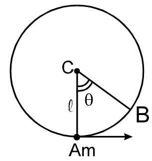
High Level Problems (HLP)

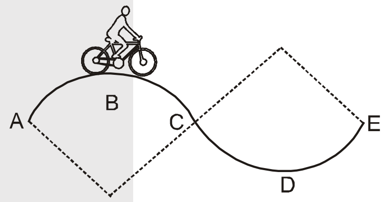
विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. द्रव्यमान m का एक कण एक हल्की, अवितान्य ℓ लम्बाई की डोरी के एक सिरे से जुड़ा है जिसका दूसरा सिरा बिन्दु C पर स्थित है। निम्नतम बिन्दु पर कण को ऊर्ध्वाधर तल में वृत्ताकार पथ पूर्ण करने के लिए न्यूनतम वेग दिया जाता है। जैसे–जैसे यह वृत्ताकार पथ में गति करता है, डोरी में तनाव कोण θ के साथ परिवर्तित होता है। θ चित्रानुसार परिभाषित है। जब θ शून्य से '2π' (अर्थात् कण एक परिक्रमा पूरा करता है।) तक परिवर्तित होता है तो तनाव 'T' में 'θ' के साथ परिवर्तन का आरेख बनाओ।

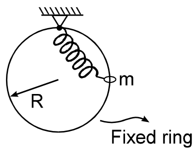


2. विषुवत रेखा पर स्थित कमानीदार तुला पर एक व्यक्ति खड़ा हुआ है। (a) तुला उसके वास्तविक भार का कितना प्रतिशत कम पाठयांक दर्शायेगी ? (b) यदि पृथ्वी के घूर्णन की चाल का मान इतना बढ़ा दिया जाये कि तुला का पाठयांक उसके वास्तविक भार का आधा रह जाये तो इस स्थिति में दिन की अवधि कितनी होगी ?

3. जैसा कि चित्र में प्रदर्शित किया गया है कि 100 m की समान त्रिज्या के दो वृत्ताकार भागों ABC तथा CDE को जोड़कर एक पथ बनाया गया है। प्रत्येक भाग केन्द्र पर समकोण अंतरित करता है। एक साईकिल जिसका सवार सहित भार 100 kg है, इस पथ पर 18 km/h की नियत चाल से गति कर रही है
(a) जब साईकिल B व D पर है, तब इस पर सड़क के द्वारा अभिलम्बवत् सम्पर्क बल ज्ञात कीजिए। (b) B, C तथा D पर सड़क के द्वारा साईकिल के टायर पर लगाया गया घर्षण बल ज्ञात कीजिए। (c) साइकिल के C बिन्दु को पार करने के तुरन्त पहले तथा तुरंत पश्चात् साइकिल तथा सड़क के मध्य अभिलम्बवत् बल ज्ञात कीजिए। (d) साइकिल तथा सड़क के मध्य घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए, जिससे साइकिल नियत चाल से गति कर सके ? ($g = 10 m/s^2$)

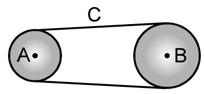


4. एक R त्रिज्या की वलय को ऊर्ध्वाघर तल में रखा गया है। वलय स्थिर अवस्था में है। m द्रव्यमान का एक मनका वलय की परिधि में बिना घर्षण के गति कर सकता है। स्प्रिंग का एक सिरा मनके से तथा दूसरा सिरा वलय के साथ उच्चतम बिन्दु जहाँ वलय स्थिर है, से जोड़ा जाता है। प्रारम्भ में स्प्रिंग अविस्तारित है तथा मनका वलय के निम्नतम बिन्दु से ऊर्ध्वाधर R दूरी पर है। अब मनके को विराम से छोड़ा जाता है।

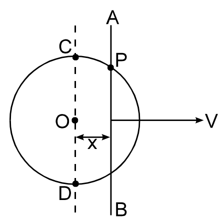


(a) K स्प्रिंग नियतांक का मान क्या होगा ताकि मनका वलय के निम्नतम बिन्दु पर पहुँच सके।
(b) K के इसी मान के लिए मनके के स्पर्श रेखीय तथा त्रिज्यीय त्वरण, प्रारम्भिक तथा निम्नतम बिन्दु स्थिति के लिए क्या होंगे।

5. r_A = 10cm त्रिज्या का एक पहिया A, r_B = 25 cm त्रिज्या के अन्य पहिये से बेल्ट C की सहायता से चित्रानुसार युग्मित किया जाता है। बेल्ट फिसलती नहीं है। t = 0 पर पहिया $\pi/2$ rad/sec^2 की एक समान चाल से विरामावस्था से इसकी कोणीय चाल को बढ़ाता है। किस समय पहिया B,100 rpm की चाल प्राप्त कर लेगा। (पहिया स्थिर (fixed) है)



6. चित्रानुसार एक छड़ AB, R त्रिज्या के स्थिर वृत्त पर नियत वेग 'v' से गति कर रही है। वृत्त तथा छड़ का प्रतिच्छेदन बिन्दु P है। किसी क्षण वृत्त के केन्द्र से छड़ की दूरी x = 3R/5 है। छड़ का वेग छड़ के लम्बवत् है तथा छड़ व्यास CD के समान्तर है।
(a) प्रतिच्छेदन बिन्दु P की चाल ज्ञात करो।
(b) प्रतिच्छेदन बिन्दु P की वृत्त के केन्द्र के सापेक्ष कोणीय चाल ज्ञात करो।



7. m द्रव्यमान की एक जंजीर जो R त्रिज्या के वृत्त का निर्माण करती है, एक अर्द्धकोण θ वाले एक चिकने शंकु के चारों ओर से फिसल रही है। जंजीर में तनाव ज्ञात करो यदि यह ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष नियत कोणीय वेग ω से शंकु के सममित अक्ष के अनुदिश घूर्णन करती है।

8. m द्रव्यमान के छोटे गोले को धागे से बांधकर लटकाया गया है। इसको पहले एक ओर इतना विस्थापित किया जाता है कि धागा ऊर्ध्व से समकोण बनाता है फिर इसको छोड़ दिया जाता है, तो–
(i) गोले का कुल त्वरण तथा धागे में तनाव, θ के फलन के रूप में क्या होगा। (θ = धागे द्वारा ऊर्ध्व से बनाया गया कोण)
(ii) जब कुल त्वरण सदिश क्षैतिज दिशा में हो तो धागे एवं उर्ध्व के मध्य कोण θ का मान ज्ञात कीजिए।
(iii) जब गोले के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक अधिकतम हो तो धागे में तनाव ज्ञात कीजिए।

9. xy तल में m द्रव्यमान के कण की गति के दौरान कण पर नियम x = a sint, y = bcost (जहाँ a,b और ω नियतांक है) के अनुसार लगने वाले बल का परिमाण और दिशा ज्ञात करो।

10. ℓ लम्बाई की एक जंजीर, R त्रिज्या की चिकनी गोलीय सतह पर रखी हुई है तथा इसका एक सिरा गोले के ऊपरी सतह पर है। जंजीर के प्रत्येक अवयव का त्वरण a क्या होगा जब इसके ऊपरी सिरे को छोड़ा जाता है। यह मानिए कि जंजीर की लम्बाई $\ell < 1/2\ \pi R$

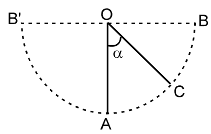
11. एक बिन्दु तल में गति करता है जिससे इसका स्पर्शरेखीय त्वरण $\omega_\tau = a$, तथा इसका अभिकेन्द्रीय त्वरण $\omega_n = bt^4$ है, जहाँ a तथा b धनात्मक नियतांक है तथा t समय है। t = 0 समय पर बिन्दु विरामावस्था में था। पथ के बिन्दु की वक्रता त्रिज्या ओर कुल त्वरण ω की, तय की गई दूरी S के साथ निर्भरता ज्ञात करो।

12. एक क्षैतिज पट्टी पर m द्रव्यमान का एक पिण्ड रखा हुआ है। पट्टी तथा पिण्ड के मध्य घर्षण गुणांक μ=0.5 है। पट्टी को एक सिरे पर कीलकित किया गया है तथा इस सिरे से ब्लॉक की दूरी L =1m है। पट्टी को कीलकित सिरे के परितः क्षैतिज तल में घुमाया जाता है। यदि पट्टी की कोणीय चाल शून्य से नियत कोणीय त्वरण α = 3 rad/sec^2 से एकसमान रूप से बढ़ायी जाये तो किस कोणीय चाल पर पिण्ड फिसल जायेगा। (g = 10m/s^2)

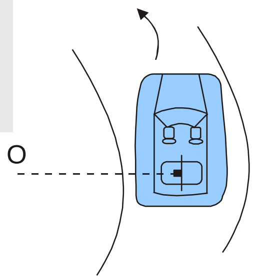
13. एक कण किसी तल में पथ y (x) के अनुदिश वेग v से गतिशील है, जिसका परिमाण नियत है। बिन्दु x = 0 पर कण का त्वरण तथा पथ वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए। यदि
(a) पथ की समीकरण परवलय $y = ax^2$ है।
(b) पथ की समीकरण दीर्घवृत्त $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$ है ; जहाँ a तथा b नियत है।

14. एक कण xy तल में वेग $v = a\hat{i} + bx\hat{j}$ से गतिशील है, जहाँ $\hat{i}$ तथा $\hat{j}$ क्रमशः x तथा y अक्ष के अनुदिश इकाई सदिश है एवं a तथा b नियत है। प्रारम्भिक क्षण पर कण बिन्दु x = y = 0 पर स्थित है। ज्ञात कीजिए।
(a) कण के पथ की समीकरण y (x); (b) पथ की वक्रता त्रिज्या x के फलन के रूप में।

15. एक सरल लोलक कोणीय आयाम 90º से चित्र में दर्शाये अनुसार दोलन कर रहा है। α के किस मान के लिए त्वरण निर्देशित है।
(i) ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर (ii) क्षैतिज दिशा में (iii) ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर



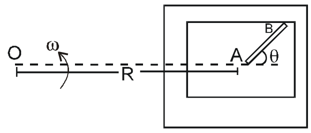
16. 36 km/hr की चाल से गतिशील एक कार, 50 m त्रिज्या की वृत्ताकार सड़क पर मुड़ती है। इसकी सीट पर एक लकड़ी की प्लेट इस प्रकार रखी हुई है कि प्लेट का तल, वृत्तीय सड़क की त्रिज्या के लम्बवत् है। सीट पर 100g द्रव्यमान का एक ब्लॉक रखा हुआ है जो कि प्लेट पर टिका हुआ है। (चित्र) प्लेट तथा ब्लॉक के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ = 0.58. है।
(a) प्लेट द्वारा ब्लॉक पर लगाया गया अभिलम्बवत् बल ज्ञात कीजिए।
(b) प्लेट को धीरे–धीरे इस प्रकार घुमाया जाता है कि प्लेट के अभिलम्ब तथा सड़क की त्रिज्या के मध्य कोण धीरे धीरे बढ़ता है। कोण का वह मान ज्ञात करिये जिसके लिये ब्लॉक प्लेट पर खिसकना शुरू कर देगा।



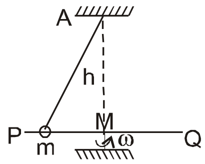
17. r = 0.1 मी. त्रिज्या का एक अर्धगोलाकार प्याला ω कोणीय वेग के साथ इसकी अक्ष (जो कि ऊर्ध्व है) के परितः घूम रहा है। प्याले की घर्षण रहित आंतरिक सतह पर 10^{-2} किग्रा द्रव्यमान का कण भी साथ में ω कोणीय चाल के साथ घूम रहा है। कण प्याले के पेंदे से h ऊंचाई पर है। (a) h एवं ω के मध्य सम्बन्ध स्थापित कीजिये। h के अशून्य मान के लिए ω का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए ? (b) इस व्यवस्था में h का मान शुद्धता से मापकर हम g का मान ज्ञात करना चाहते हैं। मान लीजिये कि r एवं ω एकदम शुद्धता से ज्ञात है और h के मापन में अल्पतमांक 10^{-4} मी. है। g के मापे गये मान में न्यूनतम त्रुटि Δg कितनी है ? (g = 9.8 मी/से^{2}) **[JEE 1993]**

18. एक ब्लॉक को खोखले क्षैतिज बेलन में रखा गया है। बेलन अपनी अक्ष के परितः एक चक्कर प्रति सेकण्ड की नियत कोणीय चाल से घूम रहा है। ब्लॉक केन्द्र से गुजरने वाले क्षैतिज तल से नीचे की ओर 30° कोण पर फिसलना प्रारम्भ कर देता है। यदि घर्षण गुणांक 0.6 है तो बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिये। बेलन की न्यूनतम नियत कोणीय चाल कितनी हो जिससे कि ब्लॉक बेलन के शीर्ष तक पहुंच सके ? **[REE 2001]**

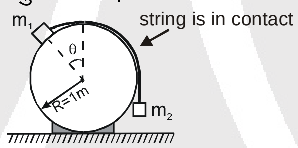
19. चित्रानुसार एक केबिन R त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर एक समान कोणीय वेग ω से घूर्णन कर रहा है, इस केबिन में चिकनी सतह की एक टेबल दृढ़ आधार पर रखी हुई है। टेबल की सतह में L लम्बाई (L< < R) का एक खांचा AB बनाया गया है। केबिन के वृत्तीय पथ की त्रिज्या OA से यह खांचा θ कोण बनाता है। खांचे में बिन्दु A पर एक छोटा कण रखकर AB के अनुदिश गति के लिये मुक्त कर दिया जाता है। कण को बिन्दु B तक पहुँचने में लगा समय ज्ञात करिये।



20. एक चिकनी छड़ PQ, इसके मध्य बिन्दु M के परितः नियत कोणीय वेग 14 रेडियन/से. के साथ क्षैतिज तल में घूमती है। बिन्दु M एक स्थिर बिन्दु A से h = 0.1 मी ऊर्ध्वाधर नीचे है। एक प्रत्यास्थ एवं हल्की डोरी जिसकी प्राकृतिक लम्बाई 0.1 मीटर तथा बल नियतांक 1.47 न्यूटन/सेमी है, का एक सिरा A पर बंधा हुआ है और इसके दूसरे सिरे से m = 0.3 किग्रा द्रव्यमान की एक वलय जुड़ी हुई है। वलय छड़ के अनुदिश फिसल सकती है। जब वलय, छड़ के सापेक्ष स्थिर है तो डोरी का ऊर्ध्व से झुकाव, डोरी में तनाव, वलय द्वारा छड़ पर लगाया गया बल क्रमशः ज्ञात कीजिए। ($g = 9.8\ m/s^2$)

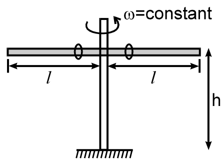


21. द्रव्यमान m_1, एक स्थिर एवम् चिकने बेलन पर रखा हुआ है। एक आदर्श रस्सी को m_1 द्रव्यमान से जोड़कर बेलन पर रखते हुए दूसरी ओर m_2 द्रव्यमान से चित्रानुसार जोड़ा जाता है।

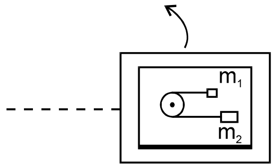


22. उपरोक्त प्रश्न में यदि $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 4$kg निकाय को $\theta = 30^o$ पर विराम से छोड़ा जाता है। निकाय के छोड़ने के तुरन्त बाद m_1 के त्वरण का परिमाण $\frac{N}{9}$ m/s² है तो N का मान ज्ञात करो।

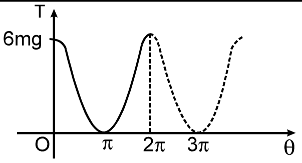
23. दो एकसमान वलय, जो छड़ के अनुदिश फिसल सकती है, इनको 2ℓ($\ell = 1$ m) लम्बाई वाली चिकनी छड़ के मध्य बिन्दु के पास रखते हैं। छड़ को इसके मध्य बिन्दु से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष $\omega = 3$ radian/ sec के नियत कोणीय वेग से घुमाते है। छड़ की जमीन से ऊँचाई h = 5m है। जमीन पर उन दोनों बिन्दुओं के बीच की दूरी (मीटर में) बताइये जहां पर वलय छड़ से अलग होकर गिरेगी।



24. चित्रानुसार एक केबिन बहुत बड़ी त्रिज्या R वाले वृत्त में गति कर रहा है, इसमें क्षैतिज एवं चिकनी सतह वाली टेबल रखी हुई है। एक अल्प त्रिज्या की घर्षण रहित घिरनी टेबल से जुड़ी हुई है। घिरनी से होकर गुजर रही एक डोरी से जुड़े हुए दो द्रव्यमान m तथा 2m टेबल पर रखे हुए है। एक व्यक्ति प्रारम्भ में दोंनो द्रव्यमानों को पकड़कर स्थिरावस्था में (केबिन के सापेक्ष) इस प्रकार रखता है कि डोरी, त्रिज्या के अनुदिश बाहर की ओर रहती है, इसके पश्चात् वह निकाय को मुक्त कर देता है। केबिन में प्रेक्षण लेने पर द्रव्यमानों का प्रारम्भिक त्वरण a तथा डोरी में तनाव 'T' हो तो $\frac{T}{ma}$ का मान ज्ञात कीजिये।



HLP Answers

1. 

2. (a) $\frac{\omega^2 R}{g} \times 100 = 0.34\%$, (b) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$ = 2.0 hour

3. (a) 975N, 1025 N , (b) 0,707N, 0 , (c) 682N , 732 N , (d) 1.037

4. (a) $K = \frac{mg}{R\ (3-2\sqrt{2})}$ (b) at intial instant $a_t = g$, $a_c = 0$ at bottommost position $a_t = 0$ $a_c = 0$

5. 50/3 sec.

6. (a) $V_P = \frac{5}{4}V$ (b) $\omega = \frac{V_P}{R} = \frac{5V}{4R}$

7. $T = (\cot\theta + \omega^2 R / g)\ mg / 2\pi$]

8. (i) $g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$, $T = 3mg\cos\theta$ (ii) $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (iii) $mg\sqrt{3}$

9. $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$, जहाँ $\vec{r}$, मूल बिन्दु के निर्देशांक के सापेक्ष कण का त्रिज्य सदिश है।
$F = m\omega^2\sqrt{x^2+y^2}$

10. $a = [1 - \cos(\ell/R)]\ Rg/\ell$]

11. $R = a^3 / 2bs$, $\omega = a\sqrt{1+(4bs^2/a^3)^2}$

12. 2 rad/sec.

13. (a) $\omega = 2av^2$, $R = \frac{1}{2a}$; (b) $\omega = bv^2 / a^2$, $R = a^2 / b$]

14. (a) $y = (b/2a)y^2$, (b) $R = v^2 / \omega_n = v^2 / \sqrt{\omega^2 - \omega^2_\tau} = (a/b)\ [1 + (xb/a)^2]^{3/2}$]

15. (i) 0º, (ii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, (iii) 90º

16. (a) 0.2N, (b) 30º

17. (a) $7\sqrt{2}$ रेडियन/सैक० (b) -9.8×10^{-3} m/s^2

18. 0.24m, 8.9 रेडियन/सैक०

19. $\sqrt{\frac{2L}{\omega^2 R\cos\theta}}$

20. $\cos\theta = 3/5$, T = 9.8 N , $N = \frac{147}{50} = 2.94$ N

21. 45

22. 15

23. 10

24. 4