चालक तार का 0°C पर प्रतिरोध 10 ohm है और इसका $\alpha = \frac{1}{273}$/ºC है, तो 273ºC पर इसका प्रतिरोध ज्ञात करिये। (लम्बाई और अनुप्रस्थ काट को नियत माने।)

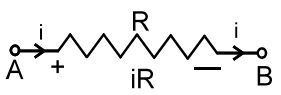
Solution : इस प्रकार के प्रश्नों में पद $\alpha\Delta T$ का मान अधिक है इसलिए यह सूत्र $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ सीधे तौर पर प्रयुक्त नहीं करते हैं। हमें प्रारम्भिक स्तर से इसे हल करना चाहिए

ज्ञातव्य है कि $\alpha = \frac{dR}{RdT}$

$$\Rightarrow \quad \int \frac{dR}{R} = \int \alpha dT \qquad \Rightarrow \qquad \ell n \frac{R_2}{R_1} = \alpha(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \quad R_2 = R_1 e^{\alpha(T_2 - T_1)} = 10e^1 \qquad \Rightarrow \qquad R_2 = 10\ e\Omega \quad \textbf{Ans.}$$

प्रतिरोध में धारा

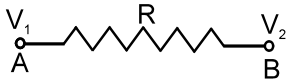


प्रतिरोध में धारा उच्च विभव से निम्न विभव की ओर प्रवाहित होती है।

उच्च विभव को (+) चिन्ह से और निम्न विभव को (–) चिन्ह से दर्शाया जाता है।

$V_A - V_B = iR$ यदि $V_1 > V_2$

तो धारा A से B की ओर प्रवाहित होगी।



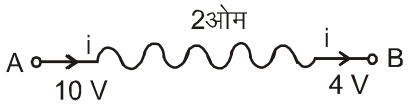
तथा $i = \frac{V_1 - V_2}{R}$ यदि $V_1 < V_2$

तो धारा B से A की ओर प्रवाहित होगी।

तथा $i = \frac{V_2 - V_1}{R}$

Solved Examples

Example 8. चित्र में दर्शाये गये परिपथ में धारा (i) ज्ञात करें।



Solution : $V_A - V_B = i \times R$

$i = \frac{6}{2} = 3A$ Ans.

8. विद्युत शक्ति

किसी यंत्र में प्रति सैकण्ड विसर्जित ऊर्जा को शक्ति कहते है। किसी विद्युत–यंत्र द्वारा व्ययित अथवा प्रदत्त (delivered) शक्ति P है तो P = VI, जहाँ V = यंत्र के सिरों पर विभवान्तर और I = यंत्र से प्रवाहित धारा है।

यदि धारा किसी यंत्र के उच्च विभव वाले बिन्दु से प्रविष्ट होती है तो इसके द्वारा शक्ति व्यय की जाती है। (अर्थात् यह लोड या भार की भांति व्यवहार करता है)। यदि धारा निम्न विभव वाले बिन्दु से प्रविष्ट होती है तो यंत्र शक्ति प्रदान करता है (अर्थात् स्त्रोत की भांति व्यवहार करती है)

शक्ति $= \frac{V.dq}{dt} = V I \Rightarrow P = V I$

यदि शक्ति नियत है तो ऊर्जा = Pt

यदि शक्ति परिवर्तनशील है तो ऊर्जा = $\int pdt$

प्रतिरोध द्वारा व्ययित शक्ति $P = I^2R = VI = \frac{V^2}{R}$.

जब तार से धारा प्रवाहित की जाती है तो तार के प्रतिरोध के विरूद्ध ऊर्जा व्ययित होती है। ऊर्जा, ऊष्मा में रूपान्तरित हो जाती है।

$W = VIt = I^2 Rt = \frac{V^2}{R} t$

जब प्रतिरोध R से I एम्पियर धारा T सैकण्ड के लिए प्रवाहित होती है तो उत्पन्न ऊष्मा H (जूल में) निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जाती है :

$H = I^2 RT$ जूल $= \frac{I^2 RT}{4.2}$ कैलोरी

विद्युत ऊर्जा की एक इकाई (unit) = 1 किलोवॉट घण्टा = 1 KWh = 3.6×10^6 जूल

Solved Examples

Example 9. 100 वॉट एवं 220 V बल्ब के लिए ज्ञात कीजिए –

(a) तन्तु का प्रतिरोध (b) तन्तु में प्रवाहित धारा

(c) यदि बल्ब को 110 वोल्ट की पावर सप्लाई से जोड़ा जाये तो बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति।

Solution : 100 W एवं 220 वोल्ट का अभिप्राय है कि जब इसके तन्तु के दोनों सिरों के बीच 220 V विभवान्तर लगाया जाये तो यह 100 W शक्ति व्यय करेगा।

यहाँ V = 220 Volt

P = 100 W

$\frac{V^2}{R} = 100$

अतः $R = 484\ \Omega$

प्रतिरोध केवल तार के पदार्थ पर निर्भर करता है अतः बल्ब के लिए प्रतिरोध नियत है।

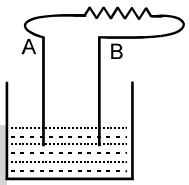
$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{22 \times 22} = \frac{5}{11}$ Amp.

V = 110 V पर

व्ययित शक्ति = $\frac{110 \times 110}{484}$ = 25 W

9. बैटरी (सेल)

बैटरी एक ऐसी युक्ति है जो इसके दोनों टर्मिनलों A और B (चित्र) के बीच विभवान्तर स्थिर बनाये रखती है। विद्युत परिपथ में विभवान्तर बनाये रखने के लिए प्रयुक्त की जाने वाली युक्तियाँ सूखा सेल,द्वितीयक सेल, जनित्र और ताप–वैद्युत युग्म है। चित्र में बैटरी या सैल की संरचना दिखाई गई है। वैद्युत अपघट्य धारा की निरन्तरता बनाये रखता है।



* इसे प्रायः किसी रासायनिक विलयन में भिन्न धातुओं की छड़ो या प्लेटों को रखकर तैयार किया जाता है। कोई आन्तरिक क्रिया विधि विलयन के आयनों (धनात्मक व ऋणात्मक) पर बल ($\vec{F}_n$) लगाती है। यह बल धनात्मक आयनों को धन टर्मिनल की ओर व ऋणात्मक आयनों को ऋण टर्मिनल की ओर ले जाता है। चूंकि धनात्मक आवेश एनोड पर तथा ऋणात्मक आवेश कैथोड़ पर एकत्रित होता है, इसलिए एक विभवान्तर व विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$, एनोड से कैथोड़ की ओर उत्पन्न होता है। यह विद्युत क्षेत्र आयनों पर एक स्थिर वैद्युत बल $\vec{F} = q\vec{E}$ लगाता है। यह बल $\vec{F}_n$ के विपरीत होता है। साम्यावस्था (स्थायी अवस्था) में

  $F_n = F_e$

  और इसके बाद आवेश और एकत्रित नहीं होते है।

  जब बैटरी के टर्मिनलों को किसी चालक तार से जोड़ा जाता है तो तार में एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। तार के मुक्त इलेक्ट्रॉन विपरीत दिशा में गति करते है और बैटरी में धन टर्मिनल से प्रवेश करते है। कुछ इलेक्ट्रॉन ऋण टर्मिनल से निकलते है। इस प्रकार विभवान्तर व F_e घट जाता है। जबकि F_n वहीं रहता है। इस प्रकार धनात्मक आवेश पर धन टर्मिनल की ओर नेट बल रहता है। इसके साथ धनात्मक आवेश, धन टर्मिनल की ओर तथा ऋणात्मक आवेश ऋण टर्मिनल की ओर दौड़ते है। इस प्रकार धन व ऋण टर्मिनलों के बीच विभवान्तर नियत बना रहता है।

आन्तरिक प्रतिरोध (r)

किसी परिपथ में एक वास्तविक स्रोत के टर्मिनलों के बीच विभवान्तर उस सेल के वि.वा.बल के बराबर नहीं होता है। इसका कारण है कि वैद्युत अपघट्य में गति करने वाले आवेश प्रतिरोध अनुभव करते है। हम इसे स्रोत का आन्तरिक प्रतिरोध कहते है।

* किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध इलेक्ट्रॉनों के बीच की दूरी ($r \propto d$), इलेक्ट्रॉनों के क्षेत्रफल ($r \propto \frac{1}{s}$) व प्रकृति, वैद्युत अपघट्य की सान्द्रता ($r \propto c$) व ताप ($r \propto \frac{1}{\text{ताप}}$) पर निर्भर करता है।

Solved Examples

Example 10. 10 एम्पीयर घण्टा से क्या तात्पर्य है ?

Solution : इसका तात्पर्य यह है कि यदि बैटरी से 10 A धारा ली जाये तो यह 1 घण्टे तक इतनी ही धारा प्रदान करेगी।

10 एम्पीयर ⟶ 1 घण्टा

1 एम्पीयर ⟶ 10 घण्टा

½ एम्पीयर ⟶ 20 घण्टा

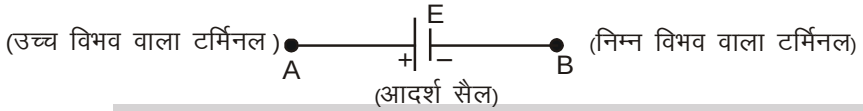
10. विद्युत वाहक बल : (E.M.F.)

परिभाषा I : निकाय मे आवेश प्रवाहित करने की क्षमता को विद्युत वाहक बल कहते है।

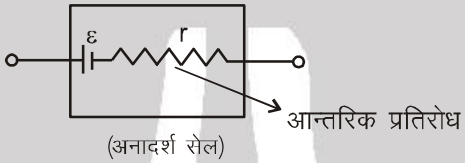
परिभाषा II : बैटरी के अन्दर निम्न विभव वाले टर्मिनल से उच्च विभव वाले टर्मिनल के बीच 1 कूलॉम आवेश प्रवाहित करने में किया गया कार्य बैटरी का विद्युत वाहक बल (वि.वा.बल) कहलाता है।

10.1 बैटरी का संकेत

आदर्श सेल : ऐसा सेल जिसके अन्दर कोई ऊष्मा उत्पन्न नहीं हो।



अनादर्श सेल : वह सेल जिसमें धारा प्रवाह के कारण आन्तरिक रूप से ऊष्मा उत्पन्न होती है।



स्थिति I : जब बैटरी, स्रोत की भांति व्यवहार करती है। (अथवा बैटरी निरावेशित हो रही है)

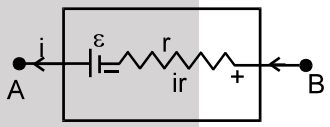
$V_A - V_B = \varepsilon - ir$

$V_A - V_B \Rightarrow$ इसको टर्मिनल वोल्टता भी कहते है।

सेल की रासायनिक ऊर्जा खर्च होने की दर = εi

बैटरी अथवा सेल के अन्दर ऊष्मा उत्पन्न होने की दर = i^2r

निर्गत विद्युत शक्ति = $\varepsilon i - i^2r = (\varepsilon - ir)\, i$



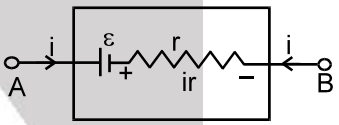
स्थिति II : जब बैटरी लोड की भांति व्यवहार करें (अथवा बैटरी को आवेशित किया जाये)

$V_A - V_B = \varepsilon + ir$

सेल में रासायनिक ऊर्जा संचय की दर = εi

सेल के अन्दर ऊष्मीय शक्ति = i^2r

निविष्ट विद्युत शक्ति = $\varepsilon i + i^2r = (\varepsilon + ir)\, i = (V_A - V_B)\, i$



परिभाषा III : जब किसी सेल से परिपथ में कोई धारा नही ली जा रही हो तो उसके टर्मिनलों के बीच विभवान्तर को सेल का विद्युत वाहक बल कहते है।

स्थिति III : जब सेल खुले परिपथ में हो

$i = 0$ क्योंकि खुले परिपथ का प्रतिरोध अनन्त होता है।

अतः $V = \varepsilon$, अर्थात् खुले परिपथ में टर्मिनल वोल्टता सेल के वि.वा.बल के बराबर होती है।

स्थिति IV लघुपथन : किसी विद्युत परिपथ में किसी एक चालक तार से सीधे जुड़े हुये दो बिन्दु, लघुपथित कहलाते है। ऐसी स्थिति में दोंनो बिन्दु समान विभव पर होते है।

जब सेल लघुपथित हो

$i = \frac{\varepsilon}{r}$ एवं $V = 0$, लघुपथित सेल की धारा अधिकतम होती है।

नोट : शून्य प्रतिरोध वाले तार के समस्त बिन्दुओं पर विभव एक समान होगा।

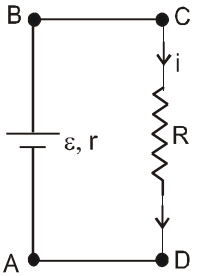
*** भू–सम्पर्कित :** यदि परिपथ का कोई बिन्दु भू–सम्पर्कित है तो इसका विभव शून्य लिया जाता है।

11. आपेक्षिक वोल्टता

किसी विद्युत परिपथ को हल करने के लिए यह सुविधाजनक रहता है कि एक सन्दर्भ बिन्दु का चयन करके इसको शून्य वोल्टता पर मान लिया जाये और परिपथ के अन्य बिन्दुओं पर विभव इसके सापेक्ष मापा जायें। यह बिन्दु उभयनिष्ठ बिन्दु भी कहलाता है।

Solved Examples

Example 11. चित्र में प्रदर्शित परिपथ के लिए ज्ञात कीजिए



(a) धारा

(b) निर्गत शक्ति

(c) r तथा R में सम्बन्ध जिसके लिए निर्गत विद्युत शक्ति (अर्थात् R को प्रदत्त शक्ति) अधिकतम है।

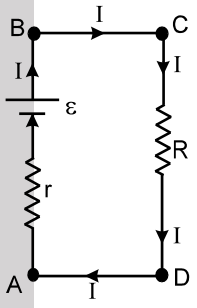
(d) अधिकतम निर्गत शक्ति का मान

(e) लोड प्रतिरोध एवं निर्गत शक्ति के बीच ग्राफ खींचिए।

(f) ग्राफ को देखने से यह ज्ञात होता है कि निर्गत शक्ति के किसी निश्चित मान के लिए बाह्य प्रतिरोध के दो मान है, सिद्ध कीजिए कि इन प्रतिरोधों का गुणनफल r^2 के बराबर होता है।

(g) जब सेल अधिकतम शक्ति के लिए प्रयुक्त किया जा रहा हो तो सेल की दक्षता कितनी होगी ?

Solution : (a) प्रदर्शित परिपथ में यदि हम A पर विभव शून्य माने तो B पर विभव $\varepsilon - ir$ होगा। चूंकि संयोजन तारों का प्रतिरोध शून्य है।



$\therefore \quad V_D = V_A = 0$

$V_C = V_B = \varepsilon - Ir$

CD से प्रवाहित धारा I भी ही है

(∵ यह सेल से श्रेणीक्रम में है)

$$\therefore \quad I = \frac{V_C - V_D}{R} = \frac{(\varepsilon - Ir) - 0}{R}$$

धारा $I = \dfrac{\varepsilon}{r+R}$

नोट : प्रतिरोधों का श्रेणी संयोजन सीखने के पश्चात् हम धारा का मान सीधा ज्ञात कर सकेंगे।

(b) निर्गत शक्ति $P = I^2 R = \dfrac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} . R$

(c) $$\frac{dP}{dR} = \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} - \frac{2\varepsilon^2 R}{(r+R)^3} = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^3}[R+r-2R]$$

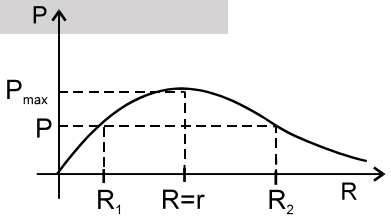
अधिकतम शक्ति प्रदान करने के लिए

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad \Rightarrow \quad r + R - 2R = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r = R}$$

अर्थात् अधिकतम शक्ति के लिए आन्तरिक प्रतिरोध बाह्य प्रतिरोध के बराबर होना चाहिए।

(d) $P_{max} = \dfrac{\varepsilon^2}{4r}$

(e) 'P' एवं R के बीच ग्राफ चित्र में दर्शाया गया है, अधिकतम शक्ति के लिए R = r



$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

(f) निर्गत शक्ति $P = \dfrac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}$

$P(r^2 + 2rR + R^2) = \varepsilon^2 R \quad \Rightarrow \quad R^2 + (2r - \dfrac{\varepsilon^2}{P})R + r^2 = 0$

ε, P और r के दिये गये मानों के लिए उपरोक्त द्विघात समीकरण में R के दो मूल R_1 एवं R_2 इस प्रकार है कि

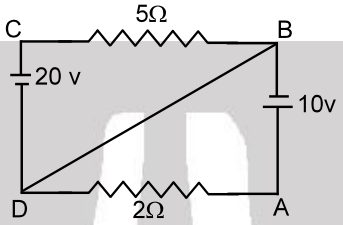
$\therefore \quad R_1R_2 = r^2$ (मूलों का गुणनफल) $\quad \mathbf{r^2 = R_1R_2}$

(g) बैटरी से व्ययित शक्ति $= \frac{\varepsilon^2}{(r+r)^2}.2r = \frac{\varepsilon^2}{2r}$

निर्गत शक्ति $= \left(\frac{\varepsilon}{r+r}\right)^2 \times r = \frac{\varepsilon^2}{4r}$

दक्षता $= \frac{\text{निर्गत शक्ति}}{\text{सेल द्वारा व्यतित कुल शक्ति}} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{4r}\times 100}{\frac{\varepsilon^2}{2r}} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$

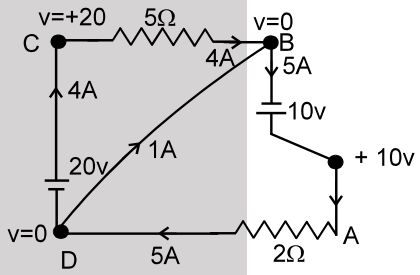
Example 12. चित्र में विद्युत परिपथ दर्शाया गया है –



तार BD में धारा ज्ञात कीजिए।

Solution : मान लीजिए कि D पर विभव = 0 है,

अब अन्य बिन्दुओं पर विभव लिखिए।

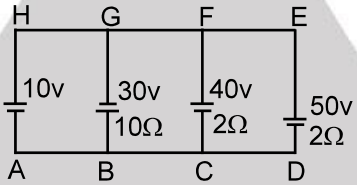


तार AD $= \frac{10}{2} = 5$ A, A से D की ओर

तार CB में धारा $= \frac{20}{5} = 4$A C से B की ओर

$\therefore$ तार BD में धारा = 1 A D से B की ओर

Example 13. प्रत्येक तार में धारा ज्ञात कीजिए –



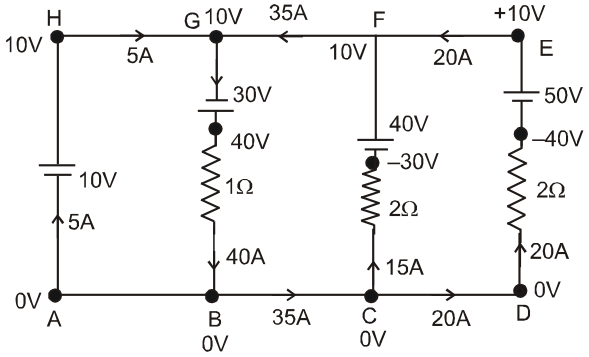
Solution : माना कि बिन्दु A पर विभव = 0 वोल्ट है, अन्य बिन्दुओं पर विभव चित्र में दर्शाये गये है।

BG में धारा $= \frac{40-0}{1} = 40$ A G से B की ओर

FC में धारा $= \frac{0-(-30)}{2} = 15$ A C से F की ओर

DE में धारा $= \frac{0-(-40)}{2} = 20$ A D से E की ओर

तार AH में धारा = 40 – 35 = 5 A A से H की ओर



12. किरचॉफ के नियम

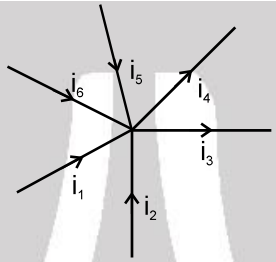
12.1 किरचॉफ का धारा नियम (संधि नियम)

यह नियम "आवेश संरक्षण के नियम" पर आधारित है। इसके अनुसार "परिपथ के किसी बिन्दु पर मिलने वाली समस्त धाराओं का बीजीय योग शून्य होता है " या किसी सन्धि में प्रवेश करने वाली कुल धारा संधि से जाने वाली कुल धारा के बराबर होती है।

$\Sigma I_{in} = \Sigma I_{out}$ इसको KCL (किरचॉफ का धारा नियम भी कहते है)

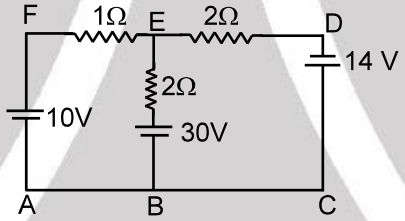
Solved Examples

Example 14. धारा i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 और i_6 के बीच सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।



Solution : $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 + i_5 + i_6 = 0$

Example 15. प्रत्येक तार में प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।

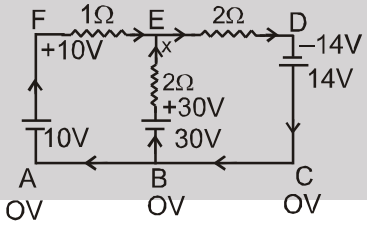


Solution : माना कि बिन्दु B पर विभव = 0 है अन्य बिन्दुओं पर विभव चित्र में दर्शाया गया है।

∴ बिन्दु E के विभव का आंकिक मान ज्ञात नहीं है।

माना कि E पर विभव = x

अब सन्धि E के लिए किरचॉफ का नियम लागू करने पर (यह अन्य संधि के लिए भी प्रयुक्त किया जा सकता है)



$$\frac{x-10}{1}+\frac{x-30}{2}+\frac{x+14}{2}=0$$

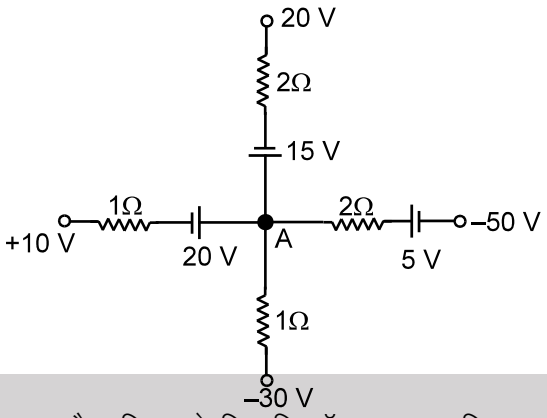
$4x = 36 \quad \Rightarrow \quad x = 9$

EF मे धारा $= \frac{10-9}{1} = 1$ A F से E की ओर

BE में धारा $= \frac{30-9}{2} = 10.5$ A B से E की ओर

DE में धारा $= \frac{9-(-14)}{2} = 11.5$ A E से D की ओर

Example 16. बिन्दु A पर विभव ज्ञात कीजिए –



Solution : माना कि A पर विभव = x है, सन्धि A से लिए किरचॉफ का धारा नियम लागू करने पर

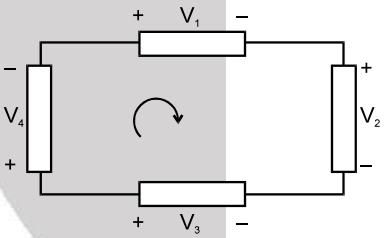
$$\frac{x-20-10}{1}+\frac{x-15-20}{2}+\frac{x+45}{2}+\frac{x+30}{1}=0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2x-60+x-35+x+45+2x+60}{2}=0$$

$$\Rightarrow \quad 6x+10=0 \quad \Rightarrow \quad x=-5/3 \qquad \text{A पर विभव} = \frac{-5}{3}\ \text{V}$$

12.2 किरचॉफ का विभव नियम (पाश नियम)

"बन्द पथ के अनुदिश सभी विभवान्तरों का बीजीय योग शून्य होता है अर्थात $\Sigma IR + \Sigma EMF = 0$"। बन्द पथ को किसी भी दिशा में ले सकते है। बन्द पथ में चलने पर यदि विभव बढ़ता है तो व्यंजक में धनात्मक चिन्ह लें तथा यदि विभव घटता है तो ऋणात्मक चिन्ह लें। (यह चिन्ह नियम मानें।)

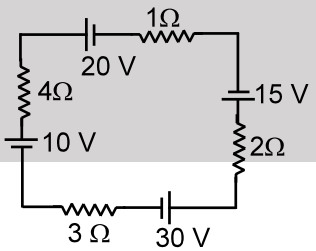


$-V_1 - V_2 + V_3 - V_4 = 0.$

बक्सों में प्रतिरोध या बैटरी या अन्य अवयव (रैखिक या अरैखिक) हो सकते है। इसको kVL भी कहते है।

Solved Examples

Example 17 : परिपथ में धारा ज्ञात करो।



Solution : ∵ सभी अवयव श्रेणीक्रम में जुड़े है।

∴ सभी में धारा समान होगी

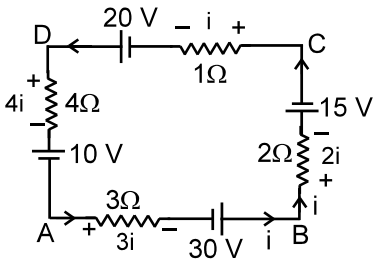
यदि धारा = i है।

लूप ABCDA में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

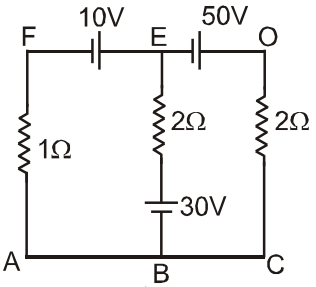
$10 + 4i - 20 + i + 15 + 2i - 30 + 3i = 0$

$10\ i = 25$

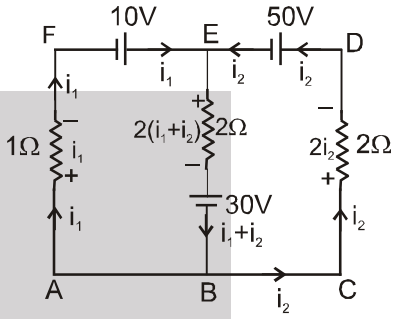
$i = 2.5\ A$



Example 18 : केवल किरचॉफ वोल्टेज नियम का प्रयोग करते हुए प्रत्येक तार में धारा ज्ञात करो।



Solution : लूप ABEFA में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर



$i + 30 + 2(i_1 + i_2) - 10 = 0$

$3i_1 + 2i_2 + 20 = 0$ .....(i)

BCDEB में किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$+ 30 + 2(i_1 + i_2) + 50 + 2i_2 = 0$

$4i_2 + 2i_1 + 80 = 0$

$2i_2 + i_1 + 40 = 0$ .....(ii)

(i) और (ii) को हल करने पर

$3\left[-40 - 2i_2\right] + 2i_2 + 20 = 0$

$-120 - 4i_2 + 20 = 0$

$i_2 = -25$ A तथा $i_1 = 10$ A $\quad\therefore\quad i_1 + i_2 = -15$ A

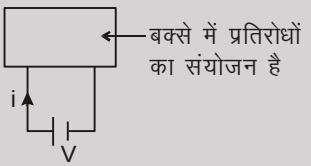
तार AF में धारा = A से F की ओर 10 A

तार EB में धारा = B से E की ओर 15 A

तार DE में धारा = E से D की ओर 25 A

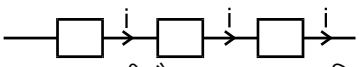
13. प्रतिरोधों का संयोजन

कई प्रतिरोधों को आपस में जोड़ा जा सकता है और सारे जटिल संयोजनों को दो प्रकार से हल करके तुल्य प्रतिरोध प्राप्त किया जा सकता है, जैसे श्रेणीक्रम एवं समान्तर क्रम संयोजन। संयोजन का तुल्य प्रतिरोध $R_{eq} = \frac{V}{i}$



13.1 प्रतिरोधों का श्रेणी संयोजन :

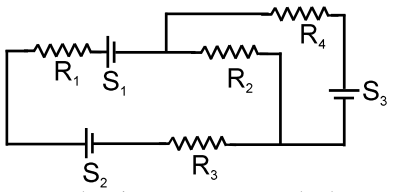
जब प्रतिरोधों (अथवा किसी भी प्रकार के अवयवों) को सिरे से सिरे जोड़ा जाये तो उनको श्रेणीक्रम मे कहा जाता है। प्रत्येक अवयव में समान धारा प्रवाहित होती है।



श्रेणी क्रम में संयोजित प्रतिरोधों से समान धारा बहती है। परन्तु इसका विपरीत कथन सत्य नहीं भी हो सकता है।

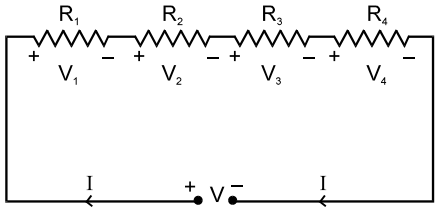
Solved Examples

Example 19. कौनसे विद्युत अवयव श्रेणीक्रम में है ?



Solution : S_1, S_2, R_1, एवं R_2 एक श्रेणीक्रम में और R_4 एवं S_3 दूसरे श्रेणीक्रम में जुड़े हुए है।

तुल्य प्रतिरोध :



बैटरी के सिरों पर प्रभावी तुल्य प्रतिरोध (अथवा टर्मिनलों A एवं B के बीच)

$R = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$ (इसका तात्पर्य है कि R_{eq} किसी भी अन्य प्रतिरोध से बड़ा है) तथा

$V = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$.

किसी भी प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर उस प्रतिरोध के समानुपाती है। प्रत्येक प्रतिरोध पर शक्ति भी उस प्रतिरोध के समानुपाती है।

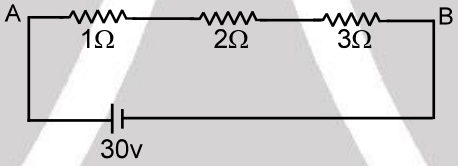
$\because$ $V = IR$ तथा $P = I^2R$

धारा I प्रत्येक प्रतिरोध में एक समान है।

$V_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + ... + R_n} V$; $V_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + ... + R_n} V$; इत्यादि।

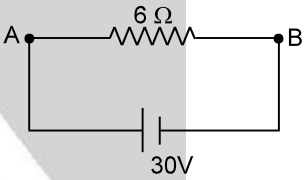
Solved Examples

Example 20. परिपथ मे धारा ज्ञात कीजिए।



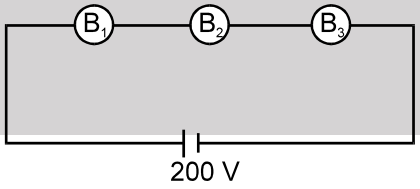
Solution : $R_{eq} = 1 + 2 + 3 = 6\ \Omega$

(दिये गये परिपथ का तुल्य परिपथ)



धारा $i = \dfrac{v}{R_{eq}} = \dfrac{30}{6}$ = 5A **Ans.**

Example 21. चित्र में तीन बल्ब दर्शाये गये है जो क्रमशः (200V, 50 W), (200V, 100W) और (200 V, 25W) के है। प्रत्येक से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए और बताइये कि किस बल्ब का प्रकाश सर्वाधिक होगा ?



Solution : $R_1 = \dfrac{(200)^2}{50}$; $R_2 = \dfrac{(200)^2}{100}$; $R_3 = \dfrac{(200)^2}{25}$

प्रत्येक बल्ब से प्रवाहित धारा = $\dfrac{200}{R_1 + R_2 + R_3} = \dfrac{200}{(200)^2\left[\dfrac{2+1+4}{100}\right]} = \dfrac{100}{200 \times 7} = \dfrac{1}{14}$ A

चूंकि $R_3 > R_1 > R_2$

$\therefore$ बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति = i^2R

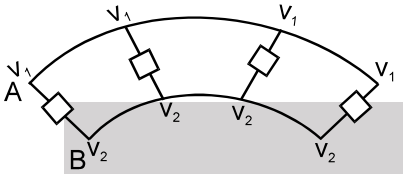
$\therefore$ जिस बल्ब का प्रतिरोध अधिक है वह अधिक प्रकाश देगा।

$\therefore$ यहां बल्ब B_3 सर्वाधिक प्रकाश देगा।

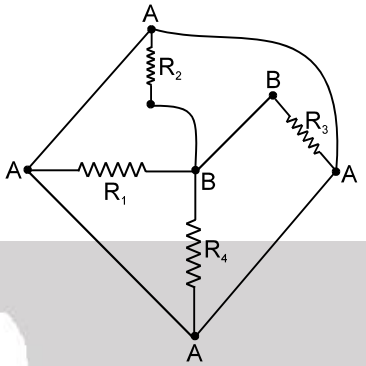
13.2 प्रतिरोधों का समान्तर संयोजन :

यदि किसी परिपथ में समस्त प्रतिरोधों R_1, R_2, R_3,....., R_n पर विभवान्तर एक समान हो तो वे समान्तर संयोजित कहलाते है।

(a)

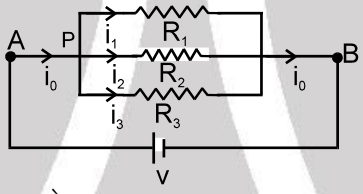


(b)



चित्र (a) और (b) में सारे प्रतिरोध बिन्दुओं A और B के बीच समान्तर क्रम में जुड़े हुए है।

तुल्य प्रतिरोध



बिन्दु P के लिए किरचॉफ के सन्धि नियम से –

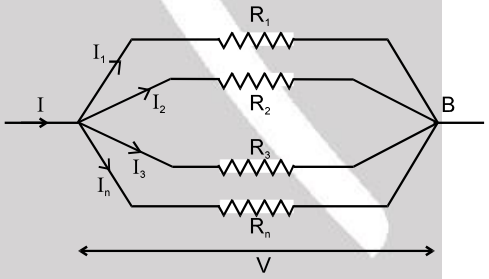
$i_0 = i_1 + i_2 + i_3$

अतः, $\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

व्यापक रूप में,

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \text{.....} + \frac{1}{R_n}}$$



निष्कर्ष : (समान्तर संयोजन के लिए)

(a) प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर एक समान है।

(b) $I = I_1 + I_2 + I_3 + \text{.....} I_n$.

(c) प्रभावी प्रतिरोध (R) है तो $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \text{.....} + \frac{1}{R_n}$. (R का मान प्रत्येक प्रतिरोध से कम है)

(d) विभिन्न प्रतिरोधों से प्रवाहित धारा उनके प्रतिरोध के व्युत्क्रमानुपाती है जहाँ

$I_1 : I_2 : \text{.....} I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \text{.....} : \frac{1}{R_n}$.

$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \text{.....} + G_n} I$, $I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2 + \text{.....} + G_n} I$, etc.

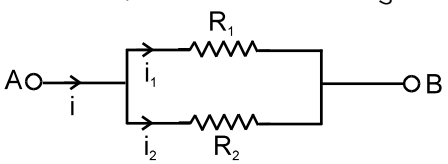
जहाँ $G = \frac{1}{R}$ = प्रतिरोध की चालकता [इसकी इकाई Ω^{-1} अथवा $\mho$ (म्हो) है]

Solved Examples

Example 22. दो प्रतिरोधों को समान्तर संयोजित किया गया है (चित्र), i_1 एवं i_2 ज्ञात कीजिऐ यदि संयोजन में i धारा गुजरती है

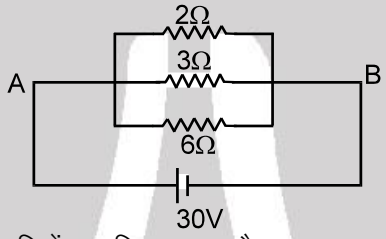
Solution : $\therefore \quad i_1R_1 = i_2R_2$ अथवा $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}$

$$i_1 = \frac{R_2 i}{R_1 + R_2} \quad \Rightarrow \quad i_2 = \frac{R_1 i}{R_1 + R_2}$$



नोट : प्रतिरोधों के समान्तर संयोजन के नियम के लिए $i \propto \frac{1}{R}$ को याद कर लीजिए। इसका प्रयोग, प्रश्न हल करने में कर सकते है।

Example 23. प्रत्येक प्रतिरोध एवं बैटरी से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



Solution : **विधि (I) :** प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभव 30 V है।

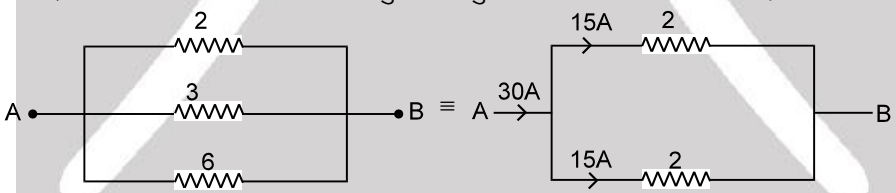
$\therefore$ प्रत्येक प्रतिरोध में धारा क्रमशः $\frac{30}{2} = 15\ A, \frac{30}{3} = 10A$ तथा $\frac{30}{6} = 5A$

$\therefore$ बैटरी से ली गयी धारा = 15 + 10 + 5 =30 A.

विधि (II) : ओम के नियम से $i = \frac{V}{R_{eq}}$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 \ ; \ R_{eq} = 1\ \Omega \ ; \ i = \frac{30}{1} = 30A$$

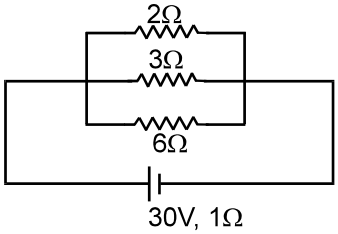
अब इस धारा को प्रतिरोधों मे उनके व्युत्क्रम अनुपात में विभाजित कर कीजिए।



3 Ω एवं 6 Ω में कुल धारा 15 A है, यह इसका विभाजन 10 A और 5 A होगा।

नोट : विधि (I) अधिक सरल है। किन्तु प्रश्नों में इस प्रकार के सरल परिपथ कम ही दिये जाते है।

Example 24. बैटरी से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



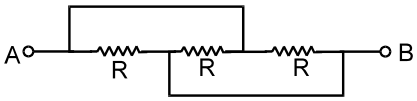
Solution : प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर 30 V नहीं है।

$\because$ बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध है, अतः प्रतिरोधों के संयोजन का सिद्धान्त यहां उपयोगी है।

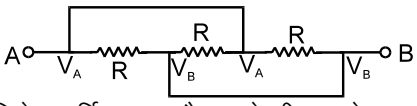
$R_{eq} = 1 + 1 = 2\Omega$

$i = \frac{30}{2} = 15\ A.$

Example 25. तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

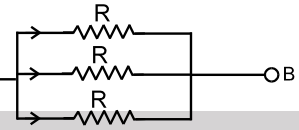


Solution :

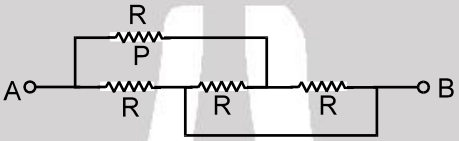


यहाँ स्पष्ट है कि तीनों प्रतिरोध टर्मिनल A और B के बीच जुड़े हुए है। संशोधित परिपथ

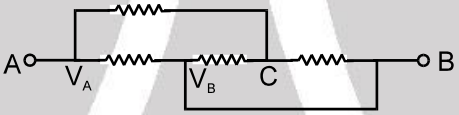
अत : $R_{eq} = \frac{R}{3}$



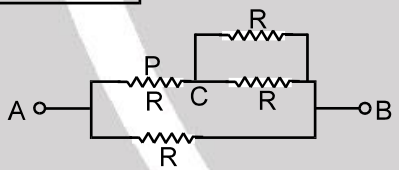
Example 26. यदि A और B के बीच प्रदत्त वोल्टता V वोल्ट है तो प्रतिरोध P से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



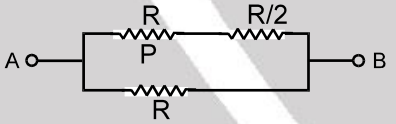
Solution : $R_{eq} = \frac{3R}{5}$



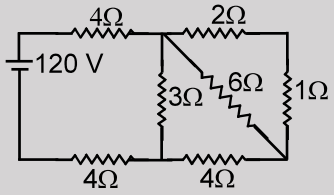
$I = \frac{5V}{3R}$ संशोधित परिपथ



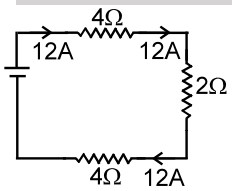
P में धारा = $\frac{R \times \frac{5V}{3R}}{1.5R + R} = \frac{2V}{3R}$

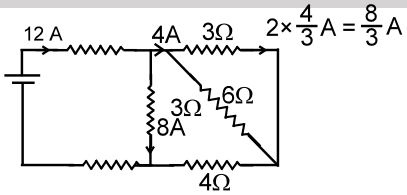


Example 27. 2Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



Solution :





2Ω एवं 1Ω श्रेणीक्रम में है = 3Ω

3Ω एवं 6Ω समान्तर क्रम में है = $\frac{18}{9} = 2\Omega$

2Ω एवं 4Ω श्रेणीक्रम में है = 6Ω

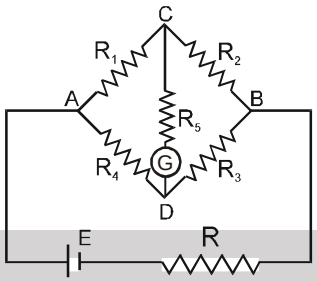
6Ω एवं 3Ω समान्तर क्रम में है = 2Ω

$R_{eq} = 4 + 4 + 2 = 10\Omega$

$i = \frac{120}{10} = 12A$ अतः 2Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा = $\frac{8}{3} A$

14. व्हीटस्टोन सेतु :

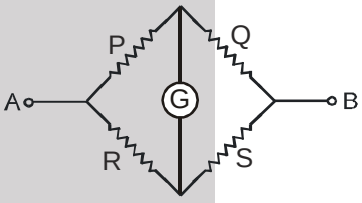
चित्र में दर्शाया गया परिपथ व्हीटस्टोन सेतु कहलाता है। इसमे चार टर्मिनल है जिसमें दो को छोड़कर प्रत्येक दूसरे दो प्रतिरोध द्वारा जुड़े हुए है।



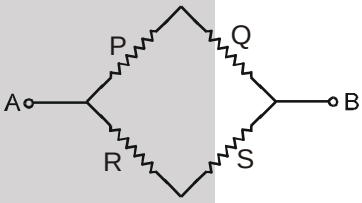
इस परिपथ में यदि $R_1R_3 = R_2R_4$ तो $V_C = V_D$ होगा और R_5 में प्रवाहित धारा 0 होगी, यह सन्तुलन बिन्दु अथवा शून्य विक्षेप बिन्दु कहलाता है।

जब गेल्वेनोमीटर (धारामापी) से प्रवाहित धारा शून्य हो (संतुलन बिन्दु अथवा अविक्षेप बिन्दु पर) तो $\frac{P}{Q}=\frac{R}{S}$, तो PS = QR $\Rightarrow$ यहां विपरीत भुजाओं के प्रतिरोधों के गुणनफल बराबर होते है। सन्तुलन बिन्दु पर C एवं D के बीच विभवान्तर शून्य होता है। शून्य विक्षेप बिन्दु R_5, E व R से प्रभावित नहीं होता है। **गेल्वेनोमीटर (G) व बैट्री (E) की स्थितियाँ परस्पर परिवर्तित कर देने पर भी यह प्रभावित नहीं होता है।**

अतः उक्त परिपथ को निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है (सन्तुलन बिन्दु पर)

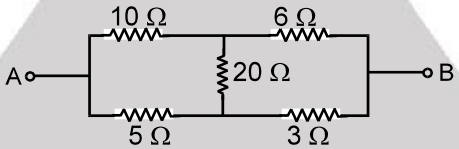


या



Solved Examples

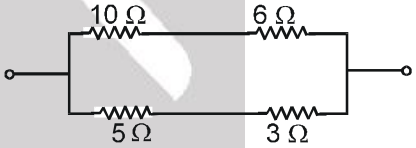
Example 28. टर्मिनल A और B के बीच परिपथ का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



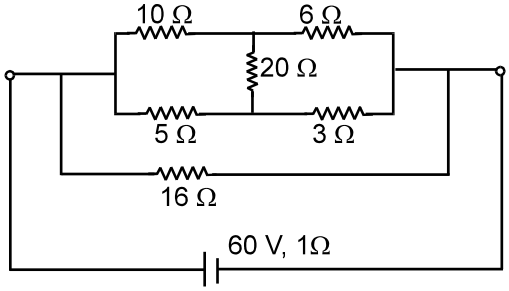
Solution : दिया गया परिपथ सन्तुलन अवस्था में व्हीट स्टोन सेतु है

$\because 10 \times 3 = 30 = 6 \times 5$

अतः तुल्य प्रतिरोध है $R_{eq} = \frac{16\times 8}{16+8} = \frac{16}{3}\Omega$

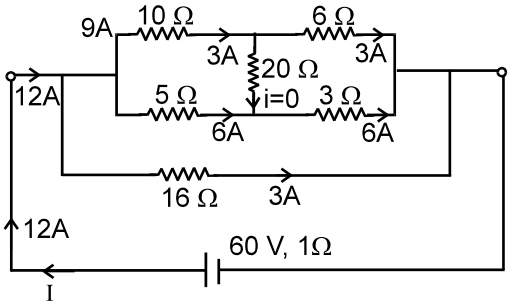


Example 29.



ज्ञात करो : (a) तुल्य प्रतिरोध (b) प्रत्येक प्रतिरोध में धारा

Solution : (a) $R_{eq} = \left(\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right)^{-1} + 1 = 5\Omega$



(b) $I = \frac{60}{4+1} = 12$ A

अतः सेल से 12 A धारा प्रवाहित होगी।

धारा वितरण नियम का प्रयोग करने पर

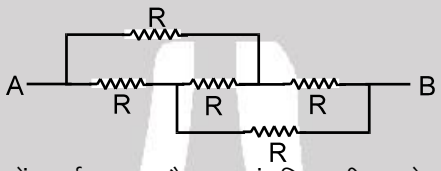
10Ω एवं 6Ω प्रतिरोधों से धारा = 3A

5Ω और 3Ω प्रतिरोधों से धारा = 6A

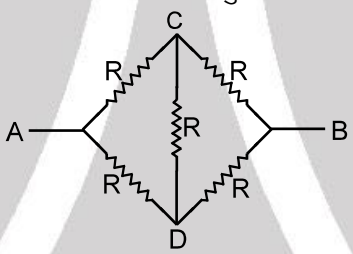
20Ω प्रतिरोध से धारा = 0

16Ω प्रतिरोध से धारा = 3A

Example 30. A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

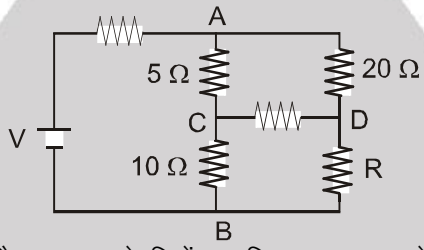


Solution : इसका तुल्य परिपथ चित्र में दर्शाया गया है, यह संतुलित व्हीट स्टोन सेतु है।



$R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R$

Example 31. नीचे दर्शाये गये चित्र में R की गणना कीजिए, जबकि शाखा CD में धारा शून्य है।



Solution : शाखा CD में धारा शून्य है अतः CD के सिरों पर विभवान्तर शून्य होगा।

अतः C का विभव = D का विभव

अतः CD शाखा खुले परिपथ की भाती व्यवहार करेगी। अर्थात् विभवान्तर ACB और ADB के सिरों पर भी आयेगा।

$V_{10} = V \times \frac{10}{15} \quad \Rightarrow \quad V_R = V \times \frac{R}{20+R}$

$\therefore \quad V_{10} = V_R$

तथा $V \times \frac{10}{15} = V \times \frac{R}{20+R}$

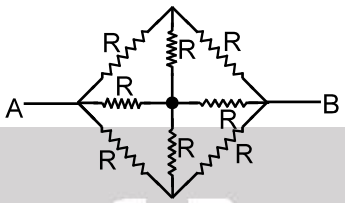
$\therefore \quad R = 40\Omega$ **Ans.**

15. सममित परिपथ :

कुछ परिपथों को सममितता सिद्धान्त के प्रयोग द्वारा रूपांतरित करके सरल रूप से हल किया जा सकता है। यदि इनको साधारण विधि KVL और KCL द्वारा हल किया जाये तो अधिक समय लगता है।

Solved Examples

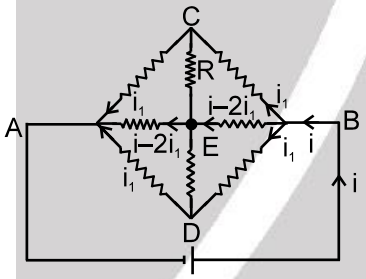
Example 32. A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



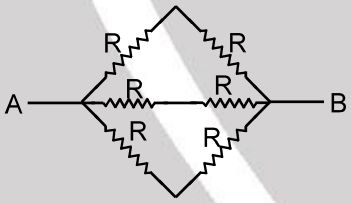
Solution : **प्रथम विधि :** इस परिपथ में कोई भी दो प्रतिरोध श्रेणी अथवा समान्तर संयोजन में नहीं दिख रहे है। इस परिपथ को $R_{eq} = \frac{V}{I}$ का उपयोग करके हल किया जा सकता है। शाखाएं AC तथा AD सममित है।

$\therefore$ अतः इनमें धारा समान होगी।

इस परिपथ के बांये भाग और दांये भाग में B से प्रवेश करने वाली धाराओं और A से निर्गमित धाराओं का वितरण एक समान है। इन तथ्यों का उपयोग करते हुए धाराओं को चित्र में प्रदर्शित किया गया है। यह स्पष्ट है कि C और E के बीच वाले प्रतिरोध में धारा शून्य होनी चाहिए। साथ ही E और D के बीच वाली धारा भी शून्य होनी चाहिए। इसका तुल्य परिपथ चित्र (b) में दर्शाया गया है।



(fig. a)



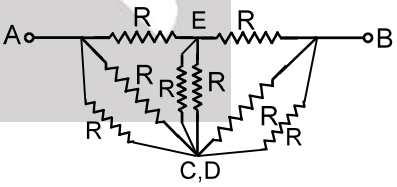
(fig. b)

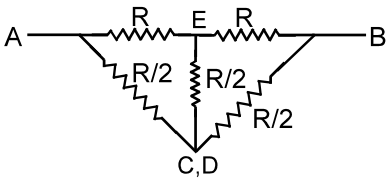
$R_{eq} = \frac{2R}{3}$

द्वितीय विधि

$\therefore$ (B व C) एवं (B व D) के मध्य वाले प्रतिरोध (R) पर विभवान्तर एक समान है। अतः बिन्दु C और बिन्दु D समान विभव पर है। $V_C = V_D$

अतः C तथा D बिन्दु एक ही है। अतः सरलीकृत परिपथ निम्न हो सकता है। इसे मोड़ना कहते है।



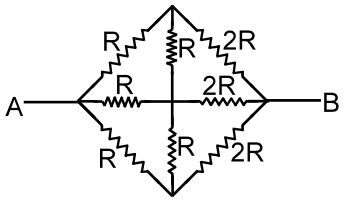


अब यह संतुलित व्हीटस्टोन सेतु है।

$R_{eq} = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2R}{3}$

नोट : द्वितीय विधि में CA और DA में धाराएं जानना आवश्यक नहीं है।

Example 33. A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

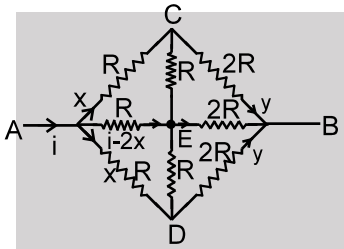


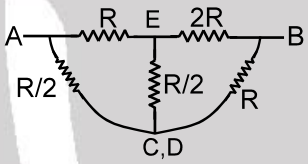
Solution : इस परिपथ में निवेशी बिन्दु पर दो शाखाओं AC और AD में सममितता (symmetry) है।

∴ इनमें धाराएं एक समान होगी किन्तु परिपथ निवेश और निर्गत तरफ से एक समान नहीं है।

(∵ बांयी ओर R है व दांयी ओर 2R)

∴ दोनों ओर धाराओं का वितरण भी एक समान नहीं होगा।



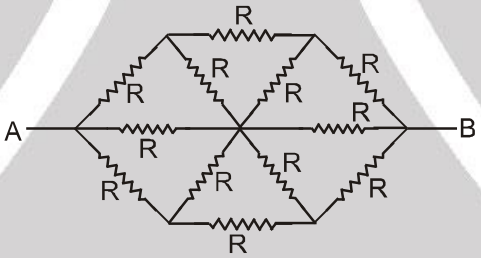


यहां $V_c = V_d$

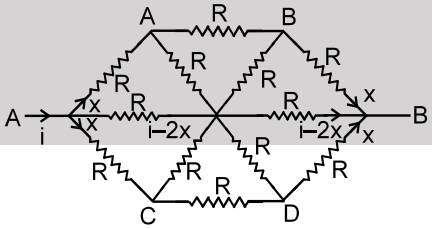
अतः C और D एक जैसे बिन्दु है। अब यह सन्तुलित व्हीटस्टोन सेतु है।

$$R_{eq} = \frac{3R \times \frac{3R}{2}}{3R + \frac{3R}{2}} = \frac{\frac{9}{2}R}{\frac{9}{2}} = R.$$

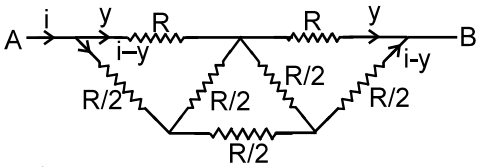
Example 34. A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



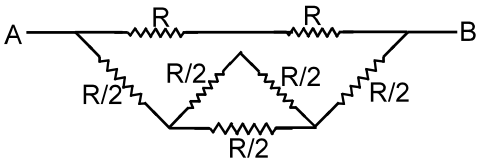
Solution :



स्पष्ट है कि $V_A = V_C$ तथा $V_B = V_D$

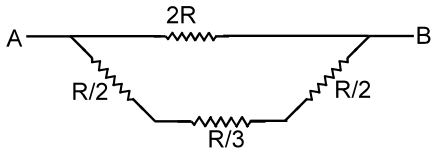


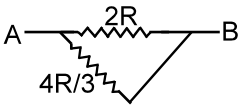
अतः परिपथ को सरल करने पर



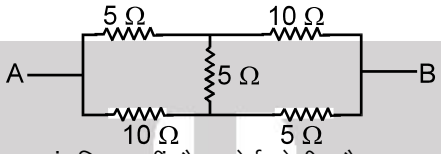
इस परिपथ को भी पुनः सरल करने पर

$$R_{eq} = \frac{2R \times \frac{4R}{3}}{\frac{10R}{3}} = \frac{4R}{5}$$

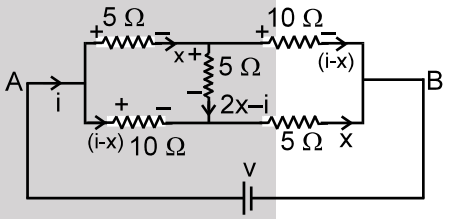




Example 35. A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



Solution : यह व्हीटस्टोन सेतु है किन्तु संतुलित नहीं है। कोई श्रेणी और समान्तर संयोजन नहीं है। किन्तु निवेशी की ओर एवं निर्गत की ओर एक समान मान है। हम स्पष्ट देख रहे है कि सममितता का उपयोग करने पर भी यह पिछले उदाहरण की भांति श्रेणी अथवा समान्तर संयोजन में रूपांतरित नहीं हो रहा है।



∴ किरचॉफ वोल्टेज नियम लगाने पर

$v - 10(i - x) - 5x = 0$

$v - 10i + 5x = 0$ .....(1)

$10(i - x) - 5(2x - i) - 5x = 0$

$10i - 10x - 10x + 5i - 5x = 0$

$15i - 25x = 0$

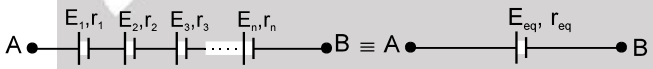
$x = \frac{15}{25} i \quad \Rightarrow \quad 5x = 3i$ .....(2)

(2) तथा (1) का प्रयोग करके

$\therefore \quad v - 10i + 3i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{i} = 7\Omega \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 7\Omega$ **Ans.**

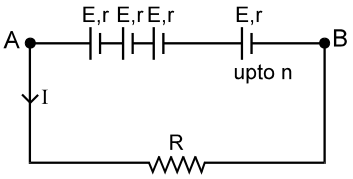
16. सेलों का संयोजन

16.1 सेलों का श्रेणी संयोजन :



तुल्य वि०वा०बल (EMF) $E_{eq} = E_1 + E_2 + ... + E_n$ [वि.वा.बल की ध्रुवता को (polarity) भी लिखिए]

तुल्य आन्तरिक प्रतिरोध $r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + ... + r_n$



यदि E वि०वा०बल और r आन्तरिक प्रतिरोध वाले n सेल श्रेणी क्रम में संयोजित किये जाये तो कुल वि०वा.बल $E_{eq} = nE$ एवं इसका तुल्य आन्तरिक प्रतिरोध nr होगा।

अतः परिपथ में धारा $I = \frac{nE}{R + nr}$

यदि $nr << R$ तो $I = \frac{nE}{R} \longrightarrow$ तो श्रेणी संयोजन लाभदायक रहेगा।

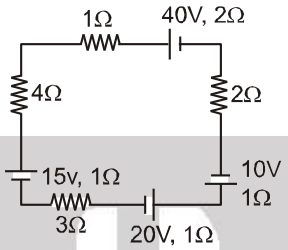
यदि $nr >> R$ तो $I = \frac{E}{r} \longrightarrow$ तो श्रेणी संयोजन लाभदायक नहीं रहेगा।

नोट : यदि m सेलों की ध्रुवता (polarity) व्युत्क्रमित (reversed) कर दी जाये तो तुल्य वि.वा.बल = (n – 2m)E होगा जबकि परिपथ का तुल्य प्रतिरोध nr + R, ही रहेगा। अतः R से प्रवाहित धारा होगी।

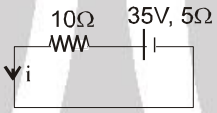
$i = \frac{(n-2m)E}{nr+R}$.

Solved Examples

Example 36. लूप में धारा ज्ञात कीजिए।



Solution : दिये गये परिपथ को सरल करने पर

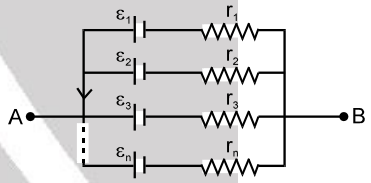


$i = \frac{35}{10+5} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}$ A

$i = \frac{7}{3}$ A

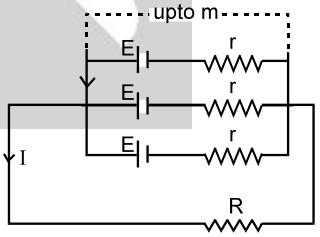
16.2 सेलों का समान्तर संयोजन :

$E_{eq} = \frac{\varepsilon_1/r_1 + \varepsilon_2/r_2 + ... + \varepsilon_n/r_n}{1/r_1 + 1/r_2 + ... + 1/r_n}$ [वि० वा० बल का ध्रुवता सहित प्रयोग करें]



$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + ... + \frac{1}{r_n}$

यदि m सेल चित्र में प्रत्येक का वि.वा.बल E और आन्तरिक प्रतिरोध r है, समान्तर क्रम में संयोजित किये जायें और इस संयोजन के साथ एक बाह्य प्रतिरोध R जोड़ा जाये तो परिपथ का वि.वा.बल = E



परिपथ का आन्तरिक प्रतिरोध = $\frac{r}{m}$.

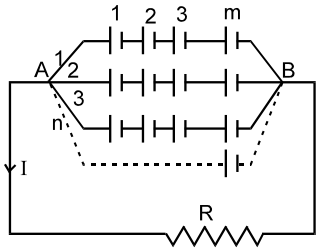
और $I = \frac{E}{R + \frac{r}{m}} = \frac{mE}{mR + r}$.

यदि $mR << r$; $I = \frac{mE}{r} \longrightarrow$ तो समान्तर संयोजन लाभदायक रहता है।

यदि $mR >> r$; $I = \frac{E}{R} \longrightarrow$ तो समान्तर लाभदायक नहीं रहता है।

16.3 सैलों का संयुक्त संयोजन :

mn = एक जैसे सैलों की संख्या
n = पंक्तियों या श्रेणियों की संख्या
m = एक पंक्ति में सैलों की संख्या
सेलों के इस संयोजन को एक सेल के तुल्य मान जा सकता है जिसका



वि०वा०बल = mE तथा आन्तरिक प्रतिरोध = $\frac{mr}{n}$

धारा $I = \frac{mE}{R + \frac{mr}{n}}$

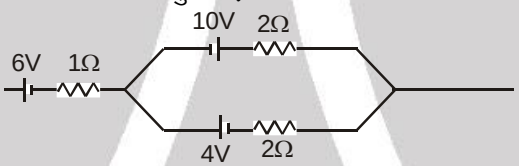
अधिकतम धारा के लिए nR = mr

$R = \frac{mr}{n}$ = तुल्य सेल का आन्तरिक प्रतिरोध

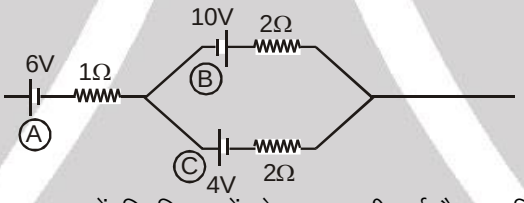
$\Rightarrow I_{max} = \frac{nE}{2r} = \frac{mE}{2R}$.

Solved Examples

Example 37. चित्र में दिखायी गई तीन बैटरियों के तुल्य एक बैटरी का वि.वा.बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करो।

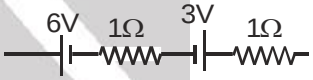


Solution :



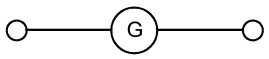
बैट्री (B) व (C) समान्तर क्रम में विपरित ध्रुवों के साथ जुड़ी हुई है। इसलिए तुल्य विद्युत वाहक बल

$\varepsilon_{BC} = \frac{\frac{10}{2} + \frac{-4}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{5-2}{1} = 3V$ $\Rightarrow r_{BC} = 1\Omega$.



अब, $\varepsilon_{ABC} = 6 - 3 = 3V$ $\Rightarrow r_{ABC} = 2\Omega$. **Ans.**

17. धारामापी (गेल्वेनोमीटर)

धारामापी का परिपथ में निरूपण : 

इसमें स्थायी चुम्बक के एक चुम्बकीय क्षेत्र में रखी एक कीलकित कुण्डली होती है। कुण्डली से एक स्प्रिंग जुड़ी होती है। साम्यावस्था में जब कुण्डली में कोई धारा नही होती है तो संकेतक शून्य पर होता है और स्प्रिंग अप्रसारित होती है। जब कुण्डली में धारा होती है तो चुम्बकीय क्षेत्र कुण्डली पर बलाघूर्ण आरोपित करता है जोकि धारा के समानुपाती होता है। जब कुण्डली घूमती है तो स्प्रिंग एक प्रत्यानयन बलाघूर्ण आरोपित करती है जोकि कोणीय विस्थापन के समानुपाती होता है। इस प्रकार कुण्डली और संकेतन का कोणीय विक्षेप कुण्डली की धारा के समानुपाती होता है और उपकरण को धारा मापने के लिए अंशाकित किया जा सकता है।

जब कुण्डली घूमती है तो स्प्रिंग में ऐंठन आती है और यह कुण्डली पर प्रत्यानयन बल आघूर्ण लगाती है।

गति के विरूद्ध गति को मंदित करने के लिए एक प्रतिरोधी बल आघूर्ण होता है। अन्त में साम्यवस्था में –

$\tau_{\text{चुम्बकीय}} = \tau_{\text{कमानी}}$

$\Rightarrow$ BINA sin $\theta = C\phi$

चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्यीय (radial) बनाने पर $\theta = 90^o$.

$\therefore$ $BINA = C\phi$

$I \propto \phi$

यहां B = चुम्बकीय क्षेत्र A = कुण्डली का क्षेत्रफल

I = धारा C = ऐठन गुणांक

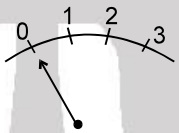
N = फेरों की संख्या ϕ = कुण्डली का घूर्णन कोण

- **धारा सुग्राहीता**

विक्षेप कोण व प्रवाहित धारा के अनुपात को गेल्वेनोमीटर की धारा सुग्राहीता (CS) कहते हैं।

$$CS = \frac{\phi}{I} = \frac{BNA}{C}$$

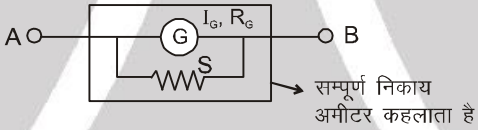
नोट : धारामापी को शंटित करने से इसकी धारा सुग्राहीता घट जाती है। धारामापी पैमाने को समानुपाती रूप से अंकित कर एक रैखिक पैमाना बनाते है।



धारामापी की कुण्डली का भी प्रतिरोध होता है जिसे R_g से व्यक्त करते है। इसकी कोटि कुछ ओम की होती है। धारामापी में अधिकतम धारा प्रवाह क्षमता I_g होती है। I_g धारा के लिए सम्पूर्ण पैमाने पर विक्षेप प्राप्त होता है। इस प्रकार का धारामापी चल कुण्डली धारामापी कहलाता है।

18. अमीटर

धारामापी को अमीटर में रूपान्तरित करने के लिए इसके समान्तर क्रम में एक शंट (अल्प प्रतिरोध) लगाया जाता है।



अमीटर के परिपथ का निरूपण -

यदि अमीटर से मापी जा सकने वाली अधिकतम धारा I है तो –

$I_G \cdot R_G = (I - I_G)S$

$$S = \frac{I_G.R_G}{I - I_G}$$

$$S = \frac{I_G \times R_G}{I} \quad \text{जब } I >> I_G.$$

जहाँ I = दिये गये अमीटर से मापी जाने वाली महत्तम धारा।

अमीटर से धारा मापने के लिए इसको परिपथ में श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है।

गणना के लिए यह एक सरल प्रतिरोध ही होता है।

अमीटर का प्रतिरोध है तो –

$$R_A = \frac{R_G.S}{R_G + S} \quad \Rightarrow \quad S << R_G \text{ के लिए} \quad \Rightarrow \quad R_A = S$$

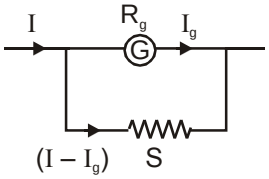
Solved Examples

Example 38. उस शंट का मान क्या होगा जिसे 99 ओम के धारामापी से जोड़ने पर मुख्य धारा का 10% भाग धारामापी से प्रवाहित हो ?

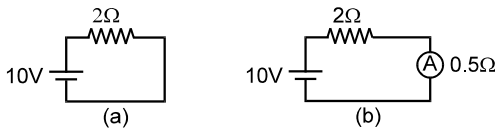
Solution : चित्रानुसार $R_gI_g = (I - I_g)S$

$\Rightarrow 99 \times \frac{I}{10} = \left(I - \frac{I}{10}\right) \times S$

$\Rightarrow S = 11\ \Omega.$



Example 39. परिपथ (a) तथा (b) में धारा ज्ञात करो तथा अमीटर से नापने पर प्रतिशत त्रुटि भी ज्ञात करों

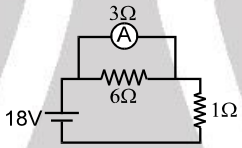


Solution : a में धारा $i = \frac{10}{2} = 5A \quad \Rightarrow$ b में धारा $i' = \frac{10}{2.5} = 4A$

प्रतिशत त्रुटि $= \frac{i - i'}{i} \times 100 = 20\%$ **Ans.**

यह स्पष्ट है कि अमीटर के कारण परिपथ में धारा कम हो गयी है। अतः अमीटर का प्रतिरोध अन्य प्रतिरोधों (परिपथ के) की तुलना में अत्यन्त अल्प होना चाहिए, जिससे अमीटर को परिपथ में संयोजित करने पर भी परिपथ की धारा प्रभावित नहीं हो।

Example 40. अमीटर का पाठयांक ज्ञात कीजिए, क्या यही 6Ω से प्रवाहित धारा है ?



Solution : $R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 1 = 3\ \Omega$

बैटरी से ली गई धारा $\Rightarrow \quad I = \frac{18}{3} = 6\ A$

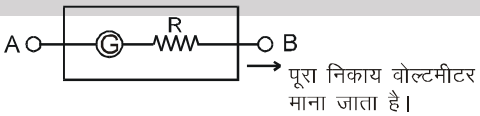
अतः अमीटर से प्रवाहित धारा $= 6 \times \frac{6}{9} = 4\ A$

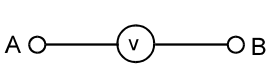
नहीं, यह 6 Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा नहीं है।

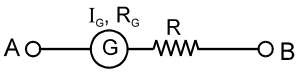
नोट : आदर्श अमीटर का तुल्य प्रतिरोध शून्य होता है, गणना के लिए इसके सिरों पर शून्य विभवान्तर माना जाता है।

19. वोल्टमीटर

धारामापी के श्रेणी क्रम में एक उच्च प्रतिरोध जोड़ा जाता है। वोल्टमीटर द्वारा किसी परिपथ में स्थित प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर मापा जाता है।





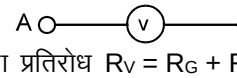


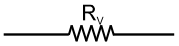
अधिकतम विभवान्तर के लिए $V = I_G \cdot R + I_G R_G$

$R = \frac{V}{I_G} - R_G \quad$ यदि $R_G << R \quad \Rightarrow \quad R_S \approx \frac{V}{I_G}$

विद्युत परिपथ के किसी अवयव (element) पर विभवान्तर मापने के लिए वोल्टमीटर को इसके सिरों पर जोड़ा जाता है (अवयव के समान्तर यह टर्मिनलों 'A' और 'B' के मध्य विभवान्तर का मापन करता है)

गणना के लिए यह उच्च प्रतिरोध के तुल्य होता है





वोल्टमीटर का प्रतिरोध $R_V = R_G + R_S \approx R_S$

$I_g = \frac{V_o}{R_g + R}$.

$R \to \infty \Rightarrow$ आदर्श वोल्टमीटर

अच्छे वोल्टमीटर का प्रतिरोध उच्च होता है।

आदर्श वोल्टमीटर $\to$ जिसका प्रतिरोध अनन्त है।

नोट :
- गणना हेतु आदर्श वोल्टमीटर से प्रवाहित धारा शून्य मानी जाती है।
- वोल्टमीटर के द्वारा विभवान्तर नापने पर प्रतिशत त्रुटि = $\frac{V - V'}{V} \times 100$

Solved Examples

Example 41. एक वोल्टमीटर का प्रतिरोध G ओम है व परास V वोल्ट है। श्रेणीक्रम में कितना प्रतिरोध प्रयुक्त हो कि इसकी परास बढ़कर nV वोल्ट हो जाए।

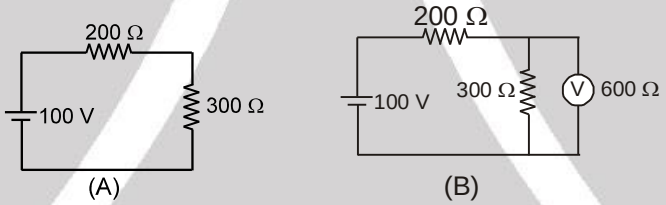
Solution : पूर्ण विक्षेप धारा $i_g = \frac{V}{G}$

परास बदलने के लिए $V_1 = (G + R_s)i_g$

$\Rightarrow nV = (G + R_s)\frac{V}{G}$

$R_s = G(n - 1)$ **Ans.**

Example 42. चित्र A और B में 300 Ω प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात कीजिए।



Solution : चित्र (A) में विभवान्तर = $\frac{100}{200 + 300} = 300 = 60$ volt

चित्र (B) में विभवान्तर = $\frac{100}{200 + \frac{300 \times 600}{300 + 600}} \times \frac{300 \times 600}{300 + 600} = 50$ volt

अतः हम स्पष्ट रूप से देख सकते है कि वोल्टमीटर को परिपथ में लगाने पर मापी जाने वाली वोल्टता परिवर्तित हो रही है। इस प्रकार के वोल्टमीटर अच्छे नहीं होते है। यदि इसका प्रतिरोध 300 Ω प्रतिरोध की तुलना में बहुत अधिक होता तो यह 300 Ω पर विभवान्तर को बहुत अधिक प्रभावित नहीं करता।

धारा सुग्रहिता :

विक्षेप व धारा का अनुपात अर्थात् प्रति एकांक धारा विक्षेप को धारामापी (गेल्वेनोमीटर) की धारा सुग्रहिता (CS) कहते है।

धारा सुग्रहिता (CS) = $\frac{\theta}{I}$

नोट : धारामापी (गेल्वेनोमीटर) को शंटित करने से इसकी धारा सुग्राहिता में कमी आती है।

Solved Examples

Example 43. 100 बराबर भागों में विभक्त पैमाने वाले एक धारामापी (गेल्वेनोमीटर) की धारा सुग्रहिता 10 भाग प्रति mA व विभव सुग्रहिता 2 भाग प्रति mV है। इसे (a) 5A परास वाले अमीटर व (b) 1 भाग प्रति वोल्ट वाले वोल्टमीटर में बदलने के लिये क्या करना पड़ेगा?

Solution : पूर्ण पैमाना विक्षेप धारा $i_g = \frac{\theta}{cs} = \frac{100}{10}$ mA= 10 mA

पूर्ण पैमाना विक्षेप विभवान्तर $V_g = \frac{\theta}{vs} = \frac{100}{2}$ mv = 50 mv

अतः धारामापी प्रतिरोध $G = \frac{V_g}{i_g} = \frac{50mV}{10mA} = 5\ \Omega$

(a) धारामापी को 5A परास वाले अमीटर में बदलने के लिये 5Ω का एक प्रतिरोध समान्तर क्रम में जोड़ना पड़ेगा।

$(I - i_g)\, S = i_g\, G$

$(5 - 0.01)\, S = 0.01 \times 5$

$S = \frac{5}{499} \cong 0.01\ \Omega$ **Ans.**

(b) धारामापी को 1 भाग प्रति वोल्ट पढ़ने वाले गेल्वेनोमीटर में बदलने के लिये अर्थात् परास

$V = i_g (R + G)$

$100 = 10 \times 10^{-3} (R + 5)$

$R = 10000 - 5$

$R = 9995\ \Omega \cong 9.995\ k\Omega$ **Ans.**

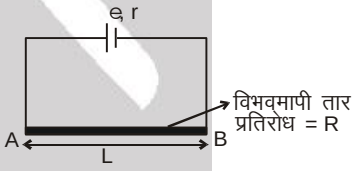
20. विभवमापी

विभवमापी में एक समान अनुप्रस्थ काट वाला रैखिक चालक (एक समान अनुप्रस्थ काट वाला तार) होता है जिसमें स्थायी मान की धारा प्रवाहित रहती है। इस धारा के कारण तार की लम्बाई के अनुदिश एक समान विभव–प्रवणता (potential gradient) उत्पन्न होती है। ऐसा कोई भी विभवान्तर जिसका मान विभवमापी के सम्पूर्ण तार पर विभवान्तर से कम हो, इसकी सहायता से मापा जा सकता है।

विभवमापी के तार की प्रतिरोधकता अधिक एवं प्रतिरोध ताप गुणांक कम होना चाहिए, उदाहरण के लिए मैंगनिन या कांस्टेंटाइन का तार आदि।

$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$

$V_A - V_B = \frac{\varepsilon}{R + r} . R$

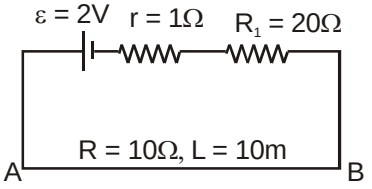


विभव प्रवणता (x) $\rightarrow$ तार की एकांक लम्बाई पर विभवान्तर

$x = \frac{V_A - V_B}{L} = \frac{\varepsilon}{R + r} . \frac{R}{L}$

Solved Examples

Example 44. विभवमापी का प्राथमिक परिपथ चित्र में दर्शाया गया है। ज्ञात करिये –



(a) प्राथमिक परिपथ में धारा

(b) विभवमापी तार AB पर विभवपतन

(c) विभव प्रवणता

(अर्थात् विभवमापी तार पर प्रति एकांक लम्बाई विभव पतन)

(d) उपर्युक्त विभवमापी द्वारा मापित अधिकतम विभव

Solution : (a) $i = \frac{\varepsilon}{r+R_1+R} = \frac{2}{1+20+10} \Rightarrow i = \frac{2}{31}A$ **Ans.**

(b) $V_{AB} = iR = \frac{2}{31} \times 10 \Rightarrow v_{AB} = \frac{20}{31}$ volt **Ans.**

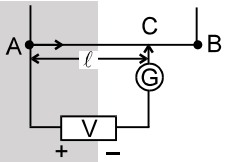
(c) $x = \frac{V_{AB}}{L} = \frac{2}{31}$ volt/m **Ans.**

(d) अधिकतम विभव जो हम माप सकते हैं = तार AB पर विभव पतन

$= \frac{20}{31}$ volt **Ans.**

Example 45. विभवमापी की सहायता से अज्ञात विभवान्तर कैसे मापा जाता है ?

Solution : अज्ञात विभवान्तर V को चित्र में दर्शाये अनुसार विभवमापी से जोड़ा जाता है। अज्ञात विभवान्तर का धन टर्मिनल विभवमापी के तार के धन सिरे से (जहाँ बैटरी का धन टर्मिनल तार से जोड़ा गया है) जोड़ा जाता है। जब गेल्वेनोमीटर में धारा शून्य हो तो हम कहते है कि संतुलन बिन्दु प्राप्त है। इस स्थिति में $V = x\ell$.



20.1 विभवमापी के उपयोग :

(a) अज्ञात सेल का वि.वा.बल ज्ञात करना और दो सेलों के वि.वा.बल की तुलना करना

प्रथम स्थिति में –

द्विपथ कुंजी के बिन्दु (2) को (1) से जोड़ने पर संतुलित लम्बाई = ℓ_1

$\varepsilon_1 = x\ell_1$ .....(1)

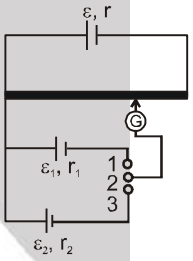
द्वितीय स्थिति में –

द्विपथ कुंजी के बिन्दु (3) को (2) से जोड़ने पर संतुलन लम्बाई = ℓ_2

$\varepsilon_2 = x\ell_2$ .....(2)

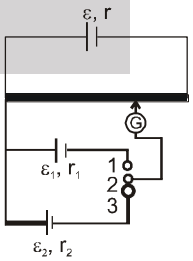
$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$

यदि ε_1 या ε_2 में से कोई एक अज्ञात हो तो दूसरा ज्ञात किया जा सकता है। यदि x ज्ञात हो तो ε_1 और ε_2 दोनों ही ज्ञात किये जा सकते है।



Solved Examples

Example 46. एक प्रयोग में अज्ञात सेल का वि०वा०ब० ज्ञात करने के लिए इसकी एक मानक ज्ञात सेल से तुलना करते है जिसका वि०वा०ब० ε_1 = 1.12 V है। मानक सेल के साथ सन्तुलन बिन्दु 56cm पर तथा अज्ञात सेल के साथ ये 80 cm प्राप्त हुआ तो अज्ञात सेल का वि०वा०ब० ज्ञात करो।



Solution यहाँ, $\varepsilon_1 = 1.12$ V ; $\ell_1 = 56$ cm ; $\ell_2 = 80$ cm

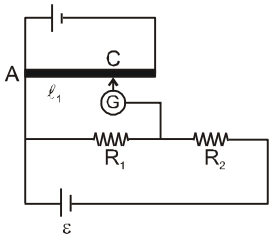
समीकरण के उपयोग से

$\varepsilon_1 = x\ell_1$ .....(1)

$\varepsilon_2 = x\ell_2$ .....(2)

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$ प्राप्त होता है $\Rightarrow \varepsilon_2 = \varepsilon_1\left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)$ या $\varepsilon_2 = 1.12\left(\frac{80}{56}\right) = 1.6$ V Ans

(b) यदि प्रतिरोध ज्ञात हो तो उसमें प्रवाहित धारा ज्ञात करना



$V_A - V_C = x\ell_1$

$IR_1 = x\ell_1$

$I = \frac{x\ell_1}{R_1}$

इसी प्रकार हम R_2 भी ज्ञात कर सकते है।

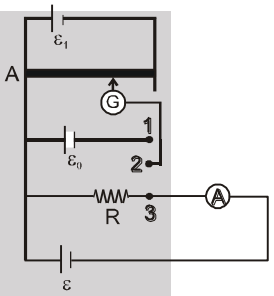
विभवमापी एक आदर्श वोल्टमीटर होता है क्योंकि यह संतुलन की स्थिति में परिपथ से कोई धारा नहीं लेता है।

Solved Examples

Example 47. एक ज्ञात सेल $\varepsilon_0 = 1.11V$ को 72 cm की लम्बाई पर विभवमापी में संतुलित किया जाता है। उसी विभवमापी का प्रयोग ज्ञात प्रतिरोध $R = 120\ \Omega$ के मध्य विभवान्तर मापी में किया जाता है। जब अमीटर का पाठ्यांक 7.8 mA है तब विभवमापी पर 60 cm संतुलन लम्बाई प्राप्त होती है।

(i) प्रतिरोध से प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो।

(ii) अमीटर के पाठ्यांक में त्रुटि का आकलन करो।



Solution : यहाँ $\ell_0 = 72$ cm ; $\ell = 60$ cm ; $R = 120\ \Omega$ और $\varepsilon_0 = 1.11$ V

(i) समीकरण का प्रयोग करने पर $\varepsilon_0 = x\ \ell_0$ .....(i)

$V = IR = x\ \ell$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$I = \frac{\varepsilon_0}{R}\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)$ $\quad\therefore\quad I = \frac{1.11}{120}\left(\frac{60}{72}\right) = 7.7$ mA

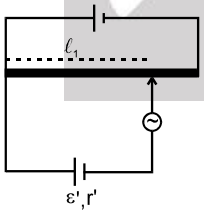
(ii) चूंकि मापा गया पाठ्यांक 7.8 mA (> 7.7 mA) अतः संयंत्र में धनात्मक त्रुटि है

$\Delta I = 7.8 - 7.7 = 0.1$ mA,

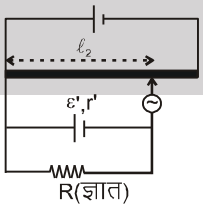
$\frac{\Delta I}{I} = \frac{0.1}{7.7} \times 100 = 1.3\ \%$

(c) सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना :

प्रथम संरचना



द्वितीय संरचना



प्रथम संरचना से $\varepsilon' = x\ell_1$ .....(1)

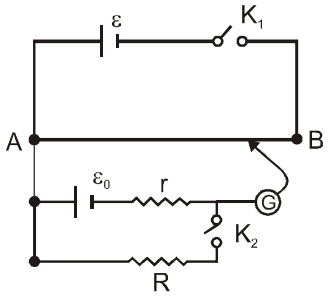
द्वितीय संरचना से $IR = x\ell_2$

$I = \frac{x\ell_2}{R}$, तथा $I = \frac{\varepsilon'}{r'+R}$

$\therefore\quad \frac{\varepsilon'}{r'+R} = \frac{x\ell_2}{R} \quad\Rightarrow\quad \frac{x\ell_1}{r'+R} = \frac{x\ell_2}{R} \quad\Rightarrow\quad r' = \left[\frac{\ell_1 - \ell_2}{\ell_2}\right]$

Solved Example

Example 48. एक सेल का आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए विभवमापी का उपयोग किया जाता है। एक प्रयोग में, एक 60Ω का बाह्य प्रतिरोध दिए गये सेल के साथ उपयोग किया जाता है। जब कुंजी K_1 बंद की जाती है तो संतुलन लम्बाई 72 cm व जब कुंजी K_1 और K_2 दोनों बंद की जाती हैं तो संतुलन लम्बाई 60 cm हो जाती है। सेल के आंतरिक प्रतिरोध की गणना करे।



Solution : समीकरण के अनुसार $\varepsilon = x\ell_0$ .....(i)

$V = IR = x\ell$ .....(ii)

$I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$ .....(iii)

समीकरण (i), (ii) व (iii) से

$r = R\left(\dfrac{\ell_0}{\ell} - 1\right)$ यहाँ $\ell_0 = 72$ cm ; $\ell = 60$ cm ; $R = 60\ \Omega$

$\therefore \quad r = (60)\left(\dfrac{72}{60} - 1\right)$ या $r = 12\ \Omega.$

21. मीटर सेतू (अज्ञात प्रतिरोध मापन के लिये उपयोग)

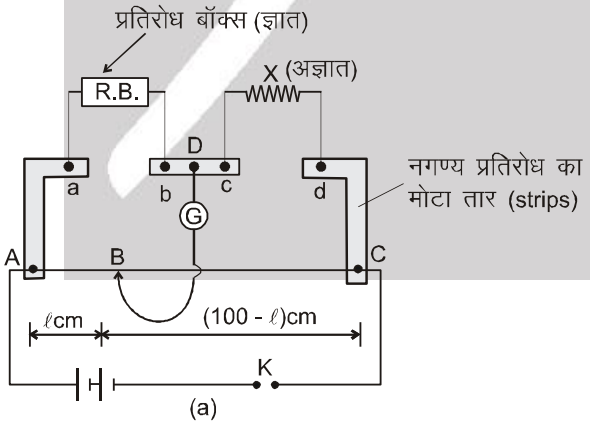
यदि AB = ℓ cm, तब BC = (100 – ℓ) cm

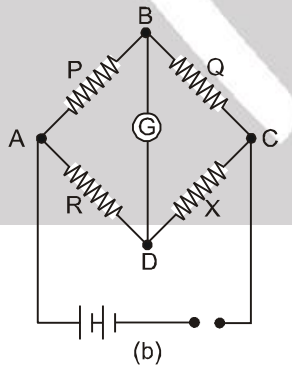
A व B के मध्य प्रतिरोध $R \propto \ell$

[∵ विशिष्ट प्रतिरोध ρ तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A सम्पूर्ण तार के लिए एक समान है]

या $R = \sigma\ell$ .....(1)

जहाँ σ प्रति सेमी० लम्बाई का प्रतिरोध है।





इसी तरह से, यदि B और C के मध्य के तार का प्रतिरोध Q हो तो

$Q \propto 100 - \ell \quad \therefore \quad Q = \sigma(100 - \ell)$ .....(2)

(1) से (2) को भाग देने पर, $\dfrac{P}{Q} = \dfrac{\ell}{100-\ell}$

संतुलित व्हीट्स्टोन (Wheatstone) सेतु की शर्त लगाने पर

$R\ Q = P\ X \quad \therefore \quad x = R\dfrac{Q}{P}$ या $X = \dfrac{100-\ell}{\ell} R$

चूंकि R व ℓ ज्ञात है अतः X के मान की गणना की जा सकती है।

Note : अधिक शुद्धता के लिए R का मान इस प्रकार से चुनते है कि ℓ का मान 40 cm से 60 cm के बीच हो।

Solved Example

Example 49. मीटर सेतु प्रयोग में अज्ञात प्रतिरोध का मान 2Ω है। समान सिरे से संतुलन बिन्दु 40cm दूरी पर प्राप्त करने के लिए प्रतिरोध बॉक्स में प्रतिरोध होगा –

(A) 0.5 Ω (B) 3 Ω (C) 20 Ω (D) 80 Ω

Solution : व्हीट स्टोन सेतु के संतुलन के लिए

$$\frac{P}{Q} = \frac{\ell}{100-\ell} = \frac{P}{2} = \frac{100-40}{40}$$

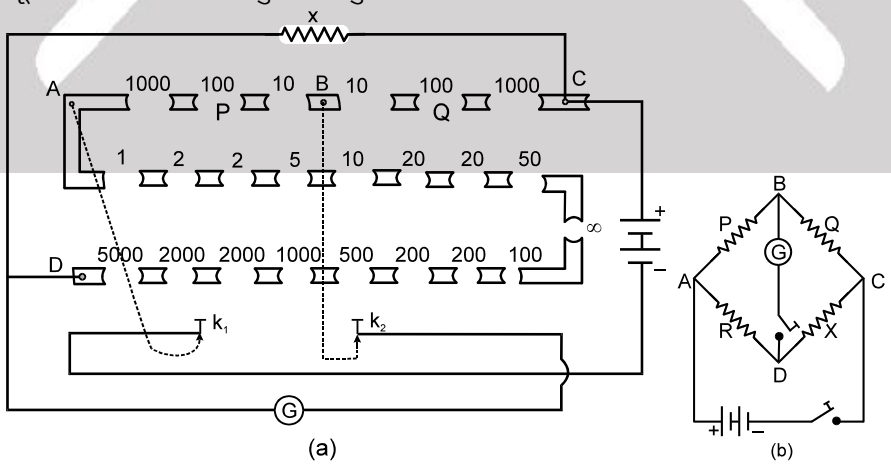
Ans. P = 3Ω.

22. पोस्ट–ऑफिस बॉक्स

प्रस्थावना : इसकी आकृत्ति बॉक्स जैसी होती है और इसको टेलीग्राफ के तार एवं विद्युत केबल का प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए बनाया गया था। इसका प्रयोग पोस्ट ऑफिस में संचरण लाइन का प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए किया जाता था।

संरचना : पोस्ट ऑफिस बॉक्स व्हीटस्टोन सेतु का लघु (compact) रूप है, जिसकी सहायता से हम अज्ञात प्रतिरोध का मान दो दशमलव अंको की शुद्धता से ज्ञात कर सकते है अर्थात् 1/100th ओम की शुद्धता के साथ। दो प्रकार के पोस्ट ऑफिस बॉक्स उपलब्ध है, प्लग वाले और डायल वाले। प्लग वाला उपकरण चित्र (a) में दिखाया गया है, भुजाओं AB और BC दोनों में तीन प्रतिरोध 10, 100 और 1000 ohm होते है। इन भुजाओं को अनुपात भुजा कहते है। जब भुजा AB में प्रतिरोध का मान P और भुजा BC में प्रतिरोध का मान Q है। तीसरी भुजा AD में प्रतिरोध–बॉक्स रहता है जिसमें 1 Ω से लेकर 5,000 Ω तक विभिन्न मानों के प्रतिरोध होते है। इस भुजा में कुछ कुंजिया निकालने पर प्राप्त प्रतिरोध का मान R है। अज्ञात प्रतिरोध X (जिसका मान ज्ञात करना है) को चौथी भुजा CD में लगाया जाता है। इस प्रकार यह भुजाएं AB, BC, CD व AD वास्तव में व्हीटस्टोन सेतु की चार भुजाएं ही है, (चित्र b)। इसमें दो दाब कुंजियाँ (taping keys) K_1 एवं K_2 भी होती है। आन्तरिक रूप से कुंजी K_1 A से और K_2 टर्मिनल B के साथ जुड़ी होती है। यह आन्तरिक संयोजन चित्र में बिन्दुकित रेखाओं द्वारा दर्शाये गये है।

C और कुंजी K_1 (बैटरी कुंजी) के बीच एक बैटरी लगाई जाती है। D एवं कुंजी K_2 के बीच गेल्वेनोमीटर लगाया जाता है। अतः यह परिपथ चित्र (b) में दर्शाये गये परिपथ के तुल्य होता है। सर्वप्रथम बैटरी कुंजी को दबाते है तथा बाद में धारामापी कुंजी को। इसका कारण यह है कि जब भी बैटरी कुंजी को दबाया और छोड़ा जाता है, परिपथ में प्रेरण धाराएं उत्पन्न होती है। यदि हम पहले धारामापी कुंजी को दबायेंगे तो प्रेरण धाराओं के कारण संतुलन बिन्दु प्रभावित होगा। यदि पहले बैटरी कुंजी को दबाया जाता है बाद में धारामापी कुंजी को दबाया जाता है तो धारामापी कुंजी को दबाने के पूर्व ही प्रेरण धाराएं शून्य हो जाती है और संतुलन बिन्दु प्रभावित नहीं होता है।



कार्यप्रणाली :

पोस्ट ऑफिस की कार्य प्रणाली में मुख्यतः चार चरण होते है –

I. R को शून्य रखते हुए, भुजाओं AB और BC प्रत्येक में से उचित कुंजिया निकाल कर P और Q दोनों का मान 10 ओम रखा जाता है। सबसे पहले बैटरी कुंजी को दबाकर फिर धारामापी कुंजी को दबाया जाता है और धारामापी

में विक्षेप की दिशा देखी जाती है। अब R को अनन्त करके पुनः विक्षेप की दिशा देखी जाती है। यदि यह विक्षेप विपरीत दिशा में है तो किये गये संयोजन सही हैं।

II. P और Q दोनों को एक समान 10Ω, रखते हुए R के मान को 1Ω, से प्रारम्भ करते हुए 1 Ω की वृद्धि तब तक की जाती है जब तक कि विक्षेप की दिशा विपरीत नहीं हो जाती है। स्पष्ट रूप से अज्ञात प्रतिरोध का मान R के अन्तिम दो भागों के बीच में ही होगा –

$$\left[X = R\frac{Q}{P} = R\frac{10}{10} = R\right]$$

उदाहरण के लिए मानाकि भुजा AD में 3Ω प्रतिरोध है विक्षेप बांयी ओर है और 4Ω के साथ दांयी ओर। अज्ञात प्रतिरोध का मान 3Ω और 4Ω के बीच ही होगा।

III. अब P को 100 Ω करके एवं Q को 10 Ω ही रखकर पुनः R के वह मान ज्ञात करते है जिनके लिए विक्षेप की दिशा उत्क्रमित हो जाती है। स्पष्ट है कि अब भुजा AD में प्रतिरोध का मान तार के प्रतिरोध X का 10 गुना होगा।

$$\left[X = R\frac{Q}{P} = R\frac{10}{100} = \frac{R}{10}\right]$$

द्वितीय चरण में लिये गये उदाहरण के लिए अब भुजा AD का प्रतिरोध 30 Ω एवं 40 Ω के बीच होगा। अतः इस चरण में हम R का मान 30 Ω से समायोजित करना प्रारम्भ करते है। यदि इस प्रकार R के दो मानों 32 Ω और 33 Ω के लिए परस्पर विपरीत दिशा में विक्षेप प्राप्त होते है तो अज्ञात प्रतिरोध का मान 3.2 Ω एवं 3.3 Ω के बीच है।

IV. यदि P का मान 1000 Ω करके और Q का मान 10 Ω रखा जाता है तो अब भुजा AD में प्रतिरोध का मान "अज्ञात प्रतिरोध " का 100 गुना हो जायेगा।

$$\left[X = R\frac{10}{1000} = \frac{R}{100}\right]$$

पूर्व में लिये गये उदाहरण के लिए अब AD भुजा में प्रतिरोध 320 Ω और 330Ω के बीच प्राप्त होना चाहिए। माना कि 326 ओम के लिये दांयी ओर विक्षेप प्राप्त होता है तथा 324 ओम के लिए बांयी ओर और 325Ω के लिए शून्य विक्षेप प्राप्त होता है तो अज्ञात प्रतिरोध का मान 3.25 Ω है।

अज्ञात प्रतिरोध के मापन हेतु पोस्ट ऑफिस बॉक्स विधि मीटर सेतु की तुलना में कम सही है। इसका कारण यह है कि इसमें (post office box) चारों भुजाओं में प्रतिरोधों के मान समान कोटि के रखना सम्भव नहीं है। जब अनुपात भुजाओं में अनुपात अधिक होता है तो भुजा R में बहुत अधिक प्रतिरोध रखना पड़ता है।

Solved Examples

Example 50. पोस्ट ऑफिस बॉक्स किस सिद्धान्त पर कार्य करता है –

(A) विभव मापी (B) व्हीट स्टोन सेतु (C) द्रव तरंग (D) एम्पीयर नियम

Answer : (B)

Example 51. पोस्ट ऑफिस बॉक्स का प्रयोग करते समय कुंजियों को निम्न किस क्रम में प्रयुक्त करना चाहिए –

(A) पहले बैट्री कुंजी और फिर गेल्वेनोमीटर कुंजी (B) पहले गेल्वेनोमीटर कुंजी और फिर बैट्री कुंजी

(C) दोनों कुंजीयां एक साथ (D) कोई भी एक कुंजी पहले व अन्य बाद में

Answer : (A)

Example 52. पोस्ट ऑफिस बॉक्स में यदि बैट्री व गेल्वेनोमीटर की स्थितियां परस्पर बदल दी जायें तो :

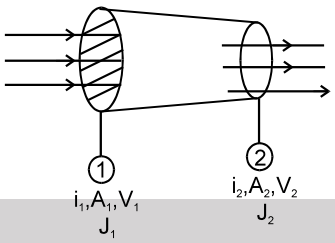
(A) शून्य बिन्दु अपरिवर्तित रहेगा (B) शून्य बिन्दु परिवर्तित होगा।

(C) पोस्ट ऑफिस बॉक्स कार्य नहीं करेगा। (D) कुछ नहीं कहा जा सकता

Answer : (A)

Solved Miscellaneous Problems

Problem 1. असमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले बेलनाकार चालक से धारा प्रवाहित हो रही है (चित्र) यदि $A_1 > A_2$ है तो निम्न में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए –



(a) i_1 तथा i_2 (b) j_1 तथा j_2 (c) v_1 तथा v_2 (drift velocity)

जहाँ i धारा, j धारा घनत्व और V अपवाह वेग है।

Answer : $i_1 = i_2, v_1 < v_2, J_1 < J_2$

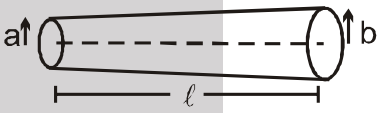
Solution : (a) i = एकांक समय में काट क्षेत्र से प्रवाहित आवेश

$\therefore \quad i_1 = i_2$

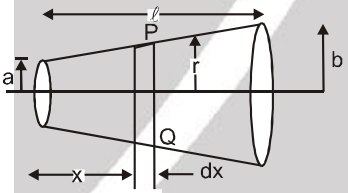
(b) $j = \dfrac{i}{A}$ जब चूंकि $A_1 > A_2$ तब $j_1 < j_2$

(c) $j = nev_d \quad ; \quad v_d = \dfrac{j}{ne}$ जब $j_1 < j_2$ तब, $v_1 < v_2$

Problem 2. चित्र में एक वृत्ताकार काट क्षेत्र वाले ℓ लम्बाई के एक चालक को दर्शाया गया है। काट क्षेत्र की त्रिज्या a से b तक रेखिक रूप से बदलती है। पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ है। $b - a << \ell$ मानते हुए, चालक का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



Solution :



यहाँ काट क्षेत्रफल परिवर्तित है इसलिए $\left(R = \dfrac{\rho\ell}{A}\right)$ सीधे तौर पर प्रयुक्त नहीं होगा।

इसलिए मौलिक पट्टिका 'PQ' जिसकी मोटाई dx व त्रिज्या r है, के लिए

प्रतिरोध $dR = \dfrac{\rho dx}{\pi r^2}$ है

ज्यामिति से $= \dfrac{r-a}{x} = \dfrac{b-a}{\ell} \Rightarrow \quad r = \dfrac{b-a}{\ell}x + a$

चालक का प्रतिरोध $R = \displaystyle\int_0^{\ell} \frac{\rho dx}{\pi\left\{\frac{b-a}{\ell}x + a\right\}^2} \Rightarrow R = \dfrac{\rho\ell}{\pi ab}$ **Ans.**

Problem 3. ℓ लम्बाई की एक बेलनाकार नली की आन्तरिक त्रिज्या a जबकि बाह्य त्रिज्या b है। नली का (a) इसके सिरों व (b) इसके आन्तरिक व बाह्य पृष्ठों के बीच प्रतिरोध क्या है ? (पदार्थ की प्रतिरोधकता ρ है।)

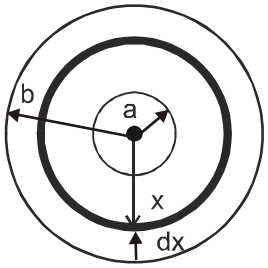
Solution : (a) $A = \pi(b^2 - a^2)$

$$R = \frac{\rho\ell}{\pi(b^2 - a^2)}$$

(b) $d_R = \frac{\rho dx}{2\pi x\ell}$ केन्द्र से x दूरी पर लिए अवयव के लिए

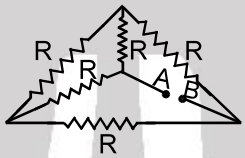
$$d_R = \frac{\rho}{2\pi\ell} \cdot \frac{dx}{x}$$

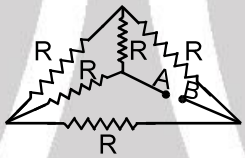
$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi\ell} \int_a^b \frac{dx}{x} = \ell n \frac{b}{a}$$



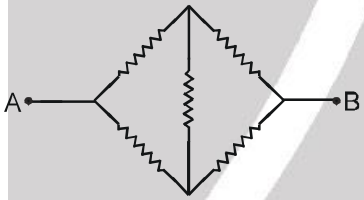
Problem 4. A व B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

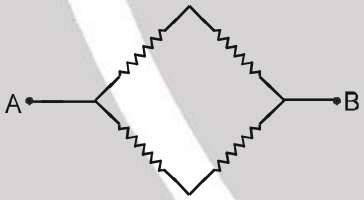
Solution :





समतल में बिंदु A को संरचना से बाहर रखने पर





$$R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R$$ **Ans. $R_{eq} = R$**

Problem 5. 1.0 mA, 20Ω के धारामापी को 0 से 50mA परास वाले अमीटर में बदलने के लिए कितना शंट प्रतिरोध आवश्यक है ?

Answer : $S = \frac{20}{49} = 0.408\ \Omega$

Solution : $i_g R_g = (i - i_g)S$

$i_g = 1.0 \times 10^{-3}$ A, $G = 20\Omega$

$i = 50 \times 10^{-3}$ A

$$S = \frac{i_g R_g}{i - v_g} = \frac{1 \times 10^{-3} \times 20}{49 \times 10^{-3}} = 0.408\ \Omega$$

Problem 6. $R_g = 20\ \Omega$ तथा $i_g = 1.0$ mA के एक धारामापी को 10 V की अधिकतम परास वाले वोल्टमीटर में कैसे बदला जा सकता है ?

Answer : 9980 Ω के एक प्रतिरोध को धारामापी के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ना पड़ेगा।

Solution : $v = i_g R_S + i_g.R_g$

$10 = 1 \times 10^{-3} \times R_s + 1 \times 10^{-3} \times 20$

$$R_S = \frac{10 - 0.02}{1 \times 10^{-3}} = \frac{9.98}{10^{-3}} = \mathbf{9980\ \Omega}$$

Problem 7. एक विभवमापी तार जिसकी लम्बाई 10 m व प्रतिरोध 10 ओम है, 2 वोल्ट विद्युत वाहक बल की बैट्री व धारा नियंत्रक से जुड़ा है। यदि विभव प्रवणता 1 माइक्रो वोल्ट/मी.मी. है, तो धारा नियंत्रक में प्रतिरोध का मान होगा

(A) 1.99 (B) 19.9 (C) 199 (D) 1990

Answer : (D)

Solution : d = 10 m, R = 10Ω,

E = 2volts, $\frac{dv}{d\ell}$ = 1μ v/mm

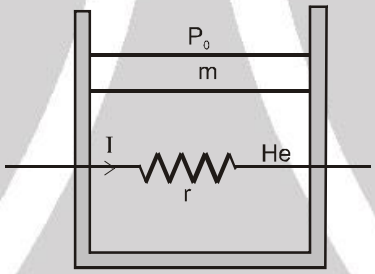
$\frac{dv}{d\ell} = \frac{1\times10^{-6}}{1\times10^{-3}}$ v/m = 1×10^{-3} v/m

तार पर विभवपात, $\frac{dv}{d\ell} \times \ell = 1 \times 10^{-3} \times 10 = 0.01$ volts

$i = \frac{0.01}{10} = 0.001 = \frac{E}{R+R'}$ (R′ = धारा नियंत्रक का प्रतिरोध)

$R' = \frac{E}{0.001} - R = \frac{2}{0.001} - 10 = 2000 - 10 = 1990\ \Omega$

Problem 8. एक r प्रतिरोध की कुण्डली बाह्य बैट्री से संपर्कित कर रूदोष्म बेलन में रखी गई है। बेलन में घर्षणरहित पिस्टन लगा है, जिसका द्रव्यमान m व काट क्षेत्र A है। प्रारम्भ में बेलन के अन्दर एक मोल आदर्श गैस He भरी है। कुण्डली से धारा I प्रवाहित होती है जिससे गैस का ताप $T = T_0 + at + bt^2$ के अनुसार परिवर्तित होता है। समय t के साथ गैस का दाब नियत रखा जाता है। पिस्टन के ऊपर वायुमण्डलीय दाब P_0 है, तो ज्ञात करिये -



(a) समय (t) के फलन रूप में कुण्डली से प्रवाहित धारा I और

(b) समय (t) के फलन रूप में पिस्टन की चाल (v)

Solution : बेलन में स्थित कुंडली में dt समय में उत्पन्न उष्मा

$dQ = I^2 r\, dt$ .....(i)

(a) जैसा हम जानते है

$\Rightarrow dQ = nC_p dT$ .....(ii)

$I^2 r\, dt = \frac{5R}{2} dT \qquad \left(C_p = \frac{5R}{2}\right)$

यहाँ $T = T_0 + at + bt^2$

$\frac{dT}{dt} = (a + 2bt)$

$I = \sqrt{\left[\frac{5R}{2r}(2bt + a)\right]}$ .....(iii)

$\left(C_p = \frac{5R}{2}\right)$

दाब नियत है

$PV = RT \quad \Rightarrow \quad PdV = RdT$

$PA\, dx = RdT$

वेग $v = \frac{dx}{dt} = \frac{R}{PA} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{R}{PA}$ (2bt + a) ($P_0A + mg = PA$) = $\frac{R}{P_0A + mg}$ (2bt + a) **Ans.**