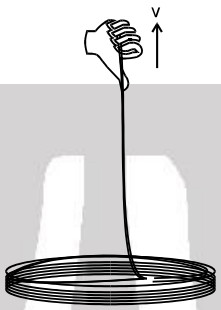
High Level Problems (HLP)

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

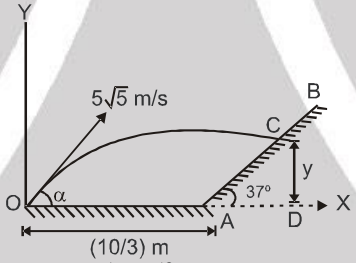
विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. एक समरूप ℓ लम्बाई एवं λ रेखीय द्रव्यमान घनत्व की रस्सी एक चिकनी क्षैतिज सतह पर लपेट कर रखी है। इसका एक सिरा नियत वेग v से खींचा जाता है। तब बाह्य कारक द्वारा पूरी रस्सी को जमीन से खींचने में आरोपित औसत शक्ति होगी :



2. उपरोक्त प्रश्न में रस्सी को ऊपर उठाने में बाह्य कारक द्वारा प्रदत्त महत्तम शक्ति होगी

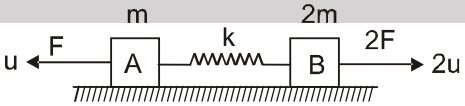
3. जमीन पर स्थित बिन्दु O से एक कण को $u = 5\sqrt{5}$ m/s वेग तथा $\alpha = \tan^{-1}(0.5)$ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह कण क्षेतिज से 37º कोण पर उठे हुये नत तल AB के C बिन्दु पर चित्रानुसार टकराता है। यदि कण वापस नही उछलता है तो ज्ञात करो।



(a) चित्र में प्रदर्शित निर्देशांक पद्धति में बिन्दु C के निर्देशांक।

(b) जमीन से अधिकतम ऊंचाई जहाँ तक कण पहुँचता हैं। ($g = 10$ m/s^2)

4. द्रव्यमान 'm' और 2m के दो ब्लॉक A और B ' k ', स्प्रिंग नियतांक वाली द्रव्यमानहीन अविकृत स्प्रिंग के सिरों से जोड़ा जाता है। यह दोनों चिकने क्षैतिज धरातल पर गति कर सकते है। प्रारम्भ में A व B का वेग क्रमशः ' u ' बाँयी ओर तथा '2u' दाँयी ओर है। दिखाये अनुसार नियत बल F तथा 2 F हमेशा A व B पर कार्यरत है। गति के दौरान स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव है।



5. दो समरूप गाड़ियाँ 1 तथा 2 जिनमें एक–एक व्यक्ति बैठा है जड़त्व के कारण एक दूसरे की तरफ घर्षणहीन समान्तर रेल पथों पर गति कर रही है। जब दोनों एक दूसरे के पास से गुजरती है तो दोनों व्यक्ति गति के लम्बवत् दिशा में कूदकर अपनी स्थिति परिवर्तित करते हैं। जिसके कारण गाड़ी 1 रूक जाती है तथा गाड़ी 2 समान दिशा में गति करती रहती है तथा इसका वेग v हो जाता है तो दोनों गाड़ीयों के प्रारम्भिक वेग v_1 तथा v_2 ज्ञात करो। यदि प्रत्येक गाड़ी (व्यक्ति रहित) का द्रव्यमान M तथा प्रत्येक व्यक्ति का द्रव्यमान m है।

6. दो समान द्रव्यमान M की गाड़ियां एक समान वेग v_0 से (बिना घर्षण के) एक दूसरे के पीछे जड़त्व के कारण चल रही है। एक m द्रव्यमान का आदमी पीछे वाली गाड़ी पर चलता है तथा किसी निश्चित क्षण पर आगे वाली गाड़ी पर u वेग से (अपनी गाड़ी के सापेक्ष) कूदता है। कूदने के बाद गाड़ीयों का वेग ज्ञात करें।

7. समान द्रव्यमान m के दो व्यक्ति M द्रव्यमान की स्थिर गाड़ी पर खड़े हैं। घर्षण नगण्य है, तो निम्न स्थितियों में आदमियों के एक समान क्षैतिज वेग u (गाड़ी के सापेक्ष) से कूदने के बाद गाड़ी का वेग ज्ञात करो (1) जब दोनों एक साथ कूदते हैं (2) जब एक के बाद एक कूदते हैं। किस स्थिति में गाड़ी का वेग ज्यादा होगा और कितना गुना ज्यादा होगा?

8. एक स्थिर घिरनी से पारित रस्सी के एक सिरे पर लगी सीढ़ी पर आदमी खड़ा है तथा दूसरे से M द्रव्यमान का ब्लॉक जुड़ा है। m द्रव्यमान का आदमी सीढ़ी के सापेक्ष ℓ' ऊँचाई तक चढ़ता है तथा रूक जाता है। रस्सी का द्रव्यमान तथा घिरनी में घर्षण नगण्य है। तो निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन ℓ ज्ञात करो।

9. m_1 द्रव्यमान का कण m_2 द्रव्यमान के स्थिर कण से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टकराने वाले कण की गतिज ऊर्जा का कितना भाग ह्रास होगा। यदि
(a) यह टकराने के बाद प्रारम्भिक गति की दिशा से लम्बवत् गति करे।
(b) यदि टक्कर सम्मुख है।

10. वस्तु 1 एक स्थिर वस्तु 2 से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करती है। उनके द्रव्यमान का अनुपात ज्ञात करो। यदि
(a) सीधी (सम्मुख) टक्कर के बाद कण समान वेग से विपरीत दिशा में चले जाते हैं।
(b) यदि दोनों कण, कण 1 की गति की दिशा से सममित रूप से $\theta = 60°$ कोण पर विक्षेपीत होते है।

11. एक गेंद रेखीय गति करती हुई दूसरी समान स्थिर गेंद से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टकराते समय दोनों गेंदों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा तथा प्रारम्भिक गति की दिशा के बीच कोण $\alpha = 45°$ है। माना गेंदें चिकनी हैं। अधिकतम विरूपण की स्थिति में गतिज ऊर्जा का स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित भाग η क्या होगा।

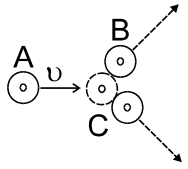
12. $v = 10$ m/s वेग से चलता हुआ एक कण 1 समान द्रव्यमान के दूसरे स्थिर कण 2 से सम्मुख टक्कर करता है। टक्कर के कारण निकाय की गतिज ऊर्जा $\eta = 1.0\%$ कम हो जाती है। कण 1 का टक्कर के पश्चात् वेग का परिमाण व दिशा ज्ञात करो।

13. m द्रव्यमान का कण स्थिर M द्रव्यमान के स्थिर कण से टकराता है तथा $\pi/2$ कोण पर विक्षेपित हो जाता है। M द्रव्यमान का कण, m द्रव्यामन के कण की प्रारम्भिक गति की दिशा से $\theta = 30°$ कोण पर गति करना शुरू करता है। टक्कर के बाद कितने प्रतिशत व किस रूप में निकाय की गतिज ऊर्जा परिवर्तित होगी, यदि $M / m = 5.0$ है।

14. एक बंद निकाय m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो कणो से मिलकर बना हैं जो v_1 तथा v_2 वेग से एक दूसरे के लम्बवत् गति करते हैं। ज्ञात करो :
(a) प्रत्येक कण का संवेग और
(b) उनके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष दोनों की कुल गतिज ऊर्जा

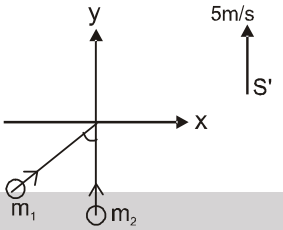
15. m_1 द्रव्यमान का कण m_2 ($m_1 > m_2$) द्रव्यमान के स्थिर कण से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के कारण दोनों कण अधिकतम कितने कोण पर विक्षेपित हो सकते है।

16. A, B तथा C तीन एक समान चकती चिकने क्षैतिज तल पर विराम में रखी हुई है। चकती A को जब v वेग दिया जाता है तो यह चकती B तथा C से एक साथ प्रत्यास्थ टक्कर करती है। बाद वाली चकती के केन्द्रो के बीच की दूरी प्रत्येक चकती के व्यास से η गुना ज्यादा है। टक्कर के बाद A का वेग क्या होगा। η के किस मान के लिए A वापिस आ जाएगी, रूक जाएगी, चलती रहेगी?



17. एक वायुयान (m_0 द्रव्यमान) बाह्य बलों के अभाव में v_0 नियत वेग से गति करता है। वायुयान की दिशा परिवर्तित करने के लिए वायुयान का इंजन चालू करते हैं। वह u वेग से गैस निष्कासित करता है। जो कि वायुयान के सापेक्ष नियत है तथा वायुयान की गति की दिशा के लम्बवत् है। जब वायुयान का द्रव्यमान m होता है तब इंजन बंद हो जाता है। वायुयान के इंजन के कारण वायुयान किस कोण α पर गति की दिशा से विचलित होगा।

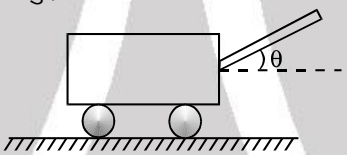
18. दो चिकने गोले जिनके द्रव्यमान m_1 और m_2 है तथा त्रिज्या समान है। अप्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। इनके वेग क्रमशः13 m/s तथा 5 m/s टक्कर से पहले दर्शायी गयी दिशा के अनुदिश हैं जहाँ $\cot\theta = \frac{5}{12}$ है। एक प्रेक्षक धनात्मक y-अक्ष के अनुदिश 5m/s नियत चाल से गतिशील है तथा यह टक्कर देखता है। वह द्रव्यमान m_1 का अन्तिम वेग y-अक्ष के अनुदिश 5m/s तथा निकाय की गतिज ऊर्जा में कुल हानि प्रारम्भिक की $\frac{1}{72}$ भाग मापता है। ज्ञात करो।



(a) द्रव्यमानों का अनुपात

(b) m_2 का टक्कर के बाद वेग (प्रेक्षक के सापेक्ष)।

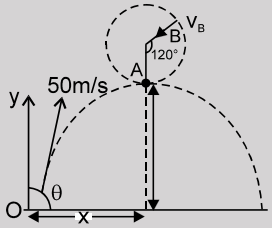
19. एक गाड़ी जिसका द्रव्यमान M_0 है, खुरदरी क्षैतिज सतह पर खड़ी है। यह λ kg/s की दर से क्षैतिज से θ कोण पर तथा गाड़ी के सापेक्ष वेग 'u' (नियत) से गोली दागती है। गाड़ी तथा सतह के मध्य घर्षण गुणांक μ है। गाड़ी का समय 't' के पदों में वेग ज्ञात कीजिए। गाड़ी फिसलते हुए चलती है।



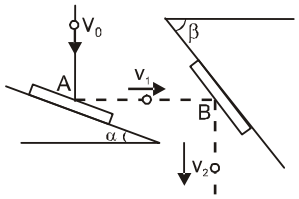
20. एक M द्रव्यमान की गोली को क्षैतिज से किसी कोण पर 50 m/s के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। इसके पथ के उच्चतम बिन्दु पर यह $\frac{10}{3}$m लम्बी द्रव्यमानहीन छड़ से लटके 3M द्रव्यमान वाले गुटके से सम्मुख टकराती है तथा इसमें धस जाती है। टक्कर के बाद छड़ 120° कोण तक घूम जाती है। ज्ञात कीजिए :

(a) प्रक्षेपण कोण

(b) गोली के प्रक्षेपण बिन्दु के सापेक्ष गुटके (bob) के प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर तथा क्षैतिज निर्देशांक ($g = 10m/s^2$)



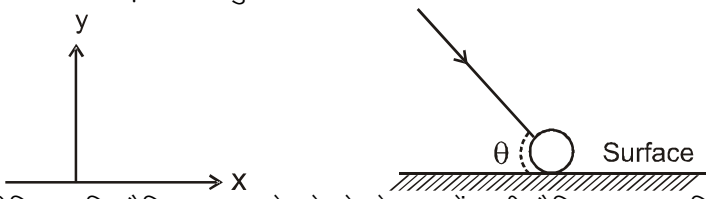
21. एक स्टील की गेंद ऊर्ध्वाधर गिरकर दृढ़ प्लेट A से v_0 वेग से टकराती है तथा क्षैतिज दिशा में उछल जाती है। गेंद फिर दूसरी दृढ़ प्लेट B से टकराकर दर्शाये अनुसार ऊर्ध्वाधर गिरती है। पृष्ठ चिकने है व गेंद पर गुरूत्व प्रभाव नगण्य मानें। ज्ञात करो।



(a) अभीष्ठ कोण α तथा β

(b) वेग v_1 और v_2 का परिमाण। दोनों प्लेट के लिए प्रत्यावस्थान गुणांक e है।

22. एक छोटी गोलाकार गेंद खुरदरी क्षैतिज सतह से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टक्कर से पहले यह क्षैतिज के साथ θ कोण बनाते हुए गति करती है, यह माने की सम्पर्क समय के दौरान घर्षण बल $f = \mu N$ नियम का पालन करता हैं। जहां N अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल है तथा μ घर्षण गुणांक है।



(a) θ_m (μ) ज्ञात कीजिए ताकि क्षैतिज सतह को छोड़ने के बाद गेंद की क्षैतिज परास अधिकतम हो।

(b) θ_m की मान्य परास (allowed range) क्या है।

23. दो स्केटर (A तथा B), प्रत्येक का द्रव्यमान 70 kg एक दूसरे की ओर 1 ms^{-1} की चाल से घर्षण रहित सतह पर चल रहे है। स्केटर A के पास 10 kg की एक गेंद है। दोनों स्केटर गेंद को स्वयं के सापेक्ष 5 ms^{-1} की चाल से इस प्रकार फेंक सकते है। ताकि A गेंद को B की ओर t = 0 s पर फेंकता है, तो गेंद सतह के सापेक्ष 6 ms^{-1} की चाल से जाती है। जब वे एक दूसरे से 10 m की दूरी पर है, तो वे (t = 0 s) पर गेंद को एक दूसरे की ओर फेंकना प्रारम्भ करते है। (चित्र में देखें) माना गति एक विमीय है। सभी टक्करे पूर्ण अप्रत्यास्थ है तथा गेंद को पकड़ने व फेंकने में लिया गया समय 1 s है।

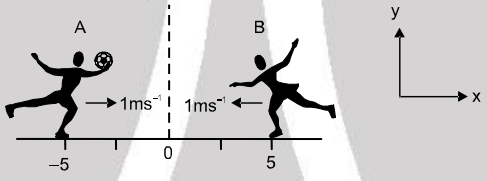


Figure-1

(a) प्रारम्भिक स्थिति पर स्केटरों का संवेग (t = 0 s पर) होगा।

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

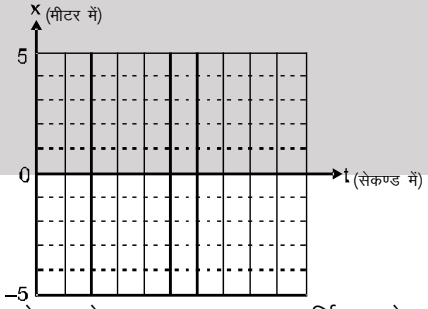
(b) t = 0 s पर स्केटर A स्केटर B की तरफ गेंद फेंकता है। B द्वारा गेंद को पकड़ने के पश्चात् दोनों स्केटरों का संवेग होगा।

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

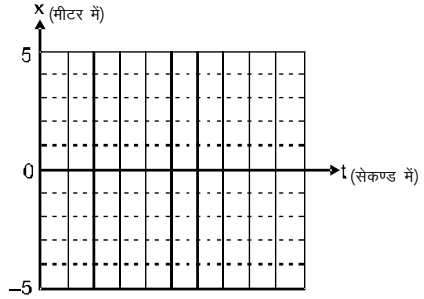
(c) प्रत्येक स्केटर के लिए टक्कर नहीं होने के लिए न्यूनतम फेंको की संख्या होगी।

फेंको की संख्या A = ; फेंको की संख्या B =

(d) प्रत्येक स्केटर का x–t ग्राफ प्रदर्शित करो यदि गेंद फेंकना बंद हो जाए [नोट: इसमें तथा अगले प्रश्न में पैमाना आप अपने हिसाब से मान सकते है। ग्राफ बनाने के लिए पेन्सील का प्रयोग करे।].



(e) गेंद के एक चक्कर के दौरान प्रत्येक स्केटर का x–t ग्राफ प्रदर्शित करो। (A से B तक तथा वापस B से A तक).

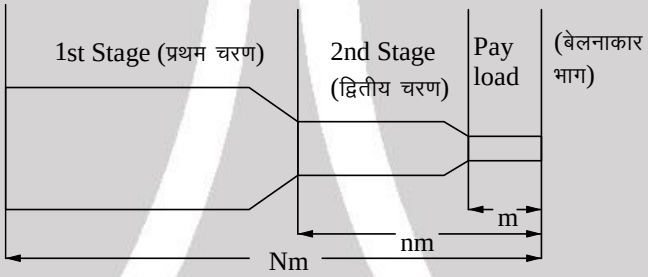


24. एक न्यूट्रॉन (neutron), स्थिर ड्योट्रॉन (deutron) से प्रत्यास्थ टक्कर के कारण अपनी प्रारम्भिक दिशा से θ डिग्री कोण पर विचलित हो जाता है। यदि न्यूट्रॉन अपनी प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का $\frac{2}{3}$ भाग ड्योट्रॉन (deutron) को दे देता है तो θ का मान क्या होगा (परमाणु द्रव्यमान इकाई में न्यूट्रॉन का द्रव्यमान 1u तथा ड्योट्रॉन का द्रव्यमान 2u है।)

25. एक गोला v = 500 m/s वेग से हवा में गतिशील है, यह तीन एक समान टुकड़ों में विखण्डित हो जाता है जिससे निकाय की गतिज ऊर्जा η = 1.5 गुना बढ़ जाती है। एक टुकडा कितना अधिकतम वेग प्राप्त कर सकता है, ज्ञात कीजिये।

26. एक कण एक केन्द्रिय बल क्षेत्र में एक बन्द पथ के अनुदिश गतिशील है, जहाँ कण की स्थितिज ऊर्जा $U = kr^2$ है (k धनात्मक नियतांक है, r क्षैत्र के केन्द्र O से कण की दूरी है)। कण का द्रव्यमान ज्ञात कीजिये, यदि बिन्दु O से कण की न्यूनतम दूरी r_1 के बराबर है एवं इस कण का O से दूरस्थ बिन्दु पर वेग v_2 के बराबर है।

27. इस प्रश्न में प्रमोचन यान के रूप में एकल चरण रोकेट के स्थान पर बहुचरण रोकेट के उपयोग को दर्शाया गया है। माना दो चरण युक्त रोकेट के अग्र भाग पर m द्रव्यमान का बेलनाकार भाग (payload) चित्रानुसार जुड़ा हुआ है। कुल द्रव्यमान (ईंधनयुक्त रोकेट के दोनों भाग + अग्र बेलनाकार भाग) Nm है।



प्रथम चरण के दहन एवं अलगाव के पश्चात् द्वितीय चरण + बेलनाकार भाग का शेष द्रव्यमान nm है। प्रत्येक चरण में पात्र तथा ईंधन युक्त प्रारम्भिक पात्र के द्रव्यमानों का अनुपात r है, तथा ईंजन के सापेक्ष निष्कासन चाल V नियत है, यह माना जाता है कि ईंधन के पूर्ण जलने के ठीक पश्चात् प्रत्येक चरण में पात्र तुरन्त प्रभाव से रोकेट के वेग को अप्रभावित रखते हुए तुरन्त अलग हो जाता है। गुरूत्व नगण्य मानें।

(a) प्रथम चरण के दहन के पश्चात् रोकेट के द्वारा प्राप्त वेग v के लिये व्यंजक {V,N,n,r} के पदों में ज्ञात करो। रोकेट विरामावस्था से प्रारम्भ होता है।

(b) द्वितीय चरण के दहन के पश्चात् प्राप्त अतिरिक्त वेग u के लिये व्यंजक ज्ञात करो।

(c) v तथा u के युग्मन से अग्र भाग का वेग w क्रमशः N, n, तथा r के पदों में प्राप्त होता है। N तथा r को नियत मानते हुए n का मान ज्ञात करो, जिसके लिये w अधिकतम हो। इस अधिकतम स्थिति के लिये u/v का मान ज्ञात करें।

(d) N, r, तथा V के समान मानों के लिये एकल चरण रोकेट के अग्र भाग के वेग w_s के लिये व्यंजक ज्ञात करो।

(e) माना रोकेट के अग्र भाग का वेग 10 km/s प्राप्त करते हैं, इसके लिये V = 2.5km/s तथा r = 0.1 है। प्रश्न (c) के अधिकतम स्थिति को लेते हुए N का मान ज्ञात करो। इसको दो चरण युक्त रोकेट मान कर हल करो।

28. एक (ट्रोली + बालक) जिनका कुल द्रव्यमान 200 kg है, घर्षण रहित पथ पर 36 km/h की चाल से गति कर रहे है। 20 kg द्रव्यमान का बालक, कार पर एक सिरे से दूसरे सिरे की तरफ (10 m दूर) ट्रोली के सापेक्ष 10 ms^{-1} से ट्रॉली की गति की दिशा में दौड़ता है तथा उसी सापेक्ष वेग से ट्रॉली से कूदता है। ट्रॉली की अन्तिम चाल क्या होगी। ट्रोली, बालक के दौडना शुरू करने से, कूदने के ठीक पहले तक के समय में कितना चल चुकी होगी?

HLP Answers

1. $\frac{\lambda \ell \ vg}{2} + \lambda v^3$ **2.** $\lambda \ell gv + v^3 \lambda$ **3.** (a) (5m, 1.25m) (b) 4.45 m.

4. $x_{max} = \frac{4F + \sqrt{16F^2 + 54mu^2 k}}{3k}$ **5.** $v_1 = -mv / (M - m)$, $v_2 = Mv / (M - m)$

6. $v_{rear} = v_0 - \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{M + m}} u$; $v_{front} = v_0 + \frac{\mathbf{mMu}}{\mathbf{(M + m)^2}}$

7. (i) $v_1 = \frac{-2m\vec{u}}{(M + 2m)}$ (ii) $v_2 = \frac{-m(2M + 3m)\vec{u}}{(M + m)(M + 2m)}$, $v_2 > v_1 \ \frac{(2M + 3m)}{(2M + 2m)}$ (गुणक से)

8. $\ell = \ell' m / 2M$

9. (a) $\eta = 2m_1/(m_1 + m_2)$; (b) $\eta = \frac{4\ m_1\ m_2}{(m_1 + m_2)^2}$

10. (a) $\frac{m_1}{m_2} = 1/3$; (b) $\frac{m_1}{m_2} = 1 + 2\cos\theta = 2.0$ **11.** $\eta = \frac{1}{2} \cos^2\alpha = 0.25$

12. कण समान दिशा में गति करता रहेगा, यद्यपि इस समय $v' = (1 - \sqrt{1 - 2\eta})v/2$. $\eta << 1$ के लिए $v' = \eta v/2 = 5$ cm/s.]

13. $\Delta T / T = (1 + m/M) \tan^2\theta + m/M - 1 = -40\%$

14. (a) $p = \mu \sqrt{\mathbf{v_1}^2 + \mathbf{v_2}^2}$; (b) $T = 1/2\mu(\mathbf{v_1}^2 + \mathbf{v_2}^2)$ यहाँ $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$

15. $\sin\theta_{max} = m_2/m_1$ **16.** $v' = -v(2 - \eta^2) / (6 - \eta^2)$. η के $\sqrt{2}$ से कम, बराबर व ज्यादा के लिए

17. $\alpha = (u/u_0) \ln (m_0/m)$ **18.** (a) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{13}$ (b) 9 m/s

19. $v = (u\cos\theta - \mu u \sin\theta)\ell n\left(\frac{M_0}{(M_0 - \lambda t)}\right) - \mu gt$ **20.** (a) 37^o, (b) x = 120 m तथा y = 45 m

21. $\tan\alpha = \sqrt{e}$, $v_1 = \sqrt{e}\ v_0$, $\cot\beta = \sqrt{e}$, $v_2 = e v_0$

22. (a) $\theta_m = \frac{1}{2}\cot^{-1}(2\mu)$ (b) θ_m की सम्भावित परास : $\theta_m \in \ ]0, \pi/4[$

23. (a) $\vec{P}_A = 80\,\hat{i}$ kg. m.s^{-1} or $\vec{P}_a = 70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}; $\vec{P}_b = -70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(b) $\vec{P}_A = 20\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}; $\vec{P}_b = -10\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1} या $\vec{P}_b = -70/8\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(c) A = 1, B = 1

(d) चित्र (1) देखें

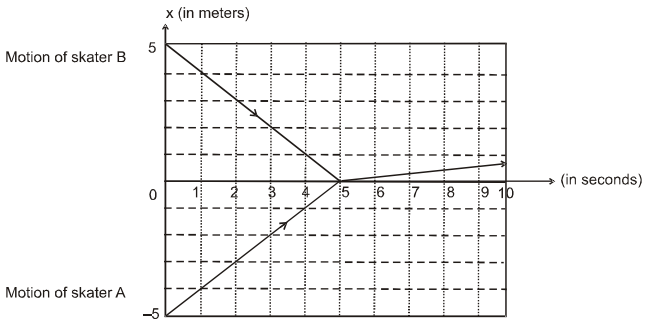


Figure 1:

(e) चित्र (2) देखें

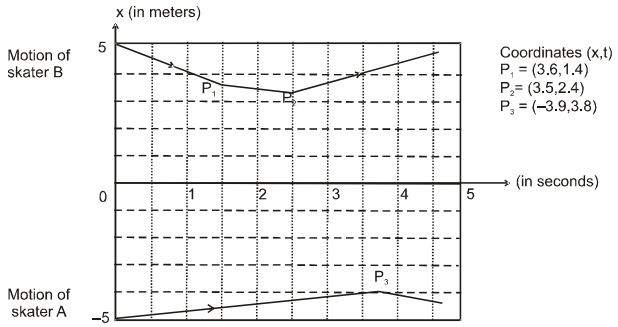


Figure 2:

24. 90 **25.** $v_{max} = v(1 + \sqrt{2(\eta - 1)}) = 1.0$ km किलोमीटर प्रति सेकण्ड **26.** $m = 2kr_1^2/v_2^2$.

27. **(a)** परिवर्ती द्रव्यमान समीकरण से

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{external} + V_{relative}\frac{dm}{dt}$$

गुरूत्व नहीं है अतः $\vec{F}_{external} = 0$, $\vec{v}_{relative} = v$. हल करने पर

$$= v = V\ln\frac{m_i}{m_f} \qquad (1)$$

यहाँ प्रारम्भिक द्रव्यमान $m_i = Nm$ (2)

अंतिम द्रव्यमान $m_f = [Nr + n(1 - r)]m$ (3)

(b) अब $m_i = nm$, $m_f = m(nr + 1 - r)$. समीकरण (1) स

$$u = V\ln\frac{n}{nr+1-r} \qquad (4)$$

(c) समीकरण (3 एवं 4 से)

$$\omega = V\ln\frac{N_n}{[Nr+n(1-r)]\,[nr+1-r]}$$

Vln f(n)

f(n) को अधिकतम करते हुए ω के लिये हल करने पर, अवकलन करके शून्य के बराबर करते हुए हम प्राप्त करते हैं।

$$n = \sqrt{N} \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{\ln[\sqrt{N}/\{r\sqrt{N}+(1-r)\}]}{\ln[N/Nr+\sqrt{N}(1-r)\}]} = 1 \qquad (5)$$

समीकरण (1 तथा 4 के प्रयोग से)

(d) यहाँ $m_i = Nm$ तथा $m_f = m + r(Nm - m)$. समीकरण (1) के प्रयोग से

$$w_s = V\ln\frac{N}{Nr+1-r}$$

(e) अग्र भाग का वेग

$$w = u + v = 2V\ln\frac{\sqrt{N}}{r\sqrt{N}+1-r}$$

w के वांछित मान के लिये , N = 649.4 है। उत्तर को निकटतम पूर्णांकों में मानने पर N = 650 है।

28. 9m/s, 9m