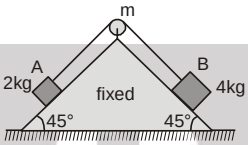
High Level Problems (HLP)

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. छड़ का जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो। (i) छड़ के बांये सिरे से पारित लम्बवत् अक्ष के परितः। (ii) छड़ के द्रव्यमान केन्द्र से पारित तथा लम्बाई के लम्बवत् अक्ष के परितः जिसका रेखिक घनत्व $\lambda = ax$ के अनुसार परिवर्तित होता है, यहां a धनात्मक स्थिरांक है तथा 'x' छड़ के बांये सिरे से किसी भाग की दूरी है। छड़ की लम्बाई ℓ है–

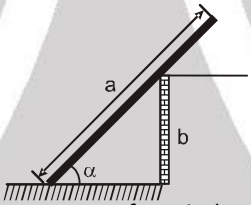
2. चित्र में दिखाई गई घिरनी की त्रिज्या 10 cm है तथा इसकी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण $I = 0.5\ kg\text{-}m^2$ (B तथा A दोनो गति करते है।)



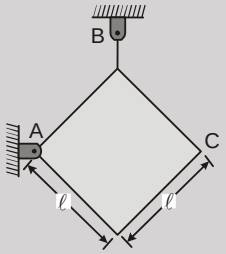
(a) सभी समतल सतह को घर्षण रहित मानते हुए तथा घिरनी एवं डोरी में कोई फिसलन नही है मानते हुए 4 kg के ब्लॉक का त्वरण ज्ञात करो।

(b) यदि A ब्लॉक व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = 0.5$ है तथा B ब्लॉक के नीचे का तल घर्षण रहित है घिरनी एवं डोरी में कोई फिसलन नही है। मानते हुए 4kg के ब्लॉक का त्वरण ज्ञात करें।

3. 'a' लम्बाई की एक समान छड़ को एक चिकनी दीवार के विरूद्ध नीचे प्रदर्शित चित्रानुसार रखा गया है। यदि छड़ बिना फिसले, क्षैतिज से न्यूनतम कोण α बना सकती है, तो छड़ के निचले सिरे और क्षैतिज सतह के मध्य घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिए।

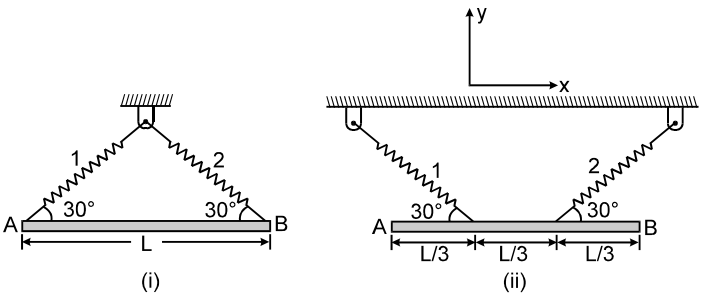


4. m द्रव्यमान की समरूप वर्गाकार प्लेट चित्रानुसार लटकाई जाती है। यदि अचानक रस्सी टूट जाये तो इस क्षण के तुरन्त बाद ज्ञात करो।



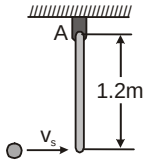
(a) प्लेट का कोणीय त्वरण (b) C कोने का त्वरण (c) A पर प्रतिक्रिया

5. m द्रव्यमान की एक समान बेलनाकार छड़ AB दो स्प्रिंग से चित्रानुसार लटकी है यदि स्प्रिंग 2 टूट जाए तो इस क्षण ज्ञात कीजिए-

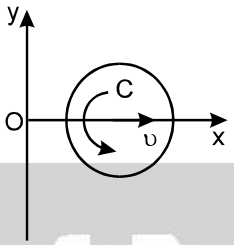


(a) छड़ का कोणीय त्वरण (b) बिन्दु A का त्वरण (c) बिन्दु B का त्वरण

6. एक 2 kg द्रव्यमान का गोला दांयी ओर 5 m/s के प्रारम्भिक वेग से क्षैतिज दिशा में गति करता हुआ 8 kg द्रव्यमान की एक दृढ़ छड़ AB के निचले सिरे से टकराता है। छड़ बिन्दु A से कीलकित की जाती है तथा प्रारम्भ में विरामअवस्था में है। छड़ व गोले के मध्य प्रत्यावस्थान गुणांक 0.80 मानते हुए टक्कर के ठीक बाद छड़ का कोणीय वेग व गोले का वेग ज्ञात करो।



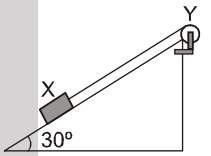
7. एक घूर्णित चकती (चित्र), x अक्ष की धनात्मक दिशा में गति करती है। तात्क्षणिक घूर्णन अक्ष की स्थिति को दर्शाने वाली y(x) की समीकरण ज्ञात कीजिए। यदि प्रारम्भ में चकती की अक्ष C बिन्दु O पर स्थित थी जिसके बाद वह गति



(a) नियत वेग v के साथ शुरू करती है, जबकि चकती नियत कोणीय त्वरण β से वामावर्त घूमना शुरू करती है। (प्रारम्भिक कोणीय वेग शून्य है।)

(b) नियत त्वरण a (व प्रारम्भिक वेग शून्य है) के साथ शुरू करती है, जबकि चकती नियत कोणीय वेग ω से वामावर्त घूमती है।

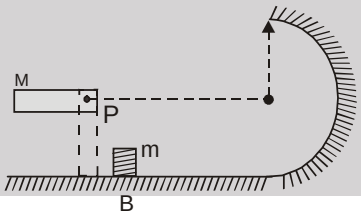
8. 0.5 kg का एक ब्लॉक X, एक लम्बी व द्रव्यमानरहित रस्सी की सहायता से घर्षणरहित नत तल जो क्षैतिज से 30º कोण पर झुका हुआ है, पर रखा जाता है। रस्सी को एक 2 kg द्रव्यमान व 0.2 m त्रिज्या के समरूप बेलन y पर चित्रानुसार लपेटा जाता है। बेलन को प्रारम्भिक कोणीय वेग इस प्रकार दिया जाता है कि ब्लॉक X, तल पर उपर की ओर गति प्रारम्भ करता है।



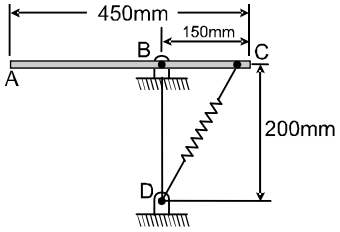
(a) गति के दौरान रस्सी में तनाव ज्ञात करो।

(b) किसी क्षण Y के कोणीय वेग का परिमाण 10 rad s^{-1} है, तो उस क्षण के बाद विरामावस्था तक आने में X द्वारा तय दूरी ज्ञात करो।

9. M द्रव्यमान व R लम्बाई की एक छड़ चित्रानुसार P पर निलम्बन से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष घूमने के लिये स्वतंत्र है। पहले इसे इस प्रकार लेते हैं कि यह क्षैतिज होती है और फिर छोड़ते हैं। छड़ निचले बिन्दु पर m द्रव्यमान के एक छोटे ब्लॉक B से टकराती है व रूक जाती है। द्रव्यमानों के अनुपात ज्ञात कीजिए, ताकि छोटा ब्लॉक B, R त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर पूरा चक्कर लगाता है। सभी घर्षण नगण्य है।



10. 3 kg की एक समान छड़ एक चिकने निलम्बन B के सापेक्ष एक ऊर्ध्वाधर तल में घूमती है। एक स्प्रिंग जिसका नियतांक k = 300 N/m तथा लम्बाई (बिना खींची अवस्था में) 100 mm है, छड़ से चित्रानुसार जुड़ी है। यह जानते हैं कि इस अवस्था में छड़ का कोणीय वेग 4 रेडियन/सेकण्ड दक्षिणावर्त है। छड़ का कोणीय वेग ज्ञात करो, जबकि यह क्रमशः घूमती है ; [g = 10 m/s^2]



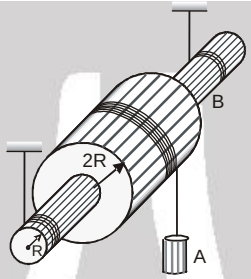
(D, B के उर्ध्वाधर नीचे है)

(a) 90º से (b) 180º से

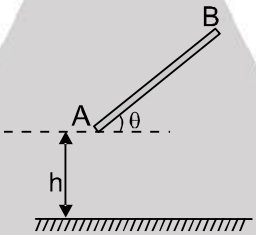
11. किसी कण का एक निश्चित बिन्दु 'O' के सापेक्ष कोणीय संवेग समय के साथ $\vec{M} = \vec{a} + \vec{b}t^2$ के अनुसार परिवर्तित होता है, जहाँ $\vec{a}$, $\vec{b}$ नियत सदिश व $\vec{a} \perp \vec{b}$ है। कण पर कार्यरत बल आघूर्ण N का बिन्दु 'O' के सापेक्ष मान ज्ञात कीजिए जब सदिश N व M के मध्य कोण 45° है।

12. m_1 द्रव्यमान का एक समान तख्ता, इस पर रखे m_2 द्रव्यमान के एक समान गोले सहित एक घर्षणहीन क्षैतिज तल पर विरामावस्था में स्थित है। F परिमाण का एक नियत क्षैतिज बल तख्ते पर आरोपित किया जाता है। तख्ता और इस पर स्थित गोले का केन्द्र किस त्वरण से गति करेंगे, जबकि तख्ते और गोले के मध्य कोई फिसलन नहीं है।

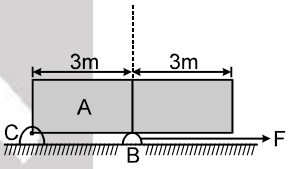
13. नीचे प्रदर्शित चित्र व्यवस्था में भार A का द्रव्यमान m तथा एक पुली B का द्रव्यमान M है। अपनी अक्ष के सापेक्ष पुली का जड़त्व आघूर्ण I है और पुली की त्रिज्याऐं क्रमशः R और 2R है। धागे के द्रव्यमान को नगण्य मानिए। निकाय को स्वतंत्र छोड़ने के पश्चात् भार A का त्वरण ज्ञात कीजिए। (बेलन की अक्ष क्षैतिज है एवं कहीं भी फिसलन नहीं मानें)



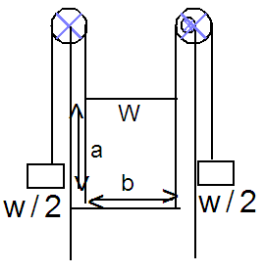
14. ℓ लम्बाई की समरूप छड़ AB को विरामावस्था से क्षैतिज से θ कोण पर झुकी हुई अवस्था से छोड़ा जाता है। यह h ऊँचाई से गिरकर घर्षण रहित क्षैतिज फर्श से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टक्कर के बाद छड़ का द्रव्यमान केन्द्र किस ऊँचाई तक वापस उछलता है।



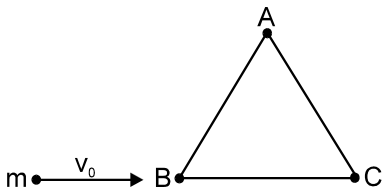
15. 25 kg तथा 6m लम्बाई का एक–समान ब्लॉक A,C बिन्दु पर निलम्बित है तथा छोटा ब्लॉक B सम्पर्क के लिए चित्रानुसार रखा जाता है। F = 400N का एक नियत बल ब्लॉक B पर चित्रानुसार क्षैतिज दिशा में लगाया जाता है। B की चाल क्या होगी ? जब यह 1.5 m दूरी तय करता है। B का द्रव्यमान 2.5 kg तथा सभी० सम्पर्क सतह पर घर्षण गुणांक 0.3 है। [ln(3/2) 0.41 तथा $g = 10\ ms^{-2}$]



16. w भार की खिड़की को, दो रस्सियों से आदर्श घिरनी द्वारा चित्रानुसार जोड़ा जाता है। रस्सी के अन्तिम सिरे पर खिड़के के भार से आधे भार (w/2) के ब्लॉक जुड़े हुए है तथा खिड़की, खिड़की के फ्रेम में हल्के से रखी हुई है। एक रस्सी को काटा जाता है। जिससे खिड़की नीचे की ओर गति करती है। खिड़की का त्वरण क्या होगा यदि, μ फ्रेम तथा खिड़की की सतह के लिए घर्षण गुणांक हो व 'a' तथा 'b' खिड़की की ऊचाँई तथा चौड़ाई हो।



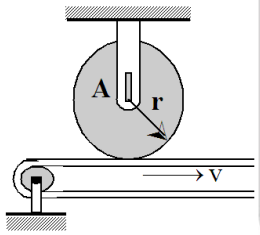
17. तीन कण A, B, C प्रत्येक का द्रव्यमान m है एक द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ द्वारा जुड़े हैं जो एक 'a' भुजा का समबाहु त्रिभुज बनाते हैं। कोई 'm' द्रव्यमान का अन्य कण v_0 वेग से BC भुजा की दिशा में 'B' कण से चित्रानुसार टकराता है। टकराने वाला कण टक्कर के तुरन्त बाद रूक जाता है -



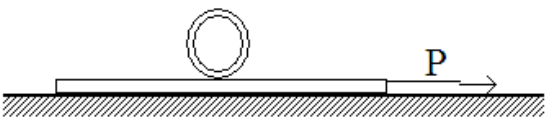
(a) त्रिभुज ABC द्वारा उसके अग्र गति के दौरान अर्द्ध घूर्णन में लगा समय ज्ञात करो।

(b) इस समयान्तराल में कण B का कुल विस्थापन क्या है।

18. 4 kg तथा r = 75 mm, त्रिज्या की एक चकती A विराम अवस्था में नियत चाल υ = 18 m/s से गति करती हुई बेल्ट के सम्पर्क में रखी जाती है। μ_k = 0.25 चकती की सतह तथा बेल्ट के बीच घर्षण गुणांक है। चकती के नियत कोणीय चाल तक पहुँचने से पहले चकती द्वारा तय चक्करों की संख्या क्या होगी। (माना बेल्ट द्वारा चकती पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल चकती के भार के बराबर है)



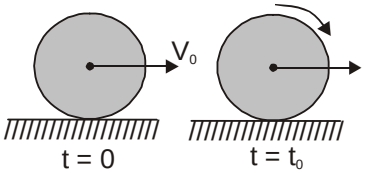
19. 6kg व 160 mm व्यास का एक बेलन 1.5 kg की प्लेट पर विराम में है। बेलन तथा प्लेट प्रारम्भ में विराम में है जब P = 25 N का बल 0.75 s के लिए प्लेट पर लगाया जाता है। प्लेट तथा बेलन व धरातल के बीच घर्षण गुणांक μ_s = 0.25 तथा μ_k = 0.20 है तो ज्ञात करो ;



(a) क्या बेलन प्लेट के सापेक्ष फिसलेगा। **(b)** बेलन तथा प्लेट का परिणामी वेग क्या होगा।

20. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक समरूप चकती खुरदरे नत तल, जो क्षैतिज से 30° कोण बनाता है, पर ऊपर की ओर गतिशील है। यदि स्थैतिक व गतिज घर्षण गुणांक, प्रत्येक μ के बराबर है और केवल गुरूत्वीय व घर्षण बल ही कार्यरत हो, तब चकती पर कार्यरत घर्षण बल का परिमाण _____ है और नत तल पर इसकी दिशा _____ ('उपर' या 'नीचे' लिखिए)। **[JEE - 1997]**

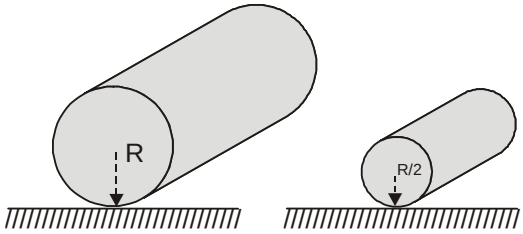
21. m द्रव्यमान व R त्रिज्या की एक समान चकती को एक खुरदरे क्षैतिज फर्श पर v_0 वेग से क्षैतिज दिशा में प्रक्षेपित किया जाता है, जिससे कि यह t = 0 समय पर शुद्ध फिसलन गति प्रारम्भ करती है। t_0 सेकण्ड पश्चात् यह शुद्ध लुढ़कन गति आरम्भ करती है, जैसा चित्र में प्रदर्शित किया गया है।



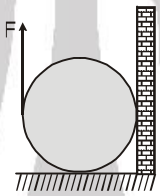
(a) t_0 पर चकती के द्रव्यमान केन्द्र का वेग ज्ञात कीजिए।

(b) घर्षण गुणांक μ मानते हुए t_0 की गणना कीजिए। समय के फलन में, घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य समय के फलन के रूप में तथा समय t, जो t_0 से बहुत अधिक है, में इसके द्वारा किया गया कुल कार्य ज्ञात कीजिए। **[JEE - 1997]**

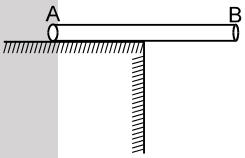
22. 'M' द्रव्यमान तथा अवितान्य पदार्थ की बनी हुई एक दरी (carpet) इसकी लम्बाई के अनुदिश 'R' त्रिज्या के बेलन के रूप में लपेटी जाती है तथा खुरदरे फर्श पर रखी जाती है। जब एक हल्का सा धक्का दिया जाता है तो दरी बिना फिसले खुलना शुरू हो जाती है। जब इसकी त्रिज्या R/2 है तो बेलनाकार भाग के अंक्ष का क्षैतिज वेग ज्ञात करो। **[JEE - 1990]**



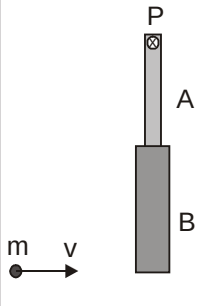
23. चित्र में ऊर्ध्वाधर बल F दर्शाया गया है जो W भार के एक समरूप बेलन के स्पर्श रेखीय लग रहा है। सभी सतह व बेलन के मध्य स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.5 है। W के पदों में, बेलन को बिना घुमायें इस पर लगने वाला अधिकतम बल ज्ञात कीजिए।



24. 2m द्रव्यमान का एक पीने का पाईप (drinking straw) एक चिकनी टेबल पर समकोणीय रूप से इस प्रकार स्थित है। कि इसका आधा भाग टेबल से आगे तक फैला रहे। m द्रव्यमान की एक मक्खी, पाईप के आन्तरिक सिरे 'A' पर उतरती है और पाईप के अनुदिश तब तक चलती रहती है, जब तक कि यह दूसरे सिरे 'B' पर न पहुँच जाये। यह पाईप तब भी नहीं झुकता है, यदि एक अन्य मक्खी, पहली वाली मक्खी पर बैठ जाती है। वह अधिकतम द्रव्यमान ज्ञात कीजिए जो द्वितीय मक्खी रख सकती है। (यहाँ पाईप और टेबल के मध्य घर्षण को नगण्य मानिए)



25. दो समरूप पतली छड़ें A तथा B प्रत्येक 0.6 m लम्बाई व द्रव्यमान क्रमशः 0.01 kg व 0.02 kg की दृढ़ता पूर्वक किनारों से जोड़ी जाती है। चित्रानुसार निकाय की हल्की छड़ को बिन्दु P से कीलकित किया जाता है ताकि यह ऊर्ध्वाधर तल में बिन्दू P के परितः स्वतंत्रतापूर्वक घूर्णन कर सके। एक 0.05 kg द्रव्यमान की छोटी वस्तु क्षैतिज दिशा में गति करती हुई निकाय के निचले किनारे से टकराती है तथा इससे चिपक जाती है। वस्तु का वेग क्या हो कि निकाय को क्षैतिज स्थिति तक उठाया जा सके। **[JEE - 1994]**



26. एक समरूप m द्रव्यमान व a भुजा का घनाकार ब्लॉक खुरदरे क्षैतिज तल पर रखा है। एक क्षैतीज बल F घन के एक फलक पर केन्द्र के ठीक ऊपर आधार से $\frac{3a}{4}$ ऊचाई पर लगाया जाता है।

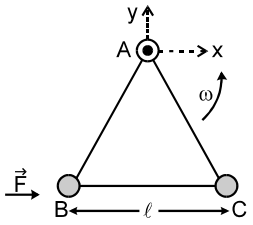
(i) घन के भुजा के सापेक्ष लुढ़कने के लिए 'F' का न्यूनतम मान क्या होगा? (माना कि घन फिसलता नहीं है)

(ii) μ_s का न्यूनतम मान क्या होना चाहिए ताकि घन पलट जाए।

(iii) यदि $\mu = \mu_{min}$, तो पलटने के लिए न्यूनतम बल ज्ञात करो।

(iv) न्यूनतम μ_s ताकि F_{min} के कारण पलट जाये।

27. तीन कण A, B और C प्रत्येक का द्रव्यमान m एक दूसरे से द्रव्यमानहीन दृढ़ छड़ों की सहायता से भुजा वाली दृढ़ त्रिभुजाकार वस्तु का निर्माण करते हैं। यह वस्तु क्षैतिज घर्षणरहित टेबल (x - y तल में) पर रखी गई है तथा इसे बिन्दु A पर इस प्रकार लटकाया हुआ है ताकि यह A से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष चित्रानुसार घर्षण रहित गति कर सके। वस्तु को A के परित टेबल पर नियत कोणीय वेग ω से घूर्णन गति दी जाती है।

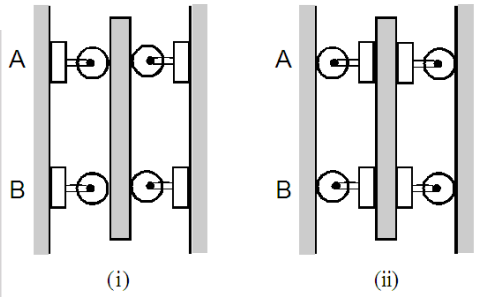


(a) निलम्बन (hinge) द्वारा वस्तु पर आरोपित क्षैतिज बल का परिमाण ज्ञात कीजिए।

(b) समय T पर जब भुजा BC, x-अक्ष के समान्तर है, चित्रानुसार BC के अनुदिश B पर F बल आरोपित किया जाता है। समय T के ठीक पश्चात् निलम्बन के द्वारा वस्तु पर, आरोपित बल का x–घटक व y–घटक ज्ञात कीजिए।

[JEE Mains 02, (1+4)/60]

28. m द्रव्यमान के एक ब्लॉक को चित्रानुसार 4 चकती, प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या r = 75 mm के सम्पर्क में रखा जाता है। ब्लॉक को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद त्वरण क्या होगा। ध्यान रहे कि चकतियों पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल शुद्ध लौटनी गति के लिए पर्याप्त है। स्थिति (i) में चकतीयां दीवार से जुड़े सम्पर्क से जुड़ी हुई है तथा स्थिति (ii) में चकतीयां तख्तें से जुड़े सम्पर्क से जुड़ी हुई है।



(a) m = 5 kg तथा M = 2 kg.

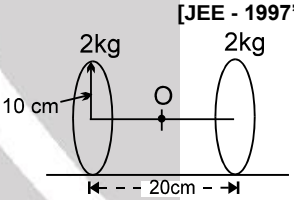
(b) चकती का द्रव्यमान M नगण्य है।

(c) ब्लॉक का द्रव्यमान m नगण्य है।

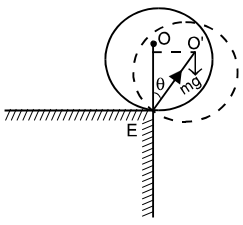
29. 2 kg द्रव्यमान व 10 cm त्रिज्या की दो पतली वृत्ताकार चकतियों को 20 cm लम्बाई की दृढ़ एवं द्रव्यमानरहित एक छड़ द्वारा जोड़ा गया है। छड़ की अक्ष, चकतियों के केन्द्रों से होकर जाती हुई तथा उनके तल के लम्बवत् है। इस समायोजन को एक ट्रक पर इस प्रकार रखा जाता है कि इस समायोजन की अक्ष क्षैतिज है तथा ट्रक की गति की दिशा के लम्बवत् है। ट्रक के फर्श के साथ इसका घर्षण पर्याप्त रूप से अधिक है, जिससे यह समायोजन बिना फिसले ट्रक पर लुढ़क सकता है। x-अक्ष ट्रक की गति की दिशा में तथा z-अक्ष ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर लीजिए। यदि ट्रक का त्वरण 9 m/s^2 है। गणना कीजिए - **[JEE - 1997' 5/100]**

(a) प्रत्येक चकती पर घर्षण बल

(b) समायोजन के द्रव्यमान केन्द्र O के परितः प्रत्येक चकती पर कार्यरत घर्षण बल आघूर्ण का परिमाण एवं दिशा। बल–आघूर्ण को x, y व z अक्षों पर एकांक सदिश $\hat{i}$, $\hat{j}$ & $\hat{k}$ के पदों में सदिश रूप में प्रदर्शित कीजिए।



30. एक आयताकार दृढ़ स्थिर ब्लॉक एक लम्बा क्षैतिज किनारा रखता है। एक ठोस समांगी बेलन जिसकी त्रिज्या r है, विरामावस्था में क्षैतिज रखा गया है कि इस बेलन की लम्बाई, किनारे के समान्तर इस प्रकार है कि बेलन का अक्ष तथा ब्लॉक का किनारा एक ही ऊर्ध्वाधर तल में है। यहाँ ब्लॉक के किनारे पर पर्याप्त घर्षण विद्यमान है ताकि एक छोटा सा विस्थापन, बेलन को किनारे पर बिना फिसले लुढ़का सकता है। ज्ञात करो।

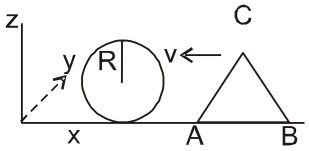


(a) कोण θ_c जिससे बेलन, किनारे को छोड़ने के पहले घूमेगा।

(b) किनारे को छोड़ने से ठीक पहले बेलन के द्रव्यमान केन्द्र की चाल होगी।

(c) बेलन की स्थानान्तरीय और घूर्णन गतिज ऊर्जाओं का अनुपात, जब बेलन का द्रव्यमान केन्द्र किनारे के साथ क्षैतिज रेखा में हो। **[JEE - 1995]**

31. 'm' द्रव्यमान व त्रिभुजाकार अनुप्रस्थ काट का एक वेज (AB = BC = CA = 2R) नियत वेग $-v\hat{i}$ से R त्रिज्या के स्थिर गोले की तरफ चित्रानुसार चिकनी क्षैतिज टेबल पर गतिशील है। वेज स्थिर गोले के साथ पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है तथा बिना घूर्णन किये हुए समान पथ से वापस आ जाता है। सभी प्रकार के घर्षण नगण्य मानिये तथा यह भी मानिये कि वेज गोले के साथ बहुत कम समय Δt के लिए संपर्क में रहता है। इस दौरान गोला वेज पर नियत बल $\vec{F}$ आरोपित करता है। टक्कर के बाद भी गोला स्थिर रहता है।



(a) Δt समय के दौरान वेज पर आरोपित बल $\vec{F}$ व टेबल द्वारा वेज पर आरोपित अभिलम्ब बल $\vec{N}$ ज्ञात कीजिए।

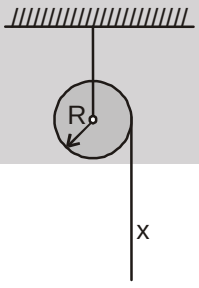
(b) माना कि 'h' वेज के द्रव्यमान केन्द्र व बल $\vec{F}$ की क्रिया रेखा के मध्य लम्बवत् दूरी है। अभिलम्ब बल $\vec{N}$ के कारण ब्लॉक के केन्द्र के परितः Δt समय के दौरान बलाघूर्ण का परिमाण ज्ञात कीजिए। **[JEE - 1998, 8]**

32. 'R' त्रिज्या की चकती का पृष्ठीय घनत्व (द्रव्यमान/क्षेत्रफल) चकती के केन्द्र से दूरी x पर निम्न प्रकार निर्भर करता है। $\sigma(x) = \alpha + \beta x$ जहां α तथा β धनात्मक अचर है। चकती के केन्द्र से पारित व तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करो।

33. एक समान ठोस शंकु का उसकी सममीत अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण की गणना करो, यदि शंकु का द्रव्यमान m व आधार की त्रिज्या R है।

34. एक बिन्दु जिसका त्रिज्यीय सदिश मूल बिन्दु O के सापेक्ष $\vec{r} = a\hat{i} + b\hat{j}$ है, इस पर एक बल $\vec{F} = A\hat{i} + B\hat{j}$ आरोपित किया जाता है। जहाँ a, b व A, B अचर है तथा $\hat{i}$, $\hat{j}$ क्रमशः x व y अक्ष के इकाई सदिश है। बिन्दु O के सापेक्ष बल आघूर्ण N ($\vec{F}$ का बलाघूर्ण) तथा बलाघूर्ण भुजा ℓ ज्ञात कीजिए।

35. चित्रानुसार R त्रिज्या और M द्रव्यमान का एक एकसमान बेलन, एक स्थिर क्षैतिज अंक्ष O के परितः स्वतंत्रापूर्वक घूर्णन कर सकता है। ℓ लम्बाई और m द्रव्यमान की एक पतली डोरी को एक एकल परत में बेलन के चारों ओर लपेटा गया है। बेलन का कोणीय त्वरण, डोरी के लटके हुए भाग की लम्बाई x के फलन के रूप में ज्ञात कीजिए। डोरी के लपटे हुए भाग का गुरूत्वीय केन्द्र बेलन के अक्ष पर माना गया है।



36. M द्रव्यमान व ℓ लम्बाई की ऊर्ध्वाधर एक समान छड़ उसके ऊपरी सिरे से गुजरने वाली क्षैतिज घर्षण रहित निलम्बन अक्ष के सापेक्ष घूम सकती है। एक क्षैतिज आती हुई m द्रव्यमान की गोली छड़ के निचले सिरे से टकराती है और चिपक जाती है। इसके परिणाम स्वरूप छड़, $\alpha(\alpha < 90^\circ)$ कोण से घूम जाती है। माना कि m << M, ज्ञात कीजिए।

(a) उड़ती हुई गोली का वेग ;

(b) इस टक्कर के दौरान "गोली+छड़'' निकाय के संवेग में वृद्धि। संवेग में यह परिवर्तन किस कारण होगा।

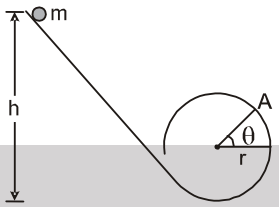
(c) गोली, छड़ के ऊपरी सिरे से नीचे कितनी दूरी x पर टकराए कि ''गोली–छड़'' निकाय का संवेग टक्कर के दौरान नियत रहे।

37. चित्रानुसार m द्रव्यमान की एक–गोलाकार गेंद लूप आकृति के पथ पर नीचे की ओर बिना फिसले लुढ़क रही है। रेखीय भाग में, गेंद को निम्नतम बिन्दु से h ऊँचाई से छोड़ा गया है। प्रदर्शित किये गये वृत्ताकार भाग की त्रिज्या r है।

(a) जब गेंद उस बिन्दु A पर है, जहॉ त्रिज्या, क्षेतिज से θ कोण बनाती है, तब गेंद की गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये।

(b) जब गेंद A पर है। तब इसके केन्द्र के त्रिज्यीय तथा स्पर्श रेखीय त्वरण ज्ञात कीजिये।

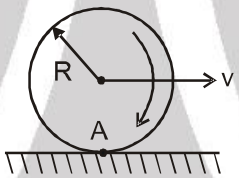
(c) यदि h = 50 सेमी, r = 10 सेमी, θ = 0 तथा m = 70 ग्राम है तो गेंद पर लगने वाले अभिलम्बवत् बल तथा घर्षण बल ज्ञात कीजिये।



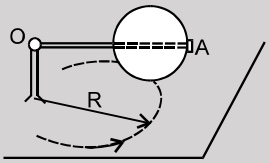
38. एक पहिये की त्रिज्या R = 0.50 m है। इसके परिधि पर एक बिन्दु A स्थित है। यह पहिया बिना फिसले एक क्षैतिज सतह के अनुदिश वेग v = 1.00 m/s. से लुढ़कता है। ज्ञात कीजिए -

(a) बिन्दु A के त्वरण सदिश का परिमाण व दिशा।

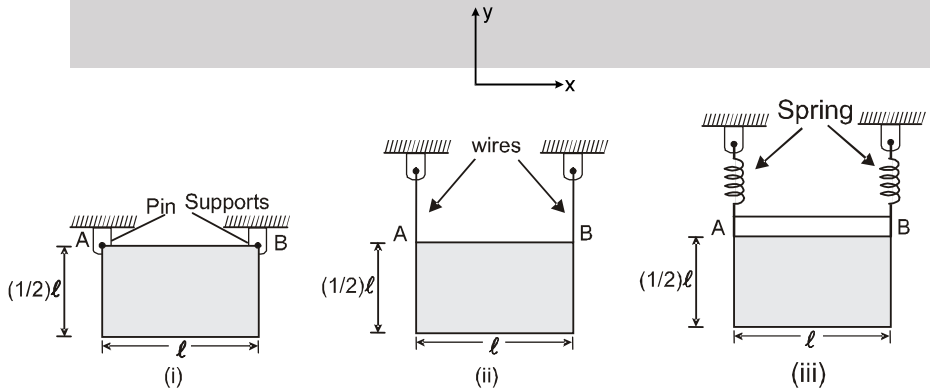
(b) उन दो क्रमागत क्षणों के मध्य, जब यह सतह पर स्पर्श करता है, बिन्दु A द्वारा तय की गई कुल दूरी



39. m द्रव्यमान तथा r त्रिज्या का एक समान गोला क्षैतिज अक्ष OA के परितः घूर्णन करना हुआ क्षैतिज तल पर शुद्ध लोटनी गति कर रहा है। इस प्रक्रम में गोले का केन्द्र R त्रिज्या के वृत्त के अनुदिश वेग से गति करता है। गोले की गतिज ऊर्जा ज्ञात करो।



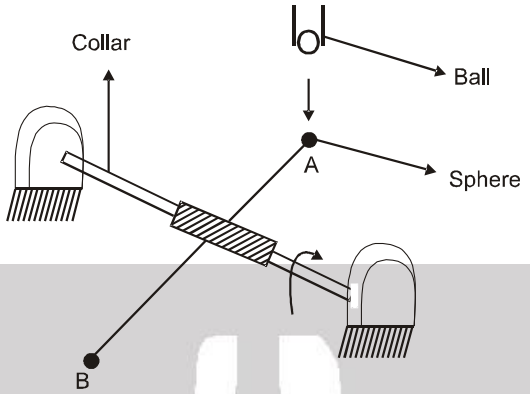
40. 'm' द्रव्यमान की एक समरूप प्लेट दिखाए गए तरीके से लटकायी जाती है। प्रत्येक स्थिति के लिए B से संबंध हटाने के ठीक बाद ज्ञात करो ;



(a) प्लेट का कोणीय त्वरण

(b) इसके द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण

41. चित्र (1) किसी भी प्रकार के क्षय से मुक्त यांत्रिक निकाय है। दो गोले (A तथा B) प्रत्येक का द्रव्यमान m है, 2r लम्बाई व 4m द्रव्यमान की एक समान छड़ AB से चित्रानुसार जुड़े हुए है। कॉलर द्रव्यमानहीन है। चित्र (1) में गोले A की स्थिति के ठीक ऊपर सुरंग है— **[Olympiad_2011]**



जिससे m द्रव्यमान की गेदें उपर्युक्त अन्तराल में ऊर्ध्वाधर गिरायी जाती है। गिरती हुई गेंद के कारण गोला तथा छड़ घूर्णन करती है, अब गोला B उस स्थिति पर पहुँचता है, जहाँ पर पहले गोला A था, अब इस गोले B की सुरंग से गिरने वाली अन्य गोले से टक्कर होती है तथा यह प्रक्रिया लगातार चलती रहती है। टक्कर से ठीक पहले सुरंग से गिरने वाली गेंद का वेग υ है, सभी टक्कर प्रत्यास्थ है तथा गोला व गिरने वाली गेदों के बिन्दु द्रव्यमान मान सकते है।

(a) सुरंग से निकलने वाली i वीं गेंद की निकाय से टक्कर के पश्चात् इस निकाय के घूर्णन भाग का {ω_i , υ, तथा r } कोणीय वेग ω_{i+1} ज्ञात करो।

ω_{i+1}

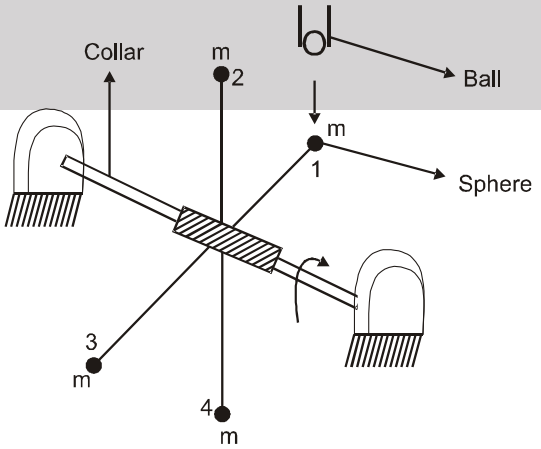
(b) इस निकाय के घूर्णन भाग की कोणीय चाल ω को नियत मानिये। भाग (a) मे प्राप्त समीकरणों को हल करके ω^* का मान υ तथा r के पदों में ज्ञात करो। स्पष्ट कीजिये कि नियत ω^* किस प्रकार ऊर्जा संरक्षण का उल्लंघन नहीं करता है।

ω^* =

(c) {i,υ, तथा r के पदों में} ω_i प्राप्त कर भाग (a) में प्राप्त व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

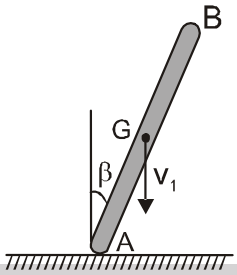
ω_i =

(d) यदि हम गोलों के एक युग्म के अतिरिक्त गोलों के दो युग्म पर चित्रानुसार विचार करते है। तब घूर्णी निकाय की नयी कोणीय चाल ω^* ज्ञात करो (अर्थात् भाग b के सगंत उत्तर दीजिये)



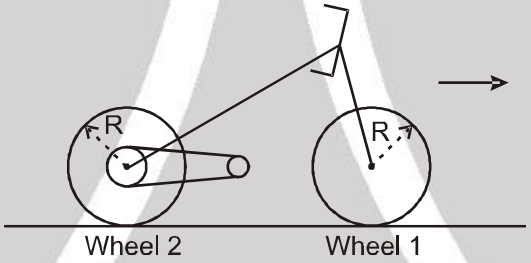
ω^* =

42. L लम्बाई की एक छड़ ऊर्ध्वाधर से β कोण पर घर्षण रहित फर्श पर A पर ऊर्ध्वाधर वेग v_1 से टकराती है तथा कोणीय वेग नहीं है। मानिये कि फर्श A के साथ टक्कर पूर्ण प्रत्यास्थ है, टक्कर के तुरन्त बाद छड़ के कोणीय वेग के लिए व्यंजक ज्ञात करो।



43. ऊर्ध्वाधर स्थिति में एक साईकिल पर विचार करते है जो सीधी क्षैतिज सड़क पर बिना फिसले आगे की ओर त्वरित गति कर रही है। साईकिल तथा साईकिल सवार का संयुक्त द्रव्यमान M है तथा पैडल व गियर निकाय द्वारा पिछले पहिये पर आरोपित त्वरित बलाघूर्ण का परिमाण τ है। प्रत्येक पहिये की त्रिज्या तथा जडत्व आघूर्ण (अक्ष के सापेक्ष) क्रमशः R तथा I है। गुरूत्वीय त्वरण g है **[INPhO-2013]**

(a) निकाय(साईकिल तथा साईकिल सवार) का मुक्त वस्तु चित्र बनाईयें।



(b) उपरोक्त बताई गई राशियों के पदों में त्वरण **a** ज्ञात करो।

a =

(c) सरल रूप में यह मानिए कि निकाय का द्रव्यमान केन्द्र धरातल से R ऊँचाई पर है तथा प्रत्येक पहिये के केन्द्र से समान दूरी 2R पर है। माना पहिये तथा धरातल के मध्य घर्षण गुणांक (स्थैतिक तथा गतिक दोनों) μ है। यह मानिए कि $M >> I/R^2$ तथा फिसलन नही है। साईकिल के अधिकतम त्वरण a_m के लिए शर्त प्राप्त कीजिए।

a_m =

(d) $\mu = 1.0$ के लिए a_m की गणना कीजिए।

a_m =

HLP Answers

1. (i) $I = \frac{a\ell^4}{4}$ (ii) $\frac{a\,\ell^4}{36}$ **2.** (a) 0.25 m/s^2 (b) 0.125 m/s^2 **3.** $\frac{a\cos\alpha\sin^2\alpha}{2b - a\cos^2\alpha\sin\alpha}$

4. (a) $\frac{3g}{2\sqrt{2}\ell}$ (cw) (b) $\frac{3}{2}g\downarrow$ (c) $\frac{Mg}{4}\uparrow$ **5.** (i) (a) 3 g/L (cw) (b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \hat{j}\right)g = 1.323\,g \angle 49.1^\circ$

(c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - 2\hat{j}\right)g = 2.18\,g \angle -66.6^\circ$ (ii) (a) g/L (cw) (b) $-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)g\hat{i}$ (c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \hat{j}\right) - g = 1.323g \angle -130.9^\circ$

6. $\omega = \frac{45}{14} = 3.21$ rad/s (ccw), $v_s = \frac{1}{7} = 0.143$ m/s $\leftarrow$

7. (a) $y = \frac{v^2}{\beta x}$ (अतिपरलवय) ; (b) $y = \frac{\sqrt{2ax}}{\omega}$ (परलवय)] **8.** (a) 1.633N (b) 1.224 m

9. $\frac{M}{m} = \sqrt{15}$ **10.** (a) $\frac{2}{3}\sqrt{86}$ rad/s (b) 4 rad/s **11.** $N = 2b\sqrt{\frac{a}{b}}$

12. $w_1 = F/(m_1 + 2/7m_2)$; $w_2 = 2/7\ w_1$ **13.** $w = 3g\,(M + 3m) / (M + 9m + I/R^2)$

14. $H = \left(\frac{1 - 3\cos^2\theta}{1 + 3\cos^2\theta}\right)^2 h$; $h = \frac{49\,\pi\,\ell}{144}$ **15.** $\sqrt{323.4}$ m/s or 18.52 m/sec. **16.** $A = \left(\frac{a - \mu b}{3a + \mu b}\right)g$

17. (a) $t = \frac{6a\pi}{\sqrt{3}\,v_0}$ (b) $s = \frac{a}{\sqrt{3}}\sqrt{1 + \left(2\pi + \sqrt{3}\right)^2}$ **18.** $\frac{216}{\pi}$

19. (a) पाइप बिना फिसले घूर्णन गति करेगा (b) पाइप : $\frac{5}{6}$ m/s $\rightarrow$, $\frac{125}{24}$ rad/s (ccw) ; प्लेट : $\frac{5}{3}$ m/s $\rightarrow$

20. $\frac{mg}{6}$, up **21.** (a) $v = \frac{2v_0}{3}$; $t_0 = \frac{v_0}{3\mu g}$ (b) $w = -\mu mg\left(v_0 t - \frac{3}{2}\mu g t^2\right)$; $-\frac{1}{6}mv_0^2$

22. $\upsilon = \sqrt{\frac{14gR}{3}}$ **23.** $\frac{3W}{8}$ **24.** 3m

25. 6.3 m/s **26.** (i) $\frac{2}{3}$ mg, (ii) $\mu_{min} = 0$, (iii) F = 2 mg], (iv) $\mu_s = \frac{2}{3}$

27. (a) $\sqrt{3}\,m\,\omega^2\,\ell$ (b) $F_y = \sqrt{3}\,m\,\omega^2\,\ell$ $F_x = -F/4$]

28. (i) (a) $5g/9\downarrow$ (b) $g\downarrow$ (c) 0 (ii) (a) $\frac{13g}{17}\downarrow$ (b) $g\downarrow$ (c) $\frac{2g}{3}\downarrow$

29. (a) 6 N (b) $\vec{\tau}_1 = 0.6\hat{k} - 0.6\hat{j}$, $\vec{\tau}_2 = -0.6\hat{k} - 0.6\hat{j}$

30. (a) $\theta = \cos^{-1}\frac{4}{7}$ (b) $v = \sqrt{\frac{4}{7}gr}$ (c) $\frac{k_T}{k_R} = 6$

31. (a) $\vec{F} = \frac{2mV}{\Delta t}\hat{i} - \frac{2mV}{\sqrt{3}\Delta t}\hat{k}$; $\vec{N} = \left(\frac{2mV}{\sqrt{3}\Delta t} + mg\right)\hat{k}$, (b) $\vec{\tau} = -\left(\frac{4mVh}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{j}$ **32.** $2\pi\left(\frac{\alpha R^4}{4} + \frac{\beta R^5}{5}\right)$

33. $I = 3/10\ mR^2$

34. $N = (aB - bA)\,\hat{k}$, जहाँ k, Z - अक्ष का इकाई सदिश है। $\ell = |aB - bA|/\sqrt{A^2 + B^2}$

35. $\beta = 2mgx/R\ell(M + 2m)$

36. (a) $v = (M/m)\sqrt{2/3g\ell}\,\sin(\alpha/2)$; (b) $\Delta p = M\sqrt{1/6g\ell}\,\sin(\alpha/2)$; (c) $x \approx 2/3\ell$

37. (a) mg(h-r-r sinα), (b) $\frac{10}{7}g\left(\frac{h}{r} - 1 - \sin\alpha\right)$, $-\frac{5}{7}g\cos\alpha$ (c) 4N, 0.2N ऊपर की ओर

38. (a) $\omega_A = \frac{v^2}{R} = 2.0\ m/s^2$, त्वरण सदिश ω_A स्थाई रूप से पहिये के केन्द्र की ओर निर्देशित हैं ; (b) $s = 8R = 4.0\ m$

39. $T = 7/10\ mv^2\,(1 + 2/7r^2/R^2)]$

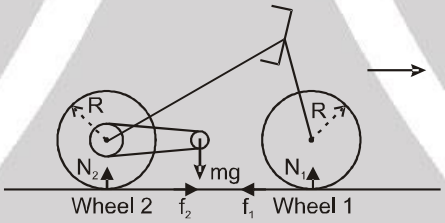
40. (i) (a) $\frac{1.2g}{\ell}$ (cw) (b) $-0.3\left(\hat{i} + 2\hat{j}\right)g$ (ii) (a) $24\,g/17\,\ell$ (cw) (b) $12\,g/17\downarrow$ (iii) $2.4\,g/\ell$ (cw) (b) $0.5\,g\downarrow$

41. (a) $\omega_{i+1} = \frac{7}{13}\,\omega_i + \frac{6}{13}\,\frac{v}{r}$ (b) $\omega^* = \frac{v}{r}$ after this no further collision occurs

(c) $\omega_{i+1} = \frac{v}{r}\left(1 - \left(\frac{7}{13}\right)^i\right)$ (d) ω^* will remain same as in case b.

42. $\omega = \frac{v_1}{L}\frac{12\sin\beta}{3\sin^2\beta + 1}$ (cw)

43. (a) Here $f_1 f_2$ are frictional forces and N_1, N_2 are normal reactions



(b) $a = \frac{\tau}{MR^2 + 2I}R$ (c) $a \le \frac{\mu g/2}{(1 - \mu/4)}$ (d) $a_m = 2g/3$