



Exercise-1

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

* चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -

भाग- I : फलन व अवकलन

खण्ड (A) : त्रिकोणमिति तथा फलन

A-1. $f(x) = \cos x + \sin x$ तो $f(\pi/2)$ ज्ञात करो

A-2. यदि $f(x) = 4x + 3$ हो तो $f(f(2))$ ज्ञात करो

A-3. $\tan 15^\circ$ तुल्य होगा :

- (A) $(2 - \sqrt{3})$ (B) $(5 + \sqrt{3})$ (C) $\left(\frac{5 - \sqrt{3}}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{5 + \sqrt{3}}{2}\right)$

A-4. $\sin^2 \theta$ तुल्य होगा :

- (A) $\left(\frac{1 + \cos \theta}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{\cos 2\theta - 1}{2}\right)$

A-5. $\sin A \cdot \sin(A + B)$ तुल्य होगा :

- (A) $\cos^2 A \cdot \cos B + \sin A \sin^2 B$ (B) $\sin^2 A \cdot \frac{1}{2} \cos B + \cos 2A \cdot \sin B$
 (C) $\sin^2 A \cdot \cos B + \frac{1}{2} \sin 2A \cdot \sin B$ (D) $\sin^2 A \cdot \sin B + \cos A \cos^2 B$

A-6*. $-\sin \theta$ तुल्य होगा

- (A) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ (B) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ (C) $\sin(\theta - \pi)$ (D) $\sin(\pi + \theta)$

A-7*. यदि $x_1 = 8 \sin \theta$ तथा $x_2 = 6 \cos \theta$ तब

- (A) $(x_1 + x_2)_{\max} = 10$ (B) $x_1 + x_2 = 10 \sin(\theta + 37^\circ)$
 (C) $x_1 x_2 = 24 \sin 2\theta$ (D) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{4}{3} \tan \theta$

खण्ड (B) : मौलिक फलनों का अवकलन

स्वतंत्र चर के सापेक्ष दिये गये फलनों का प्रथम व द्वितीय अवकलन ज्ञात करो।

B-1. $y = x^2 + x + 8$

B-2. $y = \tan x + \cot x$

स्वतंत्र चर के सापेक्ष दिये गये फलनों का प्रथम व द्वितीय अवकलन ज्ञात करो।

B-3. $y = \sin x + \cos x$

B-4. $y = \ln x + e^x$

खण्ड (C) : गुणनफल नियम द्वारा अवकलन

स्वतंत्र चर x के सापेक्ष दिये गये फलनों का अवकलन ज्ञात करो।

C-1. $y = e^x \ln x$

C-2. $y = \sin x \cos x$



खण्ड (D) : विभाजन के नियम द्वारा अवकलन

स्वतंत्र चर के सापेक्ष दिये गये फलनों का अवकलन ज्ञात करो।

D-1. $y = \frac{2x+5}{3x-2}$

D-2. $y = \frac{\ln x}{x}$

D-3. $y = (\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x)$

D-4. माना कि u व v , x के फलन हैं जो $x = 0$ पर अवकलनीय हैं तथा

$u(0) = 5, \quad u'(0) = -3, \quad v(0) = -1 \quad v'(0) = 2$

$x = 0$ पर निम्न अवकलन के मान ज्ञात करो।

(a) $\frac{d}{dx}(uv)$

(b) $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)$

(c) $\frac{d}{dx}\left(\frac{v}{u}\right)$

(d) $\frac{d}{dx}(7v - 2u)$

खण्ड (E) : श्रृंखला नियम द्वारा अवकलन

x के फलन के रूप में $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात करो।

E-1. $y = \sin 5x$

E-2. $y = 2 \sin(\omega x + \phi)$ जहाँ ω व ϕ नियतांक हैं।

E-3. $y = (4 - 3x)^9$

खण्ड (F) : अस्पष्ट फलनों का अवकलन

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो

F-1. $(x + y)^2 = 4$

F-2. $x^2y + xy^2 = 6$

खण्ड (G) : दर मापन के रूप में अवकलन

G-1. माना कि एक वृत्त की त्रिज्या r व क्षेत्रफल $A = \pi r^2$, t के अवकलनीय फलन हैं। एक समीकरण लिखो, जो $\frac{dA}{dt}$ का $\frac{dr}{dt}$ के साथ सम्बंध बताये।

G-2. माना कि एक गोले की त्रिज्या r व पृष्ठीय क्षेत्रफल $S = 4\pi r^2$, t के अवकलनीय फलन है। एक समीकरण लिखो जो $\frac{ds}{dt}$ का $\frac{dr}{dt}$ के साथ सम्बंध बताये।

खण्ड (H) : उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ

H-1. समय के फलन के रूप में एक कण की स्थिति $x = -t^2 + 4t + 4$ के द्वारा दी जाती है। कण के स्थिति निर्देशांक का अधिकतम मान ज्ञात करो।

H-2. फलन $2x^3 - 15x^2 + 36x + 11$ के अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात करो।

खण्ड (I) : विविध

दिया है $y = f(u)$ व $u = g(x)$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो।

I-1. $y = 2u^3, u = 8x - 1$

I-2. $y = \sin u, u = 3x + 1$

I-3. $y = 6u - 9, u = (1/2)x^4$

I-4. $y = \cos u, u = -x/3$



भाग- II : समाकलन

खण्ड (A) : मौलिक फलों का समाकलन

दिये गये फलों का समाकलन ज्ञात करो।

A-1. $x^2 - 2x + 1$

A-2. $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

A-3. $\sec^2 x$

A-4. $\csc^2 x$

A-5. $\sec x \tan x$

A-6. $\frac{1}{3x}$

खण्ड (B) : प्रतिस्थापन विधि द्वारा समाकलन

कोष्ठक में दिये गये प्रतिस्थापन का उपयोग करते हुए समाकलन करो।

B-1. $\int x \sin(2x^2) dx$, ($u = 2x^2$ का प्रयोग करो)

B-2. $\int \sec 2t \tan 2t dt$, ($u = 2t$ का प्रयोग करो)

उपयुक्त प्रतिस्थापन का उपयोग करते हुए समाकलन करो।

B-3. $\int \frac{3}{(2-x)^2} dx$

B-4. $\int \sin(8z - 5) dz$

खण्ड (C) : निश्चित समाकलन

C-1. $\int_{-4}^{-1} \frac{\pi}{2} d\theta$

C-2. $\int_{\sqrt{2}}^{5\sqrt{2}} r dr$

C-3. $\int_0^1 e^x dx$

खण्ड (D) : क्षेत्रफल की गणना

दिये गये वक्र व x अक्ष के मध्य अन्तराल $[0, b]$ पर, निश्चित समाकलन का उपयोग करते हुए क्षेत्रफल की गणना करो।

D-1. $y = 2x$

D-2. $y = \frac{x}{2} + 1$

अन्तराल $[0, \pi]$ पर दिये गये वक्र व x अक्ष के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए निश्चित समाकलन का उपयोग करो।

D-3. $y = \sin x$

D-4. $y = \sin^2 x$

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

D-5*. $I = \int_0^{\pi} \sin(\theta + \phi) d\theta$, जहाँ ϕ अशून्य नियतांक है तो I का मान :

(A) धनात्मक हो सकता है

(B) ऋणात्मक हो सकता है

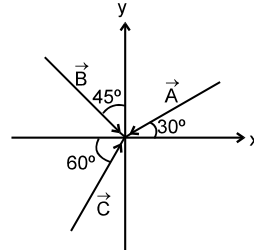
(C) शून्य हो सकता है

(D) यदि $\phi = \frac{\pi}{4}$ हैं तो सदैव शून्य होगा

भाग - III : सदिश

खण्ड (A) : सदिश की परिभाषा व सदिशों के मध्य कोण

A-1. चित्र में सदिश \vec{A} , \vec{B} तथा \vec{C} प्रदर्शित है तो निम्न के मध्य कोण बताओ।



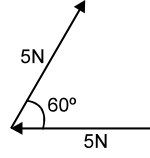
(i) \vec{A} तथा \vec{B} ,

(ii) \vec{A} तथा \vec{C} ,

(iii) \vec{B} तथा \vec{C} .



A-2. दो बल जिनमें, प्रत्येक बल का परिमाण 5 N है तथा ये चित्रानुसार क्रियाशील है तो बलों के बीच का कोण ज्ञात करो?



A-3. वर्षा उर्ध्वाधर नीचे की तरफ 5 मी./सै. की चाल से गिर रही है यदि उर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर इकाई सदिश \hat{j} हो तो वर्षा के वेग को सदिश रूप में प्रदर्शित करो?

खण्ड (B) : सदिशों का योग

- B-1. एक मनुष्य 40 m उत्तर फिर 30 m पूर्व तथा फिर 40 m दक्षिण की तरफ गति करता है, तो प्रारम्भिक बिन्दु से विस्थापन ज्ञात करो।
- B-2. एक सदिश जिसका परिमाण 30 तथा दिशा पूर्व की ओर को दूसरे सदिश जिसका परिमाण 40 तथा दिशा उत्तर की ओर है, से जोड़ा जाता है तो परिणामी सदिश का परिमाण तथा दिशा पूर्व दिशा से बताओ?
- B-3. दो सदिश \vec{a} तथा \vec{b} जो θ कोण पर झुके हैं, का परिणामी \vec{c} है तथा \vec{c} का \vec{a} के साथ कोण β है यदि \vec{a} तथा \vec{b} की दिशा को परस्पर परिवर्तित कर दे तो परिणामी सदिश का निम्न में से समान होगा
(A) परिमाण (B) दिशा
(C) परिमाण व दिशा (D) न तो परिमाण और न दिशा
- B-4. दो \vec{A} सदिश \vec{B} तथा एक समतल में है, एक दूसरा सदिश \vec{C} तल (यह तल \vec{A} तथा \vec{B} के तल के समानान्तर नहीं है) के बाहर है तो तीनों सदिशों का परिणामी $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ होगा
(A) शून्य हो सकता (B) शून्य नहीं हो सकता
(C) \vec{A} एवं \vec{B} के तल में होगा (D) \vec{A} एवं $\vec{A} + \vec{B}$ के तल में होगा
- B-5. बलों 10 N तथा 6 N का सदिश योग हो सकता
(A) 2 N (B) 8 N (C) 18 N (D) 20 N.
- B-6. सदिशों का समुच्चय समान क्रम में लेने पर एक बंद बहुभुज बनाता है, तो इन सदिशों का परिणामी होगा।
(A) अदिश राशि (B) छद्म सदिश (C) इकाई सदिश (D) शून्य सदिश
- B-7. दो सदिश P तथा Q का सदिश योग न्यूनतम है तो इनके घनात्मक दिशा के बीच कोण θ होगा
(A) $\pi/4$ (B) $\pi/3$ (C) $\pi/2$ (D) π .
- B-8. यदि \vec{A} तथा \vec{B} सदिशों का परिणामी अधिकतम हो तो उनके बीच कोण होगा ?
(A) 0° (B) 30° (C) 45° (D) 60°
- B-9. यदि $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ तथा \vec{A} , \vec{B} तथा \vec{C} के परिमाण क्रमशः 12, 5 तथा 13 हो, तो \vec{A} तथा \vec{B} के बीच कोण होगा
(A) 0° (B) $\pi/4$ (C) $\pi/2$ (D) π .
- B-10. यदि $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{P} - \vec{Q}$ तथा \vec{P} व \vec{Q} के बीच कोण θ हो तो
(A) $\theta = 0^\circ$ (B) $\theta = 90^\circ$ (C) $P = 0$ (D) $Q = 0$
- B-11. समान लम्बाई के दो लम्बवत सदिशों का योग व अन्तर होगा
(A) समान लम्बाई व इनके मध्य न्यूनतम कोण (B) समान लम्बाई व इनके मध्य अधिक कोण
(C) एक दूसरे के लम्बवत् तथा विभिन्न लम्बाई (D) एक दूसरे के लम्बवत् होगा तथा समान लम्बाई

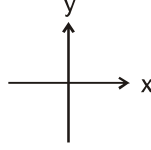




खण्ड (C) : सदिशों का वियोजन

C-1. $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ का परिमाण ज्ञात करो ?

C-2. x-अक्ष से 210° (वामावर्त दिशा में) के कोण पर 25 m विस्थापन के सदिश के x तथा y घटक ज्ञात करो।



C-3. 60 km h^{-1} वेग का एक द्विविमीय घटक 30 km h^{-1} है, तो दूसरा द्विविमीय घटक ज्ञात करो।

C-4. यदि $0.5\hat{i} + 0.8\hat{j} + C\hat{k}$ एक इकाई सदिश है तो C का मान होगा।

C-5. यदि एक सदिश के द्विविमीय घटक (2, 2) है, तथा दूसरे सदिश के द्विविमीय घटक $(1, \sqrt{3})$ है तो इनके बीच का कोण ज्ञात करो।

C-6. एक बल के x तथा y घटक 2 N तथा -3 N है, तो बल होगा –

- (A) $2\hat{i} - 3\hat{j}$ (B) $2\hat{i} + 3\hat{j}$ (C) $-2\hat{i} - 3\hat{j}$ (D) $3\hat{i} + 2\hat{j}$

C-7. बिन्दुओं A (1, 1, -1) तथा B (2, -3, 4) को मिलाने वाला तथा A से B की तरफ निर्देशित सदिश है

- (A) $-\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ (B) $\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ (C) $\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ (D) $-\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$.

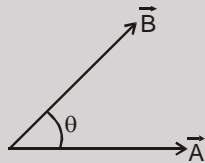
खण्ड (D) : सदिशों का गुणनफल

D-1. यदि $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ व $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j}$ तो ज्ञात करो –

- (a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ (b) $\vec{A} \times \vec{B}$

D-2. यदि चित्र में $|\vec{A}| = 4$, $|\vec{B}| = 3$ व $\theta = 60^\circ$ हो, तो ज्ञात करो।

- (a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ (b) $|\vec{A} \times \vec{B}|$



D-3. तीन अशून्य सदिश \vec{A} , \vec{B} & \vec{C} निम्न संबंधों को संतुष्ट करते हैं। $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ व $\vec{A} \cdot \vec{C} = 0$ तब \vec{A} निम्न के समान्तर हो सकता है।

- (A) \vec{B} (B) \vec{C} (C) $\vec{B} \cdot \vec{C}$ (D) $\vec{B} \times \vec{C}$

D-4.* दो सदिशों के अदिश गुणनफल का परिमाण 8 है तथा सदिश गुणनफल का परिमाण $8\sqrt{3}$ है। तो उनके मध्य कोण होगा–

- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°



Exercise-2

चिह्नित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

* चिह्नित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -

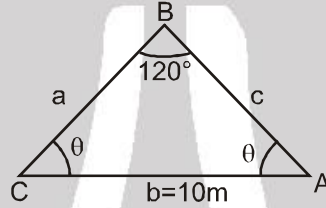
भाग-I : फलन व अवकलन

1. यदि $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ तो $f\{f(x)\}$ ज्ञात करो।

2. $y = f(x) = \frac{2x-3}{3x-2}$, $f(y)$ ज्ञात करो।

Objective Questions

3. प्रदर्शित चित्र में त्रिभुज की भुजा CA, 10 m है तथा कोण $\angle A$ एवं कोण $\angle C$ समान हैं तो :



(A) भुजा $a =$ भुजा $c = 10m$

(B) भुजा $a \neq$ भुजा c

(C) भुजा $a =$ भुजा $c = \frac{10\sqrt{3}}{3}m$

(D) भुजा $a =$ भुजा $c = \frac{10}{\sqrt{2}}m$

4*. यदि $y_1 = A\sin\theta_1$ तथा $y_2 = A\sin\theta_2$ है तब

(A) $y_1 + y_2 = 2A \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)$

(B) $y_1 + y_2 = 2A\sin\theta_1 \sin\theta_2$

(C) $y_1 - y_2 = 2A \sin\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)$

(D) $y_1 \cdot y_2 = -2A^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_1\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right)$

5*. निम्न में से कौनसा सम्बन्ध सही है :

(A) $\sin 37^\circ + \cos 37^\circ = \sin 53^\circ + \cos 53^\circ$

(B) $\sin 37^\circ - \cos 37^\circ = \cos 53^\circ - \sin 53^\circ$

(C) $\tan 37^\circ + 1 = \tan 53^\circ - 1$

(D) $\tan 37^\circ \times \tan 53^\circ = 1$

6*. यदि $R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$ हैं तथा $|A| = |B|$ हो तो R का परिमाण होगा :

(A) $2A\cos\theta$

(B) $A \cos \theta/2$

(C) $2A\cos \theta/2$

(D) $2B\cos \theta/2$

स्वतंत्र चर x के सापेक्ष दिये गये फलनों का प्रथम व द्वितीय अवकलन ज्ञात करो।

7. $y = \ln x^2 + \sin x$

8. $y = \sqrt[3]{x} + \tan x$

स्वतंत्र चर के सापेक्ष दिये गये फलनों का अवकलन ज्ञात करो।

9. $y = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x} + 1\right)$

10. $r = (1 + \sec \theta) \sin \theta$

स्वतंत्र चर के सापेक्ष दिये गये फलनों का अवकलन ज्ञात करो।

11. $y = \frac{\cot x}{1 + \cot x}$

12. $\frac{\ln x + e^x}{\tan x}$



x के फलन के रूप में $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो

13. $y = \sin^3 x + \sin 3x$

14. $\sin^2 (x^2 + 1)$

15. $q = \sqrt{2r - r^2}$, $\frac{dq}{dr}$ ज्ञात करो

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो

16. $x^3 + y^3 = 18xy$

17. एक वृत्ताकार बेलन की त्रिज्या r व ऊँचाई h बेलन के आयतन V से सूत्र $V = \pi r^2 h$ द्वारा सम्बंधित है।
 (a) यदि ऊँचाई 5 m/s की दर से बढ़ रही है एवं त्रिज्या नियत है तो बेलन के आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात करो।
 (b) यदि त्रिज्या 5 m/s की दर से बढ़ रही है एवं ऊँचाई नियत है तो बेलन के आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात करो।
 (c) यदि ऊँचाई 5 m/s की दर से व त्रिज्या भी 5 m/s की दर से बढ़ रही है तो बेलन के आयतन में वृद्धि की दर ज्ञात करो।
18. यदि $x + y = 60$ हो तो ऐसी दो धनात्मक संख्या x व y ज्ञात करो जिसके लिए xy अधिकतम हो -
19. क्षेत्रफल 40 m^2 की एक चादर (sheet) एक वर्गाकार आधार वाली एक खुली टंकी बनाने के लिए उपयोग में ली जाती है तो आधार की विमायें ज्ञात करो, ताकि आयतन अधिकतम हो।

भाग - II : समाकलन

दिये गये फलनों का समाकलन ज्ञात करो।

1. $\int x^{-3}(x+1) dx$

2. $\int (1 - \cot^2 x) dx$

3. $\int \cos \theta (\tan \theta + \sec \theta) d\theta$

कोष्ठक में दिये गये प्रतिस्थापनो का उपयोग करते हुए समाकलन करो।

4. $\int 12(y^4 + 4y^2 + 1)^2 (y^3 + 2y) dy$, ($u = y^4 + 4y^2 + 1$ का प्रयोग करो)

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x+8}}$

(a) $u = 5x + 8$ का प्रयोग करो

(b) $u = \sqrt{5x+8}$ का प्रयोग करो

उपयुक्त प्रतिस्थापनो का उपयोग करते हुए समाकलन करो।

6. $\int \sqrt{3-2s} ds$

7. $\int \sec^2(3x+2) dx$

8. $\int \csc\left(\frac{u-\pi}{2}\right) \cot\left(\frac{u-\pi}{2}\right) du$

9. $\int \frac{6 \cos t}{(2 + \sin t)^3} dt$

10. $\int_{\pi}^{2\pi} \theta d\theta$

11. $\int_0^{\sqrt[3]{7}} x^2 dx$

12. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$

13. $\int_0^1 \frac{dx}{3x+2}$

दिये गये वक्र व x अक्ष के मध्य अन्तराल $[0, b]$ पर, निश्चित समाकलन का उपयोग करते हुए क्षेत्रफल की गणना करो।

14. $y = 3x^2$



भाग - III : सदिश

SUBJECTIVE QUESTIONS

- सदिश \vec{A} उत्तर पूर्व दिशा में निर्देशित है तथा इसका परिमाण 3 kg ms^{-1} है इसे $\lambda = -4$ सैकण्ड अदिश राशि से गुणा करते हैं तो नये सदिश का परिमाण व दिशा बताओ ? यह समान भौतिक राशि को प्रदर्शित करेगा या नहीं ?
 - एक 30 N का बल क्षैतिज से θ कोण पर झुका है। यदि इसका ऊर्ध्वाधर घटक 18 N है, तो क्षैतिज घटक तथा कोण θ का मान ज्ञात करो।
 - विपरित दिशा में आरोपित दो सदिशों का परिणामी 10 इकाई है। यदि ये परस्पर लम्बवत आरोपित है तो परिणामी 50 इकाई है तो दोनों का परिमाण ज्ञात करो।
 - यदि बलों \vec{A} तथा \vec{B} के बीच का कोण $\theta = 90^\circ$ है। जहाँ $A = 8$ डाइन तथा $B = 6$ डाइन है, तो परिणामी सदिश \vec{R} का सदिश \vec{A} से बनाया गया कोण ' α ' ज्ञात करो?
 - यदि प्रत्येक सदिश का परिमाण r है तो सदिशों \vec{OA} , \vec{OB} तथा \vec{OC} का परिणामी सदिश ज्ञात करो?
-
- यदि $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ तथा $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ हो तो $\vec{A} + \vec{B}$ के अनुदिश इकाई सदिश ज्ञात करो।
 - सदिश \vec{A} के x व y घटक क्रमशः 4m तथा 6m है। $\vec{A} + \vec{B}$ सदिश के x , y घटक क्रमशः 10m तथा 9m है। \vec{B} की लम्बाई तथा \vec{B} द्वारा x अक्ष बनाया गया कोण ज्ञात करो।

OBJECTIVE QUESTIONS

एकल चयनात्मक प्रश्न

- एक सदिश परिवर्तित नहीं होगा यदि
(A) यदि इसे स्वयं के समान्तर स्थानान्तरित करे
(B) यदि इसे किसी कोण पर घुमाया जाये
(C) इसे इकाई सदिश से सदिश गुणन करें
(D) इसे किसी अदिश से गुणा किया जाये
- दो बलों के बीच कोण बढ़ाने पर परिणामी का परिमाण
(A) घटेगा
(B) बढ़ेगा
(C) अपरिवर्तित रहेगा
(D) पहले घटेगा तथा फिर बढ़ेगा
- एक कार सीधी सड़क पर उत्तर दिशा में एक समान चाल 50 km h^{-1} से गति कर रही है यह 90° पर बाये तरफ मुड़ती है। यदि घुमाव के बाद चाल नियत रहे तो घुमाव प्रक्रम के दौरान कार के वेग में परिवर्तन होगा
(A) शून्य
(B) $50\sqrt{2} \text{ km h}^{-1}$ S-W दिशा में
(C) $50\sqrt{2} \text{ km h}^{-1}$ N-W दिशा में
(D) 50 km h^{-1} पश्चिम दिशा में
- दिये गये विस्थापन समुच्चय में कौन सा समूह कार को वापस प्रारम्भिक बिन्दु पर ले आयेगा
(A) 5, 10, 30 तथा 50 km
(B) 5, 9, 9 तथा 16 km
(C) 40, 40, 90 तथा 200 km
(D) 10, 20, 40 तथा 90 km
- यदि दो सदिश \vec{a} और \vec{b} को जोड़ा जाये है तो परिणामी सदिश का परिमाण हमेशा –
(A) $(a + b)$ से अधिक
(B) $(a + b)$ से छोटा या बराबर
(C) $(a + b)$ से कम
(D) $(a + b)$ के बराबर

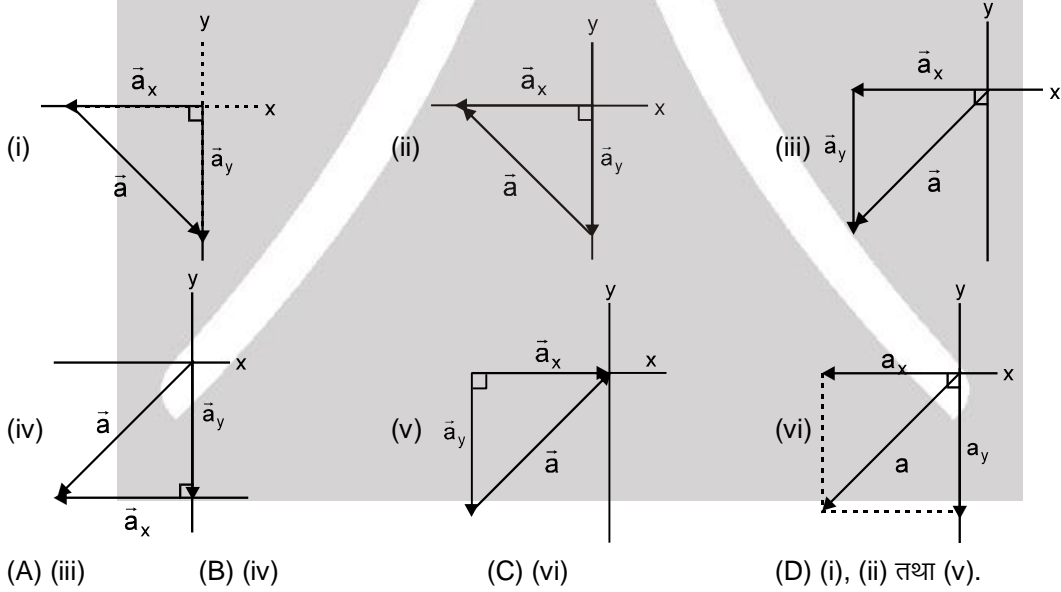




13. यदि $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A}| = |\vec{B}|$, हो तो \vec{A} तथा \vec{B} के मध्य कोण होगा—
 (A) 0° (B) 60° (C) 90° (D) 120° .
14. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तथा तीनों सदिश \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} में से दो सदिशों के परिमाण समान हैं, तीसरे सदिश का परिमाण दोनों में से किसी एक सदिश के परिमाण का $\sqrt{2}$ गुना है तो उनके मध्य कोण होंगे—
 (A) $90^\circ, 135^\circ, 135^\circ$ (B) $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (C) $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ (D) $45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
15. सदिश \vec{A} की लम्बाई 2 cm है तथा प्रथम चतुर्थांश में x अक्ष से 60° ऊपर की ओर है। सदिश \vec{B} की लम्बाई 2 cm है तथा चतुर्थ चतुर्थांश में x अक्ष से 60° नीचे की ओर है तो $\vec{A} + \vec{B}$ सदिश का परिमाण होगा—
 (A) +y-अक्ष के अनुदिश 2 (B) +x-अक्ष के अनुदिश 2 (C) -x अक्ष के अनुदिश 1 (D) -x अक्ष के अनुदिश 2
16. एक बिन्दु पर लगने वाले छः बल जिनका परिमाण 9.81 N है, समतलीय है। यदि दो नजदीकी सदिशों के मध्य कोण समान हो तो परिणामी होगा।
 (A) 0 N (B) 9.81 N (C) 2×9.81 N (D) 3×9.81 N.
17. एक सदिश \vec{A} ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर है तथा \vec{B} सदिश पूर्व की ओर है तब सदिश गुणनफल $\vec{A} \times \vec{B}$ होगा।
 (A) पश्चिम की ओर (B) पूर्व की ओर (C) शून्य (D) दक्षिण की ओर

बहु चयनात्मक प्रश्न

18. निम्नलिखित चित्र में सदिश \vec{a} ज्ञात करने के लिए x व y घटकों को जोड़ने का कौनसा तरीका सही है—



19. दो अशून्य सदिश \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार है कि $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - 2\vec{b}|$ तब $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$ का मान हो सकता है।
 (A) $1/4$ (B) $1/8$ (C) 1 (D) 2



Exercise-3

विहित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : कॉलम को सुमेलित कीजिए

1. स्तम्भ-II में दिये समाकलों को स्तम्भ-I में दिये फलनों के साथ सुमेलित कीजिए-

स्तम्भ-I

(A) $\int \sec x \tan x dx$

(B) $\int \operatorname{cosec} Kx \cot Kx dx$

(C) $\int \operatorname{cosec}^2 Kx dx$

(D) $\int \cos Kx dx$

स्तम्भ-II

(p) $-\frac{\operatorname{cosec} Kx}{K} + C$

(q) $-\frac{\cot Kx}{K} + C$

(r) $\sec x + C$

(s) $\frac{\sin Kx}{K} + C$

2. स्तम्भ-I में दिये कथनों को स्तम्भ-II के साथ सुमेलित कीजिए -

स्तम्भ-I

(A) यदि $|\vec{A}| = |\vec{B}|$ तथा $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A}|$ तो \vec{A} व \vec{B} के मध्य कोण

(B) दो बलों $|\vec{F}_1| = 8N$ तथा $|\vec{F}_2| = 4N$ के परिणामी बल का परिमाण हो सकता है

(C) $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$ & $\vec{B} = 3\hat{k}$ के मध्य कोण है

(D) $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j}$ & $\vec{B} = 3\hat{k}$ के परिणामी सदिश का परिमाण है

स्तम्भ-II

(p) 90°

(q) 120°

(r) 12 N

(s) $\sqrt{14}$

भाग - II : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद -1

एक कण घनात्मक x-अक्ष के अनुदिश गति कर रहा है। इसकी स्थिति निम्न प्रकार बदलती है $x = t^3 - 3t^2 + 12t + 20$, जहाँ x मीटर में है और t सेकण्ड में है।

1. कण का प्रारम्भिक वेग है -

(A) 1 m/s

(B) 3 m/s

(C) 12 m/s

(D) 20 m/s

2. कण का प्रारम्भिक त्वरण है -

(A) शून्य

(B) 1 m/s^2

(C) -3 m/s^2

(D) -6 m/s^2

3. कण का वेग जब इसका त्वरण शून्य है -

(A) 1 m/s

(B) 3 m/s

(C) 6 m/s

(D) 9 m/s

अनुच्छेद-2

दो बल $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 2\hat{j}$ N तथा $\vec{F}_2 = 3\hat{j} + 4\hat{k}$ N एक कण पर कार्यरत है

4. कण पर कार्यरत परिणामी बल ज्ञात करो -

(A) $2\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$

(B) $2\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$

(C) $\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$

(D) $\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

5. \vec{F}_1 व \vec{F}_2 के मध्य कोण ज्ञात करो

(A) $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} \right)$

(B) $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{3}{5\sqrt{2}} \right)$

(C) $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3\sqrt{5}} \right)$

(D) $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{5} \right)$

6. बल \vec{F}_1 का घटक बल \vec{F}_2 के अनुदिश ज्ञात करो।

(A) 5/6

(B) 5/3

(C) 6/5

(D) 5/2





भाग - III : कथन/कारण (ASSERTION/REASONING)

- वक्तव्य-1** : एक सदिश वह राशि है जो परिमाण व दिशा दोनों रखती है एवं योग के त्रिभुज नियम का पालन करती है।
वक्तव्य-2 : दिये गये दो सदिशों के परिणामी सदिश का परिमाण दिये गये सदिशों में से किसी के भी सदिश के परिमाण से कभी कम नहीं हो सकता है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
- वक्तव्य-1** : यदि एक बल के आयतीय (लम्बवत्) घटक 8 N व 6N, है तो बल का परिमाण 10N है।
वक्तव्य-2 : यदि $|\vec{A}|=|\vec{B}|=1$ तो $|\vec{A} \times \vec{B}|^2 + |\vec{A} \cdot \vec{B}|^2 = 1$

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
- वक्तव्य-1** : यदि तीन अशून्य सदिश \vec{A} , \vec{B} और \vec{C} सम्बंध $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ तथा $\vec{A} \cdot \vec{C} = 0$ को संतुष्ट करते हैं तो सदिश \vec{A} , $\vec{B} \times \vec{C}$ के समान्तर है।
वक्तव्य-2 : $\vec{A} \perp \vec{B}$ तथा $\vec{A} \perp \vec{C}$ तथा $\vec{B} \times \vec{C} \neq 0$ अतः \vec{A} , \vec{B} तथा \vec{C} से बने तल के लम्बवत् है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
- वक्तव्य-1** : शून्य परिणामी प्राप्त करने के लिए आवश्यक न्यूनतम असमान परिमाण वाले अशून्य सदिशों की संख्या तीन है।
वक्तव्य-2 : असमान परिमाण के तीन सदिश एक त्रिभुज की तीन भुजाओं द्वारा एक ही क्रम में निरूपित किये जाने पर प्राप्त परिणामी सदिश शून्य प्राप्त होता है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
- वक्तव्य-1** : दो सदिशों $(\hat{i} + \hat{j})$ व (\hat{k}) के मध्य कोण $\frac{\pi}{2}$ रेडियन है
वक्तव्य-2 : दो सदिशों $(\hat{i} + \hat{j})$ व (\hat{k}) के मध्य कोण $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right)$ द्वारा दिया जाता है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
- वक्तव्य-1** : दूरी अदिश राशि है।
वक्तव्य-2 : दूरी तय किये गये पथ की लम्बाई है

(A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है





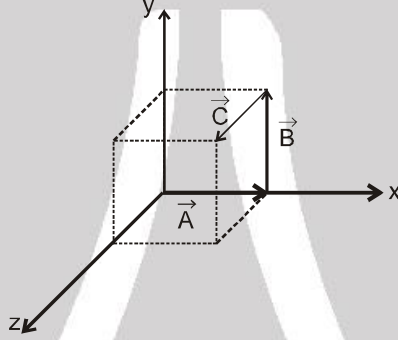
भाग - IV : सत्य/असत्य (TRUE / FALSE)

1. सत्य या असत्य बताइये
 - (i) f के किसी फलन के लिए $f(x) = -f'(x)$ हो सकता है।
 - (ii) f के किसी फलन के लिए $f(x) = f'(x)$ हो सकता है।
 - (iii) यदि \vec{A} व \vec{B} दो बल सदिश हैं तो $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ होगा
 - (iv) यदि \vec{A} व \vec{B} दो अशून्य बल सदिश हैं तो $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A}$ होगा
 - (v) यदि दो अशून्य सदिशों का सदिश गुणन शून्य सदिश है तो वे सदिश संरेखीय हैं।

भाग - V : रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (FILL IN THE BLANKS)

रिक्त स्थान पूर्ति करो

1. एक घन की भुजा की लम्बाई A है। इसकी भुजाएं तीन सदिश \vec{A} , \vec{B} व \vec{C} द्वारा प्रदर्शित है तो तीनों सदिशों के योग का परिमाण के बराबर है।



2. यदि $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ व $\vec{B} = 7\hat{i} + 24\hat{j}$, हो तो \vec{B} के समान परिमाण वाला एवं \vec{A} के समान्तर सदिश है
3. यदि $\vec{A} \parallel \vec{B}$ हो तो $\vec{A} \times \vec{B} = \dots\dots\dots$
4. यदि एक समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएं सदिश $= 3\hat{i} + 2\hat{j}$ व $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित की जाये तो समान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का परिमाण होगा।
5. यदि \vec{A} , \vec{B} के हो, तो $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$
6. सदिश $= \hat{i} + \hat{j}$ (जहाँ \hat{i} व \hat{j} क्रमशः x -अक्ष व y -अक्ष के अनुदिश इकाई सदिश हैं) x अक्ष के साथ..... डिग्री कोण बनाता है।
7. \vec{A} और \vec{B} दो सदिश राशियाँ है, जहाँ $\vec{A} = \alpha\hat{i}$ और $\vec{B} = \alpha(\cos\omega t\hat{i} + \sin\omega t\hat{j})$ है। यहाँ α एक स्थिरांक (constant) है और $\omega = \pi/6 \text{ rad s}^{-1}$ है। यदि $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{3} |\vec{A} - \vec{B}|$ प्रथम बार समय $t = \tau$ पर होता है, तो τ का मान सैकड़ों (constant) में, है।

[JEE (Advanced) 2018; P-1, 3/60]



Answers

EXERCISE-1

भाग - I

खण्ड (A) :

- A-1. 1 A-2. 47 A-3. (A)
 A-4. (C) A-5. (C) A-6. (ACD)
 A-7. (ABCD)

खण्ड (B) :

- B-1. $dy/dx = 2x + 1$
 B-2. $\sec^2 x - \operatorname{cosec}^2 x$
 B-3. $\frac{dy}{dx} = \cos x - \sin x, \frac{d^2y}{dx^2} = -\sin x - \cos x$
 B-4. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + e^x, \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} + e^x$

खण्ड (C) :

- C-1. $e^x \ln x + e^x/x$ C-2. $\cos^2 x - \sin^2 x$

खण्ड (D) :

- D-1. $y' = \frac{-19}{(3x-2)^2}$ D-2. $\frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2}$
 D-3. $\frac{dy}{dx} = 0$
 D-4. (a) 13 (b) -7 (c) 7/25 (d) 20

खण्ड (E) :

- E-1. $5 \cos 5x$
 E-2. $2\omega \cos(\omega x + \phi)$
 E-3. $\frac{dy}{dx} = -27(4-3x)^8$

खण्ड (F) :

- F-1. $dy/dx = -1$ F-2. $\frac{-2xy - y^2}{x^2 + 2xy}$

खण्ड (G) :

- G-1. $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$ G-2. $\frac{ds}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$

खण्ड (H) :

- H-1. 8 H-2. $y_{\max} = 39, y_{\min} = 38$

खण्ड (I) :

- I-1. $48(8x-1)^2$ I-2. $3 \cos(3x+1)$
 I-3. $12x^3$ I-4. $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{3} \sin \frac{x}{3}$

भाग - II

खण्ड (A) :

- A-1. $\frac{x^3}{3} - x^2 + x + c$ A-2. $\frac{3x^{4/3}}{4} + \frac{3x^{2/3}}{2} + c$
 A-3. $\tan x + c$ A-4. $-\cot x + c$
 A-5. $\sec x + c$ A-6. $\frac{1}{3} \ln x + c$

खण्ड (B) :

- B-1. $-\frac{1}{4} \cos(2x^2) + C$ B-2. $\frac{1}{2} \sec 2t + C$
 B-3. $\frac{3}{2-x} + C$ B-4. $-\frac{\cos(8z-5)}{8} + C$

खण्ड (C) :

- C-1. $\frac{3\pi}{2}$ C-2. 24 C-3. $e-1$

खण्ड (D) :

- D-1. लम्बाई $\Delta x = \frac{b}{n}$ व दायें अन्त बिन्दु मानों के n उपअन्तरालों का उपयोग करते हुए क्षेत्रफल $= \int_0^b 2x dx = b^2$ इकाई
 D-2. $\frac{b^2}{4} + b = \frac{b(4+b)}{4}$ इकाई
 D-3. 2 इकाई D-4. $\pi/2$ इकाई
 D-5. (ABC)

भाग - III

खण्ड (A) :

- A-1. (i) 105° , (ii) 150° , (iii) 105° .
 A-2. 120° A-3. $\vec{V}_R = -5\hat{j}$

खण्ड (B) :

- B-1. 30 m पूर्व
 B-2. 50, पूर्व से 53°
 B-3. (A) B-4. (B) B-5. (B)
 B-6. (D) B-7. (D) B-8. (A)
 B-9. (C) B-10. (D) B-11. (D)



खण्ड (C) :

- C-1. $\sqrt{14}$
 C-2. $-25 \cos 30^\circ$ तथा $-25 \sin 30^\circ$
 C-3. $30\sqrt{3} \text{ km h}^{-1}$. C-4. $\pm \frac{\sqrt{11}}{10}$
 C-5. 15° C-6. (A) C-7. (C)

खण्ड (D) :

- D-1. (a) 3 (b) $-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
 D-2. (a) 6 (b) $6\sqrt{3}$
 D-3. (D) D-4. (B)

EXERCISE-2

भाग - I

1. $-1/x$ 2. X 3. (C)
 4. (AC) 5. (ABD) 6. (CD)
 7. $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} + \cos x$, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2}{x^2} - \sin x$
 8. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^{\frac{6}{7}}}{7} + \sec^2 x$, $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-6}{49} x^{\frac{-13}{7}} + 2 \tan x \sec^2 x$
 9. $\frac{dy}{dx} = 1 + 2x + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2}$
 10. $dr/d\theta = \cos \theta + \sec^2 \theta$
 11. $\frac{-\csc^2 x}{(1 + \cot x)^2}$
 12. $\frac{\tan x \left(e^x + \frac{1}{x} \right) - \sec^2 x (e^x + \ln x)}{\tan^2 x}$
 13. $3 \sin^2 x \cos x + 3 \cos 3x$
 14. $4x \sin(x^2 + 1) \cos(x^2 + 1)$
 15. $\frac{1-r}{\sqrt{2r-r^2}}$ 16. $\frac{dy}{dx} = \frac{18y-3x^2}{3y^2-18x}$
 17. (a) $\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt} = 5\pi r^2$
 (b) $\frac{dV}{dt} = 2\pi r h \frac{dr}{dt} = 10\pi r h$
 (c) $\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt} + 2\pi r h \frac{dr}{dt} = 5\pi r^2 + 10\pi r h$
 18. $x = 30$ & $y = 30$
 19. $x = \sqrt{\frac{40}{3}} \text{ m}$

भाग - II

1. $-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$
 2. $2x + \cot x + C$
 3. $-\cos \theta + \theta + C$
 4. $(y^4 + 4y^2 + 1)^3 + C$
 5. $\left[\frac{2}{5} \sqrt{5x+8} \right] + C$
 6. $-\frac{1}{3} (3-2s)^{3/2} + C$
 7. $\frac{1}{3} \tan(3x+2) + C$
 8. $-2 \csc \left(\frac{v-\pi}{2} \right) + C$
 9. $\frac{-3}{(2+\sin t)^2} + C$
 10. $\frac{3\pi^2}{2}$ 11. $7/3$ 12. 1
 13. $\frac{1}{3} \ln \frac{5}{2} = \ln \left(\frac{5}{2} \right)^{\frac{1}{3}}$
 14. लम्बाई $\Delta x = b/n$ व दांयें अन्त बिन्दु मानों के n उपअन्तरालों का उपयोग करते हुए
 क्षेत्रफल $= \int_0^b 3x^2 dx = b^3$

भाग - III

1. नहीं यह समान भौतिक राशि को प्रदर्शित नहीं करेगा।
 2. 24 N; 37° लगभग.
 3. $P = 40$; $Q = 30$ 4. 37°
 5. $r(1 + \sqrt{2})$ 6. $\frac{4\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{45}}$
 7. $3\sqrt{5}$, $\tan^{-1} \frac{1}{2}$ 8. (A)
 9. (A) 10. (B) 11. (B)
 12. (B) 13. (D) 14. (A)
 15. (B) 16. (A) 17. (D)
 18. (ABC) 19. (D)



EXERCISE-3

भाग - I

1. (A) \rightarrow r, (B) \rightarrow p, (C) \rightarrow q, (D) \rightarrow s
2. (A) \rightarrow q, (B) \rightarrow r, (C) \rightarrow p, (D) \rightarrow s

भाग - II

1. (C)
2. (D)
3. (D)
4. (A)
5. (B)
6. (C)

भाग - III

1. (C)
2. (B)
3. (D)
4. (A)
5. (A)
6. (A)

भाग - IV

1. (i) T (ii) T (iii) T
- (iv) F (v) T

भाग - V

1. $(\sqrt{3})A$
2. $15\hat{i} + 20\hat{j}$
3. शून्य सदिश
4. $\sqrt{224}$ इकाई
5. लम्बवत्
6. 45°
7. 2.00