Exercise-1

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

खण्ड (A) : सरल आवर्त गति का समीकरण

A-1. सरल आवर्त गति कर रहे एक कण का समीकरण $x = (5m)\sin\left[(\pi s^{-1})t + \frac{\pi}{6}\right]$ है। आयाम, प्रारम्भिक कला नियतांक, आवर्तकाल व अधिकतम चाल लिखिए।

A-2. 10 g द्रव्यमान का एक कण समीकरण $x = (2.0\ cm)\sin[(100\ s^{-1})t + \pi/6]$ के अनुसार दोलन करता है। ज्ञात करो (a) आयाम, आवर्तकाल व बल नियतांक (b) t = 0 पर स्थिति, वेग व त्वरण।

A-3. एक सरल आवर्त गति का आयाम A व आवर्तकाल T है। इसके द्वारा निम्न दूरी तय करने के लिए आवश्यक समय ज्ञात कीजिए।

(a) x = 0 से x = A/2 तक (b) x = 0 से $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ तक (c) x = A से x = A/2 तक (d) $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ से $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ तक

(e) $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ से x = A तक

A-4. एक कण A आयाम व v_0 अधिकतम वेग से सरल आवर्त गति कर रहा है। माध्य अवस्था से $\frac{A}{2}$ दूरी पर इसकी चाल ज्ञात करो।

A-5. एक कण आयाम 10 cm व आवर्तकाल 6 s से सरल आवर्त गति कर रहा है। t = 0 पर माध्य स्थिति से इसकी स्थिति x = 5 cm है तथा यह धनात्मक x-दिशा में जा रहा है। समय t पर विस्थापन x के लिए समीकरण लिखो। t = 4s पर कण के त्वरण का परिमाण ज्ञात करो।

A-6. एक कण सरल आवर्त गति कर रहा है। कण की वह स्थितियां ज्ञात करों जहाँ कण की चाल 8 cm/s है, यदि कण की चाल तथा त्वरण के अधिकतम परिमाण क्रमशः 10 cm/s तथा 50 cm/s^2 है।

खण्ड (B) : ऊर्जा

B-1. एक कण 10cm आयाम के साथ सरल आवर्त गति कर रहा है। माध्य स्थिति से किस दूरी पर कण की गतिज ऊर्जा उसकी स्थिति ऊर्जा की तीन गुनी होगी ?

B-2. एक 0.2 kg द्रव्यमान की वस्तु x–अक्ष के अनुदिश $(25/\pi)$Hz की आवृत्ति से सरल आवर्त गति करती है। स्थिति x = 0.04m पर वस्तु की गतिज ऊर्जा 0.5 J व स्थितिज ऊर्जा 0.4 J है। दोलन का आयाम ज्ञात करो। **[1994 ; 2M]**

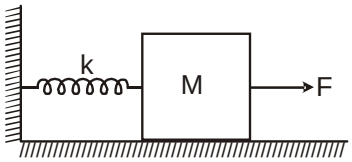
खण्ड (C) : स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय

C-1. एक स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय का आवर्तकल 2 सेकण्ड है। यदि ब्लॉक का द्रव्यमान 10 ग्राम हो, तो स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक क्या होना चाहिए।

C-2. एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से लटकी 2 kg द्रव्यमान की वस्तु 4s के आवर्त काल से सरल आवर्त गति करती है। यदि दोलन रोक दिये जायें व वस्तु साम्यावस्था में लटकी रहती है, तो स्प्रिंग में संग्रहित स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करो।

C-3. एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय जिसमें स्प्रिंग का नीचला सिरा स्थिर है, में अल्प दोलन करवाये जाते है। यदि स्प्रिंग को 25 cm से खींचा जाता है तो स्प्रिंग 5 J ऊर्जा संग्रहित करती है। यदि गुटका प्रत्येक सेकण्ड में 5 दोलन करता है तो गुटके का द्रव्यमान ज्ञात करो।

C-4. चित्र में एक स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय दिखाया गया है, स्प्रिंग प्रारम्भ में अविस्तारित है। एक व्यक्ति नियत बल F से वस्तु को खींचना प्रारम्भ करता है तो ज्ञात करो

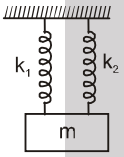


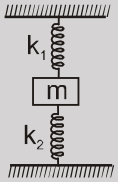
(a) वस्तु की गति का आयाम व आवर्तकाल

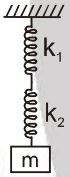
(b) माध्य अवस्था पर वस्तु की गतिज ऊर्जा

(c) स्प्रिंग में संग्रहित ऊर्जा जब ब्लॉक माध्य अवस्था से गुजरता है।

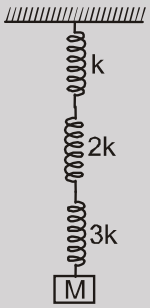
C-5. चित्रानुसार तीन स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय दिखाये गये है तथा गुरूत्वीय मुक्त क्षेत्र मानना है। प्रत्येक स्थिति में दोलन का आवर्तकाल ज्ञात करो। यदि क्षेत्र गुरूत्वहीन नही हो तो उत्तर क्या होंगे ?

(a) 

(b) 

(c) 

C-6. चित्र में स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय दिखाया गया है। जब ब्लॉक माध्यवस्था पर है, तब प्रत्येक स्प्रिंग में संग्रहित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करो। पिण्ड के ऊर्ध्वाधर दोलन का आवर्तकाल भी ज्ञात करो।



खण्ड़ (D) : सरल लोलक

D-1. उस स्थान पर सेकण्ड लोलक की लम्बाई ज्ञात करो, जहाँ $g = \pi^2\ m/s^2$ ।

D-2. एक सरल लोलक की डोरी के द्वारा ऊर्ध्वाधर के साथ बनाया गया तात्क्षणिक कोण (रेडियन में) समय पर $\theta = \frac{\pi}{180}\sin 2\pi t$ के अनुसार निर्भर करता है। तो लोलक की लम्बाई ज्ञात करो यदि $g = \pi^2\ m/s^2$ है।

D-3. एक लोलक घड़ी उस स्थान पर सही समय देती है जहां $g = 9.8\ m/s^2$ है। यह किसी दूसरे स्थान पर ले जाई जाती है, जहां यह 24 घण्टे में 24 सैकण्ड पीछे रह जाती है तो इस नये स्थान पर g का मान ज्ञात करो।

D-4. एक लोलक एक लिफ्ट में लटका है व इसका दोलन काल T_0 है, जब लिफ्ट स्थिर है।

(i) लोलक का दोलन काल T क्या होगा, यदि लिफ्ट नीचे की ओर $\frac{3g}{4}$ त्वरण से चलना प्रारम्भ करे ?

(ii) लोलक का दोलनकाल $\frac{T_0}{2}$ होने के लिए लिफ्ट का त्वरण क्या होना चाहिए ?

खण्ड़ (E) : पिण्ड लोलक व मरोड़ी लोलक

E-1. भौतिक लोलक निम्न से बनाया जाता है

(a) एक ℓ लम्बाई की छड़ जो छ़ड के केन्द्र से $\ell/4$ दूरी पर लटकी है।

(b) द्रव्यमान m व त्रिज्या r की एक वलय जो इसकी परिधि पर किसी बिन्दु से लटकी है।

(c) एक कोने से लटकी हुई a भुजा की एक समरूप वर्गाकार प्लेट

(d) केन्द्र से r/2 दूरी पर लटकी हुई m द्रव्यमान व r त्रिज्या की एक समरूप चकती। प्रत्येक स्थिति में अल्प दोलनों का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

E-2. दो भोतिक लोलक निम्न से बनाये गये है।

(a) r त्रिज्या की एक चकती

(b) L लम्बाई की एक समान छ़ड

अल्प दोलनों के लिए न्यूनतम संभव आवर्तकाल ज्ञात कीजिए तथा न्यूनतम संभव आवर्तकाल के लिए छिद्र की केन्द्र से दूरी भी ज्ञात करो।

खण्ड़ (F) : सरल आवर्त गति का अध्यारोपण

F-1. निम्न दो सरल आवर्त गतियों के अधीन एक कण गतिशील है $X_1 = a_1 \sin\omega t$ तथा $X_2 = a_2 \sin(\omega t + \phi)$ जहाँ $a_1 = 3.0$ cm, $a_2 = 4.0$ cm दोनों गतियों का परिणामी आयाम ज्ञात करो यदि इन गतियों के मध्य कलान्तर (a) 0°, (b) 60°, (c) 90° हो।

F-2. तीन सरल आवर्त गतियाँ जो समान आयाम a तथा समान आवर्त काल के साथ एक दिशा में हो रही है, के अधीन एक कण गति कर रहा है। द्वितीय गति, प्रथम से 30° कलान्तर आगे तथा तृतीय गति, द्वितीय गति से 30° कलान्तर आगे है, तो परिणामी गति का आयाम ज्ञात करो।

F-3. दो लम्बवत् दोलन $x = \sin \pi t$ तथा $y = 2\cos 2\pi t$ एक साथ एक कण पर कार्यरत है, तो कण के पथ का समीकरण लिखो।

खण्ड़ (G) : JEE-Main के लिए

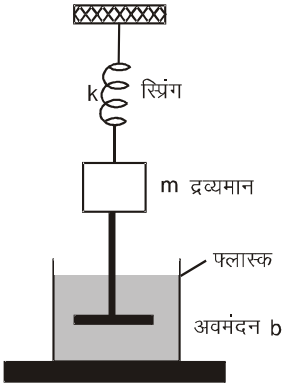
G-1. कण के प्रणोदित दोलन में आयाम बल की ω_1 आवृति के लिए अधिकतम होता है। जबकि ω_2 आवृति के लिए ऊर्जा अधिकतम होती है। ω_1 तथा ω_2 में सम्बन्ध क्या होगा।

G-2. चित्र में प्रदर्शित अवमंदित दोलन के लिए ब्लॉक का द्रव्यमान 200 g, $k = 80$ Nm^{-1} है तथा अवमंदन नियतांक $b = 40$ g s^{-1} है। गणना कीजिए।

(a) दोलन का आवर्तकाल

(b) दोलन का आयाम प्रारम्भिक मान के आधे होने में लिया गया समय

(c) यांत्रिक ऊर्जा प्रारम्भिक मान की आधी होने में लिया गया समय



भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

खण्ड (A) : सरल आवर्त गति की समीकरण

A-1. वैज्ञानिकों के अनुसार वह एक बल $F = -cx^{1/3}$ एक कण पर आरोपित करता है तथा कण सरलआवर्त गति करता है। कण पर अन्य कोई बल कार्यरत नहीं है तथा c नियतांक है या नही, यह नही बताया जाता है। (माना है कि सिर्फ x धनात्मक है)

(A) जैसाकि x बढ़ने पर c बढ़ेगा। (B) जैसाकि x बढ़ने पर c घटेगा।

(C) जैसाकि x बढ़ने पर c अपरिवर्तित रहेगा। (D) गति सरल आवर्ती नहीं हो सकती।

A-2. सरल आवर्त गति करता हुआ एक कण गति के एक निश्चित बिन्दु पर कण की दो क्रमागत उपस्थितियों के मध्य समयान्तराल T (सरल आवर्त गति का आर्वतकाल) लेता है यह बिन्दु है –

(A) सीमान्त स्थिति (B) माध्य स्थिति

(C) धनात्मक सीमान्त स्थिति व माध्य स्थिति के बीच (D) ऋणात्मक सीमान्त स्थिति व माध्य स्थिति के बीच

A-3. एक कण रेखीय सरल आवर्त गति कर रहा है। कण का आवर्तकाल कण द्वारा विशेष वेग $\vec{v}$ प्राप्त करने में लिये गये न्यूनतम समयान्तराल के बराबर होता है। $\vec{v}$ का परिमाण हो सकता है।

(A) शून्य (B) V_{max} (C) $\frac{V_{max}}{2}$ (D) $\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

A-4. यदि $\vec{F}$ बल सदिश $\vec{v}$ वेग सदिश $\vec{a}$ त्वरण सदिश तथा $\vec{r}$ माध्य स्थिति से विस्थापन सदिश है तो एक सरल रेखा के अनुदिश सरल आवर्त गति में निम्न में से कौनसी राशियाँ हमेशा अऋणात्मक रहती है ?

(A) $\vec{F}.\vec{a}$ (B) $\vec{v}.\vec{r}$ (C) $\vec{a}.\vec{r}$ (D) $\vec{F}.\vec{r}$

A-5. दो सरल आवर्त गतियों को $y = a \sin(\omega t - \phi)$ तथा $y = b \cos(\omega t - \phi)$ से प्रदर्शित करते है। इन दोनों के मध्य कलान्तर होगा।

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

A-6. आवर्ती दोलन करते कण की गति प्रारम्भ होने के कितने समय पश्चात् कण का विस्थापन, आयाम का आधा होगा यदि आवर्तकाल 24 सैकण्ड तथा कण स्थिरावस्था से प्रारम्भ होता है।

(A) 12s (B) 2s (C) 4s (D) 6s

A-7. सरल आवर्त गति मे साम्यावस्था से आधे आवर्त काल में औसत त्वरण का परिमाण होगा–

(A) $\frac{2A\omega^2}{\pi}$ (B) $\frac{A\omega^2}{2\pi}$ (C) $\frac{A\omega^2}{\sqrt{2}\pi}$ (D) शून्य

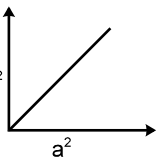
A-8. एक कण y-अक्ष पर समीकरण $y = A + B \sin \omega t$ के अनुसार सरल आवर्त गति करता है, तो इसका आयाम होगा।

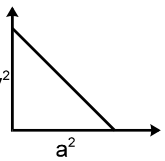
(A) A (B) B (C) A + B (D) $\sqrt{A^2 + B^2}$

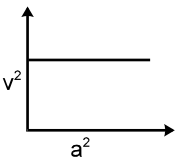
A-9. दो कण समान सरल रेखा के अनुदिश समान माध्य स्थिति से समान आयाम तथा समान आवृत्ति से सरल आवर्त गति करते हैं। जब वे एक दूसरे को बिना टक्कर के पार (cross) करते हैं, तब वे विपरीत दिशा में गति कर रहे होते हैं और उस क्षण जब माध्य स्थिति से उनका विस्थापन उनके आयाम का आधा होता है, तब उनके मध्य कलान्तर होगा–

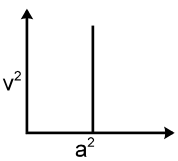
(A) 0° (B) 120° (C) 180° (D) 135°

A-10. एक द्रव्यमान M रेखीय सरल आवर्त गति कर रहा है। त्वरण a तथा संगत रेखीय वेग v के मध्य सही लेखाचित्र होगा–

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

खण्ड़ (B) : ऊर्जा

B-1. सरल आवर्त गति करती वस्तु साम्यावस्था से गुजरती है। इस क्षण, इसमें

(A) अधिकतम स्थितिज ऊर्जा होगी। (B) अधिकतम गतिज ऊर्जा होगी।

(C) न्यूनतम गतिज ऊर्जा होगी। (D) अधिकतम त्वरण होगा।

B-2. A आयाम से सरल आवर्त गति करते कण की K.E. तथा P.E. बराबर हो तो इसका विस्थापन होगा

(A) $\sqrt{2}A$ (B) $\frac{A}{2}$ (C) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}A$

B-3. 0.1 किग्रा. द्रव्यमान का एक बिन्दु कण 0.1 मीटर के आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब कण अपनी माध्यावस्था से गुजरता है तो इसकी गतिज ऊर्जा 8×10^{-3} जूल है। गति का समीकरण क्या हो सकती है, जबकि दोलन की प्रारम्भिक कला 45° हैः **[I.I.T. 1991]**

(A) $0.1\cos\left(4t+\frac{\pi}{4}\right)$ (B) $0.1\sin\left(4t+\frac{\pi}{4}\right)$ (C) $0.4\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)$ (D) $0.2\sin\left(\frac{\pi}{2}+2t\right)$

B-4. सरल आवर्त गति करते हुए कण के लिए :

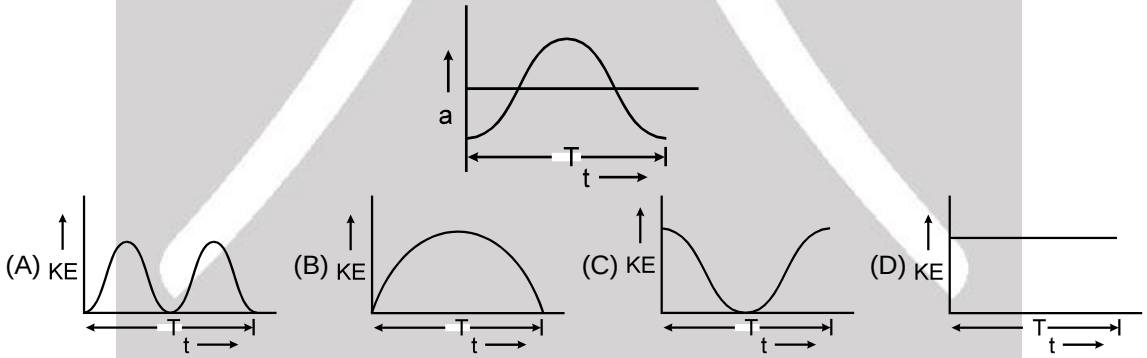
(A) गतिज ऊर्जा कभी भी स्थितिज ऊर्जा के बराबर नहीं होती है।

(B) गतिज ऊर्जा हमेशा स्थितिज ऊर्जा के बराबर होती है।

(C) एक आवर्त काल में औसत गतिज ऊर्जा इस आवर्त काल में औसत स्थितिज ऊर्जा के बराबर होती है।

(D) किसी भी समयान्तराल में औसत गतिज ऊर्जा इस समयान्तराल में औसत स्थितिज ऊर्जा के बराबर होती है।

B-5. नीचे दिये गये लेखाचित्र में सरल आवर्त गति करती एक वस्तु के त्वरण a तथा आवर्तकाल T के मध्य संबंध प्रदर्शित किया गया है। इसके संगत गतिज ऊर्जा KE व समय t के मध्य सही लेखाचित्र होगा–



B-6. एक कण A आयाम से सरल रेखा के अनुदिश सरल आवर्त गति करता है जब यह माध्य स्थिति से $\frac{\sqrt{3}}{2}$ A दूरी पर है तब इसकी गतिज ऊर्जा, आवेगीय बल द्वारा $\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ बढ़ा दी जाती है। अतः इसका नया आयाम है :

(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ A (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ A (C) $\sqrt{2}$ A (D) $\sqrt{5}$ A

खण्ड़ (C) : स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय

C-1. समान द्रव्यमान तथा स्प्रिंग नियतांक क्रमशः k_1 व k_2 के दो स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय है। यदि इनके अधिकतम वेग समान है तो 1st के आयाम का 2nd के आयाम के साथ अनुपात है–

(A) $\sqrt{k_1/k_2}$ (B) k_1/k_2 (C) k_2/k_1 (D) $\sqrt{k_2/k_1}$

C-2. एक m द्रव्यमान की खिलौना गाड़ी से दो समान रबर के रिबन चित्र में दिखाए अनुसार बांधे गये है। रबर के रिबन का बल नियतांक k तथा सतह घर्षणहीन है। साम्यावस्था पर रिबन अविरूपित अवस्था में है। कार को माध्यावस्था से x cm विस्थापित करके छोड़ दिया जाए तो कम्पन्न काल होगा।

(A) $2\pi\sqrt{\frac{m(2k)}{k^2}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m(2k)}{k^2}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k+k}}$

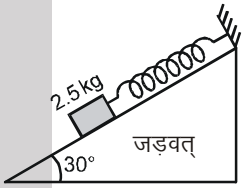
C-3. एक 1 किग्रा. का द्रव्यमान स्प्रिंग के निचले सिरे से जुड़ा है तथा किसी निश्चित आवृत्ति से कम्पन्न कर रहा है। आवृत्ति के इस निश्चित मान को आधा करने के लिए निम्न द्रव्यमान जोड़ना पड़ेगा : **[REE – 1988]**

(A) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg

C-4. m किग्रा द्रव्यमान की एक गेंद, k स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग से लटकायी जाती है। गेंद T सैकण्ड आवर्त काल से दोलन करती है। यदि गेंद को हटा दिया जाए तो स्प्रिंग निम्न लम्बाई से छोटी (माध्य स्थिति से लम्बाई के सापेक्ष) हो जायेगी –

(A) $\frac{gT^2}{(2\pi)^2}$ मीटर (B) $\frac{3T^2g}{(2\pi)^2}$ मीटर (C) $\frac{Tm}{k}$ मीटर (D) $\frac{Tk}{m}$ मीटर

C-5. दिये गये चित्र में एक चिकने नत तल का क्षैतिज के साथ कोण 30º है। इस नत तल पर 2.5 kg द्रव्यमान का एक गुटका रखा हुआ है जिसे स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ा हुआ है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा नत तल के ऊपरी सिरे से जुड़ा है। यदि द्रव्यमान को नत तल के अनुदिश 2.5 सेमी ऊपर ले जाया जाता है तो स्प्रिंग में तनाव घटकर शून्य हो जाता है। यदि अब द्रव्यमान को स्वतंत्र छोड़ दिया जाए तो दोलनों की कोणीय आवृत्ति रेडियन/सेकण्ड में होगी :

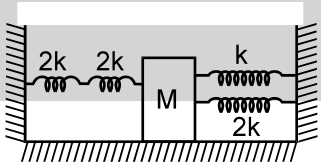


(A) 0.707 (B) 7.07 (C) 1.414 (D) 14.14

C-6. स्प्रिंग द्वारा आरोपित प्रत्यानयन बल के कारण एक कण सरल आवर्त गति करता है। आवर्त काल T है। यदि स्प्रिंग को दो भागों में विभाजित कर दिया जाये तथा इसके आधे एक भाग से सरल आवर्त गति कराई जाय तो आवर्त काल –

(A) T के बराबर होगा। (B) 2T हो जाएगा। (C) T/2 हो जाएगा। (D) $T/\sqrt{2}$ हो जाएगा।

C-7. चित्र में दिखायें अनुसार घर्षण रहित तल पर रखे हुए M द्रव्यमान के एक ब्लॉक से चार स्प्रिंग जुड़ी हुई है। जिनके बल नियतांक 2k, 2k, k तथा 2k है। यदि M द्रव्यमान को क्षैतिज दिशा में विस्थापित किया जाए तो निकाय की आवृत्ति होगी : **[JEE 1990]**



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{4M}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{M}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{7M}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{7k}{M}}$

C-8. एक स्प्रिंग की मदद से सरल आवर्त गति करते हुए m द्रव्यमान के एक कण की कुल यांत्रिक ऊर्जा $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ है। माना कण को दूसरे m/2 द्रव्यमान के कण से प्रतिस्थापित कर दिया जाता है जबकि आयाम A अपरिवर्तित है तो नई यांत्रिक ऊर्जा होगी।

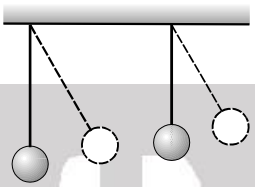
(A) $\sqrt{2}$ E (B) 2E (D) E/2 (D) E

खण्ड़ (D) : सरल लोलक

D-1. दो लोलक एक साथ दोलन प्रारम्भ करते है। पहला लोलक 9 दोलन पूरे करता है, जब दूसरा 7 पूरे करता है। दोनों लोलकों की लम्बाईयों का अनुपात होगा।

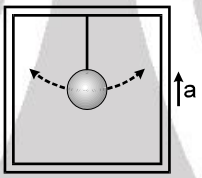
(A) $\frac{49}{81}$ (B) $\frac{7}{9}$ (C) $\frac{50}{81}$ (D) $\frac{1}{2}$

D-2. दो लोलक जो कि प्रारम्भ में स्थिरावस्था में है, एक साथ दोलन प्रारम्भ करते है। उनकी लम्बाई क्रमशः 1.44 मी. तथा 1 मी. है। वे पुनः एक साथ एक ही कला में होगे (लम्बे लोलक के सापेक्ष) –



(A) 1 कम्पन्न के बाद (B) 3 कम्पन्न के बाद (C) 4 कम्पन्न के बाद (D) 5 कम्पन्न के बाद

D-3. एक वैज्ञानिक एक स्थिर लिफ्ट में सरल लोलक का आवर्तकाल T मापता है। यदि लिफ्ट ऊपर की तरफ g/4 त्वरण से गति करे तो नया आवर्तकाल होगाः–



(A) $\frac{T}{4}$ (B) 4 T (C) $\frac{2}{\sqrt{5}}T$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}T$

D-4. एक सरल लोलक का आवर्तकाल T है। यदि इसका आयाम 5% कम हो जाये तो इसके आवर्तकाल में कितने प्रतिशत परिवर्तन हो जाएगा ?

(A) 6 % (B) 3 % (C) 1.5 % (D) 0 %

D-5. एक सरल लोलक जिसकी लम्बाई ℓ व गोलक का द्रव्यमान m है, A लघु आयाम से सरल आवर्त गति करता है। रस्सी में अधिकतम तनाव होगा –

(A) $mg(1 + A/\ell)$ (B) $mg\,(1 + A/\ell)^2$ (C) $mg[1 + (A/\ell)^2]$ (D) 2 mg

खण्ड़ (E) : पिण्ड लोलक व मरोड़ी लोलक

E-1. एक 25 किग्रा. द्रव्यमान का ठोस गोला जिसकी त्रिज्या 20 सेमी. है, एक उर्ध्व तार से इस प्रकार लटकाया जाता है कि निलम्बन बिन्दु गोले के केन्द्र से ठीक ऊपर (उर्ध्वाधर) है। गोले को 1.0 रेडियन कोण से घुमाने के लिए तथा उसके बाद अपनी स्थिति को बनाये रखने के लिए 0.10 न्यूटन–मी. का बल–आघूर्ण आवश्यक है। अगर तत्पश्चात् गोले को मुक्त छोड़ दिया जाये तो इसके दोलनों का आवर्तकाल होगा –

(A) π सैकण्ड (B) $\sqrt{2}\,\pi$ सैकण्ड (C) 2π सैकण्ड (D) 4π सैकण्ड

E-2. एक सिरे के सापेक्ष झूल रही एक मीटर छड़ f_0 आवृत्ति से दोलन करती है। अगर छड़ का नीचे का आधा भाग काट दिया जाए तो दोलनों की नयी आवृत्ति क्या होगी –

(A) f_0 (B) $\sqrt{2}\,f_0$ (C) $2f_0$ (D) $2\,f_0$

खण्ड़ (F) : सरल आवर्त गति का अध्यारोपण

F-1. जब समान आवृत्ति, समान आयाम तथा समान कला की दो परस्पर लम्बवत् सरल आवर्त गतियाँ अध्यारोपित होती हैं तो –
(A) परिणामी गति समरूप वृत्तीय गति होती है।
(B) परिणामी गति, गतियों की सरल रेखाओं के एक घटक से समान रूप से झुकी हुई सरल रेखा के अनुदिश रेखीय सरल आवर्त गति है।
(C) परिणामी गति, गति के घटकों की रेखा के सापेक्ष सममित दीर्घवृत्तीय गति होगी।
(D) दोनों सरल आवर्त गति एक दूसरे को निरस्त कर देंगी।

F-2. गति में एक कण की मूल बिन्दु के सापेक्ष स्थिति $y = C\sin\omega t + D\cos\omega t$ से दी जाती है तो कण की गति है
(A) C + D आयाम की सरल आवर्त गति है। (B) $\sqrt{C^2 + D^2}$ आयाम की सरल आवर्त गति है।
(C) (C + D)/2 आयाम की सरल आवर्त गति है। (D) सरल आवर्त गति नहीं है।

F-3. एक सरल आवर्त गति $y = 5(\sin 3\pi t + \sqrt{3}\cos 3\pi t)$ से प्रदर्शित की जाती है। गति का आयाम क्या होगा, यदि y मीटर में है?
(A) 100 cm (B) 5 m (C) 200 cm (D) 1000 cm

F-4. x-y तल में गति करते हुए एक कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = (A\sin\omega t)\,\hat{i} + (A\cos\omega t)\,\hat{j}$ से दिया जाता है तो कण की गति
(A) सरल आवर्त गति है। (B) वृत्त पर गति है। (C) सरल रेखा पर गति है। (D) नियत त्वरण से होती है।

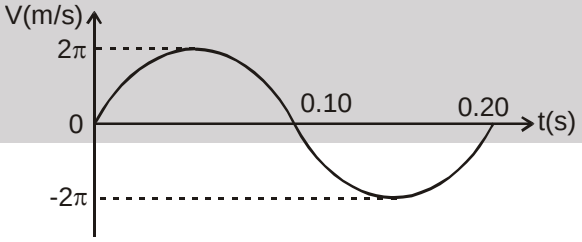
खण्ड़ (G) : JEE Main के लिए

G-1. जब एक अवमन्दित दोलक 100 दोलन पूरे करता है, तो उसका आयाम प्रारम्भिक मान का $\frac{1}{3}$ हो जाता है। 200 दोलन पूरे करने के पश्चात् इसका आयाम हो जायेगा : **[AIPMT 2002]**
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{9}$

G-2. किसी दोलित्र पर अवमन्दक–बल वेग के समानुपाती होता है तो, समानुपाती नियतांक का मात्रक है :
(A) $kgms^{-1}$ (B) $kgms^{-2}$ (C) kgs^{-1} (D) kgs

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. एक सरल आवर्त गति कम्पित्र में, k = 200 N/m की स्प्रिंग के साथ एक पिण्ड जुड़ा हैं। पिण्ड घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर साम्यवस्था बिन्दु x = 0 के साथ सरकता है। पिण्ड के वेग v का समय t के फलन के रूप में चित्रण ग्राफ में दर्शाया गया है। बायें स्तम्भ में दी गई सूचना को दायें स्तम्भ में दिये गये परिमाणों से सही मिलाओ – ($\pi^2 = 10$ का प्रयोग करें)



बांया स्तम्भ	दायाँ स्तम्भ
(A) पिण्ड का द्रव्यमान किग्रा. में।	(p) – 0.20
(B) t = 0 पर पिण्ड का विस्थापन मीटर में।	(q) – 200
(C) t = 0.10 सेकण्ड पर पिण्ड का त्वरण मी./से.^{2} में।	(r) 0.20
(D) पिण्ड की महत्तम गतिज ऊर्जा जूल में।	(s) 4.0

2. स्तम्भ-I में एक निकाय की स्थिति को प्रत्येक विकल्प बताया गया है तथा उसके संगत आवर्तकाल स्तम्भ-II में दिया गया है। तो इनकों सुमेलित करो।

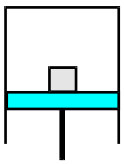
स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) एक सरल लोलक जो कि लम्बाई 'ℓ' का है जो कि एक अल्प आयाम के साथ लिफ्ट में दोलन कर रहा है। लिफ्ट नीचे की तरफ मन्दन g/2 से जा रही है।	(p) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$
(B) एक ब्लॉक को एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के एक सिरे पर लगा दिया जाता है जिसका दूसरा सिरा एक स्थिर लिफ्ट की छत से जड़वत लगा है तथा साम्यवस्था में यह स्प्रिंग में ℓ विस्तार करती है। इसका आवर्तकाल क्या होगा जब लिफ्ट ऊपर की तरफ g/2 त्वरण से जा रही होगी।	(q) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
(C) ℓ लम्बाई की एक समरूप छड़ को एक सिरे पर बिना घर्षण के किलकीत कर दिया जाता है। यह छड़ ऊर्ध्वाधर तल में दोलन कर रही है। तो छोटे दोलनों के लिए इसका आवर्तकाल होगा।	(r) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$
(D) एक घनाकार ब्लॉक की भुजा ℓ है तथा विशिष्ट घनत्व (गुरूत्व) 1/2 है तथा इसका कुछ आयतन पानी के अन्दर है जो कि एक बड़े जड़वत पात्र में भरा हुआ है, यह साम्यावस्था में है। श्यान बलों व पृष्ठतनाव को नगण्य मानो तो ऊर्ध्वाधर दिशा में छोटे दोलनों के लिए ब्लॉक का आवर्तकाल होगा।	(s) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}}$

Exercise-2

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. दिये गये चित्र में एक गुटका जिसका द्रव्यमान m है, एक पिस्टन पर स्थिरावस्था में है। पिस्टन 1 sec. के आवर्तकाल से ऊर्ध्वाधर सरल आवर्त गति कर रहा है। गति का वह न्यूनतम आयाम क्या होगा, जिस पर गुटका तथा पिस्टन एक दूसरे से अलग हो जायें –

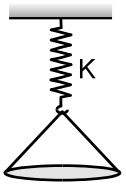


(A) 0.25 m (B) 0.52 m (C) 2.5 m (D) 0.15 m

2. m द्रव्यमान का एक कण जो कि एकविमीय स्थितिज क्षेत्र में स्थित है, की स्थितिज ऊर्जा $U(x) = U_0(1 - \cos ax)$ से परिवर्तित होती है, जहाँ U_0 तथा a नियतांक हैं। माध्य अवस्था के सापेक्ष कण के लघु दोलनों का आवर्त काल होगा–

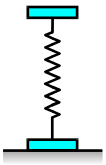
(A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{aU_0}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{am}{U_0}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{m}{a^2U_0}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{a^2m}{U_0}}$

3. चित्रानुसार एक m द्रव्यमान की ठोस गेंद H ऊँचाई से एक चौड़े पलड़े पर गिरती है जो k स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग से लटका है। यदि पलड़ा द्रव्यमान रहित तथा गेंद टकराकर वापस नहीं उछलती है, तो दोलन का आयाम होगा–



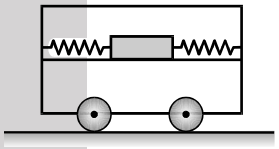
(A) $\frac{mg}{K}$ (B) $\frac{mg}{k}\left(1+\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}$ (C) $\frac{mg}{K}+\left(\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}$ (D) $\frac{mg}{K}\left[1+\left(1+\frac{2HK}{mg}\right)^{1/2}\right]$

4. चित्रानुसार दो समान द्रव्यमान की प्लेटें एक स्प्रिंग के दोनों सिरों से दृढ़ता पूर्वक जोड़ी जाती है। एक प्लेट क्षैतिज सतह पर विश्राम अवस्था में है जबकि दूसरी प्लेट के कारण स्प्रिंग में y संपीड़न है तथा यह स्थिर और साम्य अवस्था में है। वह न्यूनतम संपीडन जिसके लिये संपीडन बल को हटाने के पश्चात् नीचे वाली प्लेट गति के दौरान सतह से संपर्क छोड़ दे, होगा–



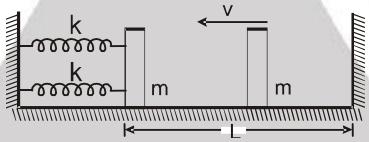
(A) 0.5 y (B) 3y (C) 2y (D) y

5. दो समान स्प्रिंग जिनका स्प्रिंग नियतांक k है, चित्रानुसार m द्रव्यमान के गुटके से जुड़ी हुई है। गुटका एक क्षैतिज चिकने प्लेटफॉर्म पर खिसक सकता है। क्षैतिज प्लेटफॉर्म M द्रव्यमान की ट्राली की विपरीत दीवारों से जुड़ा है। यदि गुटके को x सेमी विस्थापित करके छोड़ दिया जाये तो दोलन का आवर्तकाल होगा–



(A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{Mm}{2k}}$ (B) $T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m)}{kmM}}$ (C) $T = 2\pi\sqrt{\frac{mM}{2k(M+m)}}$ (D) $T = 2\pi\frac{(M+m)^2}{k}$

6. चित्रानुसार दांयी ओर स्थित गुटका v चाल से साम्यावस्था में स्थित बायें गुटके की ओर गति कर रहा है। सभी टक्करें प्रत्यास्थ हैं तथा सभी सतह घर्षण रहित है। आवर्त गति का आवर्तकाल ज्ञात करो ? दोनों गुटको की चौड़ाई नगण्य मानिये।



(A) $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}+\frac{2L}{v}$ (B) $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}+\frac{L}{v}$ (C) $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}-\frac{L}{v}$ (D) $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}+\frac{L}{v}$

7. एक ℓ लम्बाई के सरल लोलक के गोलक को t = 0 समय पर अल्प कोणीय विस्थापन θ_0 से छोड़ा जाता है। किसी समय t पर माध्य स्थिति से गोलक का रेखीय विस्थापन होगा :

(A) $\ell\theta_0\cos\sqrt{\frac{g}{\ell}}t$ (B) $\ell\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\cos\theta_0$ (C) $\ell g\sin\theta_0$ (D) $\ell\theta_0\sin\sqrt{\frac{g}{\ell}}t$

8. ℓ लम्बाई के सरल लोलक के अल्प दोलनों का आर्वतकाल क्या होगा, यदि निलम्बन बिन्दु O पृथ्वी के सापेक्ष नियत त्वरण $\alpha = \alpha_1\hat{i} - \alpha_2\hat{j}$ से गति करता है ($\hat{i}$ तथा $\hat{j}$ क्रमश क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर दिशाओं में एकांक सदिश है।) –

(A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\{(g-\alpha_2)^2+\alpha_1^2\}^{1/2}}}$ (B) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\{(g-\alpha_1)^2+\alpha_2^2\}^{1/2}}}$

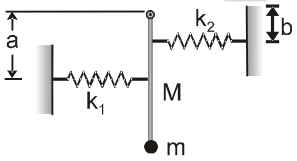
(C) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (D) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{(g^2+\alpha_1^2)^{1/2}}}$

9. चार प्रकार के दोलन निकाय, एक सरल लोलक, एक भौतिक लोलक, एक मरोड़ी लोलक तथा एक स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय जिनका प्रत्येक की आवृत्ति समान है, को चन्द्रमा पर ले जाया जाता है। अगर चन्द्रमा पर आवृत्ति ज्ञात की जाए तो किन निकायों या निकाय में यह अपरिवर्तित होगा –

(A) स्प्रिंग–द्रव्यमान निकाय तथा मरोड़ी लोलक में (B) केवल स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय में

(C) स्प्रिंग–द्रव्यमान निकाय तथा भौतिक दोलित्र में (D) इनमें से कोई नहीं।

10. द्रव्यमान M तथा लम्बाई L की एक छड़ एक सिरे से लटकी हुई है तथा दूसरे निचले सिरे पर एक m द्रव्यमान का कण जुड़ा हुआ है। एक K_1 स्प्रिंग नियतांक की स्प्रिंग निलम्बित सिरे से a दूरी पर तथा K_2 स्प्रिंग नियतांक की एक दूसरी स्प्रिंग निलम्बित सिरे से b दूरी पर चित्रानुसार लगायी गयी है। यदि सम्पूर्ण निकाय एक क्षेतिज चिकनी मेज पर रखा हो तो कम्पन्नों की आवृत्ति होगी–



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1a^2+k_2b^2}{L^2(m+\frac{M}{3})}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2+k_1}{M+m}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2+k_1\frac{a^2}{b^2}}{4\frac{M}{3}+m}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+\frac{k_2b^2}{a^2}}{\frac{4}{3}m+M}}$

11. X-अक्ष पर एक कण समीकरण $x = 10\sin^3(\pi t)$ के अनुसार गति कर रहा है। सरल आवर्त गतियों के घटकों का आयाम तथा आवृत्तियां है –

(A) आयाम 30/4, 10/4 ; आवृत्तियां 3/2, 1/2 (B) आयाम 30/4, 10/4 ; आवृत्तियां 1/2, 3/2

(C) आयाम 10, 10 ; आवृत्तियां 1/2, 1/2 (D) आयाम 30/4, 10 ; आवृत्तियां 3/2, 2

12. निम्नलिखित समान रेखा पर सरल आवर्त गतियों के अध्यारोपण द्वारा कण का आयाम होगा

$X_1 = 2\sin 50\pi t$; $X_2 = 10\sin(50\pi t + 37^o)$

$X_3 = -4\sin 50\pi t$; $X_4 = -12\cos 50\pi t$

(A) $4\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $6\sqrt{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

13. जब एक वस्तु को एक रस्सी द्वारा एक स्थिर बिन्दु से लटकाया जाता है तो इसके ऊर्ध्वाधर दोलनों की कोणीय आवृत्ति ω_1 है। जब अलग रस्सी को काम में लेते है तो कोणीय आवृत्ति ω_2 है। जब दोनों रस्सियों को एक साथ श्रेणी मे काम में लेते है, तो ऊर्ध्वाधर दोलनों की कोणीय आवृत्ति दी जाती है : **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

(A) $\omega = \left[\omega_1^2+\omega_2^2\right]^{\frac{1}{2}}$ (B) $\omega = \left[\frac{\omega_1^2+\omega_2^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$ (C) $\omega = \left[\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\left(\omega_1^2+\omega_2^2\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$ (D) $\omega = \left[\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{2\left(\omega_1^2+\omega_2^2\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$

14. एक कण एक f आवृत्ति पर सरल आवर्त गति करता है। आवृत्ति जिस पर इसकी गतिज ऊर्जा बदलती है।

(A) f (B) 2f (C) 4f (D) $\frac{f}{2}$ **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

15. एक कण प्रतिकर्षण के दो बलों के अन्दर साम्यावस्था में विराम करता है जिनके केन्द्र कण से a तथा b दूरी पर है। दोनों बल दूरी के घन के रूप में बदलते है। बलों के प्रति इकाई द्रव्यमान क्रमशः k तथा k' है। यदि कण को उनमें से किसी एक की तरफ थोड़ा सा विस्थापित कर दे तो गति सरल आवर्ती है, तो आवर्तकाल बराबर है – **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

(A) $\frac{2\pi}{\sqrt{3\left(\frac{k}{a^3}+\frac{k'}{b^3}\right)}}$ (B) $\frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{k}{a^3}+\frac{k'}{b^3}\right)}}$ (C) $\frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{k}{a^4}+\frac{k'}{b^4}\right)}}$ (D) $\frac{2\pi}{\sqrt{3\left(\frac{k}{a}+\frac{k'}{b}\right)}}$

भाग - II : एकल एवं द्वि–पूर्णांक मान प्रकार (SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE)

1. दो कण A तथा B, x तथा y-अक्ष के अनुदिश समान आयाम तथा आवृत्ति क्रमशः 2 cm तथा 1 Hz से सरल आवर्त गति कर रहे हैं। A तथा B कणों की साम्यावस्था स्थितियां क्रमशः (3, 0) तथा (0, 4) निर्देशांकों पर है। t = 0, पर कण B साम्यावस्था पर है तथा मूल बिन्दु की तरफ जा रहा है और कण A मूलबिन्दु के सबसे निकट है तथा मूलबिन्दु से दूर जा रहा है। A तथा B के मध्य की अधिकतम तथा न्यूनतम दूरियां क्रमशः s_1 व s_2 है तब $s_1 + s_2$ (cm में) ज्ञात करो।

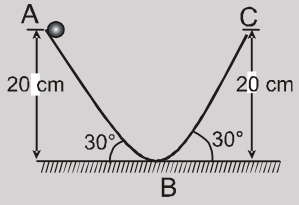
2. दो कण P तथा Q समान आयाम a तथा समान आवृत्ति f के साथ समान माध्य स्थिति से सरल रेखा के अनुदिश सरल आवर्त गति करते हैं। कणों के मध्य अधिकतम दूरी $a\sqrt{2}$ रहती हैं। कणों के मध्य प्रारम्भिक कलान्तर $\frac{\pi}{N}$ है तब N ज्ञात कीजिए:

3. स्थिरावस्था से एक कार स्टेशन A (यहाँ कार रूकती है) से अगले स्टेशन B (यहाँ भी कार रूकती है) तक $f = a - bx$ के अनुसार परिवर्तित होने वाले त्वरण के साथ सरल रेखीय गति करती है। यहाँ a व b धनात्मक नियतांक हैं तथा x, स्टेशन A से दूरी है। दोनों स्टेशनों के बीच अधिकतम दूरी $x = \frac{Na}{b}$ है तब N ज्ञात कीजिए –

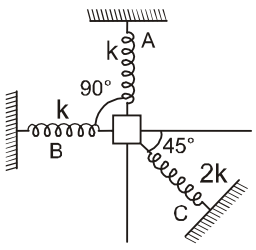
4. एक कण केन्द्र O के परितः एक सरल रेखा में दोलन करता है, जिस पर बल की दिशा O की ओर है। जब कण O से 'x' दूरी पर है तब कण पर बल mn^2x लगता है जहाँ 'm' द्रव्यमान व 'n' एक नियतांक है। आयाम a = 15 cm है। जब कण O से दूरी $\sqrt{3}\frac{a}{2}$ पर है तो कण गति की दिशा में एक झटका प्राप्त करता है जिससे अतिरिक्त वेग na प्राप्त होता है। यदि झटका प्राप्त करते समय वेग O से दूर की तरफ हो तो नया आयाम $k\sqrt{3}$ cm हो जाता है तो k ज्ञात कीजिए।

5. दो कण P_1 तथा P_2 एक ही रेखा के अनुदिश एक ही माध्य स्थिति के सापेक्ष सरल आवर्त गति कर रहे है। प्रारम्भ में यह धनात्मक चरम स्थितियों में होते है। अगर प्रत्येक कण का आवर्त काल 12 sec है तथा उनके आयाम का अन्तर 12 cm है तो वह न्यूनतम समय ज्ञात करो, जब कणों के बीच की दूरी 6 सेमी होती है –

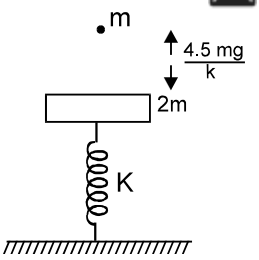
6. सभी सतहों को चिकना मानते हुए यदि चित्र में दिखायें गये कण की गति का आवर्त काल $N \times 10^{-1}$ sec है तो N ज्ञात करो। तली में मुड़े हुए छोटे भाग के प्रभाव को नगण्य मानना है। ($g = 10\ m/s^2$)



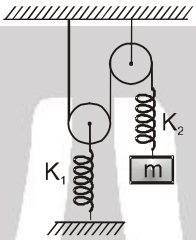
7. चित्रानुसार बल नियतांक k, k तथा 2k वाली तीन स्प्रिंगों A, B व C से m द्रव्यमान का कण जुड़ा है। यदि कण को स्प्रिंग C के विरूद्ध दबाकर छोड़े तो दोलन की कोणीय आवृत्ति $\sqrt{\frac{Nk}{m}}$ है तो N ज्ञात कीजिये। निकाय क्षैतिज चिकनी सतह पर स्थित है।



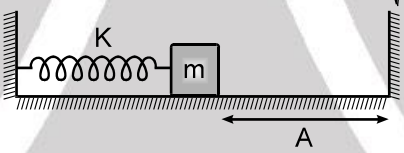
8. चित्र में 2m द्रव्यमान की प्लेट स्थिर तथा साम्यावस्था में है। m द्रव्यमान का एक कण प्लेट से $\frac{4.5mg}{k}$ ऊँचाई से छोड़ा जाता है। कण प्लेट से चिपक जाता है। टक्कर के अन्तराल को नगण्य मानते हुए कण के प्लेट से चिपकने से लेकर स्प्रिंग में प्रथम बार अधिकतम सम्पीड़न तक का समय $2\pi\sqrt{\frac{m}{ak}}$ है, तो a ज्ञात करो।



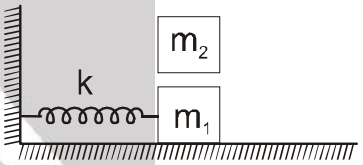
9. दिये स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय के लिए ब्लॉक का इसकी माध्य स्थिति के सापेक्ष अल्प दोलन का आवर्त काल $\pi\sqrt{\frac{nm}{K}}$ है तो n ज्ञात करो ? सभी स्थितियां आदर्श है। निकाय ऊर्ध्वाधर तल में है तथा $K_1 = 2K$, $K_2 = K$ लेवें



10. प्रदर्शित चित्र में स्प्रिंग सामान्य लम्बाई में है तथा द्रव्यमान m स्प्रिंग से जुड़ा है। स्प्रिंग को 2A से सम्पीड़ित करके t = 0 पर छोड़ दिया जाता है। द्रव्यमान m दीवार से टकराता है तथा अपनी गतिज ऊर्जा की दो तिहाई ऊर्जा ह्रास करके लोट जाता है। t = 0 से प्रारम्भ करने के पश्चात् ब्लॉक द्वारा प्रथम बार विराम (वह क्षण जब दुबारा स्प्रिंग अधिकतम संपीडन की स्थिति में होती है) को प्राप्त करने में लगा समय ज्ञात करों। ($\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{12}{\pi}$ लीजिये)

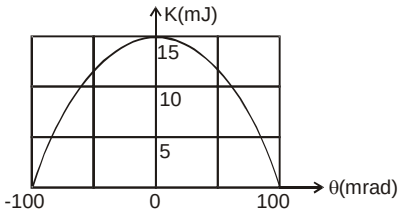


11. एक 4 kg का गुटका, 100 N/m स्प्रिंग नियतांक वाले स्प्रिंग के प्रत्यानयन बल के प्रभाव में चिकनी क्षेतिज सतह पर 0.1 m के आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब यह माध्य स्थिति से गुजर रहा होता है तो चित्रानुसार उस क्षण एक 5 kg द्रव्यमान का गुटका इस पर धीरे से रखा जाता है, यह मानते हुए कि दोनों गुटके एक साथ गति करते है, गति का नया आयाम n^{-1} मीटर है, तो n ज्ञात कीजिए।



12. एक सरल लोलक जिसकी लम्बाई L है तथा यह $\alpha = 60°$ झुकाव वाले चिकने नततल पर नीचे की ओर गति करने वाले वाहन की छत पर लटका है, लोलक का आवर्त काल $\pi\sqrt{\frac{XL}{g}}$ द्वारा दिया गया है, तो X ज्ञात कीजिए। **[I.I.T. (Scr.) 2000, 1/35]**

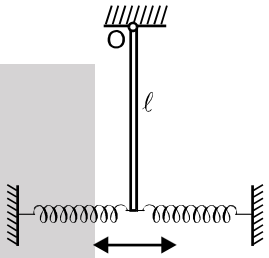
13. चित्र में सरल लोलक की गतिज ऊर्जा K तथा ऊर्ध्वाधर से कोण θ के बीच ग्राफ दर्शाया गया है। लोलक का द्रव्यमान 0.2 किग्रा. है। यदि सरल लोलक की लम्बाई $\frac{n}{g}$ मीटर के बराबर है तो n ज्ञात कीजिए – (g = 10 मी./से.^{2}).



14. किसी सरल लोलक का गोलक पानी में आवर्तकाल t के साथ सरल आवर्त गति करता है, जबकि इस गोलक के दोलन का वायु में आवर्तकाल t_0 है। पानी का घर्षण बल नगण्य मानते हुए तथा गोलक का घनत्व $(4/3) \times 1000\ kg/m^3$ दिया गया है। $\frac{t}{t_0}$ ज्ञात कीजिए। **[AIEEE 2004]**

15. R त्रिज्या का एक ठोस गोला ρ घनत्व वाले द्रव में आधा डूबा है। यदि गोले को अल्प विस्थापित कर छोड़ा जाए ओर यह सरल आवर्त गति करने लगे तो गोले के दोलनों की आवृत्ति लघु विस्थापन के लिए $\sqrt{\frac{3}{nR}}$ है, तो n ज्ञात कीजिए। $\pi = \sqrt{g}$ लीजिये। **[JEE (Mains) - 2004, 2/60]**

16. एक पतली एक समान ऊर्ध्वाधर छड़ जिसका द्रव्यमान m तथा लम्बाई ℓ है, चित्रानुसार O बिन्दु पर कीलकीत है। इस छड़ के दोलन की आवृत्ति $\sqrt{\frac{n}{\ell}}$ है तो n ज्ञात करो। प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक K/2 है तथा $K = \frac{2mg}{\ell}$ लीजिये। स्प्रिंगों के द्रव्यमान नगण्य है। $(g = 10\ m/s^2)$



भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1. X-अक्ष पर एक कण समीकरण $x = x_0 \sin^2 \omega t$ के अनुसार गति कर रहा है। सरल आवर्त गति का

(A) आयाम $x_0/2$ है। (B) आयाम $2x_0$ है। (C) आवर्त काल $\frac{2\pi}{\omega}$ है। (D) आवर्त काल $\frac{\pi}{\omega}$ है।

2. निम्न में से कौनसे फलन सरल आवर्त गति प्रदर्शित करेंगे ?

(A) $\sin 2\omega t$ (B) $\sin^2 \omega t$ (C) $\sin \omega t + 2 \cos \omega t$ (D) $\sin \omega t + \cos 2\omega t$

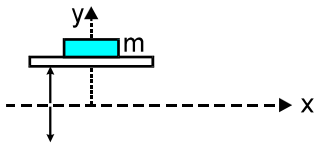
3. एक कण जो कि एक सरल रेखा के अनुदिश गति कर रहा है जबकि यह कण सरल रेखा पर स्थित किसी निश्चित बिन्दु से x दूरी पर है तब कण की चाल $v^2 = 108 - 9x^2$ से प्रदर्शित की जाती है (माध्य अवस्था पर शून्य कला नियतांक मानते हुए) (समस्त राशियाँ cgs पद्धति में हैं)

(A) गति, सरल रेखा के अनुदिश समरूप त्वरित होगी।
(B) निश्चित बिन्दु से 3 सेमी की दूरी पर त्वरण का परिमाण 27 सेमी/सैकण्ड^2 है।
(C) दिये गये निश्चित बिन्दु के सापेक्ष गति सरल आवर्त गति है।
(D) निश्चित बिन्दु से अधिकतम विस्थापन 4 सेमी है।

4. एक क्षैतिज तख्ते पर एक आयताकार पिण्ड रखा है। तख्ता ऊर्ध्व दिशा में 40 सेमी. के आयाम से सरल आवर्ती रूप से दोलन करना प्रारम्भ करता है। यदि गति के दौरान तख्ते के क्षणिक रूप से स्थिरावस्था में आने पर पिण्ड का तख्ते से संबंध हट जाता है, तो :

(A) दोलनों का आवर्तकाल $\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ सेकण्ड है।
(B) तख्ते की किसी एक क्षणिक स्थिरावस्था की स्थिति में पिण्ड का वजन दुगुना होगा।
(C) पिण्ड का वजन आधा होगा जब तख्ता आधी ऊपरी ऊंचाई पर होगा।
(D) पिण्ड का वजन डेढ़ गुना होगा जब तख्ता नीचे की ओर आधी दूरी पर होगा।
(E) पिण्ड का वजन इसका वास्तविक सत्य वजन होगा जब तख्ता तीव्रतम वेग से चल रहा होगा।

5. दिये गये चित्र में एक क्षैतिज आधार पर एक द्रव्यमान m रखा है तथा आधार Y अक्ष के अनुदिश सरल आवर्त गति करता है। यदि दोलनों का आयाम 2.5 सेमी है तो गति का न्यूनतम आवर्त काल क्या होगा ताकि द्रव्यमान आधार से अलग न हो, $(g = 10\ m/sec^2 = \pi^2$ मानिये)



(A) $\frac{10}{\pi}$ s (B) $\frac{\pi}{10}$ s (C) $\frac{\pi}{\sqrt{10}}$ s (D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ s

6. एक वस्तु, आयाम A, आवर्तकाल T, अधिकतम वेग v_{max} तथा प्रारम्भिक कला स्थिरांक शून्य से सरल आवर्त गति करती है। निम्न में से कौनसे कथन $0 \le t \le \frac{T}{4}$ के लिए सत्य हैं (माध्य स्थिति से विस्थापन y है)–

(A) y = (A/2) पर $v > (v_{max}/2)$ (B) $v = (v_{max}/2)$ के लिए, $y > (A/2)$

(C) t = (T/8) के लिए y > (A/2) (D) y = (A/2) के लिए t < (T/8)

7. एक कण जिसका द्रव्यमान 0.1 किग्रा है, x-अक्ष के अनुदिश गति करता है। इसकी स्थितिज ऊर्जा U = 5x (x – 4)J, समीकरण द्वारा दी जाती है, जहां x मीटर में है। यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि –

(A) कण पर नियत बल लग रहा है। (B) कण की चाल x = 2 मी. पर अधिकतम है।

(C) कण सरल आवर्त गति कर रहा है। (D) कण के दोलनों का आवर्तकाल $\pi/5$ सैकण्ड है।

8. एक कण जो कि x-अक्ष के अनुदिश गति करने के लिए स्वतंत्र है कि स्थितिज ऊर्जा $-\infty \le x \le +\infty$ के लिए समीकरण $U(x) = k[1-e^{-x^2}]$ से प्रदर्शित है, जहाँ k उपयुक्त विमाओं के साथ धनात्मक नियतांक है तो असत्य कथनों का चुनिये : **[JEE - 1999, 2/200]**

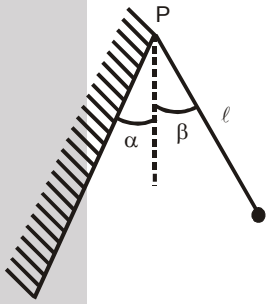
(A) मूल बिन्दु से दूर वाले बिन्दुओं पर कण अस्थाई साम्यावस्था में होगा।

(B) x के किसी भी निश्चित अशून्य मान के लिए हमेशा एक बल मूल बिन्दु से दूर लगेगा।

(C) यदि इसकी कुल यांत्रिक ऊर्जा k/2 है तो इसकी निम्नतम गतिज ऊर्जा मूल बिन्दु पर होगी।

(D) x = 0 से लघु विस्थापनों के लिए, गति सरल आवर्त गति है।

9. एक झुकी हुई दीवार जो कि ऊर्ध्व से 'α' कोण बनाती है, के एक बिन्दु P से एक " लम्बाई की रस्सी द्वारा एक गेंद को लटकाया जाता है। रस्सी को गेंद सहित अल्प कोण 'β' ($\beta > \alpha$) द्वारा विस्थापित करके स्वतंत्र छोड़ते हैं। दीवार को पूर्णतः प्रत्यास्थ मानते हैं। इस प्रकार के लोलक का आवर्तकाल होगा/होगे–



(A) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[\sin^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]$ (B) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[\frac{\pi}{2}+\sin^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]$

(C) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[\cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]$ (D) $2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[\cos^{-1}\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)\right]$

10. यदि एक सरल आवर्त गति को $y = (\sin \omega t + \cos \omega t)$ m द्वारा प्रदर्शित करें तो निम्न से कौनसे कथन सत्य है।

(A) आयाम का मान 1 मी. है। (B) आयाम का मान $\sqrt{2}$ मी. है।

(C) y = 1 मी. से समय प्रारम्भ होगा। (D) y = 0 मी. से समय प्रारम्भ होगा।

11. x-y तल में गति करते हुए एक कण का स्थिति सदिश समय के साथ समीकरण $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j})\, A \cos \omega t$ के अनुसार बदलता है। कण की गति होगी –

(A) एक सरल रेखा पर (B) एक दीर्घ वृत्त पर (C) आवर्ती (D) सरल आवर्ती

12. तीन सरल आवर्त गतियां जो कि समान दिशा में हैं तथा इनका आयाम a व आवर्तकाल समान है, एक दूसरे पर अध्यारोपित होती हैं। यदि प्रत्येक अपने अगले वाली से 45° कलान्तर से भिन्न है, तो : **[IIT- 1999, 3/100]**

(A) परिणामी आयाम $(1+\sqrt{2})a$ होगा।

(B) परिणामी गति की कला प्रथम के सापेक्ष 90° पर होगी।

(C) परिणामी गति से सम्बन्धित ऊर्जा किसी भी एक गति से सम्बन्धित ऊर्जा की $(3+2\sqrt{2})$ गुना होगी।

(D) परिणामी गति सरल आवर्ती नहीं होगी।

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद-1

बल नियतांक 400 N/m की स्प्रिंग के निचले सिरे से 2 किग्रा. का पिण्ड बिना कम्पन्न के लटका है। स्प्रिंग का शीर्ष सिरा लिफ्ट की छत से जुड़ा है। लिफ्ट 5 मी./से.^{2} के ऊपरी त्वरण से उठ रही है। जब t = 0 पर त्वरण अचानक खत्म होता है, लिफ्ट एक समान चाल से ऊपर की ओर गतिमान है। (g = 10 मी./से.^{2})

1. त्वरण समाप्त होने के पश्चात् पिण्ड की कोणीय आवृत्ति क्या है –

(A) $10\sqrt{2}$ rad/s (B) 20 rad/s (C) $20\sqrt{2}$ rad/s (D) 32 rad/s

2. कम्पन्न का आयाम है –

(A) 7.5 cm (B) 5 cm (C) 2.5 cm (D) 1 cm

3. लिफ्ट में सवार व्यक्ति द्वारा प्रेक्षित प्रारम्भिक कला कोण है, जब कि ऊपरी दिशा को धनात्मक लें तथा धनात्मक सीमान्त अवस्था को $\pi/2$ कला कोण स्थिरांक पर मानें –

(A) $-\pi/4$ rad (B) $\pi/2$ rad (C) π rad (D) $3\pi/2$ rad

अनुच्छेद-2

एक 'm' द्रव्यमान का कण क्षैतिज चिकनी रेखा AB, जिसकी लम्बाई 'a' है, पर गति कर रहा है। जब कण रेखा के किसी बिन्दु P पर होता है तो उस पर दो बल कार्य करते हैं। A की ओर बल $\frac{mg(AP)}{a}$ तथा B की ओर दूसरा बल $\frac{2mg(BP)}{a}$ कार्यरत है।

4. जब इस कण को रेखा AB के मध्य विरामावस्था से छोड़ा जाता है तो इस कण का आवर्तकाल ज्ञात करो।

(A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{3a}{g}}$ (B) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ (C) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$ (D) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{3g}}$

5. गति के दौरान, कण की B से न्यूनतम दूरी ज्ञात करो।

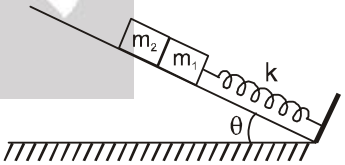
(A) $\frac{a}{6}$ (B) $\frac{a}{4}$ (C) $\frac{a}{3}$ (D) $\frac{a}{8}$

6. जब कण B के सबसे निकट होता है तो कण पर A की ओर लगने वाला बल कार्य करना बन्द कर देता है तो जिस वेग से यह बिन्दु B को पार करेगा वह वेग ज्ञात करो ?

(A) $\frac{\sqrt{2ga}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2ga}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{2ga}}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{ga}}{3}$

अनुच्छेद-3

k स्प्रिंग नियतांक का स्प्रिंग m_1 द्रव्यमान के पिण्ड से जुड़ा है तथा दूसरा m_2 द्रव्यमान का पिण्ड पहले पिण्ड को दबाते हुए चित्रानुसार चिकने नत तल पर रखे हुए हैं।



7. जब निकाय साम्यावस्था में है तब स्प्रिंग का सम्पीड़न ज्ञात करो ?

(A) $\frac{(m_1+m_2)g\sin\theta}{2k}$ (B) $\frac{(m_1+m_2)g\sin\theta}{k}$

(C) $\frac{(m_1+m_2)g}{k}$ (D) $\frac{2(m_1+m_2)g\sin\theta}{k}$

8. साम्यावस्था से पिण्डों को $(2/k)(m_1 + m_2) g \sin\theta$ दूरी तक ओर ज्यादा दबाकर छोड़ा जाता है। जब यह पृथक्कृत होते हैं उस समय दोनों पिण्डों की उभयनिष्ठ चाल ज्ञात कीजिए।

(A) $\left(\sqrt{\frac{1}{3k}(m_1+m_2)}\right)g\sin\theta$ (B) $\left(\sqrt{\frac{2}{k}(m_1+m_2)}\right)g\sin\theta$

(C) $\left(\sqrt{\frac{3}{k}(m_1+m_2)}\right)g\sin\theta$ (D) $\left(\sqrt{\frac{1}{k}(m_1+m_2)}\right)g\sin\theta$

Exercise-3

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है।**

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1*. $x = A\sin^2\omega t + B\cos^2\omega t + C\sin\omega t\cos\omega t$ फलन सरल आवर्त गति प्रदर्शित करेगा। **[JEE 2006, 5/184,–1]**

(A) A, B तथा C के किसी भी मान के लिए (C = 0 को छोड़कर)

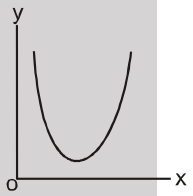
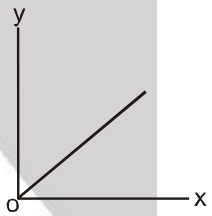
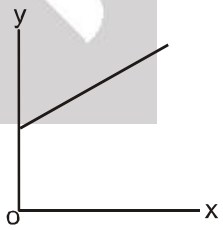
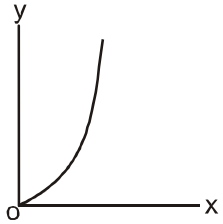
(B) यदि A = – B, C = 2B, आयाम = $\left|B\sqrt{2}\right|$

(C) यदि A = B ; C = 0

(D) यदि A = B ; C = 2B, आयाम = |B|

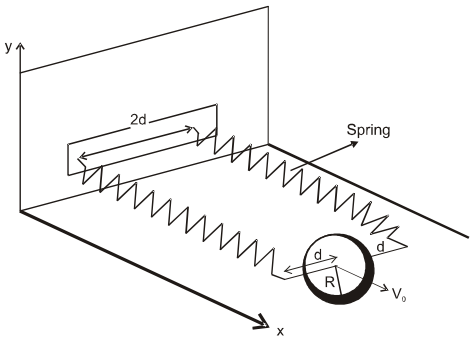
2. **कॉलम I** में संभावी पैरामीटरों (parameters) के समुच्चय (set) की सूची दी गई है। इन पैरामीटरों के परिवर्तन को ग्राफ के रूप में दर्शाया गया है **(कॉलम II)**। **कॉलम I** में दिये गये पैरामीटरों का **कॉलम II** में दिये गये ग्राफ समुल (match) करें। अपने उत्तर को ORS में दिया गया 4 × 4 मैट्रिक्स के उचित बुल्लों को काला करके दर्शायें।

[IIT-JEE 2008, 6/163]

स्तम्भ I		**स्तम्भ II**
(A)	एक सरल लोलक (simple pendulum) की स्थितिज ऊर्जा (y–अक्ष) बनाम विस्थापन (x–अक्ष)	(p) 
(B)	शून्य अथवा स्थिर त्वरण पर एक विमीय गति के लिये विस्थापन (y–अक्ष) बनाम समय (x–अक्ष) (गति केवल + x दिशा में है)	(q) 
(C)	एक नियत कोण पर प्रक्षेपित प्रक्षेप्य की परास (y–अक्ष) बनाम उसका वेग (x–अक्ष)	(r) 
(D)	एक सरल लोलक के आवर्त काल का वर्ग (y–अक्ष) बनाम उसकी लम्बाई (x–अक्ष)	(s) 

अनुच्छेद-1

चित्रानुसार एकसमान (uniform) पतली बेलनाकार चकती, जिसका द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, दो सर्वसम द्रव्यमान रहित स्प्रिंग (spring) के द्वारा, जिनका स्प्रिंग स्थिरांक k है, दीवार से जुड़ी हैं। दोनों स्प्रिंग चकती के केन्द्र से d की सममित (symmetric) दूरी पर, धुरी से संलग्न हैं। धुरी द्रव्यमान रहित है तथा दोनों स्प्रिंग और धुरी एक क्षैतिज समतल पर हैं। प्रत्येक स्प्रिंग की सामान्य लंबाई L है। प्रारंभ में चकती का द्रव्यमान केन्द्र साम्यावस्था में दीवार से L की दूरी पर है। डिस्क बिना फिसले $\vec{V}_0 = V_0\hat{i}$ की गति से लुढ़कती है। घर्षण गुणांक μ है। चित्र : **[JEE-2008, 3×4/163]**



3. जब चकती का द्रव्यमान केन्द्र (centre of mass) इसकी साम्यावस्था से x की दूरी पर विस्थापित है, चकती के ऊपर लगने वाला कुल बाहरी बल निम्न है

(A) –kx (B) –2kx (C) $-\frac{2kx}{3}$ (D) $-\frac{4kx}{3}$

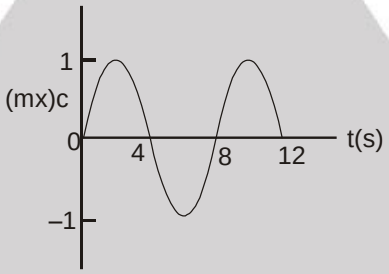
4. चकती का द्रव्यमान केन्द्र सरल आवर्त गति करता है, जिसकी कोणीय आवृत्ति ω का मान निम्न है

(A) $\sqrt{\frac{k}{M}}$ (B) $\sqrt{\frac{2k}{M}}$ (C) $\sqrt{\frac{2k}{3M}}$ (D) $\sqrt{\frac{4k}{3M}}$

5. V_0 का वह महत्तम मान जिसके लिये चकती बिना फिसले लुढ़कती है

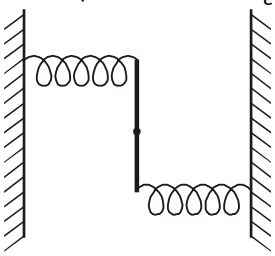
(A) $\mu g\sqrt{\frac{M}{k}}$ (B) $\mu g\sqrt{\frac{M}{2k}}$ (C) $\mu g\sqrt{\frac{3M}{k}}$ (D) $\mu g\sqrt{\frac{5M}{2k}}$

6. सरल आवर्त गति करते हुए किसी कण का x-t आरेख नीचे दर्शाया गया है। समय t = 4/3 सैकेण्ड पर कण का त्वरण है **[IIT-JEE 2009, 3/160, –1]**



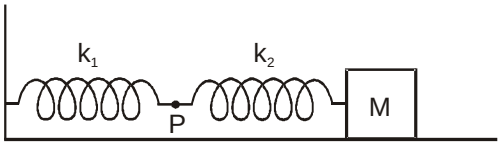
(A) $\frac{\sqrt{3}}{32}\pi^2$ cm/s^2 (B) $\frac{-\pi^2}{32}$ cm/s^2 (C) $\frac{\pi^2}{32}$ cm/s^2 (D) $\frac{\sqrt{3}}{32}\pi^2$ – cm/s^2

7. चित्रानुसार लम्बाई L व द्रव्यमान M की एकसमान छड़ अपने केन्द्र पर कीलकित है। इस छड़ के सिरों पर k स्प्रिंग नियतांक के एक जैसे स्प्रिंग लगे है जिनके सिरे दृढ़ आलम्बों से जुड़े है। छड़ क्षैतिज तल में स्वतन्त्र रूप से दोलन कर सकती है। छड़ को एक छोटे कोण θ से घुमा कर छोड़ दिया जाता है। छड़ के दोलन की आवृत्ति होगी। **[IIT-JEE 2009, 3/160, –1]**



(A) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{M}}$ (B) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}}$ (C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{6k}{M}}$ (D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{24k}{M}}$

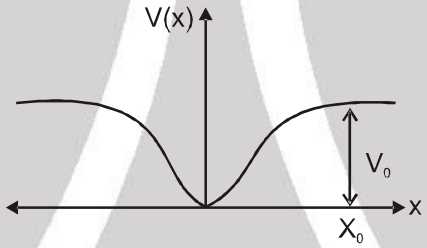
8. चित्र में दिखाया गया द्रव्यमान M सरल आवर्त गति कर रहा है जिसका आयाम A है। बिन्दु P का आयाम होगा **[JEE 2009, 3/160, –1]**



(A) $\frac{k_1 A}{k_2}$ (B) $\frac{k_2 A}{k_1}$ (C) $\frac{k_1 A}{k_1 + k_2}$ (D) $\frac{k_2 A}{k_1 + k_2}$

अनुच्छेद-2

जब m द्रव्यमान का एक कण x-अक्ष पर $V(x) = kx^2$ स्थितिज ऊर्जा से गतिमान होता है, तब यह सरल आवर्त गति करता है। इसका आवर्तकाल $\sqrt{\frac{m}{k}}$ के समानुपाती होता है, जो कि विमीय विश्लेषण द्वारा आसानी से निकाला जा सकता है। हांलाकि, यदि किसी एक कण की स्थितिज ऊर्जा x = 0 के दोनों तरफ kx^2 से भिन्न तरह से बढ़े, तथा कण की कुल ऊर्जा इतनी हो कि वह अनन्त तक पलायन न कर सके, तब भी कण की गति आवर्ती हो सकती है। m द्रव्यमान का एक कण x-अक्ष पर गति करता हैं जहां |x| के केन्द्र के पास होने पर स्थितिज ऊर्जा $V(x) = \alpha x^4$ ($\alpha > 0$) है तथा $|x| \geq X_0$ के लिए स्थितिज ऊर्जा $V(x) = V_0$ है (चित्र देखें) **[JEE 2010, 3×3/160, –1]**



9. यदि एक कण की समग्र ऊर्जा E है तो वह आवर्ती गति तभी सम्पन्न कर सकता है केवल जब

(A) $E < 0$ (B) $E > 0$ (C) $V_0 > E > 0$ (D) $E > V_0$

10. अल्प आयाम A के दोलन के लिए, कण का आवर्तकाल T निम्न में से किसके समानुपाती है ?

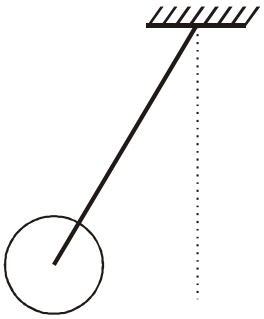
(A) $A\sqrt{\frac{m}{\alpha}}$ (B) $\frac{1}{A}\sqrt{\frac{m}{\alpha}}$ (C) $A\sqrt{\frac{\alpha}{m}}$ (D) $\frac{1}{A}\sqrt{\frac{\alpha}{m}}$

11. $|x| > X_0$ के लिये कण का त्वरण :

(A) V_0 के समानुपाती है (B) $\frac{V_0}{mX_0}$ के समानुपाती है

(C) $\sqrt{\frac{V_0}{mX_0}}$ के समानुपाती है (D) शून्य है

12*. लम्बाई 'L' व द्रव्यमान 'm' की एक धातु–छड़ अपने एक सिरे पर कीलित है। 'R' (<L) त्रिज्या व 'M' द्रव्यमान की एक डिस्क छड़ के मुक्त सिरे पर अपने केंद्र से दो तरह से कीलित की जाती है। (स्थिति A) डिस्क अपने केंद्र पर नहीं घूम सकती और (स्थिति B) डिस्क अपने केंद्र पर घूमनें को स्वतन्त्र है। एक ही विस्थापन अवस्था से छोड़ने पर यह छड़–डिस्क निकाय उर्ध्वाधर तल में सरल–आवर्त–दोलन (SHM) करता है। तब **[JEE 2011, 4/160]**



(A) स्थिति A में प्रत्यानयन आघूर्ण (Restoring torque) = स्थिति B में प्रत्यानयन आघूर्ण

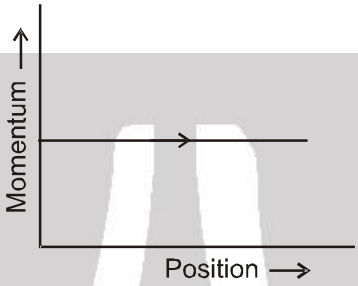
(B) स्थिति A में प्रत्यानयन आघूर्ण < स्थिति B में प्रत्यानयन आघूर्ण

(C) स्थिति A में कोणीय आवृत्ति > स्थिति B में कोणीय आवृत्ति

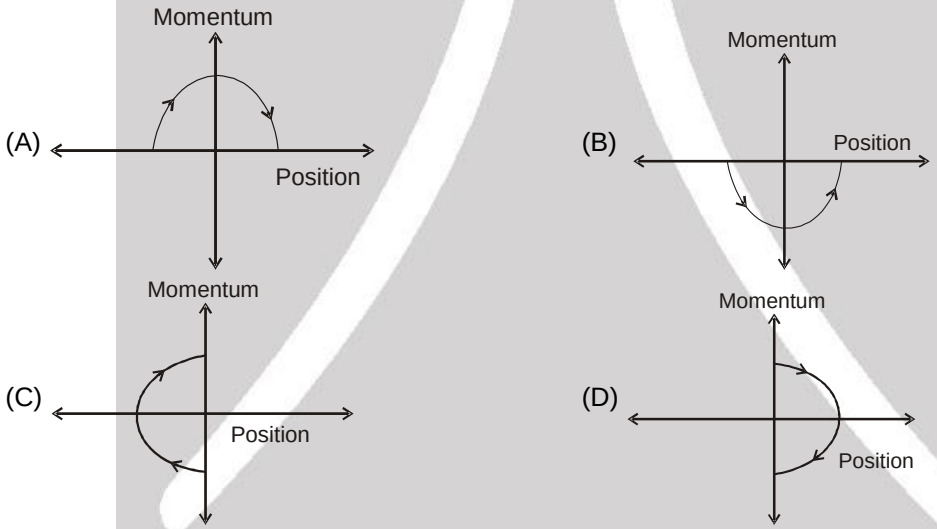
(D) स्थिति A में कोणीय आवृत्ति < स्थिति B में कोणीय आवृत्ति

अनुच्छेद-3

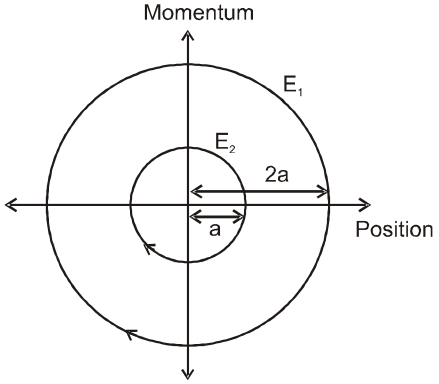
हर प्रकार की गतिकीय समस्याओं के विश्लेषण के लिये फेज–समष्टि चित्राम (Phase space diagrams) का उपयोग किया जाता है। प्रारम्भिक दशा, स्थिति व संवेग, में बदलाव होने पर इनका उपयोग चालन में उत्पन्न बदलावों को समझनें में बहुत उपयोगी है। यहाँ हम एक विमीय सरल गतिकीय निकायों की बात करते है। इनके लिये फेज–समष्टि समतल है जिसमें स्थिति X-अक्ष पर तथा संवेग Y-अक्ष पर रखते है। तब फेज–समष्टि चित्राम इस समतल में एक x(t) vs. p(t) वक्र होगा। वक्र पर तीर समय बढ़ने की दिशा दर्शाता है। उदाहरण के लिये, स्थिर वेग से चल रहे कण के लिये फेज–समष्टि चित्राम सरल–रेखा है जिसे चित्र में दिखाया गया है। चिन्ह परिपाटी में स्थिति या संवेग को ऊपर (या दाहिने) ओर धनात्मक तथा नीचे (या बाँयी) ओर ऋणात्मक माना जाता है। **[JEE 2011, 3×3/160, –1]**



13. जमीन से ऊपर की ओर फेंकी गई गेंद का फेज–समष्टि चित्राम है

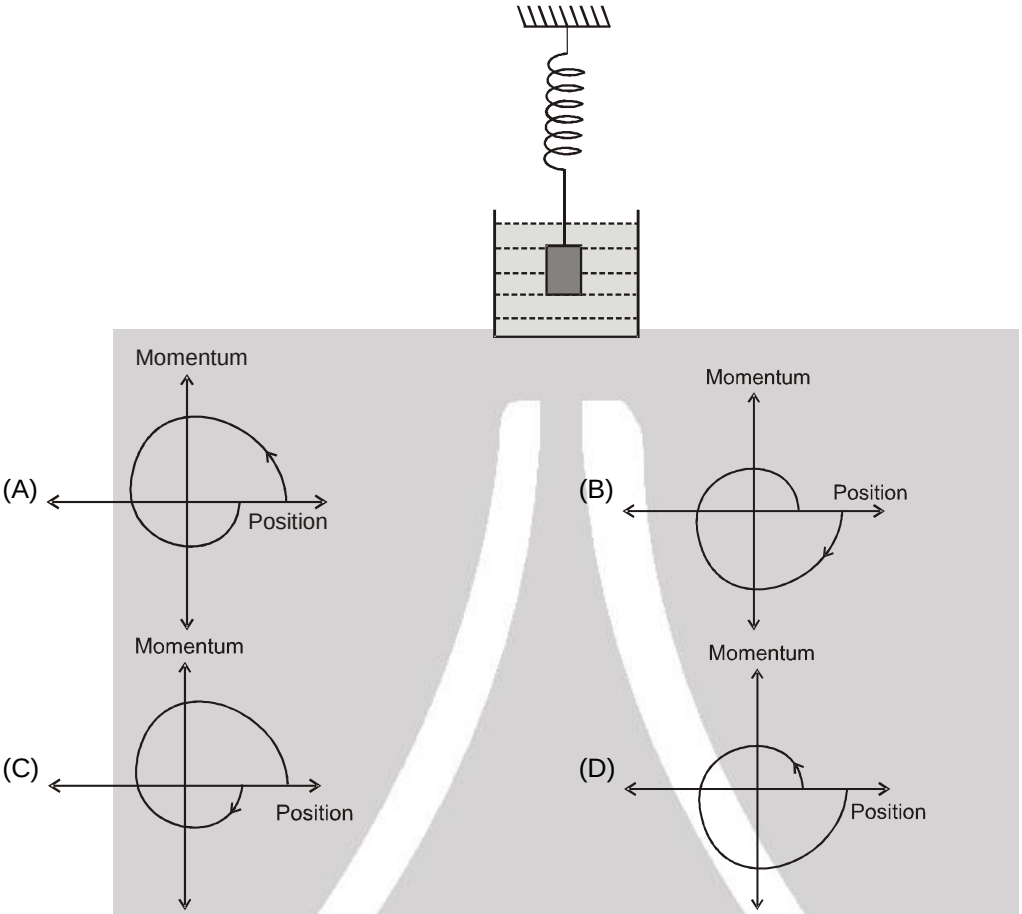


14. सरल–आवर्त–दोलन (SHM) का फेज–समष्टि चित्राम उदगम पर केंद्रित वृत्त है। चित्र में दर्शाये दो वृत्त, एक ही दोलक के लिये है, जब उसकी आरम्भिक अवस्थायें भिन्न हैं, तथा E_1 व E_2 क्रमशः दोलक की कुल यांत्रिक ऊर्जाए हैं। तब



(A) $E_1 = \sqrt{2}E_2$ (B) $E_1 = 2E_2$ (C) $E_1 = 4E_2$ (D) $E_1 = 16E_2$

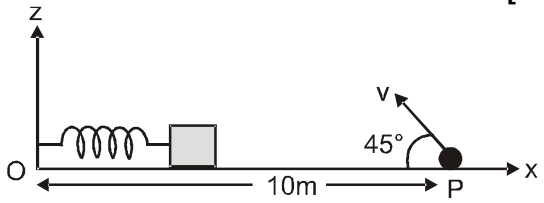
15. चित्र में दर्शाये अनुसार स्प्रिंग–गुटका निकाय पर ध्यान दे, जहाँ गुटका पानी में डूबा है। इस निकाय के एक दोलन करने का फेज–समष्टि चित्राम है।



16. एक बिन्दु द्रव्यमान पर दो ज्यावक्रीय (sinusoidal) विस्थापन $x_1(t) = A \sin \omega t$ एवं $x_2(t) = A \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$ एक साथ x-दिशा में लग रहे हैं। इस द्रव्यमान पर तीसरा ज्यावक्रीय विस्थापन $x_3(t) = B \sin(\omega t+\phi)$ लगाने पर वह पूर्ण रूप से रूक जाता है। B तथा ϕ का मान है **[JEE 2011, 3/160, –1]**

(A) $\sqrt{2}A, \frac{3\pi}{4}$ (B) $A, \frac{4\pi}{3}$ (C) $\sqrt{3}A, \frac{5\pi}{6}$ (D) $A, \frac{\pi}{3}$

17. एक द्रव्यमान–रहित स्प्रिंग की तनाव–रहित लम्बाई 4.9cm है। उसका एक सिरा बंधित है और दूसरे पर एक छोटा गुटका लगा है (चित्र देखिये)। यह निकाय एक घर्षण–रहित क्षैतिज (horizontal)सतह पर रखा है। समय t = 0 पर गुटके को 0.2m खींच कर स्थिर अवस्था से छोडा जाता तब वह गुटका $\omega = \frac{\pi}{3}$rad/s rad/s आवृत्ति का सरल–आवर्त–दोलन करता है। ठीक उसी समय (t = 0) पर छोटा कंकड v चाल से क्षैतिज से 45° कोण पर बिंदु P से प्रक्षेपित किया जाता है। बिंदु P की बिंदु O से दूरी (क्षैतिज) 10m है। यदि t = 1s पर कंकड गुटके पर गिरता है, तब v का मान है ($g = 10 m/s^2$ लें)
[IIT-JEE-2012, Paper-1; 3/70, –1]



(A) $\sqrt{50}$m/s (B) $\sqrt{51}$ m/s (C) $\sqrt{52}$ m/s (D) $\sqrt{53}$ m/s

18*. घर्षणहीन क्षैतिज तल पर पड़ी हुई k बल स्थिरांक की द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से m द्रव्यमान का कण जुड़ा हुआ है। इस स्प्रिंग का दूसरा सिरा बद्ध है। यह कण अपनी साम्यावस्था से समय t = 0 पर प्रारम्भिक क्षैतिज वेग u_0 से गतिमान हो रहा है। जब कण की गति 0.5 u_0 होती है, यह एक दृढ़ दीवार से प्रत्यास्थ संघट्ट करता है। इस संघट्ट के बाद – **[JEE (Advanced) 2013, 4/60]**

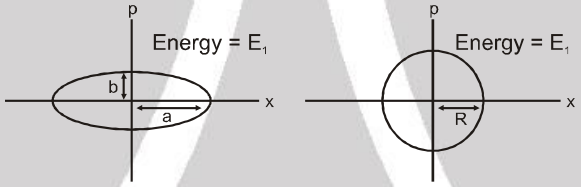
(A) जब कण अपनी साम्यावस्था से लौटता है इसकी गति u_0 होती है।

(B) जब कण अपनी साम्यावस्था से पहली बार गुजरता है वह समय $t = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ है।

(C) जब स्प्रिंग से सम्पीड़न अधिकतम होता है वह समय $t = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$ है।

(D) जब कण अपनी साम्यावस्था से दूसरी बार गुजरता है वह समय $t = \frac{5\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$ है।

19*. दो निरवलंबित बराबर द्रव्यमान के आवर्त दोलक मूल बिन्दु के परितः कोणीय आवृत्तियों ω_1 एवं ω_2 तथा कुल ऊर्जाओं E_1 तथा E_2 से दोलन कर रहे हैं। उनके सवेंगों p के स्थिति x के साथ परिवर्तन संबंध चित्रों में दर्शाये गये हैं। यदि $\frac{a}{b} = n^2$ तथा $\frac{a}{R} = n$ है, तब सही कथन है (हैं) **[JEE (Advanced) 2015 ; P-1, 4/88, –2]**



(A) $E_1\omega_1 = E_2\omega_2$ (B) $\frac{\omega_2}{\omega_1} = n^2$ (C) $\omega_1\omega_2 = n^2$ (D) $\frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_2}{\omega_2}$

20. इकाई द्रव्यमान का एक कण एक बल के प्रभाव में x-अक्ष पर गति कर रहा है। कण की कुल ऊर्जा संरक्षित है। कॉलम I में कण की स्थितिज ऊर्जाओं के चार संभावित रूप दिये गये हैं (a तथा U_0 स्थिरांक हैं)। कॉलम I में दी गयी स्थितिज ऊर्जाओं का कॉलम II में दिये कथन/कथनों से उचित मिलान कीजिए। **[JEE (Advanced) 2015 ; 8/88, –1]**

कॉलम-I	**कॉलम-II**
(A) $U_1(x) = \frac{U_0}{2}\left[1-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]^2$	(P) कण पर कार्य करने वाला बल x = a पर शून्य है।
(B) $U_2(x) = \frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2$	(Q) कण पर कार्य करने वाला बल x = 0 पर शून्य है।
(C) $U_3(x) = \frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2 \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]$	(R) कण पर कार्य करने वाला बल x = –a पर शून्य है।
(D) $U_4(x) = \frac{U_0}{2}\left[\frac{x}{a}-\frac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3\right]$	(S) क्षेत्र $\lvert x\rvert < a$ में कण x = 0 की ओर आकर्षण बल का अनुभव करता है।
	(T) $\frac{U_0}{4}$ कुल ऊर्जा वाला कण x = –a बिंदु के परितः दोलन कर सकता है।

21*. एक द्रव्यमान–रहित स्प्रिंग, जिसका द्रढ़ता गुणांक (stiffness constant) k है, के एक छोर पर M द्रव्यमान का एक गुटका जुड़ा है, तथा दूसरे छोर को द्रढ़ दीवार से जोड़ा गया है। यह गुटका एक समतल घर्षण–रहित सतह पर एक संतुलित स्थिति x_0 के गिर्द छोटे आयाम A से दोलन करता है। यहाँ दो परिस्थितियां मानिए : (i) जब गुटका x_0 पर है और (ii) जब गुटका $x = x_0 + A$ पर है। दोनों परिस्थितियों में द्रव्यमान m (< M) के एक कण को गुटके पर धीरे से इस प्रकार रखा जाता है की वह तुरंत गुटके से चिपक जाता है। कण को गुटके के ऊपर रखने के बाद गति के बारे में निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं ? **[JEE (Advanced) 2016 ; P-2, 4/62, –2]**

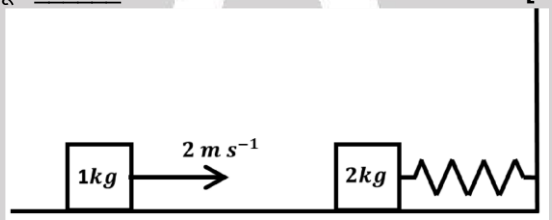
(A) पहली परिस्थिति में दोलन का आयाम $\sqrt{\frac{M}{m+M}}$ भाज्य (factor) से परिवर्तित होता है, जबकि दूसरी परिस्थिति में यह अपरिवर्तित रहता है।

(B) दोनों परिस्थितियों में दोलन का अंतिम समयकाल समान है।

(C) दोनों परिस्थितियों में सम्पूर्ण ऊर्जा कम हो जाती है।

(D) सम्मिलित द्रव्यमानों की x_0 पर तात्क्षणिक गति दोनों परिस्थितियों में कम हो जाती है।

22. एक कमानी–गुटका निकाय (spring-block system) एक घर्षण रहित फर्श (frictionless floor) पर विरामावस्था में है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। कमानी स्थिरांक (spring constant) 2.0 Nm^{-1} है और गुटके का द्रव्यमान (mass) 2.0 kg है। कमानी के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिए। शुरूआत मे कमानी अतनित (unstretched) अवस्था में है। एक दूसरा गुटका, जिसका द्रव्यमान 1.0 kg है और चाल 2.0 ms^{-1} है, पहले गुटके से प्रत्यास्थ संघट्ट (elastic collision) करता है। इस संघट्ट के बाद 2.0 kg का गुटका दीवार से नहीं टकराता है। जब कमानी संघट्ट के बाद पहली बार अपनी अतानित स्थिति में वापस आती है, तब दोंनो गुटकों के बीच की दूरी _____मीटर होगी। **[JEE (Advanced) 2018, P-1, 3/60]**



भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. 7 मिमी. आयाम से एक सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का अधिकतम वेग 4.4 मी/से है। दोलन काल है : **[AIEEE 2006; 3/165, –1]**

(1) 100 s (2) 0.01 s (3) 10 s (4) 0.1 s

2*. एक क्षैतिज प्लेटफॉर्म पर एक सिक्का रखा है। प्लेटफार्म ω कोणीय आवृत्ति से ऊर्ध्वाधर सरल आवर्त गति कर रहा है। दोलन का आयाम धीरे–धीरे बढ़ाया जाता है। प्रथम बार सिक्का प्लेटफॉर्म से स्पर्श छोड़ेगा :**[AIEEE 2006; 3/165, –1]**

(1) प्लेटफार्म की उच्चतम अवस्था पर (2) प्लेटफार्म की मध्य अवस्था पर

(3) $\frac{g}{\omega^2}$ के आयाम पर (4) $\frac{g^2}{\omega^2}$ के आयाम पर

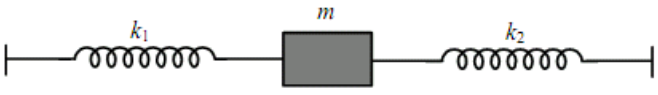
3. एक स्प्रिंग से जुड़ी तथा सरल आवर्त गति करने वाली एक वस्तु का विस्थापन $x = 2 \times 10^{-2} \cos\pi t$ मीटर से दिया जाता है। समय जिस पर पहली बार अधिकतम चाल प्रकट होती है, है **[AIEEE 2007; 3/120, –1]**

(1) 0.5 s (2) 0.75 s (3) 0.125 s (4) 0.25 s

4. एक बिन्दु द्रव्यमान नियम $x = x_0 \cos(\omega t - \pi/4)$ के अनुसार x-अक्ष के अनुदिश कम्पन करता है। यदि कण का त्वरण निम्न प्रकार लिखा जाता है, $a = A\cos(\omega t + \delta)$, तो **[AIEEE 2007; 3/120, –1]**

(1) $A = x_0$, $\delta = -\pi/4$ (2) $A = x_0\omega^2$, $\delta = -\pi/4$ (3) $A = x_0\omega^2$, $\delta = -\pi/4$ (4) $A = x_0\omega^2$, $\delta = 3\pi/4$

5. बल नियतांक k_1 तथा k_2 की दो स्प्रिंगें द्रव्यमान m से चित्रानुसार जुड़ी है। द्रव्यमान के दोलन की आवृत्ति f है। यदि k_1 तथा k_2 दोनों को प्रारम्भिक मान का चार गुना कर दिया जाए, तो दोलन की आवृत्ति हो जाएगी। **[AIEEE 2007; 3/120, –1]**



(1) $f/2$ (2) $f/4$ (3) 4f (4) $2f$

6. द्रव्यमान m का एक कण, आयाम a तथा आवृत्ति υ से सरल आवर्त गति करता है। इसकी माध्य स्थिति से एक सिरे तक गति के दौरान औसत गतिज ऊर्जा है : **[AIEEE 2007; 3/120, –1]**

(1) $\pi^2 ma^2 \upsilon^2$ (2) $1/4\ ma^2 \upsilon^2$ (3) $4\pi^2 ma^2 \upsilon^2$ (4) $2\pi^2 ma^2\upsilon^2$

7.* यदि x, v तथा a क्रमशः आवर्तकाल T से सरल आवर्त गति करते किसी कण के विस्थापन, वेग तथा त्वरण को निरूपित करते हैं, तब समय के साथ निम्नलिखित में से किसमें परिवर्तन नहीं होता है ? **[AIEEE 2007; 3/120, –1]**

(1) aT/x (2) $aT + 2\pi v$ (3) aT/v (4) $a^2T^2 + 4\pi^2v^2$

8. एक क्षैतिज कमानी से बँधा एक द्रव्यमान M आयाम A_1 से सरल आवर्त गति कर रहा है। जब द्रव्यमान M अपनी माध्य अवस्था से गुजर रहा है, तब एक छोटा द्रव्यमान m इसके ऊपर रख दिया जाता है और अब दोंनो आयाम A_2 से गति करते है। $\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$ का अनुपात है : **[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

(1) $\frac{M}{M+m}$ (2) $\frac{M+m}{M}$ (3) $\left(\frac{M}{M+m}\right)^{1/2}$ (4) $\left(\frac{M+m}{M}\right)^{1/2}$

9. यदि बल नियतांक 'k' वाली एक स्प्रिंग को लम्बाई $\ell_A : \ell_B = 2 : 3$, के अनुपात वाले दो भागों 'A' और 'B' में काटा जाता है, तब स्प्रिंग 'A' का बल नियतांक क्या होगा : **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120 –1]**

(1) $\frac{3k}{5}$ (2) $\frac{2k}{5}$ (3) k (4) $\frac{5k}{2}$

10. x-अक्ष पर एकसमान आयाम A और आवृत्ति ω से दो कण सरल आवर्त गति कर रहे हैं। उनकी माध्य अवस्था के बीच दूरी X_0 ($X_0 > A$) हैं। यदि उनके बीच अधिकतम दूरी ($X_0 + A$) हैं, तब उनकी गति में कलान्तर है:**[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

(1) $\pi/2$ (2) $\pi/3$ (3) $\pi/4$ (4) $\pi/6$

11. यदि एक सरल दोलक का समय t = 0s एवं $t = \tau$s, के बीच एक सार्थक आयाम (अपने मूल आयाम के 1/e गुणक तक) रहता है तब τ को दोलक का औसत काल कहा जा सकता है। जब दोलक का गोलीय बॉब अपने वेग के समानुपाती मंदन (श्यान कर्षण के कारण) को सहता है, जहाँ 'b' समानुपाती गुणांक है, तब दोलक का औसत आयुकाल सेकण्ड में है (यह मान लें कि अवमंदन अल्प है) : **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**

(1) 0.693/b (2) b (3) 1/b (4) 2/b

12. एक मन्दित दोलित्र का आयाम 5s में अपने मूल परिमाण से घटकर मूल परिमाण का 0.9 गुना हो जाता है। एक और 10s में यह घटकर मूल परिमाण का α गुना हो जाएगा, जहाँ α का मान है : **[JEE (Main) 2013, 4/120]**

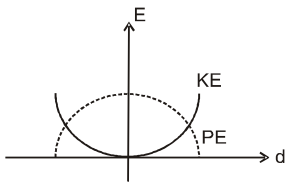
(1) 0.7 (2) 0.81 (3) 0.729 (4) 0.6

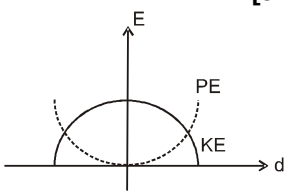
13. एक कण एक सरल रेखा में सरल आवर्त गति से गतिशील है। यह विरामावस्था से प्रारम्भ कर प्रथम τ सेकण्ड़ में दूरी a और अगले τ सेकण्ड़ में दूरी 2a उसी दिशा में तय करता है। तब : **[JEE (Main) 2014; 4/120, –1]**

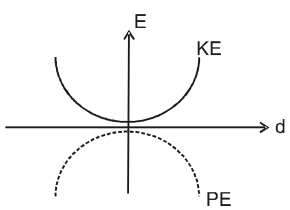
(1) गति का आयाम 3a है। (2) दोलनों का आवर्त काल 8τ है।

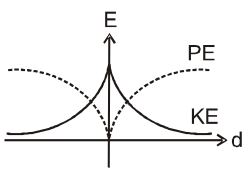
(3) गति का आयाम 4a है। (4) दोलनों का आवर्त काल 6τ है।

14. किसी सरल लोलक के लिये, उसके विस्थापन d तथा उसकी गतिज ऊर्जा के बीच और विस्थापन d तथा उसकी स्थितिज ऊर्जा के बीच ग्राफ खींचे गये है। निम्नांकित में से कौनसा ग्राफ (आलेख) सही है ? (यहॉ ग्राफ केवल व्यवस्था आरेख है और स्केल के अनुसार नहीं है।) **[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]**

(1) 

(2) 

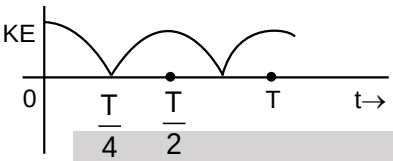
(3) 

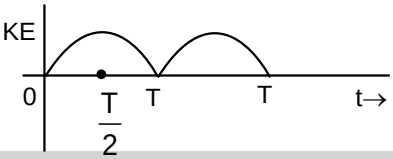
(4) 

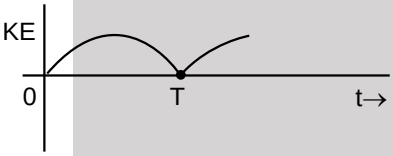
15. एक कण A आयाम से सरल आवर्त दोलन कर रहा है। जब यह अपने मूल स्थान से पर 2A/3 पहुँचता है, तब अचानक इसकी गति तिगुनी कर दी जाती है। तब इसका नया आयाम है **[JEE (Main) 2016; 4/120, –1]**

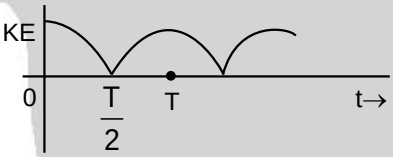
(1) 3A (2) $\sqrt{3}$ A (3) $\frac{7A}{3}$ (4) $\frac{A}{3}\sqrt{41}$

16. एक कण आवर्तकाल T से सरल आवर्त गति कर रहा है। समय t = 0 पर वह साम्यवस्था की स्थिति में है। निम्न में से कौनसा ग्राफ समय के साथ गतिज ऊर्जा का सही दर्शाता है। **[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]**

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

17. किसी ठोस में चांदी का एक परमाणु 10^{12}/sec की आवृत्ति से किसी दिशा में सरल आवर्त गति करता है। एक परमाणु को दूसरे परामाणु से जोडने वाले बंध का बल नियतांक कितना होगा ? (चांदी का आण्विक भार = 108 और अवागाद्री (Avagadro) संख्या = 6.02×10^{23} gm mole^{-1}) **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

(1) 2.2 N/m (2) 5.5 N/m (3) 6.4 N/m (4) 7.1 N/m

Answers

EXERCISE-1

भाग - I

खण्ड़ (A) :

A-1. आयाम = 5 m, कला नियतांक = $\frac{\pi}{6}$,
आवर्त काल = 2 s, अधिकतम चाल = 5π m/s

A-2. (a) 2.0 cm, $\frac{\pi}{50}$ s = 0.063 s, 100 N/m
(b) 1.0 cm, $\sqrt{3}$ m/s, –100 m/s^2

A-3. (a) T/12, (b) T/8, (c) T/6, (d) T/4, (e) T/8

A-4. $\frac{\sqrt{3}v_0}{2}$

A-5. $x = (10\text{cm})\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}s^{-1}\right)t+\frac{\pi}{6}\right]$, $\frac{10}{9}\pi^2 \approx 11$ cm/s^2

A-6. माध्य स्थिति से $\pm\frac{6}{5}$ cm = ± 1.2 cm

खण्ड़ (B) :

B-1. ± 5 cm **B-2.** A = 0.06 m

खण्ड़ (C) :

C-1. 0.1 N/m **C-2.** 40 J

C-3. $\frac{16}{10\pi^2}$ = 0.16 Kg

C-4. (a) $\frac{F}{k}$, $2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$, (b) $\frac{F^2}{2k}$ (c) $\frac{F^2}{2k}$

C-5. (a) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$, $k_{eq.} = k_1 + k_2$; (b)
$2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$, $k_{eq.} = k_1 + k_2$; (c)
$2\pi\sqrt{\frac{m\ (k_1+k_2)}{k_1k_2}}$, $k_{eq.} = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$
उत्तर समान ही होंगे

C-6. ऊपर से $\frac{M^2g^2}{2k}$, $\frac{M^2g^2}{4k}$ तथा $\frac{M^2g^2}{6k}$;
आवर्तकाल = $2\pi\sqrt{\frac{11}{6}\frac{M}{k}}$

खण्ड़ (D) :

D-1. 1 m **D-2.** 0.25 m

D-3. $\left(\frac{3600}{3601}\right)^2 g = 9.794 m/s^2$

D-4. (i) $2T_0$ (ii) 3g ऊपर की ओर

खण्ड़ (E) :

E-1. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{7\ell}{12g}}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{2r}{g}}$

(c) $2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{8}\ a}{3\ g}}$ (d) $2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$

E-2. (a) $2\pi\sqrt{\frac{r\sqrt{2}}{g}}$, $r/\sqrt{2}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{3}g}}$, $\frac{L}{2\sqrt{3}}$

खण्ड़ (F) :

F-1. (a) 7 cm (b) $\sqrt{37}$ cm= 6.1 cm
(c) 5 cm

F-2. $a\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ **F-3.** $2x^2 + \frac{y}{2} = 1$

खण्ड़ (G) :

G-1. कण का आयाम तथा ऊर्जा दोनो ही अनुनाद की स्थिति में अधिकतम हो सकता है। अनुनाद होने के लिए $\omega_1 = \omega_2$

G-2. (a) 0.3 s(b) 6.93 s (c) 3.4 s

भाग - II

खण्ड़ (A) :

A-1.	(A)	**A-2.**	(A)	**A-3.**	(B)
A-4.	(A)	**A-5.**	(A)	**A-6.**	(C)
A-7.	(A)	**A-8.**	(B)	**A-9.**	(B)
A-10.	(B)				

खण्ड़ (B) :

B-1.	(B)	**B-2.**	(C)	**B-3.**	(B)
B-4.	(C)	**B-5.**	(A)	**B-6.**	(C)

खण्ड़ (C) :

C-1.	(D)	**C-2.**	(C)	**C-3.**	(C)
C-4.	(A)	**C-5.**	(D)	**C-6.**	(D)
C-7.	(B)	**C-8.**	(D)		

खण्ड़ (D) :

D-1.	(A)	**D-2.**	(D)	**D-3.**	(C)
D-4.	(D)	**D-5.**	(C)		

खण्ड़ (E) :

E-1.	(D)	**E-2.**	(B)

खण्ड़ (F) :

F-1.	(B)	**F-2.**	(B)	**F-3.**	(D)
F-4.	(B)				

खण्ड़ (G) :

G-1.	(D)	**G-2.**	(C)

भाग - III

1. (A) → r , (B) → p, (C) → q, (D) → s

2. (A) → p ; (B) → q ; (C) → p ; (D) → s

EXERCISE-2

भाग - I

1.	(A)	**2.**	(C)	**3.**	(B)
4.	(C)	**5.**	(C)	**6.**	(A)
7.	(A)	**8.**	(A)	**9.**	(A)
10.	(A)	**11.**	(B)	**12.**	(C)
13.	(C)	**14.**	(B)	**15.**	(D)

भाग - II

1.	10	**2.**	2	**3.**	2
4.	15	**5.**	2	**6.**	16
7.	3	**8.**	3	**9.**	12
10.	17	**11.**	15	**12.**	8
13.	15	**14.**	2	**15.**	8
16.	75				

भाग - III

1.	(AD)	**2.**	(ABC)	**3.**	(BC)
4.	(ABCDE)	**5.**	(BD)	**6.**	(ABCD)
7.	(BCD)	**8.**	(ABC)	**9.**	(BD)
10.	(BC)	**11.**	(ACD)	**12.**	(AC)

भाग - IV

1.	(A)	**2.**	(C)	**3.**	(D)
4.	(D)	**5.**	(A)	**6.**	(B)
7.	(B)	**8.**	(C)		

EXERCISE-3

भाग - I

1.	(ABD)				
2.	(A)→(p); (B) → (q, s) ; (C) → (s) ; (D) → (q)				
3.	(D)	**4.**	(D)	**5.**	(C)
6.	(D)	**7.**	(C)	**8.**	(D)
9.	(C)	**10.**	(B)	**11.**	(D)
12.	(AD)	**13.**	(D)	**14.**	(C)
15.	(B)	**16.**	(B)	**17.**	(A)
18.	(AD)	**19.**	(BD)		

20. (A) → P,Q,R,T ; (B) → Q,S ; (C) → P,Q,R,S ; (D) → P,R,T

21. (ABD) **22.** 2.09

भाग - II

1.	(2)	**2.**	(1, 3)	**3.**	(1)
4.	(4)	**5.**	(4)	**6.**	(1)
7.	(1,4)	**8.**	(4)	**9.**	(4)
10.	(2)	**11.**	(4)	**12.**	(3)
13.	(4)	**14.**	(2)	**15.**	(3)
16.	(1)	**17.**	(4)		