Exercise-1

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

Section (A) : Definition of capacitance
खण्ड (A) : धारिता की परिभाषा

A-1. When 30μC charge is given to an isolated conductor of capacitance 5μF. Find out the following
जब 30μC का आवेश 5μF धारिता के एक विलगित चालक को दिया जाता है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिये –
(i) Potential of the conductor चालक का विभव
(ii) Energy stored in the electric field of conductor चालक के विद्युत क्षेत्र में संग्रहीत ऊर्जा
(iii) If this conductor is now connected to another isolated conductor by a conducting wire (at very large distance) of total charge 50 μC and capacity 10μF then
यदि यह चालक अब 50μC कुल आवेश एवं 10μF धारिता के एक विलगित चालक (अत्यधिक दूरी पर) से चालक तार द्वारा जोड़ा जाता है, तो
(a) find out the common potential of both the conductors.
दोनों चालकों का उभयनिष्ठ विभव ज्ञात कीजिये।
(b) Find out the heat dissipated during the process of charge distribution.
आवेश वितरण की प्रक्रिया के दौरान व्यय ऊष्मा ज्ञात कीजिये।
(c) Find out the ratio of final charges on conductors.
चालकों पर अन्तिम आवेशों का अनुपात ज्ञात कीजिये।
(d) Find out the final charges on each conductor.
प्रत्येक चालक पर अन्तिम आवेश ज्ञात कीजिये।

Ans. (i) 6 V (ii) 90 μJ (iii) (a) $\frac{16}{3}$V (b) $\frac{5}{3}$μJ (c) $\frac{Q_{5\mu F}}{Q_{10\mu F}} = \frac{1}{2}$ (d) $Q_{5\mu F} = \frac{80}{3}\mu C$ $Q_{10\mu F} = \frac{160}{3}\mu C$

Sol. $Q_1 = 30\mu C$, $C_1 = 5\mu F$

(i) $V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{30}{5} = 6V$ **Ans.**

(ii) $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(30\times10^{-6})^2}{(5\times10^{-6})} = 90\ \mu J$ **Ans.**

(iii) $Q_2 = 50\mu C$, $C_2 = 10\ \mu F$, $V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{50}{10} = 5V$.

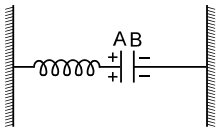
(a) Common potential उभयनिष्ठ विभव $V = \frac{Q_1+Q_2}{C_1+C_2} = \frac{30+50}{5+10} = \frac{16}{3}V$ **Ans.**

(b) $\Delta H = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2}\frac{5\times10}{5+10}(6-5)^2 = \frac{5}{3}\mu J$ **Ans.**

(c) $\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **Ans.**

(d) $Q_1' = C_1V = 5 \times \frac{16}{3} = \frac{80}{3}\mu C$ $Q_2' = C_2V = 10 \times \frac{16}{3} = \frac{160}{3}\mu C$.

A-2.# Plate A of a parallel air filled capacitor is connected to a nonconducting spring having force constant k and plate B is fixed. If a charge + q is placed on plate A and charge – q on plate B then find out extension in the spring in equilibrium. Assume area of plate is 'A'.
एक समान्तर पट्ट संधारित्र (निर्वात) की प्लेट A एक k बल नियतांक वाली कुचालक स्प्रिंग से जुड़ी है। तथा प्लेट B स्थिर है। यदि +q आवेश A प्लेट पर तथा –q आवेश B प्लेट पर रखा जाये तो साम्यावस्था में स्प्रिंग में खिंचाव ज्ञात करो। माना कि प्लेट का क्षेत्रफल 'A' है।



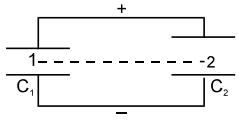
Ans. $\frac{q^2}{2k \in_0 A}$

Sol. $F_{attraction_{आकर्षण}} = \frac{q^2}{2 \in_0 A}$; $F_{Repulsion_{प्रतिकर्षण}} = kx$

$|F_{attraction_{आकर्षण}}| = |F_{Repulsion_{प्रतिकर्षण}}| \Rightarrow \frac{q^2}{2 \in_0 A} = kx$

$x = \frac{q^2}{2k \in_0 A}$

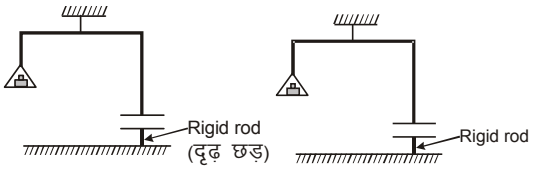
A-3.# Two parallel plate capacitors with different distances between the plates are connected in parallel to a voltage source. A point positive charge Q is moved from a point 1 that is exactly in the middle between the plates of a capacitor C_1 to a point 2 (which lie in capacitor C_2) that lies at a distance from the negative plate of C_2 equal to half the distance between the plates of C_1. Is any work done in the process? If yes, calculate the work done by the field if potential at 1 and 2 are V_1 and V_2.
दो समान्तर पट्ट संधारित्र जिनकी प्लेटों के मध्य दूरियां अलग–अलग है, समान्तर क्रम में एक वोल्टेज स्रोत से जोड़े जाते है। एक बिन्दु धनावेश Q बिन्दु 1 जोकि संधारित्र C_1 की प्लेटों के ठीक मध्य में है से बिन्दु 2 (जो संधारित्र C_2 में स्थित है) जो कि C_2 की ऋणात्मक प्लेट से उतनी ही दूरी पर है जो C_1 की प्लेटों के मध्य दूरी के आधे के बराबर है, तक ले जाया जाता है। क्या इस प्रक्रिया में कोई कार्य किया जाता है। यदि हाँ तो क्षेत्र द्वारा किये गये कार्य की गणना करो यदि 1 व 2 के विभव V_1 व V_2 है।



Ans. Work done by the field = $Q(V_1 - V_2)$
वैद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कार्य = $Q(V_1 - V_2)$

Sol. $W = q\Delta V$
$W_{by\ field} = q(V_i - V_f) = Q(V_1 - V_2)$

A-4.# The lower plate of a parallel plate capacitor is supported on a rigid rod. The upper plate is suspended from one end of a balance. The two plates are joined together by a thin wire and subsequently disconnected. The balance is then counterpoised. Now a voltage V = 5000 volt is applied between the plates. The distance between the plates is d = 5 mm and the area of each plate is A = 100 cm^2. Then find out the additional mass placed to maintain balance. [All the elements other than plates are massless and nonconducting]
समान्तर पट्ट संधारित्र की निचली प्लेट एक दृढ़ छड़ के सहारे स्थित है। ऊपरी प्लेट एक तुला के एक छोर से लटकी है। दोनों प्लेटें एक पतले तार द्वारा जोड़ी जाती है एवं फिर अलग कर दी जाती है। इस समय तुला संतुलित है। अब एक विभवान्तर V = 5000 वोल्ट का विभवान्तर प्लेटों पर आरोपित किया जाता है प्लेटों के मध्य दूरी d = 5 mm और प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A = 100 cm^2 हैं तो तुला को सन्तुलित रखने के लिये आवश्यक अतिरिक्त द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। (प्लेटों के अतिरिक्त सभी अवयव द्रव्यमानहीन व अचालक है)।



Ans. $\frac{\in_0}{2g} \times 10^{10}$ kg = 4.425 g

Sol. The electric force between the plates will be balanced by the additional weight
प्लेटों के बीच विद्युत बल को अतिरिक्त भार द्वारा संतुलित कर दिया जाता है।

hence अतः $mg = \frac{Q^2}{2A \in_0} = \frac{C^2V^2}{2A \in_0}$

$mg = \frac{\in_0 AV^2}{2d^2}$

$m = \frac{\in_0 AV^2}{2d^2g} = \frac{\in_0 \times 100 \times 10^{-4} (5000)^2}{2 (5 \times 10^{-3})^2 \times 10}$

m = 4.425 g **Ans.**

A-5. Each plate of a parallel plate air capacitor has an area S. What amount of work has to be performed by external agent to slowly increase the distance between the plates from x_1 to x_2 if:
(i) the charge of the capacitor, which is equal to q is kept constant in the process.
(ii) the voltage across the capacitor, which is equal to V is kept constant in the process.
समान्तर प्लेट वायु संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल S है। प्लेटों के मध्य दूरी x_1 से x_2 तक धीरे–धीरे बढ़ाने में बाह्य बलों द्वारा किये गये कार्य का मान क्या होगा, यदि –
(i) संधारित्र का आवेश, जो q के बराबर है, प्रक्रिया में नियत रखा जाता है।
(ii) संधारित्र पर विभव जो V के बराबर है, प्रक्रिया में नियत रखा जाता है।

Ans. (i) $\frac{q^2(x_2 - x_1)}{2 \in_0 S}$ (ii) $(-)\frac{\in_0 SV^2\left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right)}{2}$

Sol. Work done = change in potential energy किया गया कार्य = स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

(i) $W = U_f - U_i = \frac{q^2}{2C_f} - \frac{q^2}{2C_i} = \frac{q^2}{2}\left\{\frac{x_2}{S \in_o} - \frac{x_1}{S \in_o}\right\} = \frac{q^2 (x_2 - x_1)}{2 S \in_o} S$

(ii) $W_{ex} + W_B = U_f - U_i = \left\{\frac{S \in_o}{x_2} - \frac{S \in_o}{x_1}\right\} = \frac{\in_o SV^2}{2}\left\{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right\}$

$W_{ex} = (U_f - U_i) - W_B = \frac{\Delta CV^2}{2} - \Delta CV^2 = -\frac{\Delta CV^2}{2} = (-)\frac{\in_0 SV^2\left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right)}{2}$

Section (B) : Circuits with capacitor and use of KCL and KVL
खण्ड (B) : संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

B-1. A capacitor of capacitance C, a resistor of resistance R and a battery of emf ε are connected in series at t = 0. What is the maximum value of
(a) the potential difference across the resistor.
(b) the current in the circuit.
(c) the potential difference across the capacitor.
(d) the energy stored in the capacitor.
(e) the power delivered by the battery.
(f) the power converted into heat.

धारिता C का एक संधारित्र, प्रतिरोध R व वि.वा.बल ε की बैटरी को, t = 0 पर श्रेणीक्रम में जोड़े जाते है। निम्न का अधिकतम मान क्या है –

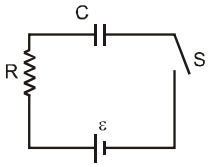
(a) प्रतिरोध पर विभवान्तर (b) परिपथ में धारा

(c) संधारित्र पर विभवान्तर (d) संधारित्र में संग्रहीत ऊर्जा

(e) बैटरी द्वारा दी गई शक्ति (f) ऊष्मा में परिवर्तित शक्ति

Ans. (a) ε (b) $\frac{\varepsilon}{R}$ (c) ε (d) $\frac{1}{2}C\varepsilon^2$ (e) $\frac{\varepsilon^2}{R}$ (f) $\frac{\varepsilon^2}{R}$

Sol.



at t = 0, C is replace by wire.

t = 0 पर, C को तार द्वारा प्रतिस्थापित करते है।

(a) $V_{rmax} = \varepsilon$

(b) $i = \varepsilon/R$

at $t \to \infty$, C is replace by broken wire and now current in circuit = 0, so

$t \to \infty$ पर, C को टुटे हुये तार द्वारा प्रतिस्थापित करते है, अब परिपथ में धारा = 0, इसलिए

(c) $V_C = \varepsilon$

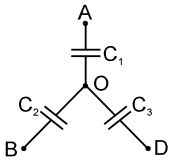
(d) $U_C = \frac{1}{2}C\varepsilon^2$

(e) $P_{battery} = i\,V = \frac{\varepsilon}{R}\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R}$

(f) $\Delta H = \frac{\varepsilon^2}{R}$.

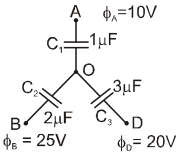
B-2.# Three uncharged capacitors of capacitance $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$ and $C_3 = 3\mu F$ are connected as shown in the figure. The potential of point A, B and D are 10 volt, 25 volt and 20 volt respectively. Determine the potential at point O.

तीन अनावेशित संधारित्र, धारिता $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$ व $C_3 = 3\mu F$ को चित्र में दिखाये अनुसार एक दूसरे से बिन्दु A, B व D के मध्य जोड़े जाते है। बिन्दु A, B व D के विभव क्रमश 10 V, 25 V व 20 V है। बिन्दु O पर विभव का मान ज्ञात करो।



Ans. $V_o = 20$ V

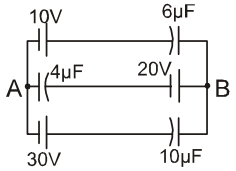
Sol.



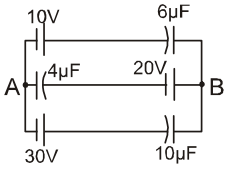
$(V_A - V_o)C_1 + (V_B - V_o)C_2 + (V_D - V_o)C_3 = 0$

$V_o = \frac{V_AC_1 + V_BC_2 + V_DC_3}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{10\times1 + 25\times2 + 20\times3}{1+2+3} = 20$ V **Ans.**

B-3.# Find the potential difference between the points A and B ($V_A - V_B$) as shown in figure. (Initially all the capacitors are uncharged)

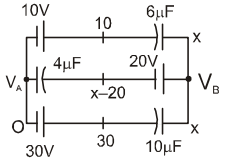


चित्र में दिखाये गये बिन्दु A व B के मध्य विभवान्तर ($V_A - V_B$) ज्ञात कीजिये। (प्रारम्भ में सभी संधारित्र अनावेशित हैं)



Ans. –22 V

Sol.



Assume माना ($V_A = 0$), ($V_B = x$)

From conservation of charge on plates of capacitor

संधारित्र की प्लेटों पर आवेश के संरक्षण से

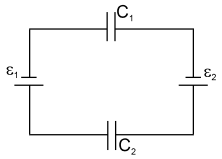
$4(x - 20) + (x - 10)6 + (x - 30)10 = 0$

$x = 22$

$V_A - V_B = 0 - 22 = -22$ V.

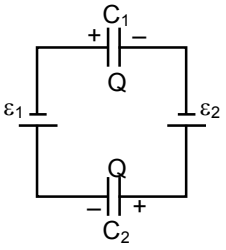
B-4._ In a circuit shown in the figure, find the potential difference between the left and right plates of each capacitor.

चित्र में दिखाये परिपथ में प्रत्येक संधारित्र की बायी एवं दायीं प्लेटों के मध्य विभवान्तर ज्ञात करो ?



Ans. $V_1 = \dfrac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\left(1 + \dfrac{C_1}{C_2}\right)}$, $V_2 = \dfrac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\left(1 + \dfrac{C_2}{C_1}\right)}$

Sol.

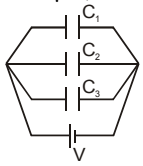


$Q = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$;

$V_1 = \dfrac{Q}{C_1} = \dfrac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{1 + \dfrac{C_1}{C_2}}$ $\qquad$ $V_2 = -\dfrac{Q}{C_2} = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \dfrac{C_2}{C_1}}$

Section (C) : Combination of capacitors
खण्ड (C) : संधारित्रों का संयोजन

C-1.# (i) Find out the charges on the three capacitors connected to a battery as shown in figure. Take C_1= 1.0 μF, C_2 = 2.0 μF, C_3 = 3.0 μF and V = 20 volt.



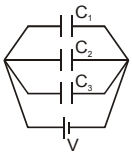
(ii) Find out the work done by the battery during the process of charging (initially all the capacitors are uncharged)

(iii) Find out the total energy stored in the capacitors.

(i) चित्र में दिखाये अनुसार बैटरी से जुड़े तीन संधारित्रों पर आवेश ज्ञात कीजिये C_1= 1.0 μF, C_2 = 2.0 μF, C_3 = 3.0 μF व V = 20 वोल्ट लें।

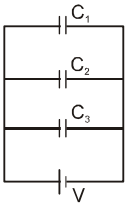
(ii) आवेशन की प्रक्रिया के दौरान बैटरी द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये। (प्रारम्भ में सभी संधारित्र अनावेशित है)

(iii) संधारित्रों में संग्रहीत कुल ऊर्जा का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. (i) 20 μC, 40 μC, 60 μC (ii) 2400 μJ (iii) 1200 μJ

Sol.



$Q_1 = C_1V = 1 \times 20 = 20\ \mu C$

$Q_2 = C_2V = 2 \times 20 = 40\ \mu C$

$Q_3 = C_3V = 3 \times 20 = 60\ \mu C$

$Q_t = 120\ \mu C$

$W_{battery} = Q_tV = 120 \times 20 = 2400\ \mu J$

$$U_C = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2 + \frac{1}{2}C_3V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_3)V^2$$

$$= \frac{1}{2}(1 + 2 + 3)(20)^2 = 1200\ \mu J.$$

C-2. If you have several 2.0 μF capacitors, each capable of withstanding 200 volts without breakdown, how would you assemble a combination having minimum number of capacitors and of given equivalent capacitance which capable of withstanding 1000 volts ;

यदि आपके पास कई सारे 2.0 μF के संधारित्र है, प्रत्येक 200 वोल्ट तक सहन कर सकता है। आप दिये गये निम्न तुल्य धारिता प्राप्त करने के लिये उनका संयोजन जिसमे न्यूनतम संधारित्रों की आवश्यकता हो को कैसे संयोजित करेंगे जो 1000 वोल्ट तक सहन कर सके –

(a) 0.40 μF (b) 1.2 μF

Ans. (a) five 2 μF capacitors in series

(b) 3 parallel rows; each consisting of five 2.0 μF capacitors in series

(a) पाँच 2 μF के संधरित्र श्रेणीक्रम में

(b) 3 समान्तर पक्तियां, प्रत्येक में पाँच 2.0 μF के संधारित्र श्रेणीक्रम में।

Sol. (a) $C_{eq} = 0.4\ \mu F$,
we connect five $2\mu F$ capacitors in series

$$\Rightarrow \quad C_{eq} = \frac{C}{5} = \frac{2}{5} = 0.4\ \mu F$$

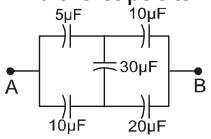
(b) $C_{eq} = 1.2\ \mu F$, capable of with standing 1000 volts
3 parallel rows, each consisting of five $2.0\ \mu F$ capacitors in series.

हल. (a) $C_{eq} = 0.4\ \mu F$,
$2\mu F$ के पांच संधारित्र को श्रेणीक्रम में जोड सकते है।

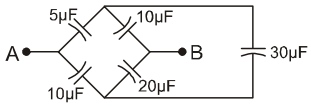
$$\Rightarrow \quad C_{eq} = \frac{C}{5} = \frac{2}{5} = 0.4\ \mu F$$

(b) $C_{eq} = 1.2\ \mu F$,
जो 1000 वोल्ट तक सहन कर सके
3 समान्तर पंक्ति प्रत्येक $2.0\ \mu F$ धारिता के पांच संधारित्र श्रेणीक्रम में रखते है।

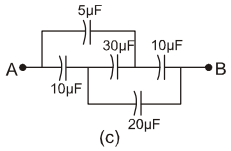
C-3.# Find the capacitance between the point A and B of the given assemblies.



(a)

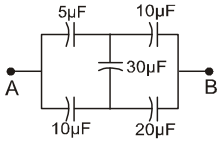


(b)

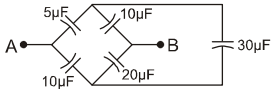


(c)

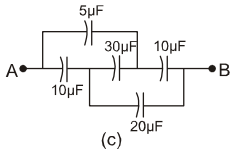
परिपथ के दिये गये बिन्दु A व B के मध्य धारिता ज्ञात कीजिए।



(a)



(b)



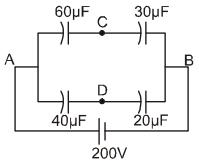
(c)

Ans. (a) 10 μF, (b) 10μF, (c) 10μF

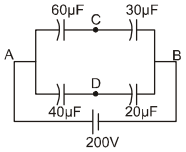
Sol. There three circuit are equivalent and all these are balance wheat stone bridge. For all given circuits.
यहां तीन परिपथ तुल्य है ओर सभी सन्तुलित व्हीट स्टोन सेतु है। सभी दिये गये परिपथ के लिए

$$C_{eq} = \frac{5\times10}{5+10} + \frac{10\times20}{10+20} = 10\mu F \quad \textbf{Ans.}$$

C-4.# Take the potential of the point B as shown in the figure to be 100 V.
(a) Find the potentials at the point C and D.
(b) If an uncharged capacitor is connected between C and D, then find the amount of charge that will appear on this capacitor

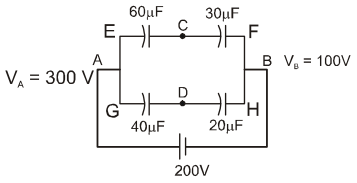


चित्र में दर्शाए गए बिन्दु B पर विभव को 100V मानें
(a) बिन्दु C व D पर विभव का मान बताइये।
(b) यदि एक अनावेशित संधारित्र बिन्दुओं C व D के मध्य जोड़ा जाता है, तो उस संधारित्र पर आवेश की मात्रा बताईय।



Ans. (a) 700/3 V at each point (b) zero (a) प्रत्येक बिन्दु पर विभव 700/3 V (b) शून्य

Sol.



Charge on 30μF = 200 × 20 = 4000μC
30μF पर आवेश = 200 × 20 = 4000μC

so अतः $V_C - V_B = \frac{4000\mu C}{30\mu F} \Rightarrow V_C = 100 + \frac{400}{3} = \frac{700}{3}$ V

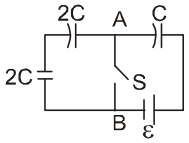
also charge on 20μF
इसी तरह 20μF पर आवेश

$= 200 \times \frac{40}{3} = \frac{8000}{3}$ μC

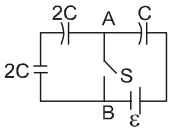
so अतः $V_D - V_B = \frac{8000/3}{20}$

$V_D = 100 + \frac{400}{3} = \frac{700}{3}$ V $\Rightarrow V_C - V_D = 0$

C-5.# Consider the situation shown in the figure. The switch S is open for a long time and then closed and again steady state reached then



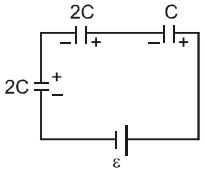
(a) Find the charge flown through the battery after the switch S is closed.
(b) Find the charge flown through the switch S from B to A.
(c) Find the work done by the battery after the switch S is closed.
(d) Find the change in energy stored in the system of capacitors.
(e) Find the heat developed in the system after the switch S is closed.
चित्र में दर्शायी स्थिति पर विचार कीजिए। कुंजी S लम्बे समय तक खुली रहती है एवं फिर बन्द कर दी जाती है (दुबारा अन्तिम स्थिति तक पहुँचने पर)।



(a) जब कुंजी S बन्द कर दी जाती है तो बैटरी से प्रवाहित आवेश ज्ञात कीजिए।
(b) कुंजी S से, B से A की ओर प्रवाहित आवेश की गणना कीजिए।
(c) कुंजी S बन्द करने के पश्चात बैटरी द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।
(d) संधारित्रों में संग्रहीत कुल ऊर्जा में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।
(e) कुंजी S बन्द करने के पश्चात निकाय में उत्पन्न ऊष्मा ज्ञात कीजिए।

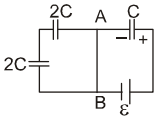
Ans. (a) $C\varepsilon/2$, (b) $-C\varepsilon$, (c) $C\varepsilon^2/2$ (d) $C\varepsilon^2/4$ (e) $C\varepsilon^2/4$

Sol. Situation when S is open
जब कुंजी S खुली है



$C_{eq.} = C/2$

Situation when S is closed
जब कुंजी S बंद है



$C_{eq.} = C$

Charge supplied $Q = C_{eq}.\varepsilon = \frac{C\varepsilon}{2}$ Charge on capacitor $C = C\varepsilon$

दिया गया आवेश $Q = C_{eq}.\varepsilon = \frac{C\varepsilon}{2}$ संधारित्र C पर आवेश $= C\varepsilon$

After S is closed, voltage across 2C capacitor become zero, so charge on it also become zero.
कुंजी S के बंद करने के बाद, 2C संधारित्र के सापेक्ष विभवान्तर शून्य हो जाता है, इसलिए इस पर आवेश भी शून्य हो जाता है।

(a) So charge flown through the battery when the switch S is closed = $C\varepsilon - \frac{C\varepsilon}{2} = \frac{C\varepsilon}{2}$

(a) जब S बन्द है तब बैटरी से प्रवाहित आवेश = $C\varepsilon - \frac{C\varepsilon}{2} = \frac{C\varepsilon}{2}$

(b) the charge flown through the switch S is $\frac{C\varepsilon}{2}+\frac{C\varepsilon}{2} = C\varepsilon$ (A to B) $= -C\varepsilon$ (B to A)

(b) कुंजी S से गुजरने वाला आवेश है $\frac{C\varepsilon}{2}+\frac{C\varepsilon}{2} = C\varepsilon$ (A से B) $= -C\varepsilon$ (B से A)

(c) Work done by the battery = $Q_{supplied}\, V = \frac{C\varepsilon}{2}\,\varepsilon = \frac{C\varepsilon^2}{2}$

(c) बैटरी द्वारा किया गया कार्य = $Q_{supplied}\, V = \frac{C\varepsilon}{2}\,\varepsilon = \frac{C\varepsilon^2}{2}$

(d) change in energy stored in the capacitors

energy stored in 2nd case – energy stored in 1st case = $\frac{1}{2}C_{eq2}\,V^2 - \frac{1}{2}C_{eq1}V^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(C-\frac{C}{2}\right)\varepsilon^2 = \frac{C\varepsilon^2}{4}$

(d) संधारित्रों से संग्रहीत ऊर्जा में परिवर्तन

2nd स्थिति में संग्रहीत ऊर्जा – 1st स्थिति में संग्रहीत ऊर्जा = $\frac{1}{2}C_{eq2}\,V^2 - \frac{1}{2}\,C_{eq1}\,V^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(C-\frac{C}{2}\right)\varepsilon^2 = \frac{C\varepsilon^2}{4}$

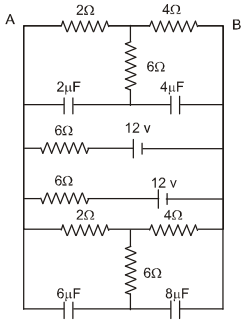
(e) Heat developed in the system = Work done by battery – change in energy in the capacitors

$= \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C\varepsilon^2}{4} = \frac{C\varepsilon^2}{4}$

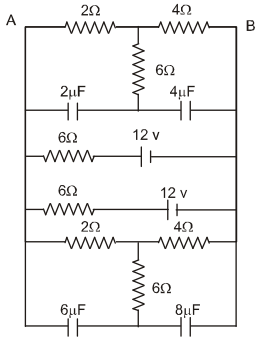
(e) निकाय में उत्पन्न ऊष्मा = बैटरी द्वारा किया कार्य – संधारित्रों की ऊर्जा में परिवर्तन

$= \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C\varepsilon^2}{4} = \frac{C\varepsilon^2}{4}$

C-6.# Find the final charges in steady state on the four capacitors of capacitance 2μF, 4μF, 6μF and 8μF as shown in figure. (Assuming initially they are uncharged). Also find the current through the wire AB at steady state.

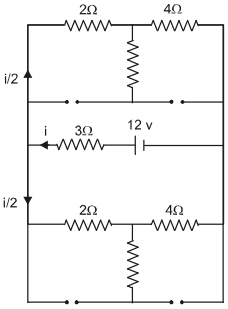


चित्र में दर्शाये गये 2μF,4μF, 6μF व 8μF धारिता के चार संधारित्रों पर अन्तिम आवेश का मान ज्ञात कीजिये। (यह मानते हुए कि प्रारम्भ में वे अनावेशित है) स्थायी अवस्था में तार AB से प्रवाहित धारा भी ज्ञात कीजिए।



Ans. 4 μC, 16 μC, 12 μC and 32 μC, 1 A.

Sol. At steady state : स्थायी अवस्था में



Current in wire AB at steady state = I/2 = 1 amp.
प्रत्येक शाखा में धारा = I/2 = 1 amp.
Charge on 2μF capacitor = $2 \times 2 \times 10^{-6} = 4\mu C$
2μF संधारित्र पर आवेश = $2 \times 2 \times 10^{-6} = 4\mu C$
Charge on 4μF capacitor = $4 \times 4 \times 10^{-6} = 16\mu C$
4μF संधारित्र पर आवेश = $4 \times 4 \times 10^{-6} = 16\mu C$
Charge on 6μF capacitor = $2 \times 6 \times 10^{-6} = 12\mu C$
6μF संधारित्र पर आवेश = $2 \times 6 \times 10^{-6} = 12\mu C$
Charge on 8μF capacitor = $4 \times 8 \times 10^{-6} = 32\mu C$.
8μF संधारित्र पर आवेश = $4 \times 8 \times 10^{-6} = 32\mu C$.

Section (D) : Equation of charging and discharging
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

D-1. A capacitor is connected to a 12 V battery through a resistance of 10Ω. It is found that the potential difference across the capacitor rises to 4.0 V in 1μs. Find the capacitance of the capacitor.
(Given : $\ell n3 = 1.0986$, $\ell n2 = 0.693$)
एक संधारित्र 10 Ω के प्रतिरोध के द्वारा 12 V की बैटरी से जोड़ा जाता है। यह पाया जाता है कि संधारित्र पर विभवान्तर 1 μs में 4.0 V तक बढ़ जाता है। संधारित्र की धारिता ज्ञात करो। (दिया है : $\ell n3 = 1.0986$, $\ell n2 = 0.693$)

Ans. $\frac{10^{-7}}{\ln(3/2)}\text{F} = 0.25\mu\text{F}$

Sol. $V = V_0(1 - e^{-t/RC})$

$4 = 12(1 - e^{-1\times10^{-6}/10C})$

$\ell n\frac{3}{2} = \frac{10^{-7}}{C} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{10^{-7}}{\ell n3/2}\text{F} = 0.25\ \mu\text{F}.$

D-2. A capacitor of capacity 1μF is connected in a closed series circuit with a resistance of 10^7 ohms, an open key and a cell of 2 V with negligible internal resistance:
धारिता 1 μF का एक संधारित्र एक बंद श्रेणी परिपथ में एक 10^7 ओम के प्रतिरोध, एक खुली कुंजी व नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध के 2 V के सेल के साथ जुड़ा है।

(i) When the key is switched on at time t = 0, find;
जब कुंजी समय t = 0 पर चालू की जाती है तो ज्ञात कीजिए ;

(a) The time constant for the circuit. परिपथ का समय नियतांक

(b) The charge on the capacitor at steady state. स्थायी अवस्था पर संधारित्र पर आवेश

(c) Time taken to deposit charge equal to half of charge that will deposit at steady state.
स्थायी अवस्था पर जितना आवेश है उसके आधे के बराबर आवेश जमा करने में लगा समय।

(ii) If after completely charging the capacitor, the cell is shorted by zero resistance at time t = 0, find the charge on the capacitor at t = 50 s. (Given : $e^{-5} = 6.73 \times 10^{-3}$, $\ell n2 = 0.693$)
यदि संधारित्र को पूर्ण आवेशित करने के बाद सेल को समय t = 0 पर शून्य प्रतिरोध द्वारा लघुपथित किया जाता है तो t = 50 s पर संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए।(दिया है : $e^{-5} = 6.73 \times 10^{-3}$, $\ell n2 = 0.693$)

Ans. (i) (a) 10 s (b) 2 μC (c) 10 ln2 = 6.93 sec. (ii) $q = (2\, e^{-5})\mu C = 1.348 \times 10^{-8}$ C

Sol. (i) (a) Time constant समय नियतांक $= t = RC = 10^7 \times 1 \times 10^{-6}$
= 10 sec.
(b) $Q_0 = CV = 1 \times 10^{-6} \times 2 = 2\ \mu C$

(c) $Q = \frac{Q_0}{2} = Q_0(1 - e^{-t/Rc})$

$t/RC = \ell n2 \quad \Rightarrow \quad t = 10\ \ell n2 = 6.93$ sec.
(ii) $q = q_0 e^{-t/RC}$
$= 2 \times 10^{-6}\ e^{-50/10} = 2 \times 10^{-6}\ e^{-5} = 1.348 \times 10^{-8}$ C.

D-3. A capacitor of capacitance 200 μF is connected across a battery of emf 10.0 V through a resistance of 40 kΩ for 16.0 s. The battery is then replaced by a thick wire. What will be the charge on the capacitor 16.0 s after the battery is disconnected ? (Given : $e^{-2} = 0.135$)
200 μF धारिता का एक संधारित्र वि.वा.बल 10.0 V की एक बैटरी पर 40 kΩ के एक प्रतिरोध द्वारा 16.0 s के लिये जोड़ा जाता है। तब बैटरी को एक मोटे तार द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है। बैटरी हटाने के 16.0 s बाद संधारित्र पर आवेश क्या होगा ? (दिया है : $e^{-2} = 0.135$)

Ans. $q = 20 \times 10^{-4}\ (1 - e^{-2})e^{-2} = 233.55\ \mu C$

Sol. For charging आवेशन के लिए

$$q_1 = CV(1 - e^{-t/RC}) = 20 \times 10^{-4}\ (1 - e^{-16/200\ \times\ 10-6\ \times\ 40\ \times\ 103}) = 20 \times 10^{-4}\ (1 - e^{-2})$$

For discharging निरावेशन के लिए

$$q_2 = q_1 e^{-t/RC}$$
$$= 20 \times 10^{-4}\ (1 - e^{-2})$$
$$= 20 \times 10^{-4}\ (1 - e^{-2})\ e^{-2} = 20 \times 10^{-4}\ \frac{(e^2 - 1)}{e^4}$$
$$= 233.55\ \mu C \quad \textbf{Ans.}$$

D-4. A 5.0 μF capacitor having a charge of 20 μC is discharged through a wire of resistance 5.0 Ω. Find the heat dissipated in the wire between 25 to 50 μs after the connections are made. (Given : $e^{-2} = 0.135$)
एक 5.0 μF का संधारित्र जिस पर 20 μC आवेश है, को एक 5.0 Ω प्रतिरोध के तार द्वारा निरावेशित किया जाता है। संयोजन करने के बाद 25 से 50 μs के मध्य तार में व्यय ऊष्मा ज्ञात कीजिए। (दिया है : $e^{-2} = 0.135$)

Ans. $40(1 - e^{-2})e^{-2}\ \mu J = 4.7\ \mu J.$

Sol. $i_0 = \frac{20}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ amp.

$i = i_0 e^{-t/RC}$

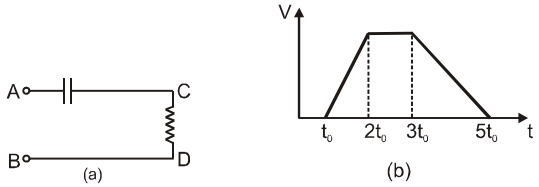
$$H = \int i^2 R dt = \int_{25\mu S}^{50\mu s} \frac{16}{5} e^{-2t/25\times10^{-6}} dt$$

$= \frac{16}{5}\left(-\frac{25}{2}\times10^{-6}\right)\left[e^{-2t/25\times10^{-6}}\right]_{25\mu s}^{50\mu s}$

$= 40 \times 10^{-6}\left[\frac{e^2-1}{e^4}\right]$

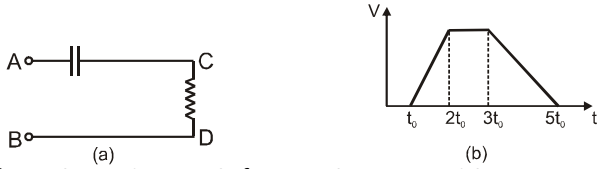
$= 4.7\ \mu J$ **Ans.**

D-5.# A varying voltage is applied to the clamps AB (figure a) such that the voltage across the capacitor plates varies as shown in figure b.



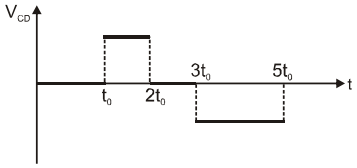
Plot the time dependence of voltage across the clamps CD.

चित्रानुसार (a) क्लेम्प (Clamp) AB पर एक परिवर्तित वोल्टेज इस प्रकार आरोपित किया जाता है कि संधारित्र प्लेट के सिरों पर वोल्टेज चित्र (b) के अनुसार परिवर्तित होता है –



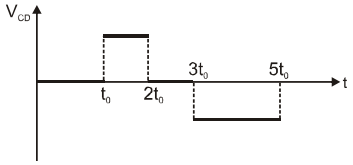
क्लेम्प (Clamp) CD के सिरों पर विभव की समय निर्भरता का विभव ग्राफ खींचिए।

Ans.



Sol. It can be seen that during the time interval from 0 to t_0, the voltage across the capacitor is zero, the charge on it is also zero, there is no current through it and hence V_{CD} is zero during this time interval (fig.). During the time interval from t_0 to $2t_0$, the voltage across the capacitor and hence the charge on its plates, grows linearly and hence a direct current passes through the circuit. This means that the voltage V_{CD} is constant. During the time interval from $2t_0$ to $3t_0$, the voltage across the capacitor does not change. Hence current does not flow, and V_{CD} is zero. Finally, during the time interval from $3t_0$ to $5t_0$, the capacitor is discharged, the current through the resistor is negative and constant and its magnitude is half the value of the current during the time interval from t_0 to $2t_0$.

यह देखा गया कि समयान्तराल 0 से t_0 तक संधारित्र के सिरो पर वोल्टेज शून्य है, इस पर आवेश भी शून्य होगा, यहां इससे कोई धारा प्रवाहित नही होगी ओर इसे समयान्तराल में V_{CD} शून्य होगा (चित्र देखे)। t_0 से $2t_0$ समयान्तराल के मध्य संधारित्र के सिरों पर विभव एवं इसकी प्लेटों का आवेश रेखीय रूप से बढता है अतः परिपथ से एक दिष्ट धारा प्रवाहित होती है। इसका अर्थ है कि वोल्टेज V_{CD} नियत है। $2t_0$ से $3t_0$ समय अन्तराल के मध्य संधारित्र के सिरो पर विभव में कोई परिवर्तन नही होता है, अतः कोई धारा प्रवाहित नही होती हैं और V_{CD} शून्य है। अन्ततः, $3t_0$ से $5t_0$ समयान्तराल के दौरान संधारित्र निरावेशित होता है, प्रतिरोध से गुजरने वाली धारा ऋणात्मक है और अचर है एवं इसका परिमाण समयान्तराल t_0 से $2t_0$ के समय प्रवाहित धारा के मान के आधे परिमाण की धारा प्रवाहित होती है।

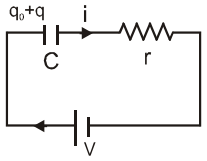


D-6._ A capacitor of capacitance C is charged by charge q_0. At t = 0, it is connected to a battery of emf V and internal resistance r. Find the charge on the capacitor at time t (positive plate of capacitor connected with positive plate of battery).

धारिता C के एक सधांरित्र को q_0 आवेश द्वारा आवेशित करतें हैं। समय t = 0 पर, इसको एक आन्तरिक प्रतिरोध r एवं वि. वा. बल V की बैटरी से जोड दिया जाता है। समय t पर संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए। (संधारित्र की धनात्मक प्लेट को बैटरी की धनात्क प्लेट से जोड़ा जाता हैं।)

Ans. $CV(1 - e^{-t/Cr}) + q_0e^{-t/Cr}$

Sol.



at time t using KVL

t समय पर KVL का उपयोग करने पर

$$-\frac{q_0+q}{C} - ir + V = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{q_0+q}{C} - \frac{dq}{dt}r + V = 0$$

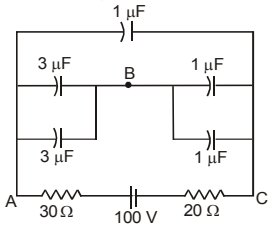
$$\Rightarrow \quad \int_0^q \frac{dq}{(CV-q_0)-q} = \int_0^t \frac{dt}{rC}$$

by using integration समाकलन के उपयोग से $q = CV(1 - e^{-t/Cr}) + q_0 e^{-t/Cr} - q_0$

$\Rightarrow$ So charge on capacitor इसलिए संधारित्र पर आवेश $= q_0 + q = CV(1 - e^{-t/Cr}) + q_0e^{-t/Cr}$

D-7.# Find the potential difference between the points A and B and between the points B and C of figure in steady state.

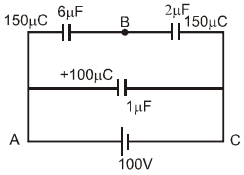
स्थायी अवस्था में चित्र में बिन्दु A व B तथा बिन्दु B व C के मध्य विभवान्तर ज्ञात कीजिए।



Ans. 25 V and तथा 75 V.

Sol. In steady state equivalent circuit is

स्थाई अवस्था में तुल्य परिपथ



$\mathbf{C_{eq}} = \frac{5}{2}\mu F \qquad Q = 250\mu F$

$$V_A = \frac{150}{6} + V_B \quad \Rightarrow \quad V_A - V_B = 25\ V$$

$$V_B = \frac{150}{2} + V_C \quad \Rightarrow \quad V_B - V_C = 75\ V$$

Section (E) : Capacitor with dielectric
परावैद्युत के साथ संधारित्र

E-1. The two parallel plates of a capacitor have equal and opposite charges Q. The dielectric (which is filled between the capacitor plates) has a dielectric constant K and resistivity ρ. Show that the initially "leakage" current carried by the dielectric is given by the relationship $i = \frac{Q}{K \in_0 \rho}$.

संधारित्र की दो समान्तर प्लेटों पर बराबर व विपरीत आवेश Q है। परावैद्युत (जो संधारित्र की प्लेटों के मध्य भरा जाता है) का परावैद्युतांक K व प्रतिरोधकता ρ है। यह दर्शाइये कि परावैद्युत द्वारा ले जायी जा रही प्रारम्भिक क्षय धारा सम्बन्ध $i = \frac{Q}{K \in_0 \rho}$ द्वारा दी जाती है।

Sol. $V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\frac{K \in_0 A}{d}}$; $\quad R = \frac{\rho d}{A}$

(we can treat dielectric as a resistance between the capacitor plates)
(परावैद्युत को हम संधारित्र प्लेटों के मध्य प्रतिरोध के रूप में ले सकते हैं)

$i = \frac{V}{R} = \frac{Q}{\frac{K \in_0 A}{d}} \cdot \frac{A}{\rho d} = \frac{Q}{K \in_0 \rho}$ **Ans**

E-2. The parallel plates of a capacitor have an area 0.2 m^2 and are 10^{-2} m apart. The original potential difference between them is 3000 V, and it decreases to 1000 V when a sheet of dielectric is inserted between the plates filling the full space. Compute: ($\in_0 = 9 \times 10^{-12}$ S. I. units)
एक संधारित्र की समान्तर प्लेटों का क्षेत्रफल 0.2 m^2 व 10^{-2} m दूरी पर है। उनके मध्य मौलिक विभवान्तर 3000 V है एवं यह 1000 V तक घट जाता है, जब परावैद्युत की एक पट्टीका प्लेटों के मध्य सम्पूर्ण स्थान को भर देती है। गणना कीजिए: ($\in_0 = 9 \times 10^{-12}$ S. I. इकाई)

(i) Original capacitance C_0.
(ii) The charge Q on each plate.
(iii) Capacitance C after insertion of the dielectric.
(iv) Dielectric constant K.
(v) Permittivity $\in$ of the dielectric.
(vi) The original field E_0 between the plates.
(vii) The electric field E after insertion of the dielectric.

(i) मौलिक धारिता C_0.
(ii) प्रत्येक प्लेट पर आवेश Q
(iii) परावैद्युत पदार्थ भरने के बाद धारिता C
(iv) परावैद्युतांक K
(v) परावैद्युत पदार्थ की विद्युतशीलता $\in$
(vi) प्लेटों के मध्य मौलिक क्षेत्र E_0
(vii) परावैद्युत पदार्थ भरने के बाद विद्युत क्षेत्र E

Ans. (i) $20 \in_0 = 180$ pF (ii) 5.4×10^{-7} C (iii) 540 pF (iv) 3 (v) $27 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$
(vi) 3×10^5 V/m (vii) 1×10^5 V/m

Sol. (i) $C_0 = \frac{\in_0 A}{d} = \frac{0.2 \in_0}{10^{-2}} = 20 \in_0$

$= 20 \times 9 \times 10^{-12} = 180$ pF

(ii) $Q = C_0 V = 180 \times 10^{-12} \times 3000 = 5.4 \times 10^{-7}$ C

(iii) $C_1 = \frac{Q}{V_1} = \frac{5.4 \times 10^{-7}}{1000} = 540$ pF

(iv) $K = \frac{C_1}{C_0} = \frac{540}{180} = 3$

(v) $\in = \in_r \in_0 = K \in_0 = 3 \times 9 \times 10^{-12} = 27 \times 10^{-12}\ C^2 N^{-1} m^{-2}$

(vi) $E_0 = \frac{V}{d} = \frac{3000}{10^{-2}} = 3 \times 10^5$ V/m

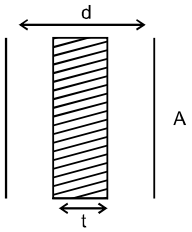
(vii) $E = \frac{V_1}{d} = \frac{1000}{10^{-2}} = 1 \times 10^5$ V/m.

E-3. A parallel plate isolated condenser consists of two metal plates of area A and separation 'd'. A slab of thickness 't' and dielectric constant K is inserted between the plates with its faces parallel to the plates and having the same surface area as that of the plates. Find the capacitance of the system. If K = 2, for what value of t/d will the capacitance of the system be 3/2 times that of the condenser with air filling the full space? Calculate the ratio of the energy in the two cases and account for the energy change (assuming q charge on the plate to be constant).

एक समान्तर पट्ट विलगित संधारित्र की दो धात्विक प्लेटों का क्षेत्रफल A व दूरी 'd' है। 't' मोटाई व K परावैद्युतांक की एक पट्टिका जिसके फलक प्लेटों के समान्तर है व प्लेटों के समान ही पृष्ठीय क्षेत्रफल है, प्लेटों के मध्य रखी जाती है। निकाय की धारिता ज्ञात कीजिए। यदि K = 2 है तो t/d के किस मान के लिए निकाय की धारिता सम्पूर्ण स्थान में वायु से भरे संधारित्र की धारिता की 3/2 गुनी हो जायेगी। दोनों स्थितियों में ऊर्जा के अनुपात और ऊर्जा में परिवर्तन की मात्रा की गणना करो। (माना कि प्लेट पर आवेश q नियत है)

Ans. $C = \dfrac{\in_0 A}{d - t + \dfrac{t}{k}}$, $\dfrac{t}{d} = \dfrac{2}{3}$, $\dfrac{U_i}{U_F} = \dfrac{3}{2}$, $\Delta U = -\dfrac{q^2 d}{6 \in_0 A}$

Sol.



$C' = \dfrac{A \in_o}{\frac{t}{k} + d - t}$

(i) Without dielectric बिना परावैद्युतांक, $C = \dfrac{A \in_o}{d}$

With dielectric, परावैद्युतांक के साथ $C' = \dfrac{A \in_o}{\frac{t}{2} + d - t} = \dfrac{3C}{2} = \dfrac{3}{2}\dfrac{A \in_o}{d} \Rightarrow \dfrac{d}{t} = \dfrac{2}{3}$

(ii) Energy ऊर्जा $= \dfrac{Q^2}{2C}$

Energy in 1st case 1st स्थिति में ऊर्जा $= E_1 = \dfrac{q^2}{2C}$

Energy is 2nd case 2nd स्थिति में ऊर्जा $= E_2 = \dfrac{q^2}{2C'}$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{C'}{C} = \frac{3}{2}$$

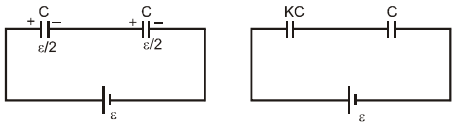
(iii) $\Delta E = E_2 - E_1 = \dfrac{q^2}{2C'} - \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{q^2}{2}\left[\dfrac{2}{3C} - \dfrac{1}{C}\right] = -\dfrac{q^2}{6C} = -\dfrac{q^2 d}{6A \in_0}$

E-4. Two parallel plate air capacitors each of capacitance C were connected in series to a battery with e.m.f. ε. Then one of the capacitors was filled up with uniform dielectric with relative permittivity k. How many times did the electric field strength in that capacitor decrease? What amount of charge flows through the battery?

दो समान्तर पट्ट वायु संधारित्र प्रत्येक की धारिता C है, एक वि.वा.बल ε की बैटरी से श्रेणीक्रम में जुड़े है। तब एक संधारित्र आपेक्षिक विद्युतशीलता k के एक समरूप परावैद्युत से भर दिया जाता है। उस संधारित्र में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कितनी गुनी कम हो जाएगी? बैटरी से कितनी मात्रा में आवेश प्रवाहित हुआ?

Ans. $\dfrac{E_i}{E_f} = \dfrac{1}{2}(1 + k)$, $\Delta q = \dfrac{1}{2} C\varepsilon \dfrac{k-1}{k+1}$

Sol.



$V_1 = \frac{Q_1}{kC} = \frac{\varepsilon}{k+1} \quad \Rightarrow \quad E_1 = \frac{V_1}{d} = \frac{1}{k+1}.\frac{\varepsilon}{d} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{dC} = \frac{\varepsilon}{2d}$

$E_1 = \frac{2}{(k+1)} E \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}$ (1 + k) time decrease गुना घट जायेगा

$\Delta q = Q_1 - Q = \frac{kC\varepsilon}{k+1} - \frac{C\varepsilon}{2} = \frac{C\varepsilon\ (2k-k-1)}{2(k+1)} \quad \Rightarrow \quad \Delta q = \frac{1}{2} C\varepsilon \frac{(k-1)}{(k+1)}.$

E-5. A parallel-plate capacitor of plate area A and plate separation d is charged by a ideal battery of e.m.f. V and then the battery is disconnected. A slab of dielectric constant 2k is then inserted between the plates of the capacitor so as to fill the whole space between the plates. Find the change in potential energy of the system in the process of inserting the slab.
एक समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A व प्लेटों के मध्य दूरी d है, को एक आदर्श बैटरी जिसका वि.वा.ब. V है, से आवेशित किया जाता है एवं फिर बैटरी से अलग कर दिया जाता है। परावैद्युतांक 2K की एक पट्टिका संधारित्र की प्लेटों के मध्य सम्पूर्ण रिक्त स्थान में रखी जाती है। पट्टिका को प्लेटों के अन्दर रखने की प्रक्रिया में निकाय की स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन ज्ञात करो।

Ans. $\frac{\in_0 AV^2}{2d}\left(\frac{1}{2K}-1\right)$

Sol. Work done on the system = change in potential energy
निकाय पर किया गया कार्य = स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

charge on plate प्लेट पर आवेश = $Q = CV = \frac{A \in_o V}{d}$

Initial potential energy प्रारम्भिक स्थितिज ऊर्जा = $\frac{Q^2}{2\ C}$

where जहाँ $C = \frac{A \in_o}{d}$

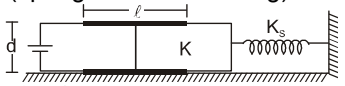
final potential energy अन्तिम स्थितिज ऊर्जा = $\frac{Q^2}{2\ C'}$

where जहाँ $C' = \frac{2KA \in_o}{d}$

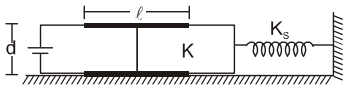
Charge in potential energy = final potential energy – initial potential energy,
निकाय पर किया गया कार्य = अन्तिम स्थितिज ऊर्जा – प्रारम्भिक स्थितिज ऊर्जा

$= \frac{Q^2}{2}\left\{\frac{1}{C'}-\frac{1}{C}\right\} = \frac{\in_0 AV^2}{2d}\left\{\frac{1}{2K}-1\right\}$

E-6.# Consider the situation shown in figure. The width of each plate is b. The capacitor plates are rigidly clamped in the laboratory and connected to a battery of emf V. All surface are frictionless. Calculate the extension in the spring in equilibrium (spring is nonconducting).

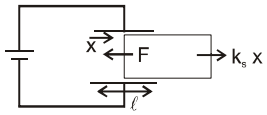


चित्र में प्रदर्शित स्थिति में, प्रत्येक प्लेट की चौड़ाई b है। प्रयोगशाला में इन प्लेटों को दृढ़ स्रोत से बांधकर वि.वा.बल V की बैटरी से जोड़ा जाता है। सभी सतह घर्षण रहित है। स्प्रिंग का प्रसार ज्ञात करों जिसके लिए परावैद्युत पट्टिका साम्यवस्था में रहें। (स्प्रिंग कुचालक है)



Ans. $\frac{\epsilon_0 bv^2(K-1)}{2dK_S}$

Sol.



Potential energy स्थितिज ऊर्जा = $1/2(C_1 + C_2) V^2$

$= \frac{1}{2}\left\{\frac{\epsilon_0 xb}{d} + \frac{\epsilon_0 K(\ell - x)b}{d}\right\} V^2$

$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{V^2}{2}\frac{dC}{dx}$

$F = \frac{-1}{2}\frac{dC}{dx} V^2$ where जहाँ , $\frac{dC}{dx} = \frac{\epsilon_0 b}{d}\{1 - K\}$

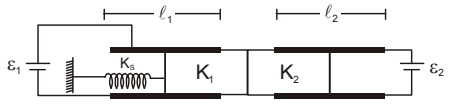
$F = \frac{1}{2}\frac{V^2 \epsilon_0 b(K-1)}{d}$

at equilibrium साम्यावस्था , $F = K_s x$

$x = \frac{F}{k_s} = \frac{\epsilon_0 bv^2(K-1)}{2dK_S}$

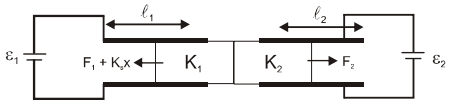
E-7.# In figure shown, two parallel plate capacitors with fixed plates and connected to two batteries. The separation between the plates is same for the two capacitors. The plates are rectangular in shape with width b and lengths ℓ_1 and ℓ_2, the separation between plates is d. The left half of the dielectric slab has a dielectric constant K_1 and the right half K_2 ($K_2 > K_1$). EMF of the right battery is greater then left battery. Neglecting any friction, find the extension in spring in equilibrium (spring is nonconducting) ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$)

चित्र में स्थिर जड़त्व प्लेटो वाले दो समान्तर पट्ट संधारित्र प्रदर्शित है और इनको दो बैटरियों से जोड़ा गया है। दोनों संधारित्रों की प्लेटो के मध्य दूरी समान है। प्लेटो की आकृति आयताकार है और इनकी चौड़ाई b तथा लम्बाई क्रमशः ℓ_1 व ℓ_2 है। बायें तरफ की परावैद्युत पट्टिका का परावैद्युतांक K_1 तथा दाये तरफ का K_2 ($K_2 > K_1$) है। सभी में घर्षण नगण्य है। दांयी बैटरी का वि०वा०बल बांयी बैटरी के वि०वा०बल से अधिक है। साम्यावस्था में स्प्रिंग में प्रसार ज्ञात कीजिए। (स्प्रिग कुचालक है) ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$)



Ans. $\frac{\epsilon_0 b}{2dK_S}\left[(K_2 - 1)\varepsilon_2^2 - (K_1 - 1)\ \varepsilon_1^2\right]$

Sol.



Force on dielectric परावैद्युतांक पर बल $F = \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{V^2}{2}\frac{dC}{dx}$

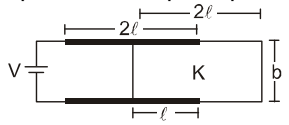
$F = \frac{V^2 \epsilon_0 b(K-1)}{2d}$

At equilibrium साम्यावस्था पर

$F_2 = F_1 + K_s x$

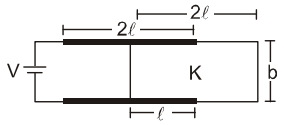
$x = \frac{\epsilon_0 b}{2dK_S}\left[(K_2 - 1)\varepsilon_2^2 - (K_1 - 1)\ \varepsilon_1^2\right]$

E-8.# The plates of the parallel plate capacitor have plate area A and are clamped in the laboratory as shown in figure. The dielectric slab of mass m, length 2ℓ and width 2ℓ is released from rest with length ℓ inside the capacitor. Neglecting any effect of friction or gravity, show that the slab will execute periodic motion and find its time period. (Plates of capacitor are square plates of side 2ℓ)



समान्तर पट् संधारित्र की प्लेट का क्षेत्रफल A तथा ये प्रयोगशाला में चित्रानुसार जड़त्व है। m द्रव्यमान, 2ℓ लम्बाई व चौड़ाई 2ℓ की परावैद्युत पट्टिका को संधारित्र के अन्दर ℓ लम्बाई से स्थिरावस्था से छोडा जाता है। घर्षण व गुरूत्व का प्रभाव नगण्य है तो सिद्ध करो की पट्टिका आर्वत गति करेगी तथा इसका आवर्तकाल भी ज्ञात करो।

(संधारित्र की प्लेटें भुजा 2ℓ की वर्गाकार प्लेट है)



Ans. 4. $\sqrt{\dfrac{2bm}{\epsilon_0 V^2(K-1)}}$

Sol. When dielectric slab is released from rest constant force act on slab towards the mean position after mean position same opposite force is act on slab which retard it come in rest position. Therefore motion of slab is periodic.

जब परावैद्युतांक पट्टिका को विरामावस्था से छोडते है तो पट्टिका पर एक अचर बल माध्य स्थिति की ओर लगता है माध्य स्थिति के बाद समान विपरित बल पट्टिका पर लगता है इसे मंदित करके विरामावस्था में लेकर आता है। इसलिए पट्टिका की गति आवृत्ति है।

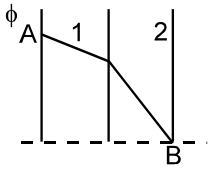
$F = \dfrac{1}{2}\dfrac{\epsilon_0\, 2\ell}{b}(K-1)\,V^2$ $\qquad$ $a = \dfrac{\epsilon_0\,\ell}{mb}(K-1)\,V^2$

by द्वारा $S = \dfrac{1}{2}(\text{acc.})\,t^2$ $\qquad$ $(\ell) = \dfrac{1}{2}\dfrac{\epsilon_0\,\ell}{mb}(K-1)\,V^2\,.\,t^2$

$t = \sqrt{\dfrac{2\ell\ mb}{\epsilon_0\,\ell\ (K-1)\ V^2}}$

$\Rightarrow \quad t = 2\sqrt{\dfrac{mb}{\epsilon_0\ (K-1)\ V^2}} \quad \Rightarrow \quad T = 4t = 4\sqrt{\dfrac{2bm}{\epsilon_0 V^2(K-1)}}$

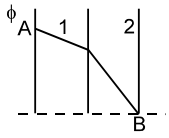
E-9.# A parallel plate capacitor is filled with a dielectric up to one half of the distance between the plates. The manner in which the potential between the plates varies with distance is illustrated in the figure. Which half (1 or 2) of the space between the plates is filled with the dielectric and what will be the distribution of the potential after the dielectric is taken out of the capacitor provided that;



(a) The charges on the plates are conserved or

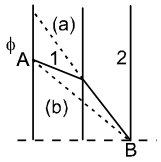
(b) The potential difference across the capacitor is constant.

समान्तर पट्ट संधारित्र में प्लेटों के बीच की आधी दूरी में परावैद्युत भरा हुआ है। प्लेटों के मध्य विभव का ग्राफ दूरी के साथ चित्र में प्रदर्शित है। कौनसा आधा भाग (1 या 2) परावैद्युत द्वारा भरा हुआ है तथा परावैद्युत को प्लेटों के मध्य से हटाने पर विभव वितरण क्या होगा जबकि –

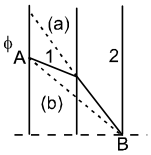


(a) प्लेटो का आवेश संरक्षित रहे या
(b) संधारित्र पर विभवान्तर नियत है।

Ans.



Sol. 1st part has di-electric पहले भाग में पैरावैद्युतांक ;



(a) by $E = \frac{Q}{A \epsilon_0}$; Q remain constant so electric field in region 1 varies same as region 2, so now electric field graph of obtain by extend E of region 2

(a) $E = \frac{Q}{A \epsilon_0}$ द्वारा ; Q अपरिवर्तित है। इसलिए परिक्षेत्र 1 में विद्युत क्षेत्र परिक्षेत्र 2 के समान है इसलिए अब विद्युत क्षेत्र परिक्षेत्र 2 के E आरेख के विस्तार द्वारा प्राप्त करता है।

(b) now V is constant so by E = V/D ; electric field graph directly obtain by joining A and B.

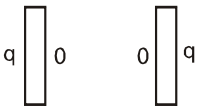
(b) अब V अचर है इसलिए E = V/D है; विद्युत क्षेत्र का आरेख A व B को सीधे ही जोडकर प्राप्त कर सकते है।

E-10. Positive charge q is given to each plate of a parallel plate air capacitor having area of each plate A and seperation between them, d. Then find
समान्तर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट को धनात्मक आवेश q दिया जाता है तथा प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है और प्लेटो के मध्य दूरी d है। तो निम्न का मान ज्ञात करो।

(i) Capacitance of the system. निकाय की धारिता
(ii) Charges appearing on each surface of plates प्रत्येक प्लेट पर प्राप्त आवेश का मान
(iii) Electric field between the plates प्लेटो के मध्य विद्युत क्षेत्र
(iv) Potential diffrence between the plates प्लेटो के मध्य विभवान्तर
(v) Energy stored between the plates प्लेटो के मध्य संग्रहित ऊर्जा

Ans. **(i)** $C = e_0A/d$
(ii) on outer surfaces charge बाहय सतह पर आवेश = q
on inner surfaces charge आन्तरिक सतह पर आवेश = 0
(iii) E = 0 (iv) $\Delta V = 0$ (v) U = 0

Sol. (i) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$
Capacitance is independent of charge stored
धारिता, संग्रहित आवेश पर निर्भर नही करती है।

(ii) 

on outer surfaces charge बाहय सतह पर आवेश $= \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{q+q}{2} = q$

on inner surfaces charge आन्तरिक सतह पर आवेश $= \frac{Q_1 - Q_2}{2} = \frac{q-q}{2} = 0$

(iii) E = 0
electric field due to charges on outer surfaces cancel each other
बाहय सतह पर आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र एक दूसरे को परस्पर निरस्त करेगा।

(iv) $\Delta V = 0$
becouse electric field between the plates is zero
क्योकि प्लेटो के मध्य विधुत क्षेत्र शून्य है

(v) U = 0
becouse electric field between the plates is zero
क्योकि प्लेटो के मध्य विधुत क्षेत्र शून्य है

PART - II : ONLY ONE OPTIONS CORRECT TYPE

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Definition of Capacitance धारिता की परिभाषा

A-1. The radii of two metallic spheres are 5 cm and 10 cm and both carry equal charge of 75μC. If the two spheres are shorted then charge will be transferred–
(A*) 25 μC from smaller to bigger (B) 25 μC from bigger to smaller
(C) 50 μC from smaller to bigger (D) 50 μC from bigger to smaller
दो धातु के गोलो की त्रिज्या क्रमशः 5 cm और 10 cm तथा दोनों पर समान आवेश 75μC है। यदि दोनों गोलों को सम्पर्कित कर दिया जाये तो आवेश प्रवाह होगा –
(A*) 25 μC छोटे गोले से बड़े गोले में (B) 25 μC बड़े गोले से छोटे गोले में
(C) 50 μC छोटे गोले से बड़े गोले में (D) 50 μC बड़े गोले से छोटे गोले में

Sol. $Q_t = Q_1 + Q_2 = 150\mu C$

$$\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow Q_1' = 50\mu C$$

$Q_2' = 100\mu C$
25μC charge will flow from smaller to bigger sphere.
25μC आवेश छोटे गोले से बडे गोले की ओर प्रवाहित होते है।

A-2. Two isolated charged metallic spheres of radii R_1 and R_2 having charges Q_1 and Q_2 respectively are connected to each other, then there is:
R_1 व R_2 त्रिज्या के दो आवेशित विलगित धातु के गोलों पर आवेश क्रमशः Q_1 तथा Q_2 है तथा एक दूसरे से जुड़े हुए है तो यहाँ पर :
(A) No change in the electrical energy of the system
निकाय की विद्युत ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होगा।
(B) An increase in the electrical energy of the system
निकाय की विद्युत ऊर्जा में वृद्धि होगी।
(C) A decrease in the electrical energy of the system in any case
निकाय की विद्युत ऊर्जा में प्रत्येक स्थिति में कमी होगी।
(D*) A decrease in electrical energy of the system if $Q_1 R_2 \neq Q_2 R_1$
निकाय की विद्युत ऊर्जा में कमी होगी यदि $Q_1 R_2 \neq Q_2 R_1$ है

Sol. Charge is flow until potential are equal and in charge flow energy is decrease
आवेश तब तक प्रवाहित होते है जब विभव समान न हो जाये ओर आवेश प्रवाह में ऊर्जा घटती है।

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_1R_2 = Q_2R_1 .$$

A-3. A parallel plate capacitor is charged up to a potential of 300 volts. Area of the plates is 100 cm^2 and spacing between them is 2 cm. If the plates are moved apart to a distance of 2.5 cm without disconnecting the power source, then ($\in_0 = 9 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$):
(i) Electric field inside the capacitor when distance is 2.5 cm :
(A) 15×10^2 V/m (B) 3×10^3 V/m
(C*) 12×10^3 V/m (D) 6×10^3 V/m

(ii) Change in energy of the capacitor is :
(A) 6×10^{-8} J (B) -1215×10^{-10} J
(C) 1215×10^{-10} J (D*) -405×10^{-10} J

(iii) If the distance is increased after disconnecting the power source, then electric field inside the capacitor is :
(A) 6×10^3 V/m (B) 3×10^3 V/m
(C) 12×10^3 V/m (D*) 15×10^3 V/m

(iv) Change in energy of the capacitor in above case is :
(A) 303.75×10^{-9} J (B) -1215×10^{-10} J
(C*) 5.06×10^{-8} J (D) -303.75×10^{-9} J

एक समान्तर पट्ट संधारित्र को 300 वोल्ट विभव तक आवेशित किया जाता है प्लेटो का क्षेत्रफल 100 cm^2 तथा उनके मध्य दूरी 2 cm है। यदि प्लेटो को बिना स्त्रोत हटाये 2.5 cm की दूरी तक ले जाया जाता है, तब ($\in_0 = 9 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$):

(i) संधारित्र के अन्दर विद्युत क्षेत्र क्या होगा जब दूरी 2.5 cm है :
(A) 15×10^2 V/m (B) 3×10^3 V/m
(C*) 12×10^3 V/m (D) 6×10^3 V/m

(ii) संधारित्र की ऊर्जा में परिवर्तन होगा।
(A) 6×10^{-8} J (B) -1215×10^{-10} J
(C) 1215×10^{-10} J (D*) -405×10^{-10} J

(iii) यदि स्त्रोत हटाने के बाद दूरी बढ़ाई जाये तो संधारित्र के अन्दर विद्युत क्षेत्र होगा
(A) 6×10^3 V/m (B) 3×10^3 V/m
(C) 12×10^3 V/m (D*) 15×10^3 V/m

(iv) उपरोक्त स्थिति में संधारित्र की ऊर्जा में परिवर्तन होगा
(A) 303.75×10^{-9} J (B) -1215×10^{-10} J
(C*) 5.06×10^{-8} J (D) -303.75×10^{-9} J

Sol. (i) (C) $E = \frac{V}{d} = \frac{300}{2.5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^3$ V/m

(ii) (D) $\Delta U = U_f - U_i = \frac{1}{2} C_f V^2 - \frac{1}{2} C_i V^2$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\in_0 A}{d_f} - \frac{\in_0 A}{d_i}\right) V^2$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2.5} - \frac{1}{2}\right) \frac{9 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{10^{-2}} (300)^2 = -405 \times 10^{-10}$J.

(iii) **(D)** $E = \frac{Q}{A \in_0}$ = Constant अचर

$= \frac{V}{d_i} = \frac{300}{2 \times 10^{-2}} = 15 \times 10^3$ V/m.

(iv) **(C)** $Q = \frac{A \in_0}{d_i} V$ = constant अचर

$\Delta U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_f} - \frac{Q^2}{C_i} = \frac{1}{2} A \in_0 V^2 \left(\frac{d_f}{d_i^2} - \frac{d_i}{d_i^2}\right)$

$= \frac{1}{2} \frac{A \in_0}{d_i^2} V^2 (d_f - d_i) = \frac{1}{2} \frac{100 \times 10^{-4} \times 9 \times 10^{-12} \times (300)^2 (2.5 - 2) \times 10^{-2}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 5.0625 \times 10^{-8}$J **Ans.**

A-4. A parallel plate capacitor is charged and then isolated. On increasing the plate separation:
समान्तर पट्ट संधारित्र को आवेशित करके विलगित कर दिया जाता है। प्लेटों के बीच की दूरी बढ़ाने पर

	Charge आवेश	Potential विभव	Capacitance धारिता
(A)	remains constant अपरिवर्तित	remains constant अपरिवर्तित	decreases घटेगी
(B*)	remains constant अपरिवर्तित	increases बढ़ेगा	decreases घटेगी
(C)	remains constant अपरिवर्तित	decreases घटेगा	increases बढ़ेगी
(D)	increases बढ़ेगा	increases बढ़ेगा	decreases घटेगी

Sol. **(B)** Isolated capacitor $\Rightarrow$ Q = constant
separation d increase $\Rightarrow$ C = decrease
Q = CV $\Rightarrow$ V = increase

हल. **(B)** विलगित संधारित्र $\Rightarrow$ Q = अचर
दूरी d बढाने पर $\Rightarrow$ C = घटेगा
Q = CV $\Rightarrow$ V = बढेगा

A-5. A parallel plate capacitor is charged and the charging battery is then disconnected. The plates of the capacitor are now moved, farther apart. The following things happen :
(एक समान्तर पट्ट संधारित्र को आवेशित करके बैटरी हटा ली जाती है। अब संधारित्र की प्लेटो को एक दूसरे से दूर गति कराते है। तो निम्न में क्या होगा ?)

(A) The charge on the capacitor increases (संधारित्र पर आवेश बढ़ जाएगा)
(B*) The electrostatics energy stored in the capacitor increases
(संधारित्र में संग्रहित स्थिर वैद्युत ऊर्जा बढ़ेगी)
(C) The voltage between the plates decreases (प्लेटो के मध्य विभव घटेगा)
(D) The capacitance increases. (धारिता बढ़ेगी)

Sol. The charge on the capacitot remains constants
संधारित्र पर आवेश एक समान रहेगा।

Capacitance धारिता	$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$	d↑	C↓
Energy ऊर्जा	$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$	C↓	U↑
Potential विभव	$V = \frac{Q}{C}$	C↓	V↑

Section (B) : Circuits with capacitor and use of KCl and KVL
संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

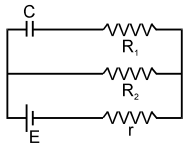
B-1. The work done against electric forces in increasing the potential difference of a condenser from 20V to 40V is W. The work done in increasing its potential difference from 40V to 50V will be (consider capacitance of capacitor remain constant)
संधारित्र का विभव 20 V से 40 V तक बढ़ाने में विद्युत बलों के विरूद्ध किया गया कार्य W है तो संधारित्र का विभव 40 V से 50 V बढ़ाने में किया गया कार्य होगा (मानिये कि संधारित्र की धारिता अपरिवर्तित है)

(A) 4W (B*) $\frac{3W}{4}$ (C) 2W (D) $\frac{W}{2}$

Sol. $W = U_f - U_i = \frac{1}{2}CV_f^2 - \frac{1}{2}CV_i^2 = \frac{1}{2}C(40^2 - 20^2)$ $W = 600\ C$

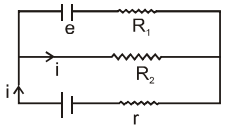
$W_1 = \frac{1}{2}C(50^2 - 40^2) = \frac{900}{2}C$ $W_1 = \frac{900}{2}.\frac{W}{600} = \frac{3}{4}W$ **Ans**

B-2.# The magnitude of charge in steady state on either of the plates of condenser C in the adjoining circuit is-
व्यवस्थित चित्र में संधारित्र C की प्रत्येक प्लेट पर उपस्थित आवेश का परिमाण स्थायी अवस्था में है –



(A) CE (B) $\frac{CER_2}{(R_1+r)}$ (C*) $\frac{CER_2}{(R_2+r)}$ (D) $\frac{CER_1}{(R_2+r)}$

Sol. Charge on capacitor = CV = capacitance × (voltage across it)
In steady state, there will be no current through capacitor.
संधारित्र पर आवेश = CV = धारिता × (इसका विभव)
स्थायी अवस्था में, संधारित्र में कोई धारा नहीं है।



voltage across capacitor संधारित्र पर विभव $V = iR_2 = \frac{E\ R_2}{R_2+r}$

Charge on capacitor संधारित्र पर आवेश $= CiR_2 = \frac{C\ E\ R_2}{R_2+r}$

B-3. The plate separation in a parallel plate condenser is d and plate area is A. If it is charged to V volt & battery is disconnected then the work done in increasing the plate separation to 2d will be–
समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों के बीच दूरी d तथा प्लेट क्षेत्रफल A है। यदि इसको V वोल्ट तक आवेशित करके बैटरी को हटा दिया जाये तथा अब प्लेटो के बीच की दूरी को 2d करने में किया गया कार्य होगा –

(A) $\frac{3}{2}\frac{\in_0 AV^2}{d}$ (B) $\frac{\in_0 AV^2}{d}$ (C) $\frac{2\in_0 AV^2}{d}$ (D*) $\frac{\in_0 AV^2}{2d}$

Sol. As battery is disconnected, charge remains constant in the work process.
Work done = final potential energy – initial potential energy
जैसे ही बैटरी को हटा दिया जाता है, कार्य प्रक्रिया में आवेश नियत रहता है।
किया गया कार्य = अन्तिम स्थितिज ऊर्जा – प्रारम्भिक स्थितिज ऊर्जा

$$= \frac{Q^2}{2\ C'} - \frac{Q^2}{2\ C} = \frac{Q^2}{2}\left\{\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right\}$$

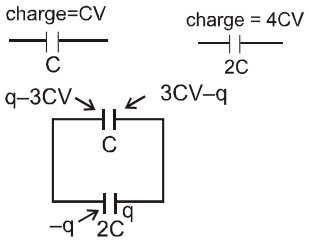
Where जहाँ , $Q = CV = \frac{A\in_o V}{d}$, $C = \frac{A\in_o}{d}$ & $C' = \frac{A\in_o}{2\ d}$

Now, work done अब किया गया कार्य $= \frac{\in_0 AV^2}{2d}$ Ans. is (D)

B-4. A parallel plate condenser of capacity C is connected to a battery and is charged to potential V. Another condenser of capacity 2C is connected to another battery and is charged to potential 2V. The charging batteries are removed and now the condensers are connected in such a way that the positive plate of one is connected to negative plate of another. The final energy of this system is–
C धारिता के समान्तर पट्ट संधारित्र को बैटरी से जोड़ा जाता है और V विभव तक आवेशित करते है। एक अन्य 2C धारिता के संधारित्र को बैटरी से जोड़कर 2V विभव तक आवेशित करते है। आवेशन बैटरियों को हटाते है और संधारित्रों को इस प्रकार जोड़ते है कि एक धनात्मक प्लेट दूसरे की ऋणात्मक प्लेट से जुड़ जाये। निकाय की अन्तिम ऊर्जा है –

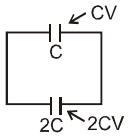
(A) zero शून्य (B) $\frac{25CV^2}{6}$ (C*) $\frac{3CV^2}{2}$ (D) $\frac{9CV^2}{2}$

Sol.



Total charge = 4 CV – CV = 3 CV
Now, let it is distributed as shown, potential across the capacitors is same
कुल आवेश = 4 CV – CV = 3 CV
अब, माना यह चित्रानुसार वितरीत होते है तथा संधारित्र पर विभव समान है

So, अतः, $\frac{q}{2C} = \frac{3CV - q}{C} \quad \Rightarrow \quad q = 2\,CV$



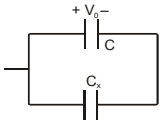
Total potential energy कुल स्थितिज ऊर्जा = $\frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{C^2V^2}{2C} + \frac{4C^2V^2}{2\times 2C} = \frac{3CV^2}{2}$

B-5. A capacitor of capacitance C is charged to a potential difference V_0. The charging battery is disconnected and the capacitor is connected to a capacitor of unknown capacitance C_x. The potential difference across the combination is V. The value of C_x should be
एक C धारिता का संधारित्र V_0 विभवान्तर तक आवेशित किया गया। बैटरी हटाकर संधारित्र को अज्ञात धारिता C_X के संधारित्र के साथ जोड़ा गया। यदि संयोजन के सिरों पर विभवान्तर V है तो C_X का मान होगा)

(A*) $\frac{C(V_0 - V)}{V}$ (B) $\frac{C(V - V_0)}{V}$ (C) $\frac{CV}{V_0}$ (D) $\frac{CV_0}{V}$

Sol. Common potential उभयनिष्ठ विभव

$V = \frac{V_0C + 0}{C + C_x}$



$V(C + C_x) = V_0C$

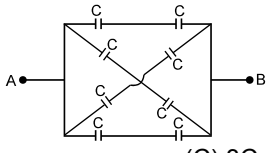
$C + C_x = \frac{V_0}{V}C$

$C_x = C$

$C_x = \frac{C(V_0 - V)}{V}$

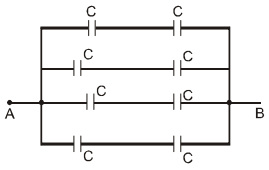
Section (C) : Combination of capacitors संधारित्रों का संयोजन

C-1.# In the adjoining circuit, the capacity between the points A and B will be
निम्न परिपथ में बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य धारिता होगी –



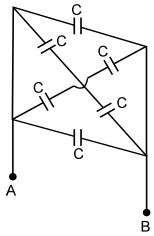
(A) C (B*) 2C (C) 3C (D) 4C

Sol.



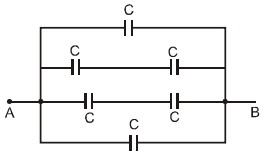
$C_{eq} = \frac{4C}{2} = 2C.$

C-2.# The resultant capacity between the points A and B in the adjoining circuit will be -
निम्न परिपथ में बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य धारिता होगी –



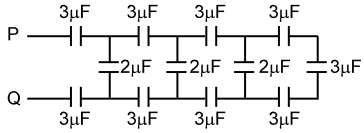
(A) C (B) 2C (C*) 3C (D) 4C

Sol.



$C_{eq} = C + 2C/2 + C = 3C.$

C-3.# The effective capacity in the following figure between the points P and Q will be
निम्न परिपथ में बिन्दुओं P व Q के बीच तुल्य धारिता होगी –



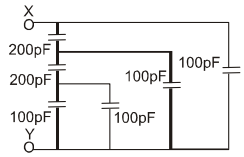
(A) 3μF (B) 5μF (C) 2μF (D*) 1μF

Sol. $\frac{1}{C_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ $C_1 = 1\ \mu F$, $C_2 = 2 + 1 = 3\ \mu F$

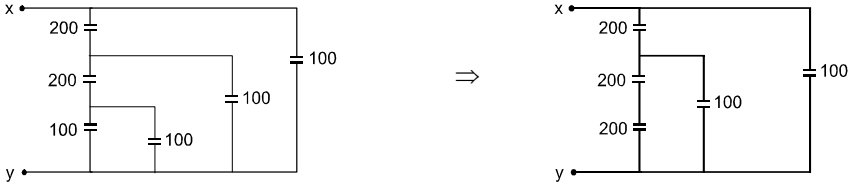
$C_{eq} = 1\mu F.$

C-4.# The equivalent capacitance between the terminals X and Y in the figure shown will be–
प्रदर्शित चित्र में बिन्दुओं X व Y के बीच तुल्य धरिता होगी –

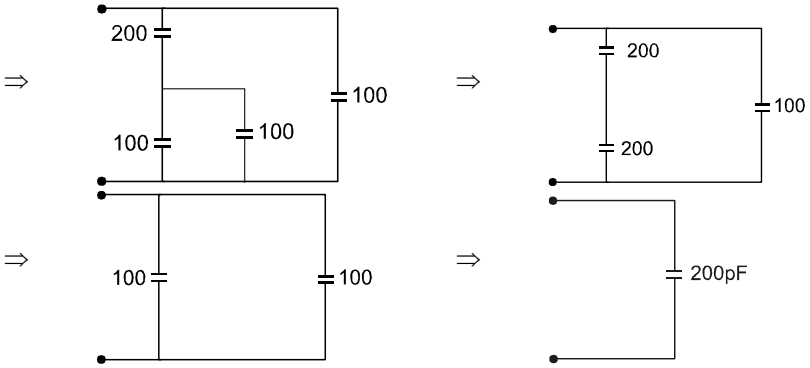


(A) 100 pF (B*) 200 pF (C) 300 pF (D) 400 pF

Sol.



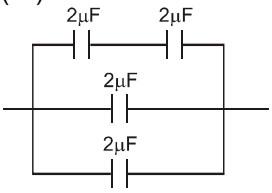
solving by parallel series combinations, समान्तर क्रम संयोजन से हल करने पर



C_{eq} = 200 pF Ans.

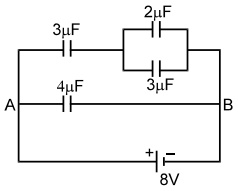
C-5. The minimum number of condensers each of capacitance of 2μF, in order to obtain resultant capacitance of 5μF will be :
2μF धारिता के संधारित्रों की न्यूनतम संख्या क्या होनी चाहिए कि इनके संयोजन की तुल्य धारिता 5μF हो जायें –
(A*) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 10

Sol.



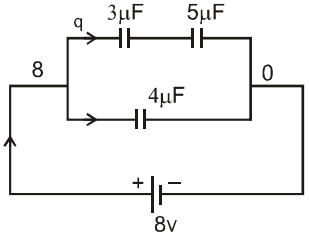
Minimum 4 capacitors required as shown in figure
चित्र में दर्शाये अनुसार न्यूनतम 4 संधारित्रों की आवश्यकता होगी

C-6.# The charge on the condenser of capacitance 2μF in the following circuit will be
प्रदर्शित चित्र में 2μF धारिता के संधारित्र पर आवेश होगा –



(A) 4.5 μC (B*) 6.0 μC (C) 7 μC (D) 30 μC

Sol.



$C_{eq} = \frac{15}{8} + 4 = \frac{47}{8}\mu F$

$\frac{q}{3}+\frac{q}{5} = 8 \quad \Rightarrow \quad q = 15\mu C$

Charge on 2μF (2μF पर आवेश)

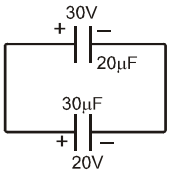
$\frac{q_1}{2} = \frac{15-q_1}{3} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{30}{5} = 6.0\mu C$ **Ans.**

C-7. Two parallel plate condensers of capacity of 20μF and 30μF are charged to the potentials of 30V and 20V respectively. If likely charged plates are connected together then the common potential difference will be-

20 μF व 30μF धारिता के दो समान्तर पट्ट संधारित्र को क्रमशः 30 V व 20 V तक आवेशित करते है। यदि समान प्रकृत्ति की आवेशित प्लेटों को आपस में जोड़ दिया जाय तो संयुक्त विभवान्तर होगा –

(A) 100 V (B) 50 V (C*) 24 V (D) 10 V

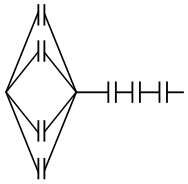
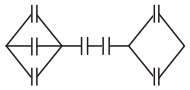
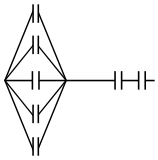
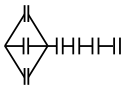
Sol.

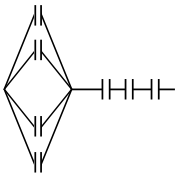


Common potential उभयनिष्ठ विभव $V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2} = \frac{600 + 600}{20 + 30} = 24\ V$

C-8. How the seven condensers, each of capacity 2μF, should be connected in order to obtain a resultant capacitance of $\frac{10}{11}\mu F$?

2μF धारिता के सात संधारित्रों को कैसे संयोजित करे की तुल्य धारिता $\frac{10}{11}\mu F$ हो जायें –

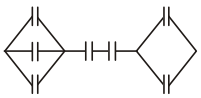
(A)  (B)  (C*)  (D) 

Sol. 

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

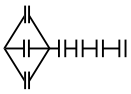
$$= \frac{1}{8} + \frac{3 \times 4}{2 \times 4}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{13}{8} \Rightarrow C_{eq.} = \frac{8}{13}\mu F$$



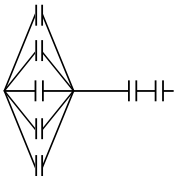
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{17}{12} \Rightarrow C_{eq.} = \frac{12}{17}$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times 4$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{13}{6} \Rightarrow C_{eq} = \frac{6}{13}\mu F$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{10}{11}\mu F$$

Section (D) : Equation of charging and discharging
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

D-1. A 3 mega ohm resistor and an uncharged 1 μF capacitor are connected in a single loop circuit with a constant source of 4 volt. At one second after the connection is made what are the rates at which;
एक 3 मेगा ओम का प्रतिरोध तथा 1μF का संधारित्र एक साथ एक 4V के स्त्रोत के साथ परिपथ में जुड़े है। संयोजन के एक सैकण्ड बाद निम्न की दर क्या होगी ?

(i) the charge on the capacitor is increasing.
संधारित्र पर आवेश के बढ़ने की

(A) $4(1-e^{-1/3})\,\mu$ C/s (B) $4e^{-1/3}\,\mu$ C/s

(C*) $\frac{4}{3}e^{-1/3}\,\mu$ C/s (D) $\frac{4}{3}(1-e^{-1/3})\,\mu$ C/s

(ii) energy is being stored in the capacitor.
संधारित्र में ऊर्जा के संचित होने की

(A*) $\frac{16}{3}(1-e^{-1/3})e^{-1/3}\,\mu$J/s (B) $\frac{16}{3}(1-e^{-2/3})\,\mu$J/s

(C) $\frac{16}{3}e^{-2/3}\,\mu$J/s (D) None of these इनमें से कोई नहीं

(iii) joule heat is appearing in the resistor.
प्रतिरोध में जूल ऊष्मा उत्पन्न होने की

(A) $\frac{16}{3}e^{-1/3}\mu$ J/s (B) $\frac{1}{2}e^{-1/3}\mu$ J/s

(C*) $\frac{16}{3}(e^{-2/3})\,\mu$ J/s (D) $\frac{16}{3}(1-e^{-1/3})^2\,\mu$ J/s

(iv) energy is being delivered by the source.
स्त्रोत द्वारा ऊर्जा प्रदान करने की

(A) $16\ (1-e^{-1/3})\,\mu$ J/s (B) 16μ J/s

(C*) $\frac{16}{3}e^{-1/3}\,\mu$ J/s (D) $\frac{16}{3}(1-e^{-1/3})\,\mu$ J/s

Sol. (i) **(C)** $q_0 = 4\mu C$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC}\,e^{-t/RC} = \frac{4\times10^{-6}}{1\times10^{-6}\times3\times10^{6}}e^{-1/3} = \frac{4}{3}e^{-1/3}\ \mu C/sec$$

(ii) **(A)** $U = \frac{q_0^2}{2C}\,(1-e^{-t/RC})^2$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{q_0^2}{RC^2}\,(1-e^{-t/RC})\,e^{-t/RC}$$

$$= \frac{(4\times10^{-6})^2}{3\times10^{6}\times(1\times10^{-6})^2}\,(1-e^{-1/3})\,e^{-1/3} = 16/3\,(1-e^{-1/3})\,e^{-1/3}\ \mu J/sec.$$

(iii) **(C)** $H = \int i^2R\,dt \Rightarrow \frac{dH}{dt} = i^2R$

$$\frac{dH}{dt} = i_0^2 R e^{-2t/RC} = \left(\frac{4}{3\times10^6}\right)^2 3 \times 10^6 e^{-2/3} = 16/3\, e^{-2/3}\ \mu J/s$$

(iv) **(C)** $U = qV \quad \Rightarrow \quad \frac{dU}{dt} = V\frac{dq_0}{dt}(1 - e^{-t/RC})$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{q_0 V}{RC} e^{-t/RC}$$

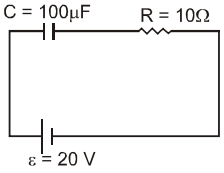
$$= \frac{4\times10^{-6}\times4}{3\times10^6\times1\times10^6} e^{-1/3} = \frac{16}{3} e^{-1/3}\ \mu J/sec.$$

D-2. An uncharged capacitor of capacitance 8.0 μF is connected to a battery of emf 6.0 V through a resistance of 24 Ω, then
8.0 μF धारिता के संधारित्र को 24 Ω प्रतिरोध के साथ 6.0 V बैटरी से जोड़ा जाता है तो
(i) the current in the circuit just after the connections are made is :
संयोजन के तुरन्त पश्चात् परिपथ में धारा होगी –
(A*) 0.25 A (B) 0.5 A (C) 0.4 A (D) 0 A
(ii) the current in the circuit at one time constant after the connections are made is :
संयोजन के एकांक समय नियतांक समय पश्चात् परिपथ में धारा है –
(A) 0.25 A (B*) 0.09 A (C) 0.4 A (D) 0 A

Sol. (i) (A) $i_0 = \frac{V}{R} = \frac{6}{24} = 0.25$ A
(ii) (B) $i = i_0 e^{-t/RC}$
$= 0.25\, e^{-1}$
$= \frac{0.25}{e} = 0.09$ A.

D-3. An uncharged capacitor of capacitance 100μF is connected to a battery of emf 20V at t = 0 through a resistance 10Ω, then
100μF धारिता के संधारित्र को t = 0 पर 10Ω प्रतिरोध व 20V वि.वा.बल की बैटरी से जोड़ते है तो –
(i) the maximum rate at which energy is stored in the capacitor is :
संधारित्र में ऊर्जा संचयन की अधिकतम दर होगी –
(A*) 10J/s (B) 20 J/s (C) 40J/s (D) 5J/s
(ii) time at which the rate has this maximum value is
अधिकतम दर के संगत समय का मान होगा –
(A) (4 ln 2) ms (B) (2 ln 2) ms (C*) (ln 2) ms (D) (3 ln 2) ms

Sol.



Energy stored in capacitor संधारित्र में संग्रहीत ऊर्जा = $\frac{Q^2}{2C}$

Rate at which energy is stored वह दर जिससे ऊर्जा संग्रहीत है $= \frac{d}{dt}\left(\frac{Q^2}{2C}\right) = \frac{Q}{C}\cdot\frac{dQ}{dt} = \frac{Qi}{C}$

$Q = \varepsilon C\{1 - e^{-t/RC}\}$

$i = \frac{\varepsilon\ e^{-t/RC}}{R}$

Rate of energy storage ऊर्जा संचयन की दर $= \frac{\varepsilon^2}{R}\{1 - e^{-t/RC}\}\{e^{-t/RC}\} = \frac{\varepsilon^2}{R}\{e^{-t/RC} - e^{-2t/RC}\}$ ..... (1)

It will be maximum when, $e^{-t/RC} - e^{-2tRC}$ will be maximum let $y(t) = e^{-t/RC} - e^{-2t/RC}$

for maximum , $y'(t) = 0$

जब $e^{-t/RC} - e^{-2tRC}$ उच्चतम होता है, तब यह अधिकतम होगी। माना $y(t) = e^{-t/RC} - e^{-2t/RC}$

उच्चतम के लिये, $y'(t) = 0$

$$y'(t) = \frac{-e^{-t/RC}}{R\ C} + \frac{2\ e^{-2t/RC}}{R\ C}$$

$$e^{-t/RC} = \frac{1}{2}$$

Putting it back in eq. (1) इसे समीकरण (1) में रखने पर

(i) Maximum rate of energy storage ऊर्जा संचयन की अधिकतम दर

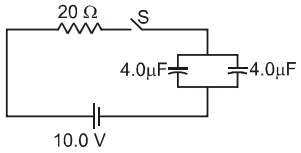
$$= \frac{\varepsilon^2}{R}\left\{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\} = \frac{\varepsilon^2}{4\ R} = \frac{(20)^2}{4\times 10} = 10 \text{ J/s}$$ **Ans. is (A)**

(ii) This will occur when, तब यह प्राप्त होगी $e^{-t/RC} = 1/2$

$$\frac{-t}{RC} = \ell n\ \frac{1}{2}$$

$t = RC\ \ell n\ 2 = 10 \times 100 \times 10^{-6} \times \ell n2 = (\ell n\ 2)$ ms **Ans. is (C)**

D-4.# The charge on each of the capacitors 0.16 ms after the switch S is closed in figure is :
निम्न परिपथ में कुंजी S को बंद करने के 0.16 ms समय पश्चात् प्रत्येक संधारित्र पर आवेश होगा –



(A) 24 μC (B) 26.8 μC (C*) 25.2 μC (D) 40 μC

Sol. $$q = \frac{q_1}{2} = \frac{8\times 10^{-6}\times 10}{2}\left(1 - e^{\frac{0.16\times 10^{-3}}{8\times 10^{-6}\times 20}}\right)$$

$q = 40(1 - e^{-1})\mu C = 40\ (1 - 0.37) = 25.2\mu C$ **Ans.**

D-5. The plates of a capacitor of capacitance 10 μF, charged to 60 μC, are joined together by a wire of resistance 10 Ω at t = 0, then
10 μF धारिता के संधारित्र की प्लेटों को 60 μC आवेश तक आवेशित करके t = 0 पर 10 Ω प्रतिरोध के तार से एक–दूसरे को जोड़ा जाता है तो

(i) the charge on the capacitor in the circuit at t = 0 is :
t = 0 पर परिपथ के संधारित्र पर आवेश होगा –

(A) 120 μC (B*) 60 μC (C) 30 μC (D) 44 μC

(ii) the charge on the capacitor in the circuit at t = 100 μs is :
t = 100 μs पर परिपथ के संधारित्र पर आवेश होगा :

(A) 120 μC (B) 60 μC (C*) 22 μC (D) 18 μC

(iii) the charge on the capacitor in the circuit at t = 1.0 ms is : (take $e^{10} = 20000$)
t = 1.0 ms पर परिपथ के संधारित्र पर आवेश होगा : ($e^{10} = 20000$)

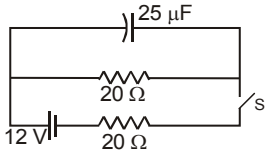
(A*) 0.003 μC (B) 60 μC (C) 44 μC (D) 18 μC

Sol. (i) **(B)** at t_0 पर ; $q = q_0 = 60\ \mu C$

(ii) **(C)** $q = q_0 e^{-t/RC} = 60 \times 10^{-6}\ e^{-100\times 10^{-6}/10\times 10^{-6}\times 10} = \frac{60}{e}\ \mu C = 22\ \mu C.$

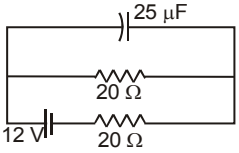
(iii) **(A)** $q = q_0 e^{-t/RC} = 60 \times 10^{-6}\ e^{-1\times 10^{-3}/10\times 10^{-6}\times 10} = \frac{60}{e^{10}}\ \mu C = 0.003\ \mu C.$

D-6.# The switch S shown in figure is kept closed for a long time and then opened at t = 0, then the current in the middle 20 Ω resistor at t = 0.25 ms is :
प्रदर्शित चित्र में कुंजी s लम्बे समय से बंद है और t = 0 पर खोली जाती है तो मध्य में स्थित 20Ω प्रतिरोध में t = 0.25 ms पर धारा होगी –



(A) 0.629 A (B) 0.489 A (C*) 0.189 A (D) 23 mA

Sol. (C)



Switch is kept closed for a long time,
कुंजी लम्बे समय तक बंद रखी जाती है।

Current through 20Ω resistor $i = \frac{12}{40}$

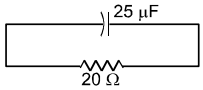
20Ω प्रतिरोध से धारा $i = \frac{12}{40}$

Charge on the capacitor at steady state,
स्थिर अवस्था पर संधारित्र पर आवेश

$q_0 = 25 \times \frac{12}{40} \times 20 = 150\ \mu C$

at t = 0 , switch is opened, $i = i_0 e^{-t/\tau}$
t = 0 पर, कुंजी खोलने पर $i = i_0 e^{-t/\tau}$

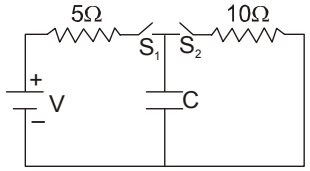
$\tau = RC = 20 \times 25 = 500\ \mu S$



Current धारा $i = \frac{q_0}{\tau} e^{-\frac{0.25 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-6}}}$

$i = \frac{150}{500} e^{-1/2} = 0.189\ A$

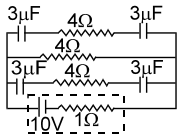
D-7.# In the adjoining diagram, (assuming the battery to be ideal) the condenser C will be charged to potential V if -
व्यवस्थित चित्र में (बैटरी आदर्श है) संधारित्र C, विभव V तक आवेशित हो जाएगा यदि –



(A) S_1 and S_2 both are open (B) S_1 and S_2 both are closed
(C*) S_1 is closed and S_2 is open (D) S_1 is open and S_2 is closed.
(A) S_1 तथा S_2 दोनों खुले है (B) S_1 तथा S_2 दोनों बंद है।
(C*) S_1 बंद तथा S_2 खुला है (D) S_1 खुला तथा S_2 बंद है।

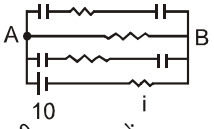
Sol. If S_1 is closed and S_2 is open then, condenser C is fully charged at potential V.
यदि S_1 बन्द है ओर S_2 खुला है तब, संधारित्र C विभव V तक पूर्ण आवेशित होगा।

D-8.# In the following figure, the charge on each condenser in the steady state will be–
प्रदर्शित चित्र में, साम्यास्थिति में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश होगा –



(A) 3μC (B) 6μC (C) 9μC (D*) 12μC

Sol. Charge on each capacitor will be same. In steady state current through capacitor will be zero
प्रत्येक संधारित्र पर आवेश समान है। स्थायी अवस्था में संधारित्र से पारित धारा शून्य होगी।



current in steady state स्थायी अवस्था में धारा = i = 10/5 = 2 amp

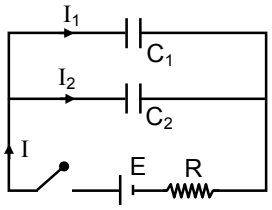
potential across AB पर विभव = iR = 2 × 4 = 8 V.

Potential across each capacitor = 4V

प्रत्येक संधारित्र के सापेक्ष विभवान्तर = 4V

on each plate प्रत्येक प्लेट पर $Q = CV = 3 \times 4 = 12\ \mu C$

D-9._ In the circuit shown below the switch is closed at t = 0. For $0 < t < R(C_1 + C_2)$, the current I_1 in the capacitor C_1 in terms of total current I is
नीचे दर्शाये गये परिपथ में t = 0 पर स्विच बन्द किया जाता है। $0 < t < R(C_1 + C_2)$ के लिए संधारित C_1 में धारा I_1 कुल धारा I के पदों में ज्ञात कीजिए।



(A) $\left(\frac{C_1}{C_2}\right)I$ (B) $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)I$ (C*) $\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)I$ (D) $\left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)I$

Sol. $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$

$\frac{I_1}{C_1} = \frac{I_2}{C_2}$ $C_1 = C_2$

$I = I_1 + I_2$ $I_1 = \frac{IC_1}{C_1 + C_2}$

Section (E) : Capacitor with dielectric
परावैद्युत के साथ संधारित्र

E-1. The distance between the plates of a parallel plate condenser is d. If a copper plate of same area but thickness d/2 is placed between the plates then the new capacitance will become :
समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों के बीच की दूरी d है। यदि समान क्षेत्रफल की ताँबे की d/2 मोटी पट्टिका को प्लेटों के बीच रख दिया जाय तो नई धारिता होगी –

(A) half (B*) double (C) one fourth (D) unchanged
(A) आधी (B*) दुगुनी (C) चौथाई (D) अपरिवर्तित

Sol. $C' = \frac{\in_0 A}{d/2} = \frac{2\in_0 A}{d} = 2C.$

E-2. On placing a dielectric slab between the plates of an isolated charged condenser its–
विलगित आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच परावैद्युत पट्टिका रखी जाती है –

	Capacitance	Charge	Potential Difference	Energy stored	Electric field
(A)	decreases	remains unchanged	decreases	increases	increases
(B)	increases	remains unchanged	increases	increases	decreases
(C*)	increases	remains unchanged	decreases	decreases	decreases
(D)	decreases	remains unchanged	decreases	increases	remains unchanged
	धारिता	**आवेश**	**विभवान्तर**	**संचित ऊर्जा**	**विद्युत क्षेत्र**
(A)	घटेगी	अपरिवर्तित	घटेगा	बढ़ेगी	बढ़ेगा
(B)	बढ़ेगी	अपरिवर्तित	बढ़ेगा	बढ़ेगी	घटेगा
(C*)	बढ़ेगी	अपरिवर्तित	घटेगा	घटेगी	घटेगा
(D)	घटेगी	अपरिवर्तित	घटेगा	बढ़ेगी	अपरिवर्तित

Sol. Q = constant अचर

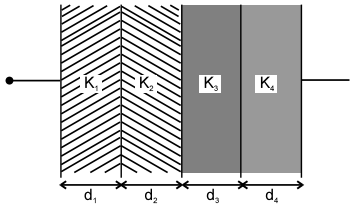
New capacitance नई धारिता = KC (increases बढेगाा)

$V' = \frac{V}{K}$ (decreases घटेगा)

$U' = \frac{Q^2}{2CK}$ (decreases घटेगा)

$E = \frac{Q}{A\in_0} \Rightarrow E' = \frac{Q}{KA\in_0}$ (decreases घटेगा)

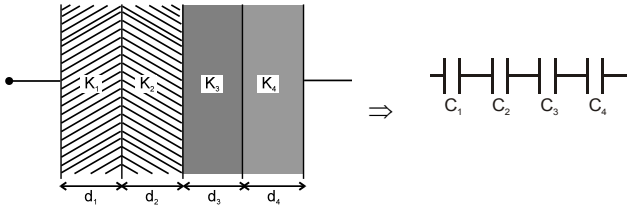
E-3.# The effective capacitance of the system in adjoining figure will be -
व्यवस्थित चित्र में निकाय की प्रभावी धारिता होगी –



(A*) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{\left[\frac{d_1}{K_1}+\frac{d_2}{K_2}+\frac{d_3}{K_3}+\frac{d_4}{K_4}\right]}$ (B) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{4d}$

(C) $C = \frac{4d}{\varepsilon_0 A}$ (D) $C = \frac{K_1K_2K_4K_3}{4d}$

Sol.



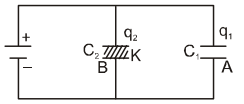
$C_1 = \frac{K_1\varepsilon_0 A}{d_1}, C_2 = \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d_2}, C_3 = \frac{K_3\varepsilon_0 A}{d_3}, C_4 = \frac{K_4\varepsilon_0 A}{d_4}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{d_1}{K_1\varepsilon_0 A} + \frac{d_2}{K_2\varepsilon_0 A} + \frac{d_3}{K_3\varepsilon_0 A} + \frac{d_4}{K_4\varepsilon_0 A}$$

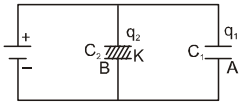
$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{\left[\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2} + \frac{d_3}{K_3} + \frac{d_4}{K_4}\right]}$$

E-4.# In the adjoining diagram two geometrically identical capacitors A and B are connected to a battery. Air is filled between the plates of C_1 and a dielectric is filled between the plates of C_2, then -



(A*) $q_1 < q_2$ (B) $q_1 > q_2$ (C) $q_1 = q_2$ (D) None of these

व्यवस्थित चित्र में दो ज्यामितिय रूप से समरूप संधारित्र A व B एक बैटरी से जुड़े है। C_1 की प्लेटों के मध्य हवा तथा C_2 की प्लेटों के मध्य परावैद्युत भरा है, तो –



(A*) $q_1 < q_2$ (B) $q_1 > q_2$ (C) $q_1 = q_2$ (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $V_{C_2} = V_{C_2} = V$

$C_1 = C$

$C_2 = KC$

$q_1 = C_1V_{C_1} = CV$

$q_2 = C_2 V_{C_2} = KCV$

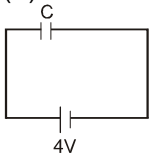
$q_1 < q_2$.

E-5. A parallel plate condenser is connected to a battery of e.m.f. 4 volt. If a plate of dielectric constant 8 is inserted into it, then the potential difference on the condenser will be-

समान्तर पट्ट संधारित्र 4 वोल्ट वि.वा.बल की बैटरी से जुड़ा है। यदि 8 परावैद्युतांक की प्लेट को इसके अन्दर रखा जाये तो संधारित्र पर विभवान्तर होगा –

(A) 1/2 V (B) 2V (C*) 4V (D) 32V

Sol.



Here, Potential difference on the capacitor will depend on emf of battery i.e., 4V (C)

यहाँ, संधारित्र पर विभवान्तर, बैटरी के वि.वा.बल, 4V पर निर्भर करता है (C)

E-6. In the above problem if the battery is disconnected before inserting the dielectric, then potential difference will be-

उपरोक्त प्रश्न में यदि परावैद्युत प्लेट को रखने से पहले बैटरी हटा ली जाय तो विभवान्तर होगा –

(A*) 1/2 V (B) 2V (C) 4V (D) 32V

Sol. Charge on battery = Q = CV = 4 C

Now charge remains same, as battery is disconnected new capacitance = C′ = KC = 8C

बैटरी पर आवेश = Q = CV = 4 C

अब जैसे ही बैटरी की हटाया जाता है, आवेश समान रहता है और नयी धारिता = C′ = KC = 8C

$C'V' = Q \qquad V' = \frac{Q}{C'} = \frac{4C}{8C} = \frac{1}{2}$ V (A)

E-7. A parallel plate condenser with plate separation d is charged with the help of a battery so that U_0 energy is stored in the system. A plate of dielectric constant K and thickness d is placed between the plates of condenser while battery remains connected. The new energy of the system will be-
प्लेटों के बीच d दूरी वाला समान्तर पट्ट संधारित्र बैटरी की सहायता से इस प्रकार आवेशित किया जाता है, कि निकाय में संग्रहित ऊर्जा U_0 है। K परावैद्युतांक व d मोटाई की पट्टिका संधारित्र की प्लेटों के बीच रखी जाती है। जबकि बैटरी अभी भी जुड़ी है तो निकाय की नई ऊर्जा होगी –

(A*) KU_0 (B) K^2U_0 (C) $\frac{U_0}{K}$ (D) $\frac{U_0}{K^2}$

Sol. $U_0 = \frac{1}{2}CV^2$ (given दिया है) Now energy अब ऊर्जा $= U' = \frac{1}{2}C'V^2$

$C' = CK$

$U' = \frac{1}{2}CV^2K = U_oK$ **Ans. is (A)**

E-8. In the above problem if the battery is disconnected before placing the plate, then new energy will be–
उपरोक्त प्रश्न में यदि पट्टिका रखने के पहले बैटरी हटा दी जाय तो नई ऊर्जा होगी –

(A) K^2U_0 (B) $\frac{U_0}{K^2}$ (C*) $\frac{U_0}{K}$ (D) KU_0

Sol. Now, charge remains same on the plates. क्योंकि, प्लेटों पर आवेश समान रहता है -

$U_0 = \frac{Q^2}{2C}$ (given) (दिया है)

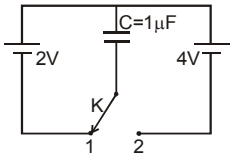
Now energy अतः ऊर्जा $= U' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{Q^2}{2CK} = \frac{U_o}{K}$ **(C) Ans**

PART - III : MATCH THE COLUMN

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

Section (A) : Circuits with capacitor and use of KCL and KVL
खण्ड (A) : संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

1.# The circuit involves two ideal cells connected to a 1 μF capacitor via a key K. Initially the key K is in position 1 and the capacitor is charged fully by 2V cell. The key is then pushed to position 2. Column I gives physical quantities involving the circuit after the key is pushed from position 1. Column II gives corresponding results. Match the statements in Column I with the corresponding values in Column II.
परिपथ में दो आदर्श सैल हैं जो कुंजी K द्वारा 1 μF संधारित्र से जोड़े जा सकते है। प्रारम्भ में कुंजी K स्थिति 1 में है और संधारित्र 2V सेल द्वारा पूर्णतया आवेशित हो जाता है। अब कुंजी को स्थिति 2 पर धकेला जाता है। स्तम्भ I में कुंजी को स्थिति 1 से धकेलने के बाद परिपथ से सम्बन्धित भौतिक राशिया है। स्तम्भ II में उसके संगत परिणाम दिये गये हैं। स्तम्भ I में कथनों को स्तम्भ II में दिये गये संगत मानों से सुमेलित कीजिए।



Column I **स्तम्भ I**	**Column II** **स्तम्भ II**
(A) The net charge crossing the 4 volt cell in μC is	(p) 2
(B) The magnitude of work done by 4 Volt cell in μJ is	(q) 6
(C) The gain in potential energy of capacitor in μJ is	(r) 8
(D) The net heat produced in circuit in μJ is	(s) 16

(A) 4 V बैटरी से होकर जाने वाला कुल आवेश μC में है। (p) 2
(B) 4 V बैटरी द्वारा किये गये कार्य का परिमाण μJ में है। (q) 6
(C) संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि μJ में है। (r) 8
(D) परिपथ में उत्पन्न कुल ऊष्मा μJ में है। (s) 16

Ans. (A) p (B) r (C) q (D) p

Sol. The initial charge on capacitor = $CV_i = 2 \times 1\ \mu C = 2\ \mu C$
The final charge on capacitor = $CV_f = 4 \times 1\ \mu C = 4\ \mu C$
$\therefore$ Net charge crossing the cell of emf 4V is
$q_f - q_i = 4 - 2 = 2\ \mu C$
The magnitude of work done by cell of emf 4V is
$W = (q_f - q_i)\ 4 = 8\ \mu J$
The gain in potential energy of capacitor is

$$\Delta U = \frac{1}{2}C(V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2}\ 1 \times [4^2 - 2^2]\ \mu J = 6\ \mu J$$

Net heat produced in circuit is

$$\Delta H = \frac{1}{2}C(V_f^2 - V_i^2)\ W - \Delta U = 8 - 6 = 2\ \mu J$$

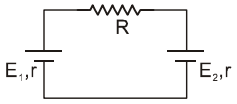
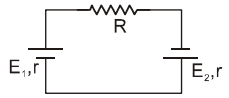
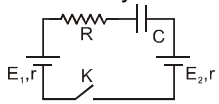
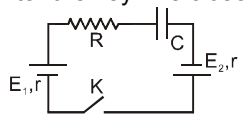
संधारित्र पर प्रारम्भिक आवेश = $CV_i = 2 \times 1\ \mu C = 2\ \mu C$
संधारित्र पर अंतिम आवेश = $CV_f = 4 \times 1\ \mu C = 4\ \mu C$
$\therefore$ 4V की बैटरी से गुजरने वाला आवेश
$q_f - q_i = 4 - 2 = 2\ \mu C$
4V वि.वा. बल की बैटरी द्वारा किये गये कार्य का परिमाण
$W = (q_f - q_i)\ 4 = 8\ \mu J$
संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

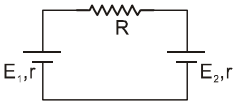
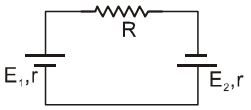
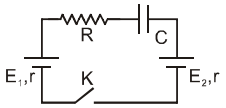
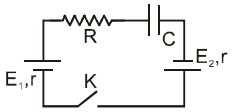
$$\Delta U = \frac{1}{2}C(V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2}1 \times [4^2 - 2^2]\ \mu J = 6\ \mu J$$

परिपथ में उत्पन्न नैट ऊष्मा
$\Delta H = W - \Delta U = 8 - 6 = 2\ \mu J$

SECTION (D) : EQUATION OF CHARGING AND DISCHARGING
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

2. In each situation of column-I, a circuit involving two non-ideal cells of unequal emf E_1 and E_2 ($E_1 > E_2$) and equal internal resistance r are given. A resistor of resistance R is connected in all four situations and a capacitor of capacitance C is connected in last two situations as shown. Assume battery can supply infinity charge to the circuit ($r, R \neq 0, E_1, E_2 \neq 0$). Four statements are given in column-II. Match the situation of column-I with statements in column-II.
स्तम्भ-I की प्रत्येक स्थिति में, असमान वि.वा.बल E_1 तथा E_2 ($E_1 > E_2$) और समान आन्तरिक प्रतिरोध r के दो अनादर्श (non ideal) सेलों का एक परिपथ दिया गया है। R प्रतिरोध सभी चार स्थितियों में जुड़ा हुआ है तथा C धारिता का एक संधारित्र चित्रानुसार दो अन्तिम स्थितियों में जुड़ा हुआ है। यह मानिए कि बैटरी परिपथ को अनन्त आवेश प्रदान कर सकती है ($r, R \neq 0, E_1, E_2 \neq 0$)। स्तम्भ-II में चार कथन दिये गये है। स्तम्भ-I की स्थितियो को स्तम्भ-II में दिये गये कथानों से सुमेलित कीजिये।

Column- I	Column -II
(A) 	(p) magnitude of potential difference across both cells can never be same.
(B) 	(q) cell of lower emf absorbs energy, that is, it gets charged up as long as current flows in circuit
(C) The capacitor is initially uncharged. After the key K is closed 	(r) potential difference across cell of lower emf may be zero.
(D) The capacitor is initially uncharged. After the key K is closed. 	(s) current in the circuit can never be zero (even after steady state is reached).

स्तम्भ-I	स्तम्भ-II
(A) 	(p) दोनों सेलों के सिरों पर विभवान्तर का परिमाण कभी भी समान नही हो सकता।
(B) 	(q) निम्न (lower) वि.वा. बल का सेल ऊर्जा अवशोषित करता है। अर्थात इसका आवेशन (charge up) तब तक होगा जब तक परिपथ में धारा बहती रहती है।
(C) संधारित्र प्रारम्भ में अनावेशित है। कुंजी K को बन्द करने के बाद 	(r) निम्न (lower) वि.वा. बल के सेल के सिरों पर विभवान्तर शून्य हो सकता है।
(D) संधारित्र प्रारम्भ में अनावेशित है। कुंजी K को बन्द करने के बाद 	(s) स्थाई अवस्था पहुँचने के उपरान्त भी परिपथ में धारा कभी शून्य नही हो सकती है।

Ans. (A) p,q,s (B) p,r,s (C) p,q (D) p,r

Sol. (A) For potential difference across each cell to be same

$E_1 - ir = E_2 + ir$ or $i = \frac{E_1 - E_2}{2r}\left(< \frac{E_1 - E_2}{2\ \ r + R}\right)$

Hence potential difference across both cells cannot be same.
Cell of lower emf charges up.
For potential difference across cell of lower emf to be zero
$E_2 + ir = 0$ which is not possible.

Current in the circuit cannot be zero $\because E_1 \neq E_2$.

(B) For potential difference across each cell to be same

$E_1 - ir = E_2 - ir$ which is not possible

No cell charges up.

For potential difference across cell of lower emf to be zero

$E_2 - ir = 0$ and $E_1 - i(r + R) = 0$

or $\frac{E_1}{r+R} = \frac{E_2}{r}$ which is possible. $\because E_1 > E_2$.

Current in the circuit cannot be zero.

(C) Situation is same as in (A) except current decreases from $\frac{E_1 - E_2}{2r + R}$ to zero.

Hence the only option that shall changes is 'current shall finally be zero.'

(D) Situation is same as in (B) except current decreases from $\frac{E_1 + E_2}{2r + R}$ to zero.

Hence the only option that shall changes is 'current shall finally be zero.'

हलः **(Tough)** (A) दोनों सेलों के सिरों पर विभवान्तर समान होने के लिए –

$E_1 - ir = E_2 + ir$ or $i = \frac{E_1 - E_2}{2r} \left(< \frac{E_1 - E_2}{2\ r + R} \right)$

इसलिये दोनों सेलों के सिरों पर विभवान्तर समान नही हो सकता है।

निम्न (lower) वि.वा. बल का सेल आवेशित हो जाता है।

निम्न (lower) वि.वा. बल के सिरों पर विभवान्तर शून्य होने के लिए

$E_2 + ir = 0$ जो कि सम्भव नही है।

परिपथ में धारा शून्य नही हो सकती है। $\because E_1 \neq E_2$.

(B) प्रत्येक सेल के सिरों पर विभवान्तर समान होने के लिए

$E_1 - ir = E_2 - ir$ जो कि सम्भव नही है।

कोई भी सेल आवेशित नही होता है।

निम्न (lower) वि.वा. बल के सेल के सिरों पर विभवान्तर शून्य होने के लिए

$E_2 - ir = 0$ तथा $E_1 - i(r + R) = 0$

या $\frac{E_1}{r+R} = \frac{E_2}{r}$ जो सम्भव है $\because E_1 > E_2$.

परिपथ में धारा शून्य नही हो सकती है।

(C) स्थिति, (A) के समान है सिवाय इसके कि धारा $\frac{E_1 - E_2}{2r + R}$ से शून्य तक घटती है।

इसलिये केवल एक विकल्प जो कि परिवर्तन करेगा 'धारा अन्त में शून्य हो जायेगी' है।

(D) स्थिति, (B) के समान है सिवाय इसके कि धारा $\frac{E_1 + E_2}{2r + R}$ से शून्य तक घटती है। इसलिये केवल एक विकल्प जो कि परिवर्तन करेगा 'धारा अन्त में शून्य हो जायेगी, है।

Exercise-2

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Definition of capacitance
खण्ड (A) : धारिता की परिभाषा

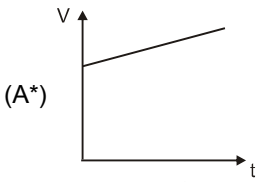
1. The plates of a parallel plate condenser are being moved away with a constant speed v. If the plate separation at any instant of time is d then the rate of change of capacitance with time is proportional to–

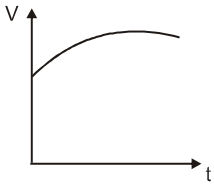
समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों को नियत चाल v से दूर–दूर ले जाया जाता है। यदि किसी क्षण प्लेटों के बीच की दूरी d हैं तो समय के साथ धारिता में परिवर्तन की दर होगी।

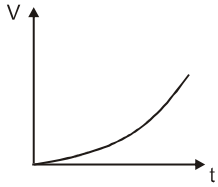
(A) $\frac{1}{d}$ (B*) $\frac{1}{d^2}$ (C) d^2 (D) d

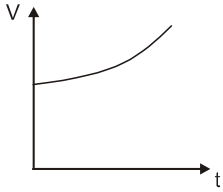
Sol. $x = Vt \Rightarrow d \propto t$ $C = \frac{\epsilon_0 A}{Vt}$ $\frac{dc}{dt} = -\frac{\epsilon_0 A}{V}\frac{1}{t^2}$ $\frac{dc}{dt} \propto \frac{1}{d^2}$ **Ans**

2. Choose Graph between potential and time for an isolated conductor of finite capacitance C, if its charge varies according to the formula $Q = (\alpha t + Q_0)$ coulomb, where Q_0 and α are positive constant.
परिमित धारिता C के विलगित चालक के विभव व समय के मध्य ग्राफ चुनिये, यदि इसका आवेश सूत्र $Q = (\alpha t + Q_0)$ कूलॉम के अनुसार परिवर्तित होता है। जहां Q_0 व α धनात्मक नियतांक है।

(A*) 

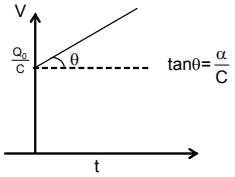
(B) 

(C) 

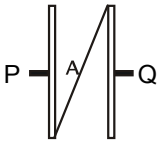
(D) 

Sol. Given दिया गया है $Q = (\alpha t + Q_0)$

$V = \frac{Q}{C} = \frac{\alpha t + Q_0}{C} = \frac{\alpha t}{C} + \frac{Q_0}{C}$

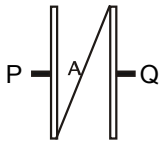


3.# A parallel plate capacitor of capacitance C is as shown. A thin metal plate A is placed between the plates of the given capacitor in such a way that its edges touch the two plates as shown. The capacity a cross P and Q now becomes.



(A) 0 (B) 3C (C) 4C (D*) ∞

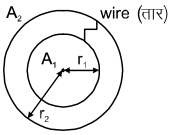
दर्शाये अनुसार एक C धारिता के समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों के बीच के एक पतली धातु की प्लेट A को इस प्रकार रखा जाता है कि इसके किनारे दोनो प्लेटों को स्पर्श करते है। अब नई धारिता हो जायेगी



(A) 0 (B) 3C (C) 4C (D*) ∞

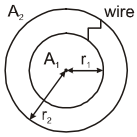
Sol. Theoritical capacitance = ∞, because d become zero
सैद्धान्तिक धारिता = ∞, क्योकि d शून्य हो जाएगी।

4.# Two spherical conductors A_1 and A_2 of radii r_1 and r_2 are placed concentrically in air. The two are connected by a copper wire as shown in figure. Then the equivalent capacitance of the system is:
(दो गोलीय संकेन्द्रीय चालक गोले A_1 तथा A_2 (त्रिज्या r_1 और r_2) को हवा में रखा गया है। दोनों को एक तांबें के तार से चित्रानुसार जोड़ा गया। तो निकाय की तुल्य धारिता होगी)



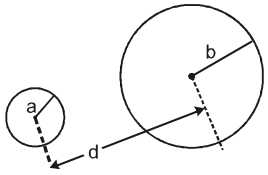
(A) $\frac{4\pi \in_0 k\ r_1 r_2}{r_2 - r_1}$ (B) $4\pi \in_0 (r_1 + r_2)$ (C*) $4\pi \in_0 r_2$ (D) $4\pi \in_0 r_1$

Sol.



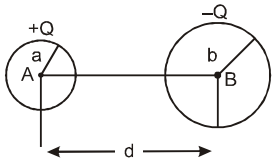
All given charge of A_1 goes to A_2
A_1 को दिया गया सभी आवेश A_2 पर चला जायेगा।
Therefore इसलिए $C = 4\pi \in_0 r_2$

5.#_ There are two conducting spheres of radius a and b (b > a) carrying equal and opposite charges. They are placed at a separation d (>>> a and b). The capacitance of system is
त्रिज्या a तथा b (b > a) के दो चालक गोलों पर समान परिमाण व विपरीत प्रकृति के आवेश है। वे d (>>> a व b) दूरी पर रखे हैं। निकाय की धारिता है।



(A) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{a-b-d}$ (B) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{d}}$ (C) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{d}}$ (D*) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}}$

Sol.



$$V_B = \frac{KQ}{d} - \frac{KQ}{b}$$

$$V_A = \frac{KQ}{a} - \frac{KQ}{d}$$

$$V_A - V_B = KQ\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}\right]$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}\right]$$

or $$\frac{Q}{V_A - V_B} = C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{d}\right)}$$

SECTION (B) : Circuits with capacitor and use of KCL and KVL
खण्ड (B) : संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

6. A capacitor of capacitance C_0 is charged to a voltage V_0 and then isolated. An uncharged capacitor C is then charged from C_0, discharged and charged again ; the process is repeated n times. Due to this, potential of the C_0 is decreased to V, then value of C is :
(एक C_0 धारिता का संधारित्र, V_0 वोल्टेज तक आवेशित करने के बाद बैटरी से विलगित कर लिया जाता है। एक दूसरा C धारिता का अनावेशित संधारित्र, C_0 संधारित्र से आवेशित किया जाता है फिर निरावेशित करके पुनः आवेशित किया जाता है। आवेशन तथा निरावेशन की क्रिया को n बार दोहराया जाता है जिसके कारण C_0 का विभव गिरकर V हो जाता है। तो C का मान होगा)

(A) $C_0 [V_0/V]^{1/n}$ (B*) $C_0[(V_0/V)^{1/n} - 1]$ (C) $C_0 [(V_0/V) - 1]$ (D) $C_0 [(V/V_0)^n + 1]$

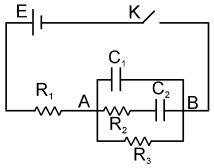
Sol. Charge on C_0 पर आवेश, $Q_1 = C_0V_0$,
Initial charge on C_1 पर प्राम्भिक आवेश, $Q_2 = 0$

Common potential उभ्यनिष्ठ विभव $V_1 = \frac{Q_1+Q_2}{C_1+C_2} = \frac{C_0V_0}{C+C_0} \Rightarrow Q_1 = C_0V_1 = \frac{C_0^2}{C+C_0}V_0$

Similarly इसी प्रकार $V_2 = \frac{C_0V_1}{C+C_0} = \left(\frac{C_0}{C+C_0}\right)^2 V_0 \Rightarrow Q_2 = C_0V_2 = \frac{C_0^3}{(C+C_0)^2}V_0$

for n times n गुना के लिए $V_n = \left(\frac{C_0}{C+C_0}\right)^n V_0 = V \quad \Rightarrow \quad C = \left[\left(\frac{V_0}{V}\right)^{1/n} - 1\right] C_0$ **Ans**

7.# A network of uncharged capacitors and resistances is as shown
चित्र में अनावेशित संधारित्रो व प्रतिरोधो का संयोजन दिखाया गया है।

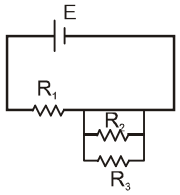


Current through the battery immediately after key K is closed and after a long time interval is :
कुंजी K को बंद करने के तुरन्त पश्चात् एवं अत्यधिक समयान्तराल के बाद परिपथ में धारा होगी।

(A*) $\frac{E}{R_1}, \frac{E}{R_1+R_3}$ (B) $\frac{E}{R_1+R_3}, \frac{E}{R_1+\frac{R_2\ R_3}{R_2+R_3}}$

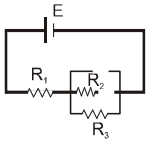
(C) Zero शून्य , $\frac{E}{R_1}$ (D) $\frac{E}{R_1+\frac{R_2\ R_3}{R_2+R_3}}, \frac{E}{R_1}$

Sol. Immediately after the key is closed, capacitor behave like a conducting wire, therefore.
कुंजी के बन्द करने के ठीक बाद संधारित्र चालक तार की तरह व्यवहार करता है अतः



$i = \frac{E}{R_1}$ **Ans**

After a long time interval, capacitor behave like a open circuit. Therefore.
लम्बे समय अन्तराल के बाद, संधारित्र खुले परिपथ की तरह व्यवहार करता है अतः



$i = \frac{E}{R_1 + R_3}$ **Ans**

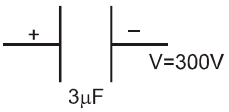
8. (i) A 3μF capacitor is charged up to 300 volt and 2μF is charged up to 200 volt. The capacitor are connected so that the plates of same polarity are connected together. The final potential difference between the plates of the capacitor after they are connected is :
एक 3μF धारिता के संधारित्र को 300 वोल्ट तक तथा 2μF धारिता के संधारित्र को 200 वोल्ट तक आवेशित किया जाता है। इन संधारित्रों को इस प्रकार जोड़ा जाता है कि उनकी समान ध्रुवित प्लेटे एक दूसरे से जुड़ी रहे। तो उनके संयोजन के पश्चात् संधारित्र के सिरो पर विभवान्तर होगा ?

(A) 220 V (B) 160 V (C) 280 V (D*) 260 V

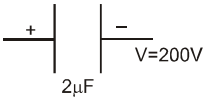
(ii) If instead of this, the plates of opposite polarity were joined together, then amount of charge that flows is :
(यदि इसके स्थान पर विपरीत ध्रुवता वाली पट्टिकाओं को आपस में जोड़ दिया जाय तो प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा होगी ?)

(A*) 6×10^{-4} C (B) 1.5×10^{-4} C (C) 3×10^{-4} C (D) 7.5×10^{-4} C

Sol.

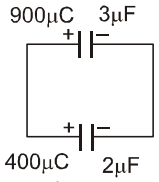


$Q_1 = C_1V_1 = 900\mu C$



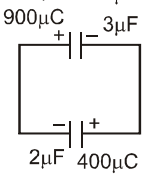
$Q_2 = C_2V_2 = 400\mu C$

(i) (D)



$V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{900 + 400}{3 + 2} = 260V$

(i) (A)

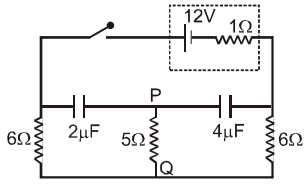


$V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{900 - 400}{3 + 2} = 100V$

Charge on 3μF पर आवेश = $C_1V = 300\mu C$

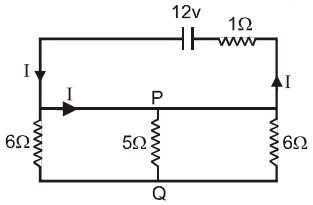
amount of charge flow is प्रवाहित आवेश की मात्रा = $900\mu C - 300\mu C = 600\mu C = 6 \times 10^{-4}$ C

9.#_ In the circuit shown in figure the capacitors are initially uncharged. The current through resistor PQ just after closing the switch is :
दर्शाये गये परिपथ में प्रारम्भिक अवस्था में संधारित्र अनावेशित है। कुंजी को बन्द करने के तुरन्त बाद प्रतिरोध PQ से प्रवाहित धारा का मान है :



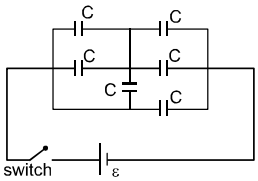
(A) 2A from P to Q (B) 2A from Q to P (C) 6A from P to Q (D*) zero
(A) 2A, P से Q (B) 2A, Q से P (C) 6A, P से Q (D*) शून्य

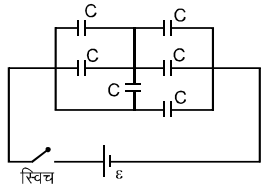
Sol. Just after switch closing कुंजी को बन्द करने के तुरन्त बाद



current through resistor PQ is zero just after closing the switch.
कुंजी को बन्द के तुरन्त बाद PQ प्रतिरोध में धारा शून्य है।

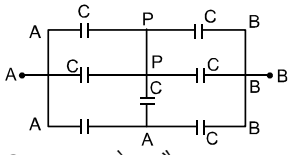
10.#_ Six capacitors each of capacitance 'C' is connected as shown in the figure and initially all the capacitors are uncharged. Now a battery of emf = ε is connected. How much charge will flow through the battery if the switch is on :
'C' धारिता के छः संधारित्र चित्रानुसार जुडे है तथा प्रारम्भ में सभी संधारित्र अनावेशित है। अब ε विद्युत वाहक बल की बैटरी जोडी जाती है। बैट्री से कितना आवेश प्रवाहित होगा यदि स्विच चालू है।

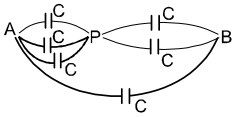




(A) $\frac{9C\varepsilon}{5}$ (B*) $\frac{11\,C\varepsilon}{5}$ (C) $\frac{13\,C\varepsilon}{5}$ (D) $\frac{7\,C\varepsilon}{5}$

Sol.





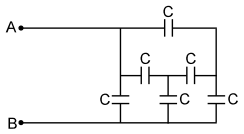
Get प्राप्त होता है

$C_{eq} = \frac{11c}{5}$

प्रवाहित आवेश Charge flow = $C_{eq}\,\varepsilon = \frac{11\,c\varepsilon}{5}$.

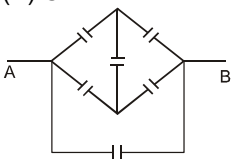
Section (C) : Combination of capacitors and
खण्ड (C) : संधारित्रों का संयोजन

11.# The equivalent capacitance between point A and B is
(A और B बिन्दुओं के बीच तुल्य धारिता होगी।

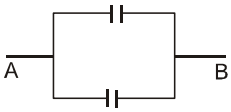


(A) C/4 (B) C/2 (C) C (D*) 2C

Sol.

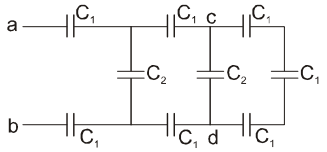


≡



$C_{eq} = 2C$

12.# In the arrangement of the capacitors shown in the figure, each C_1 capacitor has capacitance of $3\mu F$ and each C_2 capacitor has capacitance of $2\mu F$ then,
(चित्र में दिखाये गये संधारित्रों के समूह में प्रत्येक संधारित्र C_1 का मान $3\mu F$ तथा प्रत्येक संधारित्र C_2 का मान $2\mu F$ है तो)



(i) Equivalent capacitance of the network between the points a and b is :
(a तथा b के मध्य परिपथ की तुल्य धारिता होगी)

(A*) $1\mu F$ (B)$2\mu F$ (C) $4\mu F$ (D) $\frac{3}{2}\ \mu F$

(ii) If $V_{ab} = 900$ V, the charge on each capacitor nearest to the points 'a' and 'b' is :
(अगर $V_{ab} = 900$ V, है तो 'a' तथा 'b' बिन्दुओं के सबसे नजदीकी संधारित्र पर आवेश होगा।)

(A) $300\ \mu C$ (B) $600\ \mu C$ (C) $450\ \mu C$ (D*) $900\ \mu C$

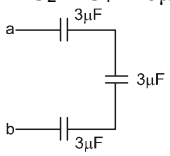
(iii) If $V_{ab} = 900$ V, then potential difference across points c and d is :
(अगर $V_{ab} = 900$ V है तो c तथा d बिन्दुओ के मध्य विभवान्तर होगा।)

(A) 60 V (B*) 100 V (C) 120 V (D) 200 V

Sol. (i) $\frac{1}{C_1'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ $\Rightarrow$ $C_1' = 1\mu F$

$C_2' = C_2 + C_1' = 3\mu F$ $\Rightarrow$ $C_{eq} = 1\mu F$ **Ans**

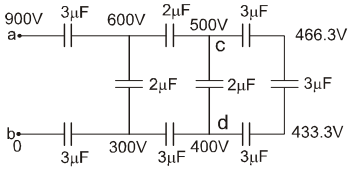
(ii)



$C_{eq} = 1\mu F$ $Q = C_{eq} V = 900\mu F$

charge on nearest capacitor नजदीकी संधारित्र पर आवेश $= 900\mu F$ **Ans**

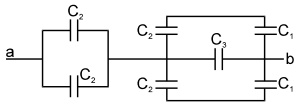
(iii) from point potential method बिन्दु विभव तकनिक से



$V_c - V_d = 100V$ **Ans**

13.# A combination arrangement of the capacitors is shown in the figure
(चित्र में संधारित्रों का समायोजन दिखाया गया है।)

(i) $C_1 = 3\ \mu F$, $C_2 = 6\ \mu F$ and $C_3 = 2\ \mu F$ then equivalent capacitance between 'a' and 'b' is :
($C_1 = 3\ \mu F$, $C_2 = 6\ \mu F$ तथा $C_3 = 2\ \mu F$ हैं तो a तथा b बिन्दुओं के बीच तुल्य धारिता होगी –

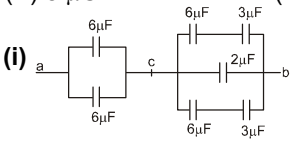


(A*) 4 μF (B) 6 μF (C) 1 μF (D) 2 μF

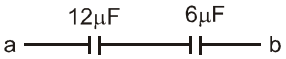
(ii) If a potential difference of 48 V is applied across points a and b, then charge on the capacitor C_3 at steady state condition will be :
अगर a तथा b बिन्दुओ के मध्य 48 V विभवान्तर लगाया जाए तो स्थाई अवस्था में संधारित्र C_3 पर आवेश होगा :

(A) 8 μC (B) 16 μC (C) 32 μC (D*) 64 μC

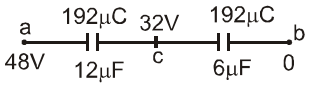
Sol. **(i)**



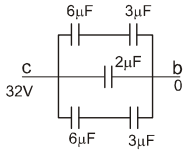
$C_{ac} = 6 + 6 = 12\mu F$ $C_{cb} = 2\left(\frac{6.3}{6+3}\right) + 2 = 6\mu F$



$C_{eq} = \frac{12 \times 6}{12+6} = 4\mu F$ **Ans**

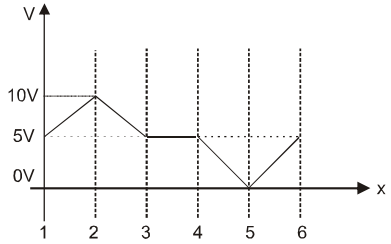


(ii)



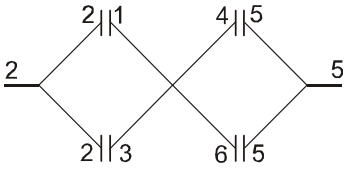
Charge on 2μF capacitor ⇒ Q = CV Q = 2 × 32 = 64μC **Ans**
2μF संधारित्र पर आवेश

14.#_ The V versus x plot for six identical metal plates of cross-sectional area A is as shown. The equivalent capacitance between 2 and 5 is (Adjacent plates are placed at a separation d) :
V और x के मध्य का ग्राफ में A अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की छः समरूप धात्विक प्लेटों के लिए चित्र में दर्शाया गया है। 2 और 5 के मध्य की तुल्य धारिता है (संयुग्मी प्लेटों के मध्य दूरी d है) :



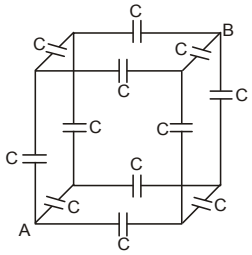
(A) $\frac{2\epsilon_0 A}{d}$ (B*) $\frac{\epsilon_0 A}{d}$ (C) $\frac{3\epsilon_0 A}{d}$ (D) $\frac{\epsilon_0 A}{2d}$

Sol.



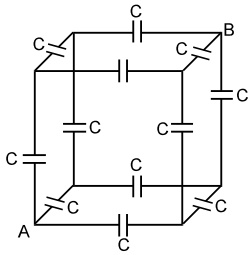
$C_{eq.} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ **Ans.**

15.# Each edge of the cube contains a capacitance C. The equivalent capacitance between the points A and B will be –



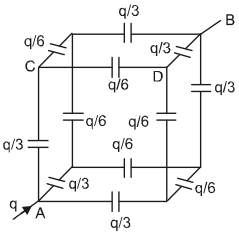
(A*) $\frac{6C}{5}$ (B) $\frac{5C}{6}$ (C) $\frac{12C}{7}$ (D) $\frac{7C}{12}$

घन की प्रत्येक भुजा में C संधारित्र स्थित है, तो बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य धारिता होगी –



(A*) $\frac{6C}{5}$ (B) $\frac{5C}{6}$ (C) $\frac{12C}{7}$ (D) $\frac{7C}{12}$

Sol.

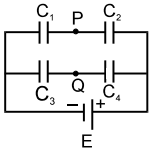


Due to symmetric charge distribution as shown
सममीति के कारण आवेश वितरण दर्शाये अनुसार है।

for loop ACDB लूप ACDB के लिए

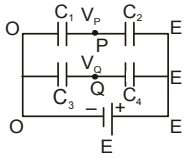
$$V_A - \frac{q}{3C} - \frac{q}{6C} - \frac{q}{3C} = V_B \quad \Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{5q}{6C} \quad \Rightarrow V_A - V_B = \frac{q}{C_{eq}} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = \frac{6C}{5}$$ **Ans**

16.# The potential difference between the points P and Q in the adjoining circuit will be-
व्यवस्थित चित्र में बिन्दुओं P व Q के बीच विभवान्तर होगा –



(A) $\frac{(C_1C_4 - C_2C_3)\ E}{(C_1 + C_3)\ (C_2 + C_4)}$ (B) $\frac{C_2C_3\ \ E}{C_1C_2\ \ (C_3 + C_4)}$ (C*) $\frac{(C_2C_3 - C_1C_4)\ E}{(C_1 + C_2)\ (C_3 + C_4)}$ (D) $\frac{(C_2C_3 - C_1C_4)\ E}{(C_1 + C_2 + C_3 + C_4)}$

Sol.



C_1 and C_2 are in series, charge on each will remain same.

C_1 तथा C_2 श्रेणी क्रम में है अतः प्रत्येक संधारित्र पर आवेश एक समान रहेगा।

$(V_P - 0) \cdot C_1 = (E - V_P) C_2$

$$V_P = \frac{C_2E}{C_1 + C_2}$$

C_3 & C_4 are in series, charge on each will remain same,

C_3 तथा C_4 श्रेणी क्रम में है अतः प्रत्येक संधारित्र पर आवेश एक समान रहेगा।

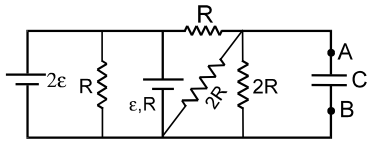
$(V_Q - 0) \cdot C_3 = (E - V_Q) \cdot C_4$

$$V_Q = \frac{C_4E}{(C_3 + C_4)}$$

Hence इसलिए $V_P - V_Q = \frac{(C_2C_3 - C_1C_4)\ E}{(C_1 + C_2)\ (C_3 + C_4)}$

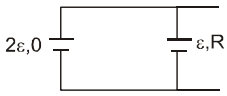
SECTION (D) : EQUATION OF CHARGING AND DISCHARGING
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

17.# The time constant of the circuit shown is : (दिये गये परिपथ का समय नियतांक हैं।)



(A*) $\frac{RC}{2}$ (B) $\frac{3RC}{5}$ (C) $\frac{RC}{3}$ (D) $\frac{RC}{4}$

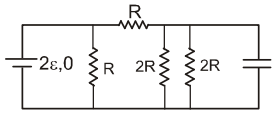
Sol.



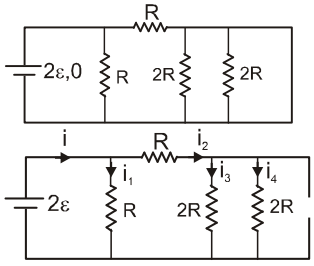
$$\Rightarrow \quad E = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{E_1\ r_2 + E_2\, r_1}{r_1 + r_2} = \frac{2\varepsilon R + \varepsilon \times 0}{0 + R}$$

$$\Rightarrow \quad E = 2\varepsilon\ ,\ r_{eq} = \frac{r_1\ r_2}{r_1 + r_2} = 0$$

Equivalent battery तुल्य बैटरी



$i_{max} = \frac{2\varepsilon}{R}$



for Q_{max} के लिए $\Rightarrow$

$$i = \frac{2\varepsilon}{2R/3} = \frac{3\varepsilon}{R} \qquad i_2 = \frac{\varepsilon}{R}, \qquad i_1 = \frac{2\varepsilon}{R}, \qquad i_3 = i_4 = \frac{\varepsilon}{2R}$$

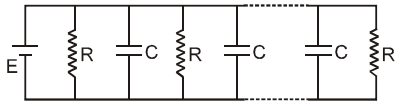
potential on C = potential on 2R resistance $= i_3 \times 2R = \varepsilon$

C पर विभव = 2R प्रतिरोध पर विभव $= i_3 \times 2R = \varepsilon$

charge on capacitor संधारित्र पर आवेश, $Q_{max} = CV = C\varepsilon$ $\qquad \tau = \frac{Q_{max}}{i_{max}} = \frac{C\varepsilon}{2\varepsilon/R} = \frac{RC}{2}$ **Ans**

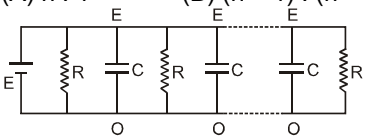
18.#_ n resistances each of resistance R are joined with capacitors of capacity C (each) and a battery of emf E as shown in the figure. In steady state condition ratio of charge stored in the first and last capacitor is :

n प्रतिरोधों जिनमें प्रत्येक का प्रतिरोध R है को धारिता C के संधारित्रों (प्रत्येक) तथा विद्युत वाहक बल E के एक बैटरी से जोडा जाता हैं (चित्रानुसार)। स्थाई अवस्था आने पर प्रथम व अन्तिम संधारित्र पर उपस्थित आवेशों का अनुपात है :



(A) n : 1 (B) (n – 1) : (n + 1) (C) $(n^2 + 1) : (n^2 - 1)$ (D*) 1 : 1

Sol.



$Q_{first} = Q_{last} = CE$

Ratio अनुपात = $\frac{Q_{first}}{Q_{last}} = 1.$

19._ A fresh dry cell of 1.5 volt and two resistors of 10 kΩ each are connected in series. An analog voltmeter measures a voltage of 0.5 volt across each of the resistors. A 100μF capacitor is fully charged using the same source. The same voltmeter is now used to measure the voltage across it. The initial value of the current and the time in which the voltmeter reading falls to 0.5 volt are respectively.

1.5 वोल्ट का एक नया शुष्क सेल एवं प्रत्येक 10kΩ के दो प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जुड़े हुए है। एक एनालॉग वोल्टमीटर प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर 0.5 वोल्ट का विभवान्तर मापता है। समान स्त्रोत से एक 100μF धारिता के संधारित्र को पूर्ण आवेशित किया जाता है। अब समान वोल्टमीटर का इसके सिरों पर विभवान्तर मापन में उपयोग किया जाता है। धारा का प्रारम्भिक मान एवं वह समय क्या होगा जिसमें वोल्टमीटर का पाठ्यांक घटकर 0.5 वोल्ट हो जाता है –

(A) 60μA, 11s (B) 120μA, 15s (C) 150μA, 15s (D*) 150μA, 1.1 s

Sol. (D)

From the given conditions, resistance of analog voltmeter = 10 kΩ
दी गई शर्त से एनालॉग वोल्टमीटर का प्रतिरोध = 10 kΩ

Initial current प्रारम्भिक धारा = $\frac{1.5}{10}$mA

$$= \frac{1500}{10}\mu A = 150\mu A$$

Using, उपयोग से $0.5 = 1.5\, e^{-t/RC} = 1.5\, e^{-t/10}$

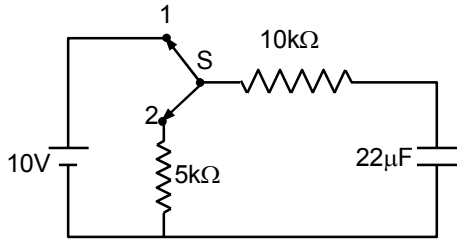
$$\frac{1}{3} = e^{-\frac{t}{10}}$$

$\ell n\, 3 = t$

$t = \ell n\, 3$

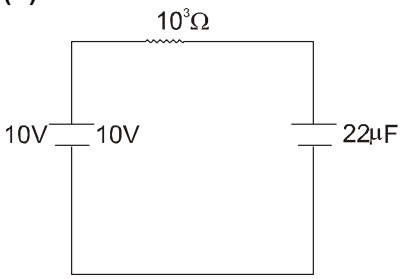
20._ Refer to the circuit given below. Initially the switch S is in position 1 for 1.5 s. Then the switch is changed to position 2. After a time t (measured from the change over of the switch) the voltage across 5 kΩ resistance is found to be about 1.226 volt. Then, t is

नीचे दिये गये परिपथ के निर्देशानुसार, प्रारम्भ में स्विंच S, स्थिति 1 पर 1.5 सेकण्ड़ के लिए रखा जाता है। अब स्विंच की स्थिति परिवर्तित करके 2 की जाती है। t समय पश्चात् (स्विंच स्थिति परिवर्तित करने के बाद से मापा गया समय) 5 kΩ प्रतिरोध के सिरो पर विभवान्तर 1.226 वोल्ट पाया जाता है। तब t होगा –



(A*) 330 ms (B) 500 ms (C) 33 ms (D) data insufficient आंकड़े अपर्याप्त है।

Sol. **(A)**



$RC = 10^3 \times 22 \times 10^{-6}$

$RC = 10^3 \times 22 \times 10^{-6} = 22 \times 10^{-3}$ sec

At t = 1.5 sec पर

steady state स्थायी अवस्था V_C = 10V

While discharging जब निरावेशित हो रहा है $V = 10e^{\frac{-t\times10^3}{15}} = 1.226$

$e^{-\frac{10^3 t}{15}} = 0.1226$

$t = \frac{-15}{100}\ln(0.1226)$

= 330 ms.

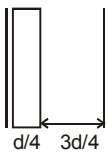
SECTION (E) : CAPACITOR WITH DIELECTRIC
परावैद्युत के साथ संधारित्र

21. The capacitance of a parallel plate condenser is C_0. If a dielectric of relative permittivity ε_r and thickness equal to one fourth the plate separation is placed between the plates, then its capacity becomes C. Then value of $\frac{C}{C_0}$ will be-

समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता C_0 है। आपेक्षिक विद्युतशीलता ε_r तथा प्लेटों के बीच की दूरी के एक चौथाई भाग के बराबर मोटी पट्टिका को इन प्लेटों के बीच रखा जाता है तो धारिता C हो जाती है तो $\frac{C}{C_0}$ का मान होगा –

(A) $\frac{5\varepsilon_r}{4\varepsilon_r+1}$ (B*) $\frac{4\varepsilon_r}{3\varepsilon_r+1}$ (C) $\frac{3\varepsilon_r}{2\varepsilon_r+1}$ (D) $\frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}$

Sol. (B)



Capacitance of capacitor without dielectric, $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

संधारित्र की धारिता जब परावैद्युत उपस्थित नहीं हो, $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

Capacitance of capacitor with dielectric, C

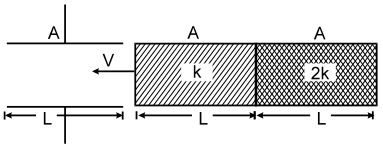
$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\frac{3d}{4} + \frac{d}{4\varepsilon_r}} = \frac{4\varepsilon_0 A.\ \varepsilon_r}{((3\varepsilon_r + 1)d} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = \frac{4\varepsilon_r}{(3\varepsilon_r + 1)}$$

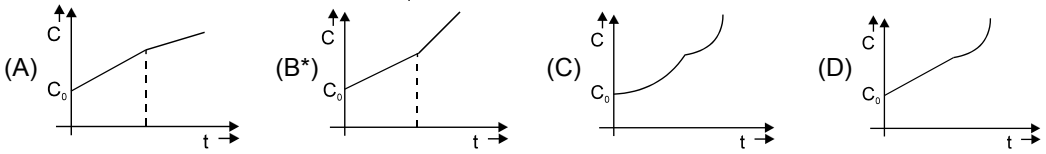
संधारित्र की धारिता जब परावैद्युत उपस्थित हो, C

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\frac{3d}{4} + \frac{d}{4\varepsilon_r}} = \frac{4\varepsilon_0 A.\ \varepsilon_r}{((3\varepsilon_r + 1)d} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = \frac{4\varepsilon_r}{(3\varepsilon_r + 1)}$$

22.# A parallel plate capacitor without any dielectric has capacitance C_0. A dielectric slab is made up of two dielectric slabs of dielectric constants K and 2K and is of same dimensions as that of capacitor plates and both the parts are of equal dimensions arranged serially as shown. If this dielectric slab is introduced (dielectric K enters first) in between the plates at constant speed, then variation of capacitance with time will be best represented by:

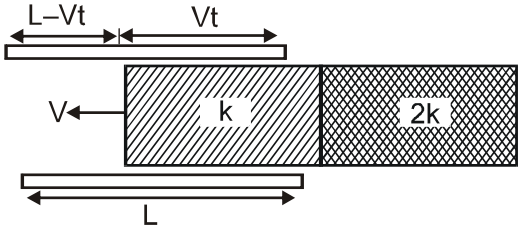
एक समानान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता (बिना परावैद्युतांक के) C_0 है। एक परावैद्युतांक पट्टिका जो कि दो परावैद्युतांक पट्टिकाओं से बनी हुई है। जिनके परावैद्युतांक K तथा 2K है तथा उनकी विमायें संधारित्र की विमाओं के बराबर हैं, को एक के बाद (K पहले) एक चित्रानुसार संधारित्र की प्लेटों के बीच में समान चाल V से प्रवेश कराते है। तो धारिता C का समय t के साथ परिवर्तन सबसे अच्छी तरह प्रदर्शित करने वाला लेखाचित्र होगा।





Sol. **Case – I** When dielectric slab of dielectric constant K enters in to the capacitor.

स्थिति **– I** जब परावैधुतांक K की परावैधुतांक पटिटका संधारित्र में प्रवेश करती है।



At any time t, there will be two capacitors are in parallel combination - one with air and other with dielectric slab.

किसी समय t पर, यहां दो संधारित्र समान्तर क्रम में है एक वायु व दूसरा परावैधुताक पट्टिका के साथ

$$C(t) = C_{air} + C_{slab}$$

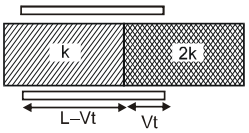
$$= \frac{\in_0 A\ (L - Vt)}{Ld} + \frac{K \in_0 A\ (Vt)}{Ld}$$

$$= \frac{\in_0 A}{Ld}\ [L - (K - 1)\ Vt]$$ (linear function of t) (t के रेखित फलन रूप में)

Its slope इसका ढाल $= M\ C(t) = \frac{\in_0 A}{Ld}\ (K - 1)\ V$

Case – II When dielectric slab of dielectric constant 2K also enters into the capacitor.

स्थिति **– II** जब परावैधुतांक 2K की परावैधुतांक पट्टिका संधारित्र में प्रवेश करती है।



$C'(t) = C_{slab\ 1} + C_{slab\ 2}$

$= \frac{\in_0 AK\ (L - Vt)}{Ld} + \frac{\in_0 A2K\ \ Vt}{Ld}$

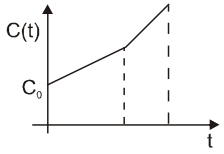
$= \frac{K\ \in_0\ A}{Ld}\ [L + Vt]$ (linear function of t) (t के रेखिय फलन रूप में)

Its slope इसका ढाल $= MC'(t) = \frac{\in_0\ AKV}{Ld}$

As = M C' (t) > MC (t)

and both C(t) and C'(t) are linear function of 't' hence variation of capacitance with time be best represented by (B)

और C(t) व C'(t) दोनो 't' के रेखीय फलन है अतः समय के साथ संधारित्र के परिवर्तन का सही प्रदर्शित (B) द्वारा है।



23._ An isolated metallic object is charged in vacuum to a potential V_0 using a suitable source, its electrostatic energy being W_0. It is then disconnected from the source and immersed in a large volume of dielectric with dielectric constant K. The electrostatic energy of the sphere in the dielectric is :

एक विलगित धात्विक वस्तु को निर्वात में एक विभव V_0 से एक उपयुक्त स्त्रोत काम में लेकर आवेशित किया जाता है इसकी स्थिरवैद्युतिक ऊर्जा W_0 हो जाती है। तब इसे स्त्रोत से हटा लिया जाता है तथा K परावैद्युतांक के साथ वाले एक बड़े परावैद्युतांक के आयतन में डूबोया जाता है। परावैद्युत में गोले की स्थिरवैद्युतिक ऊर्जा है :

(A) $K^2 W_0$ (B) $K W_0$ (C) $\frac{W_0}{K^2}$ (D*) $\frac{W_0}{K}$

Ans. **(D)**

Sol. $U = \frac{Q^2}{2C}$ since C will become k times

So U will become $\frac{1}{k}$ times

24._ Consider a parallel plate capacitor. When half of the space between the plates is filled with some dielectric material of dielectric constant K as shown in Fig. (1) below, the capacitance is C_1. However, if the same dielectric material fills half the space as shown in Fig. (2), the capacitance is C_2. Therefore, the ratio $C_1 : C_2$ is

एक समान्तर प्लेट संधारित्र को लिजिए। प्लेटों के बीच की आधी जगह को चित्रानुसार K परावैद्युत स्थिरांक के परावैद्युत पदार्थ से भरा जाता है। चित्र (1) धारिता C_1 है। फिर भी यदि उसी परावैद्युत पदार्थ को चित्र (2) के अनुसार आधी जगह में भरते है, तो धारिता C_2 है। इसलिए $C_1 : C_2$ का अनुपात है –

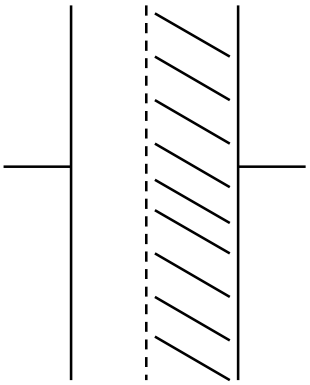


Fig. (1)

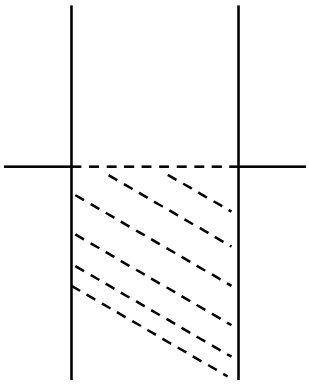


Fig. (2)

(A) 1 (B) $\frac{2K}{K+1}$ (C*) $\frac{4K}{(K+1)^2}$ (D) $\frac{K+1}{2}$

Ans. (C)

Sol. $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\frac{\frac{1}{A\varepsilon_0}}{\frac{d}{2}} + \frac{\frac{1}{KA\varepsilon_0}}{\frac{d}{2}}$$

$$= \frac{d}{2A\varepsilon_0} + \frac{d}{2KA\varepsilon_0}$$

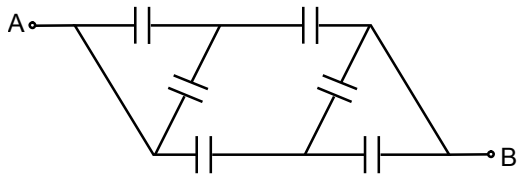
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{d}{2A\varepsilon_0}\left(\frac{K+1}{K}\right)$$

$$C_{eq} = \frac{2KA\varepsilon_0}{d(K+1)}$$

$$\frac{C_{eq}}{C_{eq}'} = \frac{2KA\varepsilon_0}{d(K+1)} \cdot \frac{2d}{A\varepsilon_0(K+1)} = \frac{4K}{(K+1)^2}$$

25._ A network of six identical capacitors, each of capacitance C is formed as shown below. The equivalent capacitance between the point A and B is

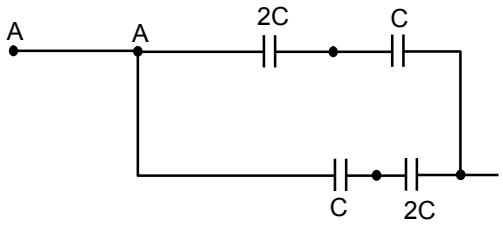
छः समरूप संधारित्रों के एक जाल को प्रत्येक की धारिता C नीचे दर्शायेनुसार बनाया गया है। बिन्दु A तथा B के बीच तुल्य धारिता है :



(A) 3C (B) 6C (C) 3C/2 (D*) 4C/3

Ans. (D)

Sol. Rearrange the circuit



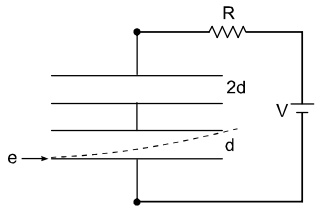
$C_{eq} = \frac{2C}{3} \times 2$

PART - II : NUMERICAL VALUE

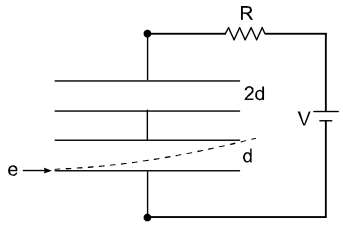
भाग - II : संख्यात्मक प्रश्न (NUMERICAL VALUE)

Section (A) : Definition of capacitance
खण्ड (A) : धारिता की परिभाषा

1.# Both the capacitors shown in figure are made of square plates of edge a. The separations between the plates of the capacitors are d_1 and d_2 as shown in the figure. A battery of V volt and a resistance R are connected as shown in figure. At steady state an electron is projected between the plates of the lower capacitor from its lower plate along the plate as shown. Minimum speed should the electron be projected is given by $\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{Vea^2}{md^2}\right)^{1/2}$ so that it does not collide with any plate? Consider only the electric forces then find the value of n.



चित्र में दर्शाए हुए दोनों संधारित्र वर्गाकार भुजा a वाली प्लेट के बने हुए है। संधारित्रों की प्लेटों के बीच की दूरी d_1 तथा d_2 है, जो चित्र में दर्शाई हुई है। V वोल्ट की एक बैटरी व R प्रतिरोध को चित्र में दर्शाये अनुसार जोडा जाता है। साम्य अवस्था पर निचले संधारित्र की निचली प्लेट के अनुदिश एक इलैक्ट्रॉन को चित्रानुसार प्रक्षेपित किया जाता है। न्यूनतम चाल $\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{Vea^2}{md^2}\right)^{1/2}$ से इलैक्ट्रॉन को प्रक्षेपित किया जाय कि वह किसी भी प्लेट से ना टकराए। केवल वैद्युत बल कार्यरत मानिए। तब n का मान ज्ञात कीजिए।



Ans. **0**6.00

Sol. $C_{eq.}$ can be written as C_{eq} को निम्न रूप में लिखा जा सकता है – $C_{eq.} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{a^2 \in_o}{3d}$

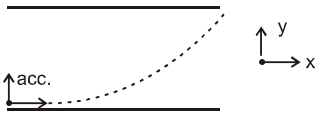
charge on plate प्लेटों पर आवेश $Q = C_{eq}V = \frac{a^2 \in_o V}{3d}$

surface charge density क्षेत्रफल आवेश घनत्व $= \sigma = \frac{Q}{a^2} = \frac{\in_o V}{3d}$

electric field विद्युत क्षेत्र $= \frac{\sigma}{2\in_o} + \frac{\sigma}{2\in_o} = \frac{\sigma}{\in_o} = \frac{V}{3d}$

electric force विद्युत बल $= \frac{Ve}{3d}$

acceleration of electrons इलेक्ट्रॉन का त्वरण $= \frac{Ve}{(3d)m}$



in X axis X अक्ष पर $a = ut$ $t = \frac{a}{u}$

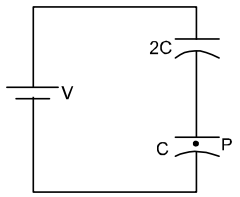
in Y axis $\Rightarrow$ $\frac{1}{2} \times \text{acceleration} \times t^2 = d$

Y अक्ष पर $\Rightarrow$ $\frac{1}{2} \times$ त्वरण $\times t^2 = d$

$\frac{Vet^2}{2(3d)m} = d$ $\frac{Vea^2}{6dmu^2} = d$

$u = \left\{\frac{Vea^2}{6md^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$

2.# The particle P shown in the figure has a mass m and a charge –q. Each horizontal plate has a surface area A potential difference $V = n\left(\frac{mg\varepsilon_0 A}{2qc}\right)$ should be applied to the combination to hold the particle P in equilibrium then find the value of n.
चित्र में दर्शाये गये कण P का द्रव्यमान m व आवेश –q है। प्रत्येक क्षैतिज प्लेट के एक फलक का पृष्ठीय क्षेत्रफल A है। कण P को साम्यावस्था में रखने के लिये संयोजन पर विभवान्तर $V= n\left(\frac{mg\varepsilon_0 A}{2qc}\right)$ आरोपित किया जाता है तो n ज्ञात करो।



Ans. 03.00

Sol. $C_{eq.} = \frac{2C}{3}$

$Q = \frac{2CV}{3}$

surface charge density क्षेत्रफल आवेश घनत्व $= \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{2CV}{3A}$

Electric field between the plates of capacitor संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र

$= \frac{\sigma}{2\in_o} + \frac{\sigma}{2\in_o} = \frac{\sigma}{\in_o} = \frac{2CV}{3A\in_o}$

Force बल = $qE = \frac{2CVq}{3A\epsilon_o}$

for equilibrium this electrostatic force must be equal to mg $\Rightarrow$ $\frac{2CVq}{3A\epsilon_o} = mg$

साम्यावस्था के लिये यह स्थिर वैद्युत बल, mg के तुल्य होना चाहिये $\Rightarrow$ $\frac{2CVq}{3A\epsilon_o} = mg$

$V = \frac{3mgA\epsilon_o}{2Cq}$

3. A capacitor of capacitance 2.0 μF is charged to a potential difference of 12 V. It is then connected to an uncharged capacitor of capacitance 4.0 μF. Find (a) the charge flow through connecting wire upto study strate on each of the two capacitors after the connection in μC (b) The total electrostatic energy stored in both capacitors in μJ (c) the heat produced during the charge transfer from one capacitor to the other in μJ.
2.0 μF धारिता का एक संधारित्र 12 V विभवान्तर तक आवेशित किया जाता है। अब यह चित्रानुसार 4.0 μF धारिता के अनावेशित संधारित्र से जोड़ा जाता है। ज्ञात कीजिए – (a) संयोजन के बाद प्रत्येक संधारित्र द्वारा स्थायी अवस्था प्राप्त करने तक तार से प्रवाहित आवेश (μC मे) (b) दोनों संधारित्रों में संग्रहित कुल स्थैतिक वैद्युत ऊर्जा (μJ में) (c) एक संधारित्र से दूसरे पर आवेश स्थानान्तरित करने के दौरान उत्पन्न ऊष्मा (μJ में)।

Ans. (a) 16.00 (b) 48.00 (c) 96.00

Sol. $Q = CV = 2 \times 12 = 24\mu C$

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2}$, $Q_1 + Q_2 = 24\mu C$, $V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = 4$ Volt

(a) $Q_1 = 8\mu C$, $Q_2 = 16\mu C$
initial charge on $4\mu F = 0$
$4\mu F$ पर प्रारम्भिक आवेश $= 0$
the charge flow from connecting wire = 16 μC
संयोजन तार से गुजरने वाला आवेश = 16 μC
Ans 16

(b) $U_1 = \frac{1}{2} C_1V^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 = 16\mu J$

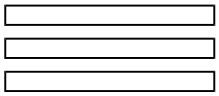
$U_2 = \frac{1}{2} C_2V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 = 32\mu J$

Total energy stored = 48 μJ
कुल ऊर्जा = 48 μJ
Ans 48

(c) $\Delta H = (U_i)$system निकाय $- (U_f)$ system निकाय $= \frac{1}{2} \times 2 \times 12^2 - (16 + 32) = 96\mu J$

Ans 96

4.# Three conducting plates of area 500 cm^2 area kept fixed as shown. Distance between adjacent plates is 8.85 mm. A charge of 1.0 nC is placed on the middle plate. (a) The charge on the outer surface of the upper plate is given by $n\times10^{-11}$C then find the valu of n.(b) Find the potential difference (inV) developed between the upper and the middle plates.
चित्र में प्रदर्शित जड़वत तीन चालक प्लेटों में प्रत्येक का क्षेत्रफल 500 cm^2 है। संयुग्मीं प्लेटों के मध्य दूरी 8.85 mm है। मध्यवर्ती प्लेट पर 1.0 nC आवेश उपस्थित है। (a) ऊपरी प्लेट के ऊपरी सतह पर आवेश $n\times10^{-11}$C आएगा तो n होगा ? (b) ऊपरी तथा मध्यवर्ती प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर (वोल्ट में) का मान बताइये ?



Ans. (a) 50.00 (b) 10.00

Sol. Charge after distribution वितरण के बाद आवेश

Charge on outer plate बाहरी प्लेट पर आवेश = $\frac{\sum q}{2} = \frac{1}{2}$ nC ;

$C = \frac{A\epsilon_0}{d} = \frac{500\times10^{-4}\times8.85\times10^{-12}}{8.85\times10^{-3}}$ = 50 pF

charge on outer surface of upper plate is ऊपरी प्लेट की बाहरी सतह पर आवेश = $\frac{1}{2}$nC = 0.5nC **Ans**

$V = \frac{q}{C} = \frac{0.5\times10^{-9}}{50\times10^{-12}}$ = 10V **Ans**

5. Consider the arrangement of parallel plates of the previous problem. If 1.0nC charge is given to the upper plate instead of the middle, what will be the potential difference (in V) between (a) the upper and the middle plates and (b) the middle and the lower plates?
पिछले प्रश्न में दिये गये समान्तर प्लेट की व्यवस्था को लीजिए। यदि 1.0nC आवेश को मध्यवर्ती प्लेट की जगह ऊपरी वाली प्लेट को दिया जाता है, तब निम्न स्थितियों के लिए प्लेटों के मध्य विभवान्तर (वोल्ट में) क्या होगा (a) ऊपरी तथा मध्यवर्ती प्लेट के मध्य (b) मध्यवर्ती तथा नीचे वाली प्लेट के मध्य ?

Ans. (a) 10.00 (b) 10.00

Sol.

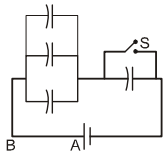
charge on outer most plate सबसे बाहरी प्लेट पर आवेश = $\frac{\sum q}{2} = \frac{1}{2}$ nC

$V_{ab} = \frac{q}{C} = \frac{1/2nC}{50pF}$ = 10 V **Ans**

$V_{cd} = \frac{q}{C} = \frac{1/2nC}{50pF}$ = 10V **Ans**

Section (B) : Circuits with capacitor and use of KCL and KVL
संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

6.# Four capacitors of capacitance 10 μF and a battery of 2V are arranged as shown. How much μC charge will flow through AB after the switch S is closed ?
10μF धारिता के चार संधारित्र व 2V की एक बैटरी चित्र में दर्शाये अनुसार व्यवस्थित है। कुंजी S को बंद करने पर कितना μC आवेशAB से प्रवाहित होगा।



Ans. **45**.00

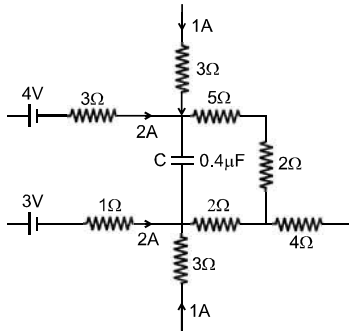
Sol. When switch is open जब कुंजी खुली हुई हो तो तुल्य धारिता = $C_{eq.} = \frac{15}{2}$ μ F

$q_i = C_{eq.}\,V = \frac{15}{2}$ × 2 = 15 μC

When switch is closed जब कुजी बंद हो तुल्य धारिता

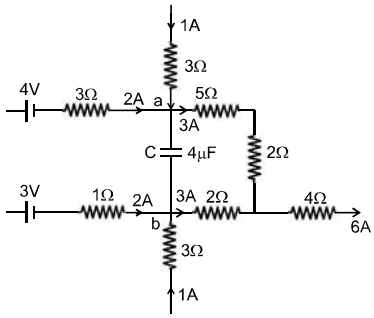
$C_{eq.}$ = 30 μF
$q_f = 30 \times 2 = 60$ μC
Charge flow through AB = $q_f - q_i$ = 45μC
AB से प्रवाहित आवेश = $q_f - q_i$ = 45 μC

7.# A part of circuit in a steady state along with the current flowing in the branches, the values of resistance etc., is shown in the figure. How much energy (μJ) stored in the capacitor C (0.4μF)
स्थायी अवस्था के किसी परिपथ के एक भाग को शाखाओं में प्रवाहित धारा, प्रतिरोधों के मान आदि के साथ चित्र में दर्शाया गया है। C (0.4μF) संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा (μJ में) ज्ञात कीजिये।



Ans. 45.00

Sol. Using Kirchhoff's first law at junctions a and b, we have found the current in other wires of the circuit on which currents were not shown.
जंक्शन a और b पर किरचॉफ का प्रथम नियम का उपयोग करने पर परिपथ के अन्य तारों पर, जिन पर धारा को प्रदर्शित नहीं किया गया है, धारा को प्राप्त कर सकते हैं।



Now, to calculate the energy stored in the capacitor we will have to first find the potential difference V_{ab} across it.
अब, संधारित्र पर संचित ऊर्जा की गणना के लिये, हमें पहले इस पर विभवान्तर V_{ab} की गणना करनी होगी।

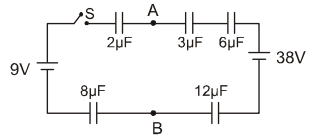
$V_a - 3 \times 5 - 3 \times 2 + 3 \times 2 = V_b$

$\therefore \quad V_a - V_b = V_{ab} = 15$ volt

$\therefore \quad U = \frac{1}{2} CV^2_{ab}$

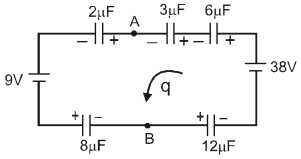
$= 1/2\ (0.4 \times 10^{-6})\ (15)^2$ J = 45 μJ **Ans.**

8.# Five capacitors are connected as shown in the figure. Initially S is opened and all the capacitors are uncharged. When S is closed and steady state is obtained. Then find out potential difference between the points A and B in volt.
चित्र में दर्शाये अनुसार पाँच संधारित्र जुड़े है। प्रारम्भ में कुंजी S खुली है व सभी संधारित्र अनावेशित है। कुंजी S को बन्द करने के बाद स्थायी अवस्था प्राप्त की जाती है। तब बिन्दु A व B के मध्य विभवान्तर वोल्ट में ज्ञात कीजिए।



Ans. 24.00

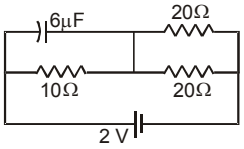
Sol.



$$38 - \frac{q}{6} - \frac{q}{3} - \frac{q}{2} - 9 - \frac{q}{8} - \frac{q}{12} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q = 24\mu C$$

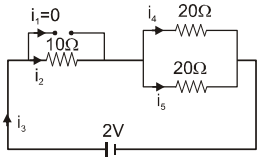
$$V_A - \frac{24}{2} - 9 - \frac{24}{8} = V_B \qquad V_A - V_B = 24\ V \quad \textbf{Ans}$$

9.# In steady state, find the charge on the capacitor in (μC) shown in figure.
चित्र में दर्शाये संधारित्र पर स्थायी अवस्था में आवेश (μC में)ज्ञात कीजिये।



Ans. 06.00

Sol. at steady state स्थायी अवस्था में



$R_{eq} = 20\Omega \qquad i_1 = 0$ **Ans**

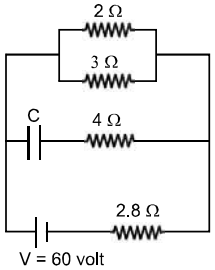
$i_3 = i_2 = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ amp **Ans**

$i_4 = i_5 = \frac{i_3}{2} = \frac{1}{20}$ amp **Ans**

charge on capacitor $6\mu F$ is $= 6 \times 10^{-6} \times \frac{1}{10} \times 10 = 6\mu C$ **Ans**

$6\mu F$ धारिता के संधारित्र पर आवेश $= 6 \times 10^{-6} \times \frac{1}{10} \times 10 = 6\mu C$

10.# Calculate the steady state current (in A) in the 2 Ω resistor shown in the circuit (see figure). The internal resistance of the battery is negligible and the capacitance of the condenser C is 0.2 μF.
चित्र में दर्शाये गये 2 Ω प्रतिरोध में स्थायी धारा एम्पीयर मे ज्ञात कीजिये। बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है और संधारित्र C की धारिता 0.2 μF है।



Ans. 09.00

Sol. In steady state situation no current will flow through the capacitor, 2Ω and 3Ω are in parallel. Therefore, their combined resistance will be

स्थायी अवस्था में, संधारित्रों से कोई धारा प्रवाहित नही होती है, 2Ω व 3Ω समान्तर में है
अतः उनका संयुक्त प्रतिरोध होगा -

$$R = \frac{2\times 3}{2+3} = 1.2\ \Omega$$

Net current through the battery : बैटरी से प्रवाहित कुल धारा :

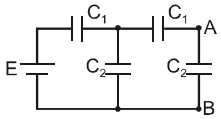
$$i = \frac{60}{1.2+2.8} = 15\ A$$

This current will distribute in inverse ratio of their resistance 2Ω and 3Ω.
यह धारा, इनके प्रतिरोध 2Ω और 3Ω के व्युत्क्रमानुपाती अनुपात में विभाजित होती है।

$$\therefore \quad \frac{i_2}{i_3} = \frac{3}{2}$$

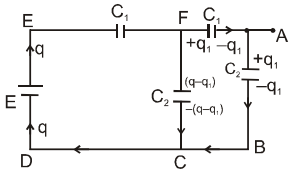
or अतः $i_2 = \left(\frac{3}{3+2}\right)(15) = 9\ A$

11.# Find the potential difference between points A and B (in V) of the system shown in figure if the emf is equal to E = 110 V and the capacitance ratio $C_2/C_1 = \eta = 2.0$.
चित्र मं दर्शाए गए परिपथ के बिन्दुओं A व B के मध्य विभवान्तर की गणना (वोल्ट में) कीजिए यदि E = 110 V तथा $C_2/C_1 = \eta = 2.0$



Ans. 10.00

Sol.



The distribution of charges is shown in figure In closed loop (CDEFC)
बंद लूप CDEFC में आवेश का वितरण चित्रानुसार दर्शाया गया है

$$+E - \frac{q}{C_1} - \frac{(q-q_1)}{C_2} = 0 \qquad .....(i)$$

In closed loop (ABCFA) $-\frac{q_1}{C_1} - \frac{q_1}{C_2} + \frac{q-q_1}{C_2} = 0$

बंद लूप (ABCFA) में

or या $\quad -\frac{q_1}{C_1} - \frac{q_1}{C_2} - \frac{q_1}{C_2} + \frac{q}{C_2} = 0$

or या $\quad \frac{q}{C_2} = q_1\left(\frac{2}{C_2} + \frac{1}{C_1}\right)$

or या $\quad q = \left(\frac{2C_1 + C_2}{C_1}\right) q_1 \qquad .....(ii)$

From Eq.(i), we get $E - \frac{q}{C_1} - \frac{q}{C_2} + \frac{q_1}{C_2} = 0$

समीकरण (i) से $E - \frac{q}{C_1} - \frac{q}{C_2} + \frac{q_1}{C_2} = 0$

or या $E+\frac{q_1}{C_2}=q\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)$

or या $E+\frac{q_1}{C_2}=\left(\frac{2C_1+C_2}{C_1}\right)\ q_1\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)$

or या $EC_2+q_1=\frac{(2C_1+C_2)\ (C_1+C_2)\ q_1}{C_1^2}$

or या $EC_2=\frac{(2C_1^2+2C_1C_2+C_1C_2+C_2^2)\ q_1}{C_1^2}-q_1$

$EC_2=\left\{\frac{2C_1^2+3C_1C_2+C_2^2-C_1^2}{C_1^2}\right\}\ q_1$

$\therefore \quad q_1=\frac{EC_2C_1^2}{C_1^2+3C_1C_2+C_2^2}$

$V_A-V_B=\left|\frac{-q_1}{C_2}\right|=\frac{q_1}{C_2}$

$=\frac{EC_1^2}{C_1^2+3C_1C_2+C_2^2}=\frac{E}{1+3\frac{C_2}{C_1}+\frac{C_2^2}{C_1^2}}=\frac{E}{1+3\eta+\eta^2}=10V\left[\because\ \frac{C_2}{C_1}=\eta=2\right]$

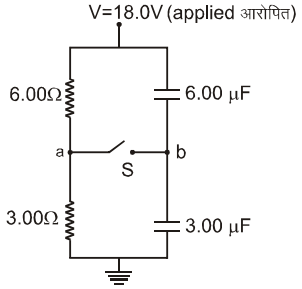
.

12.#_ (i) What is the final potential (in V) of point b with respect to ground in steady state after switch S is closed ?

कुंजी S बन्द करने के पश्चात् साम्यावस्था की स्थिति में बिन्दु b का पृथ्वी के सापेक्ष विभव (वोल्ट में) क्या है ?

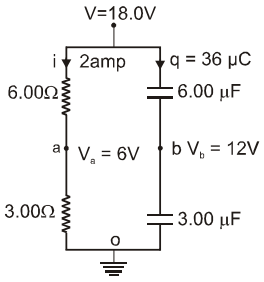
(ii) How much charge flows through switch S from b to a after it is closed in μC?

कुंजी S बन्द करने के बाद b से a कितना आवेश μC में प्रवाहित होता है?



Ans. **(i) 6**.00 **(ii) 54**.00

Sol.



(i) When switch s is closed potential at b point is same as potential at a point

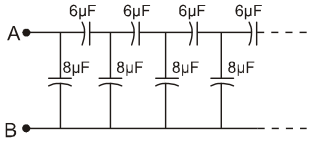
जब कुंजी s बन्द है बिन्दु b व बिन्दु a पर विभव समान है

$V_b = V_a = 6.0$ Volt

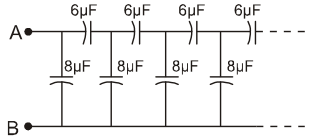
(ii) Final charge on 6.0μF is q = 6 × 12 = 72μC Therefore charge flow through wire b to a is
= 72 – 36 = 54 μC
6.0μF पर आवेश q = 6 × 12 = 72μC है। अतः तार में b से a कि ओर प्रवाहित आवेश = 72– 36 = 54 μC है।

Section (C) : Combination of capacitors
खण्ड (C) : संधारित्रों का संयोजन

13.# Find the equivalent capacitance in (μF) of the infinite ladder shown in the figure between the points A and B.



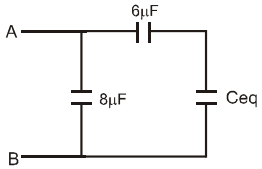
चित्र में दर्शायी अनन्त सीढ़ी का बिन्दु A व B के मध्य तुल्य धारिता (μF में) ज्ञात कीजिए।



Ans. 12.00

Sol. Let equivalent capacitance = C_{eq}. माना तुल्य धारिता C_{eq} है।

Infinite ladder can be shown as : अनन्त सीढ़ी निम्न चित्रानुसार है –



Now C_{eq} of this ladder, अतः C_{eq} सीढ़ी निम्न चित्रानुसार है -

$$C_{eq} = \frac{6\ C_{eq}}{6 + C_{eq}} + 8$$

by solving it, इसे हल करने पर,

$C_{eq}^2 – 8\ C_{eq} – 48 = 0$

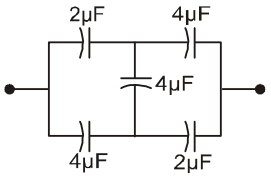
$C_{eq} = 12\ \mu F$ or $–4\ \mu F$

neglecting –ve answer, ऋणात्मक उत्तर को नगण्य करने पर

$C_{eq} = 12\ \mu F$.

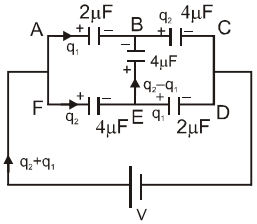
14.# The equivalent capacitance of the combination shown in the figure between the indicated points is given by $\frac{n}{7}\mu F$. then find the value of n.

प्रदर्शित चित्र में धारिताओं के संयोजन में दर्शाये बिन्दुओं के बीच तुल्य धारिता $\frac{n}{7}\mu F$ है तो n ज्ञात करो।



Ans. 20.00μF

Sol. Charge on capacitor is assume as according to reverse symmetry.
संधारित्र पर आवेश व्युत्क्रम सममिती के अनुसार मानने पर



$q_1 + q_2 = C_{eq} V$ .....(i)

from loop AB EFA लूप AB EFA से

$-\frac{q_1}{2}+\frac{q_2-q_1}{4}+\frac{q_2}{4} = 0 \Rightarrow 2q_2 - 3q_1 = 0$ .....(ii)

from loop ABCA लूप AB CA से

$-\frac{q_1}{2}-\frac{q_2}{4} + V = 0 \Rightarrow 4V = 2q_1 + q_2$ .....(iii)

from (i), (ii) and (iii) we get समीकरण (i), (ii) व (iii) से हम प्राप्त करते है।

$q_1 + \frac{3q_1}{2} = C_{eq}\left[\frac{2q_1+\frac{3q_1}{2}}{4}\right] \Rightarrow C_{eq} = \frac{20}{7}\ \mu F$ **Ans**

SECTION (D) : EQUATION OF CHARGING AND DISCHARGING
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

15. The electric field between the plates of a parallel–plate capacitance 2.0 μF drops to one third of its initial value in 4.4 μs when the plates are connected by a thin wire. Find the resistance of the wire in Ω. (Given : $\ell n3 = 1.0986$)
एक 2.0 μF धारिता के समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटें एक पतले तार द्वारा जोड़ी जाती है तो इसकी प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र 4.4 μs में इसके प्रारम्भिक मान का एक तिहाई रह जाता है। तार का प्रतिरोध Ω में ज्ञात करो। (दिया है : $\ell n3 = 1.0986$)

Ans. $\frac{11}{5\ell n3} = 02.00\ \Omega.$

Sol. $E = E_0\ e^{-t/RC} \Rightarrow \frac{E_0}{3} = E_0\, e^{-t/RC}$

$\frac{1}{3} = e^{-4.4\times10^{-6}/R\times2\times10^{-6}}$

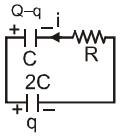
$\ell n\ 3 = \frac{11}{R5} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{11}{5\ell n3} = 2.0\ \Omega.$

16. A capacitor of capacitance C charged by battery at V volt and then disconnected. At t = 0, it is connected to an uncharged capacitor of capacitance 2C through a resistance R. The charge on the second capacitor as a function of time is given by $q = \frac{\alpha CV}{3}\left(1-e^{-\frac{3t}{\beta RC}}\right)$ then find the value of α/β.

धारिता C के एक सधांरित्र को V वोल्ट की बैटरी द्वारा आवेशित करते हैं और इसे विच्छेदित (disconnected) कर देतें हैं। समय t = 0 पर, यह एक अनावेशित धारिता 2C के संधारित्र से प्रतिरोध R द्वारा जोड दिया जाता है। दूसरे संधारित्र पर आवेश $q = \frac{\alpha CV}{3}\left(1-e^{-\frac{3t}{\beta RC}}\right)$ समय के फलन के रूप में दिया जाता है तो $\frac{\alpha}{\beta}$ का मान ज्ञात करो।

Ans. 01.00

Sol.



At time t using KVL $\frac{Q-q}{C}-\frac{q}{2C}-iR=0$

t समय पर KVL का उपयोग करने पर $\frac{Q-q}{C}-\frac{q}{2C}-iR=0$

$$\frac{2Q-3q}{2C}-\frac{dq}{dt}R=0 \quad \Rightarrow \quad \int_0^q \frac{dq}{2Q-3q}=\int_0^t \frac{dt}{2RC}$$

$$\frac{1}{-3}\ell n\left(\frac{2Q-3q}{2Q}\right)=\frac{t}{2RC} \Rightarrow \frac{2Q-3q}{2Q}=e^{-\frac{3t}{2RC}} \Rightarrow q=\frac{2Q}{3}\left(1-e^{-\frac{3t}{2RC}}\right)$$

SECTION (E) : CAPACITOR WITH DIELECTRIC
परावैद्युत के साथ संधारित्र

17. Hard rubber has a dielectric constant of 2.8 and a dielectric strength (maximum electric field) of 18×10^6 volt/meter. If it is used as the dielectric material filling the full space in a parallel plate capacitor. Minimum area may the plates of the capacitor have in order that the capacitance be 7.0×10^{-2} μF is equal to $\frac{\pi}{n}m^2$. What should be the value of n if capacitor be able to withstand a potential difference of 4000 volts. ($\in_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ S.I unit)

कठोर रबर का परावैद्युत नियतांक 2.8 है व परावैद्युत सामर्थ्य (अधिकतम वैद्युत क्षेत्र) 18×10^6 वोल्ट/मीटर है। यदि यह समान्तर पट्ट संधारित्र के सम्पूर्ण रिक्त स्थान में परावैद्युत पदार्थ की तरह भरा जाता है तो संधारित्र की धारिता 7.0×10^{-2} μF होने के लिये प्लेटों का न्यूनतम क्षेत्रफल $\frac{\pi}{n}m^2$ के बराबर है तो n कितना होना चाहिए यदि संधारित्र 4000 वोल्ट विभवान्तर तक सहन करने योग्य होना चाहिए। ($\in_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ S.I इकाई)

Ans. **0**5.00

Sol. Let distance between the plates = d
माना प्लेटों के मध्य दूरी d है।
$18 \times 10^6 \times d = 4000$
$d = \frac{4000}{18\times10^6}$

Now अब, $C = \frac{\in_r A \in_o}{d}$

$$7.0 \times 10^{-2} \times 10^{-6} = \frac{\frac{10^{-9}}{36\pi} \times A \times 2.8}{\frac{4000}{18\times10^6}}$$

Solving, We get हल करने पर हमें यदि $A = \frac{\pi}{5}$ प्राप्त होता है।

18. Two square metal plates of side 1 m are kept 0.01 m apart like a parallel plate capacitor in air in such a way that one of their edges is perpendicular to an oil surface in a tank filled with an insulating oil. The plates are connected to a battery of 500 V. The plates are then lowered vertically into the oil at a speed of 0.001 ms^{-1}. The current $n\times10^{-9}$A drawn from the battery during the process. Then find the value of n. (Dielectric constant of oil = 11], ($\in_0 = 8 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-1}$)

1 m भुजा की दो वर्गाकार प्लेटें समान्तर पट्ट वायु संधारित्र की तरह एक दूसरे से 0.01 m की दूरी पर इस प्रकार रखी हुई है, कि प्रत्येक की एक कोर किसी टैंक में भरे हुए कुचालक तेल की सतह के लम्बवत् है। प्लेटों को 500 V की बैटरी से जोडा जाता है। प्लेटों को तेल में ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर 0.001 ms^{-1} के वेग से लाया जाता है। इस प्रक्रिया के दौरान बैटरी से ली गई विद्युत धारा का मान $n\times10^{-9}$A है तो n ज्ञात कीजिये। (तेल का परावैद्युतांक = 11], ($\in_0 = 8 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-1}$)

Ans. 04.00

Sol. Let a be the side of the square plate. माना a, वर्गाकार प्लेट की भुजा है।

As shown in figure, C_1 and C_2 are in parallel. Therefore, total capacity of capacitors in the position shown is

चित्रानुसार C_1 और C_2 समान्तर क्रम में है, अतः दर्शायी गयी स्थिति में संधारित्रों की कुल धारिता

$$C = C_1 + C_2$$

$$C = \frac{\in_0 a(a-x)}{d} + \frac{K \in_0 ax}{d}$$

$$\therefore \quad q = CV = \frac{\in_0 aV}{d}\ (a - x + Kx)$$

As plates are lowered in the oil, C increases hence charge stored will increase.

जब प्लेटों को तेल में रखा जाता है, तो C बढ़ता है, अतः संग्रहीत आवेश भी बढ़ता है।

Therefore अतः , $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\in_0 aV}{d}\ (K-1) \cdot \frac{dx}{dt}$

Substituting the values (मान रखने पर)

$\in_0 = 8 \times 10^{-12}\ C^2/N\text{–}m^2$

a = 1m, V = 500 volt, d = 0.01m, K = 11 and और $\frac{dx}{dt}$ = speed of plate प्लेट का वेग = 0.001 m/s

We get current हमें धारा प्राप्त होगी

$$i = \frac{(8\times10^{-12})1\ (500)\ \ (11-1)\ \ (0.001)}{(0.01)}\ \text{Amp.}$$

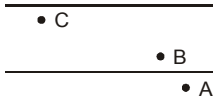
$$i = 4$$

PART - III : ONE OR MORE THAN ONE OPTIONS CORRECT TYPE

भाग - III : एक या एक से अधिक विकल्प प्रकार

Section (A) : Definition of capacitance
खण्ड (A) : धारिता की परिभाषा

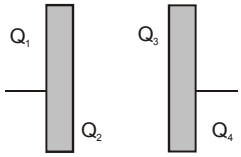
1.# For a charged parallel plate capacitor shown in the figure, the force experienced by an alpha particle will be :
चित्र में दर्शाये गये आवेशित समान्तर पट्ट संधारित्र के लिए एक एल्फा कण द्वारा अनुभव किया गया बल होगा :



(A) maximum at C (B*) zero at A (C*) same at B and C (D) zero at C
(A) C पर अधिकतम (B*) A पर शून्य (C*) B व C पर समान (D) C पर शून्य

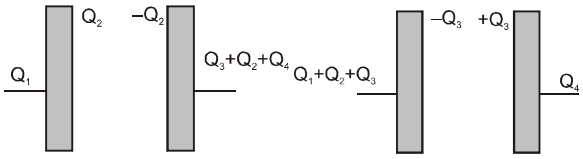
Sol. Electric field in the capacitor is same at every where which is equal to V/d. so that force at C and B point is same.
Electric field out side the capacitor is zero so that force at A point is zero.
संधारित्र में सभी जगह विद्युत क्षेत्र समान है। जो V/d के तुल्य है। इसलिए C व B बिन्दु पर बल समान होगा।.
संधारित्र के बाहर विद्युत क्षेत्र शून्य है। इसलिए A बिन्दु पर बल भी शून्य होगा।

2.# In an isolated parallel plate capacitor of capacitance C the four surfaces have charges Q_1,Q_2,Q_3 and Q_4 as shown in the figure. The potential difference between the plates is :
एक विलगित संधारित्र की चारों प्लेटों पर आवेश Q_1, Q_2, Q_3 व Q_4 चित्र में दर्शाये अनुसार हैं। संधारित्र की धारिता C है। प्लेटों के बीच विभवान्तर है :



(A) $\frac{Q_1+Q_2}{C}$ (B*) $\left|\frac{Q_2}{C}\right|$ (C*) $\left|\frac{Q_3}{C}\right|$ (D) $\frac{1}{C}[(Q_1+Q_2)-(Q_3-Q_4)]$

Sol.



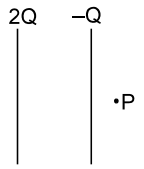
Charge on outer surfaces are equal so $Q_1 = Q_3 + Q_2 + Q_4$ .....(i)
बाह्य सतह पर आवेश बराबर होता है इसलिए $Q_1 = Q_3 + Q_2 + Q_4$ .....(i)
and तथा $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$ .....(ii)

$V = \left|\frac{Q_2}{C}\right|$ or या $V = \left|\frac{Q_1-Q_3-Q_4}{C}\right|$

$V = \left|\frac{Q_3}{C}\right|$ or या $V = \left|\frac{Q_1-Q_2-Q_4}{C}\right|$

Adding (i) and (ii)
(i) व (ii) को जोडने पर
$Q_1 = Q_4$ and $Q_2 = -Q_3$

3.# In the figure shown the plates of a parallel plate capacitor have unequal charges. Its capacitance is 'C'. P is a point outside the capacitor and close to the plate of charge –Q. The distance between the plates is 'd'.
चित्र में दिखाये अनुसार समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों पर असमान आवेश है। इसकी धारिता 'C' है। P बिन्दु संधारित्र के बाहर स्थित है तथा आवेश –Q वाली प्लेट के पास है। प्लेटों के बीच की दूरी 'd' है –



(A*) A point charge at point 'P' will experience electric force due to capacitor
P बिन्दु पर बिन्दुवत् आवेश, संधारित्र के कारण बल अनुभव करेगा।

(B*) The potential difference between the plates will be $\frac{3Q}{2C}$

प्लेटों के बीच विभवान्तर $\frac{3Q}{2C}$ होगा।

(C*) The energy stored in the electric field in the region between the plates is $\frac{9Q^2}{8C}$

प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र में संचित ऊर्जा $\frac{9Q^2}{8C}$ है।

(D) The force on one plate due to the other plate is $\frac{Q^2}{2\pi \in_0 d^2}$

एक प्लेट द्वारा दूसरी प्लेट पर आरोपित बल $\frac{Q^2}{2\pi \in_0 d^2}$ है।

Sol. (i) $E_0 = \frac{2Q}{2\varepsilon_0 A} - \frac{Q}{2\varepsilon_0 A} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}$

$E_{in} = \frac{2}{2A}\frac{Q}{\varepsilon_0} + \frac{Q}{2A\ \varepsilon_0} \Rightarrow E_{in} = \frac{3}{2A}\frac{Q}{\varepsilon_0}$

$E_{in} = \frac{3}{2}\frac{Q}{Cd} \Rightarrow E_{in}d = \frac{3}{2C}\frac{Q}{} = V$

(ii) $F = EQ$

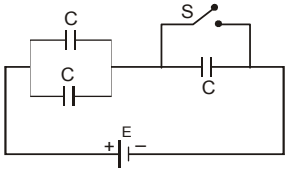
$F = \left(\frac{2}{2A}\frac{Q}{\varepsilon_0}\right) \times (-Q) = -\frac{Q^2}{A\ \varepsilon_0}$

$F = \frac{Q^2}{A\ \varepsilon_0}$

(iii) Energy ऊर्जा $= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Ad = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{3Q}{2Cd}\right)^2 A\ d = \frac{9}{8}\frac{Q^2}{C}$.

Section (B) : Circuits with capacitor and use of KCL and KVL
संधारित्र के साथ परिपथ व KCL व KVL के उपयोग

4.# In the circuit shown in figure, each capacitor has a capacitance C. The emf of the cell is E and circuit already in steady state. If the switch S is closed.
चित्र में दर्शाये गये परिपथ में प्रत्येक संधारित्र की धारिता C है। सेल का विद्युत वाहक बल E है तथा परिपथ स्थायी अवस्था में है। यदि कुंजी S को बन्द कर दिया जाये तो –



(A*) some positive charge will flow out of the positive terminal of the cell
(B) some positive charge will enter the positive terminal of the cell
(C) the amount of charge flowing through the cell will be CE
(D*) the amount of charge flowing through the cell will be $\left(\frac{4}{3}\right)$CE

(A*) सेल के धनात्मक टर्मिनल से कुछ धनात्मक आवेश बाहर प्रवाहित होगा।
(B) सेल के धनात्मक टर्मिनल पर कुछ धनात्मक आवेश प्रवेश करेगा।
(C) सेल से प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा CE है।
(D*) सेल से प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा $\left(\frac{4}{3}\right)$ CE है।

Sol. equivalent capacitance before switch closed is $C_{eq} = \frac{2C}{3}$,

Total charge flow through the cell is $q = \frac{2CE}{3}$

equivalent capacitance after switch S closed is $C_{eq} = 2C$
Total charge flow through the cell is q = 2CE
Therefore some positive charge flow through the cell after closing the switch is = $q_f - q_i = 2CE - \frac{2CE}{3} = \frac{4CE}{3}$

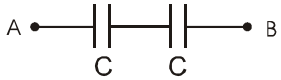
कुंजी बन्द करने के पहले तुल्य धारिता है। $C_{eq} = \frac{2C}{3}$,

सेल से प्रवाहित कुल आवेश $q = \frac{2CE}{3}$

कुंजी बन्द करने के बाद में तुल्य धारिता है। $C_{eq} = 2C$
सेल से प्रवाहित कुल आवेश q = 2CE

अतः कुंजी बन्द करने के बाद कुछ धनात्मक आवेश सेल से प्रवाहित होगा, वह है = $q_f - q_i = 2CE - \frac{2CE}{3} = \frac{4CE}{3}$

5.# Two similar condensers are connected in parallel and are charged to a potential V. Now these are separated out and are connected in series. Then
दो समरूप संधारित्रों को समान्तर क्रम में जोड़कर V विभव तक आवेशित कर दिया जाता है। अब इनको हटाकर श्रेणी क्रम में जोड़ दिया जाता है तो –

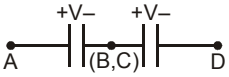


(A) the energy stored in the system increases
निकाय में संग्रहित ऊर्जा बढ़ेगी
(B*) the potential difference between end points may becomes zero.
सीमान्त बिन्दुओं के बीच विभवान्तर शून्य हो सकता है।
(C*) the potential difference between end points may becomes 2V.
सीमान्त बिन्दुओं के बीच विभवान्तर 2V हो सकता है।
(D) the charge on the plates mutually connected nullifies.
आपस में जुड़ी हुई प्लेटों पर आवेश एक दूसरे को निरस्त करते है।

Sol. the potential difference between end points may becomes zero.
मुक्त सिरों प्लेटों के बीच विभवान्तर शून्य हो सकता है।
the potential difference between end points may becomes 2V.

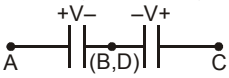
मुक्त सिरों प्लेटों के बीच विभवान्तर 2V हो सकता है।

When terminal B is connected with terminal C
जब बिन्दु B को बिन्दु C से जोड़ा जाता है



$V_A - V_D = 2V$

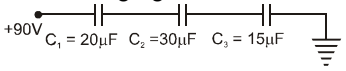
When terminal B is connected with terminal D
जब बिन्दु B को बिन्दु D से जोड़ा जाता है



$V_A - V_C = 0$

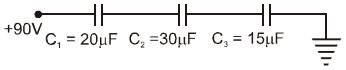
The energy stored in the system remains same.
निकाय में संचित उर्जा एक समान रहती है।

6.# We have a combination as shown in following figure. Choose the correct options :



(A*) The charge on each capacitor is 600 μC
(B*) The potential difference between the plates of C_1 is 30 V
(C*) The potential difference between the plates of C_2 is 20 V
(D*) The potential difference between the plates of C_3 is 40 V

चित्र में दर्शाये गये संयोजन के लिए सही विकल्प चुनिये :



(A*) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश 600 μC है। (B*) C_1 की प्लेटों के बीच विभवान्तर 30 V है।
(C*) C_2 की प्लेटों के बीच विभवान्तर 20 V है। (D*) C_3 की प्लेटों के बीच विभवान्तर 40 V है।

Sol. $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{3+2+4}{60}$

$C_{eq} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}\mu F$

Total charge in this series combination is = $\frac{20}{3} \times 90$

$q = 600\mu C$

Potential difference between the plate of C_1 is = $\frac{q}{C_1}$ $\frac{600}{20}$ = 30V

Potential difference between the plate of C_2 is = $\frac{q}{C_2} = \frac{600}{30}$ = 20V

Potential difference between the plate of C_3 is = $\frac{q}{C_3} = \frac{600}{15}$ = 40V

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{3+2+4}{60}$

$C_{eq} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}\mu F$

श्रेणी क्रम संयोजन में कुल आवेश = $\frac{20}{3} \times 90$ $q = 600\mu C$

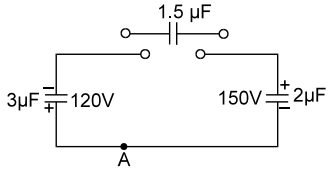
C_1 की प्लेटों के बीच विभवान्तर = $\frac{q}{C_1}$ $\frac{600}{20}$ = 30V

C_2 की प्लेटों के बीच विभवान्तर = $\frac{q}{C_2} = \frac{600}{30} = 20V$

C_3 की प्लेटों के बीच विभवान्तर = $\frac{q}{C_3} = \frac{600}{15} = 40V$

7.# Two capacitors of 2 μF & 3 μF are charged to 150 volt & 120 volt respectively. The plates of a capacitor are connected as shown in the fig. A discharged capacitor of capacity 1.5 μF falls to the free ends of the wire and connected through the free ends of the wire. Then :

2 μF व 3 μF धारिता वाले दो संधारित्र को 150 वोल्ट एवं 120 वोल्ट तक आवेशित किया जाता है। संधारित्र की पट्टिकाओं को निम्नानुसार जोड़ा जाता है। एक अनावेशित संधारित्र जिसकी धारिता 1.5 μF है, को खुले सिरों पर गिरता है और तार के मुक्त सिरों से जुड़ जाता है। तो



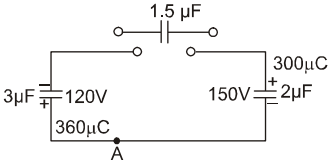
(A*) Charge on the 1.5 μF capacitor will become 180 μC at steady state.
(1.5 μF धारिता वाले संधारित्र पर स्थायी अवस्था में आवेश 180 μC होगा)

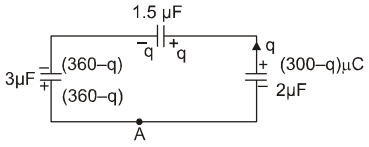
(B*) Charge on the 2 μF capacitor will become 120 μC at steady state.
(2 μF धारिता वाले संधारित्र पर स्थायी अवस्था में आवेश 120 μC होगा।)

(C*) Positive charge flows through point A from left to right.
(धनात्मक आवेश बिन्दु A में से बांयी से दायीं ओर बहता है।)

(D) Positive charge flows through point A from right to left.
(धनात्मक आवेश बिन्दु A में से दायीं से बायीं और बहता है।)

Sol.





$V_A + \frac{(300-q)}{2} - \frac{q}{1.5} + \frac{360-q}{3} = V_A$ .....(i)

by solve this equation we get

$\Rightarrow$ $q = 180\mu C$

Charge on 1.5μF capacitor is = 150μC

Charge on 2μF capacitor is = 300 – 180 = 120μC

Therefore charge flows through A from left to right .

इस समीकरण को हल करने पर हम प्राप्त करते है

$\Rightarrow$ $q = 180\mu C$

1.5μF संधारित्र पर आवेश= 150μC

2μF संधारित्र पर आवेश = 300 – 180 = 120μC

अतः आवेश बिन्दु A में से बांयी से दायीं ओर बहता है

8. When a charged capacitor is connected with an uncharged capacitor, then which of the following is/are correct option/options.

जब आवेशित संधारित्र को निरावेशित संधारित्र से जोड़ा जाता है तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य हैं।

(A*) the magnitude of charge on the charged capacitor decreases.
आवेशित संधारित्र के आवेश का परिमाण घटेगा।

(B*) a steady state is obtained after which no further flow of charge occurs.
जब अन्त में कोई भी आवेश प्रवाह नहीं होगा तब इसके पश्चात् साम्यावस्था मिलेगी।

(C) the total potential energy stored in the capacitors remains conserved.

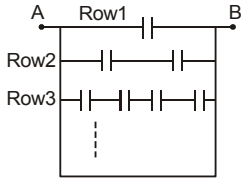
संधारित्रों में संचित कुल स्थितिज ऊर्जा संरक्षित रहेगी।

(D*) the charge conservation is always true.
आवेश का संरक्षण हमेशा सत्य है।

Sol. Magnitude of charge on the charged capacitor decreases and total charge is conserved.
At $V_1 = V_2$ $\Rightarrow$ no further flow of charge occurs i.e. condition of steady state.
In charge flow energy is consumed in heat.
आवेशित संधारित्र का संग्रहित आवेश का परिमाण घटेगा ओर कुल आवेश संरक्षित रहेगा
$V_1 = V_2$ पर $\Rightarrow$ कोई ओर आवेश का प्रवाह नही होगा। अर्थात स्थाई साम्यावस्था की स्थिति है।
आवेश प्रवाह में ऊर्जा ऊष्मा के रूप में व्यय होती है।

Section (C) : Combination of capacitors
खण्ड (C) : संधारित्रों का संयोजन

9.# Rows of capacitors containing 1,2,4,8,.....∞ capacitors, each of capacitance 2F, are connected in parallel as shown in figure. The potential difference across AB = 10 volt, then :
1,2,4,8,.....∞ संधारित्रों वाली पंक्तियों को चित्रानुसार समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है। प्रत्येक संधारित्र की धारिता 2F है। AB पर विभवान्तर 10 volt है तब :



(A*) Total capacitance across AB is 4F AB पर तुल्य धारिता 4F है

(B) Charge of each capacitor will be same प्रत्येक संधारित्र पर आवेश समान होगा

(C*) Charge on the capacitor in the first row is more than on any other capacitor
पहली पंक्ति में स्थित संधारित्र पर आवेश किसी भी दूसरे संधारित्र के आवेश से अधिक होगा।

(D) Energy of all the capacitors is 50 J सभी संधारित्रों की ऊर्जा 50 J है

Sol. $C = 2\mu F$

$$C_{eq} = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{4} + \frac{C}{8} + \frac{C}{16} + ...$$

$$C_{eq} = C\left(\frac{1}{1-1/2}\right) = 2\left(\frac{1}{1/2}\right) = 4\mu F \qquad \textbf{Ans}$$

Charge on first row capacitor is $q_1 = 2 \times 10\mu C = 20\mu C$
Charge on second row capacitor is $q_2 = 1 \times 10\mu C = 10\mu C$
Charge on third row capacitor is $q_3 = 1/2 \times 10\mu C = 5\mu C$
Therefore charge on the capacitor in the first row is more than on any other capacitor.
Energy stored in all capacitor is = $1/2\ C_{eq}\ V^2 = 1/2 \times 4 \times 10^{-6} \times (10)^2 = 0.2$ mJ **Ans**

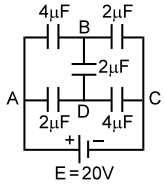
$C = 2\mu F$

$$C_{eq} = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{4} + \frac{C}{8} + \frac{C}{16} + ...$$

$$C_{eq} = C\left(\frac{1}{1-1/2}\right) = 2\left(\frac{1}{1/2}\right) = 4\mu F \qquad \textbf{Ans}$$

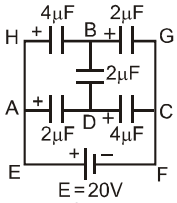
प्रथम पंक्ति के संधारित्र पर आवेश $q_1 = 2 \times 10\mu C = 20\mu C$
द्वितीय पंक्ति के संधारित्र पर आवेश $q_2 = 1 \times 10\mu C = 10\mu C$
तृतीय पंक्ति के संधारित्र पर आवेश $q_3 = 1/2 \times 10\mu C = 5\mu C$
इसलिए पहली पंक्ति में स्थित संधारित्र पर आवेश किसी भी दूसरे संधारित्र के आवेश से अधिक होगा।
सभी संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा = $1/2\ C_{eq}\ V^2$
$= 1/2 \times 4 \times 10^{-6} \times (10)^2 = 0.2$ mJ

10.# The figure shows a diagonal symmetric arrangement of capacitors and a battery. If the potential of C is zero, then (All the capacitors are initially uncharged).
चित्र में विकर्ण सममितता वाले संधारित्रो एवं बैटरी का संयोजन दर्शाया गया है। यदि C पर विभव शून्य है तो (प्रारम्भ में सभी संधारित्र अनआवेशित है)।



(A*) $V_A = +20$ V (B*) $4(V_A - V_B) + 2(V_D - V_B) = 2V_B$
(C*) $2(V_A - V_D) + 2(V_B - V_D) = 4V_D$ (D*) $V_A = V_B + V_D$

Sol.



given दिया हुआ है $V_C = 0$ in AEFC में

$V_A - 20 = V_C \Rightarrow V_A = 20$ V **Ans**

by KCL, at point D बिन्दु D पर KCL लगाने पर

$2(V_A - V_D) + 2(V_B - V_D) + 4(V_C - V_D) = 0$

$2(V_A - V_D) + 2(V_B - V_D) = 4V_D$ ..... (i) **Ans**

by KCL, at point B बिन्दु B पर KCL लगाने पर

$4(V_A - V_B) + 2(V_D - V_B) + 2(V_C - V_B) = 0$

$4(V_A - V_B) + 2(V_B - V_D) = 2V_B$ .....(ii) **Ans**

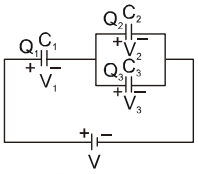
Adding eq (i) and (ii)
समीकरण (i) व (ii) को जोडने पर

$2(V_A - V_D) + 2(V_B - V_D) + 4(V_A - V_B) + 2(V_B - V_D) = 4V_D + 2V_B$

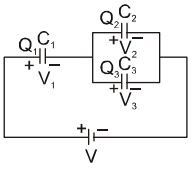
$\Rightarrow \quad 6V_A = 6V_D + 6V_B$

$\Rightarrow \quad V_A = V_D + V_B$

11.# In the adjoining diagram all the capacitors are initially uncharged, they are connected with a battery as a shown in figure. Then



प्रदर्शित चित्र में सभी संधारित्र प्रारम्भ में अनावेशित है। इनको चित्रानुसार बैटरी से जोड़ा जाता है तब :



(A*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ and $V = V_1 + V_2$ (B*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ and $V = V_1 + \frac{V_2 + V_3}{2}$

(C*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ and $V = V_1 + V_3$ (D) $Q_2 = Q_3$ and $V = V_2 + V_3$

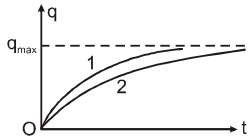
(A*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ और $V = V_1 + V_2$ (B*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ और $V = V_1 + \frac{V_2 + V_3}{2}$

(C*) $Q_1 = Q_2 + Q_3$ और $V = V_1 + V_3$ (D) $Q_2 = Q_3$ और $V = V_2 + V_3$

Sol. In shown fig. C_2 and C_3 are parallel capacitor therefore $V_2 = V_3$.
दर्शाये गये चित्र में C_2 व C_3 समान्तर संधारित्र है अतः $V_2 = V_3$.
Charge Q_1 flow through battery and gone to C_1 and divided into C_2 and C_3
बैटरी से Q_1 आवेश प्रवाहित होता है ओर C_1 जाता है और C_2 व C_3 में बट जाता है।
$Q_1 = Q_2 + Q_3$,
Total potential कुल विभव $V = V_1 + V_2 = V_1 + V_3 = V_1 + \frac{V_2 + V_3}{2}$

SECTION (D) : EQUATION OF CHARGING AND DISCHARGING
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

12.# The charge on capacitor in two different RC circuits 1 and 2 are plotted as shown in figure.
(दिए गए चित्र में दो अलग-अलग RC परिपथो 1 तथा 2 में संधारित्र पर आवेश निम्न ग्राफ द्वारा दिखाया गया है।)



Choose the correct statement(s) related to the two circuits.
(दोनो परिपथो से सम्बंधित सही कथनो को चुनिए)

(A*) Both the capacitors are charged to the same magnitude of charge
(दोनो संधारित्र एक ही परिमाण तक आवेशित होंगे।)

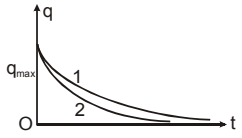
(B) The emf's of cells in both the circuits are equal.
(दोनो परिपथ में बैटरी का वि. वा. बल बराबर होगा।)

(C*) The emf's of the cells may be different
(बैटरी का वि. वा. बल अलग हो सकता है।)

(D) The emf E_1 is more than E_2
(E_1 वि. वा. बल, E_2 से बडा होगा।)

Sol. **(A,C)**
$q_{max} = q_{01} = q_{02}$ = Both capacitors are charged up to the same magnitude of charge
$q_{max} = q_{01} = q_{02}$ = दोनो संधारित्र समान परिमाण के आवेश तक आवेशित होगें
$t_2 > t_1$
$R_2C_2 > R_1C_1$
$q_{01} = C_1V_1 = q_{02} = C_2 V_2$
$C_1 \neq C_2$
So इसलिए $V_1 \neq V_2$.

13.# The instantaneous charge on capacitor in two discharging RC circuits is plotted with respect to time in figure. Choose the correct statement(s) (where E_1 and E_2 are emfs of two DC sources in two different charging circuits and capacitors are fully charged).
दो निरावेशित RC परिपथ में संधारित्र पर तात्क्षणिक आवेश को समय के साथ वक्र 1 व 2 से दर्शाया गया है। तो सही कथनों को चुनिये (यहाँ E_1 और E_2 दो दिष्ट धारा स्रोत के वि.वा.बल, दो विभिन्न आवेशन परिपथ के लिए है और संधारित्र सम्पूर्ण आवेशित है)।



(A*) $R_1C_1 > R_2C_2$ (B) $\frac{R_1}{R_2} < \frac{C_2}{C_1}$ (C*) $R_1 > R_2$ if यदि $E_1 = E_2$ (D) $C_2 > C_1$ if यदि $E_1 = E_2$

Sol. $t_1 > t_2$
$R_1C_1 > R_2C_2$ for same q_{max} समान के लिए
$q_{01} = q_{02}$ $\Rightarrow E_1C_1 = E_2C_2$ If यदि $E_1 = E_2 \Rightarrow C_1 = C_2 \Rightarrow R_1 = R_2$.

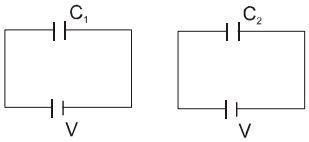
14. Capacitor C_1 of the capacitance 1 microfarad and capacitor C_2 of capacitance 2 microfarad are separately charged fully by a common battery. The two capacitors are then separately allowed to discharge through equal resistors at time t = 0.
(A) the current in each of the two discharging circuits is zero at t = 0.
(B*) the current in the two discharging circuits at t = 0 are equal but non zero.
(C) the current in the two discharging circuits at t = 0 are unequal
(D*) capacitor C_1 loses 50% of its initial charge sooner than C_2 loses 50% of its initial charge
संधारित्र C_1 की धारिता 1 माइक्रोफेरड तथा संधारित्र C_2 की धारिता 2 माइक्रोफेरड है। दोनों को अलग–अलग समान बैटरी द्वारा सम्पूर्ण आवेशित करते हैं। t = 0 पर दोनों संधारित्रों को समान प्रतिरोध द्वारा अलग–अलग निरावेशित किया जाता है।
(A) प्रत्येक दोनों निरावेशित परिपथों में t = 0 पर धारा शून्य है।
(B*) दोनों निरावेशित परिपथों में t = 0 पर बराबर परन्तु अशून्य धारा है।
(C) दोनों निरावेशित परिपथों में t = 0 पर धारा असमान है।
(D*) संधारित्र C_1 प्रारम्भिक आवेश का 50%, संधारित्र C_2 द्वारा प्रारम्भिक आवेश का 50% त्यागने की अपेक्षा जल्दी त्याग देगा

Sol. During decay of charge in RC circuit
RC परिपथ में क्षय के दौरान

$$I = I_0 e^{-t/RC}$$

where जहां $I_0 = \frac{q_0}{RC}$

when जब t = 0, $I = I_0 = \frac{q_0}{RC}$



Since potential difference between the plates is same initially therefore I same in both the cases at t = 0 and is equal to
चुंकि प्रारम्भ में प्लेटो के मध्य विभवान्तर समान है। इसलिए t = 0 का दोनो स्थिति में I समान होगी और यह है।

$$I = \frac{q_0}{RC} = \frac{V}{R}$$

Also अतः $q = q_0 e^{-t/RC}$. When जब $q = \frac{q_0}{2}$ then तक $\frac{q_0}{2} = q_0 e^{-t/RC}$

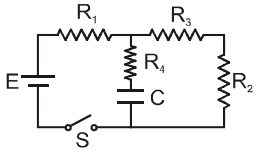
$\Rightarrow$ $e^{+t/RC} = 2$.

$$\frac{t}{RC} = \ell n 2$$

$\Rightarrow$ $t = RC \log_e 2$

$\Rightarrow$ $t \propto C$. Therefore time taken for the first capacitor (1μF) for discharging 50% of Initial charge will be less.
$t \propto C$, अतः प्रथम संधारित्र (1μF) के प्रारम्भिक आवेश के 50% तक निरोवशित होने में कम समय लेगा।
(B), (D) are the correct options.
(B), (D) सही विकल्प है

15.# In the circuit shown in figure the switch S is closed at t = 0.
दिए गए चित्र में t = 0 पर कुंजी S को बन्द कर दिया जाता है –



A long time after closing the switch (लम्बे समय तक कुंजी को बन्द करने के बाद)

(A) voltage drop across the capacitor is E
(संधारित्र पर विभव पतन E होगा)

(B*) current through the battery is $\frac{E}{R_1+R_2+R_3}$

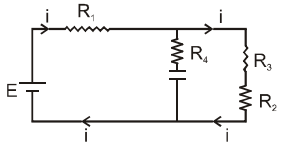
(बैटरी में से धारा $\frac{E}{R_1+R_2+R_3}$ होगी)

(C*) energy stored in the capacitor is $\frac{1}{2}C\left(\frac{(R_2+R_3)E}{R_1+R_2+R_3}\right)^2$

(संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा $\frac{1}{2}C\left(\frac{(R_2+R_3)E}{R_1+R_2+R_3}\right)^2$)

(D*) current through the resistance R_4 becomes zero
R_4 प्रतिरोध में से प्रवाहित धारा शून्य हो जायेगी

Sol. A long time after closing the switch, system comes in steady state and no current flow through capacitor.
Circuit :
लम्बे समय तक कंजी को बन्द करने के बाद, निकाय स्थायी अवस्था में आ जाता है संधारित्र से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती।



$i = \frac{E}{R_1+R_2+R_3}$

energy stored in battery बैटरी में संग्रहीत ऊर्जा $= \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}C\left(\frac{E\ (R_3+R_2)}{R_1+R_2+R_3}\right)^2$

SECTION (E) : CAPACITOR WITH DIELECTRIC परावैद्युत के साथ संधारित्र

16. The terminals of a battery of emf V are connected to the two plates of a parallel plate capacitor. If the space between the plates of the capacitor is filled with an insulator of dielectric constant K, then :
एक V वि. वा. बल की बैटरी के सिरे एक समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटो से जुड़े है। यदि प्लेटो के मध्य स्थान में K परावैद्युतांक का अचालक पदार्थ भर दिया जाय तो

(A*) the electric field in the space between the plates does not change
(प्लेटो के मध्य उपस्थित विद्युत क्षेत्र का मान परिवर्तित नही होगा)

(B*) the capacitance of the capacitor increases
(संधारित्र की धारिता बढ़ जायेगी)

(C*) the charge stored in the capacitor increases
(संधारित्र में संग्रहित आवेश बढ़ जायेगा)

(D) the electrostatic energy stored in the capacitor decreases
(संधारित्र में संग्रहित स्थिर वैद्युत ऊर्जा घट जाएगी)

Sol. **(A,B,C)**

$E = \frac{V}{d}$ $\Rightarrow$ remains constant अपरिवर्तित रहेगा

$C' = KC$ $\Rightarrow$ Increase बढेगा

$Q' = KQ$ $\Rightarrow$ Increase बढेगा

$U = \frac{1}{2}KCV^2 = KU$ $\Rightarrow$ Increase बढेगा

17. A parallel plate capacitor of plate area A & plate separation d is charged to a potential difference V & then the battery disconnected. A slab of dielectric constant K is then inserted between the plates of the capacitor so as to fill the space between the plates. If Q, E and W denote respectively, the magnitude of the charge on each plate, the magnitude of the electric field between the plates (after the slab is inserted) & the magnitude of the work done on the system, in the process of inserting the slab, then :

एक समान्तर पट्ट संघारित्र जिसकी प्लेट का क्षेत्रफल A तथा दोनो प्लेटों के बीच दूरी d है, को V विभवान्तर तक आवेशित करने के बाद बैटरी को हटा लिया जाता है, तथा प्लेंटो के बीच परावैद्युतांक K का पदार्थ भर दिया जाता है। यदि Q,E, और W क्रमशः प्रत्येक प्लेट पर आवेश का परिमाण, प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र का परिमाण (पट्टिका रखने के बाद) और पट्टिका रखने की प्रक्रिया में निकाय पर किया गया कार्य का परिमाण हो, तो –

(A*) $Q = \frac{\epsilon_0 AV}{d}$ (B) $Q = \frac{\epsilon_0 KAV}{d}$ (C*) $E = \frac{V}{Kd}$ (D*) $W = \frac{\epsilon_0 AV^2}{2d}\left(1-\frac{1}{K}\right)$

Sol. (A, C, D)

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, $C' = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$ $Q = CV = \frac{\epsilon_0 KAV}{d}$ **Ans**

$Q = CV = C_1V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V}{K}$ $E = \frac{V_1}{d} = \frac{V}{Kd}$ **Ans**

$W = U_f - U_i = \frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 AV^2}{d^2} - \frac{1}{2}\frac{K\epsilon_0 A}{d}\left(\frac{V}{K}\right)^2 = \frac{\epsilon_0 AV^2}{2d}\left(1-\frac{1}{K}\right)$ **Ans**

18. The plates of a parallel plate capacitor with no dielectric are connected to a voltage source. Now a dielectric of dielectric constant K is inserted to fill the whole space between the plates with voltage source remaining connected to the capacitor.

एक समान्तर पट्ट संधारित्र जिसमें कोई परावैद्युतांक नही है कि प्लेटों को विभव स्त्रोत से जोड़ा जाता है। अब K परावैद्युतांक के पदार्थ को प्लेटों के मध्य सम्पूर्ण स्थान में भर दिया जाता है तथा विभव स्त्रोत अभी भी जुड़ा हुआ है। तो

(A*) the energy stored in the capacitor will become K–times
संधारित्र में संचित ऊर्जा K-गुना बढ़ जायेगी।

(B) the electric field inside the capacitor will decrease to K-times
संधारित्र के अन्दर विद्युत क्षेत्र K गुना कम हो जाएगा।

(C*) the force of attraction between the plates will increase to K^2 – times
प्लेटों के मध्य आकर्षित बल K^2 गुना बढ़ जायेगा।

(D*) the charge on the capacitor will increase to K-times
संधारित्र पर आवेश K-गुना बढ़ जायेगा।

Sol. **(A,C,D)**

Battery connected V = constant
बैटरी जुडी हुई है V = अचर

$U' = \frac{1}{2}KCV^2 = KU \Rightarrow$ Increase by K–times K–गुना बढ जायेगा

$E = \frac{V}{d}$ = constant अचर

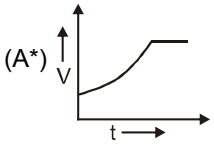
$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} \Rightarrow F = \frac{C^2V^2}{2\epsilon_0 A} \Rightarrow F' = \frac{K^2C^2V^2}{2\epsilon_0 A} = K^2F$

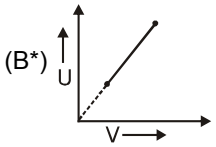
$\Rightarrow$ Increase by K^2–times K^2– गुना कम हो जायेगा

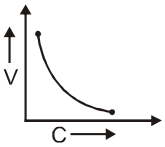
$Q = CV \Rightarrow Q' = KCV = KQ \Rightarrow$ Increase by K–times. K–गुना बढ जायेगा

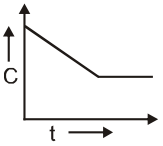
19. A parallel plate capacitor has a dielectric slab in it. The slab just fills the space inside the capacitor. The capacitor is charged by a battery and the battery is disconnected. Now the slab is started to pull out uniformly at t = 0. If at time t, capacitance of the capacitor is C, potential difference across plate is V, and energy stored in it is U, then which of the following graphs are correct ?

एक समान्तर पट्ट संधारित्र की प्लेटों के बीच परावैद्युत पट्टिका स्थित है। पट्टिका प्लेटों के बीच के स्थान को पूर्णरूप से भर देती है। संधारित्र को एक बैटरी से आवेशित किया जाता है और बैटरी को हटा दिया जाता है। अब t = 0 पर पट्टिका को एक समान रूप से बाहर की ओर खींचा जाता है। यदि किसी समय t पर संधारित्र की धारिता C, प्लेटों के मध्य विभवान्तर V और संग्रहीत ऊर्जा U हो तो निम्न में से कौनसे ग्राफ सही है –

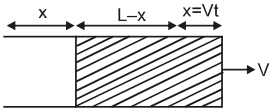
(A*) 

(B*) 

(C*) 

(D*) 

Sol. Capacitance of capacitor is संधारित्र की धारिता है = $C_0 = \frac{k \in_0 aL}{d}$



$C = \frac{\in_0 ax}{d} + \frac{k \in_0 a (L-x)}{d}$

$C = \frac{a \in_0}{d}\left[x + k(L-x)\right] = \frac{a \in_0}{d}\left[kL - (k-1)x\right] = \frac{a \in_0}{d}\left[kL - (k-1)vt\right]$

So, C decreases linearly with time इसलिए C समय के साथ रेखीय रूप से घटता है।

Charge on capacitor संधारित्र पर आवेश $Q = C_0V_0 = \frac{k \in_0 aL}{d}$ V_0 = constant.नियत

Potential difference across plate is प्लेटों के सिरों पर विभवान्तर है

$V = \frac{Q}{C} = \frac{C_0V_0}{C} \Rightarrow V \propto \frac{1}{C}$

$V = \frac{V_0}{\frac{a \in_0}{d}[kL - (k-1)vt]}$

Potential energy स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} C_0V_0V \Rightarrow U \propto V$ **Ans**

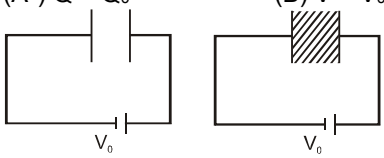
20. A parallel plate air capacitor is connected to a battery. The quantities charge, electric field and energy associated with this capacitor are given by Q_0, V_0, E_0 and U_0 respectively. A dielectric slab is now introduced to fill the space between the plates with the battery still in connection. The corresponding quantities now given by Q, V, E and U are related to the previous one as ;

(A*) $Q > Q_0$ (B) $V > V_0$ (C) $E > E_0$ (D*) $U > U_0$

समान्तर पट्ट वायु संधारित्र को बैटरी से जोड़ा जाता है। इस संधारित्र से संबंधित राशियाँ, आवेश, विभव, विद्युत क्षेत्र तथा ऊर्जा क्रमशः Q_0, V_0, E_0 तथा U_0 हैं। बैटरी को जुड़ी हुई स्थिति में रखते हुए अब प्लेटों के मध्य स्थान को परावैद्युतांक पदार्थ द्वारा भरा जाता है, तो संबंधित राशियां Q, V, E तथा U हो जाती है। तो पहले वाली राशियों से क्या संबंध होगा।

(A*) $Q > Q_0$ (B) $V > V_0$ (C) $E > E_0$ (D*) $U > U_0$

Sol.



Potential difference = V_0
Capacitance = C

$Q_0 = CV_0$

Potential Energy = $\frac{1}{2} CV_0^2$

विभवान्तर = V_0
धारिता = C

Potential difference = V_0
Capacitance = KC
[K is the dielectric constant of Slab K > 1]
New charge = $KC V_0$

New potential energy = $\frac{1}{2} KC V_0^2$

विभवान्तर = V_0
धारिता = KC

[K पट्टिका का परावैद्युतांक है। K > 1]

$Q_0 = CV_0$ नया आवेश = $KC V_0$

स्थितिज ऊर्जा = $\frac{1}{2} CV_0^2$ नई स्थितिज ऊर्जा = $\frac{1}{2} KC V_0^2$

Correct options are (A), (D). विकल्प (A) व (D) सही है।

21. On a parallel plate capacitor following operations can be performed.
P – connect the capacitor to a battery of emf V
Q – disconnect the battery
R – reconnect the battery with polarity reversed
S – insert a dielectric slab in the capacitor
एक संधारित्र के लिए निम्न प्रक्रियायें की जाती है।
P – संधारित्र को किसी विद्युत वाहक बल की बैटरी से जोड़ा जाता है।
Q – बैटरी को हटाया जाता है।
R – विपरित ध्रुवणता के साथ बैटरी को पुनः जोड़ा जाता है।
S – संधारित्र में एक परावैद्युत पट्टिका डाली जाती है।
(A) In PQR (perform P, then Q, then R), the stored electric energy remains unchanged and no thermal energy is developed
(B*) The charge appearing on the capacitor is greater after the action PSQ then after the action PQS
(C*) The electric energy stored in the capacitor is greater after the action SPQ then after the action PQS
(D*) The electric field in the capacitor after the action PS is the same as that after SP
(A) PQR (पहले P, फिर Q, फिर R), में संग्रहीत ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है और कोई तापीय ऊर्जा उत्पन्न नहीं होती है।
(B*) PQS प्रक्रिया के बाद की तुलना में प्रक्रिया PSQ के बाद संधारित्र पर आवेश अधिक होता है।
(C*) PQS प्रक्रिया के बाद की तुलना में प्रक्रिया SPQ के बाद संधारित्र में संग्रहीत ऊर्जा अधिक होती है।
(D*) प्रक्रिया PS और प्रक्रिया SP में संधारित्र की प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र समान होता है।

Sol. In PQS process charge on capacitor is Q = CV
In PSQ process charge on capacitor is Q′ = KCV

Electric energy stored in PQS is = $\frac{1}{2} CV^2$

Electric energy stored in PSQ is = $\frac{1}{2} KCV^2$

$U_{PSQ} > U_{PQS}$

Electric field in PS is E = $\frac{V}{d}$

Electric field in SP is E = $\frac{V}{d}$

$E_{PS} = E_{SP}$

PQS प्रक्रिया में संधारित्र पर आवेश Q = CV
PSQ प्रक्रिया में संधारित्र पर आवेश Q′ = KCV

PQS में संग्रहीत में विद्युत ऊर्जा = $\frac{1}{2} CV^2$

PSQ में संग्रहीत में विद्युत ऊर्जा = $\frac{1}{2} KCV^2$

$U_{PSQ} > U_{PQS}$

PS में विद्युत क्षेत्र E = $\frac{V}{d}$

SP में विद्युत क्षेत्र E = $\frac{V}{d}$

$E_{PS} = E_{SP}$

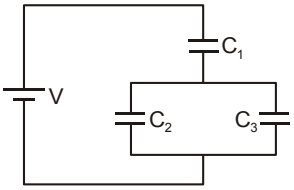
PART - IV : COMPREHENSION

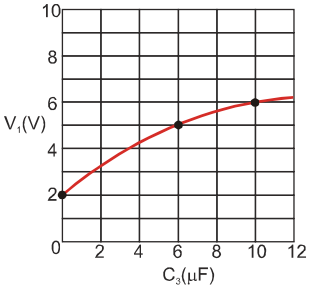
भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

Section (C) : Combination of capacitors
खण्ड (C) : संधारित्रों का संयोजन

Comprehension # 1 अनुच्छेद

Capacitor C_3 in the circuit is a variable capacitor (its capacitance can be varied). Graph is plotted between potential difference V_1 (across capacitor C_1) versus C_3. Electric potential V_1 approaches on asymptote of 10 V as $C_3 \to \infty$.
परिपथ में संधारित्र C_3 परिवर्तनीय संधारित्र है (इसकी धारिता बदली जा सकती है)। विभवान्तर V_1 (संधारित्र C_1 पर) व C_3 के मध्य ग्राफ खींचा जाता है। विद्युत विभव V_1 , 10 V के अनन्त स्पर्शी की ओर पहुँचता है जब $C_3 \to \infty$





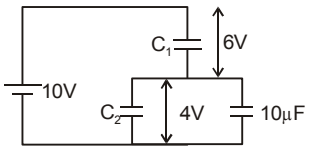
1. EMF of the battery is equal to :
बैटरी का वि०वा०बल बराबर है –
(A*) 10 V (B) 12 V (C) 16 V (D) 20 V

2. The capacitance of the capacitor C_1 has value :
संधारित्र C_1 की धारिता का मान है –
(A) 2 μF (B) 6 μF (C*) 8 μF (D) 12 μF

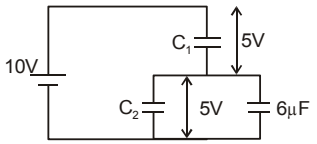
3. The capacitance of C_2 is equal to :
संधारित्र C_2 की धारिता बराबर है –
(A*) 2 μF (B) 6 μF (C) 8 μF (D) 12 μF

Sol. When $C_3 = \infty$, there will be no charge on C_2
जब $C_3 = \infty$, है तब C_2 पर कोई आवेश नहीं है।

As क्योंकि $V_1 = 10$ V therefore अतः V = 10 V
From graph when ग्राफ से जब $C_3 = 10$ μF, है तब $V_1 = 6$ V



Charge on C_1 = Charge on C_2 + Charge on C_3
C_1 पर आवेश = C_2 पर आवेश + C_3 पर आवेश
$6C_1 = 4C_2 + 40\ \mu C$ .... (1)
Also when और जब $C_3 = 6\ \mu F$, $V_1 = 5V$
Again using charge equation पुनः आवेश समीकरण का उपयोग करने पर



$5C_1 = 5C_2 + 30\ \mu C$ ....(2)

Solving (1) and (2) समीकरण (1) और (2) को हल करने पर

$C_1 = 8\ \mu F$

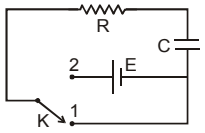
$C_2 = 2\ \mu F$.

SECTION (D) : EQUATION OF CHARGING AND DISCHARGING
आवेशन व निरावेशन की समीकरण

Comprehension # 2

In the shown circuit involving a resistor of resistance R Ω, capacitor of capacitance C farad and an ideal cell of emf E volts, the capacitor is initially uncharged and the key is in position 1. At t = 0 second the key is pushed to position 2 for t_0 = RC seconds and then key is pushed back to position 1 for t_0 = RC seconds. This process is repeated again and again. Assume the time taken to push key from position 1 to 2 and vice versa to be negligible.

चित्र में दिखाए गए परिपथ में प्रतिरोध (RΩ), संधारित्र धारिता (C) व एक आदर्श सेल (वि० वा० बल E वोल्ट)है, संधारित्र प्रारम्भ में अनावेशित है तथा कुंजी स्थिति 1 में है। t = 0 समय पर कुंजी को स्थिति 2 पर t_0 = RC सेकण्ड के लिए धकेला जाता है तथा फिर कुंजी को स्थिति 1 पर t_0 = RC सेकण्ड के लिए फिर से धकेला जाता है। इस प्रक्रम को बार–बार पुनरावर्त किया जाता है। यह मानिए कि स्थिति 1 से स्थिति 2 में कुंजी को धकेलने में या स्थिति 2 से स्थिति 1 में धकेलने में लिया गया समय नगण्य है।



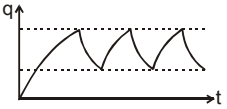
4. The charge on capacitor at t = 2RC second is
t = 2RC सेकण्ड पर संधारित्र पर आवेश होगा –

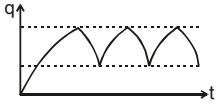
(A) CE (B) CE $\left(1-\frac{1}{e}\right)$ (C*) CE $\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^2}\right)$ (D) CE $\left(1-\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}\right)$

5. The current through the resistance at t = 1.5 RC seconds is
t = 1.5 RC सेकण्ड पर प्रतिरोध में प्रवाहित धारा होगी।

(A) $\frac{E}{e^2R}(1-\frac{1}{e})$ (B) $\frac{E}{eR}(1-\frac{1}{e})$ (C) $\frac{E}{R}(1-\frac{1}{e})$ (D*) $\frac{E}{\sqrt{e}R}(1-\frac{1}{e})$

6. Then the variation of charge on capacitor with time is best represented by
संधारित्र पर समय के साथ आवेश का परिवर्तन निम्न होगा।

(A) 

(B) 

(C*)

(D)

Sol. For t = 0 to t_o = RC seconds, the circuit is of charging type. The charging equation for this time is

$$q = CE\ (1-e^{-\frac{t}{RC}})$$

Therefore the charge on capacitor at time t_0 = RC is $q_o = CE(1-\frac{1}{e})$

For t = RC to t = 2RC seconds, the circuit is of discharging type. The charge and current equation for this time are

$$q = q_o e^{-\frac{t-t_o}{RC}} \quad \text{and} \quad i = \frac{q_o}{RC} e^{-\frac{t-t_o}{RC}}$$

Hence charge at t = 2 RC and current at t = 1.5 RC are

$$q = q_o e^{-\frac{2RC-RC}{RC}} = \frac{q_o}{e} = \frac{1}{e} CE\left(1-\frac{1}{e}\right)$$

and $$i = \frac{q_o}{RC} e^{-\frac{1.5RC-RC}{RC}} = \frac{q_o}{\sqrt{e}RC} = \frac{E}{\sqrt{e}R}\left(1-\frac{1}{e}\right)$$ respectively

Since the capacitor gets more charged up from t = 2RC to t = 3RC than in the interval t = 0 to t = RC, the graph representing the charge variation is as shown in figure

Sol. t = 0 से t_o = RC समय के लिए, परिपथ आवेशीकरण की तरह का है। इस समय के लिए आवेशीकरण की समीकरण होगी

$$q = CE\ \ (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

इसलिए संधारित्र पर आवेश का मान t_0 = RC पर है, $q_o = CE\left(1-\frac{1}{e}\right)$

t = RC से t = 2RC सेकण्ड तक परिपथ निरावेशिकरण तरह का है। अतः आवेश व धारा का समीकरण इस समय के लिए होगा

$$q = q_o e^{-\frac{t-t_o}{RC}} \quad \text{और} \quad i = \frac{q_o}{RC} e^{-\frac{t-t_o}{RC}}$$

अतः t = 2 RC पर आवेश तथा t = 1.5 RC पर धारा क्रमशः है।

$$q = q_o e^{-\frac{2RC-RC}{RC}} = \frac{q_o}{e} = \frac{1}{e} CE\left(1-\frac{1}{e}\right)$$

और $$i = \frac{q_o}{RC} e^{-\frac{1.5RC-RC}{RC}} = \frac{q_o}{\sqrt{e}RC} = \frac{E}{\sqrt{e}R}\left(1-\frac{1}{e}\right)$$ है।

चूंकि संधारित्र t = 2RC से t= 3RC समय अन्तराल में, t = 0 से t = RC समयान्तराल की तुलना में अधिक आवेश ग्रहण किये हुए होता है अतः आवेश वितरण ग्राफ में दिखाया गया है।

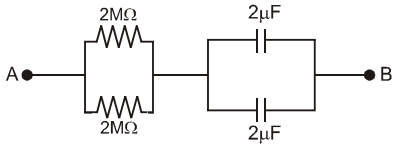
Exercise-3

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।
*** Marked Questions may have more than one correct option.**
*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -**

PART - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1.# At time t = 0, a battery of 10 V is connected across points A and B in the given circuit. If the capacitors have no charge initially, at what time (in seconds) does the voltage across them become 4 V?
[Take : ℓn 5 = 1.6, ℓn 3 = 1.1] **[JEE' 2010 ; 3/163]**
एक 10 वोल्ट की बैटरी A और B बिन्दुओं पर नीचे दिये गये परिपथ में समय t = 0 पर जोडी जाती है। यदि संधारित्र पर प्रारम्भ में कोई भी आवेश न हो तो कितने समय (सेकण्ड में) में संधारित्र पर वोल्टता 4V होगी ?
[लीजिए : ℓn 5 = 1.6, ℓn 3 = 1.1]



Ans. **t = 2 sec**
Sol. Equation of charging of capacitor,
संधारित्र के आवेशन की समीकरण

$V = V_0\left(1-e^{-t/R_{eq}C_{eq}}\right)$

$C_{eq} = 2 + 2 = 4\ \mu F$
$R_{eq} = 1\ M\Omega$

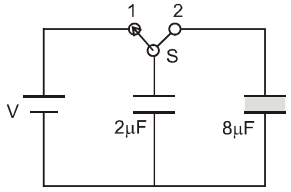
$4 = 10\left(1-e^{-\frac{t}{10^6\times4\times10^{-6}}}\right)$

$e^{-t/4} = 0.6$

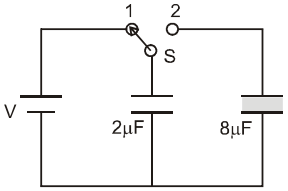
$\Rightarrow \quad e^{t/4} = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{t}{4} = \ell n\ 5 - \ell n\ 3$

$\Rightarrow \quad t = 0.5 \times 4$
$t = 2$ sec. **Ans.**

2.# A 2μF capacitor is charged as shown in figure. The percentage of its stored energy dissipated after the switch S is turned to position 2 is **[JEE' 2010 ; 3/160, –1]**



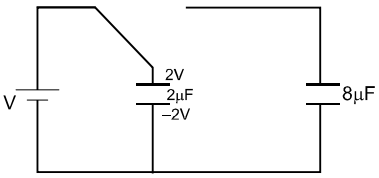
(A) 0% (B) 20% (C) 75% (D*) 80%
एक 2 μF संधारित्र को चित्र में दिखाये अनुसार आवेशित किया गया है। संधारित्र में संचित ऊर्जा के कितने प्रतिशत का ह्रास स्विच S को स्थिति 2 में बदलने के बाद होगा। **[JEE' 2010 ; 3/160, –1]**

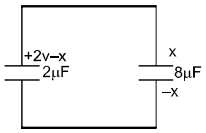


(A) 0 % (B) 20 % (C) 75 % (D) 80 %

Ans. (D)

Sol.





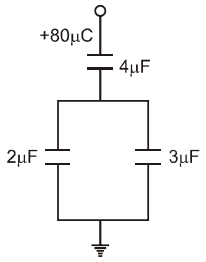
$U_i = \frac{1}{2}(2)V^2$, $V_{common} = \frac{V}{5}$

$U_f = \frac{1}{2}(2+8)\left(\frac{V}{5}\right)^2$

$\frac{U_i - U_f}{U_i} \times 100 = \frac{V^2 - \frac{V^2}{5}}{V^2} \times 100$

$\frac{4}{5} \times 100 = 80\%$ Ans.

3.# In the given circuit, a charge of +80 μC is given to the upper plate of the 4μF capacitor. Then in the steady state, the charge on the upper plate of the 3μF capacitor is : **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 3/66, –1]**
दिये गये परिपथ में 4μf के संधारित्र की ऊपरी प्लेट पर +80 μC आवेश दिया जाता है। तब स्थिर अवस्था में, 3μF संधारित्र की ऊपरी प्लेट पर आवेश होगा **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 3/66, –1]**



(A) +32 μC (B) +40 μC (C*) +48 μC (D) +80 μC

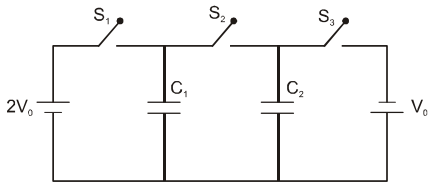
Ans. (C)

Sol. $q_3 = \frac{C_3}{C_2 + C_3}.Q$

$q_3 = \frac{3}{3+2} \times 80 = \frac{3}{5} \times 80 = 48\ \mu C$

4.*# In the circuit shown in the figure, there are two parallel plate capacitors each of capacitance C. The switch S_1 is pressed first to fully charge the capacitor C_1 and then released. The switch S_2 is then pressed to charge the capacitor C_2. After some time, S_2 is released and then S_3 is pressed. After some time.
चित्र में दर्शाये परिपथ में, दो समानान्तर प्लेटों वाले संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता C है। प्रारम्भ में स्विच S_1 को दबाया जाता है ताकि संधारित्र C_1 पूर्ण रूप से आवेशित हो जाए। इसके बाद S_2 को छोड़ दिया जाता है। इसके पश्चात् संधारित्र C_2 को आवेशित करने के लिये स्विच S_2 को दबाया जाता है। कुछ समय के बाद S_2 को छोड़ा दिया जाता है तथा S_3 को दबाया जाता है। कुछ समय बाद –

[JEE (Advanced) 2013, 3/60]



(A) the charge on the upper plate of C_1 is $2CV_0$ (B*) the charge on the upper plate of C_1 is CV_0
(C) the charge on the upper plate of C_2 is 0 (D*) the charge on the upper plate of C_2 is $-CV_0$
(A) C_1 की ऊपरी प्लेट पर $2CV_0$ आवेश है। (B*) C_1 की ऊपरी प्लेट पर CV_0 है।
(C) C_2 की ऊपरी प्लेट पर शून्य आवेश है। (D*) C_2 की ऊपरी प्लेट पर $-CV_0$ आवेश है।

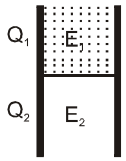
Ans. **(B,D)**

Sol. When switch S_1 is released charge on C_1 is $2CV_0$ (on upper plate)
When switch S_2 is pressed charge on C_1 is CV_0 (on upper plate) and charge on C_2 is CV_0 (on upper plate)
When switch S_2 is released and switch S_3 pressed charge on C_1 is CV_0 (on upper plate) and charge on C_2 is $-CV_0$ (on upper plate)

Hindi. जब कुंजी S_1 खोली जाती है, C_1 पर आवेश $2CV_0$ है (ऊपरी प्लेट पर)
जब कुंजी S_2 दबायी जाती है, C_1 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर) तथा C_2 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर)
जब कुंजी S_2 खोली व S_3 दबायी जाती है, C_1 पर आवेश CV_0 है (ऊपरी प्लेट पर) तथा C_2 पर आवेश $-CV_0$ है (ऊपरी प्लेट पर)

5.*# A parallel plate capacitor has a dielectric slab of dielectric constant K between its plates that covers 1/3 of the area of its plates, as shown in the figure. The total capacitance of the capacitor is C while that of the portion with dielectric in between is C_1. When the capacitor is charged, the plate area covered by the dielectric gets charge Q_1 and the rest of the area gets charge Q_2. Choose the correct option/options, igonoring edge effects.
चित्र में दर्शाए गए एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच रखा परावैद्युतांक K का एक परावैद्युत (Dielectric) गुटका पट्टिकाओं के क्षेत्रफल का 1/3 भाग ढकता है। संधारित्र की कुल धारिता C है, जबकि वह भाग, जहाँ परावैद्युत गुटका रखा है, की धारिता C_1 है। संधारित्र को आवेशित करने पर पट्टिकाओं के उस भाग में जहाँ परावैद्युत रखा है, आवेश Q_1 तथा शेष क्षेत्रफल में आवेश Q_2 समाग्रहित होता है परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र E_1 तथा शेष भाग में विद्युत क्षेत्र E_2 है। कोर प्रभाव (edge effects) की उपेक्षा करते हुए सही विकल्प/विकल्पों को चुनिए।

[JEE (Advanced) 2014,P-1, 3/60]



(A*) $\frac{E_1}{E_2}=1$ (B) $\frac{E_1}{E_2}=\frac{1}{K}$ (C) $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{3}{K}$ (D*) $\frac{C}{C_1}=\frac{2+K}{K}$

Ans. **(A), (D)**

Sol. $C=\frac{K\varepsilon_0 A}{3d}+\frac{2\varepsilon_0 A}{3d}$

$C_1=\frac{K\varepsilon_0 A}{3d}$

$\frac{C}{C_1}=\frac{2+K}{K}$ Ans. (D)

$E_1=E_2=\frac{V}{d}$

$\Rightarrow \quad \frac{E_1}{E_2}=1$ Ans. (A)

$$Q_1 = C_1V = \frac{K\varepsilon_0 A}{3d}V$$

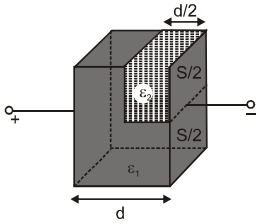
$$Q_2 = C_2V = \frac{2\varepsilon_0 A}{3d}V$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{K}{2}$$

6.# A parallel plate capacitor having plates of area S and plate separation d, has capacitance C_1 in air. When two dielectrics of different relative permittivities ($\varepsilon_1 = 2$ and $\varepsilon_2 = 4$) are introduced between the two plates as shown in the figure, the capacitance becomes C_2. The ratio $\frac{C_2}{C_1}$ is

एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल S तथा पट्टिकाओं के बीच में दूरी d है तथा इसकी वायु में धारिता C_1 है। जब पट्टिकाओं के मध्य दो अलग–अलग सापेक्ष परावैद्युतांकों ($\varepsilon_1 = 2$ तथा $\varepsilon_2 = 4$) के परावैद्युत पदार्थ दर्शाये चित्रानुसार रखे जाते है तब इस प्रकार बने नये संधातित्र की धारिता C_2 हो जाती है। तब अनुपात है।

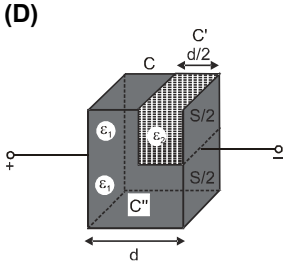
[JEE (Advanced) 2015 ; P-2, 4/88, –2]

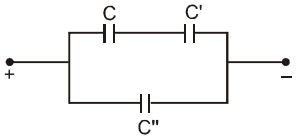


(A) 6/5 (B) 5/3 (C) 7/5 (D*) 7/3

Ans. **(D)**

Sol.





$$C_1 = \frac{\in_0 A}{d}; \qquad C = \frac{2\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{2\varepsilon_0 s}{d}$$

$$C' = \frac{4\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{4\varepsilon_0 s}{d} \quad ; \quad C'' = \frac{2\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{d} = \frac{\in_0 s}{d}$$

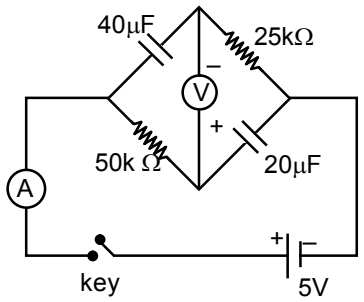
$$C_2 = \frac{C\ C'}{C + C'} + C'' = \frac{4}{3}\frac{\in_0 s}{d} + \frac{\in_0 s}{d} = \frac{7}{3}\frac{\in_0 s}{d}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{7}{3}$$

7.* In the circuit shown below, the key is pressed at time t = 0. Which of the following statement(s) is (are) true?

नीचे दिखाये गए परिपथ में समय t = 0 पर बटन (key) को दबाया गया है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

[JEE (Advanced) 2016 ; P-2, 4/62, –2]



(A*) The voltmeter displays –5 V as soon as the key is pressed, and displays +5 V after a long time

(B*) The voltmeter will display 0 V at time t = ℓn 2 seconds

(C*) The current in the ammeter becomes 1/e of the initial value after 1 second

(D*) The current in the ammeter becomes zero after a long time

(A*) बटन को दबाते ही वोल्टमीटर –5 V दिखाता है जबकि लम्बे समय के बाद वो +5 V दिखाता है

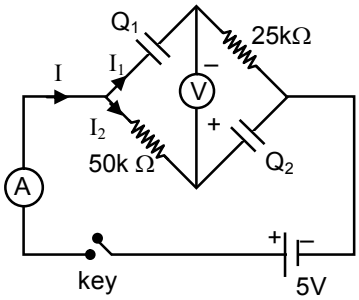
(B*) समय t = ℓn 2 seconds पर वोल्टमीटर शून्य वोल्ट दिखाता है

(C*) 1 second के बाद अमीटर में धारा प्रारम्भिक धारा का 1/e गुणा होती है

(D*) लंबे समय के बाद अमीटर में धारा शून्य हो जाती है

Ans. (ABCD)

Sol.



$q_1 = (200 \times 10^{-3})\left[1 - e^{-\frac{t}{1}}\right]$

$q_2 = (100 \times 10^{-3})\left[1 - e^{-\frac{t}{1}}\right]$

$\frac{q_1}{C} = (50 \times 10^3)\frac{dq_2}{dt}$

$\frac{\left(200 \times 10^{-3}\right)\left(1 - e^{-t}\right)}{40 \times 10^{-6}} = (50 \times 10^3)(100 \times 10^{-3})[e^{-t}]$

$(1 - e^{-t})\ \frac{10^6}{20} = 50 \times 10^3(e^{-t})$

$\frac{1}{2} = e^{-t}$

$t = \ell n2$

$I = I_1 + I_2 = (200 \times 10^{-3})(e^{-t}) + (100 \times 10^{-3})e^{-t}$

$= 100 \times 10^{-3}[2e^{-t} + e^{-t}]$

$= (300 \times 10^{-3})\ e^{-t}$

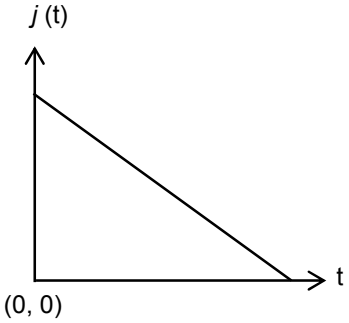
$= \left(\frac{300 \times 10^{-3}}{e} \right)$

At $t = \infty$ पर , $I = 0$

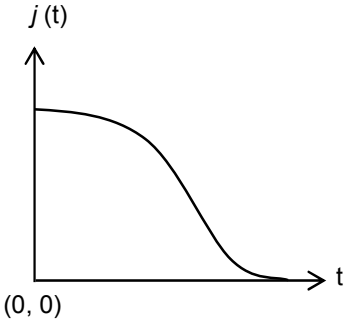
8. An infinite line charge of uniform electric charge density λ lies along the axis of an electrically conducting infinite cylindrical shell of radius R. At time t = 0, the space inside the cylinder is filled with a material of permittivity ε and electrical conductivity σ. The electrical conduction in the material follows Ohm's law. Which one of the following graphs best describes the subsequent variation of the magnitude of current density *j* (t) at any point in the material? **[JEE (Advanced) 2016 ; P-1, 3/62, –1]**

एक बेलनाकार अनंत विद्युतचालक कवच की त्रिज्या R है। बेलन के अक्ष पर एक अनंत रेखीय विद्युत आवेश स्थित है जिसका एकसमान रेखीय घनत्व λ है। बेलन के अंदर की जगह को समय t = 0 पर एक पदार्थ से भरा जाता है, जिसका पराविद्युतांक ε एवं विद्युतचालकता σ है। पदार्थ में विद्युत आवेश की चालकता ओम् के नियम (Ohm's law) का पालन करती है। परवर्ती समय में पदार्थ में किसी भी बिन्दु पर विद्युत धारा घनत्व j (t) के परिमाण में परिवर्तन का सबसे अच्छा वर्णन कौनसा लेखाचित्र करता है?

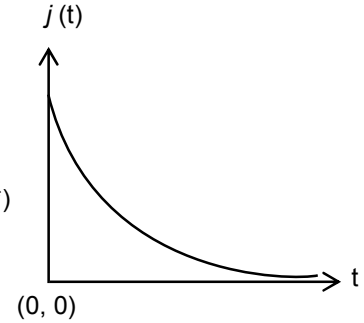
(A)



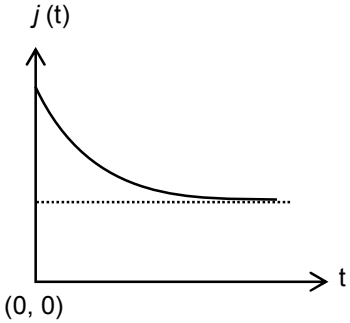
(B)



(C*)

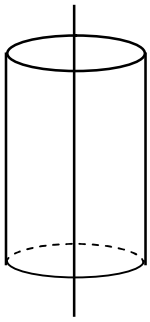


(D)



Ans. (C)

Sol.



Suppose charge per unit length at any instant is λ and initially it is λ_0

electric field at a distance r any instant is

माना किसी क्षण इकाई लम्बाई पर आवेश λ तथा प्रारम्भ में यह λ_0 है

किसी क्षण r दूरी पर विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \in r}$$

$$J = \sigma \frac{\lambda}{2\pi \in r}$$

$$\frac{dq}{dt} = J(A) = - J \times 2\pi r\ell$$

$$\frac{d\lambda\ell}{dt} = -\frac{\lambda}{2\pi \in r} \times \sigma 2\pi r\ell$$

$$\lambda = \lambda_0 e^{-\frac{\sigma}{\in}t}$$

$$J = J_0 e^{-\frac{\sigma}{\in}t}$$

PARAGRAPH -1

अनुच्छेद-1

Consider a simple RC circuit as shown in figure 1.

Process 1 : In the circuit the switch S is closed at t = 0 and the capacitor is fully charged to voltage V_0 (i.e., charging continues for time T>> RC). In the process some dissipation (E_D) occurs across the resistance R. The amount of energy finally stored in the fully charged capacitor is E_C.

Process 2 : In a different process the voltage is first set to $\frac{V_0}{3}$ and maintained for a charging time T >>RC. Then the voltage is raised to $\frac{2V_0}{3}$ without discharging the capacitor and again maintained for a time T >> RC. The process is repeated one more time by raising the voltage to V_0 and the capacitor is charged to the same final voltage V_0 as in Process 1.

These two processes are depicted in figure 2.

एक साधारण RC परिपथ को देखिये, जैसा चित्र 1 (Figure 1) में दर्शाया गया है।

प्रक्रम 1 (Process 1): t = 0 पर स्विच S द्वारा परिपथ पूर्ण किया जाता है एवं संधारित्र पूर्ण रूप से वोल्टता V_0 से आवेशित हो जाता है (T>> RC समय तक आवेषण चलता रहता है) इस प्रक्रम में प्रतिरोध R के द्वारा कुछ विद्युत–ऊर्जा क्षय (energy dissipated) E_D होती है। पूर्ण रूप से आवेशित संधारित्र मे संचित ऊर्जा (stored energy in a charged capacitor) का मान E_C है।

प्रक्रम 2 (Process 2) : एक अलग प्रक्रम मे पहले $\frac{V_0}{3}$ वोल्टता को आवेशित समय T >>RC के लिए अनुरक्षित किया जाता है और बिना संधारित्र आवेश विसर्जन के समय को T >> RC के लिए अनुरक्षित करके वोल्टता को $\frac{2V_0}{3}$ तक बढाया जाता है। वोल्टता को V_0 तक बढाने के लिए यह प्रक्रम एक और बार दोहराया जाता है। संधारित्र को अंतिम वोल्टता V_0 (जैसे कि प्रक्रम 1 में) तक आवेशित किया जाता है।

दोनों प्रक्रम चित्र 2 (figure 2) में दिखाया गए है।

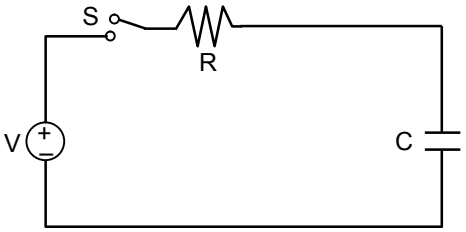


Figure 1

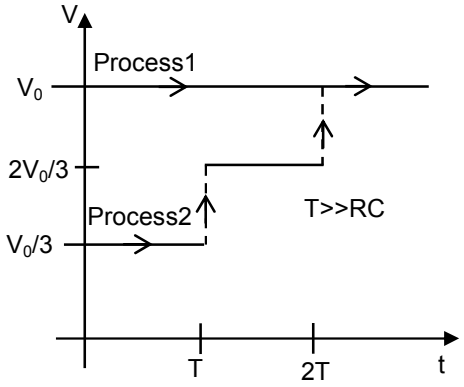


Figure 2

9. In process 1, the energy stored in the capacitor E_C and heat dissipated across resistance E_D are related by :

[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 3/61]

प्रक्रम 1, में संधारित्र में संचित ऊर्जा E_C और प्रतिरोध R द्वारा ऊर्जा क्षय E_D में सम्बन्ध है।

(A) $E_C = \frac{1}{2}E_D$ (B) $E_C = E_D \ln 2$ (C) $E_C = 2E_D$ (D) $E_C = E_D$

Ans. **(D)**

Sol. $E_C = \frac{1}{2}CV_0^2$; $E_D = V_0CV_0 - \frac{1}{2}CV_0^2$

$= \frac{1}{2}CV_0^2$

$\therefore E_C = E_D$

10. In process 2, total energy dissipated across the resistance E_D is :
प्रक्रम 2 के दौरान प्रतिरोध के द्वारा कुल क्षय ऊर्जा E_D है। **[JEE (Advanced) 2017 ; P-2, 3/61]**

(A) $E_D = 3\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$ (B) $E_D = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$

(C) $E_D = 3CV_0^2$ (D) $E_D = \frac{1}{2}CV_0^2$

Ans. **(B)**

Sol. $E_{D_1} = \frac{V_0}{3}\left(\frac{CV_0}{3}\right) - \frac{1}{2}C.\left(\frac{V_0}{3}\right)^2 = \frac{CV_0^2}{9} - \frac{CV_0^2}{18}$

$= \frac{CV_0^2}{18}$

$E_{D_2} = \frac{2V_0}{3}\left[\frac{2CV_0}{3} - \frac{CV_0}{3}\right] - \left[\frac{1}{2}C\left(\frac{2V_0}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}C.\left(\frac{V_0}{3}\right)^2\right]$

$= \frac{2V_0}{3}\left[\frac{CV_0}{3}\right] - \frac{1}{2}C\left[\frac{4V_0^2}{9} - \frac{V_0^2}{9}\right]$

$= \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{2\times 9}\times 3\right)CV_0^2 = \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{6}\right)CV_0^2 = \left(\frac{12-9}{9\times 6}\right)CV_0^2$

$E_{D_2} = \frac{1}{18}CV_0^2$

$$E_{D_3} = V_0\left[CV_0 - \frac{2CV_0}{3}\right] - \left[\frac{1}{2}CV_0^2 - \frac{1}{2}C\left(\frac{2V_0}{3}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{3}CV_0^2 - \frac{1}{2}CV_0^2\left[1 - \frac{4}{9}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{18}\right)CV_0^2 = \left(\frac{6-5}{18}\right)CV_0^2 = \left(\frac{1}{18}\right)CV_0^2$$

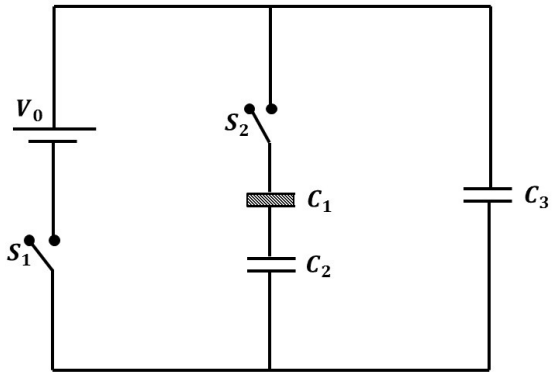
Total कुल $= \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18}\right)CV_0^2$

$$= \frac{3}{18}CV_0^2$$

$E_D = \frac{3}{9}\left[\frac{1}{2}CV_0^2\right] = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CV_0^2\right)$

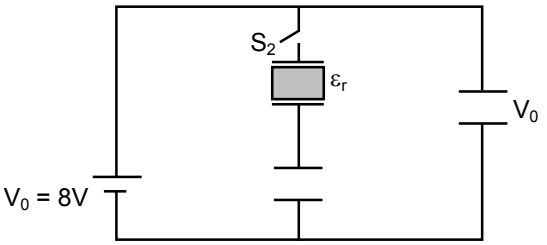
11. Three identical capacitors C_1, C_2 and C_3 have a capacitance of 1.0 μF each and they are uncharged initially. They are connected in a circuit as shown in the figure and C_1 is then filled completely with a dielectric material of relative permittivity ε_r. The cell electromotive force (emf) V_0 = 8V. First the switch S_1 is closed while the switch S_2 is kept open. When the capacitor C_3 is fully charged, S_1 is opened and S_2 is closed simultaneously. When all the capacitors reach equilibrium, the charge on C_3 is found to be 5μC. The value of ε_r = _____.

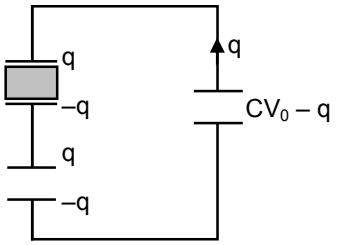
तीन एकसमान संधारित्रों (identical capacitors) C_1, C_2 और C_3 में प्रत्येक की धारिता 1.0 μF है और शुरूआत में तीनों संधारित्रों अनावेशित (uncharged) है। तीनों संधारित्रों को, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक परिपथ (circuit) में जोड़ा गया है और उसके बाद C_1 में ε_r सापेक्ष परावैद्युतांक (relative permittivity) का एक परावैद्युत (dielectric) पदार्थ पूर्णतः भरा जाता है। सेल (cell) का विद्युत वाहक बल (electromotive force, emf), V_0 = 8V है। शुरूआत में कुंजी (switch) S_1 बन्द है और कुंजी S_2 खुली है। संधारित्र C_3 के पूरी तरह आवेशित (charged) होने के बाद, एक ही पल से एक साथ (simultaneously) कुंजी S_1 को खोल दिया जाता है और कुंजी S_2 को बन्द कर दिया जाता है। जब सभी संधारित्र साम्यावस्था (equilibrium) में आ जाते है, तब संधारित्र C_3 पर 5μC का आवेश पाया जाता है। ε_r का मान _____ है। **[JEE (Advanced) 2018 ; P-1, 3/60]**



Ans. **1.50**

Sol.





$\frac{CV_0 - q}{C} - \frac{q}{\varepsilon_r C} - \frac{q}{C} = 0$ $\qquad$ $\frac{CV_0 - q}{C} = 5$

$5 = \frac{q}{C}\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$ $\qquad$ $8C - q = 5C$

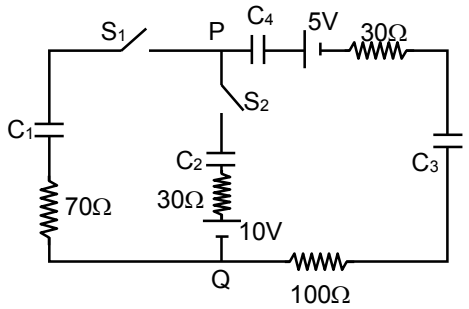
$= 3\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$ $\qquad$ $\Rightarrow q = 3C$

$\frac{5}{3} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_r} \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{2}{3}$

$\varepsilon_r = \frac{3}{2} = 1.5$

12.* In the circuit shown, initially there is no charge on capacitors and keys S_1 and S_2 are open. The values of the capacitors are $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 30\mu F$, and $C_3 = C_4 = 80\mu F$. Which statements is/are correct :
प्रदर्शित परिपथ में, आरम्भ में संधारित्रों पर कोई आवेश नही है और कुजी S_1 और S_2 खुली है। संधारित्रों के मान $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 30\mu F$, और $C_3 = C_4 = 80\mu F$ है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है(हैं)?

[JEE (Advanced) 2019 ; P-1, 3/62]



(A) The key S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged. Now key S_2 is closed, at this time the instantaneous current across 30Ω resistor (between points P & Q) will be 0.2A (round off to 1st decimal place).

(B*) If key S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged, the voltage across C_1 will be 4V.

(C*) At time t = 0, if the key S_1 is closed, the instantaneous current in the closed circuit will be 25 mA

(D) if S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged, the voltage difference between P and Q will be 10V.

(A) कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बंद रखा जाता है कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाते है। अब कुंजी S_2 को बंद किया जाता है तब इस समय पर 30Ω के प्रतिरोध (P और Q के मध्य) में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान 0.2A होगा। (दशमलव के प्रथम स्थान तक राउंड ऑफ (round off)

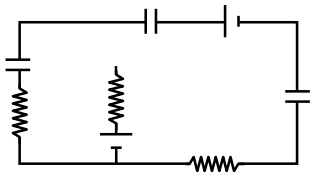
(B) यदि कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बंद किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब संधारित्र C_1 पर 4V का विभव होगा।

(C) समय t = 0 पर, जब कुंजी S_1 को बंद किया जाता है, तब बंद परिपथ में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान 25 mA होगा।

(D) यदि कुंजी S_1 को लंबे समय के लिए इस प्रकार बंद किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब बिन्दु P और Q के मध्य 10V का विभवांतर होगा

Ans. (BC)

Sol.

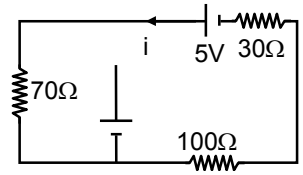


Just after closing of switch S_1 charge on capacitors is zero.

$\therefore$ Replace all capacitors with wire.

कुंजी S_1 बन्द करने के तुरन्त पश्चात् संधारित्रों पर आवेश शून्य है।

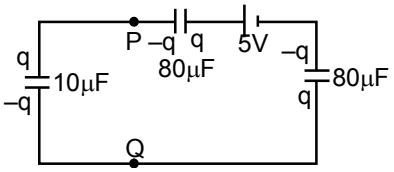
$\therefore$ सभी संधारित्रों को तार से बदलने पर



$$i = \frac{5}{70+100+30} = \frac{5}{200} = 25mA$$

Now S_1 is kept closed for long time circuit is in steady state

अब S_1 को लम्बे समय तक बन्द करने पर परिपथ स्थायी अवस्था में होता है।



$$\frac{q}{10}+\frac{q}{80}+\frac{q}{80}-5=0$$

$$\frac{10q}{80}=5$$

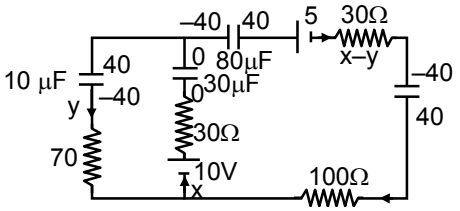
$\therefore$ q = 40 μC

$\therefore$ V across C_1 = 40/10 = 4 volt

Now just after closing of S_2 charge on each capacitor remain same

$\therefore$ C_1 के सिरों पर विभवान्तर = 40/10 = 4 volt

अब S_2 को बन्द करने के तुरन्त पश्चात् सभी संधारित्रों पर आवेश समान होगा



KVL

$-10 + x \times 30 + 40/10 + y \times 70 = 0$

$30x + 70y = 6$ ....(1)

$-\frac{40}{80} + 5 + (x - y)\,30 - \frac{40}{80} + (x - y) \times 100 - 10 + x \times 30 = 0$

$160x - 130y - 6 = 0$ ....(2)

$y = 96/1510$

$x = 0.05$ amp.

Correct option – 2, 3

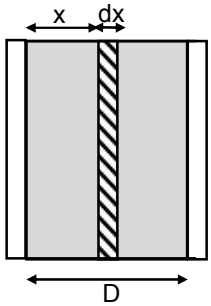
13. A parallel plate capacitor of capacitance C has spacing d between two plates having area A. The region between the plates is filled with N dielectric layers, parallel to its plates, each with thickness $\delta = \frac{d}{N}$. The dielectric constant of the m^{th} s layer is $K_m = K\left(1+\frac{m}{N}\right)$. For a very large N($> 10^3$), the capacitance C is $\alpha\left(\frac{K \in_0 A}{d \ln 2}\right)$. The value of α will be _____ . [$\in_0$ is the permittivity of free space]

एक C धारिता वाले समान्तर प्लेट संधारित्र के प्लेटों के बीच की दूरी d है और प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है। प्लेटों के बीच पूरे स्थान को प्लेटों के समान्तर $\delta = \frac{d}{N}$ मोटाई वाली N परावैद्युत परतों से भर देते हैं। m^{th} परत का परावैद्युतांक $K_m = K\left(1+\frac{m}{N}\right)$ है। बहुत अधिक N($> 10^3$) के लिए धारिता C = $\alpha\left(\frac{K \in_0 A}{d \ln 2}\right)$ है। α का मान _____ होगा। [मुक्त आकाश (free space) की वैद्युतशीलता $\in_0$ है]

[JEE (Advanced) 2019 ; P-1, 3/62]

Ans. **1.00**

Sol.



$\frac{x}{m} = \frac{D}{N}$

$d\left(\frac{1}{C}\right) = \frac{dx}{K_m \varepsilon_0 A} = \frac{dx}{K\varepsilon_0 A\left(1+\frac{m}{N}\right)} = \frac{dx}{K\varepsilon_0 A\left(1+\frac{x}{D}\right)}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \int d\left(\frac{1}{C}\right) = \int_0^D \frac{Ddx}{K\varepsilon_0 A(D+x)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{D}{K\varepsilon_0 A}\ell n2$$

$C_{eq} = \frac{K\varepsilon_0 A}{D\ell n2}$. Therefore $\alpha = 1$

PART - II : JEE (MAIN) / AIEEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षों) के प्रश्न

1. Let C be the capacitance of a capacitor discharging through a resistor R. Suppose t_1 is the time taken for the energy stored in the capacitor to reduce to half its initial value and t_2 is the time taken for the charge to reduce to one-fourth its initial value. Then the ratio t_1/t_2 will be **[AIEEE 2010, 4/144]**

एक प्रतिरोध R से धारिता C का एक संधारित्र विसर्जित हो रहा है। यह मान लें कि संधारित्र से संभरित ऊर्जा को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर आधा रह जाने में t_1 समय लगता है और आवेश को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर एक–चौथाई रह जाने में t_2 समय लगता है। तब अनुपात t_1/t_2 होगा।

(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3*) $\frac{1}{4}$ (4) 2

Ans. **(3)**

Sol. $U_0 = \frac{q_0^2}{2C}$ $U = \frac{q_0^2 e^{-2t_1/\tau}}{2C} = \frac{U_0}{2} = \frac{q_0^2}{4C}$ $\Rightarrow$ $e^{-2t_1/\tau} = \frac{1}{2}$

$t_1 = \frac{\tau}{2}\ \ell n2$ ....(1)

and व $q = q_0 e^{-t_2/\tau}$

$\frac{q_0}{4} = q_0\ e^{-t_2/\tau}$,

$e^{-t_2/\tau} = \frac{1}{4}$

$t_2 = 2\tau \ln 2$ ....(2)

$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{4}$

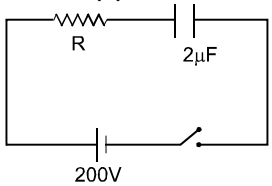
2. A resistor 'R' and 2μF capacitor in series is connected through a switch to 200 V direct supply. Across the capacitor is a neon bulb that lights up at 120 V. Calculate the value of R to make the bulb light up 5s after the switch has been closed. ($\log_{10}2.5 = 0.4$) **[AIEEE 2011, 4/120, –1]**

एक प्रतिरोधक 'R' और 2μF संधारित्र को श्रेणीक्रम में एक स्विच के द्वारा 200 V सीधी सप्लाई से जोड़ा जाता है। संधारित्र पर एक नियान बल्ब लगा है जोकि 120 V पर प्रकाशित हो उठता है। R के उस मान की गणना कीजिए जिससे कि स्विच बन्द करने के 5s पश्चात् बल्ब प्रकाशित हो जाए। ($\log_{10}2.5 = 0.4$) **[AIEEE 2011, 4/120, –1]**

(1) $1.3 \times 10^4\ \Omega$ (2) $1.7 \times 10^5\ \Omega$ (3*) $2.7 \times 10^6\ \Omega$ (4) $3.3 \times 10^7\ \Omega$

Ans. **(3)**

Sol.



$v = 200(1 - e^{-t/\tau})$

$120 = 200(1 - e^{-t/\tau})$

$e^{-t/\tau} = \frac{200-120}{200} = \frac{80}{200}$

$t/\tau = \log(2.5) = 0.4$

$5 = (0.4) \times R \times 2 \times 10^{-6}$

$\Rightarrow \quad R = \dfrac{5}{(0.4)\times 2\times 10^{-6}} = R = 2.7 \times 10^{6}$ **Ans.**

3. Combination of two identical capacitors, a resistor R and a dc voltage source of voltage 6V is used in an experiment on a (C – R) circuit. It is found that for a parallel combination of the capacitor the time in which the voltage of the fully charged combination reduces to half its original voltage is 10 second. For series combination the time needed for reducing the voltage of the fully charged series combination by half is : **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

दो एकसमान संधारित्र, एक प्रतिरोधक R और 6V वोल्टता के एक सीधी धारा के स्त्रोत के संयोजन से एक (C – R) परिपथ का प्रयोग किया जाता है। यह पाया जाता है कि संधारित्रों के समान्तर क्रम में होने पर पूर्णतः आवेशित संयोजन की वोल्टता घटकर 10 सैकण्ड में आधी हो जाती है। संधारित्रों के श्रेणीक्रम में होने पर पूर्णतः आवेशित संयोजन की वोल्टता को घटकर आधी होने में समय लगेगा: **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) 10 second (2) 5 second (3*) 2.5 second (4) 20 second

(1) 10 सैकण्ड (2) 5 सैकण्ड (3) 2.5 सैकण्ड (4) 20 सैकण्ड

Ans. (3)

Sol. Time constant for parallel combination = 2RC

समान्तर संयोजन के लिए समय नियतांक = 2RC

Time constant for series combination = $\dfrac{RC}{2}$

श्रेणी संयोजन के लिए समय नियतांक = $\dfrac{RC}{2}$

In first case : प्रथम स्थिति में :

$$V = V_0 e^{-\frac{t_1}{2RC}} = \frac{V_0}{2} \qquad \text{.....(i)}$$

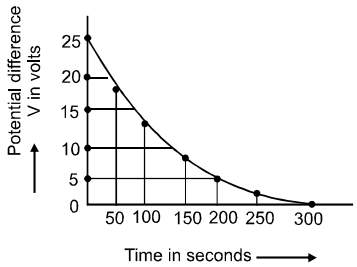
In second case : द्वितीय स्थिति में :

$$V = V_0 e^{-\frac{t_2}{(RC/2)}} = \frac{V_0}{2} \qquad \text{.....(ii)}$$

From (i) & (ii), (i) व (ii) से,

$$\frac{t_1}{2RC} = \frac{t_2}{(RC/2)} \qquad \Rightarrow \qquad t_2 = \frac{t_1}{4} = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ sec.}$$

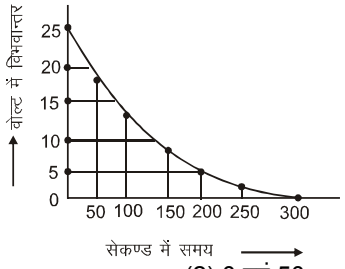
4.# The figure shows an experimental plot discharging of a capacitor in an RC circuit. The time constant τ of this circuit lies between : **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**



(1) 150 sec and 200 sec (2) 0 and 50 sec

(3) 50 sec and 100 sec (4*) 100 sec and 150 sec

चित्र एक R-C परिपथ में संधारित्र के अनावेशित होने का प्रयोगिक प्लॉट दर्शाता है। इस परिपथ का समय स्थिरांक τ इसके बीच में पड़ता है : **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**



(1) 150 sec एवं 200 sec (2) 0 एवं 50 sec

(3) 50 sec एवं 100 sec (4) 100 sec एवं 150 sec

Ans. (4)

Sol. $Q = c\varepsilon_0 e^{-t/cR}$

$4\varepsilon = 4\varepsilon_0 e^{-t/\tau}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon^{-t/\tau}$

When जब $t = 0 \Rightarrow \quad \varepsilon_0 = 25$

$\varepsilon = \varepsilon_0 = 25$

when जब $t = 200 \Rightarrow \quad \varepsilon = 5$

$5 = 25\ e^{-\frac{200}{\tau}}$

$\ln 5 = \frac{200}{\tau}$

$\tau = \frac{200}{\ell n5} = \frac{200}{\ell n10 - \ell n2}$

$= \frac{200}{\ell n10 - 0.693}$

Alternative :

Time constant is the time in which 63% discharging is completed.

So remaining charge = 0.37 × 25 = 9.25 V

Which time in 100 < t < 150 sec.

Alternative :

समय नियतांक वह समय है जिसमें 63% निरावेशन पूर्ण हो जाता है।

अतः शेष आवेश = 0.37 × 25 = 9.25 V

जो समय 100 < t < 150 sec. में है।

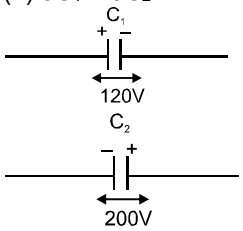
5. Two capacitors C_1 and C_2 are charged to 120 V and 200 V respectively. It is found that by connecting them together the potential on each one can be made zero. Then :

(1) $5C_1 = 3C_2$ (2*) $3C_1 = 5C_2$ (3) $3C_1 + 5C_2 = 0$ (4) $9C_1 = 4C_2$

दो संधारित्र C_1 एवं C_2 क्रमशः 120 V एवं 200 V पर आवेशित किये गये है। यह पाया जाता है कि उन्हे एक दूसरे से जोड देने पर प्रत्येक पर विभव शून्य किया जा सकता हैं। तब : **[JEE (Main) 2013 ; 4/120, –1]**

(1) $5C_1 = 3C_2$ (2) $3C_1 = 5C_2$ (3) $3C_1 + 5C_2 = 0$ (4) $9C_1 = 4C_2$

Sol.



For potential to be made zero, after connection

संयोजन के पश्चात् विभव शून्य होने के लिए

$120C_1 = 200\ C_2$

$\Rightarrow \quad 3C_1 = 5C_2$

Ans. (2)

6. A parallel plate capacitor is made of two circular plates separated by a distance of 5 mm and with a dielectric of dielectric constant 2.2 between them. When the electric field in the dielectric is 3×10^4 V/m, the charge density of the positive plate will be close to : **[JEE(Main) 2014 ; 4/120, –1]**

दो वृत्तीय प्लेटों, जिनके बीच दूरी 5 mm है, से एक समान्तर पट्टिका संधारित्र बनाया गया है जिसके बीच परावैद्युत स्थिरांक 2.2 का एक परावैद्युत रखा गया है। जब परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र 3×10^4 V/m है, तब धनात्मक प्लेट का आवेश घनत्व लगभग होगा।

(1*) $6 \times 10^{-7} C/m^2$ (2) $3 \times 10^{-7} C/m^2$ (3) $3 \times 10^4 C/m^2$ (4) $6 \times 10^4 C/m^2$

Ans. (1)

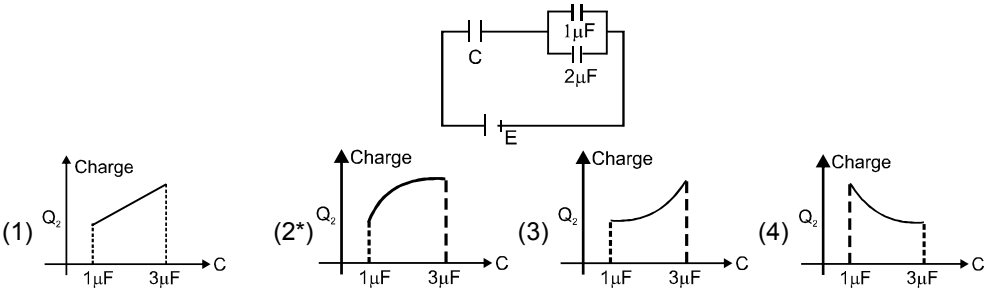
Sol. Electric field inside dielectric परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र $\frac{\sigma}{K\varepsilon_0} = 3 \times 10^4$

$\Rightarrow \sigma = 2.2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^4$

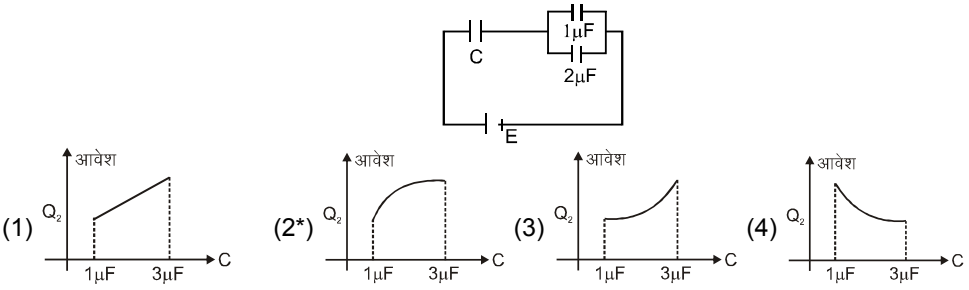
$= 6 \times 10^{-7}\ C/m^2$

7. In the given circuit, charge Q_2 on the $2\mu F$ capacitor changes as C is varied from $1\mu F$ to $3\mu F$. Q_2 as a function of 'C' is given properly by : (figures are drawn schematically and are not to scale)

[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]

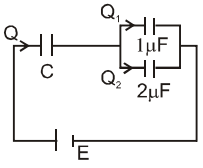


दिये गये परिपथ में, C के मान के $1\mu F$ से $3\mu F$ परिवर्तित होने से $2\mu F$ संधारित्र पर आवेश Q_2 में परिवर्तन होता है। 'C' के फलन के रूप में Q_2 को कौनसा आलेख सही दर्शाता है ? (आलेख केवल व्यवस्था आरेख हैं ओर स्केल के अनुसार नहीं है।)



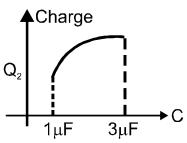
Ans. (2)

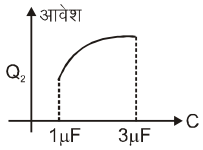
Sol.



$Q_2 = \frac{2}{2+1} \qquad Q = \frac{2Q}{3}$

$Q = E\left(\frac{C \times 3}{C+3}\right) \Rightarrow Q_2 = \frac{2}{3}\left(\frac{3CE}{C+3}\right) = \frac{2CE}{C+3}$

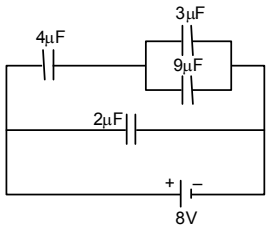




8. A combination of capacitors is set up as shown in the figure. The magnitude of the electric field, due to a point charge Q (having a charge equal to the sum of the charges on the 4μF and 9μF capacitors), at a point distance 30 m from it, would equal :

संधारित्रों से बने एक परिपथ को चित्र में दिखाया गया है। एक बिन्दु–आवेश Q (जिसका मान 4μF तथा 9μF वाले संधारित्रों के कुल आवेशों के बराबर है), के द्वारा 30 m दूरी पर वैद्युत–क्षैत्र का परिमाण होगा :

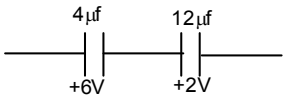
[JEE (Main) 2016; 4/120, –1]



(1) 360 N/C (2) 420 N/C (3) 480 N/C (4) 240 N/C

Ans. (2)

Sol.



$Q_1 = 24\mu c$

$Q_2 = 18\ \mu c$

$Q = 42\mu c$

$E = 10^7 \times 42 \times 10^{-6}$

$E = 420$ N/C

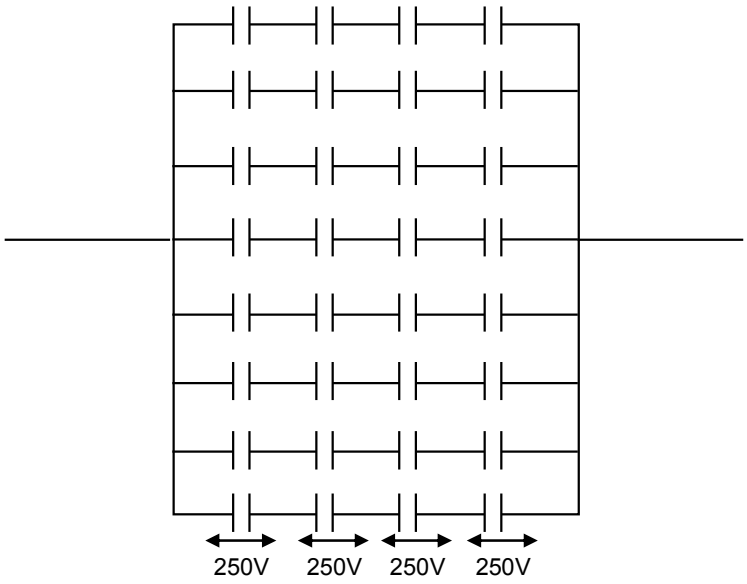
9. A capacitance of 2μF is required in an electrical circuit across a potential difference of 1.0 kV. A large number of 1μF capacitors are available which can withstand a potential difference of not more than 300 V. The minimum number of capacitors required to achieve this is : **[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]**

एक विद्युत परिपथ में एक 2μF धारिता के संधारित्र को 1.0 kV विभवान्तर के बिन्दुओं के बीच जोड़ना है। 1μF धारिता के बहुत सारे संधारित्र जो कि 300 V विभवान्तर तक वहन कर सकते है, उपलब्ध है। उपरोक्त परिपथ को प्राप्त करने के लिये न्यूनतम कितने संधारित्रों की आवश्यकता होगी ?

(1*) 32 (2) 2 (3) 16 (4) 24

Ans. (1)

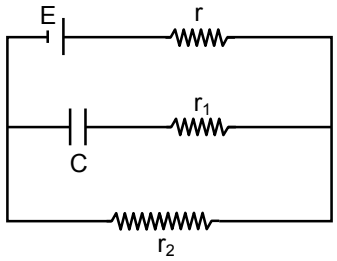
Sol.



Minimum no. of capacitors required = 32
आवश्यक संधारित्रों की न्यूनतम संख्या = 32

10. In the given circuit diagram when the current reaches steady state in the circuit, the charge on the capacitor of capacitance C will be : **[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]**

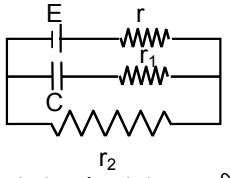
दिये गये परिपथ में जब धारा स्थिरावस्था में पहुँच जाती है तो धारिता C के संधारित्र पर आवेश का मान होगा :



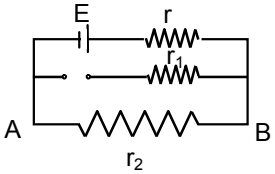
(1) $CE\,\frac{r_1}{(r_1+r)}$ (2) CE (3) $CE\,\frac{r_1}{(r_2+r)}$ (4*) $CE\,\frac{r_2}{(r+r_2)}$

Ans. (4)

Sol.



at steady state स्थायी अवस्था पर



current in the circuit परिपथ में धारा $I = \frac{E}{r + r_2}$

potential difference across AB(AB के सिरों पर विभवान्तर) = $Ir_2 = \frac{Er_2}{r + r_2}$

charge on capacitor संधारित्र पर आवेश = $Q = C(\Delta V)_{AB}$

$Q = \frac{CEr_2}{r + r_2}$

11. A parallel plate capacitor of capacitance 90 pF is connected to a battery of emf 20V. If a dielectric material of dielectric constant $K = \frac{5}{3}$ is inserted between the plates, the magnitude of the induced charge will be :

[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]

90 pF धारिता के एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 20V विद्युत वाहक बल की एक बैटरी से जोड़ते हैं। यदि $K = \frac{5}{3}$ परावैद्युत पदार्थ प्लेटों के बीच प्रविष्ट किया जाता है तो प्रेरित आवेश का परिमाण होगा :

(1) 2.4 n C (2) 0.9 n C (3*) 1.2 n C (4) 0.3 n C

Ans. **(3)**

Sol. $Q_{cap} = KC_0V$

$$\left|Q_{polarised}\right| = \left|Q_{cap}\left(1 - \frac{1}{k}\right)\right|$$

$= (90 \times 10^{-12})\ (20)\left(\frac{5}{3}\right)\left(1 - \frac{3}{5}\right)$ Coulomb $= 1200 \times 10^{-12}$ Coulomb $= 1.2$ nc

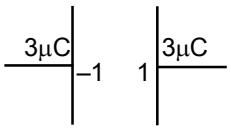
12. A parallel plate capacitor has 1μF capacitance. One of its two plates is given +2μC charge and the other plate, +4μC charge. The potential difference developed across the capacitor is :

एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता 1μF है। इसकी एक प्लेट को +2μC तथा दूसरी प्लेट को +4μC आवेश देते है। संधारित्र पर उत्पन्न विभवान्तर है : **[JEE (Main) 2019; 4/120, –1]**

(1) 5V (2) 2 V (3) 3 V (4) 1 V

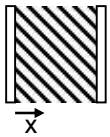
Ans. **(4)**

Sol.



$V = \frac{Q}{C} = \frac{1\mu C}{1\mu F} = 1\text{Volt}$

13.



A parallel plate capacitor has plates of area A separated by distance 'd' between them. It is filled with a dielectric which has a dielectric constant that varies as k(x) = K(1 + αx) where 'x' is the distance measured from one of the plates. If (αd) << 1, the total capacitance of the system is best given by the expression:

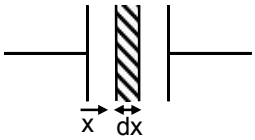
समानान्तर प्लेटों से बने एक संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A है तथा उनके बीच की दूरी 'd' है। इन प्लेटों के बीच एक परावैद्युत पदार्थ भरा हुआ है जिसका परावैद्युतांक k(x) = K(1 + αx) है। यहाँ पर 'x' किसी एक प्लेट से दूरी है। यदि (αd) << 1हो, तो इसस संधारित्र की धारिता का उपयुक्त मान होगा :

[JEE (Main) 2020; 4/120, –1_07-01-20 (Shift-1)]

(1) $\frac{A\in_0 K}{d}\left(1+\frac{\alpha^2d^2}{2}\right)$ (2) $\frac{AK\in_0}{d}\left(1+\frac{\alpha d}{2}\right)$ (3) $\frac{A\in_0 K}{d}\left(1+\left(\frac{\alpha d}{2}\right)^2\right)$ (4) $\frac{AK\in_0}{d}(1+\alpha d)$

Ans. **(2)**

Sol. Capacitance of element घटक की धारिता = $\frac{k\varepsilon_0 A}{dx}$



Capacitance of element घटक की धारिता, C' = $\frac{K(1+\alpha x)\varepsilon_0 A}{dx}$

$$\sum\frac{1}{C'}=\int_0^d\frac{dx}{K\varepsilon_0 A(1+\alpha x)}$$

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{K\varepsilon_0 A\alpha}\ell n(1+\alpha d)$$

Given दिया है– αd << 1

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{K\varepsilon_0 A\alpha}\left(\alpha d-\frac{\alpha^2d^2}{2}\right)$$

$$\frac{1}{C}=\frac{d}{K\varepsilon_0 A}\left(1-\frac{\alpha d}{2}\right)$$

$$C=\frac{K\varepsilon_0 A}{d}\left(1+\frac{\alpha d}{2}\right)$$

14. Effective capacitance of parallel combination of two capacitors C_1 and C_2 is 10μF. When these capacitors are individually connected to a voltage source of 1V, the energy stored in the capacitor C_2 is 4 times that of C_1. If these capacitors are connected in series, their effective capacitance will be:

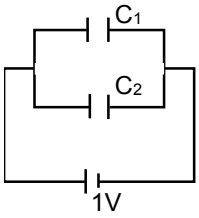
पार्श्व संबंधन से जुड़े दो संधारित्रों C_1 और C_2 की प्रभावी धारिता 10μF है। जब इन संधारित्रों को अलग–अलग 1V के स्त्रोत से जोड़ा जाता है, तो C_2 में संचित ऊर्जा C_1 में संचित ऊर्जा के 4 गुना होती है। यदि इन संधारित्रों को श्रेणीबद्ध संबंधन में जोड़ा जाये, तो इनकी प्रभावी धारिता होगी:

[JEE (Main) 2020; 4/120, –1_08-01-20 (Shift-1)]

(1) 4.2 μF (2) 8.4 μF (3) 3.2 μF (4) 1.6 μF

Ans. (4)

Sol.



Given दिया है $C_1 + C_2 = 10\mu F$ …(i)

$$4\left(\frac{1}{2}C_1V^2\right) = \frac{1}{2}C_2V^2$$

$\Rightarrow$ $4C_1 = C_2$ …(ii)

from equation (i) & (ii) समी. (i) तथा (ii) से

$C_1 = 2\mu F$

$C_2 = 8\mu F$

If they are in series यदि इनको श्रेणी क्रम में जोड़ा जाए

$$C_{eq.} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = 1.6\mu F$$

High Level Problems (HLP)

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

SUBJECTIVE QUESTIONS

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. A capacitor having a capacitance of 200 μF is charged to a potential difference of 20V. The charging battery is disconnected and the capacitor is connected to another battery of emf 10V with the positive plate of the capacitor joined with the positive terminal of the battery.
200 μF धारिता वाले संधारित्र को 20 V विभवान्तर तक आवेशित किया जाता है। तत्पश्चात् आवेशित करने वाली बैटरी को हटा दिया जाता है और दूसरी बैटरी जिसका वि. वा. बल 10 V है, के धनात्मक सिरे को संधारित्र की धनात्मक प्लेट से जोड़ा जाता है।

(a) Find the charges on the capacitor before and after the reconnection in steady state.
संधारित्र को पुनः परिपथ से जोड़ने से पूर्व तथा बाद में संधाारित्र पर अंतिम अवस्था में आवेश का मान बताइए।

(b) Find the net charge flown through the 10 V battery
10 V बैटरी से बहने वाले कुल आवेश की गणना कीजिए।

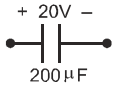
(c) Is work done by the battery or is it done on the battery? Find its magnitude.
क्या बैटरी द्वारा या बैटरी पर कार्य किया गया है ? तो इसका परिमाण ज्ञात करो।

(d) Find the decrease in electrostatic field energy.
स्थिर वैद्युत ऊर्जा में कमी ज्ञात करो।

(e) Find the heat developed during the flow of charge after reconnection.
पुनः परिपथ जोड़ने के बाद आवेश के बहने से उत्पन्न ऊष्मा ज्ञात करो।

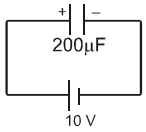
Ans. (a) 4000 μC, 2000 μC (b) 2000 μC (c) work is done on the batteryबैटरी पर कार्य किया गया, 20 mJ (d) 30 mJ (e) 10 mJ

Sol. (a) Charge on capacitor before connection परिपथ से पहले संधारित्र पर आवेश



$Q_1 = CV_1 = 4000\ \mu C$

Charge on capacitor after connection परिपथ के बाद संधारित्र पर आवेश



$Q_2 = CV_2 = 200 \times 10 = 2000\ \mu C$

(b) Charge flown through the 10V battery = 4000 – 2000 = 2000 μC
10V बैटरी से प्रवाहित आवेश = 4000 – 2000 = 2000 μC

(c) Work is done on the battery. बैटरी पर कार्य किया गया
Work done किया गया कार्य = $Q_2 \times V_2 = 2000 \times 10 = 20$mJ.

(d) The decrease in electrostatic field energy. स्थिर वैद्युत ऊर्जा में कमी

$= U_i - U_f = \frac{1}{2} CV_1^2 - \frac{1}{2} CV_2^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 200\ (10)^2$

$= 30$ mJ

(e) $W = \Delta U + \Delta H$
-20 mJ $= -30$ mJ $+ \Delta H$
$[\Delta H = 10$ mJ$]$

2. Six 1 μF capacitors are so arranged that their equivalent capacitance is 0.70 μF. If a potential difference of 600 volt is applied to the combination, what charge will appear on each capacitor?
1 μF धारिता के छः संधारित्रों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि इनकी तुल्य धारिता 0.70 μF प्राप्त होती है। यदि इस संयोजन के सिरों पर 600 वोल्ट विभवान्तर आरोपित किया जाए तो प्रत्येक संधारित्र पर उत्पन्न आवेश क्या होगा ?

Ans. 420 μC on one, 180 μC on two, 60 μC on remaining 3 capacitors
पहले पर 420 μC , दूसरे पर 180 μC, शेष तीनों पर 60 μC

Sol. Equivalent capacitance तुल्य धारिता = 0.7 μF = $\frac{7}{10}$ μF

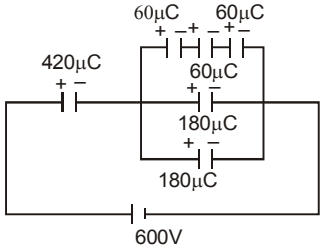
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\frac{10}{7}} = \frac{1}{1+\frac{3}{7}} = \frac{1}{1+\frac{1}{7/3}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}}$$

C_{eq} = 0.7μC can be obtain as shown in figure
C_{eq} = 0.7μC चित्र में दर्शाये अनुसार प्राप्त कर सकते है।

$\frac{1}{3} \rightarrow$ Three capacitors in series तीन सधारित्र श्रेणीक्रम में

$2 \rightarrow$ 2 capacitor in parallel. दो संधारित्र समान्तर क्रम में।

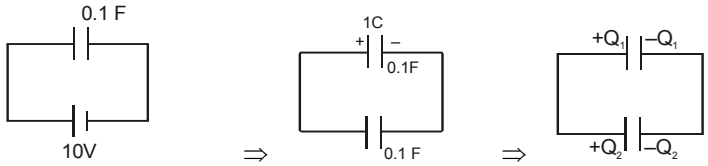
and now charge distaribute as shown in figure
और अब आवेश वितरण चित्र में दर्शाये अनुसार



3. A battery of 10 volt is connected to a capacitor of capacity 0.1 F. The battery is now removed and this capacitor is connected to a second uncharged capacitor. If the charge distributes equally on these two capacitors, find the total energy stored in the two capacitors. Further, compare this energy with the initial energy stored in the first capacitor.
एक 10 वोल्ट की बैटरी को 0.1 F धारिता वाले संधारित्र के सिरों पर जोड़ दिया जाता है। अब इस संधारित्र से बैटरी को हटा लिया जाता है और इस संधारित्र को दूसरे संधारित्र से जोड़ा जाता है। अगर इन दो संधारित्र में आवेश बराबर बटता है तो दोनों संधारित्र में कुल संचित ऊर्जा का मान ज्ञात करो। अब इस ऊर्जा की प्रारम्भिक संधारित्र में संचित ऊर्जा से तुलना करो।

Ans. $\frac{5}{2}$ J, $\frac{U_{initial}}{U_{final}} = \frac{5}{2.5} = 2$ $\frac{U_{प्रारम्भिक}}{U_{अन्तिम}} = \frac{5}{2.5} = 2$

Sol. Q = CV = 0.1 × 10 = 1C



$Q_2 = Q_1 = Q/2$

$U_{initial} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (10)^2 = 5$ J

$U_{प्रारम्भिक} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (10)^2 = 5$ J

$U_{final} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{C}$

$U_{अंतिम} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{C}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 10 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}J$

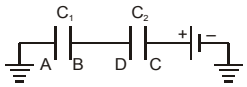
$\frac{U_{initial}}{U_{final}} = \frac{5}{2.5} = 2$

$\frac{U_{प्रारम्भिक}}{U_{अन्तिम}} = \frac{5}{2.5} = 2$

4. The circular plates A and B of a parallel plate air capacitor have a diameter of 0.1 m and are 2×10^{-3} m apart. The plates C and D of a similar capacitor have a diameter of 0.12 m and are 3×10^{-3} m apart. Plate A is earthed. Plates B and D are connected together. Plate C is connected to the positive pole of a 120 volt battery whose negative is earthed. Calculate
(i) The combined capacitance of the arrangement and
(ii) The energy stored in it.
समान्तर वायु पट्ट संधारित्र की एक दूसरे से 2×10^{-3} मी. दूरी पर स्थित वृत्ताकार प्लेटों A व B के व्यास 0.1 मी. है। एक अन्य समान संधारित्र की 3×10^{-3} मी. दूरी पर रखी प्लेटों C व D के व्यास 0.12 मी. है प्लेट A भुसम्पर्कित है। प्लेट B व D आपस में जुड़ी है। प्लेट C, 120 वोल्ट की बैटरी के धनायन से जुड़ी है। बैटरी का ऋणायन भुसम्पर्कित है। ज्ञात करो–
(i) संयोजन की संयुक्त धारिता
(ii) इसमें संग्रहित ऊर्जा

Ans. (i) $\frac{30\pi \in_0}{49} \approx 17pF$ (ii) 122.4 nJ

Sol.



$C_1 = \frac{\in_0 \pi \left(\frac{0.1}{2}\right)^2}{2\times10^{-3}} = \frac{5\pi \in_0}{4}$

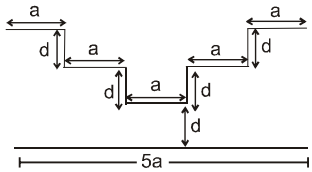
$C_2 = \frac{\in_0 \pi \left(\frac{0.12}{2}\right)^2}{3\times10^{-3}} = \frac{6\pi \in_0}{5}$

$C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{30\pi \in_0}{49} = \frac{30}{49\times36\times10^9} \approx 17pF$

The energy stored संचित ऊर्जा $U = \frac{1}{2}C_{eq}V^2$

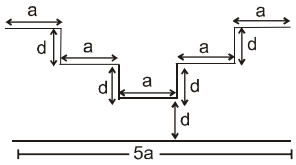
$= \frac{1}{2} \times 17 \times (120)^2 \times 10^{-12} = 122.4$ n J

5.# A capacitor is made of a flat plate of area A and a second plate having a stair-like structure as shown in figure. The width of each stair is a and the height is d. Both plates have the same width perpendicular to plane of paper. Find the capacitance of the assembly.
एक संधारित्र को A क्षेत्रफल की समतल प्लेट तथा एक अन्य सीढ़ीनुमा प्लेट के द्वारा चित्रानुसार बनाया जाता है। प्रत्येक सीढ़ी की चौड़ाई a तथा ऊचाँई d है। दोनों प्लेटें कागज तल के लम्बवत् समान चौड़ाई रखती हैं। इस व्यवस्था की धारिता ज्ञात करो।



Ans. $\frac{8 \in_o A}{15\ d}$

Sol.



This is combination of 5 capacitors connected parallel.
पांच संधारित्रों का समान्तर क्रम संयोजन है

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = \frac{(A/5)\in_o}{d} + 2\frac{(A/5)\in_o}{2\ d} + 2\frac{(A/5)\in_o}{3\ d}$$

$$= \frac{A \in_o}{5\ d}\frac{8}{3} = \frac{8\ \in_o A}{15\ d}$$

6. Calculate the capacitance of a parallel plate condenser, with plate area A and distance between plates d, when filled with a dielectric whose dielectric constant varies as;

$K(x) = 1 + \frac{\beta x}{\in_0}$ $\quad 0 < x < \frac{d}{2}$; $\quad K(x) = 1 + \frac{\beta}{\in_0}(d - x)$ $\quad \frac{d}{2} < x < d.$

For what value of β would the capacity of the condenser be twice that when it is without any dielectric?
क्षेत्रफल A तथा प्लेटो के मध्य दूरी d वालें समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता की गणना कीजिए जब उसे परावैद्युत नियतांक जो निम्न प्रकार परिवर्तित होता है,

$K(x) = 1 + \frac{\beta x}{\in_0}$ $\quad 0 < x < \frac{d}{2}$; $\quad K(x) = 1 + \frac{\beta}{\in_0}(d - x)$ $\quad \frac{d}{2} < x < d.$

से भर दिया जाता है। β के किस मान के लिए संधारित्र की धारिता बिना परावैद्युत पदार्थ संधारित्र की धारिता की दुगुनी होगी।

Ans. $C = \frac{A\beta}{2\ell n\left(1+\frac{\beta d}{2\in_0}\right)}$, $\beta d = 4\in_0 \ell n\left(1+\frac{\beta d}{2\in_0}\right)$

Solution of this equation gives required value of β .
इस समीकरण का हल β के मान को देता है।

Sol. $\frac{1}{dC} = \int \frac{dx}{K(x)\ .\ A\in_0} = \int_0^{d/2} \frac{dx}{\left[1+\frac{\beta x}{\in_0}\right] A\in_0} + \int_{\frac{d}{2}}^{d} \frac{dx}{\left[1+\frac{\beta x}{\in_0}(d-x)\right] A\in_0}$

$$\int \frac{1}{dC} = \frac{\frac{1}{A\in_0}\ \ell n\left[1+\frac{\beta x}{\in_0}\right]_0^{d/2}}{\frac{\beta}{\in_0}} + \frac{\frac{1}{A\in_0}\ell n\left[1+\frac{\beta}{\in_0}(d-x)\right]_{d/2}^{d}}{-\frac{\beta}{\in_0}} \ ..$$

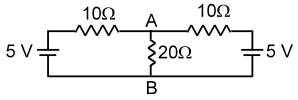
$$\int \frac{1}{dC} = \frac{1}{A\beta}\ell n\left[1+\frac{\beta d}{2\in_0}\right] + \frac{1}{A\beta}\ell n\left[1+\frac{\beta d}{2\in_0}\right]$$

$$C_{eq} = \frac{A\beta}{2\ell n\left[1+\frac{\beta d}{2\epsilon_0}\right]}$$

Now अब $C_{eq} = 2C_0$ (C_0 = capacitance when it is without any dielectric)
(C_0 = धारिता है जब इसमें कोई परावैद्युतांक नही है)

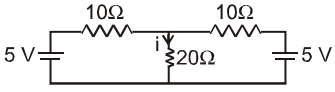
$$= \frac{A\beta}{2\ell n\left[1+\frac{\beta d}{2\epsilon_0}\right]} = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \qquad \beta d = 4\epsilon_0 \ell n\left(1+\frac{\beta d}{2\epsilon_0}\right)$$

7.# (a) Find the current in the 20 Ω resistor shown in figure.
(b) If a capacitor of capacitance 4μF is joined between the points A and B, what would be the electrostatic energy stored in it in steady state ?
(a) दिखाये गये चित्र में 20 Ω प्रतिरोध में धारा का मान ज्ञात कीजिये।
(b) यदि 4μF धारिता का एक संधारित्र बिन्दु A व B के मध्य जोड़ा जाये तो इसमें स्थायी अवस्था में संग्रहीत स्थैतिज वैद्युत ऊर्जा क्या होगी ?

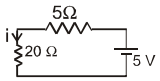


Ans. (a) $\frac{1}{5}$ A (b) 32 μJ

Sol. (a)



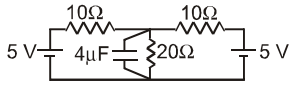
$\Rightarrow$



Both the batteries are in parallel दोनों बैटरी समान्तर क्रम में है

$$i = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} A$$

(b) At steady state the capacitor will be fully charged.
स्थिर अवस्था पर संधारित्र पूरा आवेशित है।



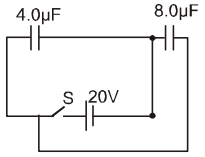
Potential difference across capacitor $v = \frac{1}{5} \times 20 = 4$ V

संधारित्र की प्लेटों पर विभवान्तर $v = \frac{1}{5} \times 20 = 4$ V

Energy stored $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 = 32$ μJ

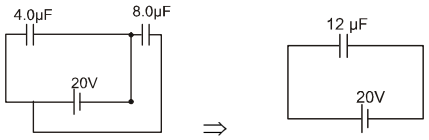
संचित ऊर्जा $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 = 32$ μJ

8.# (i) Find the total charge flown through the battery in the arrangement shown in figure after switch S is closed (initially all the capacitors are uncharged).
(ii) Find out final charge on each capacitor.
(i) चित्र में दर्शायी व्यवस्था में कुंजी S को बंद करने के बाद बैटरी द्वारा दिया गया कुल आवेश ज्ञात कीजिये (यदि प्रारम्भ में संधारित्र अनावेशित हो)।
(ii) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिये।



Ans. (i) 240 μC (ii) $Q_{4\mu F} = 80\ \mu C$, $Q_{8\mu F} = 160\ \mu C$

Sol.



(i) Charge flown through the battery $Q = C_{eq}. V = 240\ \mu C$

(ii) Charge on 4 μF capacitor = $Q_{4\mu F} = 20 \times 4 = 80\ \mu C$

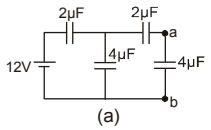
Charge on 8 μF capacitor = $Q_{8\mu F} = 20 \times 8 = 160\ \mu C$

(i) बैटरी से प्रवाहित आवेश $Q = C_{eq}. V = 240\ \mu C$

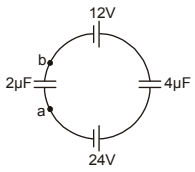
(ii) 4 μF संधारित्र पर आवेश = $Q_{4\mu F} = 20 \times 4 = 80\ \mu C$

8 μF संधारित्र पर आवेश = $Q_{8\mu F} = 20 \times 8 = 160\ \mu C$

9.# Find the potential difference $V_a - V_b$ between the points a and b shown in each part of the figure.
चित्र के प्रत्येक भाग में बिन्दु a व b के मध्य विभवान्तर $V_a - V_b$ ज्ञात करो।



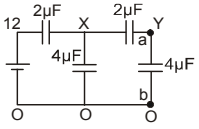
(a)



(b)

Ans. (a) $\frac{12}{11}$ V (b) – 8 V

Sol. (a)



By KCL द्वारा,

$$(x - 12)2 + (x - 0).\ \frac{4}{3} + (x - 0)\ .\ 4 = 0$$

$$2x - 24 + \frac{4x}{3} + 4x = 0$$

$$6x + \frac{4x}{3} = 24$$

$$x = \frac{36}{11}\ V$$

$$(Y - 0)\ 4 = \left(\frac{36}{11} - Y\right) \times 2$$

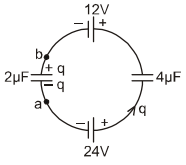
$$(Y - 0)\ 2 = \left(\frac{36}{11} - Y\right)$$

$$2Y = \frac{36}{11} - Y$$

$$\left[Y = \frac{12}{11}\ V\right]$$

$$V_a - V_b = \frac{12}{11} V$$ **Ans.**

(b) $-12 - \frac{q}{2} + 24 - \frac{q}{4} = 0$

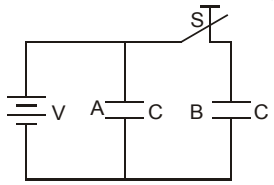


$$\frac{q}{2} + \frac{q}{4} = 12$$

$$\frac{3q}{4} = 12 \Rightarrow q = 16\ \mu C$$

$$V_a - V_b = -\frac{q}{c} = -\frac{16}{2} = -8\ V$$ **Ans.**

10.# The figure shows two identical parallel plate capacitors connected to a battery with the switch S closed. The switch is now opened and the free space between the plates of the capacitors is filled with a dielectric of dielectric constant (or relative permittivity) 3. Find the ratio of the total electrostatic energy stored in both capacitors before and after the introduction of the dielectric.
चित्र में दो एक समान समान्तर पट्ट संधारित्र स्विच S के साथ बैटरी से जुड़े हुए हैं। स्विच S बन्द है। अब स्विच S को खोला जाता है और दोनों संधारित्रों की प्लेटों के बीच परावैद्युत माध्यम भर दिया जाता है (जिसका परावैद्युतांक 3 है) । दोनों संधारित्रों के लिए परावैद्युत रखने से पूर्व और पश्चात् की वैद्युत स्थितिज ऊर्जाओं का अनुपात ज्ञात कीजिये।



Ans. $\frac{3}{5}$

Sol. Before opening the switch potential difference across both the capcitors is V, as they are in paralle. Hence, energy stored in them is,
स्विच को खोलने से पूर्व, दोनों संधारित्र क्योंकि समान्तर है, अतः संधारित्रों के मध्य विभवान्तर V है। अतः उनमें संचयित ऊर्जा निम्न होगी -

$U_A = U_B = \frac{1}{2}CV^2 \qquad \therefore U_{Total} = CV^2 = U_i$ ..... (1)

After opening the switch, potential difference across it is V and its capacity is 3C
स्विच खोलने के बाद, इनका विभवान्तर V है और इसकी धारिता 3C है।

$$\therefore \qquad U_A = \frac{1}{2}(3C)V^2 = \frac{3}{2}CV^2$$

In case of capacitor B, charge strored in it is q = CV and its capacity is also 3C. Therefore,
संधारित्र B की स्थिति में, इस पर संचयित आवेश q = CV है और इसकी धारिता भी 3C है। अतः

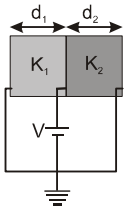
$$U_B = \frac{q^2}{2(3C)} = \frac{CV^2}{6}$$

$$\therefore U_{Total} = \frac{3CV^2}{2} + \frac{CV^2}{6} = \frac{10}{6}CV^2 = \frac{5CV^2}{3} = U_f \qquad \text{..... (2)}$$

From Eqs.(1) and (2) समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{3}{5}$$

11.#_ A capacitor is composed of three parallel conducting plates. All three plates are of the same area A. The first pair of plates are kept a distance d_1 apart, and the space between them is filled with a medium of a dielectric K_1 . The corresponding data for the second pair are d_2 and K_2 , respectively.
The middle plate is connected to the positive terminal of a constant voltage source V and the external plates are connected the other terminal of V.
एक संधारित्र का निर्माण तीन समान्तर चालकीय प्लेटों से किया गया है (चित्रानुसार)। प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है। प्लेटों के प्रथम जोड़े को d_1 दूरी पर रखा गया है एवं उनके मध्य के स्थान को K_1 परावैद्युतांक के माध्यम से भरा गया है। द्वितीय जोड़े के लिए इनके मान क्रमशः d_2 तथा K_2 है। मध्य प्लेट को एक नियत वोल्टेज स्रोत V के धनात्मक प्लेट से जोड़ा जाता है और बाह्य प्लेटों को स्रोत के ऋणात्मक प्लेट से जोड़ा जाता है



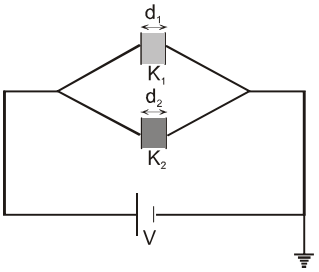
(a) Find the capacitance of the system. निकाय की धारिता बताइये।

(b) What is the surface charge density on the middle plate ? मध्य प्लेट पर पृष्ठीय आवेश घनत्व क्या है ?

(c) Compute the energy density in the medium K_1. माध्यम K_1 में ऊर्जा घनत्व की गणना कीजिए।

Ans. (a) $\in_0 A\left(\frac{K_1}{d_1}+\frac{K_2}{d_2}\right)$ (b) $\frac{Q_1}{A} = \left(\frac{K_1 \in_0 A}{d_1}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_1 \in_0}{d_1}V$ and $\frac{Q_2}{A} = \left(\frac{K_2 \in_0 A}{d_2}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_2 \in_0}{d_2}V$ (c) $\frac{\in_0 K_1 V^2}{2d_1^2}$

Sol.



(a) $C_{eq} = C_1 + C_2 = \frac{K_1 \in_0 A}{d_1} + \frac{K_2 \in_0 A}{d_2} = \in_0 A \left(\frac{K_1}{d_1}+\frac{K_2}{d_2}\right)$

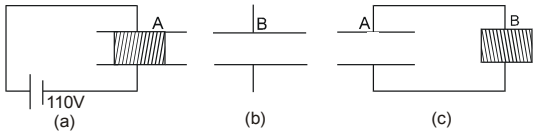
(b) Surface charge denisity = $\frac{Q_1}{A} = \left(\frac{K_1 \in_0 A}{d_1}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_1 \in_0}{d_1}V$ and $\frac{Q_2}{A} = \left(\frac{K_2 \in_0 A}{d_2}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_2 \in_0}{d_2}V$

पृष्ठ आवेश घनत्व = $\frac{Q_1}{A} = \left(\frac{K_1 \in_0 A}{d_1}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_1 \in_0}{d_1}V$ तथा $\frac{Q_2}{A} = \left(\frac{K_2 \in_0 A}{d_2}\right)\frac{V}{A} = \frac{K_2 \in_0}{d_2}V$

(c) Energy density in medium $K_1 = \frac{1}{2}K_1 \in_0 E^2 = \frac{\in_0 K_1 V^2}{2d_1^2}$

माध्यम K_1 में ऊर्जा घनत्व = $\frac{1}{2}K_1 \in_0 E^2 = \frac{\in_0 K_1 V^2}{2d_1^2}$

12.# Two parallel plate capacitors A and B have the same separation d = 8.85 x 10^{-4} m between the plates. The plate areas of A and B are 0.04 m^2 and 0.02 m^2 respectively. A slab of dielectric constant (relative permittivity K = 9) has dimensions such that it can exactly fill the space between the plates of capacitor B.

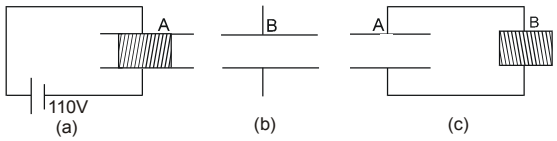


(i) The dielectric slab is placed inside A as shown in the figure (a). A is charged to potential difference of 110 V. Calculate the capacitance of A and energy stored in it :

(ii) The battery is disconnected and then the dielectric also slab is moved from A. Find the work done by the external agency in removing the slab from A.

(iii) The same dielectric slab is now placed inside B, filling it completely. The two capacitors A and B are then connected as shown in the figure (c) . Calculate the energy stored in the system.

दो समान्तर प्लेट संधारित्रों A तथा B की प्लेटो के बीच समान दूरी d = 8.85 x 10^{-4} मी. है। संधारित्र A व B की प्लेटो का क्षेत्रफल क्रमशः 0.04 मी.^{2} व 0.02 मी^{2} है। परावैधुतांक K = 9 की पट्टिका इस आकार की लेते है, जो B की प्लेटो के बीच के स्थान को सम्पूर्णतः भर सके।



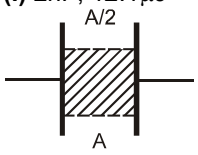
(i) A के अन्दर चित्र (a) के अनुसार एक परावैधुत पट्टिका रखते हैं। A को 110 V तक आवेशित करते है। A की धारिता तथा इसमें संचयित ऊर्जा की गणना कीजिए।

(ii) बैटरी को हटाने के पश्चात् परावैद्युत पट्टिका को संधारित्र A से हटाते है। A से पट्टिका को हटाने में बाह्य कारक द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

(iii) अगर अब समान परावैद्युत पट्टिका को B में रखते है, जो इसको पूर्ण रूप से भर देता है। तब दो संधारित्र 'B' व 'A' को चित्र (c) में दर्शाये अनुसार जोडते है। निकाय में संचयित ऊर्जा की गणना कीजिए।

Ans. **(i)** 2nF, 12.1μJ (ii) 48.4μJ (iii) 11μJ

Sol.



$C_A = \frac{k \in_0 A}{2d} + \frac{\in_0 A}{2d}$

(i) $C_A = \frac{\in_0 A}{2d}(k+1) = \frac{8.85\times10^{-12}\times0.04}{2\times8.85\times10^{-4}} \quad (9+1) = 2 \times 10^{-9}$ F = 2nF

$U_A = \frac{1}{2} C_A V^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-9} \times (110)^2 = 121 \times 10^{-7}$ J = 12.1μJ **Ans**

(ii) $W = |U_f - U_i|$

$C_{air} = \frac{\in_0 A}{d} = \frac{C_A 2}{(k+1)} = \frac{2\times10^{-9}\times2}{10}$ = 0.4nF $\quad Q = C_A V = 2 \times 10^{-9} \times 110 = 0.22\mu C$

$U_f = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{air}} = \frac{1}{2}\frac{(0.22\times10^{-6})^2}{(0.4\times10^{-9})}$ = 60.5μJ, U_i = 12.1 μJ $\Rightarrow$ W = 48.4μJ **Ans**

(iii) C_A = 0.4 nF, Q_A = 0.22μC, $C_B = \frac{k \in_0 A}{d} = \frac{9\times8.85\times10^{-12}\times0.02}{8.85\times10^{-4}} = 18 \times 10^{-10}$ F = 1.8 nF

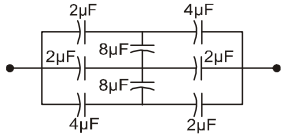
common potential $V = \frac{\text{total charge}}{\text{total capacitance}} = \frac{0.22\times10^{-6}}{(0.4+1.8)\times10^{-9}}$ = 100V

उभयनिष्ट विभव $V = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल धारिता}} = \frac{0.22\times10^{-6}}{(0.4+1.8)\times10^{-9}}$ = 100V

$U = \frac{1}{2} C_A V^2 + \frac{1}{2} C_B V^2 = \frac{1}{2} (C_A + C_B) V^2$

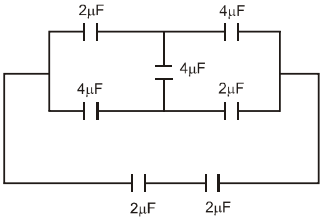
$= \frac{1}{2} (0.4 + 1.8) \times 10^{-9} (100)^2 = 11\mu J$ **Ans**

13.# Find the equivalent capacitance of the combinations shown in the figure between the indicated points.
प्रदर्शित चित्र में धारिताओं के संयोजन में दर्शाये बिन्दुओं के बीच तुल्य धारिता ज्ञात करो।

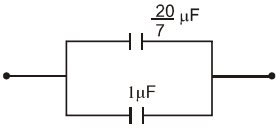


Ans. $\frac{27}{7}\mu F$

Sol. Equivalent circuit diagram तुल्य परिपथ आरेख

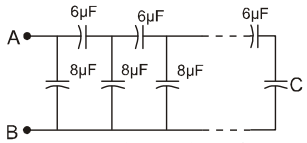


$\Rightarrow$ from part (a) भाग (a) से

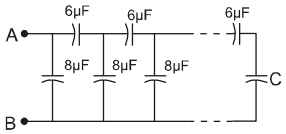


Resultant capacitance परिणामी धारिता = $\frac{20}{7}+1=\frac{27}{7}\mu F$

14.# A finite ladder circuit is constructed by connecting several sections of 6 μF, 8 μF capacitor combinations as shown in the figure. Circuit is terminated by a capacitor of capacitance C. Find the value of C, such that the equivalent capacitance of the ladder between the points A and B becomes independent of the number of sections in between?

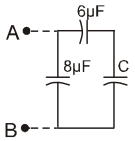


एक परिमित परिपथ संयोजन को 6 μF, 8 μF के संयोजन के कई भागों को मिलाकर चित्रानुसार बनाया गया है। यह C धारिता के संधारित्र पर खत्म होता है। C के मान का चयन क्या करना चाहिए कि A व B बिन्दुओं के बीच सम्पूर्ण संयोजन की तुल्य धारिता इसके बीच के भागों की संख्या पर निर्भर नहीं करें।



Ans. 12 μF

Sol. If capacitance of C is equal to 12μF. Then equivalent capacitance of the ladder between points A and B is becomes in dependent of the number of section in between points.
यदि संधारित्र की धारिता C = 12μF है। तब A व B बिन्दुओ के मध्य संयोजन की तुल्य धारिता इसके बीच के भागों की संख्या से स्वतन्त्र होती है।

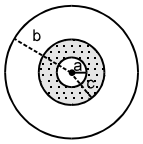


$\Rightarrow \quad \frac{6C}{6+C} + 8 = C$

$\Rightarrow \quad C^2 - 8C - 48 = 0 \qquad \Rightarrow \quad C = 12\ \mu F$

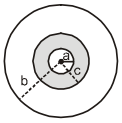
15.# A spherical capacitor is made of two conducting spherical shells of radii a and b = 3a. The space between the shells is filled with a dielectric of dielectric constant K = 3 upto a radius c = 2a as shown. If the capacitance of given arrangement is n times the capacitance of an isolated spherical conducting shell of radius a. Then find value of n.

a व b = 3a त्रिज्या के दो चालक गोलीय कोशों द्वारा एक गोलीय संधारित्र बनाया जाता है। कोश के बीच के रिक्त स्थान को K = 3 परावैद्युतांक के परावैद्युत पदार्थ से c = 2a त्रिज्या तक चित्रानुसार भरा जाता है। यदि दिये गये संधारित्र की धारिता a त्रिज्या के विलगित गोलिय चालक कोश की धारिता का n गुना है, तब n का मान ज्ञात कीजिए।



Ans. n = 3

Sol.



$\int d\ V = \int E.\ dr$

$$V = \int_a^c \frac{q\ dr}{4\pi\ \in_0 kr^2} + \int_c^b \frac{q}{4\pi\ \in_0}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \in_0}\frac{1}{k}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^c + \frac{q}{4\pi \in_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_c^b$$

$$= \frac{q}{4\pi \in_0}\left[\frac{1}{k}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)\right] = \frac{q}{4\pi \in_0}\left[\frac{bc-ab-kab+kac}{kabc}\right]$$

$$V = \frac{q}{4\pi \in_0}\left[\frac{ba(b-c)+b(c-a)}{kabc}\right];\ C_{eq} = \frac{q}{V}$$

$$C_{eq} = \frac{4\pi\ \in_0\ kabc}{ka(b-c)+b(c-a)} = \frac{4\pi\ \in_0\ (3)\ (a)\ (3a)\ (2a)}{3a\ \ (3a-2a)+3a(2a-a)}$$

$C_{eq} = 3\ (4\pi \in_0 a\ )$

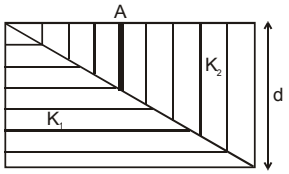
= 3 (capacitance of capacitor of isolated conducting shell of radius a)

= 3 (a त्रिज्या के विलगित गोलिय चालक कोश की धारिता)

$\Rightarrow$ n = 3

16. **#** The capacitance of a parallel plate capacitor with plate area A and separation d, is C. The space between the plates is filled with two wedges of dielectric constant K_1 and K_2 respectively (figure). Find the capacitance of the resulting capacitor.

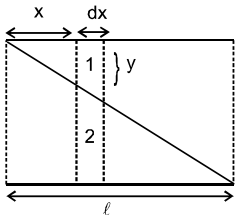
समान्तर पट्ट वायु संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A व प्लेटों के मध्य दूरी d, की धारिता C है। प्लेटों के मध्य परावैद्युतांक K_1 व K_2 की पट्टिका नत के रूप में (wedges) चित्रानुसार रखी जाती है, तो अब संधारित्र की परिणामी धारिता क्या होगी ?



Ans. $C_R = \frac{CK_1K_2}{K_2-K_1}\ \ln\frac{K_2}{K_1}$ where $C = \frac{\in_0 A}{d}$

Ans. $C_R = \frac{CK_1K_2}{K_2-K_1}\ \ln\frac{K_2}{K_1}$ जहाँ $C = \frac{\in_0 A}{d}$

Sol.



take 'dx' element at x distance x दूरी पर dx अवयव मानते हैं $\frac{x}{y} = \frac{\ell}{d}$; $y = \frac{x\ d}{\ell}$

$$dC_1 = \frac{K_2 b dx \in_o}{y} = \frac{K_2 \in_o b\ell dx}{xd}$$

$$dC_2 = \frac{K_1 b \in_o dx}{d-y} = \frac{K_1\ b\ \in_o\ dx\ \ \ell}{d(\ell - x)}$$

dC_1 and dC_2 are in series, so their equivalent
dC_1 और dC_2 श्रेणी क्रम है, अतः उनकी तुल्यता

$$dC = \frac{dC_1\ \ dC_2}{dC_1 + dC_2} = \frac{K_1 K_2 b\ell \in_o}{d} \frac{dx}{(K_1\ \ -K_2)x + K_2\ell}$$

Now, we can consider there parallel slabs to the parallel in circuit combination
अब हम तीन समान्तर प्लेटों को परिपथ संयोजन में समान्तर क्रम में मानते हैं।

$C_{eq.} = dC_1 + dC_2 + dC_3 + dC_4$

$$= \int dC$$

$$= \int_o^{\ell} \frac{K_1 K_2\ \ b\ell \in_o}{d} \qquad \frac{d\ \ x}{(K_1 - K_2)x + K_2\ell}$$

$$= \frac{K_1\ \ K_2\ \ b\ell\ \in_o}{d(K_1 - K_2)} \{\ln \ell K_1 - \ln K_2 \ell\}$$

$$C = \frac{K_1\ \ K_2\ \ b\ell\ \in_0}{d(K_1 - K_2)} \ln\frac{K_1}{K_2} = \frac{K_1\ \ K_2\ \ b\ell\ \in_0}{d(K_2 - K_1)} \quad \ell n\ \frac{K_2}{K_1}$$