न्यूटन के गति के नियम (NEWTON'S LAWS OF MOTION)

1. बल

धकेलना (push) या खींचना (pull) जो कि वस्तु की स्थिरावस्था या एक समान गति की दिशा को बदलनें का प्रयास करता है, या परिवर्तित कर देता है, बल कहलाता है। बल वस्तु तथा स्त्रोत के मध्य अन्योन्य प्रभाव है (जो कि वस्तु में धक्का या खिंचाव उत्पन्न करता है)। बल एक सदिश राशि है।

परिणामी बल के प्रभाव :

(1) चाल बदल सकता है।
(2) गति की दिशा बदल सकता है।
(3) गति की दिशा तथा चाल दोनो बदल सकता है।
(4) वस्तु का आकार व आकृति बदल सकता है।

बल की इकाई : न्यूटन तथा $\frac{kg-m}{s^2}$ (MKS System)

डाईन तथा $\frac{g-cm}{s^2}$ (CGS System)

1 न्यूटन = 10^5 डाईन

किलोग्राम बल (kgf) :

एक किलोग्राम की वस्तु को पृथ्वी, इसके केन्द्र की ओर, जिस बल से आकर्षित करती है। उस बल को किलोग्राम बल कहते है।

किग्रा० बल $= \frac{\text{बल न्यूटन में}}{g}$

बल का विमीय सूत्र : $[MLT^{-2}]$

1.1 मूल बल :

प्रकृति में पाये जाने वाले सभी बल जैसे मांसपेशीय बल, तनाव, प्रतिक्रिया, घर्षण, प्रत्यास्थता, भार, वैद्युत, चुम्बकीय, नाभिकीय बल इत्यादि को निम्नलिखित चार मूल बलों के रूप में व्यक्त कर सकते है।

(A) गुरूत्वाकर्षण बल : m_1, m_2 द्रव्यमान के दो कणों के मध्य, उनके द्रव्यमानों के कारण लगने वाले अन्योन्य बल को गुरूत्वाकर्षण बल कहते है।

$\vec{F} = -G\frac{m_1m_2}{r^3}\vec{r}$ $\qquad$ S $\xrightarrow{\vec{r}}$ T

$\vec{r}$ = परीक्षण कण 'T' का स्त्रोत 'S' के सापेक्ष स्थिति सदिश है तथा

G = सार्वत्रिक गुरूत्वाकर्षण नियतांक है।

$= 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

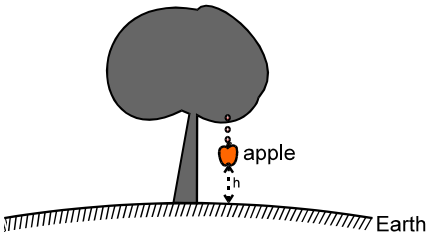
(i) यह दुर्बल बल है तथा हमेशा आर्कषण की प्रकृति के होते है।

(ii) यह लम्बी दूरी के बल है। यह ब्रह्माण्ड मे किसी भी दूरी पर स्थित किन्ही दो कणों के बीच लगते है।

(iii) यह कणों के बीच उपस्थित माध्यम की प्रकृति पर निर्भर नही करता है।

चित्रानुसार एक सेब मुक्त रूप से गिरता हैं जब यह h ऊँचाई पर होता है तो सेब व पृथ्वी के मध्य बल है :

$F = \frac{GM_em}{(R_e+h)^2}$; यहाँ M_e – पृथ्वी का द्रव्यमान, R_e – पृथ्वी की त्रिज्या है।



इसकी दिशा पृथ्वी के केन्द्र की ओर होती है, उपरोक्त सूत्र को पुनः व्यवस्थित करने पर

$$F = m.\frac{GM_e}{R_e^{\,2}}.\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \qquad \Rightarrow \qquad F = mg\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \quad \left\{g = \frac{GM_e}{R_e^{\,2}}\right\}$$

यहाँ $h << R_e$, अतः $\frac{R_e}{R_e+h} \simeq 1$ $\qquad \therefore \qquad F = mg$

यह बल पृथ्वी सतह के निकट m द्रव्यमान के कण पर पृथ्वी द्वारा आरोपित बल है। g का मान ;

$g = 9.81\ m/s^2 \simeq 10\ m/s^2 \simeq \pi^2\ m/s^2 \simeq 32\ ft/s^2$ होता है।

इसे पृथ्वी की सतह के निकट गुरूत्वीय त्वरण भी कहते है।

(B) विद्युत चुम्बकीय बल : कणों पर उपस्थित विद्युत–आवेश के कारण एक कण द्वारा दूसरे कण पर आरोपित बल को विद्युत चुम्बकीय बल कहते है।

विद्युत चुम्बकीय बलों के निम्न मुख्य गुण है :

(a) यह आर्कषण और प्रतिकर्षण प्रकृति के होते है।

(b) यह लम्बी दूरी के बल है।

(c) यह आवेशित कणों के मध्य उपस्थित माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है।

(d) सभी स्थूल बल (गुरूत्वाकर्षण को छोड़कर) जो कि धक्का लगाने या खींचने या स्पर्श के कारण उत्पन्न होते है, विद्युत चुम्बकीय बल कहलाते है। अर्थात रस्सी के अन्दर तनाव, घर्षण बल, अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल, मांसपेशीय बल और स्प्रिंग सम्पीड़न के कारण आरोपित बल, ये सभी बल विद्युत चुम्बकीय बल है। ये अणुओं के मध्य विद्युत चुम्बकीय आर्कषण व प्रतिकर्षण के प्रत्यक्ष उदाहरण है।

(C) नाभिकीय बल : यह प्रबल बल है जो कि नाभिक के अन्दर नाभिकीय कणों (प्रोटॉन व न्यूट्रॉन) को आपस में प्रोटॉन के मध्य उपस्थित अत्यधिक प्रतिकर्षण बल के विरूद्ध बांधे रखते है। रेडियोधर्मिता, संलयन और विखण्डन इत्यादि नाभिकीय बल के असंतुलन के कारण होते है। यह नाभिकों के अन्दर होते है। अतः यह अल्प दूरी के बल होते है।

(D) दुर्बल बल : ये बल किन्ही भी दो मूल कणों के बीच लगते है। इन बलों के कारण न्यूट्रॉन, एक इलेक्ट्रॉन और एक कण (एन्टी न्यूट्रॉन), उत्सर्जित करके प्रोटॉन में परिवर्तित हो जाता है। इन दुर्बल बलों की परास बहुत कम होती है अर्थात प्रोटॉन व न्यूट्रॉन के आकार से भी कम होती है।

1 फर्मी दूरी पर रखे दो प्रोटॉनों के बीच विभिन्न प्रकृति के बलों का अनुपात निम्न है –

$F_N : F_{EM} : F_W : F_G :: 1 : 10^{-2} : 10^{-7} : 10^{-38}$

1.2 सम्पर्को के आधार पर बलों का वर्गीकरण :

(A) क्षेत्रीय बल : किसी वस्तु के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र में कुछ दूरी पर रखी अन्य वस्तु पर क्षेत्र के अन्योन्य प्रभाव के कारण बल को क्षेत्रीय बल कहते है।

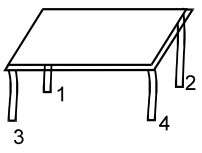
उदाहरण :

(a) गुरूत्वाकर्षण बल (b) विद्युत चुम्बकीय बल

(B) सम्पर्क बल : दो वस्तुओं के बीच स्थानान्तरित वह बल जो कि अल्प परास की आणविक परमाणविक अन्योन्य क्रियाओं के कारण उत्पन्न होते है। सम्पर्क बल कहलाते है। जब दो वस्तुए आपस में सम्पर्क में आती है तो वह एक दूसरे पर सम्पर्क बल आरोपित करती है।

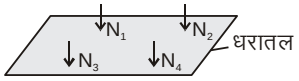
उदाहरण :

(a) अभिलम्ब बल (N):



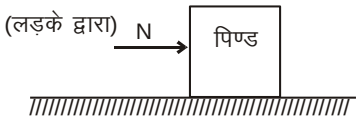
यह बल, सम्पर्क बल का सतह के लम्बवत् घटक होता है। यह मापता है कि प्रत्येक सतह एक दूसरे को कितनी प्रबलता से दबा रही है। यह बल विद्युत चुम्बकीय बल होते है चित्रानुसार पृथ्वी पर रखी एक मेज दर्शायी गई है।

यहाँ पर मेज पृथ्वी को दबाती है। इसलिए मेज की चारो टांगे पृथ्वी पर अभिलम्ब बल लगाती है जो कि चित्र में प्रदर्शित है।

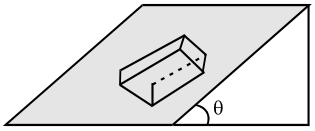


एक लड़का घर्षण रहित सतह पर रखे ब्लॉक को धकेलता है।

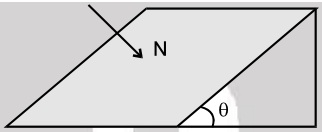
यहाँ पर लड़के द्वारा ब्लॉक पर आरोपित बल विद्युत चुम्बकीय अन्योन्य क्रिया है जो कि अंगुलियों व सम्पर्क सतह पर समान आवेश उत्पन्न होने के कारण उत्पन्न होती है। यह अभिलम्ब बल कहलाता है



जब एक ब्लॉक को नत तल पर रखते है तो ब्लॉक के भार का एक घटक नततल की झुकी हुई सतह को लम्बवत् दबाता है जिसके कारण सतह व ब्लॉक के मध्य सम्पर्क बल कार्य करने लगते है।



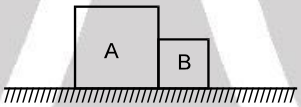
चित्रानुसार ब्लॉक का अभिलम्ब बल नत तल की सतह को दबाता है।



यह बल सतह के लम्बवत् कार्य करता है।

Solved Example

Example 1. चित्रानुसार दो ब्लॉक एक–दूसरे के सम्पर्क मे चिकनी सतह पर रखे है तो A द्वारा B पर लगाया गया अभिलम्ब बल प्रदर्शित करो।

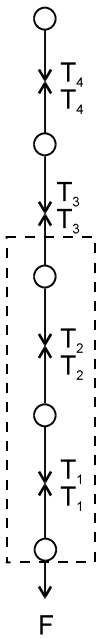


Solution : उपरोक्त प्रश्न में ब्लॉक A, ब्लॉक B पर कोई दबाव नहीं डालता है। इसलिए A व B के बीच कोई भी आणविक अन्योन्य क्रिया नहीं होगी। अतः A, B पर कोई भी अभिलम्ब बल नहीं लगाएगा।

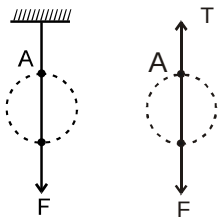
नोट :

- अभिलम्ब बल एक स्वतन्त्र बल नहीं है, यह तब उत्पन्न होता है जब दो सतह आपस में एक दूसरे पर दाब लगाती है।

(b) तनाव : रस्सी में तनाव एक विद्युत चुम्बकीय बल है। यह रस्सी को खींचने पर उत्पन्न होता है। यदि द्रव्यमानहीन रस्सी को नही खींचा जाय तो उसमें तनाव शून्य होता है। यदि रस्सी को दृढ़ आधार से बांधकर एक बल 'F' द्वारा चित्रानुसार खींचा जाय तो 'A' बिन्दु पर तनाव ज्ञात करने के लिए रस्सी के छायांकित भाग का F.B.D. बनाते है। यहाँ रस्सी द्रव्यमानहीन है।



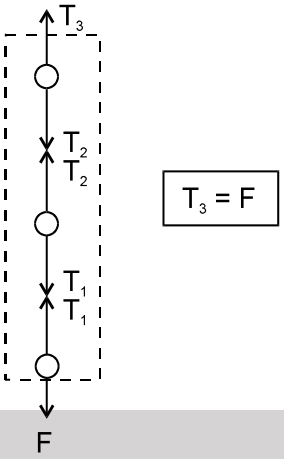
F.B.D. of marked portion



T = F

रस्सी को छोटे–छोटे अंशो से मिलकर बना हुआ मानते है जो एक दूसरे को विद्युत चुम्बकीय बलों के द्वारा आर्कषित करते है जो कि चित्र मे प्रदर्शित है। दो अंशो के बीच आकर्षण बल न्यूटन के तृतीय नियमानुसार बराबर व विपरीत होता है।

किसी अंश में तनाव ज्ञात करने के लिए सम्पूर्ण निकाय के दो या दो से अधिक भागों की कल्पना करते है।



यहाँ अंशो के मध्य अन्योन्य क्रिया को आन्तरिक बल मानते है। इसलिए इनको मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) में नही दर्शाते है।

(C) घर्षण बल : यह बल सम्पर्क बल का सतह के समान्तर घटक होता है। यह बल सम्पर्कित दो सतहों के मध्य सापेक्ष गति (या सापेक्ष गति के प्रयास) का विरोध करता है।

2. गति का तृतीय नियम :

प्रत्येक क्रिया के लिए हमेशा, एक बराबर व विपरीत प्रतिक्रिया बल लगता है।

"न्यूटन के तृतीय नियमानुसार प्रत्येक क्रिया के लिए हमेशा एक बराबर व विपरीत प्रतिक्रिया होती है। दो वस्तुओं के बीच अन्योन्य क्रिया एक दूसरे पर बराबर व विपरीत दिशा में लगती है।"

2.1 तृतीय नियम के लिए मुख्य बिन्दु :

(a) तृतीय नियम में 'क्रिया' व 'प्रतिक्रिया' का अर्थ केवल बल से है। एक सरल व स्पष्ट रूप से तृतीय नियम बताता है कि बल हमेशा जोड़े के रूप में उत्पन्न होते है। वस्तु 'A' पर वस्तु 'B' के द्वारा आरोपित बल हमेशा वस्तु 'B' पर वस्तु 'A' के द्वारा आरोपित बल के बराबर व विपरीत होता है।

(b) तृतीय नियम में 'क्रिया' व 'प्रतिक्रिया' के बारे में यह गलत धारणा हो सकती है कि क्रिया, प्रतिक्रिया से पहले होती है अर्थात क्रिया कारण है और प्रतिक्रिया प्रभाव है। तृतीय नियम में इस प्रकार का कारण–प्रभाव सम्बन्ध नही होता है। 'B' के द्वारा 'A' पर बल और 'B' पर 'A' के द्वारा बल एक ही समय पर कार्य करते है। इनमें से किसी भी एक को क्रिया व दूसरे को प्रतिक्रिया कह सकते है।

(c) क्रिया व प्रतिक्रिया बल भिन्न–भिन्न वस्तुओं पर लगते है, न कि समान वस्तु पर। इसलिए यदि हम किसी भी एक वस्तु (A अथवा B) की गति को देखे तो दोनों में से केवल एक बल सम्बंधित होता है। यह गलत है कि दोनों बलों को जोड़ने व परिणामी बल शून्य प्राप्त होने का दावा करें।

इस प्रकार दो वस्तुओं के सम्पूर्ण निकाय की बात करे, $\mathbf{F}_{AB}$ (B द्वारा A पर बल) और $\mathbf{F}_{BA}$ (A द्वारा B पर बल) निकाय (A + B) के आन्तरिक बल है। इनको जोड़ने पर शून्य बल मिलता है। किसी वस्तु या कणों के निकाय के अन्दर आन्तरिक बल जोड़े के रूप में निरस्त हो जाते है। यह एक मुख्य तथ्य है कि द्वितीय नियम वस्तु के लिए या कणों के एक निकाय के लिए लागू होता है।

3. निकाय :

दो या दो से अधिक वस्तुए जो कि एक दूसरे से सम्बंधित होती है, मिलकर निकाय बनाती है।

3.1 निकाय की सीमा के आधार पर बलों का वर्गीकरण :

(A) आन्तरिक बल : निकाय के अवयवों में एक दूसरे पर बल लगता रहता है।

(B) बाह्य बल : निकाय के अवयवों पर आरोपित बल बाह्य क्षेत्र द्वारा लगता है इसको बाह्य बल कहते हैं।

(C) वास्तविक बल : एक वस्तु पर दूसरी वस्तु के द्वारा कार्यरत बल वास्तविक बल कहलाता है। एक विलगित वस्तु (जो कि सभी वस्तुओं से दूर) कोई भी वास्तविक बल महसूस नही करती है।

4. मुक्त वस्तु रेखाचित्र (FREE BODY DIAGRAM)

किसी भी एक वस्तु या वस्तुओं के उपनिकाय को वातावरण से अलग करके उस पर कार्यरत सभी बलों को ज्यामितीय रूप से दर्शाना, उस वस्तु या उपनिकाय का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (free body diagram) कहलाता है।

4.1 मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) के लिये पद

पद 1 : वस्तु या निकाय को पहचान कर उसको दूसरी सभी वस्तुओं से अलग करके उसकी सीमा (boundary) दर्शाओं।

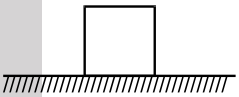
पद 2 : पहले चित्र में वस्तु पर कार्यरत सभी असम्पर्कित बाह्य बलों को प्रदर्शित करो जैसे वस्तु का भार।

पद 3 : वस्तु या निकाय की सीमा पर कार्यरत सम्पर्क बलो को प्रदर्शित करो। सम्पर्क बल क्रमशः अभिलम्ब, घर्षण, तनाव व आरोपित बल होते है।

मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D) में आन्तरिक बलों को नहीं दर्शाया जाता है। केवल बाह्य बलों को प्रदर्शित किया जाता है।

Solved Example

Example 2. चित्रानुसार 'm' द्रव्यमान का ब्लॉक जमीन पर रखा है –

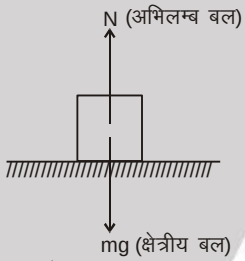


(i) ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र बनाओ।

(ii) क्या, बल ब्लॉक पर क्रिया–प्रतिक्रिया युग्म को प्रदर्शित करेंगे?

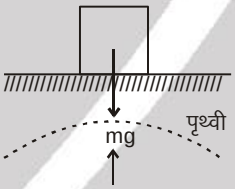
(iii) यदि उत्तर नही हो तो क्रिया प्रतिक्रिया युग्म को प्रदर्शित करो।

Solution : (i) ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र

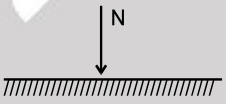


(ii) 'N' और mg क्रिया–प्रतिक्रिया युग्म नहीं है क्योंकि युग्म हमेशा भिन्न–भिन्न वस्तुओं पर लगते है और समान प्रकृत्ति के होते है।

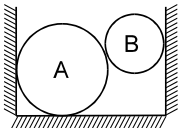
(iii) ब्लॉक के 'mg' का युग्म, पृथ्वी पर विपरीत दिशा में कार्यरत होगा।



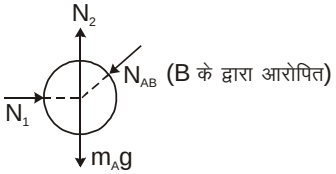
तथा सतह पर 'N' का युग्म चित्रानुसार कार्यरत होता है।

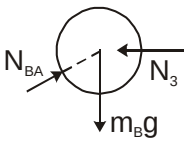


Example 3. चित्रानुसार दो गोले A व B दो उर्ध्वाधर दीवारों के बीच में रखे है, तो दोनों गोलो के मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाओं।



Solution : गोले 'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) : गोले 'B' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :(A के द्वारा आरोपित)





नोट : यहां N_{AB} और N_{BA} दोनों क्रिया–प्रतिक्रिया युग्म है। (न्यूटन के तृतीय नियम से)

5. न्यूटन की गति के नियम (NEWTON'S LAWS OF MOTION)

5.1 गति का प्रथम नियम :

न्यूटन की गति के प्रथम नियम के अनुसार, प्रत्येक वस्तु अपनी स्थिर अवस्था या एक समान सरल रेखीय गति की अवस्था में तब तक बनी रहती है जब तक की वस्तु पर कोई बाह्य बल आरोपित न करे।

वास्तव में न्यूटन का प्रथम नियम निर्देशतन्त्र के बारे में जानकारी देता है। यह उस तन्त्र के बारे में बताता है, जिसके लिए न्यूटन यांत्रिकी लागू होती है। इस आधार पर हम न्यूटन के प्रथम नियम को समझा सकते है कि यदि वस्तु पर कार्यरत कुल बल शून्य है तो यह सम्भव है कि हम ऐसे निर्देश तन्त्र की कल्पना करे जिसमें वस्तु का त्वरण शून्य है।

न्यूटन के प्रथम नियम को जड़त्व का नियम भी कहते है तथा इसके लिए जो निर्देशतन्त्र लेते है, उसको जड़त्वीय निर्देश तंत्र कहते है।

सन् 1803 में न्यूटन द्वारा लेटिन में लिखे गये नियम को अनुवादित किया गया कि

"प्रत्येक वस्तु अपनी स्थिरावस्था या एक समान सरल रेखीय गति को तब तक बनाये रखती है, जब तक कि उस पर कोई बाह्य बल नही लगायें "

उदाहरण :

(a) एक बन्दूक की गोली काँच की खिड़की से गुजरने पर एक स्पष्ट छेद कर देती है जबकि एक पत्थर पूरे काँच को तोड़ देता है। गोली का वेग बहुत अधिक होता है। इसकी गति का जड़त्व बहुत अधिक होने के कारण यह काँच में स्पष्ट छेद कर देती है। जब पत्थर को फेंका जाता है तो इसका जड़त्व कम होने के कारण यह काँच को काट नहीं पाता है।

(b) बस मे बैठा हुआ यात्री बस के चलने या रूकने पर अचानक धक्का महसूस करता है।

5.2 गति का द्वितीय नियम : किसी भी वस्तु के संवेग में परिवर्तन की दर उस वस्तु पर आरोपित बल के समानुपाती होती है तथा इसकी दिशा आरोपित बल की दिशा के समान होती है। सन् 1803 में न्यूटन द्वारा लेटिन में लिखे गये नियम को अनुवादित किया गया कि

"गति के परिवर्तन हमेशा आरोपित बल के समानुपाती होता है तथा यह गति में परिवर्तन उसी आरोपित बल की दिशा के अनुदिश होता है।"

गणितीय रूप से $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ या $\vec{F} = m\vec{a}$

यहाँ $\vec{p} = m\vec{v}$, $\vec{p}$ = रेखीय संवेग

दो कण जिनके रेखीय संवेग क्रमशः $\vec{P}_1$ तथा $\vec{P}_2$ है। अन्योन्य बलों के कारण एक दूसरे की ओर गति करते है। न्यूटन के द्वितीय नियम से

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = \vec{F} = 0$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ $\quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ यह न्यूटन का तृतीय नियम है।

5.3 द्वितीय नियम के लिए कुछ महत्वपूर्ण बिन्दु :

(a) द्वितीय नियम वास्तव में प्रथम नियम का ही संशोधित रूप है, जैसे $F = 0$ है तो $a = 0$ होगा।

(b) गति का द्वितीय नियम एक सदिश नियम है। वास्तव में यह तीन समीकरणों का समूह है। प्रत्येक समीकरण, सदिश के घटको की समीकरण है।

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = ma_x \quad F_y = \frac{dp_y}{dt} = ma_y \qquad F_z = \frac{dp_z}{dt} = ma_z$$

इसका यह अर्थ है कि यदि बल, वस्तु के वेग के समान्तर नही है परन्तु वेग से कुछ कोण बनाते हुए कार्यरत हो तो वेग का केवल वही घटक परिवर्तित होगा जो कि बल की दिशा में है तथा बल के लम्बवत् वेग का घटक अपरिवर्तित रहता है।

(c) न्यूटन का द्वितीय नियम बिन्दुवत द्रव्यमानों पर लागू होता है। न्यूटन के द्वितीय नियम में बल **F** का अर्थ कण पर कार्यरत कुल बाह्य बलो से है जबकि a का अर्थ कण के त्वरण से है। यहाँ पर किसी भी आन्तरिक बल को **F** मे सम्मिलित नही करते है।

(d) गति का द्वितीय नियम एक स्थानीय सम्बन्ध है। इसका अर्थ यह है कि समय के किसी क्षण पर क्षेत्र में स्थित बिन्दु (कण की स्थिति) पर कार्यरत बल **F** उसी क्षण उस बिन्दु के **a** से सम्बंधित होता है अर्थात जहाँ पर त्वरण है वहाँ पर बल ज्ञात कर सकते है इसके लिए उस कण की गति की पूर्व जानकारी की आवश्यकता नहीं है।

5.4 न्यूटन के नियमों का उपयोग :

(a) जब वस्तु सन्तुलन अवस्था में हो।

सन्तुलित वस्तुओं के प्रश्नों को हल करने के लिए :

पद 1 : प्रश्न का रेखा चित्र खींचों

पद 2 : अकेली वस्तु को अलग करो और उसके लिए मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाओं और उस पर कार्यरत बाह्य बलों को दर्शाओं।

पद 3 : उसके लिए उपयुक्त निर्देश तन्त्र का चयन करो और सभी बलों के घटको को x तथा y दिशा के अनुदिश विभाजित करो।

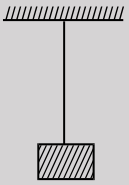
पद 4 : समीकरणों $\sum F_x = 0$ तथा $\sum F_y = 0$ का प्रयोग करो।

पद 5 : पद 4, विभिन्न अज्ञात राशियों के लिए दो समीकरणे देगा। यदि अज्ञात राशियो की संख्या दो हो तो हम इन दोनों समीकरणों की सहायता से इनको ज्ञात कर सकते है।

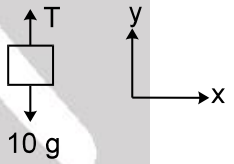
पद 6 : यदि पद 5, में दो से ज्यादा अज्ञात राशियों के लिए दो समीकरणे मिलती हो तो पद 2, पर दुबारा जाकर किसी दूसरी वस्तु का चयन करके वापस उपरोक्त सभी पदो को लागू करते है। और पद 5, पर हमे सभी अज्ञात राशियों के लिए उपयुक्त समीकरणे मिल जाती है।

Solved Example

Example 4. चित्रानुसार एक 10 kg के ब्लॉक को रस्सी से लटकाया गया है। रस्सी में तनाव ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$)



Solution : ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)

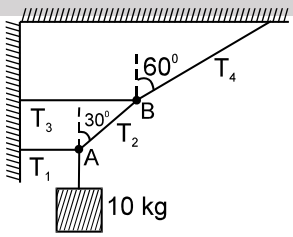


$\Sigma F_y = 0$

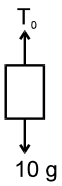
$T - 10\ g = 0$

$\therefore \quad T = 100\ N$

Example 5. चित्र में प्रदर्शित निकाय साम्यावस्था में है, तो प्रत्येक रस्सी में तनाव का परिमाण ; T_1, T_2, T_3 और T_4 ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^{-2}$)



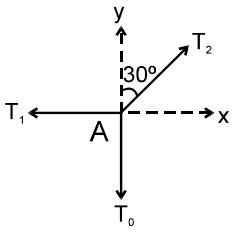
Solution : 10 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$T_0 = 10\ g$

$T_0 = 100\ N$

'A' बिन्दु का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)

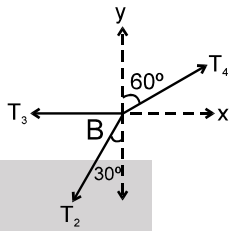


$\Sigma F_y = O \Rightarrow \quad T_2 \cos 30^o = T_0 = 100$ N

$$T_2 = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = O \Rightarrow \quad T_1 = T_2 \sin 30^o = \frac{200}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ N.}$$

'B' बिन्दु का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$\Sigma F_y = O \quad \Rightarrow T_4 \cos 60° = T_2 \cos 30°$

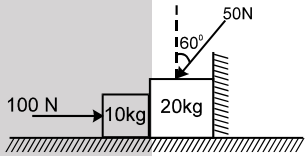
तथा $\Sigma F_x = O \quad \Rightarrow T_3 + T_2 \sin 30° = T_4 \sin 60°$

$$\therefore \quad T_3 = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ N}, \qquad T_4 = 200 \text{ N}$$

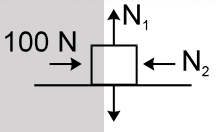
Example 6. चित्रानुसार एक–दूसरे के सम्पर्क में दो ब्लॉक रखे है तो ज्ञात करो–

(a) सतहों (जमीन व दीवार की) द्वारा ब्लॉकों पर कार्यरत बल।

(b) दोनों ब्लॉको के मध्य सम्पर्क बल।



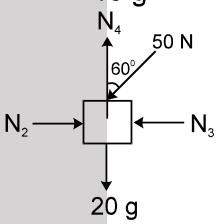
Solution : **10 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)**



$N_1 = 10\ g = 100$ N .....(1)

$N_2 = 100$ N .....(2)

20 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



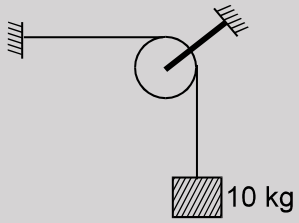
$N_2 = 50 \sin 30^o + N_3$

$\therefore \quad N_3 = 100 - 25 = 75$ N .....(3)

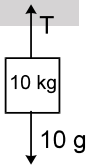
तथा $N_4 = 50 \cos 30^0 + 20\ g$

$N_4 = 243.30$ N

Example 7. रस्सी द्वारा घिरनी पर आरोपित बल का परिमाण ज्ञात करो ?



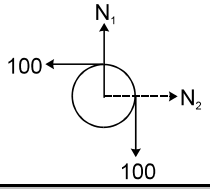
Solution : **10 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :**



$T = 10\ g = 100$ N

घिरनी का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :

चूंकि रस्सी द्रव्यमानहीन है, अतः रस्सी के दोनों सिरों पर तनाव समान होगा।



रस्सी द्वारा लगाया गया बल $= \sqrt{(100)^2 + (100)^2} = 100\sqrt{2}$ N

नोट : चूंकि घिरनी साम्यावस्था में है। इसलिए इस पर कुल बल शून्य होगा। अतः खूँटी (hinge) द्वारा आरोपित बल $100\sqrt{2}$ N होगा।

(b) त्वरित वस्तु के लिए :

त्वरित गति कर रही वस्तुओं के प्रश्नों को हल करने के लिए

पद 1 : प्रश्न का रेखा चित्र खींचों।

पद 2 : अकेली वस्तु को अलग करो और उसके लिए मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाओं और उस पर कार्यरत बाह्य बलों को दर्शाओं।

पद 3 : उसके लिए उपयुक्त निर्देश तन्त्र का चयन करो और सभी बलों को x तथा y के घटको में विभाजित करो।

पद 4 : समीकरणों $\sum F_x = ma_x$ व $\sum F_y = ma_y$ का उपयोग करो।

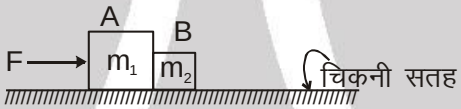
पद 5 : पद 4, विभिन्न अज्ञात राशियों के लिए दो समीकरणें बनेगी। यदि अज्ञात राशियो की संख्या दो हो तो हम इन दोनों समीकरणों की सहायता से इनको ज्ञात कर सकते है।

पद 6 : यदि पद 5, में दो से ज्यादा अज्ञात राशियों के लिए दो समीकरणे मिलती हो तो पद 2 पर दुबारा जाकर किसी दूसरी वस्तु का चयन करके वापस उपरोक्त सभी पदों को लागू करते है।

और पद 5, पर हमें सभी अज्ञात राशियों के लिए उपयुक्त समीकरणे मिल जाती है।

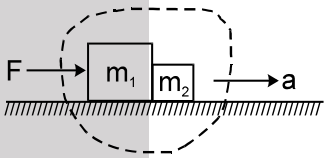
Solved Example

Example 8. एक क्षैतिज बल F चित्रानुसार m_1 द्रव्यमान पर आरोपित किया जाता है तो m_1 व m_2 के मध्य सम्पर्क बल ज्ञात करो ?



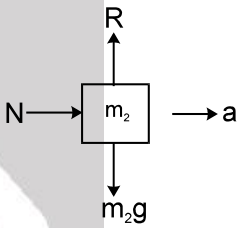
Solution : दोनों ब्लॉकों को एक निकाय मानने पर संयुक्त त्वरण संयुक्त त्वरण

$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} \qquad .....(1)$$



'A' व 'B' के मध्य सम्पर्क बल ज्ञात करने के लिए m_2 द्रव्यमान का F.B.D. बनाते है।

m_2 द्रव्यमान का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$\Sigma F_x = ma_x$

$N = m_2 . a$

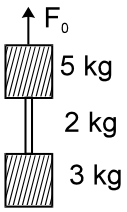
$$N = \frac{m_2 F}{(m_1 + m_2)}$$

Example 9. 2 kg द्रव्यमान के कण का वेग $\vec{v} = at\hat{i} + bt^2\hat{j}$ से दिया जाता है तो कण पर कार्यरत बल ज्ञात करो।

Solution : गति के द्वितीय नियम से

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = 2.\frac{d}{dt}(at\hat{i} + bt^2\hat{j}) \Rightarrow \vec{F} = 2a\hat{i} + 4bt\hat{j}$$

Example 10. एक 3 kg का ब्लॉक, 2 kg द्रव्यमान की रस्सी द्वारा 5 kg के ब्लॉक से चित्रानुसार लटका हुआ है। सम्पूर्ण निकाय को ऊपर की तरफ बाह्य बल F_0 के द्वारा 2 m/s^2 के त्वरण से चलाया जाता है।

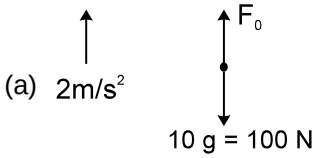


(a) F_0 का मान क्या है ?

(b) रस्सी पर कुल बल क्या है ?

(c) रस्सी के मध्य बिन्दु पर तनाव क्या है ? (g = 10 m/s^2)

Solution : F_0 का मान ज्ञात करने के लिए रस्सी और दोनों ब्लॉकों को एक निकाय मानते है। अतः सम्पूर्ण निकाय का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



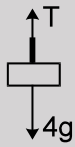
$F_0 - 100 = 10 \times 2$

$F = 120$ N .....(1)

(b) न्यूटन के द्वितीय नियम के अनुसार रस्सी पर कुल बल

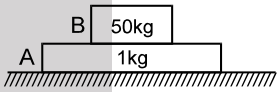
$F = ma = (2)(2) = 4$ N .....(2)

(c) रस्सी के मध्य बिन्दु पर तनाव ज्ञात करनें के लिए 3 kg द्रव्यमान के ब्लॉक और आधी रस्सी (द्रव्यमान 1 kg) को निकाय मानकर मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाने पर



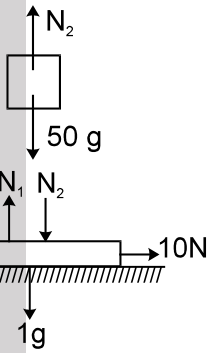
$T - 4g = 4.(2)$; $T = 48$ N

Example 11. एक 50 kg द्रव्यमान का ब्लॉक दूसरे 1 kg द्रव्यमान के ब्लॉक पर चित्रानुसार रखा है। 1kg द्रव्यमान के ब्लॉक पर 10 न्यूटन का एक क्षैतिज बल आरोपित किया जाता है। (सभी सतह चिकनी है।) तो ज्ञात कीजिए – ($g = 10$ m/s^2)



(a) A और B ब्लॉक के त्वरण (b) B द्वारा A पर लगाया गया बल

Solution : **(a) 50 kg का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)**



$N_2 = 50\ g = 500$ N

क्षैतिज दिशा मे कोई बल नहीं है। अतः $a_B = 0$

(b) 1 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :

क्षैतिज दिशा के अनुदिश

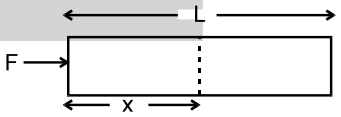
$10 = 1\ a_A$.

$a_A = 10$ m/s^2

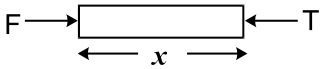
उर्ध्वाधर दिशा के अनुदिश

$\therefore \quad N_1 = N_2 + 1g = 500 + 10 = 510$ N

Example 12. घर्षणहीन सतह पर रखी हुई एक समान लम्बाई L की छड़ पर एक क्षैतिज बल आरोपित किया जाता है तो आरोपित बल वाले छड़ के सिरे से 'x' दूरी पर छड़ में तनाव ज्ञात करो।



Solution : छड़ को एक निकाय मानते हुए, छड़ का त्वरण ज्ञात करते है।



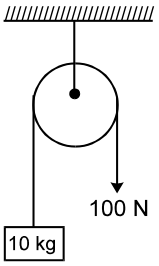
$a = F/M$

अब छड़ के 'x' लम्बाई वाले भाग का चित्रानुसार मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाते है।

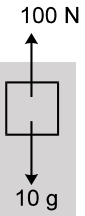
न्यूटन के द्वितीय नियम से

$$F - T = \left(\frac{M}{L}\right)x.a \; ; \; T = F - \frac{M}{L}x.\frac{F}{M} \; ; \; T = F\left(1 - \frac{x}{L}\right).$$

Example 13. घिरनी से पारित रस्सी के एक सिरे से 10 kg द्रव्यमान बंधा हुआ है तथा दूसरे सिरे को 100 N बल लगाकर खींचा जाता है तो 10 kg द्रव्यमान का त्वरण ज्ञात करो। ($g = 9.8\ m/s^2$)



Solution : चूंकि रस्सी को 100 N बल से खींचा जाता है। अतः रस्सी में तनाव 100 N होगा।



10 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)

$100 - 10\ g = 10\ a$

$100 - 10 \times 9.8 = 10\ a$

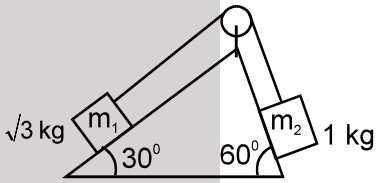
$a = 0.2\ m/s^2$.

Example 14. चित्रानुसार दो ब्लॉक m_1 और m_2 नततल पर स्थित है। यदि इनको स्थिरावस्था से छोड़ा जाये तो ज्ञात करो।

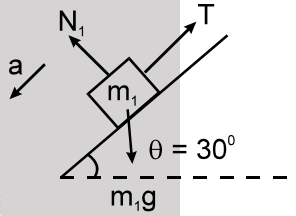
(i) m_1 और m_2 द्रव्यमानों के त्वरण

(ii) रस्सी में तनाव

(iii) रस्सी द्वारा घिरनी पर आरोपित कुल बल



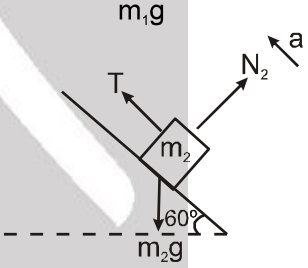
Solution : **m_1 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :**



$m_1 g\sin\theta - T = m_1 a$

$\frac{\sqrt{3}}{2} g - T = \sqrt{3}\, a$ .....(i)

m_2 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :



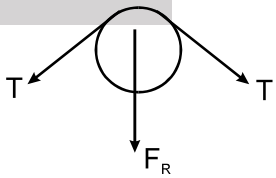
$T - m_2 g\sin\theta = m_2 a$

$T - 1.\frac{\sqrt{3}}{2} g = 1.a$ .....(ii)

समी० (i) और (ii) को जोड़ने पर $a = 0$ प्राप्त होता है। इस मान को समी० (i) में रखने पर

$T = \frac{\sqrt{3}g}{2}$,

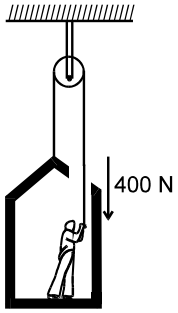
घिरनी का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :



$F_R = \sqrt{2}\, T$

$F_R = \sqrt{\frac{3}{2}}\, g$

Example 15. 15 kg के प्लेटफॉर्म पर एक 60 kg का पेन्टर खड़ा है। प्लेटफॉर्म से जुड़ी हुई तथा घिरनी से पारित रस्सी के द्वारा पेन्टर स्वंय को प्लेटफॉर्म के साथ ऊपर उठाने की कोशिश करता है तो ज्ञात करो –

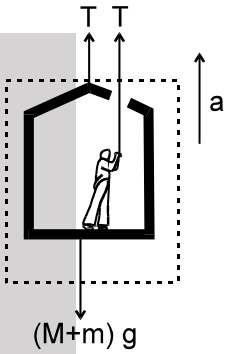


(i) यदि इसके लिए वह रस्सी को 400 N बल से नीचे की तरफ खींचता है तो प्लेटफॉर्म तथा पेन्टर का त्वरण ज्ञात करो।

(ii) उसको रस्सी पर कितना बल लगाना चाहिए कि वह ऊपर की तरफ 1 सैकण्ड में 1 m/s की चाल प्राप्त कर लें ?

(iii) 1 m/s की नियत चाल प्राप्त करने के लिए उसको कितना बल आरोपित करना चाहिए।

Solution : पेन्टर और प्लेटफार्म को एक निकाय मानकर चित्रानुसार निकाय का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाने पर। यहाँ पर रस्सी में तनाव, रस्सी पर आरोपित खिंचाँव बल के बराबर है।



(i) न्यूटन के द्वितीय नियम से

$2T - (M + m)g = (M + m)a$

या $a = \frac{2T-(M+m)g}{M+m}$

यहाँ M = 60 kg; m = 15 kg; T = 400 N

$g = 10\ m/s^2$

$a = \frac{2(400)-(60+15)(10)}{60+15} = 0.67\ m/s^2$

(ii) 1 सैकण्ड में 1 मी०/सैक० की चाल प्राप्त करने के लिए त्वरण का मान 1 मी०/सैक०^2 होना चाहिए। अतः आरोपित बल

$F = \frac{1}{2}(M + m)(g + a) = \frac{1}{2}(60 + 15)(10 + 1) =$ **412.5 N**

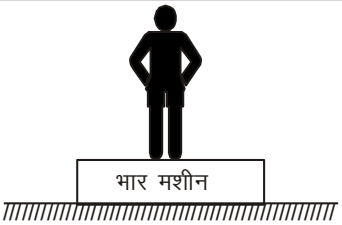
(iii) जब पेन्टर तथा प्लेटफार्म दोनों ऊपर की ओर नियत चाल से गति करते है तो यह गतिशील साम्यावस्था में होते है।

इस प्रकार, $2F - (M + m)g = 0$

या $F = \frac{(M+m)g}{2} = \frac{(60+15)(10)}{2} =$ **375 N**

6. भार मशीन (WEIGHING MACHINE)

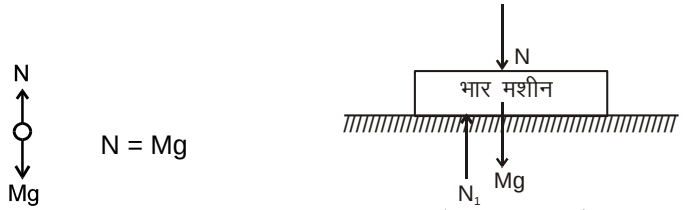
एक भार मशीन वस्तु के भार को नहीं मापती है बल्कि वस्तु द्वारा मशीन की ऊपरी सतह पर आरोपित बल को मापती है।



Solved Example

Example 16. एक 60 Kg का आदमी धरातल पर रखी हुई भार मशीन के ऊपर खड़ा है। भार मशीन का पाठ्यांक ज्ञात करों ? ($g = 10\ m/s^2$)

Solution : मशीन का पाठ्यांक ज्ञात करने के लिए हम आदमी व मशीन का अलग–अलग मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाते है। आदमी का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) भार मशीन का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



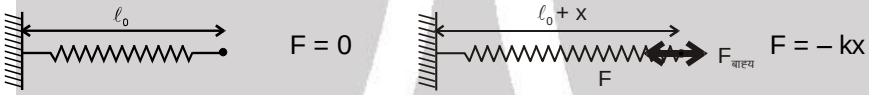
यहाँ आदमी द्वारा मशीन की ऊपरी सतह पर आरोपित बल N है।

भार मशीन का पाठ्यांक $N = Mg = 60 \times 10 \Rightarrow N = 600$ N.

7. स्प्रिंग बल (SPRING FORCE)

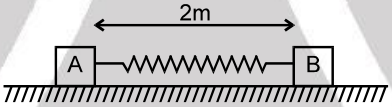
प्रत्येक स्प्रिंग अपनी लम्बाई में परिवर्तन का विरोध करती है। जब इसको सम्पीड़ित या प्रसारित करते है तो स्प्रिंग अपने सिरो पर एक बल लगाती है। स्प्रिंग द्वारा लगाया गया बल $F = -kx$ होता है। यहाँ x लम्बाई में परिवर्तन तथा k स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक है (विमा Nm^{-1})।

जब स्प्रिंग अपनी मूल लम्बाई में होती है तो स्प्रिंग बल शून्य होता है।



Solved Example

Example 17. दो ब्लॉक चित्रानुसार 2 m सामान्य लम्बाई की स्प्रिंग से जुड़े हुए है। स्प्रिंग का बल नियतांक 200 N/m हो तो निम्न स्थितियों में स्प्रिंग बल ज्ञात करो –



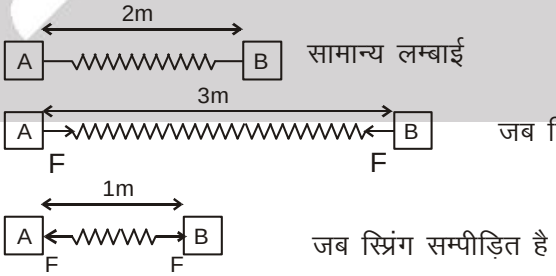
(a) यदि दोनों ब्लॉकों 'A' तथा 'B' को समान दिशा में 0.5 m से विस्थापित किया जाता है।

(b) यदि दोनों ब्लॉकों 'A' तथा 'B' को विपरीत दिशा में 0.5 m से विस्थापित किया जाता है।

Solution : (a) चूंकि दोनों ब्लॉक समान दिशा में 0.5 m तक विस्थापित होते है। इसलिए स्प्रिंग की लम्बाई अपरिवर्तित रहती है। अतः स्प्रिंग बल शून्य होता है।

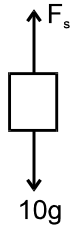
(b) इस स्थिति में स्प्रिंग की लम्बाई में परिवर्तन 1 m होता है। स्प्रिंग के विस्तार या सम्पीडन की स्थिति में स्प्रिंग बल $F = Kx = (200).(1)$

$F = 200$ N



Example 18. स्प्रिंग का बल नियतांक 100 N/m है। यदि एक 10 kg के ब्लॉक को स्थिरावस्था में स्प्रिंग से जोड़ दिया जाय तो स्प्रिंग में प्रसार ज्ञात करो। ($g = 10$ m/s^2)

Solution : इस स्थिति में स्प्रिंग विस्तारित अवस्था में है। अतः स्प्रिंग बल ऊपर की तरफ कार्यरत होगा है माना स्प्रिंग में प्रसार x है।



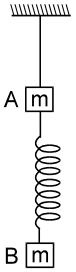
10 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) :

$F_s = 10g$

$\Rightarrow$ $Kx = 100$

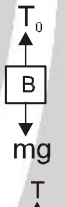
$\Rightarrow$ $(100)x = (100)$ $\Rightarrow$ $x = 1m$

Example 19. समान द्रव्यमान 'm' के दो ब्लॉक 'A' व 'B' को एक द्रव्यमानहीन स्प्रिंग के साथ जोड़कर चित्रानुसार एक रस्सी के साथ लटकाया जाता है, तो रस्सी को काटने के तुरन्त पश्चात् ब्लॉक 'A' व 'B' के त्वरण ज्ञात करो।



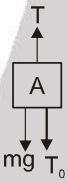
Solution : जब A व B ब्लॉक साम्यावस्था में है तब

'B' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$T_0 = mg$ .....(i)

'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)

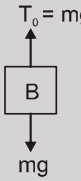


$T = mg + T_0$

$T = 2\ mg$ .....(ii)

जब रस्सी को काटा जाता है तो रस्सी में तनाव शून्य हो जाता है। परन्तु रस्सी काटने के तुरन्त पश्चात् स्प्रिंग की आकृत्ति नहीं बदलती है। अतः B पर स्प्रिंग बल कार्यरत रहेगा। पुनः A तथा B के मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाने पर

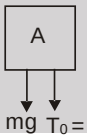
'B' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$T_0 - mg = m.a_B$

$a_B = 0$

'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



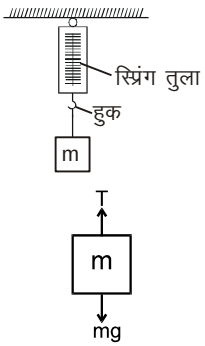
$mg + T_0 = m \cdot a_A$

$2\ mg = m \cdot a_A$

$a_A = 2g$ (नीचे की ओर)

7.1 स्प्रिंग तुला :

स्प्रिंग तुला, भार का मापन नही करती बल्कि यह वस्तु द्वारा हुक पर आरोपित बल का मापन करती है। साधारणतया इसको चित्रानुसार प्रदर्शित करते है। चित्रानुसार एक m द्रव्यमान के ब्लॉक को, हुक से लटकाया गया है। जब स्प्रिंग तुला साम्यावस्था में हो तो हम स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक ज्ञात करने के लिए द्रव्यमान m का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाते है।



'm' का मुक्त रेखाचित्र (F.B.D.)

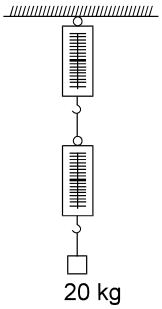
$mg - T = 0$

$T = mg$

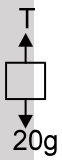
T का परिमाण स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक देता है।

Solved Example

Example 20. एक 20 kg का ब्लॉक, दो हल्की स्प्रिंग तुलाओ से चित्रानुसार लटका हुआ है तो ज्ञात करो
(a) स्प्रिंग तुला (1) का पाठयांक
(b) स्प्रिंग तुला (2) का पाठयांक



Solution : पाठयांक ज्ञात करने के लिए सबसे पहले हम 20 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाते है।
20 kg का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



$mg - T = 0$
$T = 20\ g = 200\ N$
चूंकि दोनों तुला हल्की है। अतः दोनों का पाठयांक 20 kg होगा।

8. बंधित गति (CONSTRAINED MOTION)

8.1 रस्सी बंधन (String constraint)

जब वस्तुऐं एक रस्सी द्वारा बंधी हो तथा रस्सी निम्नलिखित गुण रखती है।
(a) रस्सी की लम्बाई अपरिवर्तित है अर्थात रस्सी अविस्तारित हो।
(b) रस्सी हमेशा तनी हुई रहनी चाहिए, ढीली नही पड़नी चाहिए।
तो वस्तुओं की गति से सम्बन्धित राशियों के मध्य रस्सी की लम्बाई के अनुदिश तथा विस्तार की दिशा में एक निश्चित सम्बंध होता है।

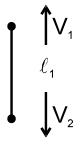
रस्सी–बंधन (String Constraint) को हल करने के पद

पद 1 . प्रश्न में वस्तुओं व रस्सीयों की संख्या को पहचानो।

पद 2. गति की अज्ञात राशियाँ जैसे विस्थापन, वेग व त्वरण को प्रदर्शित करने के लिए 'चर' मानो।
(i) एक रेखा के अनुदिश गति कर रही वस्तु को एक चर द्वारा निर्धारित करो।
(ii) एक तल मे गति कर रही वस्तु को दो चरो द्वारा निर्धारित करो।
(iii) त्रिविमिय दिशा में गति कर रही वस्तु को तीन चरो द्वारा निर्धारित करो।

पद 3. एक सम्पूर्ण रस्सी को पहचान कर इसको विभिन्न खण्डो में विभाजित करो तथा समीकरण को निम्न रूप में लिखो।
$\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5 + \ell_6 = \ell$

पद 4. उपरोक्त सम्बन्ध को समय के साथ अवकलित करो



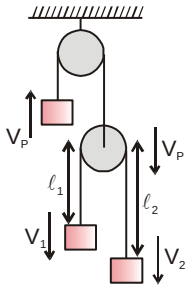
$$\frac{d\ell_1}{dt} + \frac{d\ell_2}{dt} + \frac{d\ell_3}{dt} + ... = 0$$

$\frac{d\ell_1}{dt}$ = खण्ड 1 की वृद्धिदर को प्रदर्शित करता है। खण्ड 1 के दोनों सिरे हमेशा दो अलग–अलग वस्तुओं से जुड़े रहते है। इसलिए वस्तुओं के वेगो को रस्सी के अनुदिश लेने पर $\frac{d\ell_1}{dt} = V_1 + V_2$

यदि वेग, रस्सी की लम्बाई को बढ़ाने की चेष्ठा करे तो धनात्मक चिन्ह लेते है और यदि वेग रस्सी की लम्बाई को कम करने की चेष्ठा करे तो ऋणात्मक चिन्ह लेते है।

इस तरह $+V_1$ प्रदर्शित करता है, कि रस्सी का ऊपरी सिरा V_1 दर से बढ़ रहा है, तथा निचला सिरा रस्सी की लम्बाई मे V_2 दर से वृद्धि कर रहा है।

पद 5. उपरोक्त सभी पदो की पुनरावृत्ति अलग–अलग रस्सियों के लिए करो।



अब हम नीचे दिए गए प्रश्न को देखेंगे

यहाँ $\ell_1 + \ell_2$ = नियत

$$\frac{d\ell_1}{dt} + \frac{d\ell_2}{dt} = 0$$

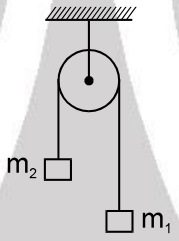
$$(V_1 - V_P) + (V_2 - V_P) = 0$$

$$V_p = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

इसी प्रकार, $a_P = \frac{a_1 + a_2}{2}$ इस परिणाम को याद रखें।

Solved Examples

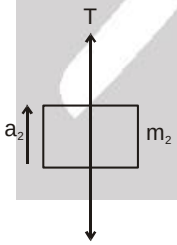
Example 21. m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो ब्लॉक द्रव्यमानहीन घिरनी से पारित अविस्तारित रस्सी के सिरों सें बंधे हुए है। यदि $m_1 > m_2$ है तो ज्ञात करो :



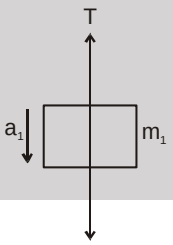
(i) प्रत्येक ब्लॉक का त्वरण (ii) रस्सी मे तनाव

Solution : माना ब्लॉक m_1 नीचे की तरफ और ब्लॉक m_2 ऊपर की तरफ गति करता है। यह वास्तव में एक कल्पना है और यह वास्तविक दिशाओं को इंगित करता है। यदि a_1 तथा a_2 के मान धनात्मक प्राप्त होते है तो मानी गई दिशायें सही है अन्यथा ब्लॉक विपरीत दिशा में गति करेंगे। चूंकि घिरनी द्रव्यमानहीन व चिकनी है इसलिए घिरनी के दोनों तरफ तनाव समान होगा। प्रत्येक ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) चित्र में प्रदर्शित है

m_2 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) **m_1 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)**



m_2 का F.B.D.



m_1 का F.B.D.

m_1 तथा m_2 ब्लॉक पर न्यूटन का द्वितीय नियम लागू करने पर

ब्लॉक m_1 के लिए, $m_1g - T = m_1a_1$ .....(1)

ब्लॉक m_2 के लिए, $-m_2g + T = m_2a_2$ .....(2)

अज्ञातों की संख्या : T, a_1 और a_2 (तीन) तथा समीकरणों की संख्या केवल दो है।

अतः हमें इस प्रश्न को हल करने के लिए एक ओर समीकरण की आवश्यकता पड़ती है। यह बात ध्यान देने योग्य है कि जब भी समीकरणों की संख्या, अज्ञातों की संख्या से एक कम होती है तो हमें बंधित गति के बारे में विचार करना चाहिए। अब हम इसके लिए गणितीय प्रक्रम की व्याख्या करते है।

बंधित सम्बन्ध कैसे प्राप्त करें ?

(1) प्रत्येक ब्लॉक के त्वरण की दिशा को मान लें। जैसे इस स्थिति में a_1 (नीचे की तरफ) और a_2 (ऊपर की तरफ)।

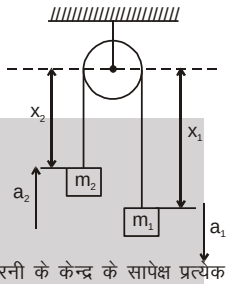
(2) एक स्थिर बिन्दु के सापेक्ष, प्रत्येक ब्लॉक की स्थिति प्रदर्शित करो (सुगमता पर निर्भर करता है) जैसे इस प्रश्न मे घिरनी के केन्द्र से।

(3) बंधित गति को पहचान कर कल्पित दूरियों के पदों में बंधित समीकरण को लिखों ; उदाहरण जैसे इस प्रश्न मे रस्सी की लम्बाई नियत है जो–

इस प्रकार, $x_1 + x_2 =$ नियत

समीकरण के दोनों तरफ t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt} = 0$$



घिरनी के केन्द्र के सापेक्ष प्रत्येक ब्लॉक की स्थिति

बांये तरफ का प्रत्येक पद ब्लॉक के वेग को प्रदर्शित करता है।

चूंकि हमें त्वरण में सम्बन्ध प्राप्त करना है, अतः हम इसको पुनः समय के सापेक्ष अवकलित करते है।

अतः $\frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{d^2x_2}{dt^2} = 0$

चूंकि ब्लॉक m_1 नीचे की तरफ गतिमान माना गया है (x_1 समय के साथ बढ़ेगी)।

अतः $\frac{d^2x_1}{dt^2} = + a_1$

और ब्लॉक m_2 को ऊपर की तरफ गतिमान माना है (x_2 समय के साथ घटेगी)।

अतः $= \frac{d^2x_2}{dt^2} - a_2$

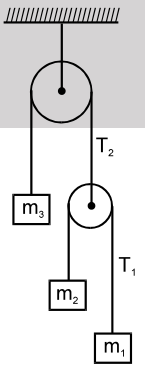
अतः $a_1 - a_2 = 0$

या $a_1 = a_2 = a$ (माना) यह आवश्यक बंधित सम्बन्ध है।

$a_1 = a_2 = a$ समीकरण (1) व (2) मे प्रतिस्थापित कर समीकरण को हल करने पर

(i) $a = \left[\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right] g$ (ii) $T = \left[\frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}\right] g$

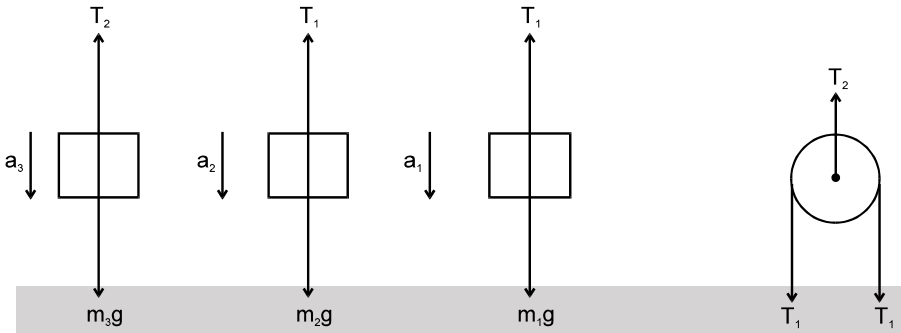
Example 22. तीन द्रव्यमानों m_1, m_2 और m_3 का निकाय, चित्र में प्रदर्शित है। घिरनियां चिकनी व द्रव्यमानहीन तथा रस्सियां द्रव्यमानहीन व अविस्तारणीय है तो



(i) रस्सियों मे तनाव ज्ञात करो।

(ii) प्रत्येक द्रव्यमान का त्वरण ज्ञात करो।

Solution : माना सभी ब्लॉक नीचे की तरफ गतिमान है और प्रत्येक ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) चित्र में प्रदर्शित है। m_3 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र m_2 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र m_1 का मुक्त वस्तु रेखाचित्र घिरनी का मुक्त वस्तु रेखाचित्र



न्यूटन के द्वितीय नियम से

ब्लॉक m_1 के लिए : $m_1g - T_1 = m_1a_1$ .....(1)

ब्लॉक m_2 के लिए : $m_2g - T_1 = m_2a_2$ .....(2)

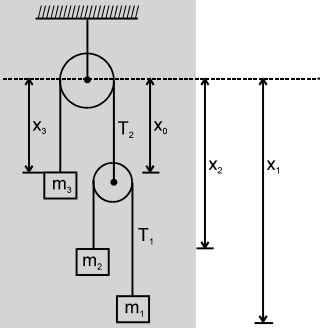
ब्लॉक m_3 के लिए : $m_3g - T_2 = m_3a_3$ .....(3)

घिरनी के लिए : $T_2 = 2T_1$ .....(4)

अज्ञातों की संख्या a_1, a_2, a_3, T_1 और T_2 (पाँच)

समीकरणों की संख्या : चार

त्वरणों में बंधित सम्बन्ध निम्न प्रकार प्राप्त कर सकते है।



ऊपरी रस्सी के लिए $x_3 + x_0 = c_1$

निचली रस्सी के लिए $(x_2 - x_0) + (x_1 - x_0) = c_2$

$x_2 + x_1 - 2x_0 = c_2$

x_0 को उपरोक्त समीकरण में विलुप्त करने पर

$x_1 + x_2 + 2x_3 = 2c_1 + c_2 =$ नियत

उपरोक्त समीकरण को समय के साथ अवकलित करने पर

हम प्राप्त करते है $\frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{d^2x_2}{dt^2} + 2\frac{d^2x_3}{dt^2} = 0$

या $a_1 + a_2 + 2a_3 = 0$ .....(5)

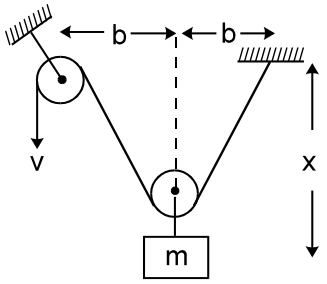
समीकरण (1) व (5), को हल करने पर

(i) $T_1 = \left[\frac{4m_1m_2m_3}{4m_1m_2 + m_3(m_1 + m_2)}\right]g$; $T_2 = 2T_1$

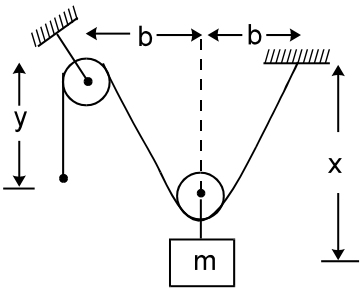
(ii) $a_1 = \left[\frac{4m_1m_2 + m_1m_3 - 3m_2m_3}{4m_1m_2 + m_3(m_1 + m_2)}\right]g$; $a_2 = g\left[\frac{3m_1m_3 - m_2m_3 - 4m_1m_2}{4m_1m_2 + m_3(m_1 + m_2)}\right]$;

$a_3 = \left[\frac{4m_1m_2 - m_3(m_1 + m_2)}{4m_1m_2 + m_3(m_1 + m_2)}\right]g$

Example 23. प्रदर्शित चित्र में रस्सी के एक सिरे को नीचे की तरफ नियत चाल v से खींचा जाता है। द्रव्यमान 'm' का वेग 'x' के फलन के रूप में ज्ञात करो।



Solution : बंधित समीकरण के प्रयोगों से



$2\sqrt{x^2+b^2}$ + y = रस्सी की लम्बाई = नियत

समय के सापेक्ष अवकलन करने पर :

$$\frac{2}{2\sqrt{x^2+b^2}} \cdot 2x\left(\frac{dx}{dt}\right)+\left(\frac{dy}{dt}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = v$$

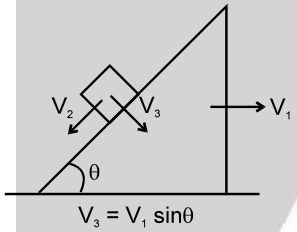
$$\therefore \quad \left(\frac{dx}{dt}\right) = -\frac{v}{2x}\sqrt{x^2+b^2}$$

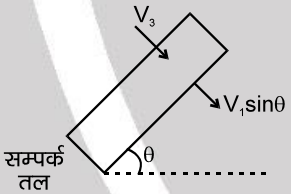
8.2 नततल बंधन (Wedge Constraint)

आवश्यक शर्ते :

(i) दोनो वस्तुए लगातार सम्पर्क में होनी चाहिए। **(ii)** वस्तुए दृढ़ होनी चाहिए।

यदि दोनों वस्तुए लगातार सम्पर्क में हो तो दोनों वस्तुओं का सम्पर्क तल के लम्बवत् सापेक्ष वेग शून्य होना चहिए। सभी सम्पर्क तलों के लिए नततल बंधन (Wedge constraint) लागू होता है।



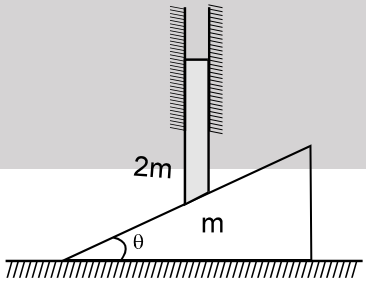


दूसरे शब्दों में,

यदि दोनों वस्तुए लगातार सम्पर्क में है और उनकी आकृत्ति अपरिवर्तित रहती हो तो दोनों वस्तुओं के सम्पर्क तल के लम्बवत् दिशा के अनुदिश वेगो के घटक बराबर होने चाहिए।

Solved Example

Example 24. 2m द्रव्यमान की छड़ उर्ध्वाधर नीचे की तरफ m द्रव्यमान के नततल की सतह पर चित्रानुसार गतिमान है तो किसी क्षण छड़ व नततल के वेग में सम्बन्ध ज्ञात करो।

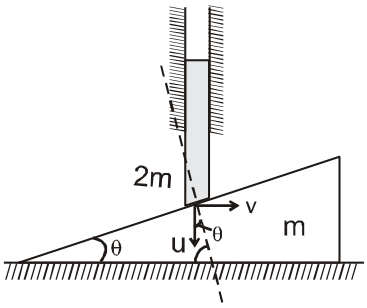


Solution : नततल की बंधित गति से नततल की सतह के लम्बवत् छड़ के वेग का घटक नततल के वेग का सतह के लम्बवत् घटक के बराबर होता है।

$u \cos\theta = v \sin\theta$

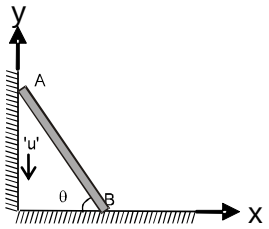
$\frac{u}{v} = \tan\theta$

$u = v \tan\theta$



दोनो ब्लॉको की सम्पर्क सतह के लम्बवत्

Example 25. चित्रानुसार एक दृढ छड़ AB दो ऊर्ध्वाधर चिकनी दीवारों के सहारे इस प्रकार गतिशील है कि छड़ के A सिरे का ऊर्ध्वाधर दिशा के अनुदिश वेग u है। यदि छड़ हमेशा उर्ध्वाधर दीवार के सम्पर्क में रहती हो तो छड़ के B सिरे का वेग ज्ञात करो तथा छड के केन्द्र का वेग तथा छड़ के केन्द्र के पथ की समीकरण भी ज्ञात करों।



Solution : चूंकि छड़ दृढ़ है, इसलिये लम्बाई नहीं बढ़ सकती है

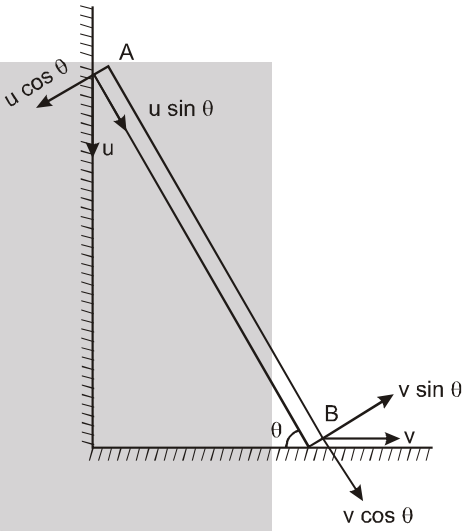
∴ छड़ के बिन्दु A तथा B का सामीप्य वेग शून्य है

$\Rightarrow$ $u \sin\theta - v \cos\theta = 0$

$\Rightarrow$ $v = u \tan\theta$

किसी कोण θ पर द्रव्यमान केन्द्र के x तथा y निर्देशांक

Ans. $u \tan\theta . \left(\frac{u}{2}(-\hat{j}) + \frac{u\tan\theta}{2}\hat{i}\right)$, , $x^2 + y^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$



9. निकाय के लिए न्यूटन का नियम (NEWTON'S LAW FOR A SYSTEM)

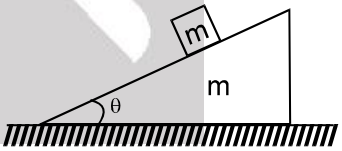
$\vec{F}_{\text{बाह्य}} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + ...$

$\vec{F}_{\text{बाह्य}}$ = निकाय पर कुल बाह्य बल

m_1, m_2, m_3 निकाय की वस्तुओं के द्रव्यमान है तथा $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ वस्तुओं के त्वरण है।

Solved Example

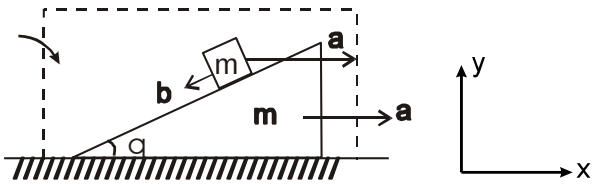
Example 26. m द्रव्यमान का ब्लॉक, 'm' द्रव्यमान के नततल पर फिसलता है। नततल भी क्षैतिज सतह पर गति करने के लिए स्वतन्त्र है तो नततल व ब्लॉक के त्वरण ज्ञात करो। (सभी सतह चिकनी है)



Solution : माना a $\Rightarrow$ नततल का त्वरण

b $\Rightarrow$ ब्लॉक का नततल के सापेक्ष त्वरण

निकाय



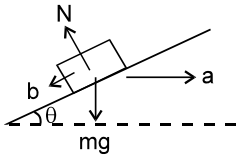
ब्लॉक व नततल को एक निकाय मानकर क्षैतिज दिशा में न्यूटन के नियम से

$F_x = m_1 \vec{a}_{1x} + m_2 \vec{a}_{2x} = 0$

$0 = ma + m(a - b\cos\theta)$ .....(i)

यहां 'a' और 'b' दो अज्ञात है। अतः दूसरी समीकरण ज्ञात करने के लिए हम ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाते है।

ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



नततल के अनुदिश न्यूटन के द्वितीय नियम से

$mg \sin\theta = m (b – a \cos\theta)$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर

$$a = \frac{mg\sin\theta\cos\theta}{m(1+\sin^2\theta)} = \frac{g\sin\theta\cos\theta}{(1+\sin^2\theta)} \text{ तथा } b = \frac{2g\sin\theta}{(1+\sin^2\theta)}$$

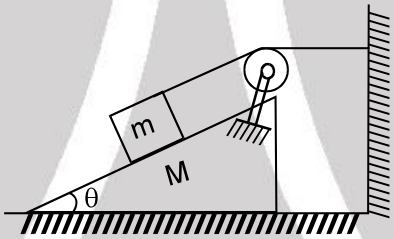
अतः सदिश रूप में :

$$\vec{a}_{\text{नततल}} = a\hat{i} = \left(\frac{g\sin\theta\cos\theta}{1+\sin^2\theta}\right)\hat{i}$$

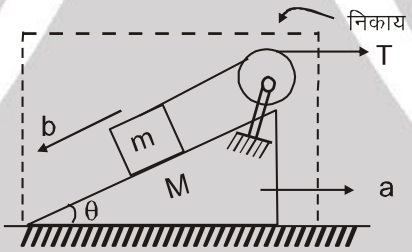
$$\vec{a}_{\text{ब्लॉक}} = (a – b\cos\theta)\,\hat{i} – b\sin\theta\,\hat{j}$$

$$\vec{a}_{\text{ब्लॉक}} = -\frac{g\sin\theta\cos\theta}{(1+\sin^2\theta)}\,\hat{i} - \frac{2g\sin^2\theta}{(1+\sin^2\theta)}\,\hat{j}.$$

Example 27. चित्र में प्रदर्शित व्यवस्था से जब निकाय को छोड़ा जाता है तो नततल का त्वरण ज्ञात करो। घिरनी व रस्सी आदर्श है और घर्षण अनुपस्थित है।

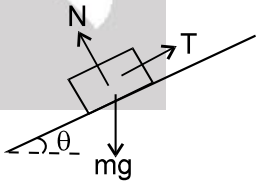


Solution : ब्लॉक व नततल को निकाय मानकर x-दिशा के अनुदिश न्यूटन के नियम से



$T = Ma + m (a – b \cos\theta)$ .....(i)

m का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



नततल के अनुदिश

$mg \sin\theta – T = m (b – a \cos\theta)$ .....(ii)

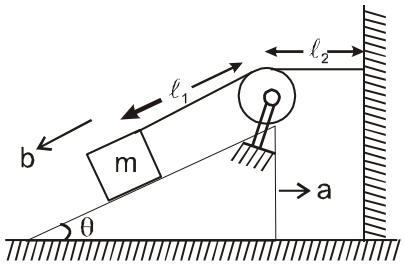
रस्सी की बंधित गति से

$\ell_1 + \ell_2 =$ नियत

$$\frac{d^2\ell_1}{dt} + \frac{d^2\ell_2}{dt} = 0$$

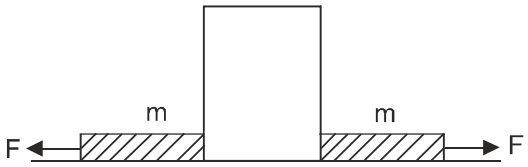
$b – a = 0$ .....(iii)

समीकरण (i), (ii) और (iii), को हल करने पर



$$a = \frac{mg\sin\theta}{M + 2m(1-\cos\theta)}$$

Example 28. चित्र में प्रदर्शित किया गया है कि घर्षण रहित सतह पर स्थित एक भारी ब्लॉक, समान द्रव्यमान m की दो रस्सीयों द्वारा खींचा जा रहा है। t = 0 पर, बाँयीं रस्सी पर लग रहा बल हटा लिया जाता है किन्तु दाँयीं रस्सी पर लगने वाला बल सतत् रूप से लगता रहता है। माना कि दाँयी रस्सी तथा बाँयीं रस्सी द्वारा ब्लाक पर लगने वाले बलों के परिमाण क्रमशः F_1 तथा F_2 है –

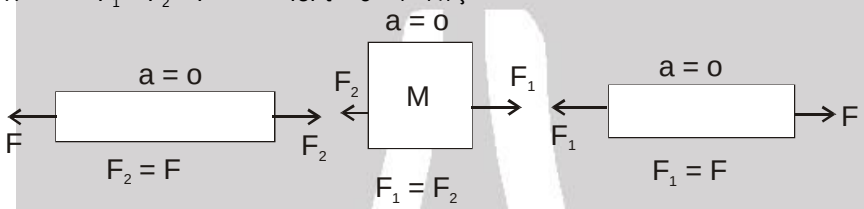


(A) $F_1 = F_2 = F$ $t < 0$ के लिए (B) $F_1 = F_2 = F + mg$ $t < 0$ के लिए

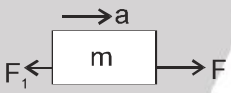
(C) $F_1 = F$, $F_2 = F$ $t > 0$ के लिए (D) $F_1 < F$, $F_2 = F$ $t > 0$ के लिए

Solution : **(A)** $t < 0$ के लिए जैसा कि निकाय पर कुल बल शून्य है। अतः निकाय का त्वरण शून्य है।

$\therefore$ $F_1 = F_2 = F$ for $t < 0$ के लिए

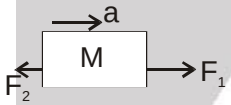


$t > 0$ के लिए, निकाय का त्वरण $a = \frac{F}{2m + M}$ द्वारा दिया हुआ है।



$F - F_1 = ma$

$F_1 = F - ma$ ..... (1)



$F_1 - F_2 = Ma$

$F_1 = F_2 + Ma$ ..... (2)

$\boxed{F > F_1 > F_2}$

10. अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र के लिए न्यूटन का नियम (NEWTON'S LAW FOR NON INERTIAL FRAME)

$\vec{F}_{\text{वास्तविक}} + \vec{F}_{\text{छद्म}} = m\vec{a}$

वास्तविक व छद्म बलों का कुल योग परिणामी बल होता है।

$\vec{a}$ = अजड़त्वीय निर्देशतन्त्र में कण का त्वरण है।

$\vec{F}_{\text{छद्म}} = -m\vec{a}_{\text{निर्देश तन्त्र}}$

छद्म बल हमेशा निर्देश तन्त्र के त्वरण की दिशा के विपरीत कार्य करता है।

छद्म बल एक काल्पनिक बल है और इसके लिए कोई भी क्रिया–प्रतिक्रिया बल युग्म नही होते। इसलिए यहाँ पर न्यूटन का तृतीय नियम कार्य नही करता है।

10.1 निर्देश तन्त्र :

निर्देश तन्त्र साधारणतयाः एक कार्तीय निर्देश तन्त्र है जिसमें वस्तु की गति का अध्ययन करते है। निर्देश तन्त्र दो प्रकार के होते है।

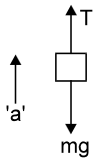
(a) **जड़त्वीय निर्देश तन्त्र :** स्थिर या नियत वेग से गतिशील निर्देश तन्त्र।

(b) **अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र :** अशून्य त्वरण से गतिशील निर्देश तन्त्र।

Solved Example

Example 29. ऊपर की तरफ नियत त्वरण 'a' से गतिमान लिफ्ट की छत से एक सरल लोलक जुड़ा हुआ है तो लिफ्ट में स्थित लड़के के सापेक्ष और पृथ्वी पर खड़े लड़के के सापेक्ष सरल लोलक की रस्सी में तनाव क्या होगा ? लोलक के गोलक का द्रव्यमान m है।

Solution : **गोलक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)** (जमीन के सापेक्ष)



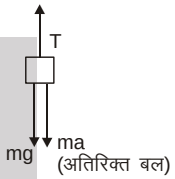
$T - mg = ma$

$T = mg + ma$ .....(i)

लिफ्ट में स्थित लड़के के सापेक्ष गोलक का त्वरण शून्य है।

अतः वह उपरोक्त समीकरण को निम्न प्रकार से लिखेगा।

$T - mg = m.(0)$. $\therefore$ $T = mg$



वह कहता है कि रस्सी में तनाव का मान mg है, जबकि यह गलत है, इस परिणाम को सही करने के लिए वह पुनः मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाता है और न्यूटन के द्वितीय नियम का प्रयोग करता है।

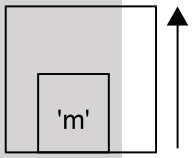
$T = mg + ma$ .....(ii)

इस अतिरिक्त बल के प्रयोग से समीकरण (i) व (ii) समान परिणाम देती है। इसी अतिरिक्त बल को छदम् बल कहते है। इस छदम् बल का प्रयोग तभी करते है। जब प्रश्न को त्वरित (अजड़त्वीय) तन्त्र में हल करना हो।

नोट : छदम् बल का परिमाण = निकाय का द्रव्यमान × निर्देश तन्त्र का त्वरण

बल की दिशा : निर्देश तन्त्र के त्वरण की दिशा के विपरीत (निर्देश तन्त्र के गति की दिशा में नहीं)

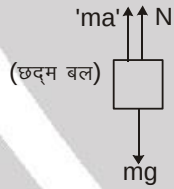
Example 30. एक बक्सा ऊपर की तरफ 'a' (< g) मंदन से गतिशील है तो बक्से में रखे हुए 'm' द्रव्यमान के ब्लॉक पर कार्यरत छदम् बल का परिमाण व दिशा ज्ञात करो ? सतह द्वारा ब्लॉक पर आरोपित अभिलम्ब बल भी ज्ञात करो।



Solution : **छदम् बल**, निर्देश तन्त्र के त्वरण की दिशा के विपरीत कार्यरत होगा :

छदम् बल = ma ऊपरी दिशा में

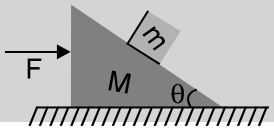
बक्से (अजड़त्वीय) के सापेक्ष m का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)



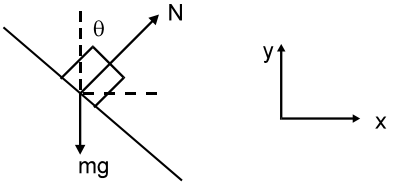
$N + ma = mg$

$N = mg - ma$

Example 31. व्यवस्थित चित्र में सभी सतह चिकनी है। नततल पर कितना बल F लगाया जाये जिससे ब्लॉक नततल के सापेक्ष स्थिर रहें।



Solution : (ब्लॉक + नततल) का त्वरण $a = \frac{F}{(M+m)}$



इस प्रश्न को दोनों निर्देश तन्त्रों में हल करने पर

जड़त्वीय निर्देश तन्त्र से (धरातल)

ब्लॉक का धरातल के सापेक्ष मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) (वास्तविक बलों का प्रयोग) :

धरातल के सापेक्ष ब्लॉक 'a' त्वरण से गति करता है।

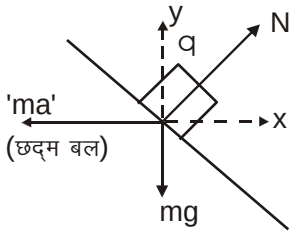
$\therefore$ $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N\cos\theta = mg$ .....(i)

तथा $\Sigma F_x = ma \Rightarrow N\sin\theta = ma$ .....(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$a = g\tan\theta$

$\therefore$ $F = (M + m)\, a = (M + m)\, g\tan\theta$



अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र में (नततल) :

नततल के सापेक्ष ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) (वास्तविक बल + छदम् बल)

नततल के सापेक्ष ब्लॉक स्थिर है।

$\therefore \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N \cos\theta = mg$ .....(iii)

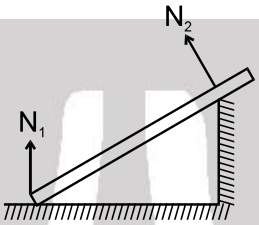
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N \sin\theta = ma$ .....(iv)

समीकरण (iii) और (iv) से हम समान परिणाम प्राप्त करते है।

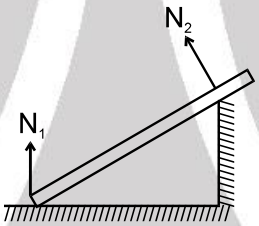
अर्थात् $F = (M + m)\, g \tan\theta$.

Solved Miscellaneous Problems

Problem 1. चित्र में प्रदर्शित द्रव्यमान युक्त छड़ के बिन्दुओं 1 व 2 पर अभिलम्ब बल दर्शाओ।

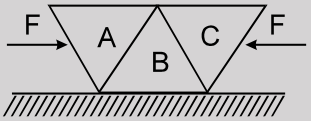


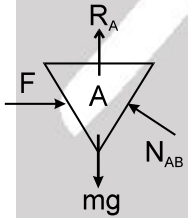
Solution : अभिलम्ब बल हमेशा सम्पर्क बिन्दुओं की वृहद सतह के लम्बवत् लगता है।

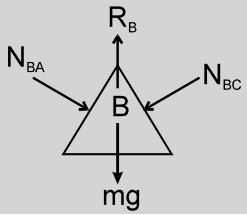


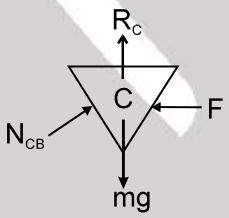
Problem 2. एक समान द्रव्यमान 'm' के तीन त्रिभुजाकार ब्लॉक A, B और C चित्रानुसार व्यवस्थित है तो ब्लॉकों A, B और C के मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.)बनाओ तथा A, B और C के बीच क्रिया–प्रतिक्रिया युग्म प्रदर्शित करो ?

Solution :

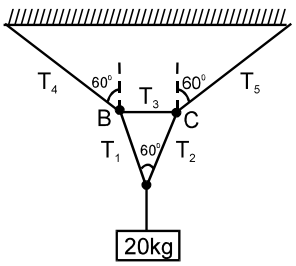






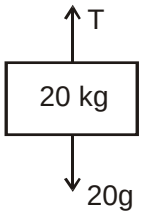


Problem 3. चित्र में प्रदर्शित निकाय साम्यावस्था में है, तो प्रत्येक रस्सी में तनाव T_1, T_2, T_3, T_4 तथा T_5 ज्ञात करो।



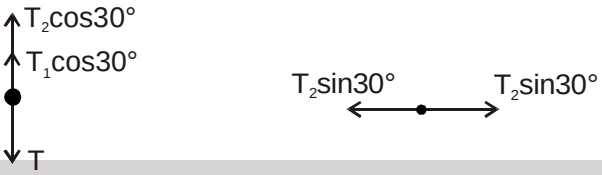
Answer : $T_1 = T_2 = \frac{200}{\sqrt{3}}$ N, $T_4 = T_5 = 200$ N, $T_3 = \frac{200}{\sqrt{3}}$ N.

Solution : **20 kg ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →**



So, $T = 20 \times g = 200$ N .....(1)

चित्र से →



$T = T_1\cos30° + T_2\cos30°$ .....(2)

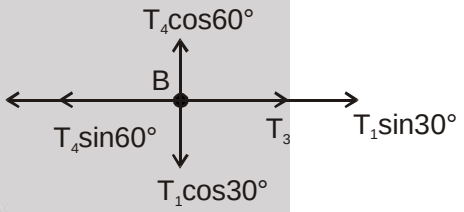
$T_1\sin30° = T_2\sin30°$

$T_1 = T_2$ .....(3)

अतः समीकरण (3) से $T = 2T_1\cos30°$

$\mathbf{T_1 = \frac{200}{\sqrt{3}} = T_2}$ .....(4)

चित्र से बिन्दु B का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →

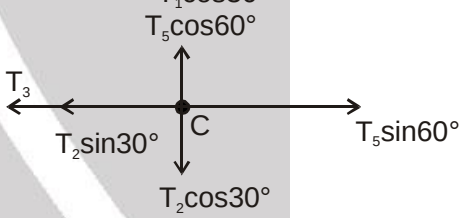


उर्ध्वाधर दिशा में

So, $T_4\cos60° = T_1\cos30°$

$T_4 \times \frac{1}{2} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 200$ N So, $\mathbf{T_4 = 200\ N}$

बिन्दु C का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →



उर्ध्वदिशा में बल संतुलित करने पर $T_5\cos60° = T_2\cos30°$

$T_5 \times \frac{1}{2} = \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mathbf{T_5 = 200\ N}$

T_3 के लिए →

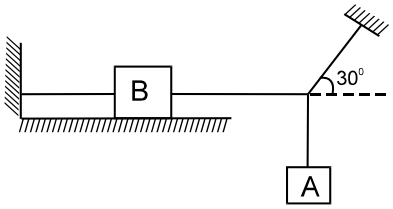
क्षैतिज दिशा में बल संतुलित करने पर -

$T_3 + T_2 \sin 30° = T_5 \sin 60°$

$T_3 = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{200}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}$

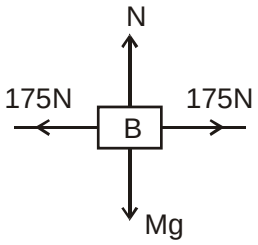
$\mathbf{T_3 = \frac{200}{\sqrt{3}} N}$

Problem 4 ब्लॉक B व दीवार से जुड़ी रस्सी की सहन क्षमता 175 N है, तो लटकाये गये ब्लॉक A के भार का परिमाण क्या होना चाहिए, ताकि निकाय स्थिरावस्था में रहे ? ब्लॉक B का भार 700 N है। ($g = 10\ m/s^2$)

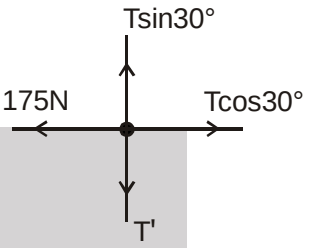


Answer : $\frac{175}{\sqrt{3}}$ N.

Solution : **ब्लॉक B का मुक्त वस्तु रेखाचित्र** →



चित्र में बिन्दु का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →



क्षैतिज दिशा में बल संतुलित करने पर →

$T\cos30° = 175$

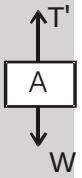
$T = \frac{175\times 2}{\sqrt{3}}$ N

उर्ध्व दिशा में →

$T\sin30° = T'$

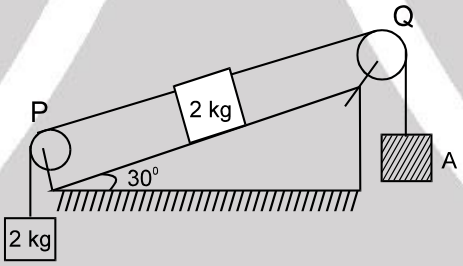
So, $T' = \frac{175\times 2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2} = \frac{175}{\sqrt{3}}$ N

ब्लॉक A का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →



So, $T' = W = \frac{175}{\sqrt{3}}$ N

Problem 5. चित्र में प्रदर्शित व्यवस्था में ब्लॉक A का द्रव्यमान क्या होना चाहिए कि निकाय स्थिरावस्था में रहे तथा घिरनी Q पर रस्सी द्वारा लगाया गया बल भी ज्ञात करो ? ($g = 10\ m/s^2$)



Answer : m = 3 kg, $30\sqrt{3}$ N.

Solution : चित्र से

उर्ध्व दिशा में लटके हुए 2 kg के ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →

$T = 20$ N .....(1)

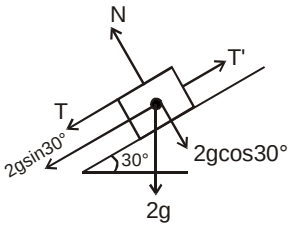
नत तल पर 2kg के ब्लॉक का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →

नत तल के अनुदिश →

$T + 2g\sin30° = T'$

$T' = 20 + 20\times\frac{1}{2} = 30$ N

ब्लॉक A का मुक्त वस्तु रेखाचित्र →

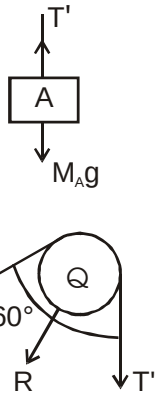


अतः $T' = M_A g$

$M_A = \frac{T'}{g} = \frac{30}{10} = 3$ kg

$M_A = 3$ kg

पुली Q का मुक्त वस्तु रेखाचित्र $\rightarrow$



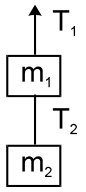
अतः $R = 2T'\cos\frac{\theta}{2}$

$R = 2\times30\cos30°$

$R = 2 \times 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$R = 30\sqrt{3}$ N

Problem 6. दो ब्लॉक जिनके द्रव्यमान क्रमशः $m_1 = 0.2$ kg और $m_2 = 0.3$ kg है। चित्रानुसार एक दूसरे के नीचे लटके हुए है, तो निम्न स्थितियों में रस्सियों (द्रव्यमानहीन) में तनाव ज्ञात कीजिए : ($g = 10\ m/s^2$)



(a) ब्लॉक स्थिर है।

(b) ये दोनों ऊपर की तरफ 5 m/s से गतिशील है।

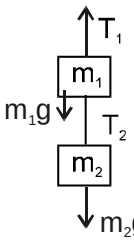
(c) ये दोनों ऊपर की तरफ $2\ m/s^2$ से त्वरित है।

(d) ये दोनों नीचे की तरफ $2\ m/s^2$ से त्वरित है।

(e) यदि रस्सी की तनन सामर्थ्य 10 N हो तो ऊपर की तरफ सम्भव अधिकतम त्वरण क्या होगा ?

Answer : (a) 5 N, 3 N (b) 5 N, 3 N (c) 6 N, 3.6 N (d) 4 N, 2.4 N (e) $10\ m/s^2$

Solution : (a) स्थिरावस्था में $a = 0$



$T_2 = m_2g = 0.3 \times 10 = 3N$

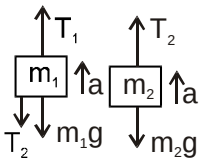
$T_1 = m_1g + T_2$

$T_1 = 0.2 \times 10 + 3 = 5$ N

(b) उपरोक्तानुसार

$a = 0,\ T_2 = 3N,\ T_1 = 5N$

(c) $a = 2m/s^2$ $\uparrow$ (ऊपर की ओर)



$T_2 - m_2g = m_2a$

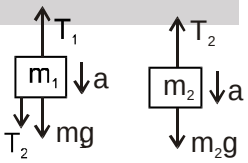
$\Rightarrow\ T_2 - m_2g = m_2a$

$\Rightarrow\ T_2 - 0.3 \times 10 = 0.3 \times 2$

$\Rightarrow\ T_2 = 0.6 + 3 = 3.6$ N

$T_1 - m_1g - T_2 = m_1a \Rightarrow T_1 - 0.2\times 10 - 3.6 = 0.2 \times 2 \Rightarrow T_1 = 0.4 + 5.6 = 6N$

(d) $a = 2\ m/s^2$ (नीचे की ओर)



$m_2g - T_2 = m_2a$

$\Rightarrow\ 0.3 \times 10 - T_2 = 0.3 \times 2$

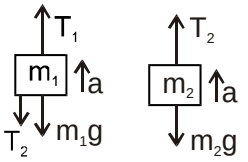
$\Rightarrow\ T_2 = 3 - 0.6 = 2.4$ N

$T_2 + m_1g - T_1 = m_1a$

$\Rightarrow\ 2.4 + 2 - T_1 = 0.2 \times 2$

$\Rightarrow\ T_1 = 4.4 - 0.4 =$ **4 N Ans.**

(e) ऊपरी रस्सी के टूटने की संभावना का अर्थ है कि $T_1 < 10$ N



m_1 के लिए –

$T_1 - m_1g - T_2 = m_1a$

$10 - 2 - T_2 = 0.2\ a$ ..... (1)

m_2 के लिए –

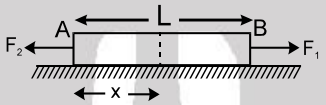
$T_2 - m_2g = m_2a$

$\Rightarrow\ T_2 - 3 = 0.3\ a$ ..... (2)

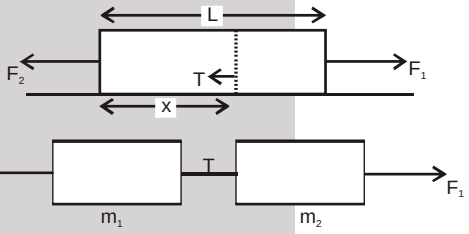
समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर

$8 - 3 = 0.5\ a \qquad \Rightarrow\ a = \dfrac{5}{0.5} = \mathbf{10\ m/s^2}$

Problem 7. घर्षणरहित सतह पर रखी हुई एक समरूप छड़ के दोनों मुक्त सिरों पर चित्रानुसार दो बल F_1 और F_2 ($F_2 > F_1$) आरोपित किए जाते है तो 'A' सिरे से x दूरी पर छड़ के अन्दर तनाव ज्ञात करो।



Solution : $a = \dfrac{F_2 - F_1}{m} \qquad \{m_2 = \dfrac{m}{L}(L - x)\}$

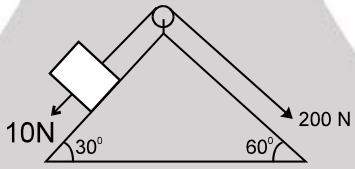


$T - F_1 = m_2a$

$\Rightarrow\ T - F_1 = \dfrac{m}{L}(L - x)\dfrac{F_2 - F_1}{m}$

$\Rightarrow\ T = F_1 + (F_2 - F_1) = F_1 + F_2 - F_1 - \dfrac{x}{L}(F_2 - F_1) = F_2 - \dfrac{x}{L}(F_2 - F_1)$ **Ans.**

Problem 8. चित्रानुसार एक 10 kg के ब्लॉक को नततल पर रखकर इसको 200 N बल से एक रस्सी के द्वारा खींचा जाता है तथा चित्रानुसार 10 kg के ब्लॉक पर 10 N का बल आरोपित किया जाता है तो ज्ञात करो :



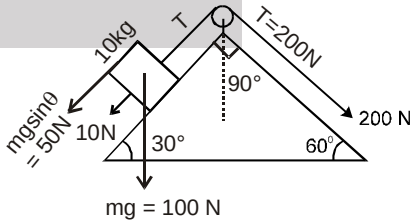
(a) रस्सी में तनाव

(b) 10 kg ब्लॉक का त्वरण

(c) रस्सी द्वारा घिरनी पर आरोपित कुल बल

Answer : (a) 200 N, (b) 14 m/s^2, (c) $200\sqrt{2}$ N

Solution : (a) $T = \mathbf{200\ N}$



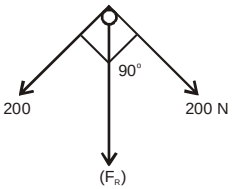
(b) $T - 10 - mg\sin\theta = ma$

$\Rightarrow\ T - 10 - 50 = 10a$

$\Rightarrow\ 200 - 60 = 10a$

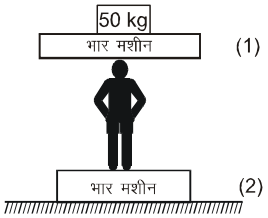
$\Rightarrow\ a = \dfrac{140}{10} = \mathbf{14\ m/s^2}$

(c)



$(F_R) = \sqrt{(200)^2 + (200)^2} = \mathbf{200\sqrt{2}\ N}$ **Ans.**

Problem 9. एक 60 kg का आदमी जमीन पर रखी हुई 5 kg द्रव्यमान की भार मशीन (2) पर खड़ा हुआ है तथा एक दूसरी समान भार मशीन, आदमी के सिर पर रखी है तथा एक 50kg द्रव्यमान का ब्लॉक भार मशीन (1) पर रखा है तो भार मशीनों (1) व (2) का पाठ्यांक ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$)



Answer : **500 N, 1150 N**

Solution : $R_1 = N_1 = 50 \times g = 500\ N$

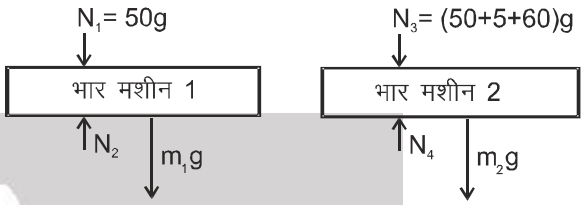
यहाँ R_1 = भार मशीन 1 का पाठ्यांक

$R_2 = N_3$

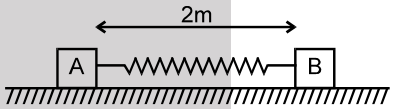
$= (50 + 5 + 60)\ g$

$= 115 \times 10 = 1150\ N$

यहाँ R_2 = भार मशीन 2 का पाठ्यांक



Problem 10. दो ब्लॉक चित्रानुसार 2 m सामान्य लम्बाई की स्प्रिंग से जुड़े हुए है। स्प्रिंग का बल नियतांक 200 N/m हो तो निम्न स्थितियों में स्प्रिंग बल ज्ञात करो –



(a) A को स्थिर रखते हुए B को दांयी तरफ 1 m विस्थापित किया जाये।

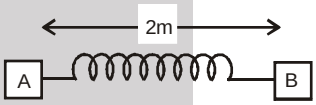
(b) B को स्थिर रखते हुए A को बांयी तरफ 1m विस्थापित किया जाये।

(c) A को दांयी तरफ 0.75 m और B को बांयी तरफ 0.25 m विस्थापित किया जाये।

Answer : (a) F = 200 N, (b) 200 N, (c) 200 N

Solution : (a) स्प्रिंग में प्रसार = 1 m.

$\therefore\ F_{\text{स्प्रिंग}} = K \times x = 200 \times 1 = 200\ N$



(b) समान प्रसार व समान स्प्रिंग बल दोनों दिशाओं में -

$F_{\text{स्प्रिंग}} = 200\ N.$

(c) A व B दोनों में विस्थापन स्प्रिंग को सम्पीड़ीत कर रहे हैं

कुल सम्पीड़न = 0.75 + 0.25 = 1 m.

$\therefore\ F_{\text{स्प्रिंग}} = kx = 200 \times 1 = 200\ N.$

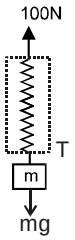
Problem 11. यदि स्प्रिंग का बल नियतांक 50 N/m है। यदि दी गई स्थिति में ब्लॉक स्थिर हो तो ब्लॉक का द्रव्यमान ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$)

Answer : m = 10 kg

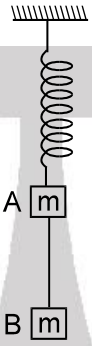
Solution : T = 100 N

$\Rightarrow$ mg = 100 N

$m = \frac{100}{g} = 10$ kg.



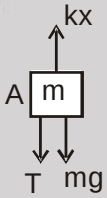
Problem 12. चित्रानुसार एक हल्की स्प्रिंग से समान द्रव्यमान 'm' के दो ब्लॉक 'A' व 'B' जुड़े है तो रस्सी को काटने के तुरन्त पश्चात् ब्लॉक 'A' व 'B' के त्वरण ज्ञात करो।



Answer : g (ऊपर की ओर), g (नीचे की ओर)

Solution : **रस्सी काटने से पहले :**

ब्लॉक 'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र



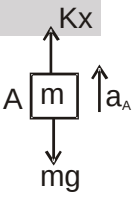
kx = mg + T .....(i)

ब्लॉक B का मुक्त वस्तु रेखाचित्र

T = mg .....(ii)

रस्सी काटने के बाद :

ब्लॉक 'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र

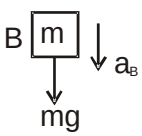


$kx - mg = ma_A$

$2mg - mg = ma_A$

$= a_A = g$ (ऊपर की ओर)

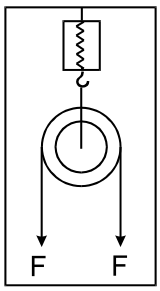
ब्लॉक 'B' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र



$ma_B = mg$

$a_B = g$ (नीचे की ओर)

Problem 13. दिये गये चित्र में घिरनी व रस्सियाँ आदर्श है, तो स्प्रिंग तुला का पाठयांक ज्ञात करो।

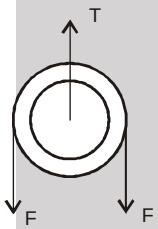


Answer : 2F

Solution : स्प्रिंग तुला का मुक्त वस्तु रेखाचित्र

R = T .....(i)

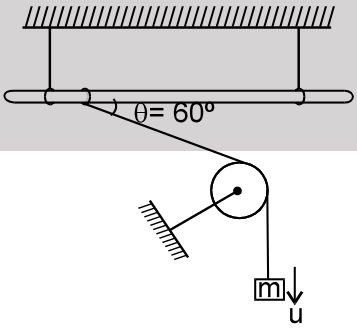
पुली का मुक्त वस्तु रेखाचित्र



T = 2 F .....(ii)

R = 2F

Problem 14. प्रदर्शित चित्र में द्रव्यमान m वेग u से गतिमान है। इस क्षण वलय का वेग ज्ञात करो। वलय चिकनी छड़ पर गति करने के लिए बाध्य है।



Answer : $V_R = \frac{u}{\cos\theta}$, $V_R = 2u$

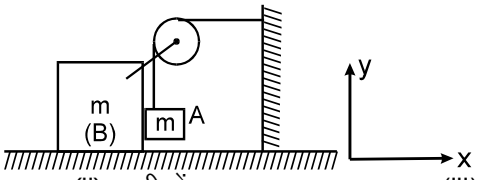
Solution : रस्सी के अनुदिश वेग समान रहता है

$V_R \cos\theta = u$

$V_R = \frac{u}{\cos\theta} \Rightarrow \theta = 60^o$

$\Rightarrow V_R = 2u$

Problem 15. चित्र में प्रदर्शित निकाय में A ब्लॉक को स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है तो ज्ञात करो :



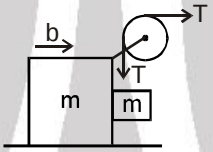
(i) ब्लॉक 'A' व 'B' के त्वरण (ii) रस्सी में तनाव (iii) 'A' व 'B' के बीच सम्पर्क बल

Answer : (i) $\frac{g}{3}\hat{i} - \frac{g}{3}\hat{j}, \frac{g}{3}\hat{i}$ (ii) $\frac{2mg}{3}$ (iii) $\frac{mg}{3}$.

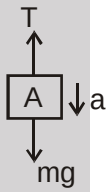
Solution : (i) माना कि ब्लॉकों के त्वरण x व y दिशा में चित्रानुसार है

दोनों ब्लॉकों को एक निकाय लेने पर

$T = 2mb$ .....(i)



ब्लॉक A का मुक्त वस्तु रेखाचित्र :



$mg - T = ma$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से ;

$ma + 2mb = mg$

$a + 2b = g$ .....(iii)

रस्सी बंधन से ;

$a = b$ .....(iv)

समीकरण (iii) और (iv) से ;

$a = b = \frac{g}{3}$

अतः ब्लॉक A का त्वरण

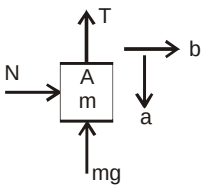
$a_A = b\hat{i} - a\hat{j}$ $a_A = \frac{g}{3}\hat{i} - \frac{g}{3}\hat{j}$

ब्लॉक B का त्वरण $a_B = b\hat{i} = \frac{g}{3}\hat{i}$

(ii) $T = 2mb = \frac{2mg}{3}$

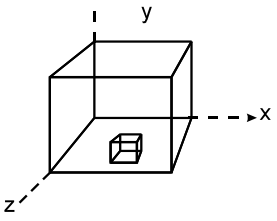
(iii) 'A' और 'B' के मध्य नियत बल के लिए

ब्लॉक 'A' का मुक्त वस्तु रेखाचित्र



$N = mb$ $N = \frac{mg}{3}$

Problem 16. एक 2 kg द्रव्यमान का ब्लॉक बड़े बक्से में स्थिर रखा है। बड़ा बक्सा $2\hat{i}$ वेग तथा $-3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s² के त्वरण से गतिमान है तो बड़े बक्से के सापेक्ष ब्लॉक पर कार्यरत छदम् बल का मान ज्ञात करो।



Answer : $\vec{F}_{\text{छद्म}} = -m\vec{a}_{\text{तंत्र}} = -2(-3\hat{i} + 4\hat{j})$

$F = 6\hat{i} - 8\hat{j}$.