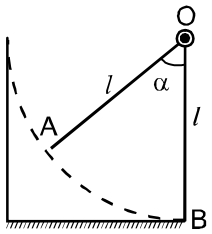
High Level Problems (HLP)

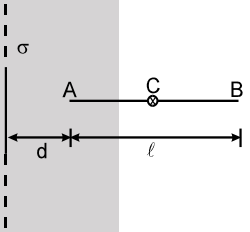
विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. एक वैद्युतदर्शी मे स्थिर ऊर्ध्वाधर धातु स्तम्भ OB है जिसके शीर्ष पर एक पतली छड़ OA जुड़ी है जो कि स्तम्भ के वैद्युत आवेश के प्रभाव से विक्षेपित होती है। छड़, O से गुजरती स्थिर क्षैतिज अक्ष के परितः ऊर्ध्वाधर तल मे घूम सकती है। अंश मे विभाजित वृत्त के चतुर्थ भाग मे पाठ्यांक मापे जा सकते है। छड़ का द्रव्यमान m तथा लम्बाई ℓ है। यदि साम्यावस्था में वैद्युतदर्शी की छड़ α विक्षेपित होती है, तो छड़ पर आवेश क्या होगा। निम्न परिकल्पना मानते हुए उत्तर प्राप्त करें :



वैद्युतदर्शी पर आवेश छड़ तथा स्तम्भ दोनों पर बराबर वितरित है तथा आवेश, छड़ के बिन्दु A तथा स्तम्भ के बिन्दु B पर केन्द्रित है।

2. m द्रव्यमान तथा ℓ लम्बाई की एक एक समान छड़ इसके मध्यबिन्दु C पर कीलंकित है। छड़ के आंधे बांये भाग का रेखीय आवेश घनत्व $-\lambda$ तथा आधे दांये भाग का रेखीय आवेश घनत्व $+\lambda$ है जहाँ λ नियतांक है। एक लम्बी अचालक पट्टिका जिसका सतह आवेश घनत्व σ है, भी इस छड़ के पास स्थित है। प्रारम्भ में छड़ को पट्टिका के लम्बवत रखते है। छड़ का A सिरा प्रारम्भ में पट्टिका से d दूरी पर है। अब छड़ को कागज के तल में स्थित अक्ष के सापेक्ष लघु कोण से घुमाया जाता है फिर मुक्त छोड़ दिया जाता है। सिद्ध करो कि छड़ सरल आवर्त गति करेगी तथा इसका समयान्तराल भी प्राप्त करो–

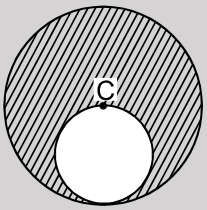


3. (i) 'a' भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के तीनों कोनो पर तीन समान आवेश q_0 प्रत्येक कोने पर रखे है तो किसी एक आवेश पर अन्य दो आवेशों के कारण लगने वाले बल का मान ज्ञात करो ?

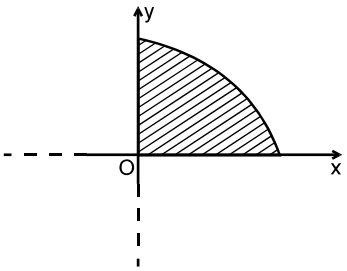
(ii) यदि उपरोक्त प्रश्न में एक आवेश को ऋण आवेश द्वारा परिवर्तित कर दिया जाये तो इस पर अन्य आवेशों द्वारा लगने वाला बल ज्ञात करो ?

(iii) यदि प्रत्येक आवेश को दुगना तथा प्रत्येक भुजा को घटाकर आधा कर दिया जाये तो भाग (i) को पुनः कीजिए :

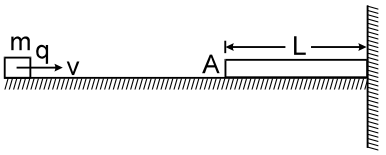
4. त्रिज्या R का एक ठोस गोला एक समान रूप से इसके आयतन में आवेश घनत्व ρ से समरूप आवेशित है। चित्रानुसार R/2 त्रिज्या की गोलीय गुहा, गोले में बनायी गई है गोले के केन्द्र पर विभव ज्ञात करो।



5. x-y तल में प्रथम चतुर्थांश में 0 से ∞ समान आवेश घनत्व σ की एक चकती फैली हुई है। चकती का केन्द्र O पर है। (0, 0, z) पर विद्युत क्षेत्र का z घटक ज्ञात करो। तथा (0, 0, d) व (0, 0, 2d) बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर ज्ञात करो।



6. चित्रानुसार L लम्बाई की समान रूप से आवेशित छड़ क्षैतिज सतह पर रखी है। इसका रेखीय आवेश घनत्व λ है। इस छड़ का दाहिना सिरा स्थिर ऊर्ध्वाधर दीवार के सम्पर्क में है। छड़ से बहुत दूर स्थित बिन्दु से छड़ की रेखा के अनुदिश, छड़ की ओर m द्रव्यमान तथा q आवेश का ब्लॉक v वेग से प्रक्षेपित किया जाता है तो ब्लॉक तथा छड़ के बाँये सिरे A के मध्य निकटतम पहुँच की दूरी ज्ञात करो।



7. 5.88×10^{-4} kg की एक आवेशित गेंद समान लम्बाई की दो सिल्क की रस्सियों से लटकी है। दोनों रस्सियाँ का एक दूसरे से झुकाव 90° है। एक अन्य गेंद जिस पर आवेश का परिमाण पहले वाली गेंद के समान परन्तु चिन्ह विपरीत है। इसे पहले गेंद के नीचे 4.2×10^{-2} m दूरी पर रखा जाता है। इस कारण रस्सी में तनाव दुगना हो जाता है तो स्थिर विद्युत अन्योन्य के कारण गेंद पर आवेश तथा रस्सी में तनाव ज्ञात करो ? ($g = 9.8\ m/s^2$)

8. 16×10^{-9} C का आवेश मूल बिन्दु पर स्थिर है। अज्ञात परिमाण का दूसरा आवेश x = 3m, y = 0 पर तथा 12×10^{-9} C का आवेश x = 6m, y = 0 पर रखा है। यदि x = 8m, y = 0 पर धनात्मक x–अक्ष के अनुदिश परिणामी क्षेत्र 20.25 N/C हो तो अज्ञात आवेश का मान ज्ञात करो ?

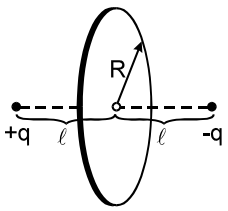
9. दो बड़ी समान्तर चालक पट्टिकाएं एक दूसरे से 2.00 cm की दूरी पर रखी है। एक इलेक्ट्रॉन एक पट्टिका के पास से विरामावस्था से गति प्रारम्भ करता है तथा 2.00 माइक्रोसेकण्ड़ में दूसरी पट्टिका पर पहुँच जाता है तो आन्तरिक सतहों पर पृष्ठ आवेश घनत्व ज्ञात करो। क्या इसके बाह्य पृष्ठों पर आवेश घनत्व ज्ञात किया जा सकता है?

10. 1 मीटर लम्बे धागे पर 10^{-2} kg द्रव्यमान तथा $+3 \times 10^{-6}$ C आवेश वाली, गेंद बंधी है। रस्सी का दूसरा सिरा स्थिर है तथा इस सिरे पर -3×10^{-6} C आवेश रखा है। गेंद 1 m त्रिज्या के वृत्ताकार कक्ष में उर्ध्वाधर तल में घूम रही है। प्रारम्भ में गेंद इसके तल के निम्नतम बिन्दू पर है तो गेंद को वृत्त पूर्ण करने के लिए दिया गया न्यूनतम क्षैतिज वेग ज्ञात करो। [$g = 10\ m/s^2$.] **[REE 1996, 5]**

11. एक निकाय में एक पतली R त्रिज्या वाली आवेशित वलय तथा वलय की अक्ष के अनुदिश समान रूप से आवेशित एक लम्बा धागा रखा हुआ है, जिसका एक सिरा वलय के केन्द्र पर रखा है। वलय पर कुल आवेश q है। धागे पर आवेश (इकाई लम्बाई पर) λ है। धागे तथा वलय के मध्य बल ज्ञात करो।

12. एक पतली R त्रिज्या की कुचालक वलय पर रेखीय आवेश घनत्व $\lambda = \lambda_0 \cos\varphi$ हैं, जहाँ λ_0 नियतांक तथा φ केन्द्र से दिगांशी कोण (azimuthal angle) है। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करो।
(a) वलय के केन्द्र पर
(b) वलय की अक्ष पर केन्द्र से दूरी x के पदों में। x >> R के लिये विचार किजिये।

13. दो बिन्दु आवेश q तथा –q चित्रानुसार 2ℓ दूरी पर रखे हुए है। R त्रिज्या के वृत्त से निकलने वाले विद्युत फ्लक्स का मान ज्ञात कीजिए।



14. एक निकाय R त्रिज्या की समान रूप से गोलिय आवेशित गेंद तथा आस–पास का वातावरण जिसकी आयतन आवेश घनत्व $\rho = \alpha/r$ है, से बना हुआ है। जहाँ α नियतांक तथा r गेंद के केन्द्र से दूरी है। गेंद का आवेश ज्ञात करो जिसके लिये विद्युत क्षेत्र की तीव्रता सदिश का परिमाण गेंद के बाहर r पर निर्भर नहीं करें। इसकी तीव्रता कितनी है। गेंद या आस–पास के वातावरण की वैद्युतशीलता इकाई के बराबर है।

15. R त्रिज्या तथा σ पृष्ठीय आवेश घनत्व से समरूप आवेशित अर्द्ध गोले के केन्द्र पर विद्युत विभव तथा तीव्रता ज्ञात करो।

16. a त्रिज्या की अचालक चकती जिस पर σ पृष्ठीय आवेश घनत्व एक समान रूप से वितरित है। यह अपनी अक्ष की उर्ध्वाधर दिशा सहित जमीन पर रखी है। द्रव्यमान m तथा धनात्मक आवेश q के कण को शून्य प्रारम्भिक वेग से, अक्ष के अनुदिश H ऊचाँई से गिराते है। कण का $\frac{q}{m} = \frac{4\varepsilon_0 g}{\sigma}$ है।

(i) H का मान ज्ञात करो ताकि कण चकती तक ठीक पहुँच पाए।

(ii) कण की स्थितिज ऊर्जा का वक्र ऊँचाई के फलन के रूप में बनाइए तथा इसकी साम्यावस्था स्थिति ज्ञात करो।

[JEE 1999 (Mains), 5+5 /100]

17. समानान्तर दो लम्बी पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर $v = at$; से परिवर्तित होता है। यहाँ a धनात्मक स्थिरांक व t समय है। एक इलेक्ट्रॉन $t = 0$ पर निम्न विभव वाली पट्टिका से स्थिरावस्था से गति प्रारम्भ करता है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी L, इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m तथा इलेक्ट्रॉन पर आवेश –e हो तो इलेक्ट्रॉन का दूसरी पट्टिका पर पहुँचने पर वेग ज्ञात करो।

18. चार बिन्दुवत आवेश $+8\ \mu C$, $-1\ \mu C$, $-1\ \mu C$ और $+8\ \mu C$, y अक्ष पर क्रमशः $-\sqrt{\frac{27}{2}}$ मीटर, $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ मीटर, $+\sqrt{\frac{3}{2}}$ मीटर तथा $+\sqrt{\frac{27}{2}}$ मीटर पर रखे है। एक 6×10^{-4} kg द्रव्यमान व $+0.1\ \mu C$ आवेश का कण x दिशा के अनुदिश गति कर रहा है। इसकी चाल $x = +\infty$ पर v_0 है तो मूल बिन्दु को पार करने के लिए कण की न्यूनतम चाल v_0 ज्ञात करो ? मूल बिन्दु पर कण की गतिज ऊर्जा भी ज्ञात करो ? माना क्षेत्र गुरूत्वहीन है।

$1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$ है। **[JEE 2000 (Mains), 10/ 100]**

19. 2×10^{-3} kg द्रव्यमान की छोटी गेंद पर आवेश $1\ \mu C$ है। यह गेंद 0.8 m लम्बी रस्सी के द्वारा लटकी हुई है। एक दूसरी समान आवेश की समरूप गेंद निलंबन बिन्दु पर रखी है तो नीचे वाली गेंद को न्यूनतम कितना क्षैतिज वेग दिया जाए कि यह वृत्तीय पथ पूर्ण कर सके। ($g = 10\ m/s^2$) **[JEE 2001 (Mains), 5/100 ; REE 1996]**

20. 10 cm लम्बी सीधी रेखा पर बिन्दु आवेश Q, 2Q तथा 8Q रखे है। निकाय की स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम रहे इसके लिए आवेशों को कहा रखा जाये। इस स्थिति में, आवेश Q की स्थिति पर अन्य दोंनो आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र ज्ञात करो ?

[JEE 1987]

21. – q आवेश तथा m द्रव्यमान के कण को एक स्थिर + Q आवेश के चारों ओर घुमाया जाता है, तो दर्शाइये कि यह "$r^3 \alpha T^2$" के नियम को सन्तुष्ट करता है। जहाँ r कक्ष की त्रिज्या तथा T आवर्तकाल है।

22. किसी निश्चित जगह पर विभव सिर्फ x निर्देशांक पर $\varphi = -ax^3 + b$ के साथ परिवर्तित होता है। जहाँ a तथा b नियतांक है। आवेश का वितरण $\rho(x)$ ज्ञात करो।

23. r त्रिज्या का चालक गोला S_1, अचालक हत्थे से जुड़ा है। एक दूसरा R त्रिज्या का चालक गोला S_2 अचालक स्टेण्ड पर रखा है। प्रारम्भ मे S_2 को अनावेशित तथा S_1 को Q आवेश दिया जाता है। S_1 को S_2 से सम्पर्कित करके हटा लिया जाता है। S_1 को दुबारा Q आवेश तक आवेशित किया जाता है तथा दुबारा S_2 से सम्पर्क कराकर हटा लिया जाता है। इस प्रक्रम को n बार दोहराया जाता है। **[JEE '98 Mains, 7+1/200]**

(a) S_1 के साथ n सम्पकों के पश्चात् S_2 की स्थिर वैद्युत ऊर्जा ज्ञात करो।

(b) $n \to \infty$ पर ऊर्जा का सीमान्त मान क्या होगा ?

24. विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E केवल x तथा y निर्देशांक पर नियम $\vec{E} = a(x\hat{i} + y\hat{j})/(x^2 + y^2)$ के अनुसार निर्भर करती है। जहां a एक नियतांक है। $\hat{i}$ तथा $\hat{j}$, x व y अक्ष के अनुदिश एकांक सदिश है। सदिश $\vec{E}$ का R त्रिज्या के गोले में से (केन्द्र को मूल बिन्दु निर्देशांक मानते हुए) फ्लक्स के मान की गणना कीजिये। उपरोक्त परिणाम का उपयोग करते हुए गोले के अंदर बंद कुल आवेश की भी गणना कीजिए।

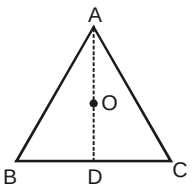
25. एक धनात्मक आवेश, आवेश घनत्व $\rho = \rho_0 r$ $(r \le R)$ (जहाँ ρ_0 एक धनात्मक नियतांक है तथा r केन्द्र से दूरी है।) वाले गोलीय क्षेत्र में वितरित है। निम्न स्थितियों पर विद्युत विभव और विद्युत क्षेत्र ज्ञात करो।
(a) गोले के अन्दर केन्द्र से r दूरी पर (b) गोले के बाहर केन्द्र से r दूरी पर

26. एक क्षैतिज तल (x–y तल) में दो बिन्दुवत् आवेश q व –2q एक दूसरे से 6m की दूरी पर रखे है। शून्य विभव वाले बिन्दुओं का बिन्दुपथ x-y तल में ज्ञात करो?

27. R_1 व R_2 त्रिज्या की दो धात्विक छोटी गेंदे निर्वात में उनकी त्रिज्या की तुलना में बहुत अधिक दूरी पर रखी है तो निकाय की न्यूनतम स्थिर विद्युत ऊर्जा के लिए दोनों गेंदों पर उपस्थित आवेशों का अनुपात ज्ञात करो। दोनों गेंदों के बीच इस अनुपात के लिए विभवान्तर ज्ञात करो। गेंदों का कुल आवेश नियत तथा गेंद पर समरूप वितरित है तथा अन्योन्य ऊर्जा नगण्य है।

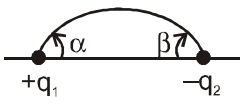
28. एक R त्रिज्या की गेंद पर धनात्मक आवेश है जिसका आयतन आवेश घनत्व सिर्फ केन्द्र से दूरी r के साथ $\rho = \rho_0 (1 - r/R)$ से परिवर्तित होता है जहाँ ρ_0 नियतांक है। मानिये की गेंद तथा वातावरण की वैद्युतशीलता इकाई है। ज्ञात करो –
(i) वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण दूरी r के पदों में गेंद के अन्दर तथा बाहर।
(ii) अधिकतम तीव्रता E_{max} तथा संगत दूरी r_m.

29. 2a भुजा का एक समबाहु त्रिभुज ABC कागज के तल में चित्रानुसार स्थित है। त्रिभुज का केन्द्रक O है। प्रत्येक आवेश (Q) शीर्षो A, B तथा C पर स्थिर है। निम्नलिखित में सभी गतियाँ कागज के तल में मानिए।

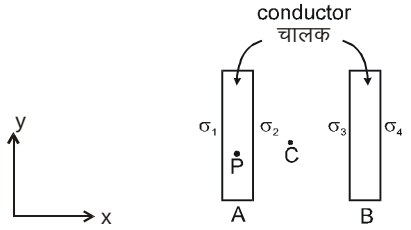


(a) Q के समान चिन्ह का एक परिक्षण आवेश O के नीचे δ दूरी पर माध्यिका AD पर स्थित है। परिक्षण आवेश द्वारा अनुभव किया गया बल $(\vec{F})$ ज्ञात करों
(b) यह मानिए कि $\delta << a$ जब परिक्षण आवेश को छोडा जाता है तब इसकी गति की व्याख्या कीजिए।
(c) इस परिक्षण आवेश पर बल $(\vec{F}_D)$ ज्ञात किजिए जब इसे बिन्दु D पर चित्रानुसार रखा जाता है
(d) निचे दिए गये चित्र में इस निकाय की साम्यवस्था बिन्दुओं की लगभग स्थितियों को चिन्हित किजिए। अपने उत्तर की पुष्टि किजिए।
(e) यदि हम परिक्षण आवेश को OP की दिशा में स्थापित करते है तो O पर स्थाई साम्यवस्था होगी या अस्थाई साम्यवस्था होगी। रेखा PQ आधार BC के समान्तर है। अपने उत्तर की पुष्टि किजिए।
(f) आयत ABCD पर विचार करते है। समान आवेश शीर्षो A, B, C तथा D पर स्थिर है। O केन्द्रक है। शीर्षो पर स्थित आवेश के समान चिन्ह के परिक्षण आवेश के लिए निकाय की सभी उदासिन बिन्दुओं की लगभग स्थितियों को चिन्हित किजिए। बिन्दुवत रेखाए निर्देश के लिए खींची गई है।
(g) एक निकाय जिसमें N आवेश N भुजा के परिमित बहुभुज के शीर्षो पर स्थित है, के लिए कितने उदासिन बिन्दु सम्भव है।

30. एक स्थिर विधुत क्षेत्र की बल रेखा बिन्दु आवेश q_1 से α कोण पर बाहर निकलती है एवं बिन्दु आवेश $-q_2$ पर β कोण पर मिलती है (चित्र देखे)
तो α तथा β के मध्य सम्बन्ध है।



31. चित्र में अनन्त लम्बाई की दो चालक पट्टिकाऐं प्रदर्शित है। यदि आवेश घनत्व σ_1, σ_2, σ_3 तथा σ_4 के कारण 'C' बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र $E\hat{i}$ (A से B की ओर) हो तो E के पदों में σ_2 तथा σ_3 ज्ञात करो। बताइये की E के पदों में σ_1 तथा σ_4 ज्ञात करने के लिए यह सूचना पर्याप्त है। σ_1 तथा σ_4 के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करो।

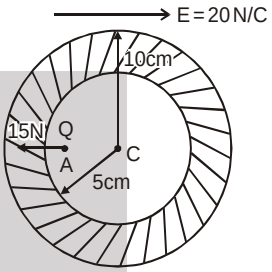


32. 5 सेमी. आन्तरिक एवं 10 सेमी. बाह्य त्रिज्या के उदासीन सुचालक गोले में, Q = 1 C का एक बिन्दुवत आवेश खोखले गोले के केन्द्र C से 3 सेमी. की दूरी पर बिन्दु A पर रखा है। 20 न्यूटन/कूलॉम्ब का एक समान बाह्य विद्युत क्षेत्र लगाते हैं। इस आवेश पर 15 N का परिणामी विद्युत बल दर्शाये अनुसार गोले के केन्द्र से दूर लगता है। तब बताइये :

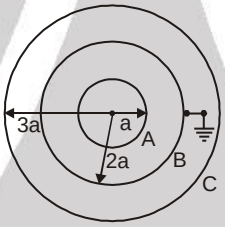
(a) बाहरी विद्युत क्षेत्र द्वारा गोलीय कोश की बाहरी सतह पर बल क्या होगा।

(b) गोलीय कोश पर कार्यरत कुल बल क्या होगा।

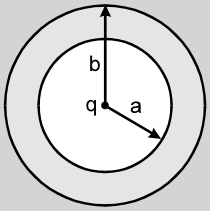
(c) बिन्दु आवेश पर गोलीय कोश द्वारा कार्यरत कुल बल क्या होगा।



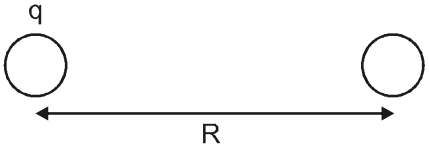
33. चित्र में तीन संकेन्द्रीय धात्विक गोलीय कोश A, B तथा C का निकाय दर्शाया गया है जिनकी त्रिज्या क्रमशः a, 2a तथा 3a है। कोश B को पृथ्वी से जोड़ा गया है तथा कोश C को आवेश Q दिया गया है। यदि कोश C को कोश A से जोड़ दिया जाये, तो कोश B पर अन्तिम आवेश बराबर है –



34. एक आवेश q को अनन्त से धीरे–धीरे लाते है और एक चालक उदासीन गोलीय कोश जिसकी आन्तरिक त्रिज्या a तथा बाहरी त्रिज्या b है के केन्द्र पर रखते है तो बाह्य कारक द्वारा किया गया कार्य है :

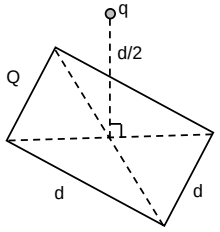


35. a त्रिज्या के दो ठोस कुचालक गोले एक–दूसरे से R(R >>a) दूरी पर स्थित है। एक गोले पर q आवेश है तथा दूसरा गोला चित्रानुसार उदासीन है। हम दोनों गोलों के बीच की दूरी दुगनी कर देते है। प्रथम गोले पर कितना आवेश उपस्थित होना चाहिए ताकि गोलो के मध्य बल समान रहे।



36. भिन्न भिन्न लम्बाई की पतली कुचालक छड़ों की सहायता से एक त्रिभुज बनाया गया है। छड़े एक समान रूप से आवेशित है अर्थात् प्रत्येक छड़ का रेखीय आवेश घनत्व एक समान है तथा सभी तीनों छड़ों के लिए समान है। त्रिभुज के तल में एक विशेष बिन्दु ज्ञात करो जिस पर विद्युत क्षेत्र शून्य हो।

37. d भुजा का एक वर्ग एक पतली कुचालक प्लेट से बना हुआ है तथा यह कुल आवेश Q से एक समान रूप से आवेशित है। एक बिन्दु आवेश q प्लेट से d/2 लम्बवत् दूरी पर सममित अक्ष पर चित्रानुसार रखा हुआ है। बिन्दु आवेश पर किस प्रकार का बल लगेगा।



38. एक बिन्दु आवेश q दो परस्पर लम्बवत् चालक अर्धतलों के मध्य स्थित है। प्रत्येक आधे तल से इसकी दूरी ℓ के बराबर है। आवेश पर कार्यरत् बल के सदिश का परिमाण होगा—

39. एक बिन्दु आवेश q एक अनन्त चालक बल से ℓ दूरी पर स्थित है। आवेश से लम्बवत् दूरी पर स्थित तल पर r दूरी के फलन के रूप में तल पर प्रेरित पृष्ठीय आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

40. एक बहुत लम्बा सीधा धागा एक अनन्त चालक तल के लम्बवत् स्थित है। इसके सिरे तल से ℓ दूरी पर है। धागे पर रेखीय आवेश घनत्व λ एक समान रूप से वितरित है। मानिये कि बिन्दु O तल पर धागे का पथ है। तल पर प्रेरित आवेश का पृष्ठीय आवेश घन्त्व ज्ञात करो।

(a) बिन्दु O पर (b) बिन्दु O से दूरी r के फलन के रूप में

HLP Answers

1. $q = 4\ell\sqrt{4\pi\epsilon_0 mg\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\ \sin\frac{\alpha}{2}$ **2.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m\epsilon_0}{3\lambda\sigma}}$

3. (i) $\frac{\sqrt{3}Kq_0^2}{a^2}$, किन्ही दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के लम्बअर्द्धक के अनुदिश आवेशों से दूर

(ii) $\frac{\sqrt{3}Kq_0^2}{a^2}$; किन्हीं दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के लम्अर्द्धक के अनुदिश आवेशों की ओर

(iii) $\frac{16\sqrt{3}Kq_0^2}{a^2}$; कोणों के अर्द्धक के अनुदिश आवेशों से दूर

4. $V = \frac{5\rho R^2}{12\epsilon_0}$ **5.** $\frac{\sigma}{8\epsilon_0}, \frac{\sigma}{8\epsilon_0}|d|$ **6.** $r = \frac{L}{\left(e^{\frac{2\pi\epsilon_0 mv^2}{\lambda q}} - 1\right)}$

7. 3.36×10^{-8}C, 8.15×10^{-3} N **8.** -25×10^{-9} C

9. 0.505×10^{-12} C/m^2, No **10.** $u = \sqrt{58.1} = 7.6$ m/s **11.** $F = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$

12. (a) $\frac{\lambda}{4\varepsilon_0 R}$ (b) $E = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$.

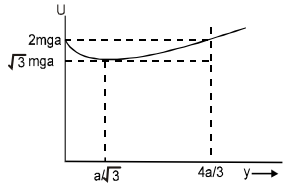
$x >> R$ के लिए यह त्रीवता $E \approx \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$, जहाँ $p = \pi R^2\lambda_0$.

13. $|\phi| = \frac{q}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+(R/\ell)^2}}\right)$. ϕ का चिन्ह इस पर निर्भर करता है कि वृत्त के अभिलम्ब की दिशा किस प्रकार ली गई है।

14. $q = 2\pi\alpha R^2$, $E = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{\varepsilon_0}$ **15.** $V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$, $E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$

16. (i) $H = 4a/3$

(ii) $U(y) = 2mg\left[\sqrt{y^2 + a^2} - y\right] + mgy$; साम्यावस्था पर $\frac{dU}{dy} = 0 \Rightarrow y = \frac{a}{\sqrt{3}}$



17. $V = \left(\frac{9}{2}\frac{eaL}{m}\right)^{1/3}$ **18.** $v_0 = 3$ m/s; मूल बिन्दु पर गतिज ऊर्जा $(27 - 10\sqrt{6}) \times 10^{-4}$ J $= 2.5 \times 10^{-4}$ J

19. $\sqrt{\frac{275}{8}} = 5.86$ m/s **20.** Q, 2Q व 8Q के मध्य 2Q से $\frac{10}{3}$ cm दूरी पर है, E = 0.

22. $6a\varepsilon_0 x$ **23.** (a) $U_2 = \frac{a^2Q^2}{8\pi\in_0 R}\left(\frac{1-a^n}{1-a}\right)^2$ जहाँ $a = \frac{R}{r+R}$ (b) $U_2\,(n \to \infty) = \frac{RQ^2}{8\pi\in_0 r^2}$

24. $\phi = 4\pi Ra$, $Q = 4\pi Ra\in_0$ **25.** (a) $\vec{E} = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0}\hat{r}$; $V = \frac{\rho_0[4R^3 - r^3]}{12\varepsilon_0}$ (b) $\vec{E} = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$; $V = \frac{\rho_0 R^4}{4\varepsilon_0 r}$

26. बिन्दुपथ वृत्त है (समीकरण निर्देशांक पद्धति पर निर्भर करता है) **27.** $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$; 0

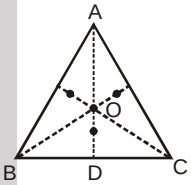
28. (i) $E = \frac{\rho_0 r}{3\ \varepsilon_0}\left(1 - \frac{3r}{4R}\right)$ for $r < R$, $E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}$ for $r > R$ (ii) $E_{max} = \frac{1}{9}\frac{\rho_0 R}{\varepsilon_0}$ for $r_m = \frac{2}{3}R$.

29. (a) $\vec{F} = \frac{2KQq\left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \delta\right)}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \delta\right)^2\right)^{3/2}} - \frac{KQq}{\left(\frac{2a}{\sqrt{3}} + \delta\right)^2}$ यहाँ $K = 1/4\pi\varepsilon_0$ तथा दिशा ऊपर की ओर (A की ओर) है।

(b) द्विपदीय संनिकटन से $\vec{F} = KQq\frac{9\sqrt{3}}{16}\frac{\delta}{a^3}$ (ऊपर की ओर) जो δ के साथ रेखीय है अतः आवेश को छोडने पर यह बिन्दु O के परितः सरल आर्वत गति करेगा।

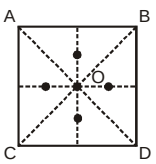
(c) $\vec{F}_D = \frac{KQq}{3a^2}$ (निचे की ओर)

(d) अल्प δ के लिए परिक्षण आवेश पर बल ऊपर की ओर होता है जबकि अधिक δ के लिए (अर्थात D पर) बल निचे की ओर होता है। अतः O तथा D के मध्य एक उदासीन बिन्दु होगा। सममिति से अन्य माध्यिकाओं पर भी उदासिन बिन्दु होगें। निचे प्रदर्शित चित्र में चार सम्भव उदासिन बिन्दु दर्शाये गये है।



(e) माना P के अनुदिश दूरी x तथा बिन्दु O (0, 0) पर है। OP के अनुदिश परिक्षण आवेश का विभव निम्न प्रकार लिख सकते है

$$V(x) = \frac{KQ}{\sqrt{x^2 + (4/3)}} + \frac{KQ}{\sqrt{(x+1)^2 + (1/3)}} + \frac{KQ}{\sqrt{(x-1)^2 + (1/3)}} \approx KQ\sqrt{\frac{3}{4}}\left(3 + \frac{9}{16}x^2\right)$$



हम कह सकते है कि $V(x) \propto x^2$, अतः स्थाई साम्यवस्था होगी

(f) साम्यवस्था बिन्दु निम्न प्रकार प्रदर्शित होगे।

(g) N + 1

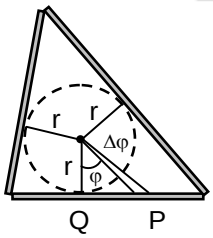
30. $q_1 \sin^2 \alpha/2 = q_2 \sin^2 \beta/2$ **31.** $\sigma_1 = \sigma_4$, $\sigma_2 = \in_0 E$, $\sigma_3 = -\in_0 E$

32. (a) 20 न्यूटन का बल दांयी ओर होगा। (b) 35 न्यूटन दांयी ओर होगा।

(c) 35 न्यूटन बांयी ओर होगा।

33. $-\frac{8Q}{11}$ **34.** $\frac{k\,q^2}{2\,b} - \frac{k\,q^2}{2\,a}$ **35.** $q' = 4\sqrt{2}q$

36. हम यह सिद्व करना चाहते है कि त्रिभुज के अन्दर स्थित वृत्त के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है। (जहाँ r चित्रानुसार वृत्त की त्रिज्या है)



माना त्रिभुज की एक भुजा की स्थिति P पर छड़ के अल्पांश पपर विचार करते है। माना यह वृत्त के केन्द्र पर $\Delta\varphi$ कोंण बनाता है केन्द्र से उस अल्पांश की दूरी $r/\cos\varphi$ है। स्थिर बिन्दु Q से बिन्दु P की दूरी $x = r\tan\varphi$ को ज्ञात कर $\Delta x = (r\,\Delta\varphi) / (\cos^2\varphi)$ को ज्ञात किया जा सकता है तथा इसे ज्ञात कर आवेश Δq का निम्न प्राप्त करते है

$$\Delta q = \frac{\lambda r\Delta\varphi}{\cos^2\varphi}$$

जहाँ λ छड़ों का रेखीय आवेश घनत्व है इस अल्पांश के कारण केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण निम्न है।

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q\cos^2\varphi}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r\Delta\varphi}{r^2}$$

इस परिमाण से यह देखा जा सकता है कि समान विद्युत क्षेत्र (परिमाण तथा दिशा दोनों में) आन्तरिक वृत्त जो केन्द्र पर $\Delta\varphi$ कोंण बनाता है तथा जिसका रेखीय आवेश घनत्व छड़ के समान है, के द्वारा बनाया जाता है। त्रिभुज की सभी तीनों भुजाओं के सभी अल्पांशों का योग करने पर परिणामी। हम वृत्ताकार सममिती के कारण परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य प्राप्त करते है। इसी के साथ ही त्रिभुज की आवेशित भुजाओं के द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र भी आन्तरिक वृत्त के केन्द्र पर शून्य होता है।

37. न्यूटन के तीसरे नियम के अनुसार कुचालक प्लेट बिन्दु आवेश पर उसने ही परिमाण का (विपरीत दिशा में) बल लगाती है जितना बिन्दु आवेश प्लेट पर लगाता है हम इस बल का परिमाण ज्ञात करना चाहते है। प्लेट को छोटे छोटे भागों में विभाजित करते है तथा i वें अल्पांश का क्षेत्रफल ΔA_i से प्रदर्शित करते है। इस एक समान आवेश वितरण के कारण इस अल्पांश पर आवेश निम्न है तथा $\Delta Q_i = \frac{Q}{d^2}\Delta A_i$

इस पर कार्यरत् बल $Fi = Ei_Qi$ है। जहाँ Ei अल्पांश की स्थिति पर बिन्दु आवेश q द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र का परिमाण है। कुचालक प्लेट पर कार्यरत् कुल बल प्रत्येक प्लेट पर कार्यरत् बलों के सदिश योग से ज्ञात किया जा सकता है। अक्षीय सममिती के कारण कुल बल प्लेट के लम्बवत् होता है तथा यह बलों के लम्बवत् घटकों के योग के पर्याप्त है।

$$F = \sum_i F_i\cos\theta_i = \sum_i E_i\frac{Q}{d^2}\Delta A_i\cos\theta_i = \frac{Q}{d^2}\sum_i E_i\Delta A_i\cos\theta_i$$

जहाँ θ_i प्लेट के अभिलम्ब तथा बिन्दु आवेश को अल्पांश से जोड़ने वाले रेखा के मध्य कोण है।

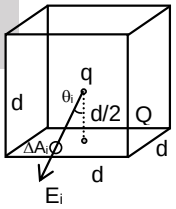
दिये गये व्यंजक में योग बिन्दु आवेश q द्वारा उत्पन्न वर्गाकार परत से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स ही है।

$$\psi = \sum_i E_i\Delta A_i\cos\theta_i$$

तथा इसे निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता है।

बिन्दु आवेश के चारों ओर d भुजा के एक घन की कल्पना करते है। तब घन की प्रत्येक भुजा से बिन्दु आवेश की दूरी ठीक d/2 है। गाऊस के नियमानुसार घन की छः भुजाओं से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स q/ε_0 है। अतः एक भुजा से गुजरने वाला फ्लक्स का 1/6 होगा।

$$\psi = q/6\varepsilon_0$$



इसका तथा इससे पूर्व के प्रेक्षणों का उपयोग करने पर हम आवेशित कुचालक प्लेट की उपस्थिति के कारण बिन्दु आवेश पर कार्यरत् बल का परिमाण ज्ञात कर सकते है।

$$F = \frac{Qq}{6e_0d^2}$$

38. $F = \frac{(2\sqrt{2}-1)q^2}{32\pi\varepsilon_0\ell^2}$

39. $\sigma = -\frac{q\ell}{2\pi(\ell^2+r^2)^{3/2}}$, $q_{ind} = -q$

40. (a) $\sigma = \frac{\lambda}{2\pi\ell}$; (b) $\sigma(r) = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\ell^2+r^2}}$