



## High Level Problems (HLP)

चिह्नित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

### भाग - I : अवकलन

विभाजन के नियम का उपयोग करते हुए दिये गये फलन का अवकलन ज्ञात करो।

1.  $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 0.5}$

2. माना कि  $u$  व  $v$ ,  $x$  के अवकलनीय फलन हैं तथा  
 $u(1) = 2$ ,  $u'(1) = 0$   $v(1) = 5$   $v'(1) = -1$ .  
 $x = 1$  पर निम्न अवकलन के मान ज्ञात करो।

(a)  $\frac{d}{dx} (uv)$

(b)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{u}{v} \right)$

(c)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{v}{u} \right)$

(d)  $\frac{d}{dx} (7v - 2u)$ .

$\frac{ds}{dt}$  ज्ञात करो।

3.  $s = \frac{1 + \operatorname{cosec} t}{1 - \operatorname{cosec} t}$

4.  $s = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$

$x$  के फलन के रूप में  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करो।

5.  $y = \sin^3 x$

6.  $y = 5 \cos^{-4} x$ .

निम्न फलनों के अवकलन ज्ञात करो।

7.  $r = (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)^{-1}$

8.  $r = -(\sec \theta + \tan \theta)^{-1}$

### भाग - II : समाकलन

दिये गये फलनों का समाकलन ज्ञात करो। अवकलन द्वारा अपने उत्तर की जाँच करें।

1. (a)  $\csc x \cot x$  (b)  $-\csc 5x \cot 5x$  (c)  $-\pi \csc \frac{\pi x}{2} \cot \frac{\pi x}{2}$

2.  $(1 + 2 \cos x)^2$

समाकलन ज्ञात करो।

अवकलन द्वारा अपने उत्तर की जाँच करें।

3.  $\int \left( \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$

4.  $\int \left( 8y - \frac{2}{y^{1/4}} \right) dy$

5.  $\int 2x(1 - x^{-3}) dx$

6.  $\int (-3 \csc^2 x) dx$

7.  $\int \left( -\frac{\sec^2 x}{3} \right) dx$

8.  $\int \frac{\csc \theta \cot \theta}{2} d\theta$

9.  $\int \frac{2}{5} \sec \theta \tan \theta d\theta$

10.  $\int (4 \sec x \tan x - 2 \sec^2 x) dx$

11.  $\int \frac{1}{2} (\csc^2 x - \csc x \cot x) dx$

12.  $\int (\sin 2x - \csc^2 x) dx$

13.  $\int (2 \cos 2x - 3 \sin 3x) dx$

14.  $\int 4 \sin^2 y dy$

15.  $\int \frac{\csc \theta}{\csc \theta - \sin \theta} d\theta$



प्रतिस्थापन विधि द्वारा समाकलन करो।

16.  $\int \frac{1}{\sqrt{5s+4}} ds$       17.  $\int 3y\sqrt{7-3y^2} dy$       18.  $\int \sin^5 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} dx.$
19.  $\int \tan^7 \frac{x}{2} \sec^2 \frac{x}{2} dx$       20.  $\int r^2 \left( \frac{r^3}{18} - 1 \right)^5 dr$       21.  $\int r^4 \left( 7 - \frac{r^5}{10} \right)^3 dr$
22.  $\int x^{1/3} \sin(x^{4/3} - 8) dx.$       23.  $\int \csc \left( \frac{v-\pi}{2} \right) \cot \left( \frac{v-\pi}{2} \right) dv$
24.  $\int \sqrt{\cot y} \csc^2 y dy$       25.  $\int \frac{\sec z \tan z}{\sqrt{\sec z}} dz$       26.  $\int \frac{1}{t^2} \cos \left( \frac{1}{t} - 1 \right) dt$

निम्न फलनों का निश्चित समाकलन ज्ञात करो।

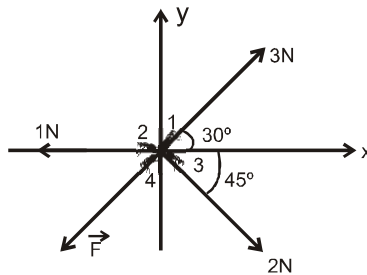
27.  $\int_{1/2}^{3/2} (-2x+4) dx$       28.  $\int_{-2}^1 |x| dx$

निम्न फलनों का निश्चित समाकलन ज्ञात करो।

29.  $\int_0^{\pi/2} \theta^2 d\theta$       30.  $\int_0^{3b} x^2 dx$

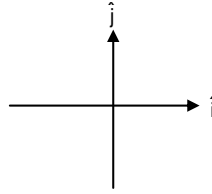
### भाग - III : सदिश

1. एक वर्ग ABCD की चार भुजाओं के अनुदिश चार बल P, 2P, 3P, 4P चक्रिय क्रम में क्रमागत लग रहे। सदिश विधि से परिणामी बल ज्ञात करो।
2. एक नाव 2km पूर्व की ओर तथा पूर्व से  $37^\circ$  के कोण पर दक्षिण की ओर 5 km तय करती है। यदि प्रारम्भिक बिन्दु से नाव का अंतिम विस्थापन 6 km पूर्व की ओर हो तो तीसरा विस्थापन होगा।
3. दो सदिश  $\mathbf{u}$  तथा  $\mathbf{v}$  का परिणामी सदिश  $\mathbf{u}$  सदिश के लम्बवत् है तथा इसका परिमाण  $\mathbf{v}$  सदिश के परिमाण का आधा है। तो  $\mathbf{u}$  व  $\mathbf{v}$  के मध्य कोण ज्ञात करो।
4. माना की एक वस्तु पर लगने वाले तीन बलों का परिमाण 5N, 12N तथा 13N है। तथा इनका परिमाणी शून्य है। यदि  $\sin 23^\circ = (5/13)$  हो, तो 5N बल व 13N बल के मध्य कोण होगा।
5. दो सदिशों  $\vec{A}$  तथा  $\vec{B}$  के परिमाण समान है। किस स्थिति में  $\vec{A} + \vec{B}$  का परिमाण  $|\vec{A}|$  या  $|\vec{B}|$  के बराबर होगा। सदिश  $\vec{A} - \vec{B}$  का परिमाण कब सदिश A के परिमाण के बराबर होगा।
6.  $\vec{P}$  तथा  $\vec{Q}$  का परिणामी सदिश  $\vec{R}$  है। यदि  $\vec{Q}$  का परिमाण दुगुना करते है तो  $\vec{R}$  परिमाण में दुगुना हो जाता है, जब  $\vec{Q}$  की दिशा को प्रारम्भिक अवस्था की तुलना में विपरीत करते है तो  $|\vec{R}|$  पुनः दुगुना हो जाता है तो  $P : Q : R$  ज्ञात करो।
7. एक समष्टभुज की पाँच क्रमागत भुजाओं को समान क्रम में पाँच एकांक सदिशों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। तो इनका परिणामी सदिश ज्ञात करो। (पहली भुजा x अक्ष के अनुदिश लो)
8. चार चीटियाँ 1, 2, 3 तथा 4 एक गेहूँ के दाने को चित्रानुसार 3 N, 1N, 2N तथा  $|\vec{F}|$  N के बल द्वारा खींच रही है। यदि उपरोक्त बलों द्वारा गेहूँ साम्यावस्था में रहता है तो  $\vec{F}$  ज्ञात करो।

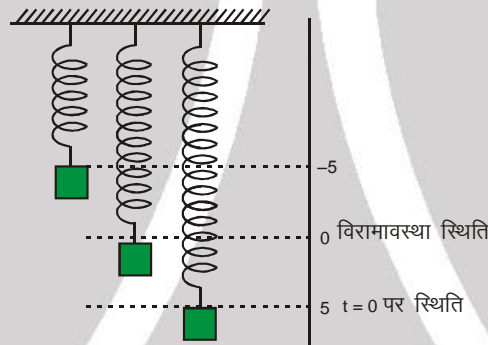




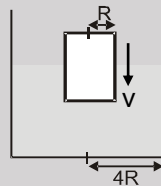
9. एक कीड़ा R त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर गति करता है। यदि यह  $\theta$ , कोण से घूमता है तो इसका विस्थापन ज्ञात करो। विस्थापन से तात्पर्य  $\vec{s} = \Delta\vec{r}$ , जहाँ  $\Delta\vec{r}$  स्थिति सदिश में परिवर्तन है।



10. सदिश  $\vec{A}$  के समान्तर तथा एक दिये गये बिन्दु P से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो। बिन्दु P का स्थिति सदिश  $\vec{r}_0$  है।
11. अदिश गुणनफल के नियम द्वारा सिद्ध कीजिए।  $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta}$
12. सदिश  $\vec{A}$  समय के साथ निम्न सम्बन्ध  $\vec{A} = t\hat{i} - \sin\pi t\hat{j} + t^2\hat{k}$  द्वारा परिवर्तित होता है। सदिश का  $t = 1$  पर अवकलज ज्ञात करो।
13. एक स्प्रिंग से लटकी हुई एक वस्तु को उसकी विरामावस्था से 5 इकाई खींचते हैं और  $t = 0$  पर मुक्त करते हैं जिससे वस्तु ऊपर नीचे गति करती है। किसी समय  $t$  पर इसकी स्थिति  $s = 5 \cos t$  है। समय  $t$  पर इसका वेग व त्वरण क्या है ?



14. चित्रानुसार R त्रिज्या का एक बेलन  $v$  चाल से पानी में नीचे की ओर जा रहा है। पानी  $4R$  त्रिज्या के बेलन में भरा है। वह दर ज्ञात कीजिए जिससे –



- (a) पानी की सतह का स्तर बढ़ रहा है (b) R त्रिज्या के बेलन का गीला हुआ क्षेत्रफल बढ़ रहा है।
15.  $r$  त्रिज्या के वृत्त में अधिकतम कितने क्षेत्रफल का आयत बनाया जा सकता है?

## HLP Answers

### भाग - I

1.  $g'(x) = \frac{x^2 + x + 4}{(x + 0.5)^2}$       2. (a)  $-2$       (b)  $\frac{2}{25}$       (c)  $-\frac{1}{2}$       (d)  $-7$
3.  $\frac{-2 \operatorname{cosec} t \cot t}{(1 - \operatorname{cosec} t)^2}$       4.  $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\cos t - 1}$       5.  $3 \sin^2 x (\cos x)$
6.  $\frac{dy}{dx} = 20 \sin x \cos^{-5} x$       7.  $\frac{\operatorname{cosec} \theta}{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta}$       8.  $\frac{\sec \theta}{\sec \theta + \tan \theta}$





भाग - II

1. (a)  $-\csc x + C$  (b)  $\frac{1}{5} \csc(5x) + C$  (c)  $2 \csc\left(\frac{\pi x}{2}\right) + C$
2.  $3x + \sin 2x + 4 \sin x + C$
3.  $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{3} + 4x^{1/2} + C$
4.  $4y^2 - \frac{8}{3}y^{3/4} + C$
5.  $x^2 + \frac{2}{x} + C$
6.  $3 \cot x + C$
7.  $\frac{-\tan x}{3} + C$
8.  $-\frac{1}{2} \csc \theta + C$
9.  $\frac{2}{5} \sec \theta + C$
10.  $4 \sec x - 2 \tan x + C$
11.  $-\frac{1}{2} \cot x + \frac{1}{2} \csc x + C$
12.  $-\frac{1}{2} \cos 2x + \cot x + C$
13.  $\sin 2x + \cos 3x + C$
14.  $2y - \sin 2y + C$
15.  $\tan \theta + C$
16.  $\frac{2}{5} (5s + 4)^{1/2} + C$
17.  $-\frac{1}{3} (7 - 3y^2)^{3/2} + C$
18.  $\frac{1}{2} \sin^6\left(\frac{x}{3}\right) + C$
19.  $\frac{1}{4} \tan^8 \frac{x}{2} + C$
20.  $\left(\frac{r^3}{18} - 1\right)^6 + C$
21.  $-\frac{1}{2} \left(7 - \frac{r^5}{10}\right)^4 + C$
22.  $-\frac{3}{4} \cos(x^{4/3} - 8) + C$
23.  $-2 \csc\left(\frac{v - \pi}{2}\right) + C$
24.  $-\frac{2}{3} (\cot^3 y)^{1/2} + C$
25.  $2\sqrt{\sec z} + C$
26.  $-\sin\left(\frac{1}{t} - 1\right) + C$
27. क्षेत्रफल = 2 वर्ग इकाई
28. क्षेत्रफल = 2.5 वर्ग इकाई
29.  $\frac{\pi^3}{24}$
30.  $9b^3$

भाग - III

1.  $2\sqrt{2} P$
2. 3 km उत्तर में
3.  $150^\circ$
4.  $113^\circ$
5. जब  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$  के मध्य कोण  $120^\circ$  है, जब यह  $60^\circ$  है।
6.  $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$
7.  $\vec{A}_3 = \frac{1}{2}(-\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$
8.  $F_4 = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)^2}$  N,  $\phi = \tan^{-1}\left[\frac{3 - 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2}\right]$
9. विस्थापन का परिमाण  $|\Delta \vec{r}| = 2R \sin \frac{\theta}{2}$ .  $\Delta \vec{r}$  तथा  $\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}$  की दिशा से दी जाती है।
10.  $\vec{r} = \vec{r}_0 + n\hat{a}$
11.  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$ , say, चूंकि  $|\vec{R}|^2 = \vec{R} \cdot \vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})$   
गुणनफल करने पर  $|\vec{R}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{A} + \vec{B} \cdot \vec{B}$   
 $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$ ,  $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$  तथा  $\vec{B} \cdot \vec{B} = B^2$  रखने पर,  $|\vec{R}|^2 = A^2 + B^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$   
अतः  $|\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta}$
12.  $\hat{i} + \pi\hat{j} + 2\hat{k}$
13. वेग:  $-5 \sin t$ , त्वरण:  $-5 \cos t$
14. (a)  $\frac{dh}{dt} = \frac{v}{15}$  (b)  $\frac{32\pi Rv}{15}$
15.  $A_{\max} = 2r^2$

