

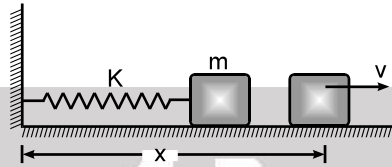


High Level Problems (HLP)

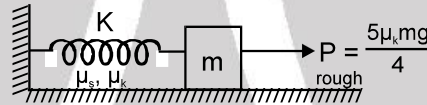
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

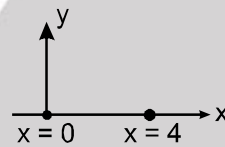
1. द्रव्यमान 'm' का एक गुटका स्प्रिंग नियतांक 'k' के स्प्रिंग जिसका एक सिरा एक दीवार पर स्थित है के विरुद्ध धकेला जाता है। गुटका घर्षणरहित मेज पर चित्रानुसार फिसल सकता है। स्प्रिंग की प्राकृतिक लम्बाई L_0 है एवं यह प्राकृतिक लम्बाई की एक चौथाई तक सम्पीड़ित किया जाता है एवं गुटका छोड़ दिया जाता है। इसका वेग दीवार से दूरी (x) के साथ फलन के रूप में एवं अधिकतम वेग बताओं ? गुटका स्प्रिंग से जुड़ा हुआ नहीं है।



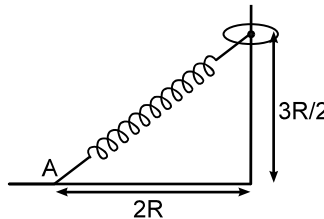
2. द्रव्यमान m का एक गुटका एक खुरदरे क्षैतिज तल पर रखा है, जिसका गतिक घर्षण गुणांक μ_k व स्थैतिक घर्षण गुणांक μ_s है। स्प्रिंग इसकी प्राकृतिक लम्बाई में है, जब एक नियत बल $P = \frac{5\mu_k mg}{4}$ परिमाण का गुटके पर लगना प्रारम्भ होता है। स्प्रिंग का बल F इसके विस्तार x का एक फलन $F = kx^3$ है (जहाँ k स्प्रिंग नियतांक है)



- (a) गति के प्रारम्भ होने के लिए μ_s व μ_k में संबंध पर टिप्पणी करो।
 (b) स्प्रिंग में अधिकतम विस्तार ज्ञात करो (यह मानिये कि बल P गुटके को चलाने के लिए पर्याप्त है।)
3. एक कण का द्रव्यमान $m = 1 \text{ kg}$ है यह x-अक्ष पर रखा है तब बल $\vec{F} = x(3x - 2) \hat{i}$ न्यूटन अनुभव करता है। जहाँ x कण का x-निर्देशांक मीटर में है।

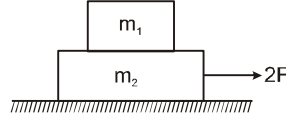


- (a) x-अक्ष पर वे बिन्दु बताइये जहाँ कण साम्यावस्था में है।
 (b) बल F (y-अक्ष) का कण के x-निर्देशांक (x-अक्ष) के साथ ग्राफ खींचो।
 अतः यह बताइये किन स्थितियों में कण स्थायी या अस्थायी साम्यावस्था में है।
 (c) $x = 4$ मीटर पर रखे कण को कितनी न्यूनतम चाल दी जाये ताकि यह मूल बिन्दु तक पहुँचे।
4. द्रव्यमान 'm' की एक वलय चित्रानुसार एक जड़त्व खुरदरी ऊर्ध्वाधर छड़ के अनुदिश फिसल सकती है। वलय स्प्रिंग नियतांक $k = \frac{4mg}{R}$ के एक स्प्रिंग से जुड़ी है जहाँ $2R$ स्प्रिंग की प्राकृतिक लम्बाई है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा धरातल पर बिन्दु A पर छड़ के आधार से $2R$ दूरी पर जुड़ा है। यदि वलय धरातल से $3R/2$ ऊँचाई से छोड़ी जाती है एवं यह वलय धरातल पर $\sqrt{3gR}$ चाल से पहुँचती है। छड़ व वलय के मध्य घर्षण गुणांक ज्ञात करो।

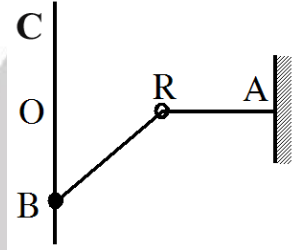




5. चित्रानुसार m_1 द्रव्यमान का एक गुटका m_2 द्रव्यमान के एक दूसरे गुटके पर रखा है एवं निकाय क्षैतिज सतह पर रखा है। एक क्षैतिज बल $2F$ निचले गुटके पर कार्यरत है एवं निकाय में $\frac{F}{(m_1 + m_2)}$ का त्वरण उत्पन्न करता है, दोनों गुटके सदैव एक साथ गति करते हैं। (a) बड़े गुटके व क्षैतिज सतह के मध्य गतिज घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिये। (b) छोटे गुटके पर कार्यरत घर्षण बल ज्ञात कीजिये। (c) निकाय के विस्थापन x के लिये बड़े गुटके द्वारा छोटे गुटके पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये।



6. एक 400 kg द्रव्यमान का सन्दूक धीरे-धीरे क्षैतिज सीधे पथ पर 10 m सरकाया जाता है जिसका सन्दूक के साथ घर्षण नियतांक 0.2 है। $[g = 10 \text{ m/s}^2]$
 (a) क्षैतिज के साथ θ कोण बना रही एक रस्सी से सन्दूक को खींच रहे व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो।
 (b) कार्य ज्ञात करो जब व्यक्ति θ का ऐसा मान चुनता है कि उसे न्यूनतम परिमाण का बल लगाना पड़े।
7. m द्रव्यमान का छोटा मोती 'B' प्रदर्शित चित्र में स्थित ऊर्ध्वाधर चिकने तार पर फिसलने के लिए स्वतन्त्र है। अविस्तारित लम्बाई a तथा बल नियतांक $2mg/a$ की हल्की प्रत्यास्थ रस्सी का एक सिरा B से जुड़ा हुआ है। रस्सी जड़वत् चिकनी वलय R से पारित होती हुई दूसरे सिरे से स्थिर बिन्दु A से बंधी हुई है। AR क्षैतिज है। तार पर बिन्दु O बिन्दु R के समान क्षैतिज स्तर पर इस प्रकार है कि $AR = RO = a$
 (i) साम्यावस्था स्थिति में OB ज्ञात करो।
 (ii) O से ऊपर तार पर स्थित बिन्दु C तक मोती B को ले जाया जाता है। यहां $OC = a$ तथा इसको स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है। O से पारित होने पर मोती की चाल ज्ञात करो तथा आगे की गति के लिए O के नीचे मोती की अधिकतम दूरी ज्ञात करो।



8. m द्रव्यमान का कण $r = +\infty$ से किसी बल के क्षेत्र की तरफ गति करता है। मूल बिन्दु से दूरी r के साथ स्थितिज ऊर्जा फलन निम्न है —

$$U(r) = \frac{K}{2a^3} (3a^2 - r^2), 0 \leq r \leq a \text{ के लिए}$$

$$= K/r \text{ for } r \geq a \text{ के लिए}$$

जहाँ $K > 0$ (धनात्मक नियतांक)

- (a) $F(r)$ ज्ञात कीजिए तथा बताइये कि यह आकर्षण प्रकृति का है या प्रतिकर्षण प्रकृति का है।
 (b) कण को $r = \infty$ से किस वेग के साथ गति करना चाहिए कि यह मूल बिन्दु के दूसरी तरफ पार हो जाए।
 (c) यदि $r = \infty$ पर कण का वेग मूल बिन्दु की तरफ $\sqrt{\frac{2K}{am}}$ हो तो गति को समझाओ।

9. 'M' द्रव्यमान तथा $2a$ लम्बाई की समरूप रस्सी चिकनी छोटी घिरनी पर सममित रूप से रखी हुई है तथा 'm' तथा 'm' द्रव्यमान के कण इसके दोनों सिरों से बंधे हुए हैं। प्रदर्शित करो कि जब रस्सी खूँटी को छोड़ रही होगी तब इसका वेग

$$\sqrt{\left\{ \frac{M + 2(m - m')}{M + m + m'} ag \right\}}$$
 होगा। माना $m > m'$ है।

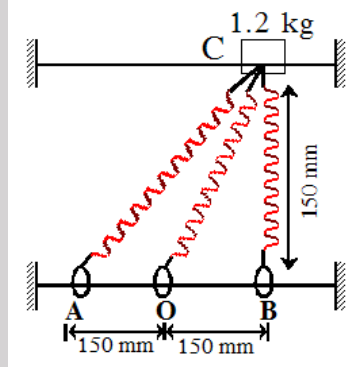


10. एक संरक्षी बल $F(x)$, 1.0 किग्रा के कण जो x -अक्ष के अनुदिश गति करता है पर कार्य करता है। स्थितिज ऊर्जा $U(x)$ निम्न प्रकार दी जाती है।

$$U(x) = 20 + (x - 2)^2$$

जहां x मीटर में है। $x = 5.0$ मी. पर कण की गतिज ऊर्जा 20 J है।

- (i) निकाय की यांत्रिक ऊर्जा कितनी है।
(ii) $-10 \text{ m} < x < 10 \text{ m}$ के लिए x के फलन के रूप में $U(x)$ का वक्र बनाइये एवं उसी ग्राफ पर वह रेखा बनाइये जो निकाय की यांत्रिक ऊर्जा को प्रदर्शित करती है।
निम्न को ज्ञात करने के लिए भाग (ii) का उपयोग कीजिये।
(iii) x का न्यूनतम मान एवं (iv) x का अधिकतम मान जिसके मध्य कण गति कर सकता है।
(v) कण की अधिकतम गतिज ऊर्जा एवं (vi) इसके होने के लिए x का मान
(vii) x के फलन के रूप में $F(x)$ की समीकरण ज्ञात कीजिये।
(viii) x के किस मान के लिए $F(x) = 0$ होगा ?
11. 1.2 kg का कॉलर C जड़वत् चिकनी क्षैतिज छड़ के अनुदिश बिना घर्षण के फिसल सकता है। यह तीन स्प्रिंगों से जुड़ा हुआ है। प्रत्येक का स्प्रिंग नियतांक $K = 400 \text{ N/m}$ तथा 150 mm अविस्तारित लम्बाई है। यह ज्ञात है कि प्रदर्शित स्थिति से कॉलर को स्थिरावस्था में छोड़ा जाता है। इसकी गति के दौरान अधिकतम वेग ज्ञात करो। [यहां A, O, B स्थिर बिन्दु है।]

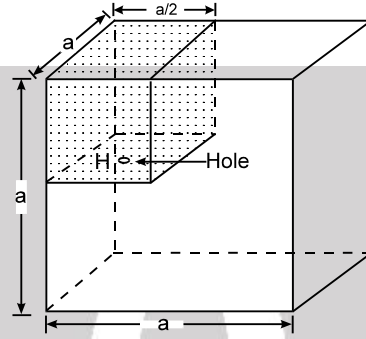


12. एक 4 Kg द्रव्यमान का गुटका 53° ढाल वाले चिकने नततल पर विरामावस्था में रखा है, इसको नततल के समान्तर 40 N का नियत बल लगाकर खींचा जाता है। बल दो सेकण्ड के लिये कार्य करता है। (a) दर्शाइये कि आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य 160 J से कम नहीं है। (b) यदि आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य 160 J है तो दो सेकण्ड में गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये। (c) स्थिति (b) में गुटके की गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये जिस क्षण बल कार्य करना बन्द करता है ($g = 10 \text{ m/s}^2$ लें)। [Take $g = 10 \text{ m/s}^2$]
13. 10 किग्रा. द्रव्यमान का एक गुटका एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के सिरे से लटका है जो साम्यावस्था में गुटके के भार के कारण 20 सेमी. से खींची हुई है। गुटके को नीचे से एक तीक्ष्ण आवेग दिया जाता है ताकि यह ऊपर की ओर 4 मी./से. की चाल प्राप्त कर ले। यह साम्यावस्था से कितना ऊपर उठेगा ? दिया गया $g = 10 \text{ मी./से.}^2$
14. एक निश्चित स्प्रिंग हुक नियम की अनुपालना नहीं करती है। इसके द्वारा एक प्रत्यानयन बल $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$ लगाया जाता है, यदि यह खींचती है या सम्पीड़ित होती है, जहाँ $\alpha = 48 \text{ N/m}$ तथा $\beta = 24 \text{ N/m}^2$ है। स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य है। घर्षणहीन क्षैतिज सतह पर रखी 1 kg द्रव्यमान की एक वस्तु स्प्रिंग से जुड़ी हुई है तथा इसे दांयी ओर 1m खींचकर छोड़ा जाता है। वस्तु की चाल क्या होगी जब यह साम्यवस्था ($x = 0$) की स्थिति से दांयी ओर 0.5m पर है।
15. पवन चक्की में प्रवेश वायु का वेग 20 m/sec तथा पवन चक्की का सम्मुख क्षेत्रफल 10 m^2 है। वायु घनत्व 1.2 kg/m^3 है। यदि पवन ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में 33.3% दक्षता से परिवर्तित किया जाता है तो पवन चक्की द्वारा kw मात्रक में उत्पन्न वैद्युत शक्ति ज्ञात कीजिए।
16. एक इंजन चार डिब्बों को अधिकतम 20 मी०/से० की चाल से खींच सकता है। इंजन का द्रव्यमान प्रत्येक डिब्बे के द्रव्यमान का दो गुना है। प्रतिरोधी बलों को भार के समानुपाती मानें तो इंजन द्वारा 12 तथा 6 डिब्बे खींचने पर अधिकतम चाल क्या होगी (इंजन की शक्ति नियत रहती है) –
17. एक पम्प को किसी दिये गये पाइप के द्वारा निश्चित दर से पानी निकालने में उपयोग करते हैं। समान पाइप द्वारा समान समय में n गुना पानी प्राप्त करने के लिए मोटर की शक्ति कितने गुना बढ़ानी पड़ेगी –

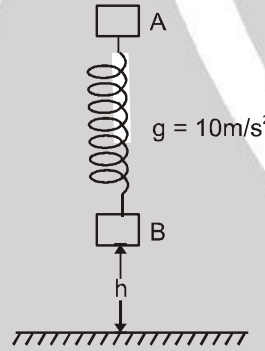


18. द्रव्यमान M व लम्बाई l की एक चैन इस प्रकार ऊर्ध्वाधर रखी जाती है कि इसका निचला सिरा क्षैतिज मेज को छूता है। चैन को स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है। यह मानते हैं कि चैन मेज पर ढेर नहीं बनाती है। ऊपरी सिरे के $\frac{l}{8}$ दूरी गिरने के बाद चैन के मेज के ऊपर वाले भाग का संवेग क्या होगा ?

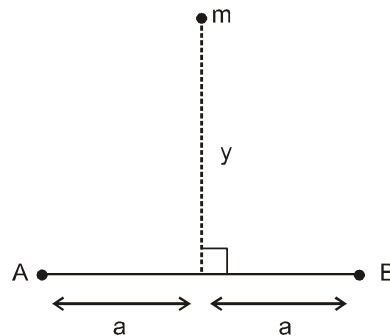
19. a भुजा तथा V आयतन का एक खोखला घन चित्र में प्रदर्शित है। चित्रानुसार इसमें एक छोटा $\frac{V}{4}$ आयतन का लघु घन क्षेत्र है। इस लघु क्षेत्र को m किग्रा द्रव्यमान के पानी से भर दिया जाता है। पानी एक छेद H द्वारा निकलकर सारे घन में फैलता है। यह मानना है अन्त में सारा पानी घन के तल में आ जाता है, तो इस प्रक्रिया में गुरुत्व द्वारा किया गया कार्य होगा



20. कितनी न्यूनतम ऊँचाई 'h' (मीटर में) से निकाय को छोड़ा जाये (जब स्प्रिंग अपनी प्राकृतिक लम्बाई में है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है) ताकि ब्लॉक B द्वारा जमीन के साथ पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर के ($e = 0$) पश्चात् ब्लॉक B जमीन से उठ सके। ($k = 40 \text{ N/m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $m_A = 2 \text{ kg}$, $m_B = 4 \text{ kg}$)



21. m द्रव्यमान के कण की स्थितिज ऊर्जा AB रेखा से दूरी y के साथ $U = \frac{K}{\sqrt{y^2 + a^2}}$ सम्बन्ध के अनुसार बदलती है। जहाँ K धनात्मक नियतांक है। यदि m द्रव्यमान के कण को $y = \sqrt{3}a$ से AB रेखा की ओर (इसके लम्बवत्) प्रक्षेपित किया जाता है तो वह न्यूनतम वेग जिससे यह पुनः प्रारम्भिक बिन्दु पर लौटकर नहीं आये $\sqrt{\frac{K}{aNm}}$ से दिया जाता है तो N ज्ञात करो।



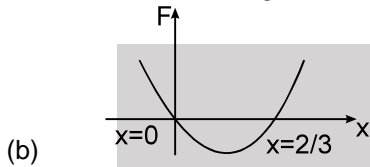


HLP Answers

1. $v = \sqrt{\frac{k}{m} \left[\left(\frac{3L_0}{4} \right)^2 - (L_0 - x)^2 \right]}$ जब $x < L_0$; $v_{\max} = \frac{3L_0}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}$ जब $x \geq L_0$

2. (a) $5\mu_k > 4\mu_s$; (b) $x = \left(\frac{\mu_k mg}{K} \right)^{1/3}$

3. (a) $x = 0$ तथा $x = \frac{2}{3} m$



(b) $x = 0$ पर कण स्थायी साम्यावस्था में व $x = \frac{2}{3}$ मीटर पर अस्थायी साम्यावस्था में है।

(c) $v = \sqrt{\frac{2600}{27}} m/s$

4. $\frac{1}{8(3 - 4 \ln 2)}$

5. (a) $\frac{F}{(m_1 + m_2)g}$

(b) $\frac{m_1 F}{(m_1 + m_2)}$

(c) $\frac{m_1 F x}{(m_1 + m_2)}$

6. (a) $\frac{40000}{5 + \tan \theta} J$

(b) 7692.31 J 7690 J

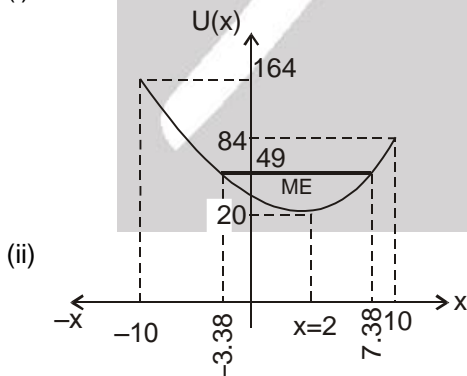
7. (i) $OB = a/2$ (ii) $v = \sqrt{4ag}$, $d = 2a$

8. (a) प्रतिकर्षण (b) $v > \sqrt{\frac{3k}{am}}$

(c) $r = a$ पर रुक जाता है व फिर $r = \infty$ पर पहुँचता है।

9. $v = \sqrt{ag \frac{M + 2(m - m')}{M + m + m'}}$

10. (i) 49 J



(iii) $-\sqrt{29} + 2 \approx -3.38 m$

(iv) $-\sqrt{29} + 2 \approx 7.38 m$

(v) 29 J

(vi) $x = 2m$

(vii) $F = 2(2 - x)$

(viii) $x = 2$

11. $\frac{15}{2} \left\{ (\sqrt{5} - 1)^2 - (\sqrt{2} - 1)^2 \right\}^{1/2} m/s = 3.189 m/s$

12. (b) -128 J (c) 32 J 13. 0.56 m = 56 cm

14. $5\sqrt{2} m/s$

15. 16

16. क्रमशः 8.5 मी०/सै० और 15 मी०/सै०

17. n^3

18. $\frac{7}{16} M \sqrt{gl}$

19. $5/8 mga$

20. 2

21. 1

1