High Level Problems (HLP)

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. d घनत्व की गेंद को क्षैतिज ठोस सतह पर छोड़ा जाता है। यह प्रत्यास्थ रूप से उछलती है तथा वापस अपनी वास्तविक स्थिति t_1 समय में प्राप्त करती है। अगली बार d_L घनत्व के द्रव सतह पर टकराने से पहले गेंद को समान ऊचाँई से छोड़ा जाता है – **[JEE-1992, 8 Marks]**

(a) यदि $d < d_L$, हो तो गेंद को जहां से छोड़ा गया था, उस वास्तविक स्थिति को प्राप्त करने में लिये गये समय t_2 के लिए व्यंजक (d, t_1 और d_L के पदों में) ज्ञात करो।

(b) क्या गेंद की गति सरल आवृत्त गति होगी ?

(c) यदि $d = d_L$, हो तो गेंद की चाल द्रव के अन्दर गहराई पर कैसे निर्भर करेगी ? सभी घर्षण तथा दूसरे मंदक बल नगण्य है। द्रव की गहराई को अत्यधिक मान सकते है ?

2. दो एक समान बेलनाकार नलिया उनके आधार एक ही तल पर है। दोनों में चित्रानुसार ρ घनत्व का द्रव भरा है। प्रथम पात्र में द्रव की ऊँचाई h_2 तथा दूसरी नली में द्रव की ऊँचाई h_1 है। इनके आधारों का क्षेत्रफल A है। जब दोनों नलियों को आपस में जोड़ा जाता है तब इनमें द्रव का तल समान करने में गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो?

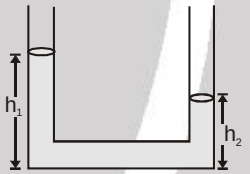


Figure (1)

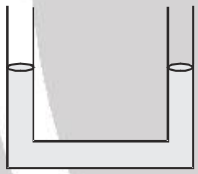
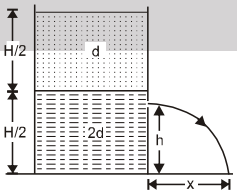


Figure (2)

3. एक बेलनाकार लकड़ी की छड़ जिसकी लम्बाई L, त्रिज्या R तथा घनत्व ρ है, के एक सिरे पर m द्रव्यमान (आयतन नगण्य) धातु का छोटा टुकड़ा जुड़ा है। यह छड़ σ (>ρ) घनत्व वाले द्रव में साम्यावस्था की स्थिति में उर्ध्वाधर तैर सके तो इसके लिए m का न्यूनतम मान (दिये गये प्राचलों के पदों में) ज्ञात कीजिए। **[JEE - 1999, 10/100]**

4. क्षैतिज सतह पर रखे हुए वृहद् परिच्छेद क्षेत्रफल A के एक बर्तन के अन्दर d तथा 2d घनत्व के दो अमिश्रणीय, अश्यान (non–viscous) एवम् असम्पीड्य (incompressible) द्रव भरे है। प्रत्येक द्रव की ऊचाँई $\frac{H}{2}$ है, जैसा चित्र में दिखाया गया है। कम घनत्व का द्रव P_0 दाब के वायुमण्डल में खुला है। **[JEE - 1995, 5 + 5M]**

(a) $L\left(L<\frac{H}{2}\right)$ लम्बाई का एक समरूप (homogenous) ठोस बेलन, जिसका परिच्छेद क्षेत्रफल $\frac{A}{5}$ है इस बर्तन में इस प्रकार डुबोया जाता है कि यह द्रव–द्रव अर्न्तसतह पर तैरता है तथा इसकी $\frac{L}{4}$ लम्बाई अधिक घनत्व के द्रव में है। ज्ञात करो



(i) ठोस का घनत्व D तथा (ii) बर्तन की तली पर कुल दाब।

(b) बेलन को हटाकर वापस प्रारम्भिक स्थिति प्राप्त की जाती है। बर्तन की ऊर्ध्व दीवार पर $h\left(h<\left(\frac{H}{2}\right)\right)$ ऊँचाई पर s (s << A) क्षेत्रफल का एक सूक्ष्म सूराख किया जाता है। ज्ञात करो।

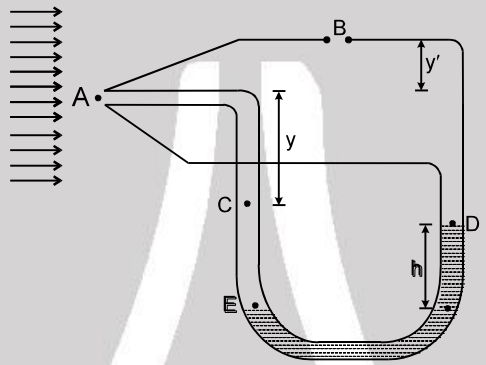
(i) छेद पर द्रव प्रवाह की प्रारम्भिक चाल।

(ii) द्रव द्वारा चली गई प्रारम्भिक क्षैतिज दूरी x तथा

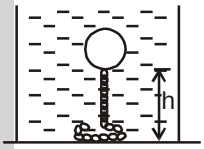
(iii) द्रव द्वारा चली गई अधिकतम प्रारम्भिक क्षैतिज दूरी x_m के लिये छेद किस ऊचाँई h_m पर किया जाना चाहिए ? x_m भी ज्ञात कीजिए। [इन गणनाओं में वायु प्रतिरोध नगण्य मान लो]

5. 'S' अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा 'h' ऊँचाई का एक पात्र पारे से पूर्णतः भरा हुआ है। अब पात्र को बन्द किया जाता है तथा इसमें 'S/n' (जहाँ 'n' धनात्मक नियतांक है) अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का छिद्र तली में किया जाता है। कितने समय पश्चात् पारा छिद्र से पूर्णतया बाहर आ जायेगा। [वायुमण्डलीय दाब को पारे के स्तम्भ की h_0 ऊँचाई के बराबर मानिए : $h > h_0$]

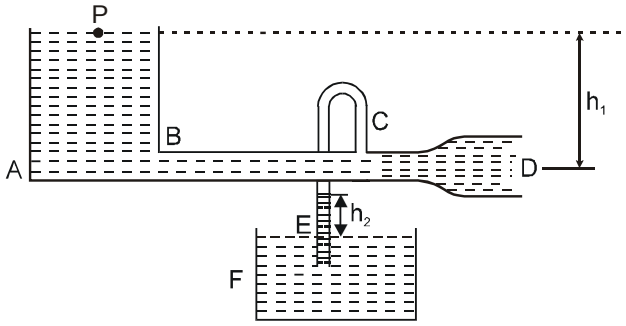
6. एक पिटोट नलिका चित्र में प्रदर्शित है। हवा चित्रानुसार चल रही है। प्रवेश मार्ग A पर वायु विरामावस्था पर लाई जाती है। जबकि इसकी चाल खुले मार्ग B से ठीक ऊपर अपरिवर्तित रहती है। U नलिका में ρ_m घनत्व का पारा भरा हुआ है। पिटॉट नलिका के सापेक्ष हवा की चाल ज्ञात करो। A तथा B के मध्य ऊँचाईयों का अन्तर नगण्य मानें तथा वायु के घनत्व ρ_a लीजिये।



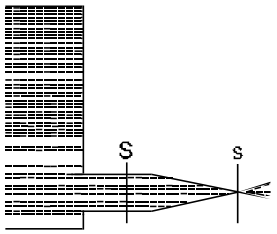
7. 'λ' रैखिक द्रव्यमान घनत्व की लोहे की जंजीर का एक सिरा, m द्रव्यमान के गोले से बंधा है जिसका विशिष्ट घनत्व 1/3 है। जंजीर का दूसरा सिरा मुक्त है। गोले को जंजीर के साथ गहरी झील में डुबोया जाता है। यदि लोहे का विशिष्ट घनत्व 7 है, तो तली से ऊँचाई 'h' क्या होगी, जिस पर गोला साम्यावस्था मे तैरेगा (यह मानिये कि चेन का जो हिस्सा झील की तली पर रखा हुआ है वह ऊपरी हिस्से पर नगण्य बल आरोपित करता है) :



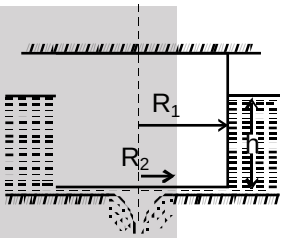
8. दो बहुत बड़े टेंको A व F में समान द्रव भरा हुआ है। टेंक A के निचले तल से निकलने वाले क्षैतिज पाईप BCD पर एक मिलान बिन्दु C है तथा एक ऊर्ध्वाधर पाईप E जिसमें वायु भरी हुयी है, का एक सिरा मिलान बिन्दु C पर खुलता है। जबकि दूसरा सिरा टेंक F के द्रव में डूबा हुआ है। श्यानता नगण्य व प्रवाह धारा रेखीय मानें। यदि C पर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल, D पर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का आधा हो और D, A में भरे द्रव की सतह के नीचे h_1 दूरी पर हो तो पाईप E में कितनी ऊँचाई h_2 तक द्रव चढ़ेगा। अपना उत्तर h_1 के पदों में दीजिये। [ऊँचाई के साथ वायुमण्डलीय दाब में परिवर्तन नगण्य मानें। टेंको की सतह के ऊपर वायुमण्डल है तथा D भी वायुमण्डल में खुला हुआ है]



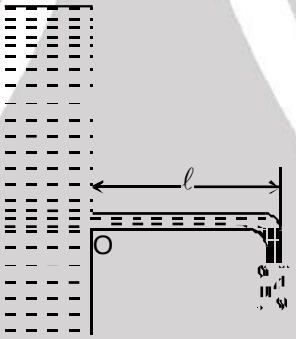
9. एक चौड़े खुले टैंक की पार्श्व दीवार चित्रानुसार एक संकरी नलिका रखती है जिससे पानी बाहर प्रवाहित होता है। नलिका का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल S = 3.0 cm^2 से s = 1.0 cm^2 तक कम हो जाता है। टैंक में पानी का स्तर नलिका की तुलना में h = 4.6 m ऊँचा है। पानी की श्यानता नगण्य है। टैंक से नलिका को बाहर खींचने वाले बल का क्षैतिज घटक ज्ञात कीजिऐ।



10. आदर्श द्रव से युक्त एक चौड़े पात्र के क्षैतिज तल पर R_1 त्रिज्या का एक गोल छिद्र है जिस पर चारों ओर से बंद एक बेलन स्थित है, जिसकी त्रिज्या $R_2 > R_1$ है। बेलन व पात्र की तली के मध्य अन्तर (clearance) बहुत छोटा है, द्रव घनत्व ρ है। छिद्र (तथा बेलन) के अक्ष से दूरी r के फलन के रूप में निकास में द्रव का स्थैतिक दाब ज्ञात कीजिऐं, यदि द्रव की ऊँचाई h है।



11. समकोण पर मुड़ी एक नलिका के अनुदिश एक बड़े टैंक से पानी बाहर की ओर प्रवाहित होता है, नलिका की आंतरिक त्रिज्या r = 0.50 cm है। नलिका के क्षैतिज भाग की लम्बाई ℓ = 22 cm है। पानी की प्रवाह दर Q = 0.50 लीटर प्रति सैकण्ड है। बिन्दु O के सापेक्ष नलिका की दीवारो पर कार्यरत् प्रवाहित पानी के प्रतिक्रिया बलों का आधूर्ण ज्ञात कीजिऐं।



HLP Answers

1. (a) $\frac{t_1 d_L}{d_L - d}$ (b) नहीं (c) $v = g\frac{t_1}{2}$ = नियत

2. $\frac{gA\rho}{4}(h_1 - h_2)^2$ **3.** $m \geq \pi r^2 L\,(\sqrt{\rho\sigma} - \rho)$

4. (a) (i) घनत्व = $\frac{5}{4}d$

(ii) दाब = $P_0 + \frac{1}{4}(6H + L)dg$

(b) (i) $v = \sqrt{\frac{g}{2}(3H - 4h)}$ (ii) $x = \sqrt{h(3H - 4h)}$

(iii) $x_{max} = \frac{3}{4}H$, $h_{max} = \frac{3H}{8}$

5. $t = n\sqrt{\frac{2}{g}(h - h_0)}$ **6.** $v = \sqrt{\frac{2(\rho_m - \rho_a)gh}{\rho_a}}$

7. $\frac{7m}{3\lambda}$ **8.** $h_2 = 3h_1$

9. $F = \rho gh\,(S - s)^2/S = 6N$

10. $p = p_0 + \rho gh\,(1 - R_1^2/r^2)$, जहाँ $R_1 < r < R_2$, p_0 वायुमण्डलीय दाब हैं।

11. $N = \rho\ell Q^2/\pi r^2 = 0.7$ N.m.