Exercise-1

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

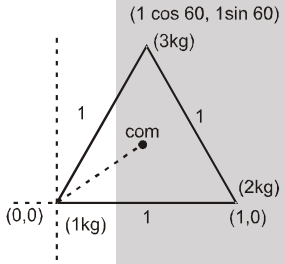
भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

Section (A) : Calculation OF centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गणना

A-1. Three particles of mass 1 kg, 2 kg and 3 kg are placed at the corners A, B and C respectively of an equilateral triangle ABC of edge 1 m. Find the distance of their centre of mass from A.
तीन कण जिनका द्रव्यमान 1 kg, 2 kg तथा 3 kg है, एक समबाहु त्रिभुज ABC के तीन कोनों A, B तथा C पर क्रमशः रखे है तथा इसकी भुजा की लम्बाई 1 m है। A से इसके द्रव्यमान केन्द्र की दूरी ज्ञात कीजिए।

Ans. $\frac{\sqrt{19}}{6}$ m

Sol.

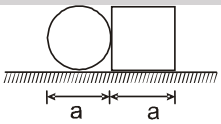


$$x_{cm} = \frac{1\times 0+2\times 1+3\times 1\ \cos 60}{1+2+3} = \frac{7}{12}$$

$$y_{cm} = \frac{1\times 0+2\times 0+3\times 1\sin 60}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{7}{12}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{144}+\frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{76}{144}} = \frac{2\sqrt{19}}{12} = \frac{\sqrt{19}}{6}\ \text{m}$$

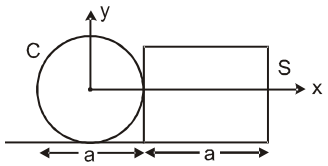
A-2.# A square plate of edge 'a' and a circular disc of same diameter are placed touching each other at the midpoint of an edge of the plate as shown in figure. If mass per unit area for the two plates are same then find the distance of centre of mass of the system from the centre of the disc.
एक वर्गाकार 'a' भुजा की प्लेट तथा समान व्यास की वृत्तीय चकती को एक दूसरे से प्लेट के मध्य बिन्दु पर स्पर्श करते हुये चित्रानुसार रखते है। यदि दोनो प्लेटो का प्रति एकांक क्षेत्रफल द्रव्यमान समान है, तो चकती के केन्द्र से निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की दूरी बताइये।



Ans. $\frac{4a}{(4+\pi)}$ right of the disc centre

चकती के केन्द्र से दांयी ओर $\frac{4a}{(4+\pi)}$

Sol.



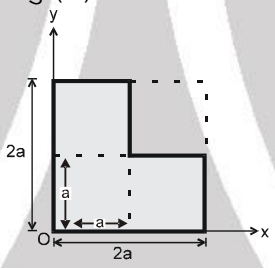
Let areal density is ρ
माना पृष्ठीय घनत्व ρ है

$M_C = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \rho$ $\quad M_S = a^2 \times \rho$ $\quad x_S = a$ $\quad X_C = 0$

$$X_{cm} = \frac{\rho a^2(a)}{\rho\frac{\pi a^2}{4} + \rho a^2} \qquad \frac{4a}{(4+\pi)}$$

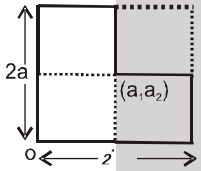
right of the disc centre चकती के केन्द्र से दांयी ओर

A-3.# Find the position of centre of mass of the uniform planner sheet shown in figure with respect to the origin (O)
चित्र में प्रदर्शित एक समान प्लेट की मूल बिन्दु (O) के सापेक्ष द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति बताइये।



Ans. (5a/6, 5a/6)

Sol.



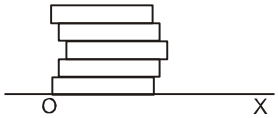
$$\frac{3}{4}A_1 = M,\ A = \frac{4}{3}M$$

$$x_{cm} = \frac{x_1m_1 + x_2m_2}{m_1 + m2} = \frac{a\times\left(\frac{4}{3}M\right) + \frac{3a}{2}(-M/3)}{M} = \frac{4a}{3} + \frac{-a}{2}$$

$$x_{cm} = \left(\frac{8-3}{3x2}\right)a = \frac{5}{6}a$$

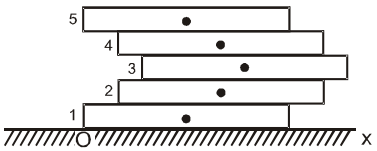
Similarly इसी प्रकार ; $y_{cm} = \frac{5}{6}a$ **Ans.**

A-4.# Five homogeneous bricks, each of length L, are arranged as shown in figure. Each brick is displaced with respect to the one in contact by L/5. Find the x-coordinate of the centre of mass relative to the origin O shown.
पाँच समान ईंटें प्रत्येक की लम्बाई L,को चित्रानुसार व्यवस्थित किया गया है। प्रत्येक ईंट को इसके सम्पर्क वाली ईंट के सापेक्ष L/5 से विस्थापित किया गया है। बिन्दु O के सापेक्ष द्रव्यमान केन्द्र का x-निर्देशांक ज्ञात करिये।



Ans. $\frac{33L}{50}$

Sol.



COM of brick 1 and 5 $\rightarrow \frac{L}{2}$ 1 व 5 ईट का द्रव्यमान केन्द्र $\rightarrow \frac{L}{2}$

COM of brick 2 and 4 $\rightarrow \frac{L}{2} + \frac{L}{5}$ 2 व 4 ईट का द्रव्यमान केन्द्र $\rightarrow \frac{L}{2} + \frac{L}{5}$

COM of brick 3 $\rightarrow \frac{L}{2} + \frac{2L}{5}$ 3 ईट का द्रव्यमान केन्द्र $\rightarrow \frac{L}{2} + \frac{2L}{5}$

$$X_{cm} = \frac{2m\ \frac{L}{2} + 2m\ \left(\frac{L}{2}+\frac{L}{5}\right) + m\ \left(\frac{L}{2}+\frac{2L}{5}\right)}{5m} = \frac{33L}{50}$$

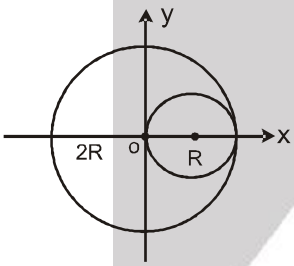
A-5. A uniform disc of radius R is put over another uniform disc of radius 2R made of same material having same thickness. The peripheries of the two discs touches each other. Locate the centre of mass of the system taking center of large disc at origin.

R त्रिज्या की समरूप चकती को समान पदार्थ तथा समान मोटाई की 2R त्रिज्या वाली दूसरी समरूप चकती पर रखते है। दोनों चकतियों की परिधि एक दूसरे को स्पर्श करती है। बड़ी चकती के केन्द्र को मूल बिन्दु मानते हुये निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति बताइये।

Ans. At R/5 from the centre of the bigger disc towards the centre of the smaller disk.

बड़ी चकती के केन्द्र से R/5 दूरी पर छोटी चकती के केन्द्र की तरफ।

Sol.



$M_1 = \pi (2R)^2 \times \rho$ $M_2 = \pi (R)^2 \times \rho$ $x_1 = 0,\ x_2 = R$

So इसलिए $X_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$, $X_{cm} = \frac{4\pi R^2\rho \times 0 + \pi R^2\rho \times R}{4\pi R^2 \times \rho + \pi R^2 \times \rho} = \frac{R}{5}$

towards smaller disc छोटी चकती की और

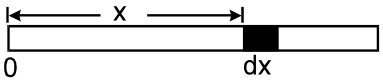
A-6. The linear mass density of a straight rod of length L varies as $\rho = A + Bx$ where x is the distance from the left end. Locate the center of mass from left end.

L लम्बाई की सीधी छड़ का घनत्व सम्बन्ध $\rho = A + Bx$ है। यहाँ x, बांये सिरे से दूरी है। द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति बताइये।

Answer : $\frac{3AL + 2BL^2}{3(2A + BL)}$

Solution : Let take a strip of width `dx` at distance x from one end.
dm = mass of `dx` strip = f dx
dm = (A+Bx)dx .....(1)

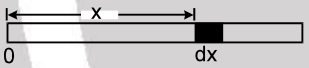
By definition $X_{com} = \frac{\int_O^L xdm}{\int_O^L dm}$



from eq (1) $\Rightarrow X_{com} = \frac{\int_O^L x(A+Bx)dx}{\int_O^L (A+Bx)dx} = \frac{\int_O^L (Ax+Bx^2)dx}{\int_O^L (A+Bx)dx} = \frac{\frac{AL^2}{2}+\frac{BL^3}{3}}{AL+\frac{BL^2}{2}} = \frac{3AL+2BL^2}{3(2A+BL)}$ **Ans.**

माना एक सीरे से x-दूरी पर `dx` चौड़ाई का एक अल्पांश लेने पर -
dm = अल्पांश `dx` का द्रव्यमान = P dx
dm = (A+Bx)dx .....(1)

परिभाषा से $X_{com} = \frac{\int_O^L xdm}{\int_O^L dm}$



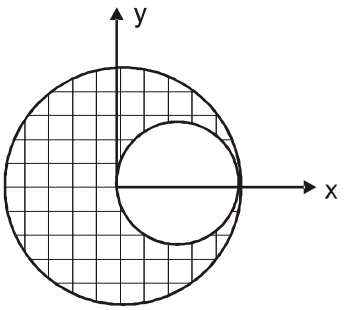
समीकरण (1) से $\Rightarrow X_{com} = \frac{\int_O^L x(A+Bx)dx}{\int_O^L (A+Bx)dx} = \frac{\int_O^L (Ax+Bx^2)dx}{\int_O^L (A+Bx)dx} = \frac{\frac{AL^2}{2}+\frac{BL^3}{3}}{AL+\frac{BL^2}{2}} = \frac{3AL+2BL^2}{3(2A+BL)}$ **Ans.**

A-7. A disc of radius R is cut out from a larger uniform disc of radius 2R in such a way that the edge of the hole touches the edge of the disc. Locate the centre of mass of **remaining** part.
एक 2R त्रिज्या की बडी समरूप चकती से R त्रिज्या की चकती को इस तरह से काटा जाता है कि छिद्र का किनारा चकती के किनारे को स्पर्श करें। चकती के शेष भाग के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति बताइये।

Ans. At R/3 from the centre of the original disc away from the centre of the hole.
मूल चकती के केन्द्र से R/3 दूरी पर, छिद्र के केन्द्र से दूसरी ओर

Sol. Let areal density of disc is ρ. and COM of shaded part is X.
माना चकती का क्षेत्रीय घनत्व ρ व छायांकित भाग का COM, X पर है।

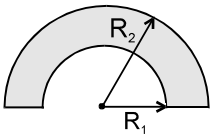
$$X_{CM} = \frac{\rho\pi[(2R)^2-(R)^2]x+\rho\pi R^2 R}{\rho\pi[(2R)^2-(R)^2]+\rho\pi R^2} = 0$$



$X_{CM} = O = \frac{3x+R}{4}$ $\quad x = -\frac{R}{3}$

–ve sign means x is toward left of centre.
–ve चिन्ह दर्शाता है कि x केन्द्र के बांयी ओर है।

A-8. **#** Find the centre of mass of an annular half disc shown in figure.
चित्र में प्रदर्शित अर्द्ध वलय का द्रव्यमान केन्द्र ज्ञात कीजिए।

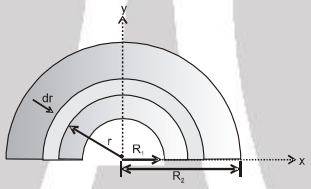


Ans. $\frac{4(R_2^3 - R_1^3)}{3\pi(R_2^2 - R_1^2)}$

Sol. Let ρ be the mass per unit area of the object. To find its centre of mass we consider an element as a half ring of mass dm as shown in figure of radius r and width dr and there we have
माना पिण्ड का प्रति एकांक क्षेत्रफल द्रव्यमान ρ हैं। इसके द्रव्यमान केन्द्र को ज्ञात करने के लिए चित्रानुसार dm द्रव्यमान की व r त्रिज्या व dr चौडाई का भाग अर्धवलय के रूप में लेते है।

Now अब $dm = \rho\pi r\, dr$

Centre of mass of this half ring will be at $\left(0, \frac{2r}{\pi}\right)$



इस अर्द्ध वलय का द्रव्यमान केन्द्र $\left(0, \frac{2r}{\pi}\right)$ पर होगा

$$y_{cm} = \frac{1}{M}\int_{R_1}^{R_2} (\rho.\pi r dr).\frac{2r}{\pi}$$

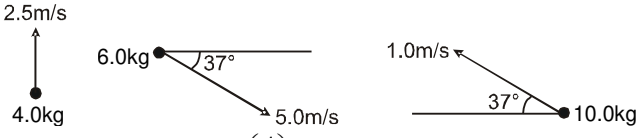
$$y_{cm} = \frac{2\rho}{\rho\frac{\pi}{2}(R_2^2 - R_1^2)}\int_{R_1}^{R_2} r^2 dr = \frac{4(R_2^3 - R_1^3)}{3\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

Alternative Solution : वैकल्पिक हल :
We can also find the centre of mass of this object by considering it to be complete half disc of radius R_2 and a smaller half disc of radius R_1 cut from it. If y_{cm} be the centre of mass of this disc we have from the mass moments.
इस पिण्ड का द्रव्यमान ज्ञात करने के लिए R_2 त्रिज्या की पूर्ण अर्द्ध चकती में से R_1 त्रिज्या की पूर्ण अर्द्ध चकती काट कर निकाली हुई मानी जा सकती है। यदि y_{cm} इस चकती का द्रव्यमान केन्द्र है तो द्रव्यमान आघूर्ण से

$$\left(\rho.\frac{\pi R_1^2}{2}\right)\times\left(\frac{4R_1}{3\pi}\right)+\left(\rho.\frac{\pi}{2}(R_2^2 - R_1^2)\right)(y_{cm}) = \left(\rho\cdot\frac{\pi R_2^2}{2}\right)\times\left(\frac{4R_2}{3\pi}\right)$$

Section (B) : motion OF centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गति

B-1. **#** Calculate the velocity of the centre of mass of the system of particle shown in figure.
चित्र में दिखाये कण निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग ज्ञात कीजिए।



Ans. $\sqrt{0.65}$ m/s at an angle $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$ above the direction towards right.

दांयी दिशा से ऊपर की ओर $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$ कोण पर $\sqrt{0.65}$ m/s

B-2. Two blocks of masses 10 kg and 30 kg are placed along a vertical line. The first block is raised through a height of 7 cm. By what distance should the second mass be moved to raise the centre of mass by 1 cm ?
10 kg तथा 30 kg द्रव्यमान के दो ब्लॉक ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश रखे है। पहले द्रव्यमान को 7 cm ऊँचाई तक उठाते है। द्रव्यमान केन्द्र को 1 cm ऊपर उठाने के लिए दूसरे द्रव्यमान को कितनी दूरी तक चलाना चाहिए ?

Ans. 1 cm downward. 1 cm नीचे की ओर।

Sol. $1 = \frac{10\times 7 + 30\times \Delta x}{40}$ get प्राप्त करे $\Delta x = -1$ cm

B-3. A projectile is fired from a gun at an angle of 45º with the horizontal and with a speed of 20 m/s relative to ground. At the highest point in its flight the projectile explodes into two fragments of equal mass. One fragment comes at rest just after explosion. How far from the gun does the other fragment land, assuming a horizontal ground ? and also find its speed just after explosion. Take g = 10 m/s^2
एक कण को क्षैतिज से 45º कोण पर धरातल के सापेक्ष 20 m/s वेग से बन्दूक से प्रक्षेपित किया जाता है। अपनी उड़ान की अधिकतम ऊँचाई पर कण, दो समान द्रव्यमान में विस्फोटित हो जाता है। विस्फोट के ठीक पश्चात एक भाग विराम अवस्था पर आ जाता है। दूसरा भाग बन्दूक से कितनी दूरी पर गिरेगा तथा विस्फोट के ठिक बाद उसकी चाल ज्ञात किजिए। धरातल क्षैतिज मानिये, तथा g = 10 m/s^2 है।

Ans. **60m,** $20\sqrt{2}\text{m/s}$

Sol. $X_{cm} = \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{2\times 20\times 20\times \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}}{10} = 40$ m.

$x_1 = \frac{40}{2} = 20$ m $\Rightarrow$ $x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2}$ $\Rightarrow$ $40 = \frac{m\times 20 + m\times x_2}{2m}$ get $x_2 = 60$ m

B-4. A mercury thermometer is placed in a gravity free hall without touching anything. As temperature rises mercury expands and ascend in thermometer. If height ascend by mercury in thermometer is h then by what height centre of mass of " mercury and thermometer" system descend?
गुरूत्व मुक्त क्षेत्र में बिना किसी अन्य वस्तु के सम्पर्क में आये एक पारा तापमापी स्थित है। ताप बढाने पर पारा प्रसारित होता है, व ताप मापी में चढता है। यदि तापमापी में पारे द्वारा चढी ऊँचाई h है तो, "पारा तथा ताप मापी" निकाय का द्रव्यमान केन्द्र कितनी ऊँचाई से नीचे गिर जायेगा।

Ans. zero शून्य

Sol. since it is gravity fee space com will remain at its fixed position.
चूंकि गुरूत्वविहीन जगह है अतः com स्थिर रहेगा।

B-5. Two men 'A' and 'B' are standing on opposite edge of a 6m long platform which is further kept on a smooth floor. They starts moving towards each other and finally meet at the midpoint of platform. Find the displacement of platform if mass of A, B and platform are 40kg, 60kg and 50kg respectively.
चिकनी क्षैतिज पृष्ठ पर स्थित 6m लम्बे पट्टे के दोनो सिरों पर दो व्यक्ति A व B खड़े है। वे दोनो एक दुसरे की ओर चलना शुरू करते है, ओर पट्टे के मध्य बिन्दु पर मिलते है। यदि A, B तथा प्लेट के द्रव्यमान क्रमशः 40kg, 60kg तथा 50kg है, तो पट्टे का विस्थापन ज्ञात करिये।

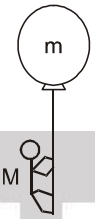
Ans. 0.4 m

Sol. $X_{CM} = \frac{40\left(\frac{\ell}{2}+x\right) - 60\left(\frac{\ell}{2}-x\right) + 50x}{40+50+60} = 0$

$150x = 10\ell$

$x = \frac{\ell}{15} = 0.4$ m

B-6# A man of mass M hanging with a light rope which is connected with a balloon of mass m. The system is at rest and equilibrium in air. When man rises a distance h with respect to balloon Find.
(a) The distance raised by man
(b) The distance descended by balloon
M द्रव्यमान का व्यक्ति, हल्की रस्सी द्वारा m द्रव्यमान के गुब्बारे से लटक रहा है। निकाय हवा में स्थिर तथा साम्यावस्था में है। जब व्यक्ति गुब्बारे के सापेक्ष h दूरी उठता है, तो ज्ञात कीजिए।
(a) व्यक्ति द्वारा चढी ऊँचाई।
(b) गुब्बारे द्वारा उतरी गई दूरी।



Ans. (a) $\frac{mh}{m+M}$ (b) $\frac{Mh}{m+M}$

Sol. initially प्रारम्भ में $Y_{com} = \frac{Mh}{M+m}$

since no external force is acting ∴ COM should be at rest.
क्योकि बाह्य बल कार्यरत नही है इसलिए द्रव्यमान केन्द्र विराम में होगा।

$\Delta y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}$

Let baloon descend by a distance x. माना गुब्बारा x दूरी नीचे उतरता है।

$0 = \frac{m(x) + M(x-h)}{m+M}$

$Mh = (m + M)\, x$

$x = \frac{Mh}{m+M}$ (Distance decend by ballon गुब्बारे द्वारा उतरी गई दूरी)

$h - x = \frac{mh}{m+M}$ (Distance raised by man व्यक्ति द्वारा चढ़ी गई दूरी)

Section (C) : Conservation of linear momentum रेखीय संवेग संरक्षण

C-1. A block moving horizontally on a smooth surface with a speed of 20 m/s bursts into two equal parts continuing in the same direction. If one of the parts moves at 30 m/s, with what speed does the second part move and what is the fractional change in the kinetic energy of the system.

Solution :

initialy finaly

m → 20 m/2 → V m/2 → 30

Applying momentum conservation ;

$m \times 20 = \frac{m}{2} V + \frac{m}{2} \times 30 \quad \Rightarrow \quad 20 = \frac{V}{2} + 15$

So, V = 10 m/s

initial kinetic energy = $\frac{1}{2}\, m \times (20)^2 = 200\, m$

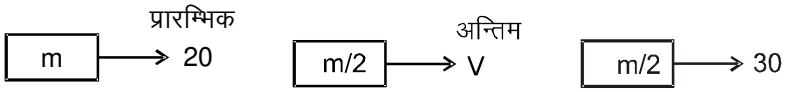
final kinetic energy = $\frac{1}{2} \cdot \frac{m}{2} \cdot (10)^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m}{2}\, (30)^2 = 25\, m + 225\, m = 250\, m$

fractional change in kinetic energy = $\frac{(\text{final K. E}) - (\text{initial K. E})}{\text{initial K.E}} = \frac{250m - 200m}{200m} = \frac{1}{4}$

एक ब्लॉक चिकनी सतह पर 20 मी०/सैकण्ड़ के वेग से क्षैतिज दिशा में गति कर रहा है। यह अचानक दो समान भागों में विभक्त हो जाता है तथा विभक्त होने के बाद भी दोनों भाग यह उसी दिशा में गति करते रहते है। उनमें से एक भाग 30 मी०/सैकण्ड़, की चाल से गति करता है तो दूसरे भाग की चाल तथा गतिज ऊर्जा में भिन्नात्मक परिवर्तन ज्ञात करो ?

Answer : $v = 10$ m/s, $\frac{1}{4}$

Solution :



संवेग संरक्षण लगाने पर :

$m \times 20 = \frac{m}{2} V + \frac{m}{2} \times 30 \quad 20 = \frac{V}{2} + 15 \quad \frac{V}{2} = 5 \quad V = 10$ m/s

प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m \times (20)^2 = 200\,m$ अन्तिम गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} . \frac{m}{2} . (10)^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m}{2} (30)^2$

$= 25\,m + 225\,m = 250\,m$

गतिज ऊर्जा में आंशिक परिवर्तन $= \frac{(\text{अंतिम K. E.}) - (\text{प्रारम्भिक K. E.})}{\text{प्रारम्भिक K.E.}}$

$= \frac{250m - 200m}{200m} = \frac{1}{4}$

C-2. A stone of mass 5 kg is thrown upwards with a speed of 36 m/sec. With what speed earth recoil. Mass of the earths 6×10^{24} kg (assuming that there is no external force on the system)
यदि 5 kg द्रव्यमान का पत्थर ऊपर की ओर 36 m/sec चाल से फेका जाये तो पृथ्वी की प्रतिक्षेप चाल क्या होगी। पृथ्वी का द्रव्यमान 6×10^{24} kg है। (यह मानते हुए कि निकाय पर बाह्य परिणामी बल शून्य है)
Ans. 3.0×10^{-23} m/s
Sol. $5 \times 36 = 6 \times 10^{24}\, v$
$v = 30 \times 10^{-24}$

C-3. In a process a neutron which is initially at rest, decays into a proton, an electron and an antineutrino. The ejected electron has a momentum of p_1 and the antineutrino has p_2 . Find the recoil speed of the proton if the electron and the antineutrino are ejected (a) along the same direction. (b) in mutually perpendicular directions. (Mass of the proton = m_p)
किसी प्रक्रिया में प्रारम्भ में विरामावस्था में स्थित न्यूट्रॉन, प्रोटॉन, इलेक्ट्रॉन एवं एक एन्टी न्यूट्रिनों में क्षयित होता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का संवेग p_1 तथा एन्टी–न्यूट्रिनों का संवेग p_2 है। प्रोटॉन का प्रतिक्षेप चाल निम्न दो स्थितियों में ज्ञात कीजिए– (प्रोटॉन का द्रव्यमान = m_p)
(a) यदि इलेक्ट्रॉन तथा एन्टी न्यूट्रिनों एक ही दिशा में उत्सर्जित होते है तथा
(b) यदि वे परस्पर लम्बवत् दिशा में उत्सर्जित होते है।

Ans. (a) $\frac{p_1 + p_2}{m_p}$ (b) $\frac{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}{m_p}$

Sol. (a) $P_1 + P_2 + P_3 = 0 \qquad P_3 = -(p_1 + p_2)$

$\therefore V_3 = \frac{p_1 + p_2}{m_p}$

(b)

$\vec{P}_p = -(\vec{P}_e + \vec{P}_{an}) = -(P_1 \hat{i} + P_2 \hat{j})$

$V_p = \frac{|\vec{P}_p|}{m_p} = \frac{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}{m_p}$

C-4. Three particles of mass 20 g, 30 g and 40 g are initially moving along the positive direction of the three coordinate axes x, y and z respectively with the same velocity of 20 cm/s. If due to their mutual interaction, the first particle comes to rest, the second acquires a velocity $10\hat{i}+20\hat{k}$. What is the velocity (in cm/s) of the third particle?
20 g, 30 g तथा 40 g के तीन कण प्रारम्भ में निर्देशांक अक्षों की तीनों अक्षों क्रमशः x, y तथा z के धनात्मक दिशा के अनुदिश 20 cm/s के वेग से गति कर रहे है। यदि इनकी परस्पर अन्योय क्रिया के कारण, पहला विरामावस्था में आ जाता है, दूसरे का वेग $10\hat{i}+20\hat{k}$ हो जाता है तो तीसरे कण का वेग (cm/s में) क्या होगा ?

Ans: $2.5\hat{i}+15\hat{j}+5\hat{k}$

Sol. $P_1 = 20 \times 20\,\hat{i}$ $P_3 = 40 \times 20\,\hat{k}$

$P_2 = 30 \times 20\,\hat{j}$

$P_i = P_1 + P_2 + P_3 = P_f$

$\Rightarrow 400i + 600\,\hat{j} + 800\,\hat{k} = 30\,(10i + 20\,\hat{k}) + 40v$

get प्राप्त होता है $v = \dfrac{100i+600\hat{j}+200\hat{k}}{40}$

$= 2.5\,\hat{i} + 15\,\hat{j} + 5\,\hat{k}$ **Ans.**

C-5. A truck of mass M is at rest on a frictionless road. When a monkey of mass m starts moving on the truck in forward direction, the truck recoils with a speed v backward on the road, with what velocity is the monkey moving with respect to truck?
एक M द्रव्यमान का ट्रक घर्षण हीन सडक पर विरामावस्था में है, जब एक m द्रव्यमान का बन्दर ट्रक पर आगे की ओर चलना प्रारम्भ करता है, तो ट्रक सडक पर पीछे की दिशा में v चाल से प्रतिक्षिप्त होता है, तो बन्दर ट्रक के सापेक्ष किस वेग से गति कर रहा है।

Ans. $\left(1+\dfrac{M}{m}\right)$ v

Sol. $P_i = 0$

$P_f = -mv_m + M \times v$ $\quad \therefore P_i = P_f$

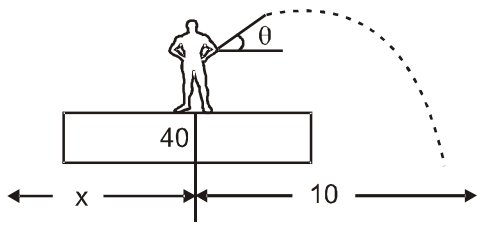
$v_m = \dfrac{Mv}{m}$

$v_{app} = v_m + v = \dfrac{Mv}{m} + v$

C-6. A boy of mass 60 kg is standing over a platform of mass 40 kg placed over a smooth horizontal surface. He throws a stone of mass 1 kg with velocity v = 10 m/s at an angle of 45º with respect to the ground. Find the displacement of the platform (with boy) on the horizontal surface when the stone lands on the ground. ($g = 10\ m/s^2$)
एक 60 kg द्रव्यमान का लड़का, 40 kg द्रव्यमान वाले प्लेट फार्म पर खड़ा हुआ है, जो चिकने क्षैतिज धरातल पर रखा है। वह धरातल के सापेक्ष 1 kg द्रव्यमान वाले पत्थर को v = 10 m/s के वेग से धरातल से 45º के कोण पर फेंकता है। जब पत्थर धरातल पर गिरता है, उस समय तक प्लेटफार्म (लडके के साथ) का विस्थापन ज्ञात करिए। ($g = 10\ m/s^2$)

Ans : 10cm.

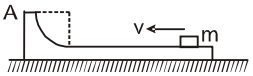
Sol.



So, $m_s \times R = (40 + 60) \times x$

$\dfrac{1\times 2u^2 \sin\theta\cos\theta}{g} = 100\ x$ $\qquad$ get x = 0.1 m

C-7. **#** A small block of mass m moving with speed 'V' on a smooth horizontal part of a bigger block of mass M which is further kept on smooth floor. The curved part of the surface shown is one fourth of a circle. Find the speed of the bigger block when the smaller block reaches the point A of the surface.
M द्रव्यमान के एक बडे ब्लॉक के क्षैतिज चिकने भाग पर m द्रव्यमान का एक छोटा ब्लॉक 'V' चाल से गति कर रहा है। यह पूरा निकाय चिकने पृष्ठ पर रखा हुआ है। दर्शाया हुआ वक्रिय पृष्ठ, वृत्त का चतुर्थांश है। जब छोटा ब्लॉक पृष्ठ के बिन्दु A पर पहुँचता है, तब बडे ब्लॉक की चाल बताइये।



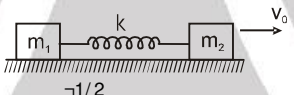
Ans. $\frac{mv}{M+m}$

Sol. $mv = (M+m)\, V_{cm}$

$V_{cm} = \frac{mv}{M+m}$ **Ans.**

Section (D) : spring - mass system स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय

D-1. **#** Two block of masses m_1 and m_2 are connected with the help of a spring of spring constant k initially the spring in its natural length as shown. A sharp impulse is given to mass m_2 so that it acquires a velocity v_0 towards right. If the system is kept on smooth floor then find (a) the velocity of the centre of mass, (b) the maximum elongation that the spring will suffer **?**
चित्रानुसार दो ब्लॉक जिनके द्रव्यमान m_1 तथा m_2 है, को k स्प्रिंग नियतांक वाली प्रारम्भ में प्राकृत लम्बाई की स्प्रिंग के सिरों पर जोड़ा जाता है। m_2 को एक तीव्र आवेग दिया जाता है ताकि यह दांयी ओर v_0 वेग प्राप्त करता है। यदि इस निकाय को चिकनी सतह पर रखा जाये तो ज्ञात करे– (a) द्रव्यमान केन्द्र का वेग, (b) स्प्रिंग में उत्पन्न होने वाला अधिकतम प्रसार।



Ans. (a) $\frac{m_2\ v_0}{m_1+m_2}$ (b) $v_0\left[\frac{m_1\ m_2}{(m_1+m_2)\ k}\right]^{1/2}$

Sol.

$x_{cm} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$

$\frac{dx_{cm}}{dt} = V_{cm} = \frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$

$V_{cm} = \frac{0+m_2v_0}{m_1+m_2}$ **Ans.**

$F = 0$; p = constant नियतांक

$m_2v_0 = (m_1+m_2)v$

& $\frac{1}{2}m_2v_0^2 = \frac{1}{2}\ m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}k\,x_0^2$

$V_{cm} \rightarrow$ remain unchanged अपरिवर्तित रहता है।

$\therefore \frac{1}{2}\ m_2\ v_0^2 = \frac{1}{2}\ (m_1+m_2)\left(\frac{m_2v_0}{m_1+m_2}\right)^2 + \frac{1}{2}k\,x_0^2$

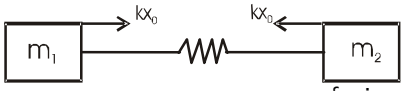
$m_2\ v_0^2\left[1-\frac{m_1+m_2}{(m_1+m_2)^2}\times m_2\right] = k\,x_0^2 \qquad \therefore\ m_2v_0^2\left[\frac{m_1+m_2-m_2}{m_1+m_2}\right] = k\,x_0^2$

$v_0^2\ \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\times\frac{1}{k} = x_0^2 \quad \Rightarrow x_0 = v_0\sqrt{\frac{m_1m_2}{k(m_1+m_2)}}$ **Ans.**

D-2. Two masses m_1 and m_2 are connected by a spring of spring constant k and are placed on a smooth horizontal surface. Initially the spring is stretched through a distance 'd' when the system is released from rest. Find the distance moved by the two masses when spring is compressed by a distance 'd'.
दो द्रव्यमान m_1 तथा m_2 एक स्प्रिंग से जुड़े हुए है, जिसका स्प्रिंग नियतांक k है, एवं इनको एक घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखा गया है। प्रारम्भ में जब निकाय को स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है, तब स्प्रिंग 'd' दूरी खिचीं हुई है। दोनों द्रव्यमानों द्वारा चली गई दूरी ज्ञात करिये, जब स्प्रिंग 'd' दूरी से संपीडित हो जाती है।

Ans. $\frac{2m_2d}{m_1+m_2}, \frac{2m_1d}{m_1+m_2}$

Sol.



Energy Conservation ऊर्जा संरक्षण से

$\Rightarrow$ Total change in length of spring स्प्रिंग की लम्बाई में कुल परिवर्तन $= 2x \quad \{ \therefore \frac{1}{2} kx^2_{ext} = \frac{1}{2} kx^2_{comp} \}$

Time is same समय समान है।

no external force $\therefore$ centre of mass is at rest
क्योकि बाह्य बल कार्यरत नही है इसलिए द्रव्यमान केन्द्र विराम में है।

hence अतः $m_1x_1 = m_2x_2 \quad \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$ & $x_1 + x_2 = 2d$

or, $m_1x_1 = m_2x_2$ & $x_1 + x_2 = 2d$

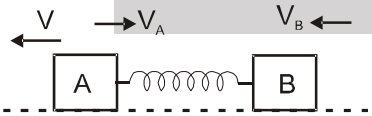
$x_1 = \frac{m_2x_2}{m_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2x_2}{m_1} + x_2 = 2d$

$x_2\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right) = 2d \quad \Rightarrow \quad x_2\left(\frac{m_2+m_1}{m_1}\right) = 2d$

$x_2 = \frac{2dm_1}{m_1+m_2}$ & $x_1 = \frac{2dm_2}{m_1+m_2}$ **Ans.**

D-3. Two blocks A and B of mass m_A and m_B are connected together by means of a spring and are resting on a horizontal frictionless table. The blocks are then pulled apart so as to stretch the spring and then released. Show that the ratio of their kinetic energies at any instant is in the inverse ratio of their masses.
m_A तथा m_B द्रव्यमान वाले दो ब्लॉक A व B, स्प्रिंग से जुड़े हुये हैं जो घर्षणहीन क्षैतिज मेज पर रखे हैं। दोनों ब्लॉक को खींचकर, (ताकि स्प्रिंग खिंच जाए) छोड़ते है। यह सिद्ध कीजिए किसी भी क्षण ब्लॉकों की गतिज ऊर्जा का अनुपात उनके द्रव्यमानों के अनुपात के व्युत्क्रमानुपाती होगा।

Sol.



By momentum conservation संवेग सरंक्षण से

$m_AV_A = m_BV_A \quad$ (i) $\quad V_B = \frac{m_AV_A}{m_B}$

$K.E_A = \frac{P^2}{2m_A} = \frac{m_A^2V_A^2}{2m_A} = \frac{m_AV_A^2}{2}$ ...(i)

Similiarly इसी प्रकार $K.E_B = \frac{m_BV_B^2}{2}$ ...(iii)

dividing (ii) by (iii) we get. (ii) को (iii) से भाग देने पर

$\frac{K.E_A}{K.E_B} = \frac{m_A V_A^2}{m_B V_B^2}$

put प्रतिस्थापित करने पर $V_B = \frac{m_A V_A}{m_B}$

we get प्राप्त होगा $\frac{K.E_A}{K.E_B} = \frac{m_B}{m_A}$.

hence proved. इति सिद्धम

Section (E) : Impulse आवेग

E-1. Velocity of a particle of mass 2 kg varies with time t according to the equation $\vec{v} = (2t\hat{i} + 4\hat{j})m/s$. Here t is in seconds. Find the impulse imparted to the particle in the time interval from t = 0 to t = 2 s.
2 kg द्रव्यमान वाले ब्लॉक का वेग समय t के साथ समीकरण $\vec{v} = (2t\hat{i} + 4\hat{j})m/s$ के अनुसार बदलता है। यहाँ t सैकण्ड में है। समय अन्तराल t = 0 से t = 2 s में कण पर आरोपित आवेग बताइये।

Ans . $8\hat{i}\,m/s$

Sol. $v_{t=0} = 4\,\hat{j}$ m/secmass द्रव्यमान m = 2 kg

$v_{t=2} = 2 \times 2i + 4\,\hat{j} = 4i + 4\,\hat{j}$

$J = P_f - P_i = 2\,[4i + 4\,\hat{j} - 4\,\hat{j}] = 8i$ N-s.

E-2. A ball of mass 100 g moving with a speed of 4 m/sec strikes a horizontal surface at an angle of 30º from the surface. The ball is reflected back with same speed and same angle of reflection find (a) The impulse imparted to the ball (b) change in magnitude of momentum of the ball.
100 ग्राम द्रव्यमान की एक गेंद 4 मी०/सै० चाल से गति करती हुए एक क्षेतिज सतह से 30º कोण पर टकराती है। गेंद समान कोण पर एवं समान चाल से परावर्तित होती है। गणना कीजिए।
(a) गेंद को प्रदान आवेग (b) गेंद के संवेग के परिमाण मे परिवर्तन।

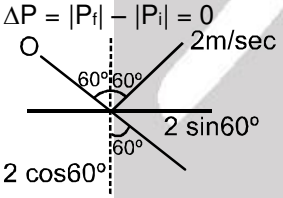
Ans. (a) 0.4 kg-m/s (b) zero शून्य

Sol. $P_i = 200 \times 10^{-3}\,(\sqrt{3}i - \hat{j})$

$P_f = 200 \times 10^{-3}\,(\sqrt{3}i + \hat{j})$

$|P_i| = |P_f|$

$\Delta P = |P_f| - |P_i| = 0$



$|\Delta P| = |P_f - P_i| = |(200 \times 10^{-3}\sqrt{3}\,i - 200 \times 10^{-3}\,\hat{j}) - (200 \times 10^{-3}\sqrt{3}\,i + 200 \times 10^{-3}\,\hat{j})|$

$|\Delta P| = |2 \times 200 \times 10^{-3}\,\hat{j}| = 0.4$ kg m/sec.

E-3. During a heavy rain, hailstones of average size 1.0 cm in diameter fall with an average speed of 20 m/s. Suppose 2000 hailstones strike every square meter of a 10 m × 10 m roof perpendicularly in one second and assume that the hailstones do not rebound. Calculate the average force exerted by the falling hailstones on the roof. Density of hailstones is 900 kg/m^3, take (π = 3.14)
भारी बरसात में, 1.0 सेमी० औसत व्यास के ओले, 20 मी०/सै. औसत चाल से गिरते है। मान लीजिए कि छत के 10मी० × 10 मी० क्षेत्रफल में प्रति वर्ग मीटर पर 2000 ओले प्रति सैकण्ड लम्बवत् गिरते है तथा यह मान लीजिए कि वे परावर्तित नहीं होते है। ओलों के कारण छत पर लगने वाले औसत बल की गणना कीजिए। ओलों का घनत्व 900 किग्रा०/मी०^3 है। (π = 3.14)

Ans. $\rho\left(\frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{8}\right)vNA$ =1884 N

Sol. $Ndt = P_f - P_i$

$= (0 - mv)$

$N = 2000 \times 100 \times 900\ \pi\ \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 10^{-2}\right)^3 \times 20$ $\therefore$ N = 1884N.

E-4. A ball of mass = 100 gm is released from a height h_1 = 2.5 m from the ground level and then rebounds to a height h_2 = 0.625 m. The time of contact of the ball and the ground is Δt = 0.01 sec. The impulsive (impact) force offered by the ball on the ground is ?

एक 100 gm द्रव्यमान की गेंद 2.5 मीटर ऊंचाई से छोड़ी जाती है तथा 0.625 मीटर ऊँचाई तक उछलती है। गेंद तथा धरातल का सम्पर्क समय Δt = 0.01 sec है, तो गेंद द्वारा जमीन पर लगाया गया आवेगी बल होगा।

Ans. **105 N**

Sol. $I = f \times \Delta t$ and तथा $F = \frac{m(\sqrt{2gh_2} + \sqrt{2gh_1})}{\Delta t}$

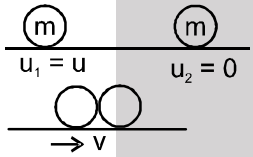
$F = \frac{100 \times 10^{-3}(\sqrt{2 \times 9.8 \times 0.625} + \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5})}{0.01}$ $\Rightarrow$ F = 105 N

Section (F) : Collision टक्कर

F-1. A particle moving with kinetic energy K makes a head on elastic collision with an identical particle at rest. Find the maximum elastic potential energy of the system during collision.

एक कण K गतिज ऊर्जा से चलता हुआ दूसरे समान कण के साथ सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करता है जो विरामावस्था में है। टक्कर के दौरान निकाय की अधिकतम प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा है।

Ans : K/2.



Sol.

from momentum conservation संवेग संरक्षण से

$mu + 0 = (m + m)\,v \Rightarrow v = \frac{u}{2}$

from energy conservation ऊर्जा संरक्षण से

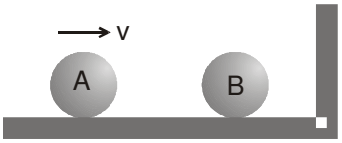
$P.E. = \frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}\ 2m\left(\frac{u}{2}\right)^2$

$\frac{1}{2}mu^2 = K$

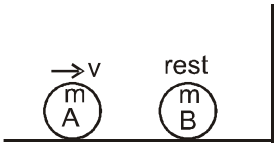
$P.E. = \frac{K}{2}$

F-2.# Two balls shown in figure are identical. Ball A is moving towards right with a speed v and the second ball is at rest. Assume all collisions to be elastic. Show that the speeds of the balls remain unchanged after all the collisions have taken place. (Assume frictionless surface)

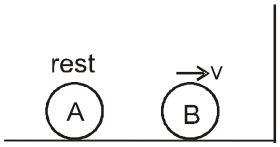
चित्र में दो समान गेंदें दर्शायी गयी हैं। गेंद A दांयी तरफ v वेग से चल रही है और गेंद B विरामावस्था में है। सभी टक्करों को प्रत्यास्थ मानें। यह दर्शाइयें कि सभी टक्करों के बाद गेंदो की चाल नहीं बदलती है। (घर्षणहीन पृष्ठ मानिए)



Sol.



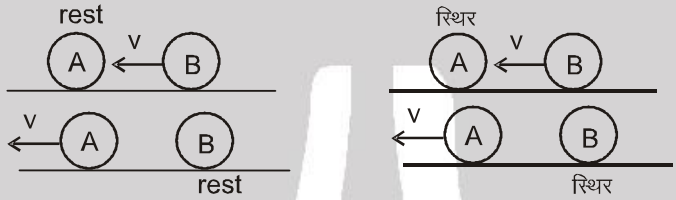
After first collision प्रथम टक्कर के पश्चात्



After collision of B from wall B की दीवार से टक्कर के पश्चात्

$v_B = -v + 2 \times 0 = -v$

so अतः



⇒

F-3. A ball of mass m moving at a speed v makes a head on collision with an identical ball at rest. The kinetic energy of the balls after the collision is 3/4 of the original kinetic energy. Calculate the coefficient of restitution.

एक m द्रव्यमान की गेंद v वेग से चलती हुयी विरामावस्था में रखी एक दूसरी एकसमान गेंद के साथ सम्मुख टक्कर करती है। टक्कर के बाद दोनों गेंदो की कुल गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक कुल गतिज ऊर्जा की 3/4 हो जाती है। प्रत्यावस्थान गुणांक ज्ञात करो।

Ans. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Sol.

$\frac{v_2 - v_1}{v} = e$ ....(i)

$mv_2 + mv_1 = mv$ ....(ii)

$v_2 + v_1 = v$

(i) + (ii) $2v_2 = v(e + 1)$

$v_2 = v\left(\frac{e+1}{2}\right)$

and $v_1 = \frac{v(1-e)}{2}$

$k_f = \frac{3}{4}k_i \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 = \frac{1}{2}mV^2 \times \frac{3}{4}$

$v^2 \frac{(e+1)^2}{4} + \frac{(1-e)^2}{4} v^2 = \frac{3}{4} v^2$

$e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **Ans.**

F-4. A particle of mass m moving with a speed v hits elastically another stationary particle of mass 2m in a fixed smooth horizontal circular tube of radius r. Find the time when the next collision will take place?
r त्रिज्या की खोखली चिकनी क्षैतिज वृत्ताकार नली में m द्रव्यमान तथा v चाल से गतिशील एक कण दूसरे 2m द्रव्यमान के स्थिर कण से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। अगली टक्कर कितने समय बाद होगी ?

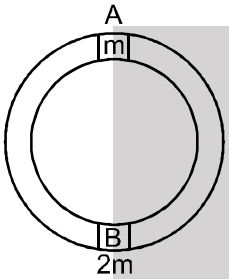
Ans. $t = \frac{2\pi r}{v}$

Sol. Particle B is a rest कण B स्थिर है

$mv + 0 = mv_1 + 2mv_2$

$\therefore v = v_1 + 2v_2$ .....(i)

$\frac{v_2 - v_1}{v + 0} = 1$



$\Rightarrow v_2 - v_1 = v$ .....(ii)

Adding (i) + (ii) योग करने पर

$3v_2 = 2v$

$\therefore v_2 = \frac{2}{3}v \qquad v_1 = v_2 - v = \frac{-v}{3}$

Now अब, (iii) + (iv)

$t = \frac{2\pi r}{v_2 - v_1} = \frac{2\pi r}{\frac{2v}{3} + \frac{v}{3}} \qquad t = \frac{2\pi r}{v}$ **Ans.**

F-5. A block of mass 1 kg moving at a speed of 2.5 m/s collides with another block of mass 0.5 kg. If both the blocks come to rest after collision what was the velocity of the 0.5 kg block before the collision?
1 kg द्रव्यमान का ब्लॉक 2.5 मी०/सै. चाल से गतिशील है, ओर यह 0.5 किग्रा० द्रव्यमान के अन्य ब्लॉक से टकराता है। यदि टक्कर के बाद दोनो ब्लॉक स्थिर हो जाये तो टक्कर से पहले 0.5 किग्रा० के ब्लॉक का वेग क्या था।

Ans. 5 m/s opposite to the direction of motion of the first ball.
प्रथम गेंद की गति के विपरीत दिशा में 5 m/s

Sol From momentum conservation संवेग सरक्षण से

i.e. $0.5 \times v + 1 \times 2.5 = 0$

5 m/s opposite to the direction of motion of the first ball.
5 m/s प्रथम गेंद की गति की दिशा के विपरीत

F-6. A 3kg block 'A ' moving with 4 m/sec on a smooth table collides inelastically and head on with an 8kg block 'B' moving with speed 1.5 m/sec towards 'A '. Given e = 1/2
चिकने मेज पर 4 m/sec वेग से चलता हुआ एक 3kg द्रव्यमान का ब्लॉक 'A ' , 1.5 m/sec वेग से विपरीत दिशा में A की ओर गतिशील 8kg द्रव्यमान के ब्लॉक के साथ सम्मुख अप्रत्यास्थ टक्कर करता है। दिया है : e = 1/2

(a) What is final velocities of both the blocks
दोनों ब्लॉक का अन्तिम वेग क्या है ?

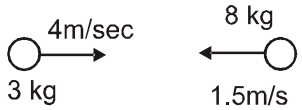
(b) Find out the impulse of reformation and deformation
सरूपण तथा विरूपण का आवेग ज्ञात करो।

(c) Find out the maximum potential energy of deformation
विरूपण की अधिकतम स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करो।

(d) Find out loss in kinetic energy of system.
निकाय की गतिज ऊर्जा में हानि ज्ञात करो।

Ans. (a) $V_A = +2m/s,\ V_B = +\frac{3}{4}m/s$, (b) 6Ns, 12 Ns, (c) 33J (d) $\frac{99}{4}J$

Sol. using momentum conservation संवेग संरक्षण से



$e = \frac{1}{2}$

$3 \times 4 - 8 \times 1.5 = 3V_1 + 8V_2$

$12 - 12 = 3V_1 + 8V_2 \quad \therefore \quad 3V_1 + 8V_2 = 0$ ....(1)

coffecient of restitution प्रत्यावस्थान गुणांक $\frac{V_2 - V_1}{4 + 1.5} = \frac{1}{2}$ ....(2)

$V_2 - V_1 = \frac{5.5}{2}$ ....(2)

reat in (i) $3 \times v_1 + 8\left(\frac{5.5}{2} + V_1\right) = 0$

$3 \times v_1 + 22 + 8 \times v_1 = 0 \quad \therefore \quad V_1 = -\frac{22}{11} = -2$ m/sec

$\therefore \quad V_2 = -\frac{3}{8}V_1 = -\frac{3}{8} \times (-2) = \frac{3}{4}$ m/sec

(b) applying momentum conservation eqn. संवेग सरंक्षण से

$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V \quad \therefore \quad V = 0$ so

$|P_D| = |m_1(\bar{V} - V_1)| = |m_1V_1| = 3 \times 4 = 12$ Ns

$|J_R| = |e.J_D| = 6$ Ns

(c) $P.E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2.$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 8 \times (1.5)^2 - 0 = 33$ J

(d) $\Delta K = Ki - K_f = 33 - \left[\frac{1}{2} \times 3 \times (2)^2 + \frac{1}{2} \times 8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] = \frac{99}{4}$ J

Section (G) : Variable mass परिवर्तनशील द्रव्यमान

G-1. A rocket of mass m = 20 kg has M = 180kg fuel. The uniform exhaust velocity of the fuel is v_r = 1.6 km/s.
(i) Calculate the minimum rate of consumption of fuel so that the rocket may rise from the ground.
(ii) Also calculate the maximum vertical speed gained by the rocket when the rate of consumption of fuel
μ is ($g = 10\ m/s^2$) & ($\ell n\ 10 = 2.30$)
(a) 2 kg/s (b) 20 kg/s

एक m = 20 kg द्रव्यमान के रॉकेट में M = 180kg ईंधन है। ईंधन का निष्क्रमण वेग (exhaust velocity) v_r = 1.6 km/s नियत है। (i) ईंधन के जलने की न्यूनतम दर ज्ञात करो ताकि रॉकेट धरातल सतह से उठ सकें। (ii) रॉकेट द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊर्ध्वाधर वेग ज्ञात करिये, यदि रॉकेट के ईंधन के जलने की दर μ है।

($g = 10\ m/s^2$ & $\ell n\ 10 = 2.30$)
(a) 2 kg/s (b) 20 kg/s

Ans. (i) $\frac{(m+M)g}{v_r} = 1.25$ kg/s, (ii) $v = v_r\ \ell n\left(\frac{m+M}{m}\right) - g\left(\frac{M}{\mu}\right)$ (a) 2.8 km/s, (b) 3.6 km/s.

Sol. $m_0 = 20$ kg ; $m = 180$ kg.

$-F_{th} = (m + M)g = 2\times10^3$ N

$-F_{th} = v_r \dfrac{dm}{dt}$

So अतः $\dfrac{dm}{dt} = \dfrac{2000}{1.6\times10^3} = 1.25$ kg/s. **Ans.**

$v = v_r \ell n \left(\dfrac{m_0}{m}\right) - gt.$

(i) $t_1 = \dfrac{m}{(dm/dt)} = \dfrac{180}{2} = 90$ s.

$\therefore v_1 = 1600 \ell_n\left(\dfrac{200}{20}\right) - 10 \times 90$

$v_1 = 2.784$ km/s. **Ans.**

(ii) $t_2 = \dfrac{M}{(dm/dt)} = \dfrac{180}{20} = 9$s.

$v_2 = 1600 \ell_n \left(\dfrac{200}{20}\right) - 10 \times 9$

$v_2 = 3.59$ km/s. **Ans.**

G-2. Sand drops from a stationary hopper at the rate of 5 kg/s falling on a conveyor belt moving with a constant speed of 2 m/s. What is the force required to keep the belt moving and what is the power delivered by the motor moving the belt?
एक स्थिर हुपर से एक कनवेयर बेल्ट जो 2 m/s की नियत चाल से चल रही है पर 5 kg/s की दर से रेत गिरायी जाती है। बेल्ट को चलाऐ रखने के लिए कितने बल की आवश्यकता है और मोटर द्वारा बेल्ट को दी गयी शक्ति कितनी है ?

Ans. $F_{ext} = 10$N; $P = 20$ watt.

Sol. $F = \mu \dfrac{dm}{dt} = 2\times5 = 10$ N **Ans.**

$P = F.v. = 10\times2 = 20$ W **Ans.**

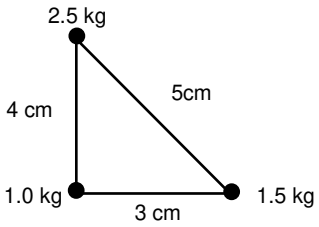
PART - II : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Calculation OF centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गणना

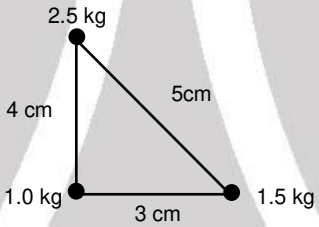
A-1. The centre of mass of a body :
वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र :
(A) Lies always at the geometrical centre (हमेशा ज्यामिती केन्द्र पर स्थित होता हैं।)
(B) Lies always inside the body (हमेशा वस्तु के अन्दर होता है)
(C) Lies always outside the body (हमेशा वस्तु के बाहर होता है)
(D*) Lies within or outside the body (वस्तु के अन्दर या बाहर होता है।)

A-2. Three point particles of masses 1.0 kg, 1.5 kg and 2.5 kg are placed at three corners of a right angle triangle of sides 4.0 cm, 3.0 cm and 5.0 cm as shown in the figure. The center of mass of the system is at a point :



(A) 0.6 cm right and 2.0 cm above 1kg mass
(B) 2.0 cm right and 0.9 cm above 1 kg mass
(C) 0.9 cm right and 2.0 cm above 1kg mass
(D) 1.5 cm right and 1.2 cm above 1kg mass

एक समकोण त्रिभुज जिसकी तीन भुजाएँ 4.0 cm, 3.0 cm और 5.0 cm लम्बी है, के कोनों पर 1.0 kg, 1.5 kg और 2.5 kg द्रव्यमान के तीन कण रखे हुए हैं (चित्र देखें) इस निकाय का संहति केन्द्र जिस बिन्दु पर है वह :



(A) 1 kg द्रव्यमान के 0.6 cm दाँयी ओर और 2.0 cm ऊपर की ओर है।

(B) 1 kg द्रव्यमान के 2.0 cm दाँयी ओर और 0.9 cm ऊपर की ओर है।

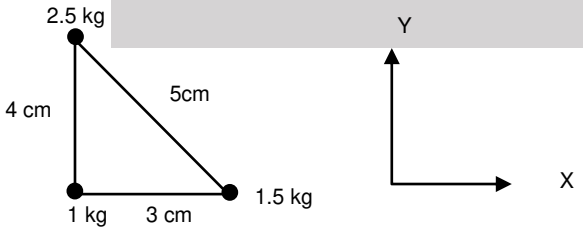
(C) 1 kg द्रव्यमान के 0.9 cm दाँयी ओर और 2.0 cm ऊपर की ओर है।

(D) 1 kg द्रव्यमान के 1.5 cm दाँयी ओर और 1.2 cm ऊपर की ओर है।

Ans. **(3)**

Sol. Take 1kg mass at origin

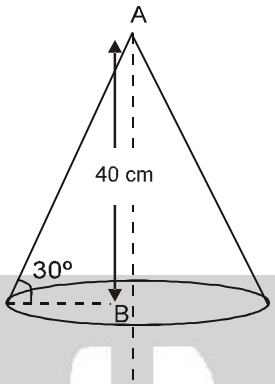
1 kg द्रव्यमान को मूल बिन्दु लेने पर



$$X_{cm} = \frac{1\times 0 + 1.5\times 3 + 2.5\times 0}{5} = 0.9\text{cm}$$

$$Y_{cm} = \frac{1\times 0 + 1.5\times 0 + 2.5\times 4}{5} = 2\text{cm}$$

A-3. **#** A uniform solid cone of height 40 cm is shown in figure. The distance of centre of mass of the cone from point B (centre of the base) is :
एक समान ठोस शंकु जिसकी ऊँचाई 40 सेमी. है, चित्रानुसार दिखाया गया है। बिन्दु B से शंकू के द्रव्यमान केन्द्र की दूरी (आधार के केन्द्र से) होगी –

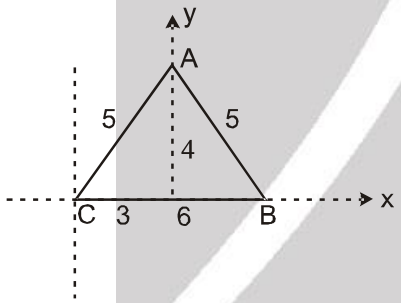


(A) 20 cm (B) 10/3 cm (C) 20/3 cm (D*) 10 cm

A-4. A thin uniform wire is bent to form the two equal sides AB and AC of triangle ABC, where AB = AC = 5 cm. The third side BC, of length 6cm, is made from uniform wire of twice the linear mass density of the first. The distance of centre of mass from A is :
एक पतले एक समान तार से त्रिभुज ABC की दो बराबर भुजाऐं AB तथा AC बनाई जाती है। जहाँ AB = AC = 5 cm है व तीसरी भुजा BC जिसकी लम्बाई 6cm है, एक समान तार से जिसका रेखीय द्रव्यमान घनत्व पहले तार का दुगुना है, से बनी है। A से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी होगी।

(A*) $\frac{34}{11}$ cm (B) $\frac{11}{34}$ cm (C) $\frac{34}{9}$ cm (D) $\frac{11}{45}$ cm

Sol.



$y_{cm} = \frac{0\times(2\rho)+2\times5\rho\times2}{2(\rho)6+2\times5\times\rho} = \frac{10}{11}$ Distance from A = $(4 - \frac{10}{11} = \frac{34}{11})$

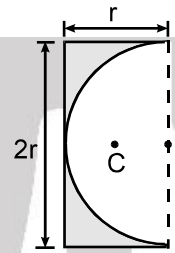
A से दूरी $= (4 - \frac{10}{11} = \frac{34}{11})$

A-5. The centre of mass of a system of particles is at the origin. From this we conclude that
(A) The number of particles on positive x-axis is equal to the number of particles on negative x-axis
(B) The total mass of the particles on positive x-axis is same as the total mass on negative x-axis
(C*) The number of particles on X-axis may be equal to the number of particles on Y-axis.
(D) If there is a particle on the positive X-axis, there must be at least one particle on the negative X-axis.
किसी कण–निकाय का द्रव्यमान केन्द्र मूल बिन्दु पर है। इसका अभिप्राय है, कि –
(A) धनात्मक x–अक्ष पर कणों की संख्या, ऋणात्मक x–अक्ष पर कणों की संख्या के बराबर होगी।
(B) धनात्मक x–अक्ष पर कणों का कुल द्रव्यमान, ऋणात्मक x–अक्ष पर कणों के कुल द्रव्यमान के बराबर होगा।
(C*) x–अक्ष पर कणों की कुल संख्या, Y–अक्ष पर कणों की कुल संख्या के बराबर हो सकती है।
(D) यदि धनात्मक x–अक्ष पर कोई कण होगा तो कम से कम एक कण ऋणात्मक x–अक्ष पर अवश्य होगा।

A-6. All the particles of a system are situated at a distance r from the origin. The distance of the centre of mass of the system from the origin is
किसी निकाय के समस्त कण मूल बिन्दु से r दूरी पर स्थित है। निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की मूल बिन्दु से दूरी होगी।
(A) = r (B*) ≤ r (C) > r (D) ≥ r

Sol. COM can lie anywhere, within or at the radius r.
द्रव्यमान केन्द्र कही पर भी स्थित हो सकता है, r त्रिज्या के अन्दर या त्रिज्या पर

A-7.# A semicircular portion of radius 'r' is cut from a uniform rectangular plate as shown in figure. The distance of centre of mass 'C' of remaining plate, from point 'O' is :
एक अर्द्धवृतीय भाग जिसकी त्रिज्या r है को चित्रानुसार एक एकसमान आयताकार प्लेट से काटा गया है। बिन्दु O से बची हुई प्लेट के द्रव्यमान केन्द्र 'C' की दूरी होगी।



(A) $\frac{2r}{(3-\pi)}$ (B) $\frac{3r}{2(4-\pi)}$ (C) $\frac{2r}{(4+\pi)}$ (D*) $\frac{2r}{3(4-\pi)}$

Sol. $A_1 = 2r \times r = 2r^2$

$A_2 = \frac{\pi r^2}{2}$

$x_1 = \frac{r}{2}$ $x_2 = \frac{4r}{3\pi}$

$$x_{cm} = \frac{2r^2 \times \frac{r}{2} - \frac{\pi r^2}{2} \times \frac{4r}{3\pi}}{2r^2 - \frac{\pi r^2}{2}}$$

$$= \frac{r^3\left[1-\frac{2}{3}\right]}{r^2\left[\frac{4-\pi}{2}\right]} = \frac{2r}{3[4-\pi]}$$

Section (B) : Motion of centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गति

B-1. Two particles of mass 1 kg and 0.5 kg are moving in the same direction with speed of 2m/s and 6m/s respectively on a smooth horizontal surface. The speed of centre of mass of the system is :
1 kg तथा 0.5 kg के दो द्रव्यमान एक ही दिशा में क्रमशः 2 m/sec तथा 6 m/sec से चिकने सतह पर गति कर रहे है। निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की चाल होगी।

(A*) $\frac{10}{3}$ m/s (B) $\frac{10}{7}$ m/s (C) $\frac{11}{2}$ m/s (D) $\frac{12}{3}$ m/s

Sol. $v_{cm} = \frac{1\times 2 + \frac{1}{2}\times 6}{1+1/2} = \frac{10}{3} m/sec$

B-2. Two particles of equal mass have initial velocities $2\hat{i}$ ms^{-1} and $2\hat{j}$ ms^{-1} . First particle has a constant acceleration $(\hat{i}+\hat{j})$ ms^{-2} while the acceleration of the second particle is always zero. The centre of mass of the two particles moves in
समान द्रव्यमान के दो कण के प्रारम्भिक वेग क्रमशः $2\hat{i}$ ms^{-1} व $2\hat{j}$ ms^{-1} है। प्रथम कण का नियत त्वरण $(\hat{i}+\hat{j})$ ms^{-2} है जबकि दूसरे का त्वरण सदैव शून्य है। दोनो कणों का द्रव्यमान केन्द्र निम्न वक्र पर गति करेगा।

(A) Circle वृत्त (B) Parabola परवलय
(C) Ellipse दीर्घवृत्त (D*) Straight line सरल रेखा

Sol. $v_{cm} = \dfrac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$

$\therefore v_{cm} = \dfrac{m(2\hat{i}) + m(2\hat{j})}{2m}$ $a_{cm} = \dfrac{m(i+j) + m(0)}{2m}$

v_{cm} has same direction as of a_{cm}
V_{cm} की दिशा a_{cm} की दिशा में होगी $\therefore$ straight line. सीधी रेखा

B-3. Two particles having mass ratio n : 1 are interconnected by a light inextensible string that passes over a smooth pulley. If the system is released, then the acceleration of the centre of mass of the system is :
दो कण जिनके द्रव्यमान का अनुपात n : 1 है, वे एक हल्की अवितान्य रस्सी से जुड़े हुए हैं जो चिकनी घिरनी से गुजरती है। अगर निकाय को छोड़ दिया जाता है तो समूह के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण होगा।

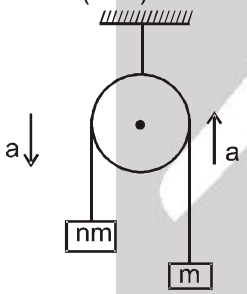
(A) $(n-1)^2 g$ (B) $\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)^2 g$ (C*) $\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2 g$ (D) $\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right) g$

Sol. $a = \dfrac{(nm-m)}{nm+m} g = \dfrac{(n-1)}{(n+1)} g$

$a_1 = a_2 = a$

$a_{cm} = \dfrac{nma_1 - ma_2}{(nm+m)} = \dfrac{(n-1)}{(n+1)} \times a$

$a_{cm} = \dfrac{(n-1)^2}{(n+1)^2} g$



B-4. A bomb travelling in a parabolic path under the effect of gravity, explodes in mid air. The centre of mass of fragments will:
एक बम गुरूत्वीय प्रभाव में परवलय पथ पर गति करता हुआ बीच हवा में विस्फोटित हो जाता है। टुकड़ो का द्रव्यमान केन्द्र

(A) Move vertically upwards and then downwards
पहले सीधे ऊपर की ओर फिर नीचे की ओर गति करेगा
(B) Move vertically downwards
सीधे नीचे की ओर गति करेगा।
(C) Move in irregular path
असमान पथ पर गति करेगा।
(D*) Move in the parabolic path which the unexploded bomb would have travelled.
उस परवलय पथ पर गति करेगा जिस पर अविस्फोटिक बम गति कर रहा था।

B-5. If a ball is thrown upwards from the surface of earth then initially (assuming that there is no external force on the system):
अगर पृथ्वी की सतह से एक गेंद ऊपर की ओर फेंकी जाती है, तो प्रारम्भ में (यह मानते हुए कि निकाय पर बाहर से कोई बल नहीं है)

(A) The earth remains stationary while the ball moves upwards
पृथ्वी स्थिर रहती है, जबकि गेंद ऊपर की ओर गति करती है।

(B) The ball remains stationary while the earth moves downwards
गेंद स्थिर रहती है जबकि पृथ्वी नीचे की ओर गति करती है

(C) The ball and earth both move towards each other
गेंद तथा पृथ्वी दोनों एक दूसरे की और गति करते है।

(D*) The ball and earth both move away from each other
गेंद तथा पृथ्वी दोनों एक दूसरे से दूर गति करते है।

B-6. Internal forces in a system can change
(A) Linear momentum only
(B*) Kinetic energy only
(C) Both kinetic energy and linear momentum
(D) Neither the linear momentum nor the kinetic energy of the system.
निकाय में आन्तरिक बल परिवर्तित कर सकते हैं –

(A) केवल रैखिक संवेग (B) केवल गतिज ऊर्जा
(C) रैखिक संवेग व साथ ही गतिज ऊर्जा भी (D) निकाय का न तो रैखिक संवेग, न ही गतिज ऊर्जा

B-7. Two balls of different masses are thrown in air with different velocities. While they are in air acceleration of centre of mass of the system. (neglect air resistance)
(A) Depends on the direction of the motion of two balls
(B) Depends on the masses of the two balls
(C) Depends on the magnitude of velocities of the two balls
(D*) Is equal to g
दो भिन्न द्रव्यमानो की गेंदे हवा में विभिन्न वेग से फेकी जाती है। जब ये हवा में है, तो निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण (वायु प्रतिरोध नगण्य मानते हुये)

(A) दोनो गेंदो की गति की दिशा पर निर्भर करता है। (B) दोनों गेंदो के द्रव्यमानों पर निर्भर करता है।
(C) दोनों गेंदों की वेगों के परिमाण पर निर्भर करता है। (D) g के बराबर है।

B-8. There are two particles of same mass. If one of the particles is at rest always and the other has an acceleration $\vec{a}$. Acceleration of centre of mass is
दो समान द्रव्यमान के कणों के निकाय पर विचार कीजिए। एक कण सदैव स्थिर है तथा दूसरे कण का त्वरण $\vec{a}$ है। द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण होगाः

(A) zero शून्य (B*) $\frac{1}{2}\vec{a}$ (C) $\vec{a}$

(D) centre of mass for such a system can not be defined.
इस प्रकार के निकाय का द्रव्यमान केन्द्र परिभाषित नही किया जा सकता

Sol. $\vec{a}_{cm} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m\,0 + m\vec{a}}{(m + m)} = \frac{\vec{a}}{2}$

given दिया हुआ है $m_1 = m_2 = m$ $\vec{a}_1 = 0$

$\vec{a}_2 = \vec{a}$

Section (C) : Conservation of linear momentum रेखीय संवेग संरक्षण

C-1. Two particles A and B initially at rest move towards each other under a mutual force of attraction. The speed of centre of mass at the instant when the speed of A is v and the speed of B is 2v is **[JEE - 89]**
प्रारम्भ में स्थिर दो कण A व B परस्पर आकर्षण बल से एक दूसरे की ओर गति करते है। जब A की चाल v व B की चाल 2v है तो उस क्षण पर द्रव्यमान केन्द्र की चाल होगी ?
(A) v (B*) Zero शून्य (C) 2v (D) 3v/2

C-2. If the KE of a particle becomes four times of its initial value, then the new momentum will be more than its initial momentum by
अगर किसी कण की गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक से चार गुनी हो जाती है तो नया संवेग प्रारम्भिक संवेग से कितना ज्यादा होगा।
(A) 50% (B*) 100% (C) 125% (D) 150%

C-3. A particle of mass 4m which is at rest explodes into three fragments. Two of the fragments each of mass m are found to move with a speed 'v' each in mutually perpendicular directions. The minimum energy released in the process of explosion is
4m द्रव्यमान का एक कण विरामावस्था मे है। यह तीन भागों में विस्फोटित होता है। दो भाग जिनके द्रव्यमान m है एक दूसरे के लम्बवत् दिशाओं में 'v' चाल से चलते है, विस्फोट से होने वाली न्यूनतम मुक्त ऊर्जा का मान होगा :
(A) $(2/3)\ mv^2$ (B*) $(3/2)\ mv^2$ (C) $(4/3)\ mv^2$ (D) $(3/4)\ mv^2$

Sol. $mv\hat{i} + mv\hat{j} + 2m\vec{v}_3 = 0$

$$\vec{v}_3 = -\frac{(v\hat{i}+v\hat{j})}{2} = -\frac{v}{2}(\hat{i}+\hat{j}) = -\frac{v}{\sqrt{2}}$$

$$k_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}2m\frac{v^2}{2}$$

$$k_f = \frac{3mv^2}{2}$$

C-4. A 500 kg boat has an initial speed of 10 ms^{-1} as it passes under a bridge. At that instant a 50 kg man jumps straight down into the boat from the bridge. The speed of the boat after the man and boat attaing a common speed is
500 किग्रा की नाव की प्रारम्भिक चाल 10 ms^{-1} है जब यह एक ब्रिज के नीचे से गुजरती है। उसी समय 50 किग्रा का एक आदमी ब्रिज से नाव में सीधे कूदता है। नाव व आदमी उभयनिष्ट चाल प्राप्त कर लेते है, तब नाव की चाल क्या होगी
(A*) $\frac{100}{11}\ ms^{-1}$ (B) $\frac{10}{11}\ ms^{-1}$ (C) $\frac{50}{11}\ ms^{-1}$ (D) $\frac{5}{11}\ ms^{-1}$

Sol. $500 \times 10 = 550 \times v$

$$v = \frac{500}{55} = \frac{100}{11} m/s$$

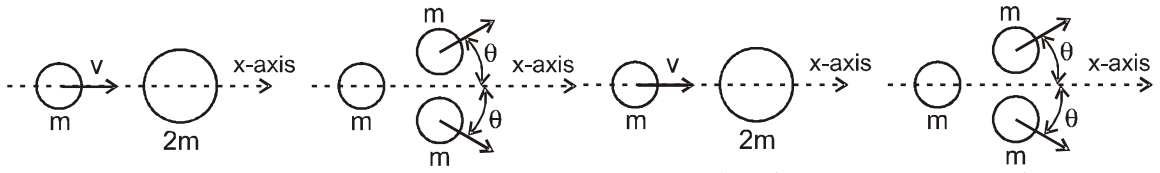
C-5. The spacecraft of mass M moves with velocity V in free space at first, then it explodes breaking into two pieces. If after explosion a piece of mass m comes to rest, the other piece of space craft will have a velocity:
प्रारम्भ में M द्रव्यमान का अन्तरिक्षयान v वेग से मुक्त आकाश में गति कर रहा है तब यह दो भागों में टूट जाता है। अगर विखण्डन के बाद द्रव्यमान m का एक भाग स्थिर हो जाता है तो दूसरे भाग का वेग होगा।
(A*) MV/(M – m) (B) MV/(M + m) (C) mV/(M – m) (D) mV/(M + m)

Sol. $M\vec{v} = m.\ 0 + (M-m)\ \vec{v}'$

$$\vec{v}' = \frac{M\vec{v}}{(M-m)}$$

C-6. A particle of mass m is moving along the x-axis with speed v when it collides with a particle of mass 2m initially at rest. After the collision, the first particle has come to rest, and the second particle has split into two equal-mass pieces that are shown in the figure. Which of the following statements correctly describes the speeds of the two pieces ? ($\theta > 0$)

m द्रव्यमान का एक कण चाल v से x-अक्ष के अनुदिश गति करते हुये विराम पर स्थित 2m द्रव्यमान के कण से टकराता हे। टक्कर के बाद, पहला कण विराम में आ जाता है और दूसरा कण दो बराबर द्रव्यमान के दो भागों में बट जाता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। निम्न में से कौन सा कथन दो भागों की चालों का सही वर्णन करता है ? ($\theta > 0$)



Before collision After collision टक्कर से पहले टक्कर के बाद

(A) Each piece moves with speed v.
(B) Each piece moves with speed v/2.
(C) One of the pieces moves with speed v/2, the other moves with speed greater than v/2
(D*) Each piece moves with speed greater than v/2.

(A) प्रत्येक भाग चाल v से गति करता है।
(B) प्रत्येक भाग v/2 चाल से गति करता है।
(C) भागों में से एक v/2 चाल से गति करता है, दूसरा v/2 से अधिक चाल से गति करता है।
(D) प्रत्येक भाग v/2 से अधिक चाल से गति करता है।

Sol. After collision by momentum conservation
Along y-axis
टक्कर के बाद संवेग संरक्षण से
y-अक्ष के अनुदिश

$0 = 0 + mv_2 \sin\theta - mv_3 \sin\theta$

$\Rightarrow v_2 = v_3$

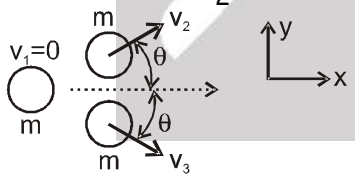
Along x-axis
x-अक्ष के अनुदिश

$mv = 0 + mv_2 \cos\theta + mv_3 \cos\theta$

$mv = 2\, m\, v_2 \cos\theta$

$$v_2 = \frac{v}{2}\frac{1}{\cos\theta}$$

so $v_2 = v_3 > \frac{v}{2}$ $\quad \because \cos\theta < 1$



C-7. Two particles approach each other with different velocities. After collision, one of the particles has a momentum $\vec{p}$ in their center of mass frame. In the same frame, the momentum of the other particle is

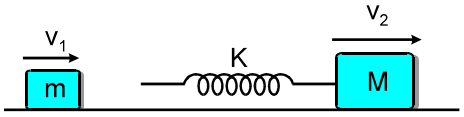
दो कण एक दूसरे की ओर भिन्न–भिन्न वेग से आ रहे हैं। टक्कर के बाद उनमें से एक कण का उनके द्रव्यमान केन्द्र तन्त्र में संवेग $\vec{p}$ है। समान तन्त्र में अन्य कण का संवेग होगा।

(A) 0 (B*) $-\vec{p}$ (C) $-\vec{p}/2$ (D) $-2\vec{p}$

Sol. In centre of mass frame total momentum of the system is always zero.
द्रव्यमान केन्द्र के तन्त्र में निकाय का कुल संवेग हमेशा शून्य होता है।
Hence momentum of other particle is $-\vec{p}$.
अतः अन्य कण का संवेग $-\vec{p}$ होगा।

Section (D) : spring - mass system स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय

D-1.# Two blocks of masses m and M are moving with speeds v_1 and v_2 ($v_1 > v_2$) in the same direction on the frictionless surface respectively, M being ahead of m. An ideal spring of force constant k is attached to the backside of M (as shown). The maximum compression of the spring when the block collides is :
दो ब्लॉक जिनके द्रव्यमान m व M है, क्रमशः v_1 तथा v_2 चाल से ($v_1 > v_2$) घर्षण रहित सतह पर एक ही दिशा में गति कर रहे है। M, m से आगे है। एक आदर्श स्प्रिंग जिसका बल नियतांक k है, M से पीछे की ओर जुडी हुई है (चित्रानुसार)। जब ब्लॉक टकराते है तो स्प्रिंग में अधिकतम संपीडन है।



(A) $v_1\sqrt{\frac{m}{k}}$ (B) $v_2\sqrt{\frac{M}{k}}$

(C*) $(v_1 - v_2)\sqrt{\frac{mM}{(M+m)\ K}}$ (D) None of above is correct. उपरोक्त में से कोई नहीं

Sol. $P_i = mv_1 + mv_2$

$P_f = (m + M)\ v$

$P_i = P_f \Rightarrow v = \frac{mv_1 + Mv_2}{(m+M)}$

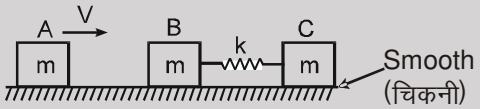
By energy consarvation ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2}\ mv_1^2 + \frac{1}{2}\ Mv_2^2 = \frac{1}{2}\ (M + m)\ v^2 + \frac{1}{2}\ kx^2$

$\Rightarrow mv_1^2 + Mv_2^2 = (M + m)\ \frac{(mv_1 + Mv_2)^2}{(M+m)^2} + kx^2$

solving हल करने पर $x = (v_1 - v_2)\sqrt{\frac{mM}{(M+m)k}}$

D-3. **#** Mass A hits B inelastically (e = 0) while moving horizontally with some velocity along the common line of centres of the three equal masses each of same mass. Initially mass B and C are stationary and the spring is unstretched. Then which is incorrect.
द्रव्यमान A, B को क्षैतिज दिशा में कुछ वेग से चलते हुये पूर्णतः अप्रत्यास्थ (e = 0) टकराता है वेग, तीनों समान द्रव्यमान के केन्द्रो को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश है। प्रारम्भ में B व C स्थिर है व स्प्रिंग में कोई खिचाव नही है तो निम्न में से क्या **गलत** है।



(A) compression will be maximum when blocks have same velocity
सम्पीड़न अधिकतम होगा जब ब्लॉको का वेग समान होगा

(B*) velocity of C is maximum when (A + B) is at rest
C का वेग अधिकतम होगा जब (A + B) स्थिर है।

(C) velocity of C is maximum when spring is undeformed.
C का वेग अधिकतम होगा जब स्प्रिंग में कोई खिंचाव नही है

(D) velocity of C is minimum when spring is undeformed.
C का वेग न्यूनतम है जब स्प्रिंग में कोई खिंचाव नही है।

Section (E) : impulse आवेग

E-1. A ball of mass 50 gm is dropped from a height h = 10 m. It rebounds losing 75 percent of its kinetic energy. If it remains in contact with the ground for $\Delta t = 0.01$ sec., the impulse of the impact force is : (take $g = 10\ m/s^2$)
एक 50 gm द्रव्यमान की गेंद h = 10 मीटर ऊँचाई से छोड़ी जाती है। यह 75 प्रतिशत गतिज ऊर्जा की हानि के बाद उछलती है। अगर यह धरती के साथ $\Delta t = 0.01$ सेकण्ड, के लिए स्पर्श करती है तो टक्कर के बल का आवेग होगा। ($g = 10\ m/s^2$ लेवे)

(A) 1.3 N–s (B*) 1.06 N-s (C) 1300 N–s (D) 105 N–s

Sol. $v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times10} = 10\sqrt{2}$

$k_2 = \frac{1}{4}k_1 \Rightarrow v_2^2 = \frac{1}{4}v_1^2$

$\therefore v_2 = \frac{v_1}{2} = 5\sqrt{2}$

$|\Delta P| = |-mv_2 - (mv_1)| = m\,|-v_2 - v_1|$

$|\Delta P| = 50 \times 10^{-3} \times \frac{3}{2} \times 10\sqrt{2} = \frac{15\times10^{-1}}{\sqrt{2}}$

$J = \Delta P = 1.05$N-s.

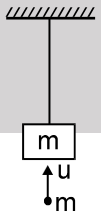
E-2. The area of F-t curve is A, where 'F' is the force acting on one mass due to the other. If one of the colliding bodies of mass M is at rest initially, its speed just after the collision is :
F-t वक्र का क्षेत्रफल A है जहाँ 'F' एक द्रव्यमान पर दूसरे के कारण बल है। अगर टकराने वाली वस्तुओं में से M द्रव्यमान वाली प्रारम्भ में स्थिर थी तो टकराने के ठीक बाद इसकी चाल क्या होगी।

(A*) A/M (B) M/A (C) AM (D) $\sqrt{\frac{2A}{M}}$

Sol.. Area of F-t curve = A = Impulse. F-t आरेख का क्षेत्रफल = A = आवेग

Impulse आवेग = dP = A = MV – 0 $\therefore$ $v = \frac{A}{M}$

E-3. # A bullet of mass m moving vertically upwards instantaneously with a velocity 'u' hits the hanging block of mass 'm' and gets embedded in it, as shown in the figure. The height through which the block rises after the collision. (assume sufficient space above block) is :
ऊपर की तरफ तात्क्षणिक 'u' वेग से गतिशील m द्रव्यमान की गोली, 'm' द्रव्यमान के ब्लॉक से चित्रानुसार टकराती है तथा इसमें धंस जाती है तो वह ऊचांई बताओं जहाँ तक टक्कर के बाद ब्लॉक जाएगा।
(मानो कि ब्लॉक के ऊपर पर्याप्त जगह है।)



(A) $u^2/2g$ (B) u^2/g (C*) $u^2/8g$ (D) $u^2/4g$

Sol. From momentum conservation संवेग संरक्षण से

$mu = 2mv \quad \Rightarrow v = \frac{u}{2}$

from energy conservation ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2} \times 2m \times \left(\frac{u}{2}\right)^2 = 2\,mgh \Rightarrow h = \frac{u^2}{8g}$

Section (F) : Collision टक्कर

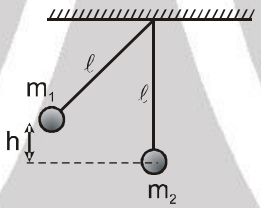
F-1. A bullet of mass m = 50 gm strikes ($\Delta t \approx 0$)a sand bag of mass M = 5 kg hanging from a fixed point, with a horizontal velocity $\vec{v}_p$. If bullet sticks to the sand bag then just after collision the ratio of final & initial kinetic energy of the bullet is :
एक m = 50 gm की गोली एक रेत के लटके हुए बैग से (जिसका द्रव्यमान M = 5 kg हैं) क्षेतिज वेग $\vec{v}_p$ से टकराती ($\Delta t \approx 0$) है। अगर गोली रेत के बैग में घंस जाती है तो टक्कर के ठीक पश्चात गोली की अन्तिम तथा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का अनुपात क्या होगा

(A) 10^{-2} (B) 10^{-3} (C) 10^{-6} (D*) 10^{-4}

Sol. $0.05 \times v_p + m \times 0 = 5.05\ v$

$$\therefore \frac{v_f}{v_i} = \frac{0.05}{5} = 10^{-2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2}m(v_f)^2}{\frac{1}{2}m(v_i)^2} = (10^{-2})^2 = 10^{-4}.$$

F-2.# In the arrangement shown, the pendulum on the left is pulled aside. It is then released and allowed to collide with other pendulum which is at rest. A perfectly inelastic collision occurs and the system rises to a height h/4 . The ratio of the masses (m_1 / m_2) of the pendulum is :
प्रदर्शित चित्र में बाएं पैण्डुलम को एक तरफ खींचकर छोड़ा जाता है। फिर इसे छोड़कर दूसरे स्थिर पैण्डुलम से टकराने दिया जाता है। एक पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर होती है तथा निकाय h/4 ऊचाई तक उठता है। पैण्डुलम के द्रव्यमानों का अनुपात (m_1 / m_2) होगा।

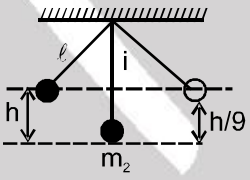


(A*) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. $m_1\sqrt{2gh} + 0 = (m_1 + m_2)\ v$

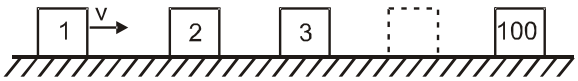
$$v = \frac{m_1\sqrt{2gh}}{(m_1 + m_2)}$$

$$\therefore v^2 - u^2 + 2g \times \frac{h}{9} = 6 + 2g \times \frac{h}{4} = \frac{gh}{2} \qquad \therefore v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$



Also, अब $\sqrt{\frac{gh}{2}} = \frac{m\sqrt{2gh}}{m_1 + m_2} \Rightarrow 2m_1 + m_1 + m_2 \qquad \therefore \frac{m_1}{m_2} = 1$

F-3.# There are hundred identical sliders equally spaced on a frictionless track as shown in the figure. Initially all the sliders are at rest. Slider 1 is pushed with velocity v towards slider 2. In a collision the sliders stick together. The final velocity of the set of hundred stucked sliders will be :
चित्रानुसार 100 ब्लॉक एक दूसरे से समान दूरी पर घषर्णरहित सतह पर उपस्थित है। प्रारम्भ में सभी स्थिर है। पहले ब्लॉक को v वेग से दूसरे की तरफ धक्का दिया जाता है तथा टक्कर के पश्चात दोनों ब्लॉक एक दूसरे से चिपक जाते है और यह क्रम चलता रहता है तो सभी चिपके 100 ब्लॉक का अन्तिम वेग क्या होगा ?



(A) $\frac{v}{99}$ (B*) $\frac{v}{100}$ (C) zero शून्य (D) v

F-4. A solid iron ball A of radius r collides head on with another stationary solid iron ball B of radius 2r. The ratio of their speeds just after the collision (e = 0.5) is :
r त्रिज्या की एक लोहे की ठोस गेंद A दूसरी 2r त्रिज्या की स्थिर लोहे की ठोस गेंद B से टकराती है, तो टक्कर के ठीक बाद उनके वेग का अनुपात होगा (e = 0.5)

(A) 3 (B) 4 (C*) 2 (D) 1

Sol. $M_A = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$ $e = \frac{1}{2}$

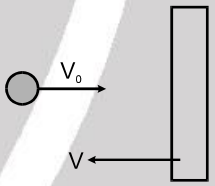
$M_B = \rho \times \frac{4}{3}\pi (2r)^3 = 8M_A$

$m_A v + 0 = m_A v_1 + m_B v_2$ .....(i)
$ev = v_2 - v_1$ .....(ii)

Adding (i) + (ii) जोडने पर $= 9v_2 = v + \frac{v}{2} = \frac{3v}{2}$

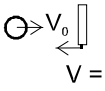
$\therefore v_1 = v_2 - \frac{v}{2} = \frac{v}{6} - \frac{v}{2} = -\frac{v}{3}$ $\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{v/3}{v/6} = 2.$

F-5.# A particle of mass m moves with velocity v_0 = 20 m/sec towards a large wall that is moving with velocity v = 5 m/sec. towards the particle as shown . If the particle collides with the wall elastically, the speed of the particle just after the collision is :
m द्रव्यमान का एक कण v_0 = 20 m/sec से गति करता हुआ, v = 5 m/sec से कण की ओर चित्रानुसार गति करती दीवार से टकराता है तो प्रत्यास्थ टक्कर के ठीक बाद कण का वेग क्या होगा।



(A*) 30 m/s (B) 20 m/s (C) 25 m/s (D) 22 m/s

Sol.



Vel. of Sep = Vel of approach (∴ elastic)
दूर जाने का वेग = निकट आने का वेग (∴ प्रत्यास्थ)
∴ 20 + 5 = V – 5 $\Rightarrow$ V = 30 m/s **Ans.**

F-6. Two perfectly elastic balls of same mass m are moving with velocities u_1 and u_2. They collide head on elastically n times. The kinetic energy of the system finally is :
दो समान द्रव्यमान m की पूर्ण प्रत्यास्थ गैंदे u_1 तथा u_2 वेग से गति करती हुई टकराती है। वे n बार प्रत्यास्थ रूप से टकराती है। निकाय की अन्तिम गतिज ऊर्जा होगी।

(A) $\frac{1}{2}\frac{m}{n}u_1^2$ (B) $\frac{1}{2}\frac{m}{n}(u_1^2 + u_2^2)$

(C*) $\frac{1}{2}m(u_1^2 + u_2^2)$ (D) $\frac{1}{2}mn(u_1^2 + u_2^2)$

F-7. A massive ball moving with speed v collides head-on with a tiny ball at rest having a mass very less than the mass of the first ball. If the collision is elastic, then immediately after the impact, the second ball will move with a speed approximately equal to:
v चाल से गति करती हुई एक भारी गेंद, एक छोटी गेंद (जिसका द्रव्यमान पहले वाली गेंद के द्रव्यमान से बहुत–बहुत कम है।) से सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करती है तो टक्कर के बाद दूसरी गेंद की चाल लगभग होगी।

(A) v (B*) 2v (C) v/2 (D) ∞

F-8. A sphere of mass m moving with a constant velocity hits another stationary sphere of the same mass. If e is the coefficient of restitution, then ratio of speed of the first sphere to the speed of the second sphere after head on collision will be :
एक m द्रव्यमान का गोला नियत वेग से गति करता हुआ समान द्रव्यमान के अन्य स्थिर गोले से टकराता है। यदि प्रत्यावस्थान गुणांक e है, तो सम्मुख टक्कर के बाद प्रथम गोले की चाल एवं दूसरे गोले की चाल का अनुपात क्या होगा।

(A*) $\left(\frac{1-e}{1+e}\right)$ (B) $\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$ (C) $\left(\frac{e+1}{e-1}\right)$ (D) $\left(\frac{e-1}{e+1}\right)$

Sol. $mu = mv_1 + mv_2$ .....(i)

$u = v_1 + v_2$ .....(i)

$\frac{v_2 - v_1}{u} = e$ .....(ii)

on solving we have हल करने पर $\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{1-e}{1+e}\right)$

F-9. A ball of mass 'm', moving with uniform speed, collides elastically with another stationary ball. The incident ball will lose maximum kinetic energy when the mass of the stationary ball is
नियत चाल से गति कर रही, एक 'm' द्रव्यमान की गेंद एक अन्य स्थिर गेंद से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। अगर आपतित गेंद की अधिकतम गतिज ऊर्जा की हानि होती है तो स्थिर गेंद का द्रव्यमान होगा।

(A*) m (B) 2m (C) 4m (D) infinity अनन्त

Sol. If mass यदि द्रव्यमान = m

first ball will stop प्रथम गेंद रूक जाएगी $\Rightarrow v = 0$

so अतः K.E. = 0 (min न्यूनतम)

(K.E. can't be negative K.E. ऋणात्मक नही हो सकती)

F-10. Ball 1 collides head on with an another identical ball 2 at rest. Velocity of ball 2 after collision becomes two times to that of ball 1 after collision. The coefficient of restitution between the two balls is :
गेंद 1 दूसरी एक समान गेंद 2 जो विरामावस्था में है, से सम्मुख टकराती है। टक्कर के बाद गेंद 2 का वेग गेंद 1 के वेग का दुगुना हो जाता है। दोनों गेंदो के मध्य प्रत्यावस्थान गुणांक ज्ञात करो ?

(A*) e = 1/3 (B) e = 1/2 (C) e = 1/4 (D) e = 2/3

Sol. $v_2 = 2v_1$

$(1 + e)\, u_1 = 2(1 - e)u_1$

$e = \frac{1}{3}$

Section (G) : Variable mass परिवर्तनशील द्रव्यमान

G-1. If the thrust force on a rocket which is ejecting gases with a relative velocity of 300 m/s, is 210 N. Then the rate of combustion of the fuel will be :
यदि 300 m/s, सापेक्ष वेग से गैसों को बाहर निकाल रहे राकेट पर प्रणोद बल 210 N है, तो ईंधन के जलने की दर होगी :

(A) 10.7 kg/sec (B) 0.07 kg/sec (C) 1.4 kg/sec (D*) 0.7 kg/sec

Sol. $F = \mu \frac{dm}{dt}$

$210 = 300 \times \frac{dm}{dt}$

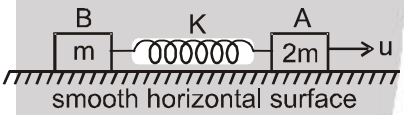
$\Rightarrow \quad \frac{dm}{dt} = 0.7$ kg/s.

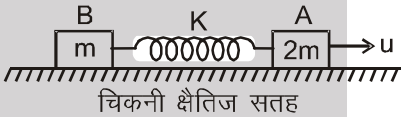
PART - III : MATCH THE COLUMN

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. # Two blocks A and B of mass 2m and m respectively are connected by a massless spring of spring constant K. This system lies over a smooth horizontal surface. At t = 0 the block A has velocity u towards right as shown while the speed of block B is zero, and the length of spring is equal to its natural length at that instant. In each situation of column I, certain statements are given and corresponding results are given in column II. Match the statements in column I corresponding to results in column II .

2m तथा m द्रव्यमान के दो ब्लॉक A तथा B को K स्प्रिंग नियतांक की द्रव्यमानहीन स्प्रिंग से जोडा गया है। यह निकाय चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा है। t = 0 पर ब्लॉक A का दांयी ओर वेग चित्रानुसार u है तथा ब्लॉक B की चाल शून्य है तथा इस क्षण स्प्रिंग की लम्बाई इसकी प्राकृतिक लम्बाई के बराबर है। कॉलम-I की प्रत्येक स्थिति के लिए कुछ कथन दिए गए है तथा उनके संगत परिणाम कॉलम -II में दिये गये है। कॉलम -I में दिये गये वक्तव्यो को कॉलम II में उनके परिणामों के साथ सुमेलित करिए–





Column I	**Column II**
(A) The velocity of block A	(p) can never be zero
(B) The velocity of block B	(q) may be zero at certain instants of time
(C) The kinetic energy of system of two blocks	(r) is minimum at maximum compression of spring
(D) The potential energy of spring	(s) is maximum at maximum extension of spring

कॉलम I	**कॉलम II**
(A) ब्लॉक A का वेग	(p) कभी भी शून्य नही होगी।
(B) ब्लॉक B का वेग	(q) किसी विशेष (certain) क्षणों पर शून्य हो सकती है।
(C) दोनो ब्लॉक के निकाय की गतिज ऊर्जा	(r) स्प्रिंग के अधिकतम संपीडन के समय न्यूनतम होगी।
(D) स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा	(s) स्प्रिंग के अधिकतम विस्तार के समय अधिकतम होगी।

Ans. (A) p (B) q (C) p,r (D) q,s

Sol. (A) If velocity of block A is zero, from conservation of momentum, speed of block B is 2u. Then K.E. of block B = $\frac{1}{2}m(2u)^2 = 2mu^2$ is greater than net mechanical energy of system. Since this is not possible, velocity of A can never be zero.

(B) Since initial velocity of B is zero, it shall be zero for many other instants of time.

(C) Since momentum of system is non-zero, K.E. of system cannot be zero. Also KE of system is minimum at maximum extension of spring.

(D) The potential energy of spring shall be zero whenever it comes to natural length. Also P.E. of spring is maximum at maximum extension of spring.

(A) यदि ब्लॉक A का वेग शून्य है, संवेग संरक्षण से, ब्लॉक B की चाल 2u है तथा ब्लॉक B की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}m(2u)^2 = 2mu^2$ जो कि निकाय की कुल यांत्रिक ऊर्जा से अधिक है। चूंकि यह सम्भव नही है, अतः A का वेग कभी भी शून्य नही होगा।

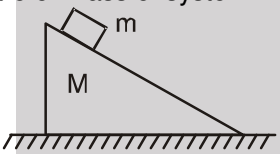
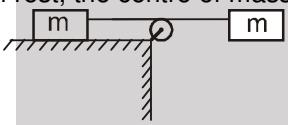
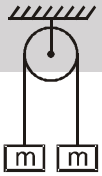
(B) चूंकि B का प्रारम्भिक वेग शून्य है, यह और भी कई समयो (क्षणो) पर शून्य होगी।

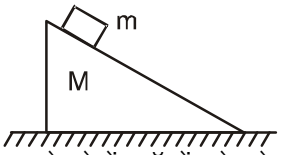
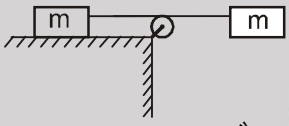
(C) चूंकि निकाय का संवेग अशून्य है अतः निकाय की गतिज ऊर्जा शून्य नही हो सकती है। अतः निकाय की गतिज ऊर्जा स्प्रिंग के अधिकतम विस्तार पर न्यूनतम होगी।

(D) स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा शून्य होगी जब यह अपनी प्राकृतिक अवस्था वाली लम्बाई में होगी। अधिकतम विस्तार वाली अवस्था में स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होगी।

2. In each situation of column-I, a system involving two bodies is given. All strings and pulleys are light and friction is absent everywhere. Initially each body of every system is at rest. Consider the system in all situation of column I from rest till any collision occurs. Then match the statements in column-I with the corresponding results in column-II

स्तम्भ-I की प्रत्येक स्थिति में, दो पिण्डों का एक निकाय दिया गया है। सभी डोरियाँ तथा घिरनियाँ हल्की तथा घर्षण अनुपस्थित हैं। प्रारम्भ में प्रत्येक निकाय का प्रत्येक पिण्ड विराम में है। स्तम्भ-I में सभी स्थितियों में निकाय को विराम से कोई टक्कर होने के पूर्व तक लीजिए तो स्तम्भ-I की स्थितियों को स्तम्भ-II में दिये गये संगत परिणामों से सुमेलित कीजिए।

Column-I	**Column-II**
(A) The block plus wedge system is placed over smooth horizontal surface. After the system is released from rest, the centre of mass of system. 	(p) Shifts towards right
(B) The string connecting both the blocks of mass m is horizontal. Left block is placed over smooth horizontal table as shown. After the two block system is released from rest, the centre of mass of system 	(q) Shifts downwards
(C) The block and monkey have same mass. The monkey starts climbing up the rope. After the monkey starts climbing up, the centre of mass of monkey + block system.	(r) Shifts upwards
(D) Both block of mass m are initially at rest. The left block is given initial velocity u downwards. Then, the centre of mass of two block system afterwards. 	(s) Does not shift
	(t) shifts towards left

स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) ब्लॉक + वेज निकाय चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा हुआ है। निकाय को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र 	(p) दांयी ओर विस्थापित होता है
(B) m द्रव्यमान के दोनों ब्लॉकों को जोड़ने वाली डोरी क्षैतिज है। बांया ब्लॉक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा हुआ है जैसा कि दिखाया गया है। दो ब्लॉक निकाय को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र 	(q) नीचे की ओर विस्थापित होता है।
(C) ब्लॉक तथा बन्दर का समान द्रव्यमान है। बन्दर रस्सी पर ऊपर चढ़ना प्रारम्भ करता है। बन्दर के रस्सी पर ऊपर चढ़ना शुरू करने के पश्चात् बन्दर + ब्लॉक निकाय का द्रव्यमान केन्द्र	(r) ऊपर की ओर विस्थापित होता है।
(D) m द्रव्यमान के दो ब्लॉक प्रारम्भ में विराम पर हैं। बांये ब्लॉक को नीचे की ओर प्रारम्भिक वेग u दिया जाता है तो तुरन्त बाद दो ब्लॉक निकाय का द्रव्यमान केन्द्र	(s) विस्थापित नही होता है। (t) बायीं ओर विस्थापित होता है

Ans. A (q) , (B) p,q (C) r (D) s

Sol.
(A) Initial velocity of centre of mass of given system is zero and net external force is in vertical direction. Since there is shift of mass downward, the centre of mass has only downward shift.

(B) Obviously there is shift of centre of mass of given system downwards. Also the pulley exerts a force on string which has a horizontal component towards right. Hence centre of mass of system has a rightward shift.

(C) Both block and monkey moves up, hence centre of mass of given system shifts vertically upwards.

(D) Net external force on given system is zero. Hence centre of mass of given system remains at rest.

(A) दिये गये निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का प्रारम्भिक वेग शून्य है तथा नेट बाह्य बल ऊर्ध्वाधर दिशा में है। चूंकि द्रव्यमान का विस्थापन नीचे की ओर है, इसलिये द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन केवल नीचे की ओर होगा।

(B) यह स्पष्ट है कि दिये गये निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन नीचे की ओर है। घिरनी भी डोरी पर एक बल आरोपित करती है जिसका एक क्षैतिज घटक दांयी ओर है। इसलिये निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का दांयी ओर विस्थापन होता है।

(C) दोनों ब्लॉक तथा बन्दर ऊपर की ओर गति करते है, इसलिये दिये गये निकाय का द्रव्यमान केन्द्र ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर विस्थापित होता है।

(D) दिये गये निकाय पर नेट बाह्य बल शून्य है। इसलिये दिये गये निकाय का द्रव्यमान केन्द्र विराम पर रहेगा।

Exercise-2

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Calculation OF centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गणना

1. A uniform sphere is placed on a smooth horizontal surface and a horizontal force F is applied on it at a distance h above the centre. The acceleration of the centre of mass of the sphere
(A) is maximum when h = 0 (B) is maximum when h = R
(C) is maximum when h = R/2 (D*) is independent of h
एक समरूप गोला चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा हुआ है तथा इस पर केन्द्र से h ऊचाँई पर एक क्षैतिज बल F लगाया जाता है। इस गोले के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण–
(A) h = 0 होने पर अधिकतम होगा। (B) h = R होने पर अधिकतम होगा।
(C) h = R/2 होने पर अधिकतम होगा। (D) h पर निर्भर नहीं करेगा।

Sol. Acceleration of COM does not depend on position of force.
द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण बल की स्थिति पर निर्भर नही करता है।

Section (B) : Motion of centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गति

2. A ball moves horizontally in a closed box making several collisions with the walls. The box is kept on a smooth horizontal surface. During the motion of the ball, the velocity of the centre of mass:-
(A) of the box remains constant
(B*) of the box plus the ball system remains constant
(C) depends on value of e
(D) of the ball relative to the box remains constant
एक बंद बॉक्स में रखी गेंद, बॉक्स की दीवारों से टकराती हुई क्षैतिज दिशा में गति कर रही है। बॉक्स एक चिकनी सतह पर रखा हुआ है। गेंद की गति के दौरान–:
(A) बॉक्स के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।
(B) बॉक्स एवं गेंद निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।
(C) द्रव्यमान केन्द्र का वेग e के मान पर निर्भर करता है।
(D) बॉक्स के सापेक्ष गेंद के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।

Sol. Since no external force is acting on the system hence V_{CM} remain constant.
चूंकि निकाय पर बाहय बल कार्यरत नही है अतः V_{CM} नियत रहेगा।

3. A ring of mass m and a particle of same mass are fixed on a disc of same mass such that centre of mass of the system lies at centre of the disc. The system rotates such that centre of mass of the disc moves in a circle of radius R with a constant angular velocity ω. From this we conclude that
(A) An external force $m\omega^2R$ must be applied to central particle
(B) An external force $m\omega^2R$ must be applied to the ring
(C) An external force $3m\omega^2R$ must be applied to central particle
(D*) An external force $3m\omega^2R$ must be applied any where on the system
m द्रव्यमान की एक वलय, m द्रव्यमान का कण तथा m द्रव्यमान की चकती पर इस प्रकार युग्मित है कि निकाय का द्रव्यमान केन्द्र चकती के केन्द्र पर स्थित है। यह संपूर्ण निकाय इस प्रकार घूर्णित है कि चकती का द्रव्यमान केन्द्र 'R' त्रिज्या के वृत्त में नियत कोणीय वेग ω से गति करे। इससे हम निष्कर्ष निकाल सकते है कि
(A) केन्द्रीय कण पर एक बाह्य बल $m\omega^2R$ अवश्य लगाना होगा
(B) वलय पर एक बाह्य बल $m\omega^2R$ अवश्य लगाना होगा
(C) केन्द्रीय कण पर एक बाह्य बल $3m\omega^2R$ अवश्य लगाना होगा।
(D*) निकाय पर कही भी बाह्य बल $3m\omega^2R$ अवश्य लगाना होगा।

Sol. An external force of $3m\omega^2R$ is required which can act anywhere on system.
$3m\omega^2R$ एक बाहय बल आवश्यक है जो निकाय पर कही भी कार्यरत हो सकता है।

4. A uniform thin rod of mass M and Length L is standing vertically along the y-axis on a smooth horizontal surface, with its lower end at the origin (0,0). A slight disturbance at t = 0 causes the lower end to slip on the smooth surface along the positive x-axis, and the rod starts falling. The acceleration vector of centre of mass of the rod during its fall is :

[$\vec{R}$ is reaction from surface]

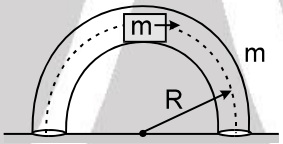
एक समरूप पतली M द्रव्यमान एवं L लम्बाई की छड़ y-अक्ष के अनुदिश चिकने क्षैतिज तल पर ऊर्ध्वाधर खड़ी है। इसका निचला सिरा मूल बिन्दु (0,0) पर है। t = 0 पर लघु विक्षोभ से ही इसका निचला सिरा चिकनी सतह पर धनात्मक x-अक्ष की ओर फिसलता हे तथा छड़ गिरना प्रारम्भ करती है गिरते समय इसके द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण सदिश होगा।

[$\vec{R}$ सतह से प्रतिक्रिया बल है।]

(A*) $\vec{a}_{CM} = \frac{M\vec{g} + \vec{R}}{M}$ (B) $\vec{a}_{CM} = \frac{M\vec{g} - \vec{R}}{M}$ (C) $\vec{a}_{CM} = M\vec{g} - \vec{R}$ (D) None of these इनमें से कोई नहीं।

5.# In a vertical plane inside a smooth hollow thin tube a block of same mass as that of tube is released as shown in figure. When it is slightly disturbed it moves towards right. By the time the block reaches the right end of the tube, displacement of the tube will be (where 'R' is mean radius of tube). Assume that the tube remains in vertical plane.

ऊर्ध्वाधर तल में खोखली नलिका में समान द्रव्यमान का ब्लॉक चित्रानुसार छोड़ा जाता है। जब इसे हल्का सा विस्थापित करके छोड़ा जाता है, यह दांयी ओर गति करता है। जब यह नलिका के एक सिरे पर पहुँचता है तब नलिका का विस्थापन होगा ('R' नलिका की औसत त्रिज्या है) मानो नलिका ऊर्ध्वाधर तल में बनी रहती है।



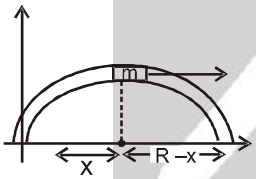
(A) $\frac{2R}{\pi}$ (B) $\frac{4R}{\pi}$ (C*) $\frac{R}{2}$ (D) R

Sol. Since there is no ext. force on system

चूंकि निकांय पर कोई बाह्य बल नही है अतः

m (R – x) + m (–x) = 0

x = R/2.



Alternate : Let the tube displaced by x towards left, then ;

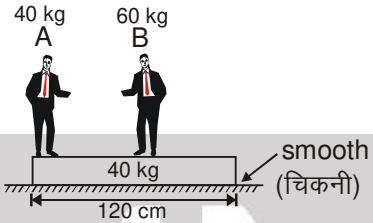
माना नलिका x विस्थापित होती है। तब –

mx = m (R – x)

$\Rightarrow x = \frac{R}{2}$

6. Two men 'A' and 'B' are standing on a plank. 'B' is at the middle of the plank and 'A' is at the left end of the plank. Bottom surface of the plank is smooth. System is initially at rest and masses are as shown in figure. 'A' and 'B' start moving such that the position of 'B' remains fixed with respect to ground and 'A' meets 'B'. Then the point where A meets B is located at :

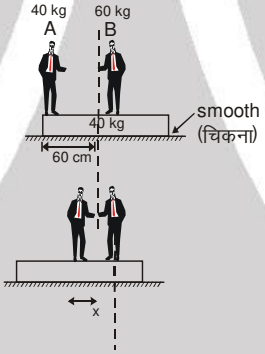
दो आदमी 'A' तथा 'B' प्लान्क पर खड़े है। 'B' प्लान्क (पट्टे) के मध्य में है तथा 'A' प्लान्क के बांये सिरे पर है। प्लान्क (पट्टा) की सतह चिकनी है। निकाय प्रारम्भ में स्थिर है तथा द्रव्यमान चित्रानुसार है। 'A' तथा 'B' इस प्रकार गति करते है कि 'B' (जमीन के सापेक्ष) स्थिर रहता है तथा 'A', 'B' से मिलता है। तब वह बिन्दु जहाँ A, B से मिलता है की स्थिति होगी–



(A) the middle of the plank
(B) 30 cm from the left end of the plank
(C*) the right end of the plank
(D) None of these
(A) प्लान्क (पट्टा) के मध्य में
(B) प्लान्क (पट्टा) के बांये सिरे से 30 cm की दूरी पर
(C*) प्लान्क (पट्टा) के दाहिने सिरे पर
(D) इनमें से कोई नहीं

Sol. **(C)** Taking the origin at the centre of the plank.

(C) प्लान्क के केन्द्र को मूल बिन्दु लेने पर



$m_1\Delta x_1 + m_2\Delta x_2 + m_3\Delta x_3 = 0$ $(\because \Delta x_{CM} = 0)$

(Assuming the centres of the two men are exactly at the axis shown.)

(ये मानते हुए दोनो व्यक्तियों का केन्द्र दर्शाये अक्ष पर स्थित है)

$60(0) + 40(60) + 40(-x) = 0$, x is the displacement of the block.

x , ब्लॉक का विस्थापन है।

$\Rightarrow$ $x = 60$ cm i.e. A & B meet at the right end of the plank.

A व B ब्लॉक, प्लांक के दांये सिरे पर मिलते है।

$m_1\Delta x_1 + m_2\Delta x_2 + m_3\Delta x_3 = 0$ $(\because \Delta x_{CM} = 0)$

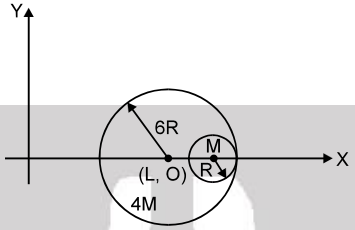
(दोनो के केन्द्र अक्ष पर मानते हुये)

$60(0) + 40(60) + 40(-x) = 0$, x ब्लॉक का विस्थापन है।

$\Rightarrow$ $x = 60$ cm अतः A व B प्लान्क के दांये सिरे पर मिलेंगे।

7.# A small sphere of radius R is held against the inner surface of a larger sphere of radius 6R. The masses of large and small spheres are 4M and M respectively. This arrangement is placed on a horizontal table as shown. There is no friction between any surfaces of contact. The small sphere is now released. The coordinates of the centre of the large sphere when the smaller sphere reaches the other extreme position is :

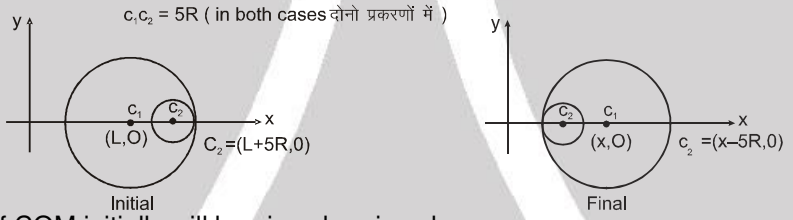
एक R त्रिज्या का छोटा गोला 6 R त्रिज्या के बड़े गोले में रखा हुआ है। बड़े तथा छोटे गोले का द्रव्यमान क्रमशः 4M तथा M है। यह दोनों चित्रानुसार क्षैतिज मेज पर रखे हुए है। किसी भी सतह के बीच घर्षण उपस्थित नही है। अब छोटे गोले को छोड़ा जाता है। बड़े गोले के केन्द्र के निर्देशांक तब क्या होंगे जब छोटा गोला, बड़े गोले के दूसरे सिरे पर पहुँच जाता है।



(A) (L – 2R, 0) (B*) (L + 2R, 0) (C) (2R, 0) (D) (2R – L, 0)

Sol. (C) Since all the surfaces are smooth, no external force is acting on the system in horizontal direction. Therefore, the centre of mass of the system in horizontal direction remains stationary.

चूंकि सभी पृष्ठ चिकने है व क्षैतिज दिशा में निकाय पर कोई बाह्य बल कार्यशील नही है, अतः क्षैतिज दिशा में निकाय का द्रव्यमान केन्द्र स्थिर रहेगा।



x-coordinate of COM initially will be given be given by–

COM का प्रारंभिक x निर्देशांक होगा –

$$x_i = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(4M)(L) + M(L + 5R)}{4M + M} = (L + R) \qquad ....(1)$$

Let (x,0) be the coordinates of the centre of large sphere in final position. Then x-coordinate of COM finally will be

माना बडे गोले की अन्तिम स्थिति में केन्द्र की स्थिति (x,0) है, तो COM का x - निर्देशांक होगा–

$$x_f = \frac{(4M)(x) + M(x - 5R)}{4M + M} = (x - R) \qquad ..... (2)$$

Equating (1) and (2), we have

(1) व (2) को तुल्य रखने पर

$$x = L + 2R$$

Therefore, coordinates of large sphere, when the smaller sphere reaches the other extreme position, are (L + 2R, 0) **Ans.**

अतः जब छोटा गोला दूसरी ओर आयाम स्थिति में होता है, तब बडे गोले के निर्देशांक है (L + 2R, 0)

8. An isolated particle of mass m is moving in a horizontal (x – y) plane along the x-axis, at a certain height above the ground. It suddenly explodes into two fragments of masses $\frac{m}{4}$ & $\frac{3m}{4}$. An instant later, the smaller fragment is at y = +15 cm. The larger fragment at this instant is at -

एक m द्रव्यमान का विलगित कण x-y क्षैतिज तल में x-अक्ष के अनुदिश गति करता हैं। धरातल से किसी निश्चित ऊँचाई पर यह अचानक $\frac{m}{4}$ तथा $\frac{3m}{4}$ द्रव्यमान के दो भागों में विभक्त हो जाता है। क्षण भर बाद छोटा टुकड़ा y = +15 सेमी. पर है तो बड़ा टुकड़ा होगा।

(A*) y = –5 cm (B) y = +20 cm (C) y = +5 cm (D) y = –20 cm

Sol. $y_{CM} = 0$

$y_{CM} = \frac{m}{4}y_1 + \frac{3m}{4}y_2$ $\quad y_1 = +15$ $\quad \therefore$ $\quad y_2 = -5$ cm

SECTION (C) : CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM रेखीय संवेग संरक्षण

9. A stationary body explodes into two fragments of masses m_1 and m_2. If momentum of one fragment is p, the minimum energy of explosion is
एक स्थिर वस्तु m_1 तथा m_2 द्रव्यमान में टूट जाती है। अगर एक भाग का संवेग p है तो विखण्डन की न्यूनतम ऊर्जा होगी–

(A) $\frac{p^2}{2(m_1+m_2)}$ (B) $\frac{p^2}{2\sqrt{m_1m_2}}$ (C*) $\frac{p^2(m_1+m_2)}{2m_1m_2}$ (D) $\frac{p^2}{2(m_1-m_2)}$

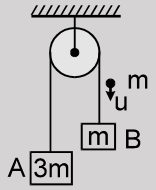
Sol. use प्रयुक्त करे $m_1v_1 = m_2v_2 = P$

$K.E. = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

$= \frac{1}{2}m_1\left(\frac{P}{m_1}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{P}{m_2}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2(m_2+m_1)}{m_1m_2}$

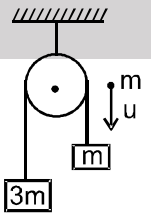
SECTION (D) : IMPULSE आवेग

10.# A system of two blocks A and B are connected by an inextensible massless strings as shown. The pulley is massless and frictionless. Initially the system is at rest when, a bullet of mass 'm' moving with a velocity 'u' as shown hits the block 'B' and gets embedded into it. The impulse imparted by tension force to the block of mass 3m is :
दो ब्लॉकों A व B का निकाय चित्रानुसार अवितान्य तथा द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़ा हुआ है। घिरनी द्रव्यमानहीन तथा घर्षणहीन है। प्रारम्भ में निकाय स्थिर है। m द्रव्यमान की गोली B ब्लॉक से 'u' वेग से चित्रानुसार टकराती है तथा इसमें चिपक जाती है तो 3m द्रव्यमान के ब्लॉक को तनाव बल द्वारा दिया गया आवेग होगा।



(A) $\frac{5mu}{4}$ (B) $\frac{4mu}{5}$ (C) $\frac{2mu}{5}$ (D*) $\frac{3mu}{5}$

Sol. use momentum conservation equation संवेग संरक्षण से
m.u. = 5mv



$V = \frac{u}{5}$

Impulse imparted by tension force to block of mass 3m.
3m द्रव्यमान के ब्लॉक को तनाव बल द्वारा प्राप्त आवेग

$= 3mV = \frac{3mu}{5}$

SECTION (F) : COLLISION टक्कर

11._ A ball of mass m hits directly another ball of mass M at rest and is brought to rest by the impact. One third of the kinetic energy of the ball is lost due to collision. The coefficient of restitutions is
एक m द्रव्यमान की गेंद विराम में रखी M द्रव्यमान की दूसरी गेंद से सीधे टक्कर करती है तथा टक्कर द्वारा विराम तक ले आती है। टक्कर के कारण गेंद गतिज ऊर्जा का एक तिहाई खो देती है, तो प्रत्यावस्थान गुणांक है –

(A) 1/3 (B) ½ (C*) 2/3 (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ans. **(C)**

Sol.

$mu = Mv$ …(i)

$$\frac{p_f^2}{2M} = \frac{2}{3}\frac{p_i^2}{2m}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{2}{3} = \frac{v}{u} = e$$

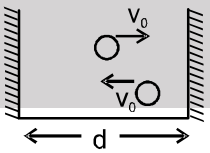
12. A super-ball is to bounce elastically back and forth between two rigid walls at a distance d from each other. Neglecting gravity and assuming the velocity of super-ball to be v_0 horizontally, the average force (in large time interval) being exerted by the super-ball on one wall is :
एक सुपर गेंद, दो दृढ़ दीवारे जो d दूरी पर है , के मध्य आगे पीछे गति करती हुई प्रत्यास्थ रूप से गति करती है। गुरूत्वीय बल नगण्य है तथा गेंद का क्षेतिज वेग v_0 है तो प्रत्येक दीवार पर सुपर गेंद द्वारा लगाया गया औसत बल (अधिक समयान्तराल में) होगा।

(A) $\frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{d}$ (B*) $\frac{mv_0^2}{d}$ (C) $\frac{2mv_0^2}{d}$ (D) $\frac{4mv_0^2}{d}$

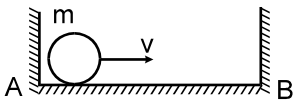
Sol. $t = \frac{2d}{v_0}$ (time for succeesive collision क्रमागत टक्करों के बीच समय)

$N \times t = dP = mv_0 - (-mv_0)$

$N \times \frac{2d}{v_0} = 2mv_0$ $\therefore$ $N = \frac{mv_0^2}{d}$

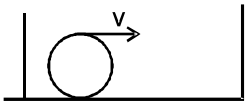


13.# A small ball on a frictionless horizontal surface moves towards right with a velocity V. It collides with the wall and returns back and continues to and fro motion. If the average speed for first to and fro motion of the ball is $\left(\frac{2}{3}\right)$V, then the coefficient of restitution of impact is :
एक छोटी गेंद दायीं ओर V वेग से घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर गति करती है। यह दीवार से टकराती है तथा वापस लौटती है और यह गति जारी रहती है। अगर पहले आने तथा जाने की औसत चाल $\left(\frac{2}{3}\right)$V है तो प्रत्यावस्थान गुणांक e का मान होगा–



(A*) 0.5 (B) 0.8 (C) 0.25 (D) 0.75

Sol.



$v_1 = v$

and व $v_2 = ev$ and व $t = \frac{d}{v_{avg}}$

$\langle v_{avg} \rangle = \frac{e}{t}$

$\frac{2}{3}v = \frac{2\ell}{\frac{\ell}{v} + \frac{\ell}{ev}}$ $\frac{1}{3} = \frac{e}{e+1}$

get प्राप्त करे $e = 0.5$ Ans.

14. A ball is bouncing down a set of stairs. The coefficient of restitution is e. The height of each step is d and the ball bounces one step at each bounce. After each bounce the ball rebounds to a height h above the next lower step. Neglect width of each step in comparison to h and assume the impacts to be effectively head on. Which of the following relation is correct ? (given that h > d)
एक गेंद सीढ़ीयों की कतार पर उछलती हुई नीचे जाती है। e प्रत्यास्थता गुणांक है। प्रत्येक सीढ़ी की ऊँचाई d है तथा गेंद प्रत्येक टक्कर के बाद अगली सीढ़ी पर होती है। प्रत्येक टक्कर के बाद गेंद अगली नीचे वाली सीढ़ी से h ऊँचाई ऊपर तक जाती है। प्रत्येक सीढ़ी की चौड़ाई h की तुलना में नगण्य है। यह मानिये कि टक्कर सम्मुख है। निम्न में से कौनसा कथन सत्य है।

(A) $\frac{h}{d} = 1 - e^2$ (B) $\frac{h}{d} = 1 - e$ (C*) $\frac{h}{d} = \frac{1}{1-e^2}$ (D) $\frac{h}{d} = \frac{1}{1-e}$

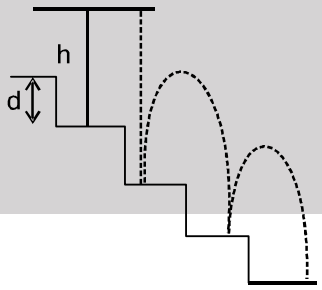
Sol. Velocity of the ball on striking टकराने पर गेंद का वेग = $\sqrt{2gh}$

After that ball goes to height less than (h) due to inelastic collission = $\sqrt{2g}(h-d)$

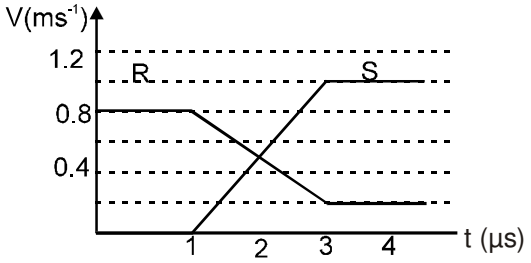
इसके पश्चात् गेंद अप्रत्यास्थ टक्कर के कारण (h) से कम ऊँचाई = $\sqrt{2g}(h-d)$ तक उछलती है।

$\therefore \sqrt{2g(h-d)} = \sqrt{2gh}\, e$

$h - d = e^2 h \Rightarrow \frac{h}{d} = \frac{1}{1-e^2}$



15.# The diagram shows the velocity - time graph for two masses R and S that collided head on elastically. Which of the following statements is true?
दिया गया वेग–समय वक्र दो द्रव्यमान R तथा S के लिए है जो सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। निम्न मेंसे कौनसा कथन सत्य है।



I. R and S moved in the same direction after the collision.
II. The velocities of R and S were equal at the mid time of the collision.
III. The mass of R was greater than mass of S.
I. टक्कर के बाद R तथा S एक ही दिशा में गति करते हैं।
II. R तथा S का वेग टक्कर के मध्य समय में बराबर है।
III. R का द्रव्यमान S से ज्यादा हैं।

(A) I only (B) II only (C) I and II only (D*) I, II and III
(A) I केवल (B) II केवल (C) I व II केवल (D*) I, II व III

Sol. I. Since velocity of both R and S is positive they will move in same direction.
II. At mid point velocities of R and S are same.
III. Change in velocity of R is small as compare to change in velocity of S. But change in momentum is same for both in magnitude. Hence mass of R should be greater than S.
Hence all three are correct.

हल. I. चुंकि R तथा S दोनो का वेग धनात्मक है। अत वे समान दिशा में गति करेगें।
II. मध्य बिन्दु पर R तथा S के वेग समान है।
III. R के वेग में परिवर्तन S के वेग में परिवर्तन की तुलना में अल्प है। किन्तु संवेग में परिवर्तन दोनो के लिए परिमाण में समान है अतः R का द्रव्यमान S के द्रव्यमान से अधिक होना चाहिए।
अतः सभी तीनो विकल्प सही है।

16. A ball collides with a smooth and fixed inclined plane of inclination θ after falling vertically through a distance h. If it moves horizontally just after the impact, the coefficient of restitution is :
एक गेंद एक θ कोण पर झुके स्थिर चिकने नत तल पर h ऊँचाई से ऊर्ध्वाधर गिरती हुई टकराती है। अगर यह टक्कर के ठीक बाद क्षैतिज हो जाती है तो प्रत्यावस्थान गुणांक e का मान होगा।

(A*) $\tan^2\theta$ (B) $\cot^2\theta$ (C) $\tan\theta$ (D) $\cot\theta$

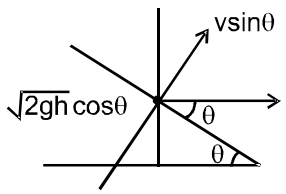
Sol. $e = \dfrac{v\sin\theta}{\sqrt{2gh}\cos\theta}$

apply conservation of momentum संवेग संरक्षण से

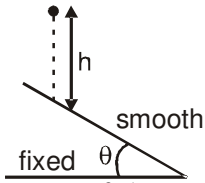
$m\sqrt{2gh}\sin\theta = m\,v\cos\theta$ .....(i)

$e\sqrt{2gh}\cos\theta \times m = mv\cos\theta$ .....(ii)

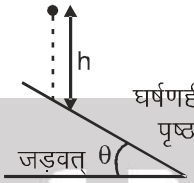
$\dfrac{\tan\theta}{e} = \cot\theta$ $\therefore$ $e = \tan^2\theta$ on solving हल करने पर



17.# A ball of mass m strikes the fixed inclined plane after falling through a height h. If it rebounds elastically, the impulse on the ball is :



एक m द्रव्यमान की गैंद एक स्थिर नत तल पर h ऊँचाई से गिरती है। अगर यह प्रत्यास्थ रूप से टकराकर लौटती है तो गेंद पर आवेग होगा।



(A*) $2m\cos\theta\sqrt{2gh}$ (B) $2m\cos\theta\sqrt{gh}$ (C) $\frac{2m\sqrt{2gh}}{\cos\theta}$ (D) $2m\sqrt{2gh}$

Sol. Here यहाँ $e = 1$

if ball rebound elastically यदि गेंद प्रत्यास्थ रूप से टकराकर उछलती है

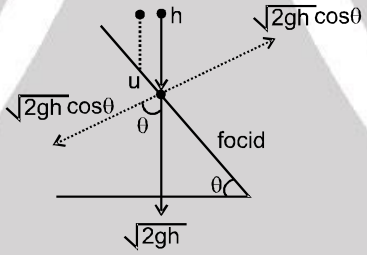
$v_{LOI} = u_{LOI}$

$\therefore$ Along line of impact momentum conservation संघट्ट रेखा के अनुदिश संवेग सरंक्षण से

$\int Ndt = mv - (-mu) = mv + mu = 2mu$

Alog LO I टक्कर की रेखा के अनुदिश $u_{LOI} = u\cos\theta = \sqrt{2gh}\cos\theta$

$J = 2m\cos\theta.\sqrt{2gh}$

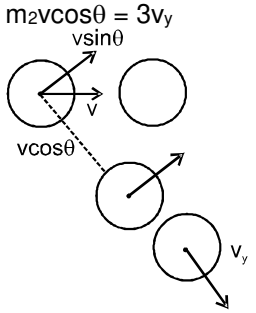


18. A sphere of mass $m_1 = 2kg$ collides with a sphere of mass $m_2 = 3kg$ which is at rest. Mass m_1 will move at right angle to the line joining centres at the time of collision, if the coefficient of restitution is :

एक द्रव्यमान $m_1 = 2kg$ वाला गोला $m_2 = 3kg$ के स्थिर गोले से टकराता है। टक्कर के बाद द्रव्यमान m_1 केन्द्रो को मिलाने वाली रेखा से 90° कोण बनाते हुए गति करे तो प्रत्यावस्थान गुणांक e का मान होगा।

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C*) $\frac{2}{3}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Sol. $m_2v\cos\theta = 3v_y$



$\frac{v_y}{v\cos\theta} = \frac{2}{3}$ Also ओर $e = \frac{v_y}{v\cos\theta} = \frac{2}{3}$

19. Two identical billiard balls are in contact on a smooth table. A third identical ball strikes them symmetrically and comes to rest after impact. The coefficient of restitution is :
एक चिकनी टेबल पर दो एक समान बिलियर्ड की गैंदे सम्पर्क में हैं। एक तीसरी एक समान गैंद सममित रूप से उनसे टकराती है और टक्कर के बाद रूक जाती है। e का मान होगा।

(A*) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

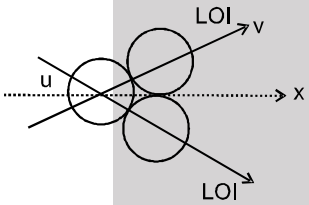
Sol. **In x direction :** Applying conservation of momentum
x दिशा में **:** संवेग संरक्षण नियम से

$mu = 2mv\cos 30$

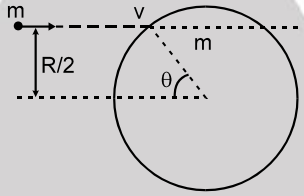
$v = \frac{u}{2\cos 30^\circ} = \frac{u}{\sqrt{3}}$

Also ओर $e = \frac{v}{u\cos 30^\circ} = \frac{u}{\sqrt{3}u} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad e = \frac{2}{3}$

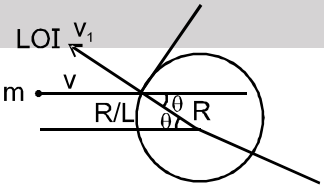


20.# A particle of mass m strikes elastically with a disc of radius R, with a velocity $\vec{v}$ as shown in the figure. If the mass of the disc is equal to that of the particle and the surface of the contact is smooth, then the velocity of the disc just after the collision is :
एक द्रव्यमान m का कण एक R त्रिज्या की चकती से $\vec{v}$ वेग से प्रत्यास्थ टक्कर करता है (चित्रानुसार) अगर कण का द्रव्यमान चकती के बराबर है व सम्पर्क सतह चिकनी है तो टक्कर के ठीक बाद चकती का वेग क्या होगा ?



(A) $\frac{2v}{3}$ (B) $\frac{v}{2}$ (C*) $\frac{\sqrt{3}v}{2}$ (D) v

Sol. $\sin\theta = \frac{R/2}{R}$; $\theta = 30^\circ$

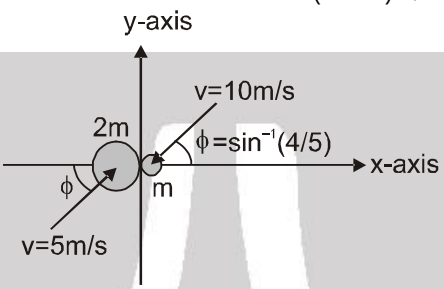


Both have equal mass it means along LOI particle transfer it velocity to disc which is $v\cos\theta$.
दोनो का द्रव्यमान समान है इसलिए LOI के अनुदिश कण चकती को $v\cos\theta$ वेग स्थांतरित करेगा।

so अतः $V_D = V\cos\theta = V\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}V}{2}$

SECTION (G) : VARIABLE MASS परिवर्तनशील द्रव्यमान

21.# Two smooth spheres made of identical material having masses 'm' and 2m undergoes an oblique impact as shown in figure. The initial velocities of the masses are also shown. The impact force is along the line joining their centres along the x-axis. The coefficient of restitution is $\frac{5}{9}$. The velocities of the masses after the impact and the approximate percentage loss in kinetic energy.
दो चिकने समान पदार्थ के गोले जिनका द्रव्यमान 'm' व 2m है, चित्रानुसार तिर्यक टक्कर करते है। द्रव्यमानों के प्रारम्भिक वेग दर्शाये गए है। टक्कर बल दोनों के केन्द्र को मिलाने वाली रेखा (x-अक्ष) के अनुदिश है। प्रत्यावस्थान गुणांक $\frac{5}{9}$ है। टक्कर के बाद द्रव्यमानों के वेग व गतिज ऊर्जा में प्रतिशत हानि (लगभग) ज्ञात करो।



(A) $\frac{10}{3}\hat{i}+8\hat{j}$; $\frac{5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$, 15%

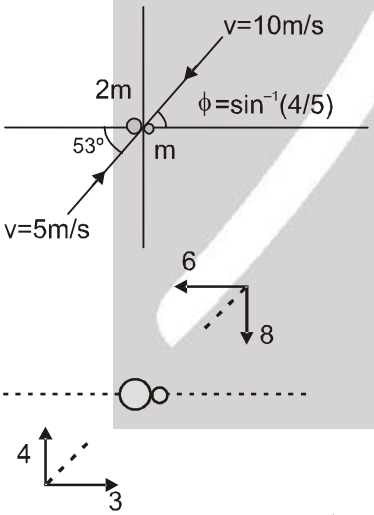
(B) $\frac{5}{3}\hat{i}-8\hat{j}$; $\frac{-5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$, 20%

(C*) $\frac{10}{3}\hat{i}-8\hat{j}$; $\frac{-5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$, 25%

(D) $\frac{10}{3}\hat{i}-8\hat{j}$; $\frac{-5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$, 20%

Ans. $\frac{10}{3}\hat{i}-8\hat{j}$; $\frac{-5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$, $\frac{224}{9}\approx 25\%$

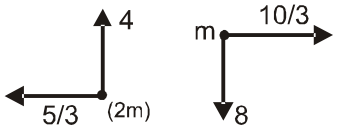
Sol.



Along line of impact संघट्ट रेखा के अनुदिश

coefficient of restitution प्रत्यावस्थान गुणांक $e = \frac{3V}{6+3} = \frac{5}{9}$ ...(i) $\therefore$ $V = \frac{5}{3}$

Velocity perpendiculer to the line of impact remain same.
संघट्ट रेखा के लम्बवत् वेग नियत रहते है।



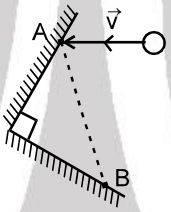
final velocity of 2m द्रव्यमान 2m का अंतिम वेग = $\frac{-5}{3}\hat{i}+4\hat{j}$ for m, V = $\frac{10}{3}\hat{i}-8\hat{j}$

Loss in K.E. गतिज ऊर्जा में हानि = $K_i - K_f$

$$\% \text{ Loss हानि} = \frac{\frac{1}{2}2m\times(5)^2+\frac{1}{2}m\times(10)^2-\left(\frac{1}{2}2m\left[4^2+\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]+\frac{1}{2}m\left(8^2+\frac{10^2}{3}\right)\right)}{\frac{1}{2}2m\times5^2+\frac{1}{2}m\times10^2}\times 100 = 25\%$$

22.# AB is an L shaped obstacle fixed on a horizontal smooth table. A ball strikes it at A, gets deflected and restrikes it at B. If the velocity vector before collision is $\vec{v}$ and coefficient of restitution of each collision is 'e', then the velocity of ball after its second collision at B is

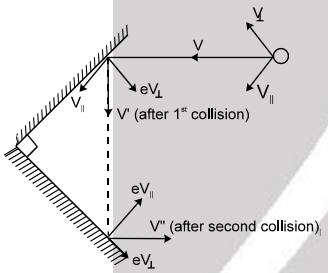
AB एक L आकार का अवरोधक है, यह एक चिकनी क्षैतिज मेज पर जड़वत् है। एक गेंद इस पर बिन्दु A पर टकराती है तथा विक्षेपित होकर B पर पुनः टकराती है। यदि टक्कर से पूर्व वेग सदिश $\vec{v}$ है तथा प्रत्येक टक्कर के लिए प्रत्यावस्थान गुणांक 'e' है तो B पर द्वितीय टक्कर के बाद गेंद का वेग होगा–



(A) $e^2\vec{v}$ (B) $-e^2\vec{v}$

(C*) $-e\vec{v}$ (D) data insufficient आकड़े अपर्याप्त है।

Sol.



During 1st collision perpendicular component of V, $V_{\perp}$ becomes e times, while IInd component $V_{\parallel}$ remains unchanged and similarly for second collision. The end result is that both $V_{\parallel}$ and $V_{\perp}$ becomes e times their initial value and hence V" = – eV (the (–) sign indicates the reversal of direction).

1st टक्कर के दौरान V का लम्बवत घटक, $V_{\perp}$ लम्बवत e गुना हो जाएगा, जबकि समान्तर घटक $V_{\parallel}$ अपरिवर्तित रहेगा तथा इसी प्रकार द्वितिय टक्कर के लिए होगा। अन्त में परिणाम स्वरूप $V_{\parallel}$ तथा $V_{\perp}$ दोनों ही प्रारम्भिक मान के e गुना हो जाएगे। अतः V" = – eV (यहाँ (–) चिन्ह विपरित दिशा को प्रदर्शित करता है।)

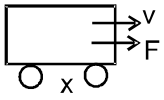
23. A wagon filled with sand has a hole so that sand leaks through the bottom at a constant rate λ. An external force $\vec{F}$ acts on the wagon in the direction of motion. Assuming instantaneous velocity of the wagon to be $\vec{v}$ and initial mass of system to be m_0, the force equation governing the motion of the wagon is :

एक गाड़ी रेत से भरी हुई है। इसमें एक निचली सतह पर छेद है जिससे नियत दर λ से रेत का रिसाव होता है। गति की दिशा में गाड़ी पर $\vec{F}$ बाहय बल लगता है। यह मानिये कि गाड़ी का तात्क्षणिक वेग $\vec{v}$ है तथा प्रारम्भिक द्रव्यमान m_0 है तो निम्न में से कौनसी समीकरण है, जो गाडी की गति को व्यक्त कर रही है,

(A) $\vec{F} = m_0\frac{d\vec{v}}{dt}+\lambda\vec{v}$ (B) $\vec{F} = m_0\frac{d\vec{v}}{dt}-\lambda\vec{v}$

(C*) $\vec{F} = (m_0-\lambda t)\frac{d\vec{v}}{dt}$ (D) $\vec{F} = (m_0-\lambda t)\frac{d\vec{v}}{dt}+\lambda\vec{v}$

Sol.



$\vec{v_r} = \vec{v_{mc}}$

$v_r = \vec{v_m} - \vec{v_c} = v - u = 0.$

$\therefore$ since चूंकि $v_r = 0$ so $F_t = \frac{vrdm}{dt} = 0$

$F_{net} = m\frac{dv}{dt}$

$F + 0 = (m_0 - \lambda t)\frac{dv}{dt}$ $\quad\therefore\quad$ $F = (m_0 - \lambda t)\frac{dv}{dt}$

24. A balloon having mass ' m ' is filled with gas and is held in hands of a boy. Then suddenly it get released and gas starts coming out of it with a constant rate. The velocity of the ejected gases is also constant 2 m/s with respect to the balloon. Find out the velocity of the balloon when the mass of gas is reduced to half. (Neglect gravity & Bouyant force),
एक गुब्बारा जिसमें ' m ' द्रव्यमान की गैस भरी है, एक लड़के के हाथ में रखा है। वह उसे मुक्त कर देता है तथा गैस इससे एक निश्चित दर से बाहर निकलती है तथा निकलने वाली गैस गुब्बारे के सापेक्ष एक निश्चित वेग 2 m/s से निकलती है, तो गुब्बारे का वेग जब शेष द्रव्यमान आधा रह जाए, होगा –(गुरूत्वीय व उत्प्लावक बल नगण्य है)

(A) ℓn 2 (B) 2 ℓn 4

(C*) 2 ℓn 2 (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. **(C)** Neglecting gravity,
(C) गुरूत्व नगण्य मानते हुये

$$v = u\ell n\ ; \left(\frac{m_0}{m_t}\right)$$

u = ejection velocity w.r.t. balloon .m_0 = initial mass m_t = mass at any time t.
u = गुबारे के सापेक्ष गैस का वेग. m_0 = प्रारम्भिक द्रव्यमान m_t = किसी समय t पर द्रव्यमान

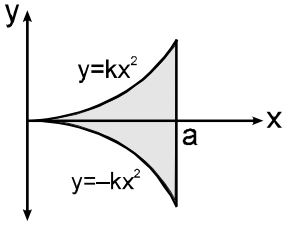
$= 2\ell n\left(\frac{m_0}{m_0/2}\right) = 2\ell n2$

PART - II : SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE

भाग - II : एकल एवं द्वि–पूर्णांक मान प्रकार (SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE)

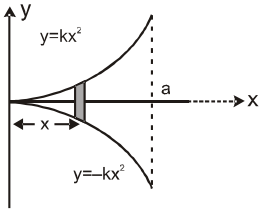
Section (A) : Calculation OF centre of mass द्रव्यमान केन्द्र की गणना

1. **#** A thin uniform sheet of metal of uniform thickness is cut into the shape bounded by the line x = a and $y = \pm k x^2$, as shown. Find the coordinates of the centre of mass.
धातु की एक पतली एक समान मोटाई वाली परत को चित्रानुसार रेखा x = a तथा $y = \pm k x^2$, से परिबद्ध आकृत्ति के अन्तर्गत काटा जाता है। द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक बताइये।



Ans. $\left(\frac{3}{4}a, O\right)$

Sol.



length of the shaded region छायांकित भाग की लंबाई = $2y = 2kx^2$

$dm = 2y\,dx \times \rho$

$dm = 2kx^2 \times \rho\,dx$

$$M = \int_0^a dm = \int_0^a 2kx^2\rho dx = \frac{2k\rho a^3}{3}$$

$$X_{cm} = \frac{\int_0^a x dm}{\int_0^a dm} = \frac{\int_0^a 2kx^3\rho dx}{\int_0^a dm} = \frac{2k\rho\left(\frac{a^4}{4}\right)}{2k\rho\left(\frac{a^3}{3}\right)} \qquad X_{cm} = \frac{3a}{4}$$

By symmetry the y-coordinate of the shown plate is zero.
सममितता से दी गई प्लेट का y निर्देशांक शून्य है।

Section (B) : Conservation of momentum संवेग संरक्षण

2. A train of mass M = πkg is moving on a circular track of radius ' R ' with constant speed V = 2m/s. The length of the train is half of the perimeter of the track. The linear momentum of the trian will be
M = πkg द्रव्यमान की एक रेलगाड़ी नियत चाल V = 2m/s से ' R ' त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर गति कर रही है। रेलगाडी की लम्बाई ट्रेक की परिधि की आधी है। रेलगाडी का रेखीय संवेग होगा।

Ans. 4

Sol. **(B)** If we treat the train as a half ring of mass 'M' then its COM will be at a distance $\frac{2R}{\pi}$ from the centre of the circle. Velocity of centre of mass is :

(B) यदि रेलगाडी को 'M' द्रव्यमान की अर्द्ध वलय माने तो उसका द्रव्यमान केन्द्र अर्द्ध वृत्त के केन्द्र से $\frac{2R}{\pi}$ दूरी पर होगा। द्रव्यमान केन्द्र का वेग

$V_{CM} = R_{CM}.\omega$

$$= \frac{2R}{\pi}.\omega = \frac{2R}{\pi}.\left(\frac{V}{R}\right) \qquad \left(\omega = \frac{V}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \quad V_{CM} = \frac{2V}{\pi} \quad \Rightarrow \quad MV_{CM} = \frac{2MV}{\pi}$$

As the linear momentum of any system = MV_{CM}

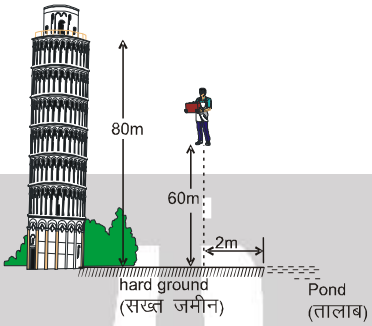
$\therefore$ The linear momentum of the train = $\frac{2MV}{\pi}$ **Ans.**

किसी भी निकाय का रेखीय संवेग = MV_{CM}

$\therefore$ अतः रेलगाडी का रेखीय संवेग = $\frac{2MV}{\pi}$ **Ans.**

3. A man of mass 60 kg start falling from building of height 80 m with a bag of 2 kg in his hand. After falling through a distance 20 m he throw the bag horizontally with respect to him so that he fall in a pond 2m away from the vertical lines of fall. Calculate horizontal distance of bag from the vertical line of fall where it lands. (take g = 10 m/s^2)

60 kg द्रव्यमान का व्यक्ति 80 m ऊची इमारत से 2 kg थेले के साथ गिरता है। 20 m गिरने के बाद, व्यक्ति थेले को स्वयं के सापेक्ष क्षैतिजतः फैकता है, जिससे वह व्यक्ति गिरने की ऊर्ध्व रेखा से 2m दूर स्थित तालाब में गिरता है। ज्ञात कीजिये व्यक्ति के गिरने की ऊर्ध्व रेखा से थेले की क्षैतिज दूरी जब ये जमीन पर गिरता है (g = 10 m/s^2)



Ans. 60

Sol. $T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 80}{10}} = \sqrt{16} = 4s$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2}{10}(80-60)} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2s$

$\Delta t = T - t = 4 - 2 = 2\ s$

$V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1\ m/s$

$Mv = mv$

$v = \frac{60\times 1}{2} = 30\ m/s$ **Ans.**

$R = v\Delta t = 30 \times 2 = 60\ m$ **Ans.**

4. A car with a gun mounted on it is kept on horizontal friction less surface. Total mass of car, gun and shell is 50 kg. Mass of each shell is 1 kg. If shell is fired horizontally with relative velocity 100 m/sec with respect to gun. what is the recoil speed of car after second shot in nearest integer ?

घर्षणहीन क्षैतिज पृष्ठ पर तोप युक्त कार खडी है। कार, तोप तथा गोलों का कुल द्रव्यमान 50 kg है। प्रत्येक गोले का द्रव्यमान 1 kg है। यदि गोलो को क्षैतिजतः 100 m/sec वेग (तोप के सापेक्ष) से दागा जाये, तो दूसरे गोले को दागने के पश्चात् कार की प्रतिक्षिप्त चाल निकटतम पूर्णांक में क्या होगी।

Ans. 4

Sol. $V_1 \leftarrow \boxed{49}$ (i) $\rightarrow 100 - V_1$ m/s

$V_2 \leftarrow \boxed{48}$ (ii) $\rightarrow 100 - V_2$ m/s

$(100 - V_1) \times 1 = 49\ V_1$

$(100 - V_2) = 48\ V_2$

$V_1 = \frac{100}{49+1}$ $V_2 = \frac{100}{48+1}$

$V_{net} = V_1 + V_2$

$= \frac{100}{50} + \frac{100}{49}$

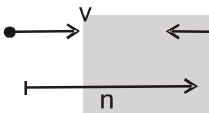
$V_{net} = 100\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{49}\right)$ m/s. **Ans.**

5. A large stone of mass $\frac{M_e}{2}$ is released when centre of mass of the stone is at a height h ($h << R_e$). Find speed of stone when it is at a height of $\frac{h}{2}$. M_e and R_e are mass and radius of earth. Given $h = \frac{3}{20}$ m.

एक बडा पत्थर जिसका द्रव्यमान $\frac{M_e}{2}$ है, को मुक्त किया जाता है, जब पत्थर का द्रव्यमान केन्द्र ऊँचाई h ($h << R_e$) पर है। जब पत्थर $\frac{h}{2}$ ऊँचाई पर है तब इसकी चाल ज्ञात कीजिये। M_e व R_e क्रमशः पृथ्वी के द्रव्यमान तथा त्रिज्या है। दिया गया है। दिया है $h = \frac{3}{20}$ m है—

Ans. 1

Sol.

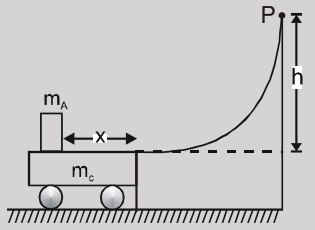


$mv = 2m\,v' \qquad = v' = v/2$

$$mg\left(h-\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2}{3}gh} \qquad \textbf{Ans.}$$

6. **#** A block A having a mass m_A = 3kg is released from rest at the position P shown and slides freely down the smooth fixed inclined ramp. When it reaches the bottom of the ramp it slides horizontally onto the surface of a cart of mass m_c = 2kg for which the coefficient of friction between the cart and the block is $\mu = \frac{2}{5}$. If h = 6m be the initial height of A, determine the position 'x' (with respect to cart) of the box on the cart after it comes to rest relative to cart. (The cart moves on smooth horizontal surface.)

दर्शाये अनुसार 'm_A'= 3kg द्रव्यमान का एक गुटका A, स्थिति P से विराम से छोड़ा जाता है और चिकने नततल वाले रैम्प पर मुक्त रूप से नीचे फिसलता है। जब यह रैम्प के तल पर पहुँचता है तो यह m_c =2kg द्रव्यमान की एक गाड़ी की क्षैतिज सतह पर फिसलता है। जिसके लिए गाड़ी व गुटके के मध्य घर्षण गुणांक '$\mu = \frac{2}{5}$ है। यदि A की प्रारम्भिक ऊचाँई h = 6m है जब गुटका गाड़ी के सापेक्ष विराम पर आता है तब गुटके की गाड़ी के ऊपर स्थिति 'x' ज्ञात करो। (गाड़ी चिकनी क्षैतिज सतह पर चलती है।)



Ans. 6

Sol. Velocity of A after falling height h $\qquad V_A = \sqrt{2gh}$.

h दूरी गिरने पर A का वेग $V_A = \sqrt{2gh}$.

Applying momentum conservation संवेग संरक्षण से

$m_a V_A = (m_a + m_c)\,V$

$$V = \left(\frac{m_a}{m_a + m_c}\right)\sqrt{2gh}$$

using work energy theorem. कार्य उर्जा प्रमेय से

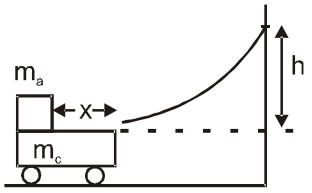
$$\mu\, m_a\, g\, x = \frac{1}{2}(m_a + m_C)V^2 - \frac{1}{2}\, m_a\, V_A^2$$

$$2\,\mu\, m_a g\, x = (m_a + m_c)\,\frac{m_a^2 V_a^2}{(m_a + m_c)^2} - m_a\, V_a^2$$

$$2\mu g x.\ ma = \frac{m_a V_a \quad (m_a V_a - m_a V_a - m_c V_a)}{(m_a + m_c)}$$

$$2\,\mu\, g\, x = \frac{-m_c V_a^2}{(m_a + m_c)}$$

$$2\,\mu g x = \frac{-2gh}{\left(1+\frac{m_a}{m_c}\right)} \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{h}{\mu\ \left(1+\frac{m_a}{m_c}\right)}$$



7. A bullet fired horizontally with a speed of 400 m/sec. It strikes a wooden block of mass 5 kg initially at rest placed on a horizontal floor as shown in the figure. It emerges with a speed of 200 m/sec and the block slides a distance 20 cm before coming to rest. If the coefficient of friction between block and the surface is $\frac{\lambda}{50}$ then find λ . Mass of bullet is 20 gm. (take g = 10 m/s^2)

एक गोली क्षैतिज दिशा में 400 m/sec चाल से दागी जाती है। यह चित्रानुसार क्षैतिज पृष्ठ पर स्थित, प्रारम्भ में स्थिर 5 kg द्रव्यमान के लकडी के ब्लॉक से टकराती है। गोली 200 m/sec चाल से ब्लॉक से बाहर निकलती है व ब्लॉक स्थिरावस्था में आने से पहले 20 cm दूरी तय करता है। यदि ब्लॉक व पृष्ठ के मध्य घर्षण गुणांक $\frac{\lambda}{50}$ है तो λ का मान ज्ञात कीजिए। गोली का द्रव्यमान 20 gm है। (g = 10 m/s^2)

Ans. 8

Sol. m = 20 × 10^{-3} kg ; M = 5 kg
u = 400 d = 0.2 m
V = 200 μ = ?

$\Delta P_{Bullet} = \Delta P_{Block}$

m (u – v) = 20×10^{-3} (400 – 200) = 4 kg. m/s.

$$KE_{Block} = \frac{P^2}{2M} = \frac{4^2}{2\times 5} = 1.6\ J = \mu\ Mgd$$

$$\mu = \frac{1.6}{Mgd} = \frac{1.6}{5\times 10\times 0.2} = 0.16 \quad \textbf{Ans.}$$

8. A bullet fired horizontally with a speed of 400 m/sec. It strikes a wooden block of mass 2 kg hanging vertically with the help of long string. After striking with bullet, block rises a height of 20 cm. If speed with which bullet emerges out from block is 10 λ then find λ . Mass of bullet is 20 gm. (take g = 10 m/s^2)

एक गोली 400 m/sec चाल से क्षैतिज दागी जाती है। यह लम्बी डोरी से आलंबित 2 kg द्रव्यमान के लकडी के ब्लॉक से टकराती है। गोली टकराने के पश्चात् ब्लॉक 20 cm ऊँचाई तक उठ जाता है। यदि ब्लॉक से निर्गत गोली की चाल 10 λ हो तो λ का मान ज्ञात कीजिए। गोली का द्रव्यमान 20 gm है। (g = 10 m/s^2)

Ans. 20

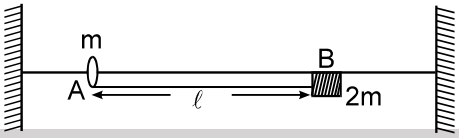
Sol. $V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 10\times 0.2} = 2$ m/s.

$m\mu = MV+mv$

$$v = \mu - V = 400 - \frac{2\times 2}{20\times 10^{-3}} = 200 \text{m/s} \quad \textbf{Ans.}$$

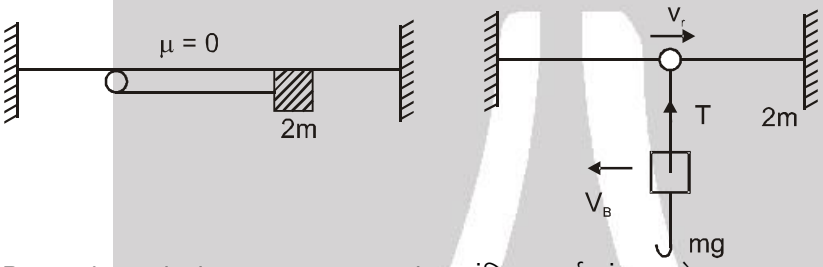
9. A small ring A of mass $m = \frac{1}{2}$ kg is attached at an end of a light string the other end of which is tied to a block B of mass 2m. The ring is free to move on a fixed smooth horizontal rod as shown. Find tension in the string when it becomes vertical.

एक छोटी वलय A जिसका द्रव्यमान $m = \frac{1}{2}$ kg है एक हल्की रस्सी के एक सिरे पर जुड़ी है जिसके दूसरे सिरे पर 2m द्रव्यमान का ब्लॉक B चित्रानुसार जुड़ा है। चित्रानुसार वलय स्थिर चिकनी क्षैतिज छड़ पर गति करने के लिए स्वतन्त्र है। ऊर्ध्वाधर स्थिति में डोरी में तनाव ज्ञात करो।



Ans. **70**

Sol.



By mechancnical energy conservation यांत्रिक उर्जा संरक्षण से

$$\frac{1}{2}(2m)V_b^2 + \frac{1}{2}mV_r^2 = 2\,mgl$$

$2\,V_b^2 + V_r^2 = 4gl$ ....(1)

using momentum conservation संवेग संरक्षण से $mV_r = 2\,mV_b$ $V_r = 2\,V_b$ ....(2)

$2V_b^2 + 4V_b^2 = 4\,gl$ $6V_b^2 = 4gl$ $V_b = \sqrt{\frac{2}{3}gl}$

$$V_r = 2\,V_b = 2\sqrt{\frac{2}{3}gl}$$

when string be comes vertical velocity of block wrt to string.

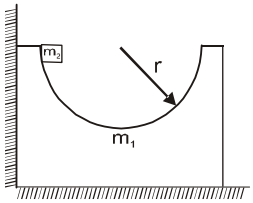
जब डोरी उर्ध्वाधर हो जाती है तो डोरी के सापेक्ष ब्लाक का वेग

$$V_{br} = V_b - (-V_r) = 3V_b = 3\sqrt{\frac{2}{3}gl}$$

$$T - 2\,mg = \frac{2m(V_{br})^2}{\ell} \qquad T = 2\,mg + \frac{9\times 2gl\times(2)m}{3\ell} = 14\,mg$$

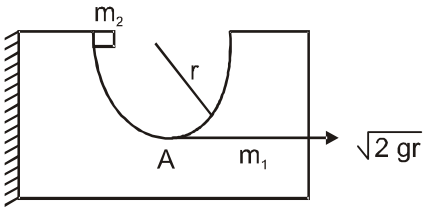
10. A symmetric block of mass $m_1 = 1$kg with a groove of hemispherical shape of radius r = 5m rests on a smooth horizontal surface in contact with the wall as shown in the figure. A small block of mass $m_2 = 1$kg slides without friction from the initial position. Find the maximum velocity of the block m_1.

एक $m_1 = 1$kg द्रव्यमान का सममित ब्लॉक जिसके अन्दर r = 5m त्रिज्या का अर्द्धवृत्तीय भाग कटा है, चिकने धरातल पर दीवार के पास सम्पर्क में चित्रानुसार रखा है। एक छोटा $m_2 = 1$kgद्रव्यमान का ब्लॉक इस पर प्रारम्भिक स्थिति से बिना घर्षण के फिसलता है। ब्लॉक m_1 का अधिकतम वेग ज्ञात करो।



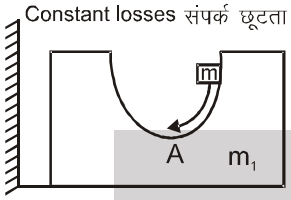
Ans. 10

Sol.



Velocity At A पर वेग $\rightarrow V_2 = \sqrt{2gr}$

Constant losses संपर्क छूटता है



Applying another momentum in horizontal direction conservation when m_2 again reaches pt A.
m_2 के बिन्दु A पर पुनः पहुँचने पर क्षेतिज दिशा में संवेग सरंक्षण लगाने पर

$\Rightarrow \quad m_2\sqrt{2gr} = m_1V_1 - m_2V_2 \quad ....(1)$

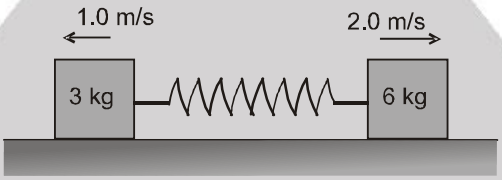
energy conservation eqn. ऊर्जा सरंक्षण समीकरण

$$m_2gr = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 \quad .....(2)$$

$m_2\sqrt{2gr} - m_1V_1 = -m_2V_2$ put in (2) we get. (2) में रखने पर हम प्राप्त करते है।

$$V_1 = \frac{2m_2\sqrt{2gr}}{m_1 + m_2}$$

11. Two blocks of mass 3 kg and 6 kg respectively are placed on a smooth horizontal surface. They are connected by a light spring of force constant k = 200 N/m. Initially the spring is unstretched and the indicated velocities are imparted to the blocks. Find maximum extension of the spring in cm ? 3 kg और 6 kg द्रव्यमान वाले दो ब्लॉक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखे हैं। यह दोनों k = 200 N/m बल नियतांक वाले हल्के स्प्रिंग से जुड़े है। प्रारम्भ में स्प्रिंग में कोई खिंचाव नहीं है एवं ब्लॉकों के वेग दर्शाये गये है। स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव सेमी. में ज्ञात कीजिए।



Ans 30

Sol. In the centre of mass frame द्रव्यमान केन्द्र के तंत्र में,

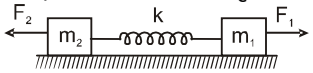
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)^2$$

$$200\ x^2 = \left(\frac{3\times 6}{3+6}\right)(2+1)^2$$

$$x = \frac{3}{10} = 0.3\ m = 30\ cm$$

12. Two blocks initially at rest having masses m_1 and m_2 are connected by spring of spring constant $k = \frac{2}{3}$ N/m (as shown in the figure). The block of mass m_1 is pulled by a constant force $F_1 = 4N$ and the other block is pulled by a constant force $F_2 = 2N$ Find the maximum elongation of the spring (the spring is initially relaxed) Assuming $m_2 = 2m_1$

प्रारम्भ में स्थिर दो ब्लॉक जिनके द्रव्यमान क्रमशः m_1 तथा m_2 है, को चित्रानुसार, $k = \frac{2}{3}$ N/m स्प्रिंग नियतांक की स्प्रिंग से जोड़ा जाता है। यदि द्रव्यमान m_1 को $F_1 = 4N$ नियत बल से तथा दूसरे द्रव्यमान को $F_2 = 2N$ नियत बल से खींचते है। स्प्रिंग में अधिकतम प्रसार ज्ञात कीजिए। (स्प्रिंग प्रारम्भ में प्राकृतिक लम्बाई में है।) दिया गया है $m_2 = 2m_1$

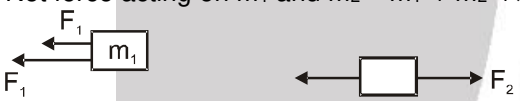


Ans. $\frac{2\ (m_1F_2 + m_2F_1)}{k\ (m_1 + m_2)} = 10$

Sol.

Wrt to center of mass. द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष

Net force acting on m_1 and m_2 m_1 व m_2 पर कुल बल



$m_1 \frac{(F_2 - F_1)}{m_1 + m_2}$ $\frac{m_2\ (F_2 - F_1)}{m_1 + m_2}$

Applying work energy the same on system. निकाय पर कार्य उर्जा प्रमेय लगाने पर

$Fx + Fx - \frac{1}{2} Kx^2 = 0 - 0$

$\frac{2F}{k} = x$ (i) when F is जब F है।

$\therefore \quad F = F_1 + m_1 \frac{(F_2 - F_1)}{m_1 + m_2}$ ...(i)

$\therefore \quad F = \frac{m_1F_1 + m_2F_1 + m_1F_2 - m_1F_1}{m_1 + m_2}$ ....(ii)

Put value of F from (ii) is (i) use get x. समीकरण (ii) से F का मान (i) में डालने पर

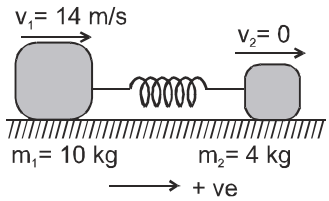
$\frac{2(m_2F_1 + m_1F_2)}{k(m_1 + m_2)} = x$

13. Two blocks of masses 10kg and 4kg are connected by a spring of negligible mass and are placed on a frictionless horizontal surface. An impulse gives a speed of 14 ms^{-1} to the heavier block in the direction of the lighter block. Then, find velocity of the centre of mass ?

10 किग्रा. तथा 4 किग्रा. द्रव्यमान के दो ब्लॉक, एक नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से जुड़े हैं तथा घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखे हैं। भारी ब्लॉक को एक आवेग हल्के ब्लॉक की तरफ 14 मी.से.$^{-1}$ की चाल प्रदान करता है तो द्रव्यमान केद्र का वेग होगा।

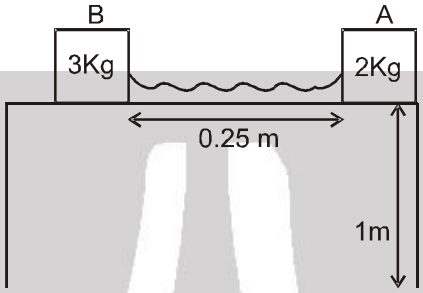
Ans. 10

Sol. $v_{COM} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10 \times 14 + 4 \times 0}{10 + 4} = 10$ m/s.



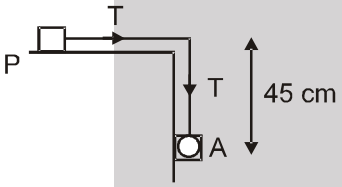
14.# A particle A of mass 2kg lies on the edge of a table of height 1m. It is connected by a light inelastic string of length 0.7m to a second particle B of mass 3kg which is lying on the table 0.25m from the edge (line joining A & B is perpendicular to the edge). If A is pushed gently so that it starts falling from table. After some time string becomes tight. If the impulse of the tension in the string at that moment is $3\lambda/5$ then find λ . Assume all contacts are smooth. $g = 10\ m/s^2$

एक कण A (द्रव्यमान 2 kg) टेबल के किनारे पर जिसकी ऊँचाई 1 मी. है, पर रखा हुआ है। यह 0.7 मीटर लम्बी रस्सी से B कण (द्रव्यमान 3 kg) से जुड़ा है जो किनारे से 0.25 मीटर दूरी पर है। (A तथा B को जोड़ने वाली रेखा किनारे के लम्बवत् है।) अगर A को धीरे से धक्का देते है तथा यह टेबल से गिरता है। कुछ समय पश्चात् रस्सी तन जाती है। यदि रस्सी में तनाव का आवेग उस क्षण पर $3\lambda/5$ है तो λ का मान क्या होगा ? (यह मानिये कि सभी सम्पर्क चिकने है $g = 10\ m/s^2$)



Ans. **6**

Sol.



string will taut when A waves a distance of (.7 – .25) m
डोरी तनाव में होगी जब A द्वारा तय दूरी (.7 – .25) m होगी

at that Pt $V_A = \sqrt{2gh}$ and Now B starts on using with same velocity as A.

इस समय $V_A = \sqrt{2gh}$ होगी। इस समय B, A के वेग से गति करेगा।

let us suppose it is u.
माना यह वेग u है।

$$\int T dt = m_B u + 0 \qquad ....(1)$$

$$-\int T dt = m_A (u - V_A) \qquad ....(2)$$

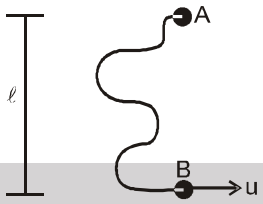
from (1) and (2) $u = \dfrac{m_A V_A}{m_A + m_B} = \dfrac{6}{5}$

समीकरण (1) व (2) से $u = \dfrac{m_A V_A}{m_A + m_B} = \dfrac{6}{5}$

$$\therefore \qquad \int T dt = 3 \times \frac{6}{5} = 3.6\ N\text{-}s$$

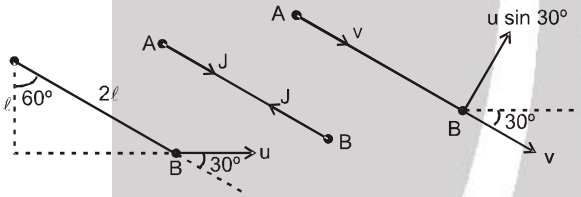
15.# Two particles A and B each of mass m are attached by a light inextensible string of length 2ℓ. The whole system lies on a smooth horizontal table with B initially at a distance ℓ from A. The particle at end B is projected across the table with speed u = $4\sqrt{3}$ m/s perpendicular to AB. Find velocity of ball A just after the jerk ?

समान द्रव्यमान m के दो कण A व B एक हल्की अविस्तारित 2ℓ लम्बाई की रस्सी से जुड़े हैं। सम्पूर्ण निकाय चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा है। प्रारम्भ में B की A से दूरी ℓ है। कण B को AB रेखा के लम्बवत् टेबल पर u = $4\sqrt{3}$ m/s वेग से फैंका जाता है। झटके के ठीक बाद A का वेग होगा-



Ans. 3

Sol.



When the string becomes tight, both particles begin to move with velocity components v in the direction AB. Using conservation of momentum in the direction AB

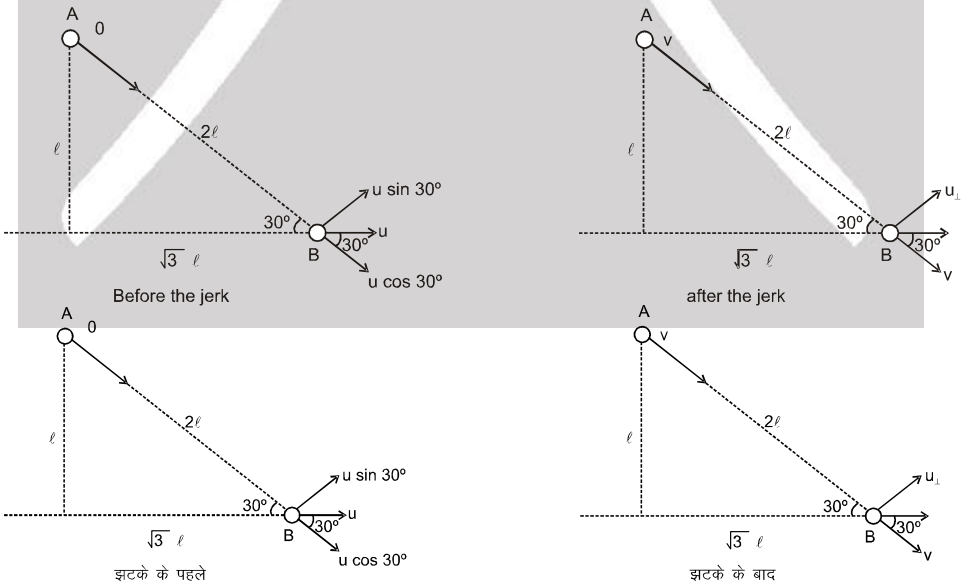
जब डोरी तनी हुई होगी, दोनों कणों का AB दिशा में वेग का घटक v होगा। AB दिशा में संवेग संरक्षण लगाने पर

$mu\cos 30^\circ = mv + mv$

or या $v = \frac{u\sqrt{3}}{4}$ Hence the velocity of ball A just after the jerk is $v = \frac{u\sqrt{3}}{4}$.

झटका (jerk) लगने के ठीक बाद A गेंद का वेग $v = \frac{u\sqrt{3}}{4}$ है।

Mathod II. विधि II



∴ $\vec{F}_{ext} = 0$, using conservation of linear momentum along the string.

∴ $\vec{F}_{ext} = 0$, डोरी की दिशा में रेखीय संवेग संरक्षण लगाने पर

$m\,u\cos 30^\circ = mv + mv$

$2v = u.\ \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{4}\ u$

16. A block of mass 2 kg moving at 2.0 m/s collides head on with another block of equal mass kept at rest. If the loss in kinetic energy of system is half of the maximum possible loss of kinetic energy of system , If the coefficient of restitution $\frac{\lambda}{\sqrt{2}}$. then find λ.

2.0 m/s चाल से गतिशील 2.0 किग्रा० द्रव्यमान का एक गुटका, समान द्रव्यमान के स्थिर गुटके से सम्मुख टक्कर करता है। यदि निकाय की गतिज ऊर्जा की हानि अधिकतम गतिज ऊर्जा की हानि के मान की आधी है, तब यदि प्रत्यास्थान गुणांक का मान $\frac{\lambda}{\sqrt{2}}$ है तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. 1

Sol. M = 2kg , u = 2m/sec.

Max loss in K.E. means e = 0

K.E. में अधिकतम हानि अर्थात् e = 0

$mu = 2mV \quad \therefore \quad V = \frac{u}{2}$

Loss हानि $= K_i - K_f$

$= \frac{1}{2} mu^2 - \frac{1}{2} (2m) V^2 = \frac{1}{4} mu^2 = \frac{1}{4} \times 2 \times (2)^2 = 2 \text{ J}$

If loss यदि हानि $= 1 \text{ J} = \frac{1}{8} mu^2 = \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2}mu^2\right\}$

Reamaining शेष K.E. $= \frac{3}{4}\times\frac{1}{2} \quad mu^2 = \frac{3}{8} mu^2$ (finally अंततः)

coeff of restitution प्रत्यावस्थान गुणांक $e = \frac{V_2 - V_1}{u} \quad \therefore \quad V_2 - V_1 = eu$ ....(1)

By momentum conservation संवेग संरक्षण से

$mu = mV_1 + mV_2$

$u = V_1 + V_2$ .....(2)

$\therefore \quad V_2 = \frac{(1+e)}{2} \times u$

$\therefore \quad V_1 = \frac{(1-e)}{2} \times u$

$\frac{1}{2} mV_1^2 + \frac{1}{2} mV_2^2 = \frac{3}{8} mu^2$ .....(3)

$\left[\frac{(1-e)}{2}\times u\right]^2 + \left[\left(\frac{1-e}{2}\right)\times u\right]^2 = \frac{3}{4} u^2$

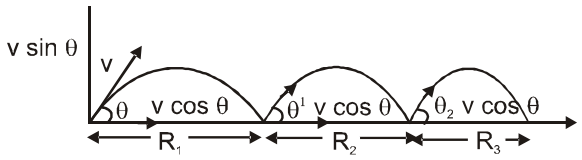
$2 + 2e^2 = 3 \quad \therefore \quad e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **Ans (A)**

17. A projectile of mass m is fired with a speed v = 20 m/s at an angle $\theta = 45°$ from a smooth horizontal field. The coefficient of restitution of collision between the projectile and the field is $e = \frac{1}{2}$. How far from the starting point, does the projectile make its third collision with the field?

चिकने क्षैतिज मैदान से $\theta = 45°$ कोण पर एक प्रक्षेप्य v = 20 m/s चाल से प्रक्षेपित किया गया है। मैदान तथा प्रक्षेप्य के मध्य टक्कर का प्रत्यावस्थान गुणांक $e = \frac{1}{2}$ है। प्रक्षेप बिन्दु से कितनी दूर, प्रक्षेप्य मैदान के साथ तीसरी बार टकरायेगा ?

Ans. 70

Sol.



$R_1 = V \cos\theta\, T_1$

$R_2 = V \cos\theta\, T_2$

$R_3 = V \cos\theta\, T_3$

$R = R_1 + R_2 + R_3 = u \cos\theta\, [T_1 + T_2 + T_3]$

$$= V \cos\theta \left[\frac{2u\sin\theta}{g} + \frac{2eu\sin\theta}{g} + \frac{2e^2u\sin\theta}{g}\right]$$

$$R = \frac{(1+e+e^2)\ \ V^2\sin 2\theta}{g}$$

18. A body of mass 5kg moves along the x-axis with a velocity 2m/s. A second body of mass 10kg moves along the y-axis with a velocity of √3 m/s. They collide at the origin and stick together.

If the amount of heat liberated in the collision is $\frac{\lambda}{3}$ then find λ?

5kg द्रव्यमान की एक वस्तु x-अक्ष के अनुदिश 2m/s के वेग से गति करती है। 10kg द्रव्यमान की एक दूसरी वस्तु y-अक्ष के अनुदिश √3 m/s के वेग से गति करती है। वे मूलबिन्दु पर टकराती है तथा आपस में जुड़ जाती है।

यदि टक्कर में मुक्त ऊष्मा की मात्रा $\frac{\lambda}{3}$ हो तो λ ज्ञात करों।

Ans. 35

Sol. $P_x = 5\times2 = 10$; $P = P_x\hat{i} + P_y\hat{j}$

$P_y = 10\sqrt{3}$ $= 10\hat{i} + 10\sqrt{3}\,\hat{j}$

$= (5 + 10)\, V$

$= \frac{10}{15}\left(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}\right)$

$\vec{V} = \frac{2}{3}\left(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j}\right)$

$\left|\vec{V}\right| = \frac{4}{3}$ m/s. **Ans.**

$$H = \Delta E = E_i - E_f = \left[\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2\right] - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\,V^2$$

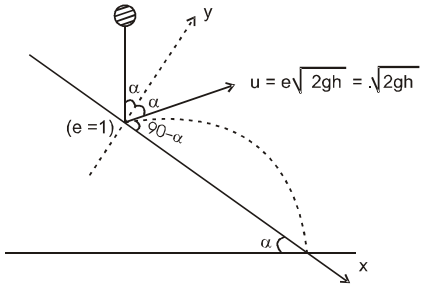
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 + \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \times (10+5)\,(4/3)^2 = 25 - \frac{40}{3} = \frac{35}{3}$$ **Ans.**

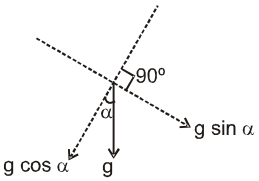
19. A ball released from rest collide elastically to a fixed inclined plane of inclination α = 30° after falling through a height h = 3m. Find the distance between the points along the incline where it strike the incline.

स्थिरावस्था से मुक्त की गई गेंद h = 3m. ऊँचाई से गिरने के बाद, α = 30° ढाल वाले स्थिर जडवत् नततल से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। नततल के अनुदिश दो बिन्दु जहां गेंद टकराती है, के मध्य दूरी होगी।

Ans. 12

Sol.





Ball again collide on the inclined plane when y = 0, as shown in the figure.
चित्र में दर्शाये अनुसार गेंद द्वारा नत तल पर टकराती है जब y = 0, है।

$$y = u_y t + \frac{a_y t^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad 0 = \left[\sqrt{2gh}\cos\alpha - \frac{g\cos\alpha\, t}{2}\right] t$$

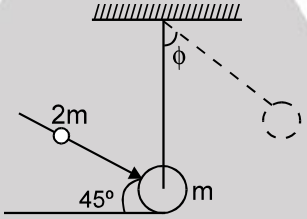
$$t = 0 \qquad \& \qquad t = \frac{2}{g\cos\alpha}\sqrt{2gh}\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2gh}}{g} = 2\times\frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{g}}$$

Now x-co-ordinet of the ball at the time of striking
अब टकराने के समय गेंद का x-निर्देशांक है।

$$X = \sqrt{2gh}\sin\alpha\, t + \frac{1}{2} g\sin\alpha\, t^2 \qquad \Rightarrow \qquad X = \sqrt{2gh}\sin\alpha \cdot 2\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{2} g\sin\alpha\left(\frac{8h}{g}\right)$$

$\Rightarrow$ $x = 2h\sin\alpha \cdot 2 + 4h\sin\alpha = 8h\sin\alpha$ (along the incline plane) (नत तल के अनुदिश)

20. A ball of mass 'm' is suspended by a massless string of length 'ℓ' from a fixed point. A ball of mass 2m strikes in the direction of $\theta = 45^\circ$ from horizontal & sticks to it.
एक द्रव्यमान m की गेंद 'ℓ' लम्बाई वाली द्रव्यमानहीन रस्सी से लटकी हुई है। एक 2m द्रव्यमान वाली गेंद क्षैतिज से $\theta = 45^\circ$ का कोण बनाती हुई m द्रव्यमान की गेंद से टकराती है और इससे चिपक जाती है।



If the initial velocity of 2m is $x\sqrt{g\ell}$ so that system deflects by $\phi = \frac{\pi}{2}$ and if string is cut at $\phi = 60^\circ$, and the velocity at highest point of trajectory is $\frac{\sqrt{g\ell}}{y}$, then find x + y :

2 m द्रव्यमान का प्रारम्भिक वेग $x\sqrt{g\ell}$ है, इस प्रकार कि निकाय $\phi = \frac{\pi}{2}$ तक विक्षेपित हो जाए। उपर्युक्त प्रकरण में जब $\phi = 60^\circ$ हो, तब रस्सी काट दी जाय तो पथ के अधिकतम ऊँचाई पर वेग $\frac{\sqrt{g\ell}}{y}$ है, तब x + y ज्ञात कीजिए।

Ans. 5
Ans. x = 3, y = 2, x + y = 5

Sol. (a) $V = \sqrt{2gl}$

In x dir x दिशा में

$2m \times \frac{v}{\sqrt{2}} = 3\,mV$

$v = \frac{3}{\sqrt{2}}\,V = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2gl} \quad \Rightarrow \quad v = 3\sqrt{gl}$ **Ans.**

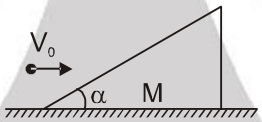
(b) $V_\theta = \sqrt{V^2 - 2gl(1-\cos\theta)} = \sqrt{2gl - 2gl + 2gl\cos\theta}$

For $\theta = 60°$

$V\theta = \sqrt{gl} \quad \Rightarrow \quad V_x = \sqrt{gl}\ \cos 60°$ (at heighest point उच्चतम बिन्दु पर)

$V_x = \frac{\sqrt{gl}}{2}$ **Ans.**

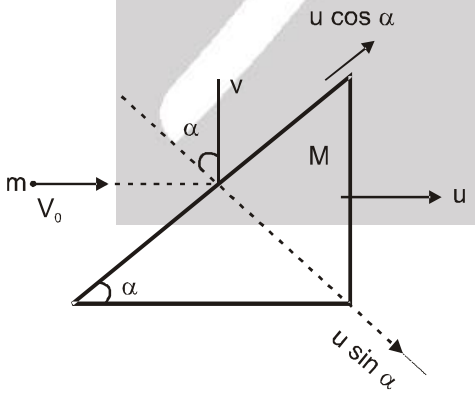
21. **#** A wedge (free to move) of mass 'M' has one face making an angle α with horizontal and is resting on a smooth rigid floor. A particle of mass 'm' hits the inclined face of the wedge with a horizontal velocity v_0. It is observed that the particle rebounds in vertical direction after impact. Neglect friction between particle and the wedge & take $M = 2m$, $v_0 = 10m/s$, $\tan\alpha = 2$, $g = 10m/s^2$.
द्रव्यमान M का एक नततल चलने के लिये स्वतंत्र है इसकी एक सतह क्षैतिज से α कोण बनाती है तथा यह चिकने दृढ़ सतह पर रखा है। एक 'm' द्रव्यमान का कण इसकी नत सतह पर v_0 क्षैतिज वेग से टकराता है। यह देखा जाता है कि कण टकराने के बाद, ऊर्ध्व दिशा में जाता है। नततल तथा कण के मध्य घर्षण बल नगण्य मानें और $M = 2m$, $v_0 = 10m/s$, $\tan\alpha = 2$, $g = 10m/s^2$ लें।



Assume that the inclined face of the wedge is sufficiently long so that the particle hits the same face once more during its downward motion. Calculate the time elapsed between the two impacts.
वेज की नत सतह की लम्बाई को पर्याप्त माने ताकि कण इसकी नीचे की ओर गति के दौरान दुबारा सतह पर टकराये। दोनों टक्करों के मध्य का व्यतीत समय ज्ञात करो।

Ans. 3

Sol.



Applying momentum conservation in horizontal direction क्षैतिज दिशा में संवेग संरक्षण से

$mV_0 = Mu \qquad M = 2m$

$u = \frac{mV_0}{M} = \frac{V_0}{2}$

Eqn of e along normal
अभिलम्ब के अनुदिश e का समीकरण

$$e = \frac{V\cos\alpha + u\sin\alpha}{V_0 \sin\alpha} = \frac{V\cos\alpha + \frac{V_0}{2}\sin\alpha}{V_0 \sin\alpha}$$

$$e = \frac{V}{V_0}\cot\alpha + \frac{1}{2} \qquad ...(i)$$

Along incline surface of wedge friction is negligible so change in momentum
वेज की नत पृष्ठ के अनुदिश घर्षण नगण्य है अतः संवेग में परिवर्तन

$mV_0 \cos\alpha = mV \sin\alpha$

$$\frac{V}{V_0} = \cot\alpha \qquad ...(ii)$$

Put value of (ii) in (i) (ii) का मान (i) में रखने पर

$e = \cot^2\alpha + \frac{1}{2}$ given दिया गया है $\tan\alpha = 2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ **Ans.**

(b) $h = (ut)\tan\alpha$

By (2)nd eq. of motion गति की समीकरण (2) से

$$-h = Vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-(ut)\tan\alpha = Vt - \frac{1}{2}gt^2$$

or $$-u\tan\alpha = V - \frac{1}{2}gt$$

$$\frac{1}{2}gt = V + u\tan\alpha$$

$$t = \frac{2}{g}\left(V_0\cot\alpha + \frac{V_0}{2}\tan\alpha\right)$$

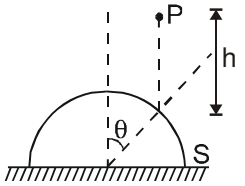
$$t = \frac{2}{g}V_0\tan\alpha\left(\cot^2\alpha + \frac{1}{2}\right)$$

$$t = \frac{2V_0\tan\alpha}{g}(e) = \frac{2e\ V_0\tan\alpha}{g}$$

substituting values मान रखने पर : $\frac{2\times\frac{3}{4}\times10\times2}{10} = 3\text{sec}$

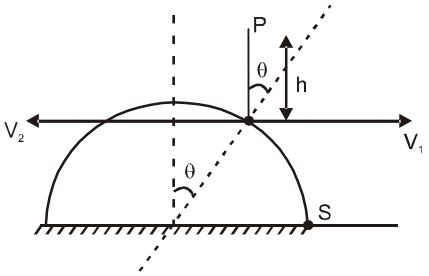
22.# A hemisphere S and a particle P are of same mass m = $\sqrt{2}$ kg. P is dropped from a height 'h'. S is kept on a smooth horizontal surface. The friction between P and S is also absent. P collides elastically with S at the point shown in the figure. After collision the velocity of the particle becomes horizontal. Find ratio of impulse of ground on hemisphere to speed of hemisphere after collision ?

एक अर्द्धगोले S तथा कण P का द्रव्यमान समान m = $\sqrt{2}$ kg.है। P को 'h' ऊँचाई से छोड़ा जाता है। S चिकने क्षैतिज धरातल पर रखा है। P व S के मध्य घर्षण नहीं है। P, S के साथ दिखाये गये बिन्दु पर प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के बाद कण का वेग क्षैतिज हो जाता है। तो टक्कर के बाद जमीन का अर्द्धगोले पर आवेग एवं अर्द्धगोले की चाल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



Ans. 2

Sol.



when particle P starts at Pt A $u = \sqrt{2gh}$

जब कण P, बिन्दु A से शुरूआत करता है तब $u = \sqrt{2gh}$

$$1 = \frac{(V_2 + V_1)\sin\theta}{\sqrt{2gh}\ \cos\theta} \quad \text{....(i)}$$

Now applying momentum conservation equ. संवेग संरक्षण नियम से

$m \times V_1 = mV_2 \quad \therefore \quad V_1 = V_2 \quad ...(2)$

using ME.C यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण से $\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m V_2^2 \quad ...(3)$

as solving हल करने पर $V_1 = \sqrt{gh}$

on solving alone (3) equ. we get $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

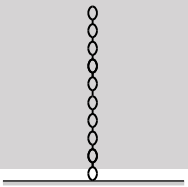
समीकरण (3) को हल करने पर प्राप्त होगा $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) Impulse of ground on hemisphere. भूमि का अर्धगोले को प्रदान आवेग

$J = m.u = m.\sqrt{2gh}$

23. A uniform chain of mass m = 1kg and length ℓ = 1m hangs on a thread and touches the surface of a table by its lower end. Find the force exerted by the table on the chain when x = 0.5m length of chain has fallen on the table. The fallen part does not form heap.

एक समान द्रव्यमान m = 1kg तथा लम्बाई ℓ = 1m की एक एकसमान जंजीर, धागे द्वारा लटक रही है तथा निचले सिरे द्वारा सतह को स्पर्श कर रही है तो मेज द्वारा जंजीर पर आरोपित बल जब आधी लम्बाई मेज पर गिर चुकी है तथा गिरा भाग ढेर नही बनाता है।

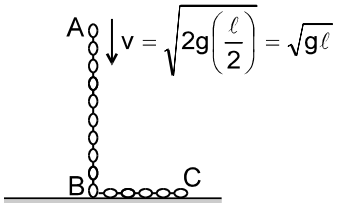


Ans. 15

Sol. Weight of the portion BC of the chain

lying on the table, $W = \frac{mg}{2}$ (downwards) Using $v = \sqrt{2gx}$

Thrust force $F_t = v_r \left(\frac{dm}{dt}\right)$



$v_r = v$

$$\frac{dm}{dt} = \lambda v$$

$F_t = \lambda v^2$ (where, $\lambda = \frac{m}{\ell}$, is mass per unit length of chain)

$v^2 = \left(\sqrt{2gx}\right)^2 = 2gx$ $\therefore$ $F_t = \left(\frac{m}{\ell}\right)(2gx) = 2mg\frac{x}{\ell}$ (downwards)

$\therefore$ Net force exerted by the chain on the table is

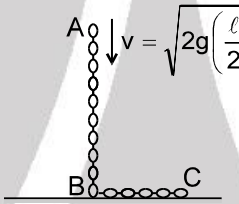
$F = W + F_t = mg\frac{x}{\ell} + 2mg\frac{x}{\ell} = 3mg\frac{x}{\ell}$

So, from Newton's third law the force exerted by the table on the chain will be $3mg\frac{x}{\ell}$ (vertically upwards).

Sol. चेन के BC भाग का भार जो मेज पर है

$W = \frac{mg}{2}$ (नीचे की ओर) $v = \sqrt{2gx}$ से

ऊपर की ओर आरोपित बल $F_t = v_r\left(\frac{dm}{dt}\right)$



$v_r = v$

$\frac{dm}{dt} = \lambda v$

$F_t = \lambda v^2$ (जहाँ, $\lambda = \frac{m}{\ell}$, चेन के इकाई लम्बाई का द्रव्यमान है)

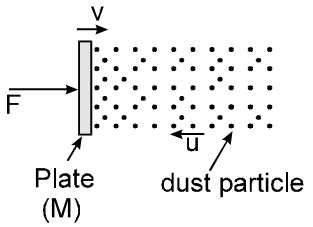
$v^2 = \left(\sqrt{2gx}\right)^2 = 2gx$ $\therefore$ $F_t = \left(\frac{m}{\ell}\right)(2gx) = 2mg\frac{x}{\ell}$ (नीचे की ओर)

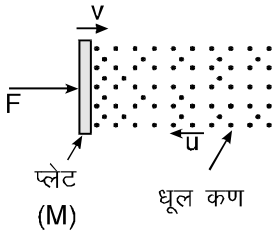
$\therefore$ चेन द्वारा मेज पर आरोपित कुल बल

$F = W + F_t = mg\frac{x}{\ell} + 2mg\frac{x}{\ell} = 3mg\frac{x}{\ell}$

अतः चेन द्वारा आरोपित कुल बल $3mg\frac{x}{\ell}$ (ऊर्ध्वाधर नीचे)

24. A plate of mass M is moved with constant velocity v = 40m/s against powder of dust particles moving with constant velocity u = 40m/s in opposite direction stick to plate as shown. The density of the dust is $\rho = 10^{-3}$ kg/m^3 and plate area is A = 10m^2 Find the force F required to keep the plate moving uniformly.
एक M द्रव्यमान की प्लेट धूल के कणों (जो कि नियत वेग u = 40m/s से विपरीत दिशा में गति कर रहे है एवम् प्लेट से चिपक रहे है) के विरूद्ध नियत वेग v = 40m/s से गति करती है। धूल का घनत्व $\rho = 10^{-3}$ kg/m^3 तथा प्लेट का क्षेत्रफल A = 10m^2 है। प्लेट को एकसमान गति में रखने के लिए आवश्यक बल F का मान होगा





Ans. 64

Sol. Force F on plate = force exerted by dust particles
प्लेट पर बल F = धूल कणों द्वारा आरोपित बल
= force on dust particles by the plate
प्लेट द्वारा धूल कणों पर बल
= rate of change of momentum of dust particles
धूल कणों के संवेग में परिवर्तन दर
= mass of dust particles striking the plate per unit time × change in velocity of dust particles.
प्रति एकांक समय प्लेट से टकराने वाले धूल कणों का द्रव्यमान × धूल कणों के वेग में परिवर्तन
$= A(v+u)\rho \times (v+u) = A\rho(v+u)^2$ **Ans. :** $\rho A(u+v)^2$

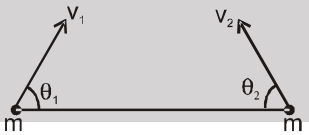
PART - III : ONE OR MORE THAN ONE OPTIONS CORRECT TYPE

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1.* A system of particles has its centre of mass at the origin. The x-coordinates of all the particles
(A) may be positive (B) may be negative
(C*) may be non-negative (D*) may be non-positive
एक कण निकाय का द्रव्यमान केन्द्र मूल–बिन्दु पर है। सभी कणों के x–निर्देशांक –
(A) धनात्मक हो सकते है। (B) ऋणात्मक हो सकते है।
(C*) अ–ऋणात्मक हो सकते है। (D*) अ–धनात्मक हो सकते है।

2*. In which of the following cases the centre of mass of a system is certainly not at its centre ?
(A*) A rod whose density continuously increases from left to right
(B*) A rod whose density continuously decreases from left to right
(C) A rod whose density decreases from left to right upto the centre and then increases
(D) A rod whose density increases from left to right upto the centre and then decreases
निम्न मे से किन स्थितियों के लिये निकाय का द्रव्यमान केन्द्र निश्चित रूप से इसके केन्द्र पर नहीं होगा–
(A) एक छड जिसका घनत्व बांयी से दांयी ओर निरन्तर बढ़ता रहे।
(B) एक छड जिसका घनत्व बांयी से दांयी ओर निरन्तर कम होता रहें।
(C) एक छड जिसका घनत्व बांयी से दांयी ओर मध्य बिन्दु तक कम होता रहे तत्पश्चात् बढ़े।
(D) एक छड जिसका घनत्व बांयी से दांयी ओर मध्य बिन्दु तक बढ़ता रहे तत्पश्चात् कम होता रहे।

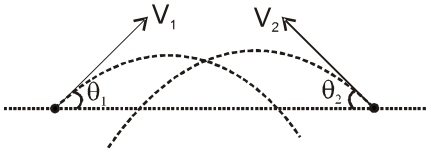
3.# Two particles of equal mass m are projected form the ground with speed v_1 and v_2 at angle θ_1 and θ_2 (θ_1 , $\theta_2 \neq 0, 180^\circ$) as shown in figure. The centre of mass of the two particles
समान द्रव्यमान m के दो कण v_1 तथा v_2 वेग से धरातल से θ_1 तथा θ_2 (θ_1 , $\theta_2 \neq 0, 180^\circ$) कोण पर चित्रानुसार प्रक्षेपित किये जाते हैं। दो कणों का द्रव्यमान केन्द्र



(A) will move in a parabolic path for any values of v_1, v_2, θ_1 and θ_2
(B*) can move in a vertical line
(C) can move in a horizontal line
(D) will move in a straight line for any value of v_1, v_2, θ_1 and θ_2
(A) v_1, v_2, θ_1 तथा θ_2 के किसी भी मान के लिए परवलयिक पथ में गति करेगा।
(B*) ऊर्ध्वाधर रेखा में गति कर सकता है।
(C) क्षैतिज रेखा में गति कर सकता है।
(D) v_1, v_2, θ_1 तथा θ_2 के किसी भी मान के लिए सरल रेखा में गति करेगा।

Solution
Centre of mass will move in a vertical line if $v_1 \cos\theta_1 = v_2 \cos\theta_2$. Otherwise for any other values it will follow a parabolic path.
द्रव्यमान केन्द्र ऊर्ध्वाधर दिशा में ही गति करेगा, यदि $v_1 \cos\theta_1 = v_2 \cos\theta_2$ अन्यथा किसी भी अन्य मान के लिये इसका पथ परवलयाकार होगा।

Mathod II.



$\vec{V}_1^1 = V_1 \cos\theta_1 \hat{i} + (V_1 \sin\theta_1 - gt) \hat{j} \longrightarrow$ Parabolic path परवलयाकार पथ

$\vec{V}_2^1 = -V_2 \cos\theta_2 \hat{i} + (V_2 \sin\theta_2 - gt) \hat{j} \longrightarrow$ Parabolic path परवलयाकार पथ

$\because m_1 = m_2 = m$

$$\vec{V}_{cm} = \frac{\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2}{2} = \frac{(V_1 \cos\theta_1 - V_2 \cos\theta)\hat{i} + (V_1 \sin\theta_1 + V_2 \sin\theta_2 - 2gt)\hat{j}}{2}$$

If यदि $\vec{V}_{cm\,x} = 0$ [Centre of mass of the Particle move only along Y axis] [कणों का द्रव्यमान केन्द्र केवल Y दिशा में ही गति करेगा]

$v_1 \cos\theta_1 - v_2 \cos\theta_2 = 0 \Rightarrow v_1 \cos\theta_1 = v_2 \cos\theta_2$

then path may be straight line. तब पथ सरल रेखा होगा।

4.* In an elastic collision in absence of external force, which of the following is/are correct :
एक प्रत्यास्थ टक्कर में, बाह्य बल की अनुपस्थिति में निम्न में से कौनसा/से कथन सत्य हैं।

(A*) The linear momentum is conserved
रेखीय संवेग संरक्षित रहता है।

(B) The potential energy is conserved in collision
टक्कर में स्थितिज ऊर्जा संरक्षित रहती है।

(C) The final kinetic energy is less than the initial kinetic energy
अन्तिम गतिज ऊर्जा, प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा से कम होती है।

(D*) The final kinetic energy is equal to the initial kinetic energy
अन्तिम गतिज ऊर्जा, प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा के बराबर होती है।

5.* A small ball collides with a heavy ball initially at rest. In the absence of any external impulsive force, it is possible that

(A) Both the balls come to rest

(B*) Both the balls move after collision

(C*) The moving ball comes to rest and the stationary ball starts moving

(D) The stationary ball remains stationary, the moving ball changes its velocity.

विरामावस्था में रखी एक भारी गेंद से एक छोटी गेंद टकराती है। किसी भी बाह्य आवेगी बल की अनुपस्थिति में यह सम्भव है कि –

(A) दोनों गेंदे विरामावस्था में आ जायें।

(B) टक्कर के पश्चात् दोनों गेंदे गतिशील हो

(C) गतिशील गेंद स्थिर हो जाये तथा स्थिर गेंद गति प्रारम्भ कर दें।

(D) स्थिर गेंद स्थिर रहे, गतिशील गेंद का वेग परिवर्तित हो जाये।

6.* A block moving in air explodes in two parts then just after explosion (neglect change in momentum duet to gravity)
(A*) The total momentum of two parts must be equal to the momentum of the block before explosion.
(B) The total kinetic energy of two parts must be equal as that of block before explosion.
(C) The total momentum must change
(D*) The total kinetic energy must increase
हवा में गतिशील एक गुटका दो भागों में विस्फोटित हो जाता है तो विस्फोट के तुरन्त बाद (गुरूत्व के कारण संवेग परिवर्तन नगण्य है)–
(A) दोनो भागों का कुल संवेग, विस्फोट के पहले ब्लॉक के संवेग के बराबर होगा
(B) दोनों भागों की कुल गतिज ऊर्जा वही रहेगी जो विस्फोट के पहले गुटके की थी
(C) कुल संवेग निश्चित रूप से परिवर्तित हो जायेगा।
(D) कुल गतिज ऊर्जा निश्चित रूप से बढ़ जाऐगी।

7.* Two bodies of same mass collide head on elastically then
(A*) Their velocities are interchanged
(B*) Their speeds are interchanged
(C*) Their momenta are interchanged
(D*) The faster body slows down and the slower body speeds up.
समान द्रव्यमान वाली दो वस्तुओं की सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर में –
(A) इनके वेग परस्पर परिवर्तित हो जाते है।
(B) इनकी चालें परस्पर परिवर्तित हो जाती है।
(C) इनके संवेग परस्पर परिवर्तित हो जाते है।
(D) तीव्रगामी वस्तु धीमी हो जाती है तथा धीमी वस्तु तेज हो जाती है।

8. External force $\vec{F}$ $(\vec{F} \neq 0)$ acts on a system of particles. The velocity and the acceleration of the centre of mass are found to be v_{cm} and a_{cm} at an instant, then it is possible that
किसी कण–निकाय पर बाह्य बल $\vec{F}$ $(\vec{F} \neq 0)$ लग रहा है। किसी क्षण पर द्रव्यमान केन्द्र का वेग v_{cm} तथा त्वरण a_{cm} है। यह सम्भव है कि–
(A) $v_{cm} = 0, a_{cm} = 0$ (B*) $v_{cm} = 0, a_{cm} \neq 0$ (C) $v_{cm} \neq 0, a_{cm} = 0$ (D*) $v_{cm} \neq 0, a_{cm} \neq 0$

9. A bag of mass M hangs by a long thread and a bullet (mass m) comes horizontally with velocity v and gets caught in the bag. Then for the combined system (bag + bullet) :
एक M द्रव्यमान का थैला एक लम्बे धागे से लटका है तथा एक m द्रव्यमान की गोली v क्षैतिज वेग से आकर थैले में धंस जाती है तो थैला तथा गोली के संयुक्त निकाय के लिए—
(A) Momentum is $mMv/(M + m)$ (B) KE is $(1/2) Mv^2$
(C*) Momentum is mv (D*) KE is $m^2v^2/2(M + m)$
(A) संवेग $mMv/(M + m)$ होगा। (B) गतिज ऊर्जा $(1/2) Mv^2$ होगी।
(C*) संवेग mv होगा। (D*) गतिज ऊर्जा $m^2v^2/2(M + m)$ होगी।

Sol. $K.E = \dfrac{P^2}{2(M+m)} = \dfrac{m^2v^2}{2(M+m)}$

10. A set of n-identical cubical blocks lie at rest along a line on a smooth horizontal surface. The separation between any two adjacent blocks is L. The block at one end is given a speed V towards the next one at time t = 0. All collisions are completely inelastic, then
एक क्षैतिज चिकनी सतह पर एक समान n-आदर्श ब्लॉक एक रेखा के अनुदिश विराम पर रखे हुये है। किन्ही दो समीपवर्ती ब्लॉक के बीच दूरी L है। किसी समय (t = 0) एक सिरे पर स्थित ब्लॉक को दूसरे ब्लॉक की तरफ V चाल देते है। सभी टक्कर पूर्णतया अप्रत्यास्थ हैं तो–

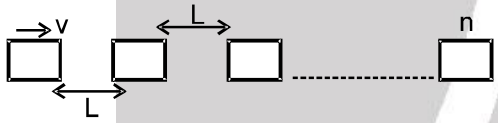
(A*) The last block starts moving at $t = n(n-1)\frac{L}{2V}$
अन्तिम ब्लॉक $t = n(n-1)\frac{L}{2V}$ पर चलना प्रारम्भ करता है।

(B) The last block starts moving at $t = (n-1)\frac{L}{V}$
अन्तिम ब्लॉक $t = (n-1)\frac{L}{V}$ पर चलना प्रारम्भ करता है।

(C*) The centre of mass of the system will have a final speed v/n
निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की अन्तिम चाल v/n होगी।

(D) The centre of mass of the system will have a final speed v
निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की अन्तिम चाल v होगी।

Sol.



$mv = nv'm \qquad \Rightarrow v' = \frac{v}{n}$

time for first collisen is प्रथम टक्कर के लिए समय $t_1 = \frac{L}{V}$ (2nd block द्वितीय ब्लॉक के साथ)

2nd collisions द्वितीय टक्कर के लिए $t_2 = \frac{2\ell}{V} = 2t_1$ (3rd block तृतीय ब्लॉक के साथ)

so अतः $t = t_1 + 2t_1 + 3t_1 + at_1$ .....(n–1) t_1.

$t = t_1 [1 + 2 + 3]$ .....(n–1)]

$= \frac{(n-1)\ (n-1+1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ so अतः $t = \frac{L}{2V} n(n-1)$

11. A ball of mass m moving with a velocity v hits a massive wall moving towards the ball with a velocity u. An elastic impact lasts for a time Δt.
v वेग से गति करती हुई m द्रव्यमान की एक गेंद, u वेग से गेंद की ओर गति कर रही भारी दीवार से टकराती है। Δt समय के लिए प्रत्यास्थ टक्कर होती है।

(A) The average elastic force acting on the ball is $\frac{m(u+v)}{\Delta t}$
गैंद पर कार्यरत औसत प्रत्यास्थ बल $\frac{m(u+v)}{\Delta t}$ है।

(B*) The average elastic force acting on the ball is $\frac{2m(u+v)}{\Delta t}$
गैंद पर कार्यरत औसत प्रत्यास्थ बल $\frac{2m(u+v)}{\Delta t}$ है।

(C*) The kinetic energy of the ball increases by 2mu (u + v)
गैंद की गतिज ऊर्जा 2 mu(u + v) से बढ़ जाती है।

(D) The kinetic energy of the ball remains the same after the collision.
टक्कर के बाद गैंद की गतिज ऊर्जा वही रहती है।

Sol. $u_1 = v \quad v_2 = -(v + 2u) \quad e = 1.$

$|N.dt| = m(v_1 - u_1)$

$N.dt = m(+v + 2u + v)$

$N.dt = 2m(u + v).$

$N = \frac{2m(u+v)}{dt}$

$u_1 = v \qquad v_1 = 2u + v$

$\Delta k = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mu_1^2 = \frac{1}{2}[m(2u + v)^2 - v^2] = \frac{m}{2}[4u^2 + v^2 + 4uv - v^2] = 2mu(u + v)$

By energy conservation ऊर्जा संरक्षण से

$mv^2 + 0 = (2m) + kx^2$

at maximum compression अधिकतम संपीडन पर $k = (m+m)v^2$

Since final velocity of ball is 2 (u + v), its K.E. increases

चूंकि गेंद का अंतिम वेग 2 (u + v), उसकी K.E. बढ़ती है

12.* A man of mass m is at rest on a stationary flat car. The car can move without friction along horizontal rails. The man starts walking with velocity v relative to the car, work done by him

m द्रव्यमान का आदमी स्थिर समतल कार पर स्थिर खड़ा है कार बिना घर्षण के क्षैतिज दिशा में गति कर सकती है। आदमी कार के सापेक्ष v वेग से गति करता है। आदमी द्वारा किया गया कार्य

(A*) is less than $\frac{1}{2}mv^2$ if he walks along the rails

(B*) is equal to $\frac{1}{2}mv^2$ if he walks normal to the rails

(C) can never be less than $\frac{1}{2}mv^2$

(D) is greater than $\frac{1}{2}mv^2$ if he walks along the rails

(A*) यदि पटरी की दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ से कम होगी।

(B*) यदि वह पटरी के लम्बवत् दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ के बराबर होगी।

(C) कभी भी $\frac{1}{2}mv^2$ से कम नहीं हो सकती

(D) यदि पटरी की दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ से ज्यादा होगी।

Solution

If the man walks along the rails, some velocity say V is imparted to car also. Let M be the mass of car. Then from conservation of linear momentum.

यदि आदमी पटरी के अनुदिश चलता है, तो कार कुछ वेग प्राप्त कर लेती है, मानो वह V है। माना कार का द्रव्यमान M है, तब रेखीय संवेग संरक्षण से

$M.V = m(v - V)$

$\therefore \quad V = \frac{mv}{m+M}$

$\therefore$ work done by man आदमी द्वारा किया गया कार्य

$$= \frac{1}{2}m(v - V)^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{Mv}{M+m}\right)^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{mM}{m+M}\right)v^2 < \frac{1}{2}mv^2$$

Hence, option (A) is correct. If the man moves normal to the rails then car will not move. Hence, work done by him in the case will be $\frac{1}{2}mv^2$ and option (B) is also correct.

अतः विकल्प A सही हैं यदि आदमी पटरी के लम्बवत् चलता है, तब कार गति नहीं करेगी। अतः उसके द्वारा किया गया कार्य $\frac{1}{2}mv^2$ होगा व विकल्प (B) भी सही होगा।

Mathod II विधि II

Man of mass m was initially at rest on the statianary car of mass M. Now man starts walking (Say parallel to the rail) then car moves with v_C

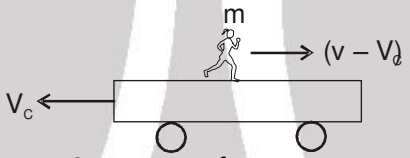
Watching from the ground

m द्रव्यमान का आदमी प्रारम्भ में विरामावस्था में M द्रव्यमान की कार पर खड़ा हुआ है। अब आदमी चलना प्रारम्भ करता है। (माना पटरी के समान्तर) तब कार v_c से गति करेगी। (भूमि के सापेक्ष देखने पर)

$MV_C = m(v - V_C) \Rightarrow V_C = \frac{mv}{(m+M)}$ velocity of the car towards Left hand side कार का वेग बायीं तरफ होगा

Work done by the man आदमी द्वारा किया गया कार्य $= (\Delta K)_{man} + (\Delta K)_{car}$

$$= \frac{1}{2} m (V - V_C)^2 + \frac{1}{2} MV^2_C$$

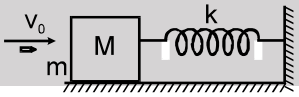


$$= \frac{1}{2} m \left(V - \frac{mv}{m+M}\right)^2 + \frac{1}{2} MV_C^2$$

$$= \frac{mM}{2(m+M)^2} (M + m) V^2$$

$$= \frac{mM \quad v^2}{2(m+M)^2} < \frac{1}{2} mv^2 \qquad \left[\because \frac{M}{M+m} < 1\right]$$

13.# A bullet of mass m = 1kg strikes a block of mass M =2kg connected to a light spring of stiffness k =3N/m with a speed V_0 = 3m/s. If the bullet gets embedded in the block then.



एक m = 1kg द्रव्यमान की गोली एक M =2kg द्रव्यमान के ब्लॉक से (जो कि स्प्रिंग नियतांक k =3N/m वाली स्प्रिंग से जुड़ा है।) वेग V_0 = 3m/s. से टकराती है। यदि गोली गुटके के अन्दर धंस जाती है तो

(A) linear momentum of bullet and block system is not conserve during impact because spring force is impulsive.

(B*) linear momentum of bullet and block system isconserve during impact because spring force is nonimpulsive.

(C) Maximum compression in the spring is 2m.

(D*) The maximum compression in the spring is 1m.

(A) टक्कर के दौरान ब्लॉक व गोली निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित नहीं है क्योकि स्प्रिंग बल आवेगी है।

(B*) टक्कर के दौरान ब्लॉक व गोली निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित है क्योकि स्प्रिंग बल अनावेगी है।

(C) स्प्रिंग में अधिकतम सम्पीड़न 2m है।

(D*) स्प्रिंग में अधिकतम सम्पीड़न 1m है।

Ans. (B,D)

Sol. Velocity of the system just after the collision टक्कर के ठीक बाद निकाय का वेग

$mv_o = (m + M) V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{mv_0}{(m+M)}$

Using work energy theorem. कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$\Delta K = W_{All} = W_g + W_N + W_S$ (Assume friction force is absent) (मानिये कि घर्षण बल अनुपस्थित है) .....(i)

$0 - \frac{1}{2}(m + M) V^2 = 0 + 0 - \frac{1}{2} KX^2_{max}$

$\frac{m^2v_o^2}{(m+M)} = KX^2_{max} \quad \Rightarrow \quad X_{max} = \frac{mv_0}{\sqrt{K(M+m)}} = \sqrt{\frac{m^2v_0^2}{K(M+m)}}$

14. A particle strikes a horizontal smooth floor with a velocity u making an angle θ with the floor and rebounds with velocity v making an angle ϕ with the floor. If the coefficient of restitution between the particle and the floor is e, then :

एक कण एक क्षैतिज चिकने धरातल से u वेग से व धरातल से θ कोण बनाते हुए टकराता है तथा ϕ कोण बनाते हुए v वेग से वापिस लौट जाता है। अगर कण व फर्श के मध्य प्रत्यावस्थान गुणांक e है तो –

(A*) the impulse delivered by the floor to the body is $mu(1 + e) \sin\theta$.
धरातल द्वारा वस्तु को दिया आवेग $mu(1 + e) \sin\theta$ होगा

(B*) $\tan\phi = e \tan\theta$.

(C*) $v = u\sqrt{1-(1-e^2)\sin^2\theta}$

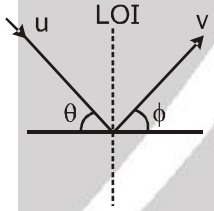
(D*) the ratio of the final kinetic energy to the initial kinetic energy is $(\cos^2\theta + e^2 \sin^2\theta)$
अन्तिम गतिज ऊर्जा तथा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का अनुपात $(\cos^2\theta + e^2 \sin^2\theta)$ है।

Sol. $v\cos\phi = u\cos\theta$

$v\sin\phi = eu\sin\theta$

$v^2 = u\sqrt{\cos^2\theta + e^2\sin^2\theta}$

$v = u\sqrt{(1-\sin^2\theta) + e^2\sin^2\theta}$



$\therefore v = u\sqrt{1-(1-e^2)\sin^2\theta}$

$\tan\phi = e\tan\theta$.

$I = m(v_{LOI} - u_{LOI})$

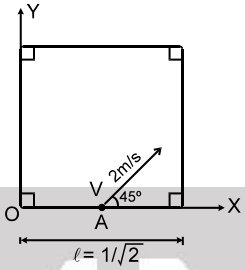
$= m(eu\sin\theta + u\sin\theta)$

$= mu(1 + e)\sin\theta$.

$k_i = \frac{1}{2}mu^2 \qquad k_f = \frac{1}{2}mv^2$

$\frac{k_f}{k_i} = \frac{1/2\ mv^2}{1/2\ mu^2} = \cos^2\theta + e^2\sin^2\theta$

15.# A striker is shot from a square carrom board from a point A exactly at midpoint of one of the walls with a speed 2 m/sec at an angle of 45° with the x-axis as shown. The collisions of the striker with the walls of the fixed carrom are perfectly elastic. The coefficient of kinetic friction between the striker and board is 0.2.
एक स्ट्राइकर को 2 मी./सैकण्ड़ चाल से एक वर्गाकार कैरमबोर्ड के एक बिन्दु A से x- अक्ष के साथ 45º कोण पर चित्रानुसार दागा जाता है। A बिन्दु इसकी एक दीवार के मध्य बिन्दु पर स्थित है। स्थिर कैरम बोर्ड की दीवार के साथ स्ट्राइकर की टक्कर पूर्णतः प्रत्यास्थ है। स्ट्राइकर तथा कैरम बोर्ड के मध्य गतिक घर्षण गुणांक 0.2 है।



(A*) x coordinate of the striker when it stops (taking point O to be the origin and neglect friction between wall and striker) is $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
(B*) y coordinate of the striker when it stops (taking point O to be the origin and neglect friction between wall and striker) is $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
(C) x coordinate of the striker when it stops (taking point O to be the origin and neglect friction between wall and striker) is $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
(D) y coordinate of the striker when it stops (taking point O to be the origin and neglect friction between wall and striker) is $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
(A*) स्ट्राईकर का x निर्देशांक $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ है जब यह रूकता है। (O को मूलबिन्दु मानते हुए तथा दीवार और स्ट्राइकर के बीच घर्षण को नगण्य मानते हुए,)
(B*) स्ट्राईकर का y निर्देशांक $\frac{1}{\sqrt{2}}$ है जब यह रूकता है। (O को मूलबिन्दु मानते हुए तथा दीवार और स्ट्राइकर के बीच घर्षण को नगण्य मानते हुए,)
(C) स्ट्राईकर का x निर्देशांक $\frac{1}{\sqrt{2}}$ है जब यह रूकता है। (O को मूलबिन्दु मानते हुए तथा दीवार और स्ट्राइकर के बीच घर्षण को नगण्य मानते हुए,)
(D) स्ट्राईकर का y निर्देशांक $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ है जब यह रूकता है। (O को मूलबिन्दु मानते हुए तथा दीवार और स्ट्राइकर के बीच घर्षण को नगण्य मानते हुए,)

Ans. (A,B)

Sol. For the striker : स्ट्राईकर के लिए

$$0^2 = (2)^2 - 2(0.2)(10)\, s \Rightarrow \quad s = 1 \text{ m}$$

From A to B : A से B $S_{AB} = \sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ m

Similarly : इसी प्रकार $S_{BC} = \frac{1}{2}$ m

$\therefore$ The striker stops at the point C having coordinates $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$\therefore$ स्ट्राईकर बिन्दु C पर रूकेगा जिसके निर्देशांक $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ है।

16. Two balls A and B moving in the same direction collide. The mass of B is p times that of A. Before the collision the velocity of A was q times that of B. After the collision A comes to rest. If e be the coefficient of restitution then which of the following conclusion/s is/are correct ?

समान दिशा में गति करती हुई दो गेंदें A तथा B टकराती है। B का द्रव्यमान A से p गुना है। टक्कर के पहले A का वेग B से q गुना था। टक्कर के बाद A विराम में आता है। यदि e प्रत्यावस्थान गुणांक हो तो निम्न में से कौनसा/कौनसे निष्कर्ष सही है ?

(A*) $e = \frac{p+q}{pq-p}$ (B) $e = \frac{p+q}{pq+q}$ (C*) $p \geq \frac{q}{q-2}$ (D*) $p \geq 1$

Ans. (ACD)

Sol.

$mqu + mpu = mp\, v_f$

$v_f = \frac{(q+p)u}{p}$

$e = \frac{(q+p)\frac{u}{p}}{qu-u} = \frac{q+p}{pq-p}$

$e \leq 1$

$\frac{q+p}{pq-p} \leq 1$

$p \geq \frac{q}{q-2}$

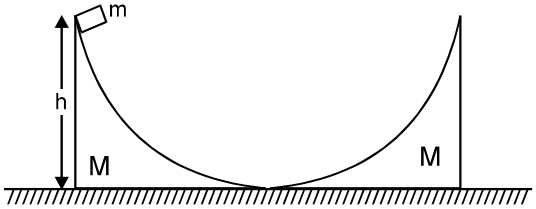
PART - IV : COMPREHENSION

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

Comprehension-1

The inclined surfaces of two moveable wedges of the same mass M = 2kg are smoothly placed just in contact with each other and placed on the horizontal plane as shown in the figure. A small block of mass m = 1kg slides down the left wedge from a height h= 9m. Neglect the friction and both wedges can move independently.

चित्रानुसार दो समान द्रव्यमान M = 2kg के चलायमान नततलों को क्षैतिज चिकने तल पर एक दूसरे के साथ ठीक सम्पर्क में रखा जाता है। एक छोटा m = 1kg द्रव्यमान का ब्लॉक बांये तल से h= 9m ऊँचाई से फिसलता है। घर्षण नगण्य है तथा दोनों नत तल पर स्वतंत्र रूप से गति कर सकते है।



1. Find velocity of left wedge just after when block leave the wedge

(A*) $\sqrt{30}$ m/s (B) $\sqrt{50}$ m/s (C) $\sqrt{25}$ m/s (D) $\sqrt{45}$ m/s

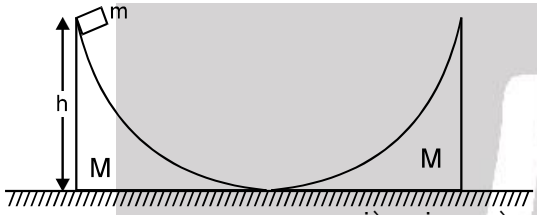
बायें नततल का वेग क्या होगा जब ब्लॉक नततल को छोड़ता है।

(A*) $\sqrt{30}$ m/s (B) $\sqrt{50}$ m/s (C) $\sqrt{25}$ m/s (D) $\sqrt{45}$ m/s

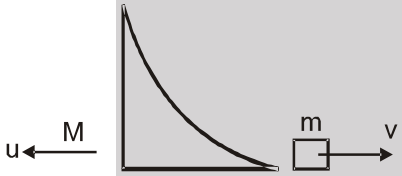
2. To what maximum height will the block rise along the right wedge?
(A) 5m (B*) 4m (C) 2m (D) 3m
ब्लॉक दांये नततल पर अधिकतम कितनी ऊँचाई तक जायेगा।
(A) 5m (B*) 4m (C) 2m (D) 3m

3. Find velocity of right wedge when samller bolck is at maximum height on right wedge.
(A*) $\sqrt{\frac{40}{3}}$ (B) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ (C) $\sqrt{\frac{15}{3}}$ (D) $\sqrt{\frac{42}{3}}$
जब ब्लॉक दांये नततल पर अधिकतम ऊँचाई पर है तब दांये नततल का वेग है।
(A*) $\sqrt{\frac{40}{3}}$ (B) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ (C) $\sqrt{\frac{15}{3}}$ (D) $\sqrt{\frac{42}{3}}$

Sol.



By momentum conservation संवेग संरक्षण से



$Mu = mV$ (i)

$V = \frac{M}{m}u$

By energy conservation संवेग संरक्षण से

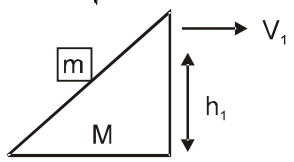
$mgh = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{M}{m}\right)^2 u^2$

$mgh = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}\frac{M^2}{m}u^2 = \frac{1}{2}u^2\left(\frac{Mm+M^2}{m}\right)$

$2m^2gh = u^2(Mm + M^2)$

$\therefore \quad \frac{2\ m^2gh}{Mm+M^2} = u^2.$

$u = m\sqrt{\frac{2\ gh}{Mm+M^2}}$ ...(ii)



By momentum conservation संवेग संरक्षण से

$mV = (M + m)\ V_1$

$V_1 = \frac{mV}{M+m}$ ...(iii)

By energy conservation ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(m + M)\ V_1^2 + mgh_1$

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{mV}{M+m}\right)^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}\frac{m^2V^2}{(M+m)} = mgh_1$$

$$\frac{1}{2}V^2\left(m - \frac{m^2}{M+m}\right) = mgh_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{MmV^2}{(M+m)} = mgh_1 \qquad ...(iii)$$

Put रखने पर $V = -\left(\frac{M}{m}\right) \times u$ and ओर $u = m\sqrt{\frac{2gh}{Mm+M^2}}$

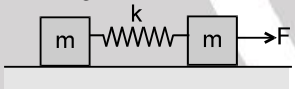
$$\therefore \quad V = M\sqrt{\frac{2gh}{Mm+M^2}} \qquad ....(iv)$$

put value of V from eqn (iv) to (iii)
समीकरण (iv) से V का मान (iii) में रखने पर

$$\therefore \quad h' = \frac{M^2h}{(M+m)^2}$$

Comprehension-2

Two blocks of equal mass m are connected by an unstretched spring and the system is kept at rest on a frictionless horizontal surface. A constant force F is applied on the first block pulling it away from the other as shown in figure. (initially system is at rest)
समान द्रव्यमान m के दो ब्लॉक एक स्प्रिंग से जुड़े हैं तथा निकाय घर्षणरहित सतह पर रखा है। एक निश्चित बल F पहले ब्लॉक पर दूसरे से दूर ले जाने के लिए चित्रानुसार आरोपित करते हैं। (प्रारम्भ में निकाय स्थिर अवस्था में है)



4. Then the displacement of the centre of mass in time t is
t समय में द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन होगा।

(A) $\frac{Ft^2}{2m}$ (B) $\frac{Ft^2}{3m}$ (C*) $\frac{Ft^2}{4m}$ (D) $\frac{Ft^2}{m}$

Sol. **(C)** (a) The acceleration of the centre of mass is
(C) (a) द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण

$$a_{COM} = \frac{F}{2m}$$

The displacement of the centre of mass at time t will be
द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन t समय में होगा।

$$x = \frac{1}{2}a_{COM}\,t^2 = \frac{Ft^2}{4m} \qquad \textbf{Ans.}$$

5. If the extension of the spring is x_0 at time t, then the displacement of the right block at this instant is :
यदि स्प्रिंग का खिंचाव t समय में x_0 हो तो उस क्षण पर दांये ब्लॉक का विस्थापन होगा –

(A*) $\frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0\right)$ (B) $-\frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0\right)$ (C) $\frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0\right)$ (D) $\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0\right)$

Sol. **(A)**

6. If the extension of the spring is x_0 at time t, then the displacement of the left block at this instant is :
यदि स्प्रिंग का खिंचाव t समय में x_0 हो तो उस क्षण पर बांये ब्लॉक का विस्थापन होगा।

(A) $\left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0\right)$ (B) $\frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0\right)$ (C) $\frac{1}{2}\left(\frac{2Ft^2}{m} - x_0\right)$ (D*) $\frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0\right)$

Sol. 1 (A) & 3 (D)

Suppose the displacement of the first block is x_1 and that of the second is x_2. Then,
माना पहले ब्लॉक का विस्थापन x_1 तथा दूसरे का x_2 हो तब –

$$x = \frac{mx_1 + mx_2}{2m} \quad \text{or} \quad \frac{Ft^2}{4m} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

or $$x_1 + x_2 = \frac{Ft^2}{2m} \quad ...(i)$$

Further, the extension of the spring is $x_1 - x_2$. Therefore,
स्प्रिंग का खिंचाव $x_1 - x_2$ होगा अतः

$$x_1 - x_2 = x_0 \quad ...(ii)$$

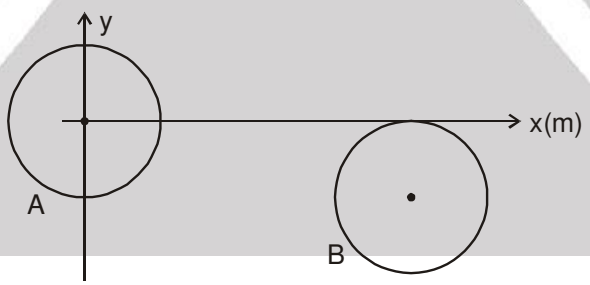
From Eqs. (i) and (ii), $$x_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0\right)$$

समीकरण (i) व (ii) से

and व $$x_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0\right)$$ **Ans.**

Comprehension–3

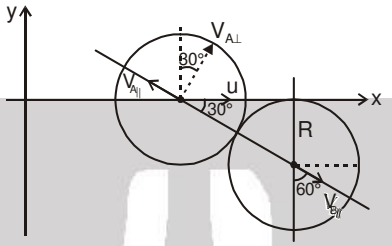
Two smooth balls A and B, each of mass m and radius R, have their centres at (0, 0, R) and at (5R, – R, R) respectively, in a coordinate system as shown. Ball A, moving along positive x axis, collides with ball B. Just before the collision, speed of ball A is 4 m/s and ball B is stationary. The collision between the balls is elastic.
m द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की दो चिकनी गेंदों A व B, के केन्द्र चित्रानुसार निर्देश तन्त्र में क्रमशः (0, 0, R) तथा (5R, – R, R) पर हैं। गेंद A धनात्मक x दिशा में गति करती हुई गेंद B से टकराती है। टक्कर के ठीक पहले गेंद A की चाल 4 m/s तथा गेंद B स्थिर है। गेंदों के बीच टक्कर प्रत्यास्थ है।



7. Velocity of the ball A just after the collision is :
टक्कर के तुरन्त पश्चात् गेंद A का वेग है -

(A*) $(i + \sqrt{3}\, j)$ m/s (B) $(i - \sqrt{3}\, j)$ m/s (C) $(2i + \sqrt{3}\, j)$ m/s (D) $(2i + 2j)$ m/s

Sol. During collision, forces act along line of impact. As collision is elastic and both the balls have same mass, velocities are exchanged along the line of impact. Therefore ball B moves with velocity $V_{B||}$, that is equal to u cos 30°. Ball A moves perpendicular to the line of impact with velocity $V_{A\perp} =$ u cos60°. Along the line of impact, ball A does not have any velocity after the collision.
Therefore velocity of ball A in vector form after the collision
टक्कर के दौरान, टक्कर की दिशा में बल आरोपित होते हैं, चूंकि टक्कर प्रत्यास्थ है तथा दोनों गेंदों का द्रव्यमान समान है। अतः टक्कर की रेखा की दिशा में वेगों का आदान प्रदान होता है। अतः गेंद B का वेग $V_{B||} = u \cos 30°$ है। गेंद A टक्कर की रेखा के लम्बवत् वेग $V_{A\perp} =$ u cos60° से गति करती है। टक्कर की रेखा के अनुदिश गेंद A में टक्कर के पश्चात् कोई वेग नहीं होगा। अतः गेंद A का टक्कर के पश्चात् सदिश रूप में वेग है -



$= V_{A\perp}\cos 60°\,i + V_{A\perp}\cos 30°\,j$

$= (u\cos 60°)\cos 60°\,i + (u\cos 60°)\cos 30°\,j$

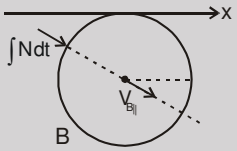
$= 4.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.i + 4.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}.j = (i+\sqrt{3}j)$ m/s

8. Impulse of the force exerted by A on B during the collision, is equal to
टक्कर के दौरान A द्वारा B पर आरोपित बलों के कारण आवेग होगा -

(A) $(\sqrt{3}mi + 3mj)\ \frac{kgm}{s}$ (B) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}mi - \sqrt{3}mj\right)\frac{kgm}{s}$

(C*) $(3mi - \sqrt{3}mj)\ \frac{kgm}{s}$ (D) $(2\sqrt{3}mi + 3j)\ \frac{kgm}{s}$

Sol. Using impulse-momentum equation for ball B
गेंद B के लिए आवेग–संवेग समीकरण से



$\int N dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ and as $\vec{p}_i = 0$

$\int N dt = \vec{p}_f$

$=$ (mu cos 30°) cos 30 i – (mu cos30°) cos 60° j

$= m.4.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}.i - m.4.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.j$

$= (3\,m\,i - \sqrt{3}\,m\,j)\ kg\ \frac{m}{s}$

Exercise-3

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।
*** Marked Questions may have more than one correct option.**
*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है-**

PART - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1*. A point mass of 1kg collides elastically with a stationary point mass of 5 kg. After their collision, the 1 kg mass reverses its direction and moves with a speed of 2 ms^{-1}. Which of the following statement(s) is/are correct for the system of these two masses ?
एक 1 kg का बिन्दु–द्रव्यमान एक स्थिर 5 kg बिन्दु–द्रव्यमान से प्रत्यास्थ टक्कर करता हैं। टकराने के बाद 1 kg का कण 2 ms^{-1} चाल से पहले की विपरित दिशा में जाने लगता है। इन दोनों द्रव्यमानों के बारे में निम्न में से कौनसा/कौनसे प्रक्कथन सही हैं ? **[JEE-2010, 3/163]**

(A*) Total momentum of the system is 3 kg ms^{-1}
(B) Momentum of 5 kg mass after collision is 4 kg ms^{-1}
(C*) Kinetic energy of the centre of mass is 0.75 J
(D) Total kinetic energy of the system is 4 J
(A*) निकाय का कुल संवेग 3 kg ms^{-1} है
(B) टकराने के बाद 5 kg द्रव्यमान का संवेग 4 kg ms^{-1} है
(C*) संहति–केन्द्र की गतिज ऊर्जा 0.75 J है
(D) निकाय की कुल गतिज ऊर्जा 4 J है

Sol.

Before collision After collision

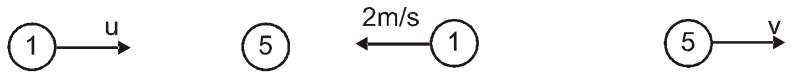
Since collision is elastic, so e = 1
Velocity of approach = velocity of separation
So, $u = v + 2$ .....(i)
By momentum conservation :
$1 \times u = 5v - 1 \times 2$
$u = 5v - 2$
$v + 2 = 5v - 2$
So, $v = 1$ m/s
and $u = 3$ m/s
Momentum of system = $1 \times 3 = 3$ kgm/s
Momentum of 5kg after collision = $5 \times 1 = 5$ kgm/s

So, kinetic energy of centre of mass = $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 u}{m_1 + m_2}\right)^2$

$= \frac{1}{2}(1 + 5)\left(\frac{1 \times 3}{6}\right)^2 = 0.75$ J

Total kinetic energy = $\frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 = 4.5$ J.

हल.



टक्कर से पहले टक्कर के बाद

क्योकि टक्कर प्रत्यास्थ है अतः e = 1

सामीप्य वेग = अलगाव वेग

अतः $u = v + 2$ .....(i)

संवेग सरंक्षण से

$1 \times u = 5v - 1 \times 2$

$u = 5v - 2$

$v + 2 = 5v - 2$

अतः $v = 1$ m/s

और $u = 3$ m/s

निकाय का संवेग = $1 \times 3 = 3$ kgm/s

5kg का टक्कर के बाद संवेग = $5 \times 1 = 5$ kgm/s

अतः द्रव्यमान केन्द्र की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 u}{m_1 + m_2}\right)^2$

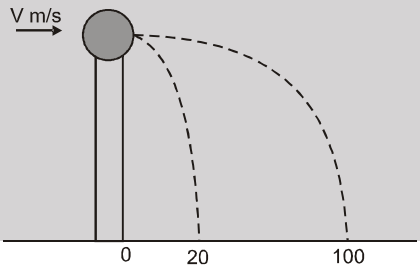
$= \frac{1}{2}(1 + 5)\left(\frac{1 \times 3}{6}\right)^2 = 0.75$ J

कुल गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 = 4.5$ J

2.# A ball of mass 0.2 kg rests on a vertical post of height 5 m. A bullet of mass 0.01 kg, traveling with a velocity V m/s in a horizontal direction, hits the centre of the ball. After the collision, the ball and bullet travel independently. The ball hits the ground at a distance of 20 m and the bullet at a distance of 100 m from the foot of the post. The initial velocity V of the bullet is

एक 0.2 kg द्रव्यमान की गेंद 5 m ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खम्बे पर विरामावस्था में है। एक 0.01kg की गोली Vm/s क्षैतिज वेग से चलते हुए गेंद के केन्द्र पर टकराती है। टक्कर के बाद गेंद व गोली स्वतन्त्र रूप से चलती है। गेंद खम्बे से 20m की दूरी पर तथा गोली 100m की दूरी पर जमीन पर गिरती है। गोली का प्रारम्भिक वेग V है

[JEE-2011,3/160.–1]



(A) 250 m/s (B) $250\sqrt{2}$ m/s (C) 400 m/s (D*) 500 m/s

Sol. $R = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$\Rightarrow$ $20 = V_1\sqrt{\frac{2 \times 5}{10}}$ and $100 = V_2\sqrt{\frac{2 \times 5}{10}}$

$\Rightarrow$ $V_1 = 20$ m/s , $V_2 = 100$ m/sec.

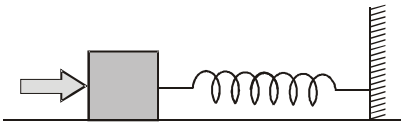
Applying momentum conservation just before and just after the collision

टक्कर से पूर्व व टक्कर के बाद संवेग संरक्षण से

$(0.01)(V) = (0.2)(20) + (0.01)(100)$ $\Rightarrow$ $V = 500$ m/s

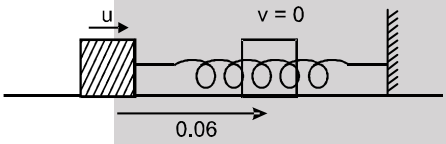
3. A block of mass 0.18 kg is attached to a spring of force-constant 2 N/m. The coefficient of friction between the block and the floor is 0.1. Initially the block is at rest and the spring is un-stretched. An impulse is given to the block as shown in the figure. The block slides a distance of 0.06 m and comes to rest for the first time. The initial velocity of the block in m/s is V= N/10. Then N is

0.18 kg द्रव्यमान के एक गुटके को 2 N/m बल–नियतांक के स्प्रिंग से संलग्न किया है। गुटके और जमीन के बीच घर्षण–गुणांक 0.1 है। आरम्भ में गुटका स्थिर है और स्प्रिंग में फैलाव नहीं है। चित्र में दर्शाये अनुसार एक आवेग गुटके को दिया जाता है जिससे गुटका 0.06 m सरक कर रूकता है (पहली बार)। यदि गुटके का आरम्भिक वेग (m/s में) V = N/10 लें तो N का मान होगा– **[JEE-2011, 4/160]**



Ans. 4

Sol.



$\mu = 0.1$

$\frac{1}{2}mu^2 = \mu mg \times 0.06 + \frac{1}{2}kx^2 \qquad \frac{1}{2} \times 0.18\, u^2 = 0.1 \times 0.18 \times 10 \times 0.06$

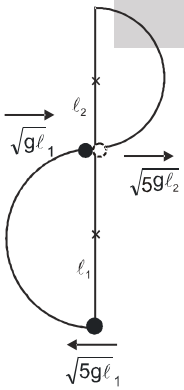
$0.4 = \frac{N}{10} \qquad \Rightarrow \qquad N = 4$ **Ans.**

4. A bob of mass m, suspended by a string of length l_1, is given a minimum velocity required to complete a full circle in the vertical plane, At the highest point, it collides elastically with another bob of mass m suspended by a string of length l_2, which is initially at rest. Both the strings are mass-less and inextensible. If the second bob, after collision acquires the minimum speed required to complete a full circle in the vertical plane, the ratio $\frac{l_1}{l_2}$ is :

एक m द्रव्यमान का गोलक l_1 लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है। इसे एक वेग दिया जाता है जो कि ऊर्ध्वाधर तल में एक वृत्त पूरा कराने के लिए न्यूनतम् है। अपने उच्चतम् बिन्दु पर यह गोलक दूसरे m द्रव्यमान के गोलक से प्रत्यास्थ संघटट् करता है। दूसरा गोलक l_2 लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है तथा प्रारंभ में विरामावस्था पर है। दोनों डोरियॉ द्रव्यमान रहित व अवितान्य हैं यदि संघटट के बाद दूसरे गोलक को ऐसी गति प्राप्त होती हैं जो कि ऊर्ध्वाधर तल में पूर्ण वृत्त पूरा करने के लिए न्यूनतम है, तब $\frac{l_1}{l_2}$ का अनुपात है : **[JEE (Advanced) 2013; 4/60]**

Ans. 5

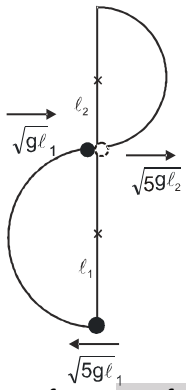
Sol.



To complete the vertical circle

$\sqrt{g\ell_1} = \sqrt{5g\ell_2} \qquad \frac{\ell_1}{\ell_2} = 5$

Hindi.



ऊर्ध्वाधर वृत्त पूर्ण करने के लिए

$\sqrt{g\ell_1} = \sqrt{5g\ell_2}$

$\frac{\ell_1}{\ell_2} = 5$

5. A particle of mass m is projected from the ground with an initial speed u_0 at an angle α with the horizontal. At the highest point of its trajectory, it makes a completely inelastic collision with another identical particle, which was thrown vertically upward from the ground with the same initial speed u_0. The angle that the composite system makes with the horizontal immediately after the collision is :

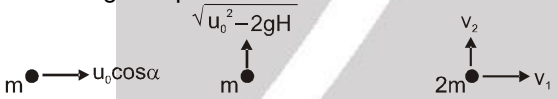
एक m द्रव्यमान के कण को प्रारम्भिक गति u_0 से क्षैतिज से α–कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह कण प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर एक समान द्रव्यमान के कण के साथ पूर्णतः अप्रत्यास्थ संघट्ट करता है, जोकि भूतल से ऊर्ध्वाधर दिशा में समान प्रारम्भिक गति u_0 से फेंका गया था। संयुक्त निकाय संघट्ट के तत्काल बाद क्षैतिज से निम्न कोण बनाएगा :

[JEE (Advanced) 2013,3/60, –1]

(A*) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}+a$ (C) $\frac{\pi}{4}-a$ (D) $\frac{\pi}{4}+\frac{a}{2}$

Ans. (A)

Sol. At the highest point



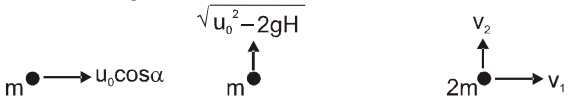
before collision after collision

$v_1 = \frac{u_0\cos\alpha}{2}$ (by applying momentum conservation in horizontal direction)

$v_2 = \frac{u_0\cos\alpha}{2}$ (by applying momentum conservation in vertical direction)

$(H = \frac{u_0^2\sin^2\alpha}{2g}) \quad \Rightarrow \quad \theta = 45°$

Hindi उच्चतम बिन्दु पर



टक्कर के पहले टक्कर के बाद

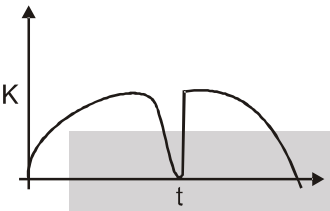
$v_1 = \frac{u_0\cos\alpha}{2}$ (क्षैतिज दिशा में संवेग संरक्षण लगाने पर)

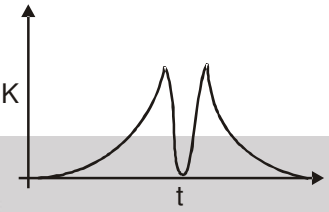
$v_2 = \frac{u_0\cos\alpha}{2}$ (ऊर्ध्वाधर दिशा में संवेग संरक्षण लगाने पर)

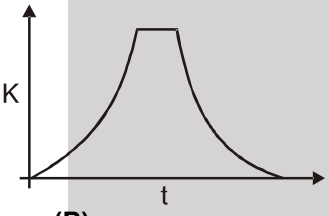
$(H = \frac{u_0^2\sin^2\alpha}{2g}) \quad \Rightarrow \quad \theta = 45°$

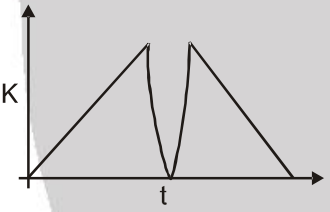
6. A tennis ball is dropped on a horizontal smooth surface. It bounces back to its original position after hitting the surface. The force on the ball during the collision is proportional to the length of compression of the ball. Which one of the following sketches describes the variation of its kinetic energy K with time t most appropriately? The figures are only illustrative and not to the scale.

एक टेनिस की गेंद को एक क्षैतिज चिकनी सतह पर गिराया जाता है। गेंद सतह से टकराने के पश्चात् पुनः अपने मुल स्थान पर पहुँच जाती है। संघट्ट (collision) के दौरान, गेंद पर लगने वाला बल उसकी संपीड़न लंबाई के अनुक्रमानुपाती है। निम्न में से कौनसा रेखाचित्र, समय t के साथ गेंद की गतिज ऊर्जा K के परिवर्तन को सर्वाधिक उचित रूप से प्रदर्शित करता है। (चित्र केवल सांकेतिक हैं और मापन के अनुरूप नहीं हैं)। **[JEE (Advanced) 2014, 3/60, –1]**

(A) 

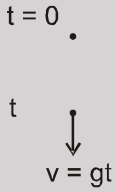
(B*) 

(C) 

(D) 

Ans. (B)

Sol.



$K = \frac{1}{2}mg^2t^2$

$K \propto t^2$: parabolic graph

then during collision kinetic energy first decreases to elastic potential energy and then increases.

Most appropriate graph is B.

Hindi

$K = \frac{1}{2}mg^2t^2$

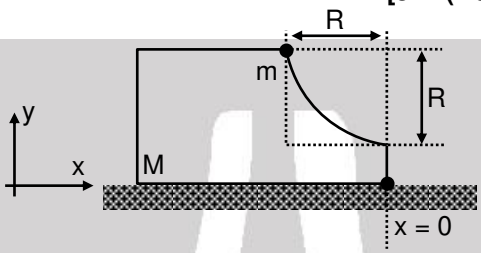
$K \propto t^2$: परवलयाकार आरेख

तब टक्कर के दौरान गतिज ऊर्जा पहले घटेगी प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा बढ़ेगी एवं तब गतिज ऊर्जा बढ़ेगी। सबसे सही आरेख B है।

7. A block of mass M has a circular cut with a frictionless surface as shown. The block rests on the horizontal frictionless surface of a fixed table. Initially the right edge of the block is at x = 0, in a coordinate system fixed to the table. A point mass m is released from rest at the topmost point of the path as shown and its slides down. When the mass loses contact with the block, its position is x and the velocity is v. At the instant, which of the following options is/are correct ?

वृत्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष्य (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge) x = 0 पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिन्दु कण (point mass) को वृत्ताकार चाप के उच्चतम बिन्दु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिन्दु कण वृत्ताकार पथ पर नीचे की और सरकता है। जब बिन्दु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

[JEE(Advanced) 2017 ; P-1, 4/61, –2]



(A*) The velocity of the point mass m is : $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$

(B*) The x component of displacement of the center of mass of the block M is : $-\frac{mR}{M+m}$

(C) The position of the point mass is : $x = -\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$

(D) The velocity of the block M is : $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$

(A*) बिन्दु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$ है

(B*) गुटके (M) के संहति केन्द्र के विस्थापन का x घटक (x co-cordinate) $-\frac{mR}{M+m}$ है

(C) बिन्दु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$ है

(D) गुटके (M) का वेग $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$ है

Ans. (AB)

Sol. If speed of point mass is v, then using conservation of linear momentum $V = \frac{mv}{M}$

यदि बिन्दु द्रव्यमान की चाल v हो तो रेखीय संवेग संरक्षण से, $V = \frac{mv}{M}$

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2 \qquad mgR = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}} \qquad X_M = -\left(\frac{mR}{M+m}\right)$$

8. A flat plate is moving normal to its plane through a gas under the action of a constant force F. The gas is kept at very low pressure. The speed of the plate v is much less than the average speed u of the gas molecules. Which of the following options is/are true ? **[JEE(Advanced) 2017 ; P-1, 4/61, –2]**

(A*) The pressure difference between the leading and trailing faces of the plate is proportional to uv.

(B*) At a later time the external force F balances the resistive force

(C*) The resistive force experienced by the plate is proportional to v

(D) The plate will continue to move with constant non-zero acceleration, at all times

एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, नियत बल F के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति v, गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

(A) प्रतिगामी एवं अनुगामी पृष्ठ के दबाव का अंतर uV के समानुपाती है।

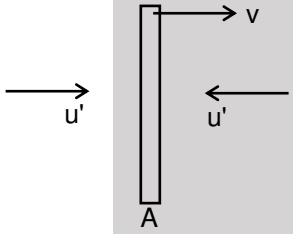
(B) कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जाएंगे।

(C) प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है।

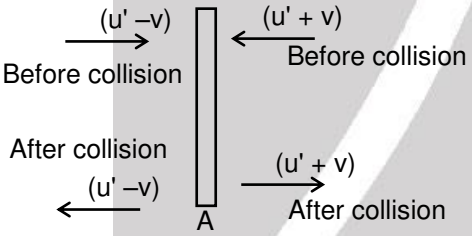
(D) प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी।

Ans. **(ABC)**

Sol. $u' = \alpha u$, α = constant



w.r.t plane



$F_{leading} = 2\rho A(u' + v)^2$

$F_{trailing} = 2\rho A(u' - v)^2$

$F_{leading} - F_{trailling} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$

Pressure difference $= \dfrac{F_{leading} - F_{trailing}}{\text{Area}} = 8\rho u'v = 8\rho\alpha uv$

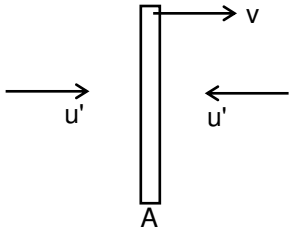
Net force on plate

$F_{net} = F - 8\rho A\alpha uv = \dfrac{mdv}{dt}$

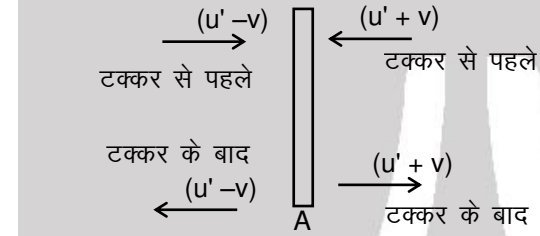
After long time v will be sufficient so $F = 8\rho A\alpha uv$

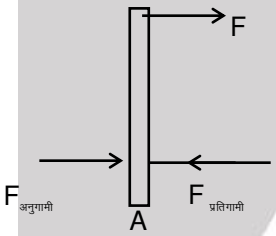
After that v = constant, i.e. plate will achieve terminal velocity.

Sol. $u' = \alpha u$, α = नियत



प्लेट के सापेक्ष





$F_{\text{प्रतिगामी}} = 2\rho A(u' + v)^2$

$F_{\text{अनुगामी}} = 2\rho A(u' - v)^2$

$F_{\text{प्रतिगामी}} - F_{\text{अनुगामी}} = 2\rho A(4u'v) = 8\rho Au'v$

दाबांतर $= \dfrac{F_{\text{प्रतिगामी}} - F_{\text{अनुगामी}}}{\text{क्षेत्रफल}} = 8\rho u'v = 8\rho\alpha uv$

प्लेट पर कुल बल

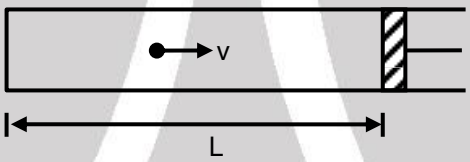
$F_{\text{कुल}} = F - 8\rho A\alpha uv = \dfrac{mdv}{dt}$

बहुत लम्बे समय बाद v पर्याप्त होगा अतः $F = 8\rho A\alpha uv$

इसके पश्चात् v = नियत, अतः प्लेट सीमान्त वेग प्राप्त करेगी।

9.* A small particle of mass m moving inside a heavy, hollow and straight tube along the tube axis undergoes elastic collision at two ends. The tube has no friction and it is closed at one end by a flat surface while the other end is fitted with a heavy movable flat piston as shown in figure. When the distance of the piston from closed end is $L = L_0$ the particle speed is $v = v_0$. The piston is moved inward at a very low speed V such that $V << \frac{dL}{L}v_0$. Where dL is the infinitesimal displacement of the piston. Which of the following statement(s) is/are correct ?

एक भारी, खोखली और सीधी नलिका के अक्ष की दिशा में एक m द्रव्यमान का छोटा कण गतिशील है और वह नलिका के दोनों सिरों से प्रत्यास्थी संघट्ट (elastic collision) करता है। नलिका की सतह पर कोई घर्षण नहीं है और इसका एक सिरा एक समतल सतह से बंद है जबकि दूसरे सिरे पर एक समतल सतह वाला भारी चलायमान पिस्टन है जैसा कि चित्र में दर्शाया है। जब पिस्टन बंद सिरे से $L = L_0$ की दूरी पर है तब कण की गति $v = v_0$ है। पिस्टन को अंदर की ओर बहुत कम गति $V << \frac{dL}{L}v_0$ से चलाते हैं। जहाँ dL पिस्टन का अतिसूक्ष्म (infinitesimal) विस्थापन है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है(हैं) ? **[JEE (Advanced) 2019 ; P-2, 4/62, –1]**



(A*) After each collision with the piston, the particle speed increases by 2V.

(B) If the piston moves inward by dL, the particle speed increases by $2v\frac{dL}{L}$

(C*) The particle's kinetic energy increases by a factor of 4 when the piston is moved inward from L_0 to $\frac{1}{2}L_0$

(D) The rate at which the particle strikes the piston is v/L

(A*) पिस्टन से प्रत्येक संघट्ट के बाद कण की गति 2V से बढ़ जाती है।

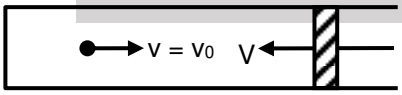
(B) यदि पिस्टन अंदर की तरफ dL दूरी चलता है तब कण की गति $2v\frac{dL}{L}$ से बढ़ जाती है।

(C*) जब पिस्टन L_0 से $\frac{1}{2}L_0$ तक जाता है तब कण की गतिज ऊर्जा 4 गुणा अधिक हो जाती है।

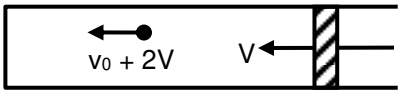
(D) कण के पिस्टन से टकराने की दर v/L है।

Ans. **(AC)**

Sol.



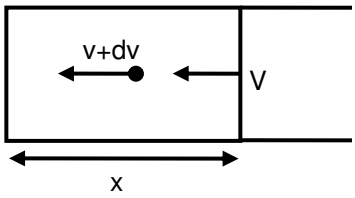
before collision संघट्ट से पहले



After Collision संघट्ट के बाद

Therefore change in speed अतः चाल में परिवर्तन = $(2V + v_0 - v_0) = 2V$

In every collision it acquires 2V



Rate at which the particle strike the piston = $f = \frac{v}{2x}$

If x = L then $f = \frac{v}{2L}$

Rate of change of speed of particle = $\frac{dv}{dt} = f \times 2V$

$dv = \frac{v}{2x} 2Vdt$

$dv = \frac{v}{2x} 2(-dx)$

$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \int_{\ell}^{x} \frac{-dx}{x}$

$\Rightarrow \quad \ell n \frac{v}{v_0} = -\ell n \frac{x}{\ell} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{v_0 \ell}{x}$

When $x = \frac{L_0}{2}$, then $v = \frac{v_0 L_0 \times 2}{L_0} = 2v_0$

KE at $x = \frac{L_0}{2} = K_f = \frac{1}{2} \times m \times 4 v_0^2$

KE at $x = L_0 = K_i = \frac{1}{2} m v_0^2$

$\therefore \quad \frac{k_f}{k_i} = 4$

PART - II : JEE (MAIN) / AIEEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. **STATEMENT-1 :** Two particles moving in the same direction do not lose all their energy in a completely inelastic collision.
STATEMENT-2 : Principle of conservation of momentum holds true for all kinds of collisions.
(1*) Statement-1 is true, Statement-2 is true; Statement-2 is the correct explanation of Statement-1.
(2) Statement-1 is true, Statement-2 is true; Statement-2 is not the correct explanation of Statement-1
(3) Statement-1 is false, Statement-2 is true.
(4) Statement-1 is true, Statement-2 is false.
कथन-1 : एक ही दिशा में गतिशील दो कण एक पूर्णतया अप्रत्यास्थ संघट्ट में अपनी सम्पूर्ण ऊर्जा का ह्रास नहीं करते है
कथन-2 : सभी प्रकार के संघट्टों के लिए संवेग के संरक्षण का नियम वैद्य है **[AIEEE 2010, 4/144]**
(1*) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है ; कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण है।
(2) कथन–1 सत्य है, कथन–2 सत्य है ; कथन–2, कथन–1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(3) कथन–1 असत्य है, कथन–2 सत्य है।
(4) कथन–1 सत्य है, कथन–2 असत्य है।

Ans. **(1)**

Sol. If initial momentum of particles is zero, then they loss all their energy in inelastic collision but here initial momentum is not zero.
Principle of conservation of momentum holds good for all collision.
यदि कण के प्रारम्भिक संवेग शून्य है, तो अप्रत्यास्थ टक्कर में ये अपनी संपूर्ण ऊर्जा व्यय कर देगें, किन्तु इस प्रकरण में प्रारम्भिक संवेग शून्य नही है। सभी प्रकार की टक्करों के लिए संवेग संरक्षण सिद्धांत वैध है।

2. This question has statement I and Statement II. Of the four choices given after the Statements, choose the one that best describes the two Statements.
STATEMENT-I : A point particle of mass m moving with speed υ collides with stationary point particle of mass M. If the maximum energy loss possible is given as $f\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right)$ then $f = \left(\frac{m}{M+m}\right)$.

STATEMENT-II : Maximum energy loss occurs when the particles get stuck together as a result of the collision.
(1) Statement -I is true, Statment -II is true, Statement -II is the correct explanation of Statement -I.
(2) Statement -I is true, Statment - II is true, Statement - II is not the correct explanation of Statement - I.
(3) Statement -I is true, Statment - II is false.
(4*) Statement -I is false, Statment - II is true.
इस प्रश्न में प्रकथन I एवं प्रकथन II दिये हुये हैं। प्रकथनों के पश्चात् दिये गये चार विकल्पों में से, उस विकल्प को चुनिये जो कि दोनो प्रकथनों का सर्वोत्तम वर्णन करता है।
प्रकथन - I : चाल υ से गतिशील द्रव्यमान m का एक बिंदु कण स्थिर द्रव्यमान M के एक बिन्दु कण से संघट्ट करता है। यदि सम्भव अधिकतम ऊर्जा क्षय दिया जाता है $f\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right)$ से, तब $f = . \left(\frac{m}{M+m}\right)$ **[JEE (Main) 2013, 4/120]**

प्रकथन - II : अधिकतम ऊर्जा क्षय तभी होता है जब संघट्ट के परिणामस्वरूप कण एक दूसरे से चिपक जाते है।
(1) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन-II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या करता है।
(2) प्रकथन-I सत्य है, प्रकथन- II सत्य है। प्रकथन- II प्रकथन- I की सही व्याख्या नहीं करता है।
(3) प्रकथन-I सत्य हैं, प्रकथन- II असत्य है।
(4) प्रकथन-I असत्य है, प्रकथन- II सत्य है।

Sol. Maximum energy loss अधिकतम ऊर्जा हानि $= \frac{P^2}{2m} - \frac{P^2}{2(m+M)}$

$$= \frac{P^2}{2m}\left[\frac{M}{(m+M)}\right] = \frac{1}{2}mv^2\left\{\frac{M}{m+M}\right\} \qquad \left(f = \frac{M}{m+M}\right)$$

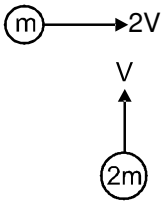
Hence Statement -1 is wrong and statement 2 is correct Hence
अतः वक्तव्य -1 गलत है तथा वक्तव्य 2 सही है। अतः **Ans (4)**

3. A particle of mass m moving in the x direction with speed 2v is hit by another particle of mass 2m moving in the y direction with speed v. If the collision is perfectly inelastic, the percentage loss in the energy during the collision is close to :
x-दिशा में 2v चाल से चलते हुए m द्रव्यमान के एक कण से, y - दिशा में v वेग से चलता हुआ 2m द्रव्यमान का एक कण, टकराता है। यदि यह संघट्ट (टक्कर) पूर्णतः अप्रत्यास्थ है तो, टक्कर के दौरान ऊर्जा का क्षय (हानि) होगी:
[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]

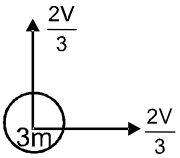
(1) 44% (2) 50% (3*) 56% (4) 62%

Ans. (3)

Sol. Just before collision
टक्कर के ठीक पहले



Just after collision
टक्कर के ठिक पश्चात्



Energy loss ऊर्जा हानि $\Delta E = \frac{1}{2} m (2V)^2 + \frac{1}{2} (2m) V^2 - \frac{1}{2} (3m) 2 \left(\frac{2V}{3}\right)^2$

$= 3mV^2 - \frac{4mV^2}{3} = \frac{5mV^2}{3} = 55.55\%$

4. Distance of the centre of mass of a solid uniform cone from its vertex is z_0. If the radius of its base is R and its height is h then z_0 is equal to
किसी एकसमान ठोस शंकु के द्रव्यमान केन्द्र की उसके शीर्ष से दूरी z_0 है। यदि शंकु के आधार की त्रिज्या R तथा शंकु की ऊँचाई h हो तो z_0 का मान निम्नांकित में से किसके बराबर होगा ? **[JEE(Main) 2015; 4/120, –1]**

(1) $\frac{h^2}{4R}$ (2*) $\frac{3h}{4}$ (3) $\frac{5h}{8}$ (4) $\frac{3h^2}{8R}$

Ans. **(2)**

Sol COM of uniform solid cone of height h is at height $\frac{h}{4}$ from base, therefore from vertex its $\frac{3h}{4}$

h ऊँचाई के एक समान ठोस शंकू का द्रव्यमान केन्द्र आधार से $\frac{h}{4}$ ऊँचाई पर होता है। अतः शीर्ष से $\frac{3h}{4}$ ऊँचाई पर होगा।

5. It is found that if a neutron suffers an elastic collinear collision with deuterium at rest, fractional loss of its energy is p_d, while for its similar collision with carbon nucleus at rest, fractional loss of energy is p_c. The values of p_d and p_c are respectively : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**
यदि एक न्यूट्रॉन की एक स्थिर अवस्था के डयूटीरियम से प्रत्यास्थ एक रेखीय संघट्ट होती है तो उसकी ऊर्जा का आंशिक क्षय p_d पाया जाता है। उसके स्थिर अवस्था के कार्बन नाभिक से समरूप संघट्ट में ऊर्जा का आंशिक क्षय p_c पाया जाता है। p_d तथा p_c के मान क्रमशः होंगें:

(1) (0, 0) (2) (0, 1) (3*) (.89, .28) (4) (.28, .89)

Sol. **Case-I**

JBC

JAC

$2V_2 - V_1 = V$

$V_2 + V_1 = V$

$3V_2 = 2V$

$V_2 = \frac{2V}{3}$

$V_1 = \frac{V}{3}$

$$P_d = \frac{\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_1^2}{\frac{1}{2}mV^2} = \frac{1-\frac{1}{9}}{1} = \frac{8}{9} = 0.89$$

Case-II

JBC

JAC

$12V_2 - V_1 = V$

$V_2 + V_1 = V$

$13V_2 = 2V$

$$V_2 = \frac{2V}{13}$$

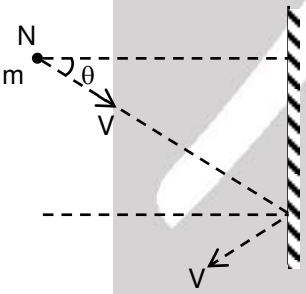
$$V_1 = V - \frac{2V}{13} = \frac{11V}{13} \quad \Rightarrow \quad P_c = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{1-\frac{121}{169}}{1} = \frac{48}{169} = 0.28$$

6. The mass of a hydrogen molecule is 3.32×10^{-27} kg. If 10^{23} hydrogen molecules strike, per second, a fixed wall of area $2cm^2$ at an angle of 45° to the normal, and rebound elastically with a speed of 10^3 m/s, then the pressure on the wall is nearly : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

एक हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.32×10^{-27} kg है। $2cm^2$ क्षेत्रफल की एक दीवार पर 10^{23} प्रति सेकण्ड की दर से हाइड्रोजन अणु यदि अभिलम्ब से 45° पर प्रत्यास्थ टक्कर करके 10^3 m/s की गति से लौटते है, तो दीवार पर लगे दाब का निकटतम मान होगाः

(1) 2.35×10^2 N/m^2 (2) 4.70×10^2 N/m^2 (3*) 2.35×10^3 N/m^2 (4) 4.70×10^3 N/m^2

Sol.



$F_{ovg} = 2NmV\cos\theta$

Pressure दाब $= \frac{2NmV\cos\theta}{A}$

$$= \frac{2\left(10^{23}\right)\left(3.32\times10^{-27}\right)\frac{1}{\sqrt{2}}\times10^3}{2\times10^{-4}}$$

$= 2.35 \times 10^3$ N/m^2

7. In a collinear collision, a particle with an initial speed v_0 strikes a stationary particle of the same mass. If the final total kinetic energy is 50% greater than the original kinetic energy, the magnitude of the relative velocity between the two particles, after collision, is : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

एक एकरेखीय संघट्ट (collinear collision) में, आरम्भिक चाल v_0 का एक कण समान द्रव्यमान के एक दुसरे रूके हुए कण से टकराता है। यदि कुल अंतिम गतिज ऊर्जा, आरम्भिक गतिज ऊर्जा से 50% ज्यादा हो तो टक्कर के बाद दोनों कणों के सापेक्ष गति का परिमाण होगा :

(1) $\frac{v_0}{2}$ (2) $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{v_0}{4}$ (4*) $\sqrt{2}v_0$

Ans. (4)

Sol. By conservation of linear momentum रेखीय संवेग संरक्षण द्वारा

$$mv_0 + 0 = mv_1 + mv_2$$

$v_0 = v_1 + v_2$ .....(1)

$$\frac{3}{2}\left[\frac{1}{2}mv_0^2\right] = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{3}{2}v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad .....(2)$$

Solving equation (1) and (2)

समीकरण (1) तथा (2) को हल करने पर

$$v_1 = \frac{v_0}{2}(1+\sqrt{2})$$

$$v_2 = \frac{v_0}{2}(1-\sqrt{2})$$

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$\frac{v_0}{2}\left[1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2}\right]$$

$$= \frac{v_0}{2}\times 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}v_0$$

8. A body of mass m_1 moving with an unknown velocity of $v_1\hat{i}$, undergoes a collinear collision with a body of mass m_2 moving with a velocity $v_2\hat{i}$. After collision, m_1 and m_2 move with velocities of $v_3\hat{i}$ and $v_4\hat{i}$, respectively. If $m_2 = 0.5\, m_1$ and $\upsilon_3 = 0.5\,\upsilon_1$, then υ_1 is :

द्रव्यमान m_1 का एक पिण्ड अज्ञात वेग $v_1\hat{i}$, से चलते हुए एक दूसरे द्रव्यमान m_2 तथा वेग $v_2\hat{i}$ से जाते हुये एक पिण्ड से समरेखीय संघट्ट के बाद m_1 तथा m_2 क्रमशः वेग $v_3\hat{i}$ तथा $v_4\hat{i}$, से चलते है। यदि $m_2 = 0.5\, m_1$ तथा $\upsilon_3 = 0.5\,\upsilon_1$ हो तो υ_1 होगा : **[JEE (Main) April 2019; 4/120, –1]**

(1) $\upsilon_4 - \frac{\upsilon_2}{4}$ (2) $\upsilon_4 - \upsilon_2$ (3) $\upsilon_4 + \upsilon_2$ (4) $\upsilon_4 - \frac{\upsilon_2}{2}$

Ans. (2)

Sol. Before collision टक्कर से पूर्व

After collision टक्कर के पश्चात्

By conservation of momentum before and after collision

टक्कर से पूर्व तथा बाद में संवेग संरक्षण से

$2mv_1 + mv_2 = 2m\,(0.5v_1) + mv_4$

$v_4 = v_1 + v_2$

9. A body A, of mass m = 0.1 kg has an initial velocity of $3\hat{i}$ ms^{-1}. It collides elastically with another body, B of the same mass which has an initial velocity of $5\hat{j}$ ms^{-1}. After collision, A moves with a velocity $\vec{v} = 4(\hat{i} + \hat{j})$. The energy of B after collision is written as $\frac{x}{10}$ J. The value of x is_____.

द्रव्यमान m = 0.1 kg का एक पिण्ड A का आरम्भिक वेग $3\hat{i}$ ms^{-1} है। यह प्रत्यास्थ तरीके से समान द्रव्यमान के दूसरे पिण्ड B से टकराता है जिसका आरम्भिक वेग $5\hat{j}$ ms^{-1} है। टकराने के बाद, पिण्ड A $\vec{v} = 4(\hat{i} + \hat{j})$ वेग से चल रहा है और पिण्ड B की ऊर्जा $\frac{x}{10}$ J है। x का मान है _____. **[JEE (Main) Jan 2020; 4/100]**

Ans. 1

Sol. For elastic collision प्रत्यास्थ टक्कर के लिये $KE_i = KE_f$

$$\frac{1}{2}m\times 25+\frac{1}{2}\times m\times 9=\frac{1}{2}m\times 32+\frac{1}{2}mv^2$$

$34 = 32 + v^2$

$$KE=\frac{1}{2}\times 0.1\times 2=0.1J=\frac{1}{10}$$

$x = 1$

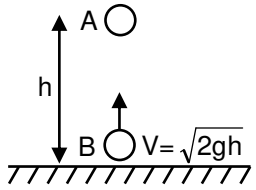
10. A particle of mass m is dropped from a height h above the ground. At the same time another particle of the same mass is thrown vertically upwards from the ground with a speed of $\sqrt{2gh}$. If they collide head-on completely inelastically, the time taken for the combined mass to reach the ground, in units of $\sqrt{\frac{h}{g}}$ is : **[JEE (Main) Jan 2020; 4/100]**

m द्रव्यमान के एक कण को धरातल से h ऊँचाई से छोड़ा जाता है। उसी समय पर समान द्रव्यमान के एक कण को धरातल से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर $\sqrt{2gh}$ गति से प्रक्षेपित करा जाता है। यदि ये दो कण आमने–सामने (head-on) पूर्णतः अप्रत्यास्थ रूप से टकराते हों तो जुड़े हुए कणों को $\sqrt{\frac{h}{g}}$ की इकाई मानते हुए धरातल तक पहुँचने में लगने वाला समय होगा :

(1) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (2) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (3) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (4) $\frac{1}{2}$

Ans. **(2)**

Sol.



time for collision टक्कर के लिए समय $t_1 = \frac{h}{\sqrt{2gh}}$

After t_1 के बाद

$V_A = 0 - gt_1 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$

and तथा $V_B = \sqrt{2gh} - gt_1 = \sqrt{gh}\left[\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

at the time of collision
टक्कर के दौरान

$\vec{P}_i = \vec{P}_f$

$\Rightarrow m\vec{V}_A + m\vec{V}_B = 2m\vec{V}_f$

$\Rightarrow -\sqrt{\frac{gh}{2}} + \sqrt{gh}\left[\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = 2\vec{V}_f$

$V_f = 0$

and height from ground और धरातल से ऊँचाई $= h - \frac{1}{2}gt_1^2 = h - \frac{h}{4} = \frac{3h}{4}$

so time अतः समय $= \sqrt{2 \times \frac{\left(\frac{3h}{4}\right)}{g}} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$

11. A rod of length L has non-uniform linear mass density given by $\rho(x) = a + b\left(\frac{x}{L}\right)^2$, where a and b are constants and $0 \le x \le L$. The value of x for the centre of mass of the rod is at :

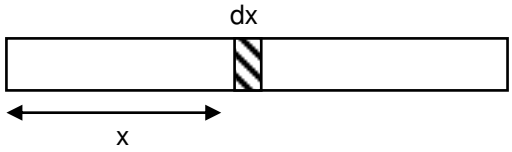
लम्बाई L की एक छड़ का रेखीय द्रव्यमान घनत्व $\rho(x)$ असमान है और इसका मान $\rho(x) = a + b\left(\frac{x}{L}\right)^2$ है। यहाँ पर a और b स्थिरांक है और $0 \le x \le L$. छड़ के द्रव्यमान केन्द्र के लिये x का मान होगा :

[JEE (Main) Jan 2020; 4/100,–1]

(1) $\frac{4}{3}\left(\frac{a+b}{2a+3b}\right)L$ (2) $\frac{3}{4}\left(\frac{2a+b}{3a+b}\right)L$ (3) $\frac{3}{2}\left(\frac{2a+b}{3a+b}\right)L$ (4) $\frac{3}{2}\left(\frac{a+b}{2a+b}\right)L$

Ans. **(2)**

Sol.



$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int_0^{\ell} x.dM$$

$$dM = \lambda .dx = \left(a + b\left(\frac{x}{\ell}\right)^2\right) . dx$$

$$x_{cm} = \frac{\int x dM}{\int dM} = \frac{\int x\lambda dx}{\int \lambda dx} = \frac{\int_0^{\ell} x\left(a + \frac{bx^2}{\ell^2}\right)dx}{\int_0^{\ell}\left(a + \frac{bx^2}{\ell^2}\right)dx}$$

$$= \frac{a\left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{\ell} + \frac{b}{\ell^2}\left(\frac{x^4}{4}\right)_0^{\ell}}{a(x)_0^{\ell} + \frac{b}{\ell^2}\left(\frac{x^3}{3}\right)_0^{\ell}}$$

$$= \frac{a\frac{\ell^2}{2} + b\frac{\ell^2}{4}}{a\ell + \frac{b\ell}{3}} = \frac{(2a+b)}{(3a+b)}\frac{\ell}{4}\times 3$$

$$= \frac{3\ell}{4}\left(\frac{2a+b}{3a+b}\right)$$

High Level Problems (HLP)

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

SUBJECTIVE QUESTIONS

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1.# A uniform rope of linear mass density λ and length ℓ is coiled on a smooth horizontal surface. One end is pulled up with constant velocity v. Then find average power applied by the external agent in pulling the entire rope just off the ground ?
एक समरूप ℓ लम्बाई एवं λ रेखीय द्रव्यमान घनत्व की रस्सी एक चिकनी क्षैतिज सतह पर लपेट कर रखी है। इसका एक सिरा नियत वेग v से खींचा जाता है। तब बाह्य कारक द्वारा पूरी रस्सी को जमीन से खींचने में आरोपित औसत शक्ति होगी :

Ans. $\dfrac{\lambda\ell\ vg}{2} + \lambda v^3$

Sol. $F_{net} = \dfrac{d}{dt}(mv)$ $\qquad$ $F - mg = \dfrac{dm}{dt}\ v + 0$

$$F = mg + v\frac{dm}{dt},\ (m = vt\lambda)$$

$$= vt\lambda g + v^2\lambda$$

$$P = Fv = v^2\,\lambda gt + \lambda v^3$$

$$\langle P \rangle = \frac{\int_0^T P\,dt}{T} = v^2\lambda g\left(\frac{T}{2}\right) + \lambda v^3 \quad [\because T = \ell/v]$$

$$\langle P \rangle = \frac{\lambda\ell vg}{2} + \lambda v^3$$

2. In the above question the maximum power delivered by the agent in pulling up the rope is
उपरोक्त प्रश्न में रस्सी को ऊपर उठाने में बाह्य कारक द्वारा प्रदत्त महत्तम शक्ति होगी

Ans. $\lambda\ell gv + v^3\lambda$

Sol. $F_{net} = \dfrac{d}{dt}(mv)$

$F - mg = \dfrac{dm}{dt}v + 0$

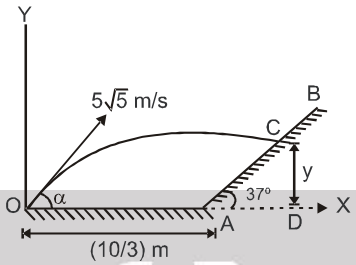
$F = mg + v\dfrac{dm}{dt},\ (m = vt\lambda)$

$$= vt\lambda g + v^2\lambda$$

$P = Fv = v^2\,\lambda gt + \lambda v^3$, $P\uparrow$ as जैसा कि $t\uparrow$ so अतः $P_{max} = v^2\lambda g\left(\dfrac{\ell}{v}\right) + \lambda v^3 = \ell\lambda gv + \lambda v^3$

3.# A particle is projected from point O on the ground with velocity $u = 5\sqrt{5}$ m/s at angle $\alpha = \tan^{-1}(0.5)$. It strikes at a point C on a fixed smooth plane AB having inclination of 37º with horizontal as shown in figure. If the particle does not rebound, calculate.

जमीन पर स्थित बिन्दु O से एक कण को $u = 5\sqrt{5}$ m/s वेग तथा $\alpha = \tan^{-1}(0.5)$ कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह कण क्षेतिज से 37º कोण पर उठे हुये नत तल AB के C बिन्दु पर चित्रानुसार टकराता है। यदि कण वापस नही उछलता है तो ज्ञात करो।



(a) coordinates of point C in reference to coordinate system as shown in the figure.
चित्र में प्रदर्शित निर्देशांक पद्धति में बिन्दु C के निर्देशांक।

(b) maximum height from the ground to which the particle rises. ($g = 10$ m/s^2)
जमीन से अधिकतम ऊंचाई जहाँ तक कण पहुँचता हैं। ($g = 10$ m/s^2)

Ans. (a) (5m, 1.25m) (b) 4.45 m.

Sol. Let (x, y) be the coordinates of point C.
माना बिन्दु C के निर्देशांक (x, y) है।
Now x component of point C = OA + AD
बिन्दु C का x निर्देशांक = OA + AD

$$\therefore \quad x = \frac{10}{3} + y\cot 37º = \frac{10+4y}{3} \quad ....(1)$$

As point C lies on the trajectory of a parabola,
चुंकि बिन्दु C परवलय के पथ पर स्थित है।

we have अतः $y = x\tan\alpha - \dfrac{g\ \ x^2}{2\ \ u^2\cos^2\alpha}$

Given that, $\alpha = 0.5$ and hence $\cos\alpha = 2/\sqrt{5}$
दिया है $\alpha = 0.5$ अतः $\cos\alpha = 2/\sqrt{5}$
Solving eqs. (1) and (2), we get x = 5 m and y = 1.25 m.
समीकरण (1) तथा (2) को हल करने पर हम प्राप्त करते है x = 5 m तथा y = 1.25 m
Hence the coordinates of point C are (5m, 1.25m)
अतः बिन्दु C के निर्देशांक (5m, 1.25m)

(b) Let υ_y be the vertical component of velocity of the particle just before collsion at C. using v = u + a t, we have
(b) माना υ_y ऊर्ध्वाधर दिशा में बिन्दु C पर टकराने के तुरन्त पहले कण के वेग का घटक है। v = u + a t के प्रयोग से

$$\upsilon_y = u\sin\alpha - g\,(x/u\cos\alpha) \qquad (\because t = x/u\cos\alpha)$$

$$= 5\sqrt{5} \times (1 \times \sqrt{5}) - 10 \times 5/5\sqrt{5}\ \cos\alpha$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{10\times5}{(5\sqrt{5}\times2/\sqrt{5})} = 0$$

Thus at C, the particle has only horizontal component of velocity
अतः बिन्दु C पर कण के वेग का केवल क्षैतिज घटक होगा।

$$u_x = u\cos a = 5\sqrt{5} \times (2 \times \sqrt{5}) = 10 \text{ m/s}$$

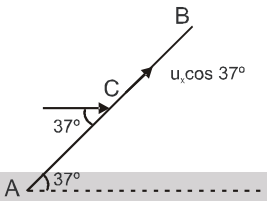
Given that the particle does not rebound after collision. So, the normal component of velocity (normal to the plane AB) becomes zero. Now, the particle slides up the plane due to tangential component $u_x\cos 37º = 8$ m/s.
दिया है कि कण टकराने के पश्चात् उछलता नही है, अतः वेग का लम्बवत घटक शून्य हो जायेगा। ओर कण नततल के अनुदिश वेग के स्पर्श रेखिय घटक $u_x\cos 37º = 8$ m/s के कारण तल पर ऊपर की और स्पर्श रेखीय गति करेगा।

Let h be the height raised of the particle. Then
माना h कण द्वारा प्राप्त की गई ऊँचाई हो तो

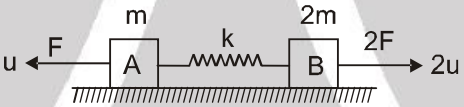
$m\,g\,h = \frac{1}{2} m\,(8)^2$ or $h = 3.2$ m

Height of the particle from the ground = y + h
अतः जमीन से कण द्वारा प्राप्त की गई ऊँचाई = y + h

$\therefore$ H = 1.25 + 3.2 = 4.45 m.

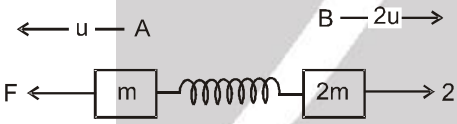


4.# Two blocks A & B of mass 'm' & 2m respectively are joined to the ends of an undeformed massless spring of spring constant ' k '. They can move on a horizontal smooth surface. Initially A & B have velocities ' u ' towards left and '2 u' towards right respectively. Constant forces of magnitudes F and 2 F are always acting on A and B respectively in the directions shown. Find the maximum extension in the spring during the motion.
द्रव्यमान 'm' और 2m के दो ब्लॉक A और B ' k ', स्प्रिंग नियतांक वाली द्रव्यमानहीन अविकृत स्प्रिंग के सिरों से जोड़ा जाता है। यह दोनों चिकने क्षैतिज धरातल पर गति कर सकते है। प्रारम्भ में A व B का वेग क्रमशः ' u ' बाँयी ओर तथा '2u' दाँयी ओर है। दिखाये अनुसार नियत बल F तथा 2 F हमेशा A व B पर कार्यरत है। गति के दौरान स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव है।



Ans. $x_{max} = \frac{4F + \sqrt{16F^2 + 54mu^2k}}{3k}$

Sol.



$a_{cm} = \frac{2F - F}{3m} = \frac{F}{3m}$ $\qquad V_{cm} = \frac{-mu + (2m).(2u)}{(m+2m)} = u$

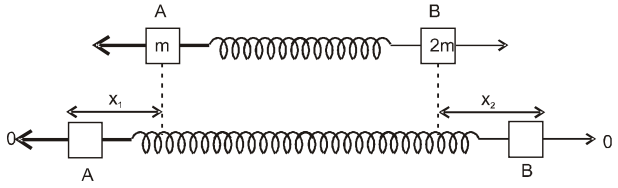
Applying work energy theorem कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

$\Delta K = W_{Net} = W_{sp} + W_{ext} + W_g + W_N$

At the position of maximum extension : अधिकतम प्रसार की स्थिति पर :

$$\frac{1}{2}(3m)\,V_{cm}^2 - \left[\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}(2m)(2u)^2\right] = -\frac{K}{2}X^2_{max} + W_{Fext} + 0 + 0$$

$$\frac{3mu^2}{2} - \frac{m}{2}u^2[1+8] = \frac{-K}{2}X^2_{max} + W_{ext}$$



$$\frac{mu^2}{2}[3-9] = \frac{-K}{2}X^2_{max} + W_{ext}$$

$$\frac{-6mu^2}{2} = \frac{-K\,X^2_{max}}{2} + W_{ex} \qquad \text{....(a)}$$

Now the total work done by the external force. अब बाह्य बल द्वारा किया गया कुल कार्य

$W_{ext} = (F + ma)x_1 + (2F - 2ma)\, x_2 \quad \Rightarrow \quad W_{ext} = \left(F + m\frac{F}{3m}\right) x_1 + \left(2F - 2m\frac{F}{3m}\right) x_2$

$W_{ext} = \frac{4F}{3}\, x_1 + \frac{4F}{3}\, x_2 = \frac{4F}{3}\,(x_1 + x_2) = \frac{4F}{3}\, x_{max}$

Put in the eq. (a) समीकरण (a) रखने पर

$\frac{-6mu^2}{2} = \frac{-Kx^2_{max}}{2} + \frac{4F}{3}\, X_{max} \quad \Rightarrow \quad X^2_{max} - \frac{8F}{3K}\, X_{max} - \frac{6mu^2}{K} = 0$

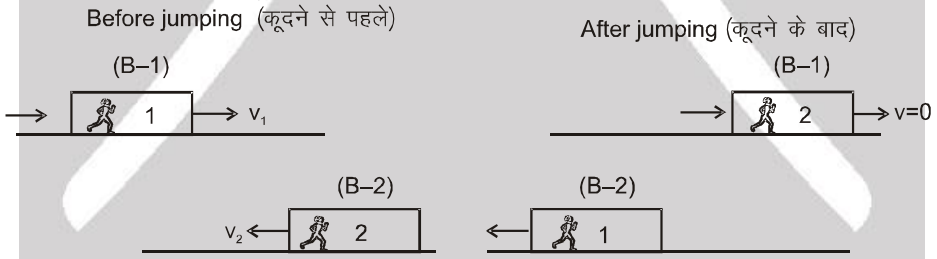
$X_{max} = -\frac{\left(\frac{+8F}{3K}\right) \pm \sqrt{\frac{64F^2}{9\,K^2} + 4.\frac{6\,mu^2}{K}}}{2} \quad \Rightarrow \quad X_{max} = \frac{4\,F \pm \sqrt{16F^2 + 54\,mu^2\,K}}{3K}$

5. Two identical buggies 1 and 2 with one man in each move without friction due to inertia along the parallel rails toward each other. When the buggies got opposite to each other, the men exchange their places by jumping in the direction perpendicular to the direction of motion. As a consequence, buggy 1 stops and buggy 2 keeps moving in the same direction, with its velocity becoming equal to v. Find the initial velocities of the buggies v_1 and v_2 if the mass of each buggy (without a man) equals M and the mass of each man is m.

दो समरूप गाड़ियाँ 1 तथा 2 जिनमें एक–एक व्यक्ति बैठा है जड़त्व के कारण एक दूसरे की तरफ घर्षणहीन समान्तर रेल पथों पर गति कर रही है। जब दोनों एक दूसरे के पास से गुजरती है तो दोनों व्यक्ति गति के लम्बवत् दिशा में कूदकर अपनी स्थिति परिवर्तित करते हैं। जिसके कारण गाड़ी 1 रूक जाती है तथा गाड़ी 2 समान दिशा में गति करती रहती है तथा इसका वेग v हो जाता है तो दोनों गाड़ीयों के प्रारम्भिक वेग v_1 तथा v_2 ज्ञात करो। यदि प्रत्येक गाड़ी (व्यक्ति रहित) का द्रव्यमान M तथा प्रत्येक व्यक्ति का द्रव्यमान m है।

[**Ans :** $v_1 = -mv/(M-m)$, $v_2 = Mv/(M-m)$]

Sol. man jump perpendicular to the velocity of buggies so velocity remain constant
आदमी गाड़ी के वेग के लम्बवत् कूदता है, इसलिए वेग अपरिवर्तित रहता है।



for Buggy B_1 $\vec{P}_{final} = \vec{P}_{initail}$ (using linear momentum conservation Law)
गाड़ी B_1 के लिए, $\vec{P}_{final} = \vec{P}_{initail}$ (रेखीय संवेग संरक्षण के नियम से)

$\Rightarrow (M + m)\ 0 = Mv_1 - mv_2 \quad \Rightarrow Mv_1 = mv_2$ .....(1)

for Buggy B_2 गाड़ी B_2 के लिए $(M + m)(-v) = M(-v_2) + mv_1 \Rightarrow (M + m)\, v = Mv_2 - mv_1 = \left(\frac{M.M}{m} - m\right) v_1$

$\Rightarrow \quad v_1 = \frac{m\,v}{M-m}$ .....(2)

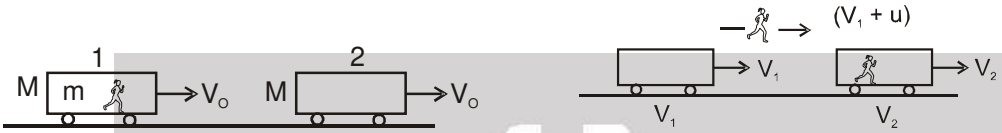
From (1) से $v_2 = \frac{Mv_1}{m}$ in the vector form. सदिश रूप में $\left(\vec{v}_1 = \frac{m\,(-\vec{v})}{(M-m)}, \vec{v}_2 = \frac{M\vec{v}}{M-m}\right)$

$v_2 = \frac{M\,v}{(M-m)}$

6. Two identical buggies move one after the other due to inertia (without friction) with the same velocity v_0. A man of mass m rides the rear buggy. At a certain moment the man jumps into the front buggy with a velocity u relative to his buggy. Knowing that the mass of each buggy is equal to M, find the velocities with which the buggies will move after that.
दो समान द्रव्यमान M की गाड़ियां एक समान वेग v_0 से (बिना घर्षण के) एक दूसरे के पीछे जड़त्व के कारण चल रही है। एक m द्रव्यमान का आदमी पीछे वाली गाड़ी पर चलता है तथा किसी निश्चित क्षण पर आगे वाली गाड़ी पर u वेग से (अपनी गाड़ी के सापेक्ष) कूदता है। कूदने के बाद गाड़ीयों का वेग ज्ञात करों।

[**Ans :** $v_{rear} = v_0 - \frac{m}{M+m}u$; $v_{front} = v_0 + \frac{mMu}{(M+m)^2}$]

Sol. Now अब $F_{ext} = 0$, $\vec{P}$ = constant नियत



After the jump from the rear buggey पिछली गाड़ी से कूदने के बाद
$(M + m)\, V_O = m\,(u + V_1) + MV_1$

$(M + m)\, V_O - mu = (m + M)\, V_1 \Rightarrow V_1 = V_O - \frac{m\,u}{m+M}$ (rear buggy) (पिछली वाली गाड़ी के लिए)

From front buggy आगे वाली गाड़ी से

$MV_0 + m\,(u + V_1) = (M + m)\, V_2 \Rightarrow MV_O + mu + m\left(V_O - \frac{m\,u}{m+M}\right) = (m + M)\, V_2$

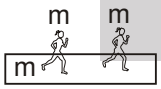
$(M + m)\, V_O + \frac{mu(m+M) - m^2u}{(m+M)} = (m + M)V_2 \Rightarrow V_O + \frac{m\,M\,u}{(m+M)^2} = V_2$ (front buggy)(आगे वाली गाड़ी के लिए)

7. Two men, each of mass m, stand on the edge of a stationary buggy of mass M. Assuming the friction to be negligible, find the velocity of the buggy after both men jump off with the same horizontal velocity u relative to the buggy: (i) simultaneously; (ii) one after the other. In what case will the velocity of the buggy be greater and how many times?
समान द्रव्यमान m के दो व्यक्ति M द्रव्यमान की स्थिर गाड़ी पर खड़े हैं। घर्षण नगण्य है, तो निम्न स्थितियों में आदमियों के एक समान क्षैतिज वेग u (गाड़ी के सापेक्ष) से कूदने के बाद गाड़ी का वेग ज्ञात करो (1) जब दोनों एक साथ कूदते हैं (2) जब एक के बाद एक कूदते हैं। किस स्थिति में गाड़ी का वेग ज्यादा होगा और कितना गुना ज्यादा होगा?

Ans : (i) $v_1 = \frac{-2m\vec{u}}{(M+2m)}$ (ii) $v_2 = \frac{-m(2M+3m)\vec{u}}{(M+m)(M+2m)}$,

$v_2 > v_1$ by a factor of $\frac{(2M+3m)}{(2M+2m)}$ (गुणक से)

Sol.



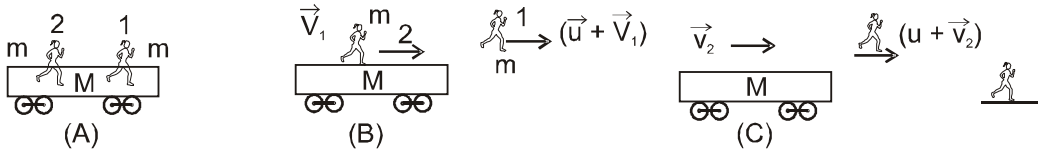
Note : velocity of the man is w.r.t. buggy given, so velocity of the man w.r.t. ground is

टिप्पणी : गाड़ी के सापेक्ष आदमी का वेग दिया गया है, इसलिए भूमि के सापेक्ष आदमी का वेग होगा।

$\vec{V}_{MB} = \vec{V}_{MG} - \vec{V}_{BG}$ $\vec{V}_{MG} = \vec{u}_{MB} + \vec{V}_{BG}$

Case स्थिति I $\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P}$ = constant अचर $(M+2m).\ \vec{O} = M\vec{V}_1 + 2\,m\,(\vec{u} + \vec{V}_1) \Rightarrow \vec{V}_1 = \frac{-2m\,\vec{u}}{(2m + M)}$

Case स्थिति II



$(M + 2m)\ \vec{O} = (m + M)\ \vec{V}_1 + m\,(\vec{u} + \vec{V}_1)$

Figure (A and B) चित्र (A व B) – $m\vec{u} = (m + M + m)\,\vec{V}_1$

$\Rightarrow \quad \vec{V}_1 = \dfrac{-m\,\vec{u}}{(M + 2m)}$ Note buggy, move opposite to the man w.r.t. ground

नोट :– गाडी, आदमी के भूमि के सापेक्ष वेग के विपरित गति करती है

Figure (B and C) चित्र (B व C)

$(m + M)\dfrac{-m\,\vec{u}}{(M + 2m)} = m(\vec{u} + \vec{v}_2) + M\vec{v}_2 \qquad \Rightarrow (m + M)\dfrac{-m\,\vec{u}}{(M + 2m)} - m\vec{u} = (m + M)\,\vec{v}_2$

$\Rightarrow \dfrac{[(m+M)+(M+2m)](-m\vec{u})}{(M+2m)} = (m + M)\,\vec{v}_2$

$\vec{v}_2 = \dfrac{(2M+3m)\,(-m\vec{u})}{(M+m)(M+2m)} = \dfrac{-m(2M+3m)\,\vec{u}}{(M+m)(M+2m)}$

$$\frac{\left|\vec{V}_2\right|}{\left|\vec{V}_1\right|} = \frac{\left|\dfrac{-m\,(2M + 3m)\,\vec{u}}{(m + M)(M+2m)}\right|}{\left|\dfrac{-2m\,\vec{u}}{(M+2m)}\right|} = \frac{2M + 3m}{2(m + M)} = \frac{2(m + M)}{2(m + M)} + \frac{m}{2(m + M)}$$

$= 1 + \dfrac{m}{2(m + M)} > 1$ (and the term और पद $\neq 0$ है) $\quad \Rightarrow |\vec{V}_2^1| > |\vec{V}_1^1|$

8. A stationary pulley carries a rope whose one end supports a ladder with a man and the other end the counterweight of mass M. The man of mass m climbs up a distance ℓ' with respect to the ladder and then stops. Neglecting the mass of the rope and the friction in the pulley axle, find the displacement ℓ of the centre of inertia of this system.

एक स्थिर घिरनी से पारित रस्सी के एक सिरे पर लगी सीढ़ी पर आदमी खड़ा है तथा दूसरे से M द्रव्यमान का ब्लॉक जुड़ा है। m द्रव्यमान का आदमी सीढ़ी के सापेक्ष ℓ' ऊँचाई तक चढ़ता है तथा रूक जाता है। रस्सी का द्रव्यमान तथा घिरनी में घर्षण नगण्य है। तो निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन ℓ ज्ञात करो।

Ans : $\ell = \ell' m / 2M$

Sol. In the frame of reference fixed to the pulley axis. the location of c.m. of the given system is described by the radius vector

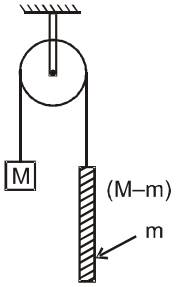
घिरनी अक्ष में स्थित निर्देश तंत्र में, दिये गये द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति त्रिज्य सदिश द्वारा दर्शाते हैं।

$$\Delta\vec{r}_{CG} = \frac{M\Delta\vec{r}_{MG} + (M-m)\Delta\vec{r}_{(M-m)G} + m\Delta\vec{r}_{mG}}{M + (M-m) + m}$$

Note that ध्यान दें

$\Delta\vec{r}_M = -\Delta\vec{r}_{(M-m)}$ and और $\Delta\vec{r}_{M(M-m)} + \Delta\vec{r}_{(M-m)} = \Delta\vec{r}_M$

$$\Delta\vec{r}_{CG} = \frac{m\left[\vec{r}_{mG} - \vec{r}_{(M-m)G}\right]}{2M} = \frac{m\Delta\vec{r}_{m(M-m)}}{2M} = \frac{m\vec{\ell}'}{2M}$$



9. A particle of mass m_1 experienced a perfectly elastic collision with a stationary particle of mass m_2. What fraction of the kinetic energy does the striking particle lose, if
(a) it recoils at right angles to its original motion direction;
(b) the collision is a head-on one?
m_1 द्रव्यमान का कण m_2 द्रव्यमान के स्थिर कण से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टकराने वाले कण की गतिज ऊर्जा का कितना भाग ह्रास होगा। यदि
(a) यह टकराने के बाद प्रारम्भिक गति की दिशा से लम्बवत् गति करे।
(b) यदि टक्कर सम्मुख है।

Ans : (a) $\eta = 2m_1/(m_1 + m_2)$; (b) $\eta = \dfrac{4\, m_1\ m_2}{(m_1 + m_2)^2}$

Sol. **(a)** $F_{ext} = 0$ $\vec{P}$ = constant अचर

$m_1 u_1 = m_2 V_2 \cos\theta$

$m_1 V_1 = m_2 V_2 \sin\theta$ ..... (A)

$(m_2 v_2)^2 = (m_1)^2 (u_1^2 + v_1^2)$

(collision is elastic so kinetic energy of the system remain constant)
(टक्कर प्रत्यास्थ है, इसलिए निकाय की गतिज ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।)

$$\frac{1}{2} m_1\ u_1^2 = \frac{1}{2}\ m_1\ V_1^2 + \frac{1}{2}\ m_2 v_2^2$$

using equation (A) समीकरण (A) से

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = \frac{m_1^2}{m_2} (u_1^2 + v_1^2) \Rightarrow m_2(u_1^2 - v_1^2) = m_1(u_1^2 + v_1^2)$$

$$\Rightarrow \quad u_1^2 (m_2 - m_1) = v_1^2 (m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_1^2}{u_1^2} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \frac{m_1\ v_1^2}{m_1\ u_1^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta K}{Ki} = \frac{\dfrac{m_1\ u_1^2}{2} - \dfrac{m_1\ v_1^2}{2}}{\dfrac{1}{2}\ m_1\ u_1^2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} = \eta$$

(b) Collision is perfectly elastic collision, so for particle m_1
टक्कर पूर्णतः प्रत्यास्थ है, इसलिए कण m_1 के लिए

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$$

$$(K_f) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

where जहाँ

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)\, u_1}{(m_1 + m_2)}$$

$$(\Delta K) = (K)_i - (K_f) = \frac{1}{2}\ m_1 u_1^2 - \frac{1}{2}\ m_1 v_1^2$$

$$(\Delta K) = \frac{m_1}{2}\ u_1^2 - \frac{m_1}{2} \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}\ u_1^2$$

$$(\Delta K) = \frac{m_1}{2}\ u_1^2 \left[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(\Delta K)}{\dfrac{1}{2} m_1\ u_1^2} = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \eta \qquad \Rightarrow \quad \eta = \frac{4\, m_1\ m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

10. Body 1 experiences a perfectly elastic collision with a stationary Body 2. Determine their mass ratio, if
वस्तु 1 एक स्थिर वस्तु 2 से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करती है। उनके द्रव्यमान का अनुपात ज्ञात करो। यदि
(a) after a head-on collision the particles fly apart in the opposite directions with equal, velocities;
सीधी (सम्मुख) टक्कर के बाद कण समान वेग से विपरीत दिशा में चले जाते हैं।
(b) the particles fly apart symmetrically relative to the initial motion direction of particle 1 with the angle of divergence $\theta = 60°$.
यदि दोनों कण, कण 1 की गति की दिशा से सममित रूप से $\theta = 60°$ कोण पर विक्षेपीत होते है।

[**Ans :** (a) $\frac{m_1}{m_2} = 1/3$; (b) $\frac{m_1}{m_2} = 1 + 2\cos\theta = 2.0$]

Sol. Collision is perfectly elastic collision, particle 2 is at rest ($u_2 = 0$)
टक्कर पूर्णतः प्रत्यास्थ है, कण दो विरामावस्था में है ($u_2 = 0$)

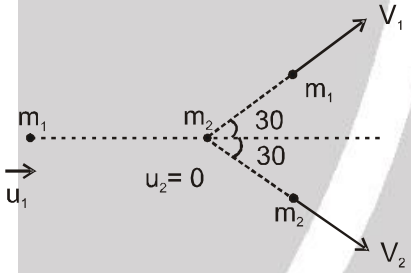
$V_1 = -V_2$ (given) (दिया हुआ है)

(A) $$\frac{(m_1 - m_2)\,u_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{-2m_1\,u_1}{(m_1 + m_2)}$$

$m_1 - m_2 = -2m_1 \quad \Rightarrow 3m_1 = m_2$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

(B)



Given total angle of divergence $\theta = 60°$
From momentum conservation
In the direction of u_1
दिया हुआ है कुल विक्षेप कोण $\theta = 60°$
संवेग संरक्षण से
u_1 की दिशा में

$m_1u_1 = m_1v_1 \cos\theta/2 + m_2v_2 \cos\theta/2$
$m_1u_1 = \cos\theta/2\,(m_1v_1 + m_2v_2)$ ..... (i)
and in the direction perpendicular to that of u_1
और u_1 के लम्बवत् दिशा में

$0 = -m_1v_1 \sin\theta/2 + m_2v_2 \sin\theta/2$
$m_1v_1 \sin\theta/2 = m_2v_2 \sin\theta/2$
$m_1v_1 = m_2v_2$ .....(ii)

Collision is elastic, so from the conservation of kinetic energy
टक्कर प्रत्यास्थ है, इसलिए गतिज ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$m_1u_1^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$ .....(iii)

From equation (ii) putting $m_1v_1 = m_2v_2$ in equation (i)
समीकरण (i) से $m_1v_1 = m_2v_2$ समीकरण (ii) मे रखने पर

$m_1u_1 = \cos\theta/2\,[m_1v_1 + m_1v_1] \quad \Rightarrow \quad m_1u_1 = 2\,m_1v_1 \cos\theta/2$
$u_1 = 2\,v_1 \cos\theta/2$ .....(iv)

Putting above value of u_1 in equation (iii)
u_1 का उपरोक्त मान समीकरण (iii) में रखने पर

$m_1(2\,v_1\cos\theta/2)^2 = m_1\,v_1^2 + m_2\left(\frac{m_1v_1}{m_2}\right)^2$ {from equation समीकरण (ii) से $v_2 = \frac{m_1v_1}{m_2}$}

$4\cos^2\theta/2 = 1 + \frac{m_1}{m_2}$

$2(2\cos^2\theta/2) = 1 + \frac{m_1}{m_2}$ ($\because 2\cos^2\theta/2 = 1 + \cos\theta$)

$2(1 + \cos\theta) = 1 + \frac{m_1}{m_2}$

$\frac{m_1}{m_2} = 1 + 2\cos\theta = 2$ ($\because \theta = 60^\circ$ given दिया हुआ है)

11. A ball moving transitionally collides with another stationary ball of the same mass. At the moment of impact the angle between the straight line passing through the centres of the balls and the direction of the initial motion of the striking ball is equal to $\alpha = 45°$. Assuming the balls to be smooth, find the fraction η of the kinetic energy of the striking ball that turned into potential energy at the moment of the maximum deformation.
एक गेंद रेखीय गति करती हुई दूसरी समान स्थिर गेंद से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टकराते समय दोनों गेंदों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा तथा प्रारम्भिक गति की दिशा के बीच कोण $\alpha = 45°$ है। माना गेंदें चिकनी हैं। अधिकतम विरूपण की स्थिति में गतिज ऊर्जा का स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित भाग η क्या होगा।

Ans : $\eta = \frac{1}{2}\cos^2\alpha = 0.25$

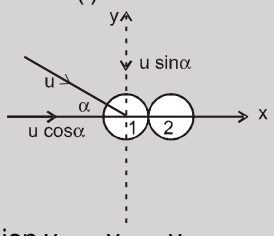
Sol. Let one ball strikes with another ball with velocity u.
To determine the x components of the final speed, apply the equations for conservation of linear momentum.
माना एक गेंद दूसरी गेंद से u वेग से टकराती है।
अन्तिम चाल का x घटक ज्ञात करने के लिए, रेखीय संवेग संरक्षण की समीकरण लगाने पर,

$$m_1 u_{1x} + m_2u_{2x} = m_1v_{1x} + m_2v_{2x}$$

putting $m_1 = m_2 = m$ रखने पर

$$u_{1x} + u_{2x} = v_{1x} + v_{2x}$$

or या $u_{1x} + 0 = v_{1x} + v_{2x}$ ...(i)



at the instant of maximum compression $v_{1x} = v_{2x} = v_x$
(compression between them will increase till balls get same velocity in the x direction)
hence from equation (i)
अधिकतम संपीड़न के समय पर $v_{1x} = v_{2x} = v_x$
(उनके मध्य संपीड़न तब तक बढ़ता है, जब तक गेंदें x दिशा में समान चाल प्राप्त नहीं कर लेती है)
अतः समीकरण (i) से

$u\cos\alpha = v_x + v_x \Rightarrow \quad v_x = \frac{1}{2}u\cos\alpha$ ...(ii)

$\because$ balls are smooth so $\because$ गेंद चिकनी है इसलिए
In the y direction ball 1 will continue with u sinα, perpendicular to the line of impact and at the instant of maximum deformation loss of kinetic energy will be in the form of potential energy
गेंद 1, y दिशा में u sinα से ही गति करती रहेगी, आवेग रेखा के लम्बवत् और अधिकतम विरूपण के समय गतिज ऊर्जा में कमी स्थितिज ऊर्जा के रूप में होती है।

After collision velocity of ball 2, टक्कर के बाद गेंद 2 का वेग $v_2 = v_x = \frac{u}{2}\cos\alpha$

After collision velocity of ball 1 टक्कर के बाद गेंद 1 का वेग $= v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (where जहाँ $v_x = \frac{u}{2}\cos\alpha$)

Hence अतः $v_1 = \sqrt{\left(\frac{u}{2}\cos\alpha\right)^2 + (u\sin\alpha)^2}$

P.E. = Loss of K.E. of the system निकाय की गतिज ऊर्जा में कमी

Δ K.E. $= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 u^2$

$= \frac{1}{2} m \left\{\left(\frac{u}{2}\cos\alpha\right)^2 + (u\sin\alpha)^2\right\} + \frac{1}{2} m \left(\frac{u}{2}\cos\alpha\right)^2 - \frac{1}{2} mu^2 \quad \{\because m_1 = m_2 = m\}$

Δ K.E. $= \frac{1}{2} m \left(\frac{u}{2}\right)^2 \cos^2\alpha + \frac{1}{2} mu^2 \sin^2\alpha + \frac{1}{2} m \left(\frac{u}{2}\right)^2 \cos^2\alpha - \frac{1}{2} mu^2 [\sin^2\alpha + \cos^2\alpha]$

hence अतः Δ K.E. $= m \left(\frac{u}{2}\right)^2 \cos^2\alpha + \frac{1}{2} mu^2 \sin^2\alpha - \frac{1}{2} mu^2 [\sin^2\alpha + \cos^2\alpha]$

$\Rightarrow$ Δ K.E. $= m \frac{u^2}{4} \cos^2\alpha - \frac{1}{2} mu^2 \cos^2\alpha$

$\Rightarrow$ Δ K.E. $= \frac{1}{4} mu^2 \cos^2\alpha - \frac{1}{2} mu^2 \cos^2\alpha$

$\Rightarrow$ Δ K.E. $= -\frac{1}{4} mu^2 \cos^2\alpha$ {– sign indicate loss of energy – चिन्ह ऊर्जा में कमी को दर्शाता है}

Fraction of energy in the from of P.E. P.E. के रूप में ऊर्जा का अंश

$$\eta = \frac{\Delta k}{k_i} = \frac{PE}{k_i} = \frac{\frac{1}{4}mu^2\cos^2\alpha}{\frac{1}{2}mu^2} \Rightarrow \eta = \frac{1}{2}\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(\cos 45^\circ)^2 = \frac{1}{4} = 0.25$$

12. Particle 1 moving with velocity v = 10 m/s experienced a head-on collision with a stationary particle 2 of the same mass. As a result of the collision, the. kinetic energy of the system decreased by η = 1.0%. Find the magnitude and direction of the velocity of particle 1 after the collision.
v = 10 m/s वेग से चलता हुआ एक कण 1 समान द्रव्यमान के दूसरे स्थिर कण 2 से सम्मुख टक्कर करता है। टक्कर के कारण निकाय की गतिज ऊर्जा η = 1.0% कम हो जाती है। कण 1 का टक्कर के पश्चात् वेग का परिमाण व दिशा ज्ञात करो।

Ans. **Will continue moving in the same direction, although this time with the velocity v' = (1 – $\sqrt{1-2\eta}$)v/2. For η << 1 the velocity v' = ηv/2 = 5 cm/s.**

Ans. **कण समान दिशा में गति करता रहेगा, यद्यपि इस समय v' = (1 – $\sqrt{1-2\eta}$)v/2. η << 1 के लिए v' = ηv/2 = 5 cm/s.]**

Sol. Given दिया है $m_1 = m_2 = m$ और $u_1 = v = 10$ ms^{-1}

Acoording to the question प्रश्नानुसार –

$$\eta = \frac{K_i - K_f}{K_i} = 1 - \frac{K_f}{K_i} = 1 - \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2}{\frac{1}{2}m_1v^2}$$

$$\eta = 1 - \frac{v_1^2 + v_2^2}{v^2}$$

$\Rightarrow \eta v^2 = v^2 - v_1^2 - v_2^2 \Rightarrow v_1^2 + v_2^2 = (1 - \eta)v^2$ .....(1)

From linear momentum conservation law रेखीय संवेग संरक्षण से –

$m\vec{v} = m\vec{v_1} + m\vec{v_2} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$

$v = v_1 + v_2$ (magnitude) (परिमाण)

$v - v_1 = v_2$ (put in equation (1)) (समीकरण (1) में रखने पर)

$v_1^2 + (v - v_1)^2 - (1 - \eta)\, v^2 = 0$

$2v_1^2 - 2v \,.\, v_1 + \eta v^2 = 0$

$$v_1 = \frac{-(-2v) \pm \sqrt{(-2v)^2 - 4.2.\eta v^2}}{2.2} = \frac{v}{2}\left[1 \pm \sqrt{1-2\eta}\right]$$

positive sign only

केवल धनात्मक चिन्ह

larger value for v_2 and smaller for v_1

v_2 के अधिक मान व v_1 के न्यून मान के लिए

$$v_1 = \frac{v}{2}\left[1-(1-2\eta)^{1/2}\right] \qquad \eta << 1$$

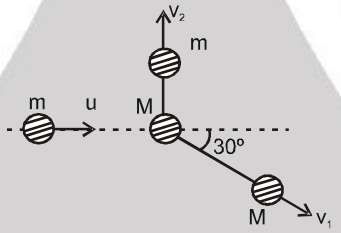
using Binomial theorem we get द्विघात के उपयोग से हम प्राप्त करते हैं $v_1 = \frac{v}{2}\,\eta = 5$ cm/s

13. A particle of mass m having collided with a stationary particle of mass M deviated by an angle $\pi/2$ whereas the particle M start moving at an angle $\theta = 30°$ to the direction of the initial motion of the particle m. How much (in percent) and in what way has the kinetic energy of this system changed after the collision, if M / m = 5.0?

m द्रव्यमान का कण स्थिर M द्रव्यमान के स्थिर कण से टकराता है तथा $\pi/2$ कोण पर विक्षेपित हो जाता है। M द्रव्यमान का कण, m द्रव्यामन के कण की प्रारम्भिक गति की दिशा से $\theta = 30°$ कोण पर गति करना शुरू करता है। टक्कर के बाद कितने प्रतिशत व किस रूप में निकाय की गतिज ऊर्जा परिवर्तित होगी, यदि M / m = 5.0 है।

Ans : $\Delta T/T = (1 + m/M)\tan^2\theta + m/M - 1 = -40\%$

Sol.



$\vec{F}_{ext} = 0$, so linear momentum of the system remains constant. इसलिए निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित रहेगा

(along ox के अनुदिश) $mu = Mv_1 \cos\theta$

(along oy के अनुदिश) $mv_2 = Mv_1 \sin\theta$

$$v_1 = \frac{mu}{M\cos\theta}, \quad v_2 = \frac{M}{m}\, v_1 \sin\theta = u\tan\theta$$

$$\frac{\Delta K}{Ki} = \frac{\left(\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2\right) - \frac{mu^2}{2}}{\frac{mu^2}{2}} = \left(\frac{M}{m}\frac{v_1^2}{u^2} + \frac{v_2^2}{u^2}\right) - 1 = \left(\frac{M}{m}\frac{m^2}{M^2\cos^2\theta} + \tan^2\theta\right) - 1$$

$$\frac{\Delta K}{Ki} = \left(\frac{m}{M} + 1\right)\tan^2\theta + \frac{m}{M} - 1 = -40\%$$

14. A closed system consists of two particles of masses m_1 and m_2 which move at right angles to each other with velocities v_1 and v_2 Find:
(a) the momentum of each particle and
(b) the total kinetic energy of the two particles in the reference frame fixed to their centre of inertia.
एक बंद निकाय m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो कणो से मिलकर बना हैं जो v_1 तथा v_2 वेग से एक दूसरे के लम्बवत् गति करते हैं। ज्ञात करो :
(a) प्रत्येक कण का संवेग और
(b) उनके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष दोनों की कुल गतिज ऊर्जा

Ans : (a) $p = \mu\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$; (b) $T = 1/2\mu(v_1^2 + v_2^2)$. Here यहाँ **$\mu = m_1m_2/(m_1 + m_2)$**

Sol. $\vec{P}_1 = m_1\vec{v}_1 = m_1(v_1\hat{i} + 0\hat{j})$ $\Rightarrow$ $\vec{P}_2 = m_2\vec{v}_2 = m_2(o\hat{i} + v_2\hat{j})$

working from the center of mass frame द्रव्यमान केन्द्र के तंत्र में

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1v_1\hat{i} + m_2v_2\hat{j}}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{1c} = \vec{v}_1 - \vec{v}_c = \frac{m_2}{m_1 + m_2}(-v_1\hat{i} + v_2\hat{j}) = \frac{m_2}{m_1 + m_2}(v_1\hat{i} - v_2\hat{j})$$

Linear momentum of the particles in centre of mass frame.
द्रव्यमान केन्द्र के तंत्र में कणों का रेखीय संवेग

$$\Rightarrow \quad \vec{P}_{1c} = m_1\vec{v}_{1c} = \left(\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)(v_1\hat{i} - v_2\hat{j}) \quad \left(\text{where } \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} = \mu\right)$$

$$\vec{P}_{2c} = m_2\vec{v}_{2c} = -\left(\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)(v_1\hat{i} - v_2\hat{j}) = -\mu(v_1\hat{i} - v_2\hat{j})$$

magnitude परिमाण $\left|\vec{P}_{1c}\right| = \mu\sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \left|\vec{P}_{2c}\right|$

Kinetic energy (ground frame) गतिज ऊर्जा (द्रव्यमान केन्द्र के तंत्र में)

$$K.E. = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$$

Kinetic energy (centre of mass frame)
गतिज ऊर्जा (द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष)

$$K.E. = \frac{P_{1c}^2}{2m_1} + \frac{P_{2c}^2}{2m_2} \qquad (\because |\vec{P}_{1c}| = |\vec{P}_{2c}|)$$

$$KE = \frac{P_{1c}^2}{2}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = \frac{P_{1c}^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu\left(v_1^2 + v_2^2\right)$$

15. A particle of mass m_1 collides elastically with a stationary particle of mass m_2 ($m_1 > m_2$). Find the maximum angle through which the striking particle may deviate as a result of the collision.
m_1 द्रव्यमान का कण m_2 ($m_1 > m_2$) द्रव्यमान के स्थिर कण से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के कारण दोनों कण अधिकतम कितने कोण पर विक्षेपित हो सकते है।

Ans . $\sin\theta_{max} = m_2/m_1$

Sol. Collision is elastic so K.E. = constant
टक्कर प्रत्यास्थ है इसलिए K.E. = नियत

$$\frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} = \frac{P'^2_1}{2m_1} + \frac{P'^2_2}{2m_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P'^2_1}{2m_1} + \frac{P'^2_2}{2m_2} \qquad \text{——(1)}$$

Linear momentum conservation law in 2D. (θ is angle of deviation)
2D में रेखीय संवेग संरक्षण नियम से (θ विचलन कोण है)

$$\vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = \vec{P}_1 \quad \Rightarrow \quad \left(\vec{P}'_2\right)^2 = \left(\vec{P}_1 - \vec{P}'_1\right)^2 = P_1^2 + P'^2_1 - 2P_1P'_1\cos\theta$$

P'^2_2 from equation (1) समीकरण (1) से P'^2_2

$$m_2\left[\frac{P_1^2}{m_1}-\frac{P_1'^2}{m_1}\right] = P_1^2 + P'^2_1 - 2\,P_1\,P_1'\cos\theta \Rightarrow P_1^2\left[1-\frac{m_2}{m_1}\right] + P'^2_1\left[1+\frac{m_2}{m_1}\right] - 2\,P_1\cos\theta\,P'_1 = 0$$

$$\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)P'^2_1 - 2(P_1\cos\theta)P'_1 + P_1^2\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right) = 0$$

For real root of P'_1 P'_1 के वास्तविक मान के लिए

$B^2 > 4\,A\,C$

$$4P_1^2\cos^2\theta > 4\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)P_1^2$$

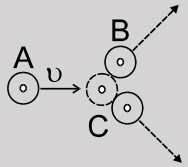
$$\cos^2\theta > 1^2 - \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 > 1-\cos^2\theta \qquad (\because\ 1-\cos^{-2}\theta = \sin^2\theta)$$

$$\left(\frac{m_2}{m_1}\right) > \sin\theta \Rightarrow (\sin\theta)_{max} = \frac{m_2}{m_1}$$

16. Three identical discs A, B, and C as shown in figure rest on a smooth horizontal plane. The disc A is set in motion with velocity v after which it experiences an elastic collision simultaneously with discs B and C. The distance between the centres of the latter discs prior to the collision is η times the diameter of each disc Find the velocity of the disc A after the collision. At what value of η will the disc A recoil after the collision; stop; move on?

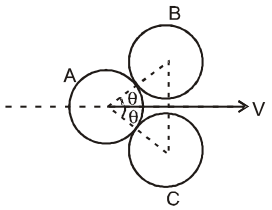
A, B तथा C तीन एक समान चकती चिकने क्षैतिज तल पर विराम में रखी हुई है। चकती A को जब v वेग दिया जाता है तो यह चकती B तथा C से एक साथ प्रत्यास्थ टक्कर करती है। बाद वाली चकती के केन्द्रो के बीच की दूरी प्रत्येक चकती के व्यास से η गुना ज्यादा है। टक्कर के बाद A का वेग क्या होगा। η के किस मान के लिए A वापिस आ जाएगी, रूक जाएगी, चलती रहेगी?

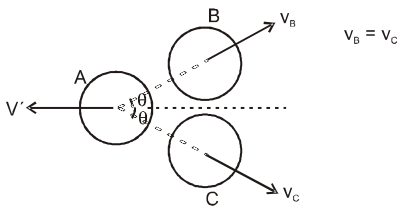


Ans : v' = –v (2 – η^2) / (6 – η^2). Respectively at smaller η, equal, or greater than $\sqrt{2}$

Ans : v' = –v (2 – η^2) / (6 – η^2). η के $\sqrt{2}$ से कम, बराबर व ज्यादा के लिए

Sol. $\sin\theta = \dfrac{\eta\frac{d}{2}}{d} = \dfrac{\eta}{2}$ $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{4-\eta^2}}{2}$





$\vec{F}_{ext} = 0$, so linear momentum of the system remain conserved.

इसलिए निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित रहेगा

$\vec{P}_x$ = constant, अचर $\vec{P}_y$ = constant अचर

(along x-axis) (x-अक्ष के अनुदिश) $mv = 2mv_b\cos\theta - mv'$

$$v = 2v_b \cos\theta - v' = v_b\sqrt{4-\eta^2} - v' \qquad \text{....(i)}$$

For elastic collision प्रत्यास्थ टक्कर के लिए

$$e = \frac{|\vec{v}_{rel-sepration}|}{|\vec{v}_{rel\ approach}|} = 1$$

$$\Rightarrow v\cos\theta = v_b + v'\cos\theta$$

$$v\cos\theta = \frac{v\sqrt{4-\eta^2}}{2} = \frac{v+v'}{\sqrt{4-\eta^2}} + \frac{v'\sqrt{4-\eta^2}}{2}$$

$$v\left[\frac{\sqrt{4-\eta^2}}{1} - \frac{2}{\sqrt{4-\eta^2}}\right] = v'\left[\frac{2}{\sqrt{4-\eta^2}} + \frac{\sqrt{4-\eta^2}}{1}\right]$$

$$v(2-\eta^2) = v'(6-\eta^2)$$

$$v' = v\,\frac{2-\eta^2}{6-\eta^2}$$

(If $2 > \eta^2$ then disc A recoil with v') (यदि $2 > \eta^2$ तब चकती A, v' से प्रतिक्षेप होगी)

17. A spaceship of mass m_0 moves in the absence of external ' forces with a constant velocity v_0. To change the motion direction a jet engine is switched on. It starts ejecting a gas jet with velocity u, which is constant relative to the spaceship and directed at right angles to the spaceship motion. The engine is shut down when the mass of the spaceship decreases to m. Through what angle α did the motion direction of the spaceship deviate due to the jet engine operation?
एक वायुयान (m_0 द्रव्यमान) बाह्य बलों के अभाव में v_0 नियत वेग से गति करता है। वायुयान की दिशा परिवर्तित करने के लिए वायुयान का इंजन चालू करते हैं। वह u वेग से गैस निष्कासित करता है। जो कि वायुयान के सापेक्ष नियत है तथा वायुयान की गति की दिशा के लम्बवत् है। जब वायुयान का द्रव्यमान m होता है तब इंजन बंद हो जाता है। वायुयान के इंजन के कारण वायुयान किस कोण α पर गति की दिशा से विचलित होगा।

Ans : $\alpha = (u/u_0)\ \ln(m_0/m)$

Sol. Thrust force act as centripital force to turn the jet in circular path.
गैस निष्कासन का बल, अभिकेन्द्रीय बल की तरह वायुयान को वृत्ताकर पथ में घुमाता है

$$F_{thrust} = \frac{mv_0^2}{r}$$

(∵ m continuously decrese लगातार घट रहा है)

$$\Rightarrow \quad -u\,\frac{dm}{dt} = \frac{mv_0v_0}{r}$$

$$\frac{-u}{v_o}\,\frac{dm}{m} = \frac{v_o}{r}\,dt \Rightarrow \quad \frac{-u}{v_o}\int_{mo}^{m}\frac{dm}{m} = \int_{o}^{\alpha} d\alpha$$

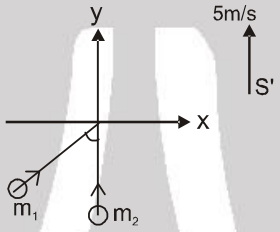
$$\left(d\alpha = \frac{ds}{r} = \frac{v_0 dt}{r}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{-u}{v_o}[\log m - \log m_o] = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{u}{v_o}\log\frac{m_0}{m}$$

18. Two smooth spheres of the same radius, but which have different masses m_1 & m_2 collide inelastically. Their velocities before collision are 13 m/s & 5 m/s respectively along the directions shown in the figure in which $\cot\theta = \frac{5}{12}$. An observer S′ moving parallel to the positive y - axis with a constant speed of 5m/s observes this collision. He finds the final velocity of m_1 to be 5m/s along the y - direction and the total loss in the kinetic energy of the system to be $\frac{1}{72}$ of its initial value. Determine;

दो चिकने गोले जिनके द्रव्यमान m_1 और m_2 है तथा त्रिज्या समान है। अप्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। इनके वेग क्रमशः 13 m/s तथा 5 m/s टक्कर से पहले दर्शायी गयी दिशा के अनुदिश हैं जहाँ $\cot\theta = \frac{5}{12}$ है। एक प्रेक्षक धनात्मक y-अक्ष के अनुदिश 5m/s नियत चाल से गतिशील है तथा यह टक्कर देखता है। वह द्रव्यमान m_1 का अन्तिम वेग y-अक्ष के अनुदिश 5m/s तथा निकाय की गतिज ऊर्जा में कुल हानि प्रारम्भिक की $\frac{1}{72}$ भाग मापता है। ज्ञात करो।

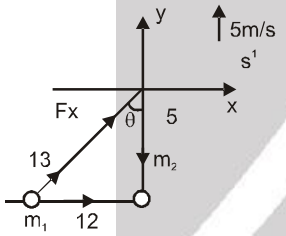


(a) The ratio of the masses
द्रव्यमानों का अनुपात

(b) The velocity of m_2 after collision with (respect to observer)
m_2 का टक्कर के बाद वेग (प्रेक्षक के सापेक्ष)।

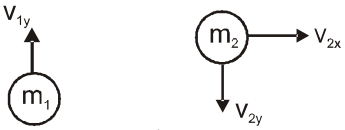
Ans. (a) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{13}$ (b) 9 m/s

Sol.



(a) In the frame of reference of observer. प्रेक्षक के निर्देश तंत्र में

w.r.t. observer after collision
टक्कर के बाद प्रेक्षक के सापेक्ष



In x direction x दिशा में

$$12\, m_1 + 0 = 0 + m_2 v_{2x}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_{2x}}{12} \qquad ...(1)$$

In y direction y दिशा में

$m_1 v_{1y} = m_2 v_{2y}$ (w.r.t observer प्रेक्षक के सापेक्ष & $v_{1y} = 5$)

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_{2y}}{v_{1y}} = \frac{v_{2y}}{5} \qquad ...(2)$$

So इसलिए $v_{2x} = 12\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$ & $v_{2y} = 5\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$

Apply K.E. loss (w.r.t. observer) (प्रेक्षक के सापेक्ष गतिज ऊर्जा में हानि)

$KE_I - KE_F = \frac{1}{72} KE_I$ or $KE_F = \frac{71}{72} KE_I$

$$\frac{1}{2}m_1y_{1y}^2 + \frac{1}{2}m_2\left(v_{2x}^2 + v_{2y}^2\right) = \frac{71}{72}\left(\frac{1}{2}m_1(12)^2\right)$$

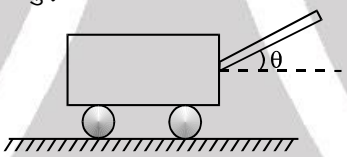
Put रखने पर $v_{1y} = 5$ & $v_{2x} = 12\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$, $v_{2y} = 5\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$

& solving we get हल करने पर हम प्राप्त करते हैं $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{13}$

Using this find v_{2x} & v_{2y} and final velocity of m_2 wrt. observer is $\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = 9m/s$

इसका उपयोग करके v_{2x} तथा v_{2y} ज्ञात करते हैं एवं प्रेक्षक के सापेक्ष m_2 का अंतिम वेग $\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = 9m/s$

19. A cart of total mass M_0 is at rest on a rough horizontal road. It ejects bullets at rate of λ kg/s at an angle θ with the horizontal and at velocity 'u' (constant) relative to the cart. The coefficient of friction between the cart and the ground is μ. Find the velocity of the cart in terms of time 't'. The cart moves with sliding.
एक गाड़ी जिसका द्रव्यमान M_0 है, खुरदरी क्षैतिज सतह पर खड़ी है। यह λ kg/s की दर से क्षैतिज से θ कोण पर तथा गाड़ी के सापेक्ष वेग 'u' (नियत) से गोली दागती है। गाड़ी तथा सतह के मध्य घर्षण गुणांक μ है। गाड़ी का समय 't' के पदों में वेग ज्ञात कीजिए। गाड़ी फिसलते हुए चलती है।



Ans. $v = (u\cos\theta - \mu u\sin\theta)\ell n\left(\frac{M_0}{(M_0 - \lambda t)}\right) - \mu g t$

Sol.

$N = mg + Fy = mg + (u\sin\theta) \times \lambda$ .....(i)

$Fx - \mu N = m\frac{dV}{dt} = m.a$ .....(ii)

$u\cos\theta \times \lambda - \mu N = m\frac{dV}{dt}$

Put value of N in eq. (ii) from (i) समीकरण (i) से N का मान समीकरण (ii) में रखने पर

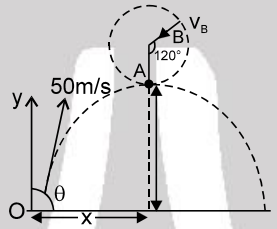
$u\cos\theta\,\lambda - \mu(mg + u\sin\theta \times \lambda) = m\frac{dV}{dt}$

$u\cos\theta\,\lambda\int dt - \mu u\sin\theta\int\lambda dt - \mu mg\int dt = mdv$ put रखने पर $m = m_0 - \lambda t$

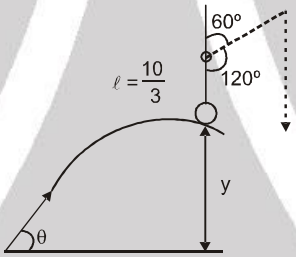
$$(u\lambda\cos\theta - u\mu\lambda\sin\theta)\int_0^t \frac{dt}{\mu_0 - \lambda t} - \mu g\int_0^t dt = \int_0^v dv$$

$\Rightarrow$ $v = (u\cos\theta) - \mu u\sin\theta)\,\ell n\left(\frac{M_0}{M_0 - \lambda t}\right) - \mu g t$

20. A bullet of mass M is fired with a velocity 50 m/s at an angle with the horizontal. At the highest point of its trajectory, it collides head on with a bob of mass 3M suspended by a massless rod of length $\frac{10}{3}$m and gets embedded in the bob. After the collision the rod moves through an angle 120°. Find
(a) The angle of projection.
(b) The vertical and horizontal coordinates of the initial position of the bob with respect to the point of firing of the bullet. ($g = 10m/s^2$)
एक M द्रव्यमान की गोली को क्षैतिज से किसी कोण पर 50 m/s के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। इसके पथ के उच्चतम बिन्दु पर यह $\frac{10}{3}$m लम्बी द्रव्यमानहीन छड़ से लटके 3M द्रव्यमान वाले गुटके से सम्मुख टकराती है तथा इसमें धस जाती है। टक्कर के बाद छड़ 120° कोण तक घूम जाती है। ज्ञात कीजिए :
(a) प्रक्षेपण कोण
(b) गोली के प्रक्षेपण बिन्दु के सापेक्ष गुटके (bob) के प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर तथा क्षैतिज निर्देशांक ($g = 10m/s^2$)



Ans. (a) 37º, (b) x = 120 m andतथा y = 45 m
Sol. (a)



At highest point उच्चतम बिन्दु पर
$V = 50 \cos\theta$ ...(i)
After striking bullet get embedded with bob so by momentum conservation.
टकराने के पश्चात् गोली गोलक में धंस जाती है अतः संवेग संरक्षण से
$MV = 4Mu$
$u = \frac{V}{4}$ ....(ii)
from (i) से $u = \frac{50\cos\theta}{4}$
By energy conservation after collission टक्कर के पश्चात् ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{1}{2}(4m)u^2 = 4mg\ell(1+\cos 60^\circ) \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{50\cos\theta}{4}\right)^2 = \frac{10\times 10}{3}\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{50\times 50\cos^2\theta}{16} = 100$$

$$\cos^2\theta = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos\theta = \frac{4}{5} \therefore \theta = 37^\circ$$

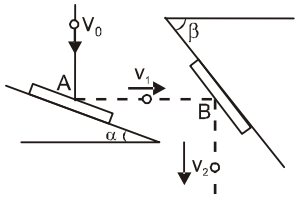
(b) Max height अधिकतम ऊँचाई

$$y = \frac{(50\sin 37^\circ)^2}{2g} = \frac{1}{20}\times 50\times 50\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5} = 5\times 9 = 45$$

$$(c)\ x = \frac{R}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{u^2\sin 2\theta}{g}\right] = \frac{50^2\times 2\sin 37^\circ\cos 37^\circ}{2\times 10} = 120\text{ m}$$

Ans. (a) $\theta = 37^\circ$ (b) x = 120 m and तथा y = 45 m

21. A steel ball falling vertically strikes a fixed rigid plate A with velocity v_0 and rebounds horizontally. The ball then strikes a second fixed rigid plate B and rebounds vertically as shown. Assuming smooth surface and the effect of gravity on motion of ball is to be neglected. Determine
एक स्टील की गेंद ऊर्ध्वाधर गिरकर दृढ़ प्लेट A से v_0 वेग से टकराती है तथा क्षैतिज दिशा में उछल जाती है। गेंद फिर दूसरी दृढ़ प्लेट B से टकराकर दर्शाये अनुसार ऊर्ध्वाधर गिरती है। पृष्ठ चिकने है व गेंद पर गुरूत्व प्रभाव नगण्य मानें। ज्ञात करो।

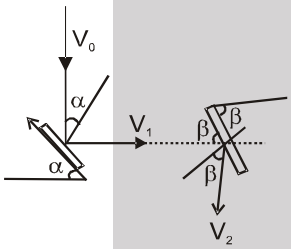


(a) The required angles α and β.
अभीष्ठ कोण α तथा β

(b) The magnitude of the velocity v_1 & v_2. Consider coefficient of restitution for both plates as e.
वेग v_1 और v_2 का परिमाण। दोनों प्लेट के लिए प्रत्यावस्थान गुणांक e है।

Ans. $\tan\alpha = \sqrt{e}$, $v_1 = \sqrt{e}\, v_0$, $\cot\beta = \sqrt{e}$, $v_2 = ev_0$

Sol.



$V_0\text{Sin}\alpha = V_1\text{Cos}\alpha$ (i)

$eV_0\text{Cos}\alpha = V_1\text{Sin}\alpha$ (ii)

Sq. & add वर्ग करके जोडने पर

$V_1 = V_0\sqrt{\text{Sin}^2\alpha + e^2\text{Cos}^2\alpha}$ (A)

Dividing (i) & (ii) (i) व (ii) को भाग करने पर

$\frac{1}{e}\tan\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{e}$

$V_1 \text{ Cos } \beta = V_2 \text{ Sin } \beta$ (iii)

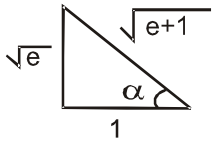
$eV_1 \text{ Sin } \beta = V_2 \text{ Cos } \beta$ (iv)

Dividing भाग करने से

$\frac{1}{e}\text{Cot}\,\beta = \tan\beta$

$\text{Cot}\,\beta = \sqrt{e}$ **Ans.**

Now अब



$\sqrt{e+1}$

$\text{Sin}^2\alpha = \frac{e}{e+1}$

$\text{Cos}^2\alpha = \frac{1}{e+1}$

$\text{Sin}^2\alpha + e^2\cos^2\alpha$

$= \frac{e}{e+1} + \frac{e^2}{e+1} = \frac{e}{e+1}(1+e) = e$

Sol, eq. (i) gives समीकरण (i) हल करने पर

$V_1 = V_0\sqrt{e}$ **Ans.**

Similarly इसी प्रकार

$V_2 = V_1\sqrt{e} \Rightarrow V_2 = V_0 e$ **Ans.**

22._ A small spherical ball undergoes an elastic collision with a rough horizontal surface. Before the collision, it is moving at an angle θ to the horizontal (see Fig). You may assume that the frictional force obeys the law $f = \mu N$ during the contact period, where N is the normal reaction on the ball and μ is the coefficient of friction.

एक छोटी गोलाकार गेंद खुरदरी क्षैतिज सतह से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टक्कर से पहले यह क्षैतिज के साथ θ कोण बनाते हुए गति करती है, यह माने की सम्पर्क समय के दौरान घर्षण बल $f = \mu N$ नियम का पालन करता हैं। जहां N अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल है तथा μ घर्षण गुणांक है।

(a) Obtain θ_m (μ) so that the subsequent horizontal range of the ball after leaving the horizontal surface is maximized.

(a) θ_m (μ) ज्ञात कीजिए ताकि क्षैतिज सतह को छोड़ने के बाद गेंद की क्षैतिज परास अधिकतम हो।

(b) Find the allowed range for θ_m.

θ_m की मान्य परास (allowed range) क्या है।

Sol. From Fig. चित्र से

$$v_y = v\sin\theta$$

Note that the surface is rough and there is frictional force along the x-direction. Hence elastic collision does not constrain the velocity along the x-direction. it implies that the y-component of the velocity $v\sin\theta$ changes only in sign. From Newton's second law along vertical y-direction, change in momentum is given by the linear impulse, which yields :

ध्यान दे की सतह खुरदरी है, तथा यहाँ घर्षण बल x-दिशा के अनुदिश है, अतः प्रत्यास्थ टक्कर में x दिशा के अनुदिश वेग बंधन नही होगा। यह प्रदर्शित करता है कि वेग का y-घटक $v\sin\theta$ केवल चिन्ह में परिवर्तित होगा। उर्ध्वाधर y दिशा के अनुदिश न्यूटन द्वितिय नियम से, संवेग में परिवर्तन रेखीय आवेग द्वारा दिया है जो इस प्रकार है

$$2mv\sin\theta = \int N dt \qquad ...(i)$$

From newton's second law along x-direction, we have

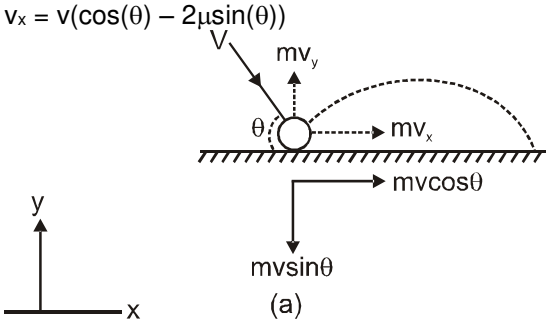
xदिशा के अनुदिश न्यूटन द्वितिय नियम से हम प्राप्त करते है।

$$mv\cos\theta - \mu\int N dt = mv_x \qquad ...(ii)$$

Inserting Eq. (i) in Eq. (ii) we obtain

समीकरण(i) व समीकरण(ii) से हम प्राप्त करते है।

$$v_x = v(\cos(\theta) - 2\mu\sin(\theta))$$



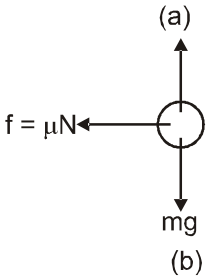


Figure : Free body diagram of the ball in contact with the floor.
चित्र फर्श के सम्पर्क में गेंद का मुक्त वस्तु आरेख

Range परास = $v_x \times$ time of flight उड्डयन काल = $v_x \times \frac{2v_y}{g}$

$R(\theta) = \frac{2v^2}{g} f(\theta)$

where जहाँ

$f(\theta) = \sin\theta(\cos\theta - 2\mu\sin\theta)$

To maximize R, set
R के अधिकतम मान के लिए

$f'(\theta_m) = 0$

which yields
जिससे प्राप्त होता है।

$\theta_m = \frac{1}{2}\cot^{-1}(2\mu)$

(b) Possible range of θ_m : $\theta_m \in]0, \pi/4[$
θ_m की सम्भावित परास : $\theta_m \in]0, \pi/4[$

23. Two skaters (A and B), each of mass 70 kg, are approaching each another on a frictionless surface, each with a speed of 1 ms^{-1}. Skater A carries a ball of mass 10 kg. Both skaters can toss the ball at 5 ms^{-1} relative to themselves such that when A tosses the ball at t = 0 s to B then the ball leaves at 6 ms^{-1} with respect to the ground. Further, they start (t = 0s) tossing the ball back and forth when they are 10m apart (see Fig. (1)). Assume that the motion is one dimensional, all collisions are completely inelastic and that the time delay between receiving the ball and tossing it back is 1s. **[1 + 2 + 2 + 1.5 + 3.5 = 10]**

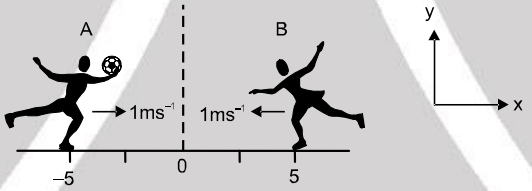


Figure-1

(a) State initial momenta of skaters (just before t = 0 s).

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

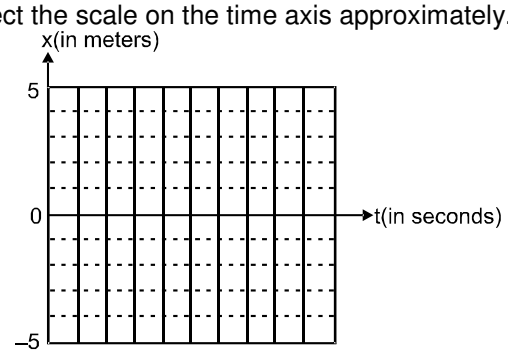
(b) At t = 0 s skater A tosses the ball to skater B. State momenta of both the skaters immediately after B catches the ball.

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

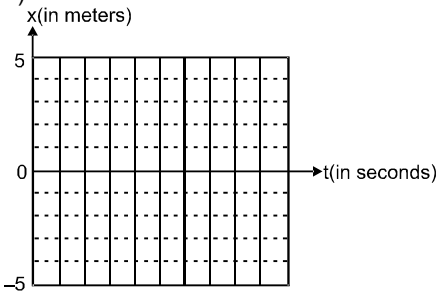
(c) Indicates the minimum number of tosses by each skater required to avoid collision.

Number of tosses by A = ; Number of tosses by B =

(d) Indicate motion of each skater on the following x–t plot if no tosses are made. [Note : For this and next part you must select the scale on the time axis approximately. You may use a pencil for sketching].



(e) Indicate motion of each skater on the following x–t plot from t = 0 s till just after one round trip by the ball (from A to B and back to A).



दो स्केटर (A तथा B), प्रत्येक का द्रव्यमान 70 kg एक दूसरे की ओर 1 ms^{-1} की चाल से घर्षण रहित सतह पर चल रहे है। स्केटर A के पास 10 kg की एक गेंद है। दोनों स्केटर गेंद को स्वयं के सापेक्ष 5 ms^{-1} की चाल से इस प्रकार फेंक सकते है। ताकि A गेंद को B की ओर t = 0 s पर फेंकता है, तो गेंद सतह के सापेक्ष 6 ms^{-1} की चाल से जाती है। जब वे एक दूसरे से 10 m की दूरी पर है, तो वे (t = 0 s) पर गेंद को एक दूसरे की ओर फेंकना प्रारम्भ करते है। (चित्र में देखें) माना गति एक विमीय है। सभी टक्करे पूर्ण अप्रत्यास्थ है तथा गेंद को पकड़ने व फेंकने में लिया गया समय 1 s है।

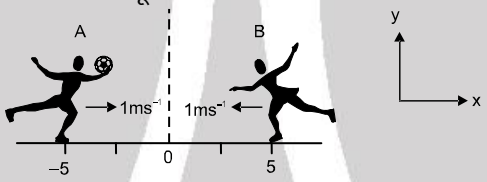


Figure-1

(a) प्रारम्भिक स्थिति पर स्केटरों का संवेग (t = 0 s पर) होगा।

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

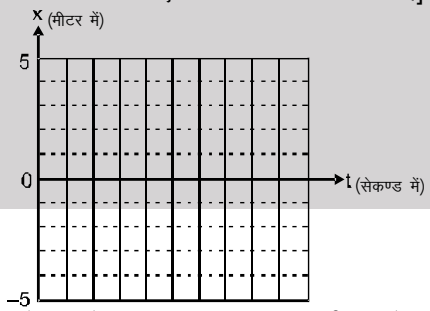
(b) t = 0 s पर स्केटर A स्केटर B की तरफ गेंद फेंकता है। B द्वारा गेंद को पकड़ने के पश्चात् दोनों स्केटरों का संवेग होगा।

$\vec{P}_A$ = ; $\vec{P}_B$ =

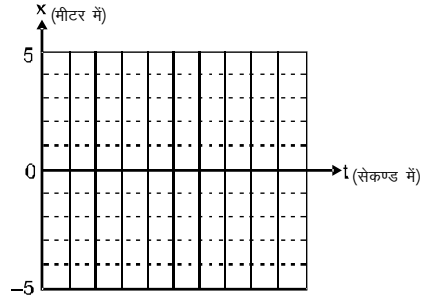
(c) प्रत्येक स्केटर के लिए टक्कर नहीं होने के लिए न्यूनतम फेंको की संख्या होगी।

फेंको की संख्या A = ; फेंको की संख्या B =

(d) प्रत्येक स्केटर का x–t ग्राफ प्रदर्शित करो यदि गेंद फेंकना बंद हो जाए [नोट: इसमें तथा अगले प्रश्न में पैमाना आप अपने हिसाब से मान सकते है। ग्राफ बनाने के लिए पेन्सील का प्रयोग करे।].



(e) गेंद के एक चक्कर के दौरान प्रत्येक स्केटर का x–t ग्राफ प्रदर्शित करो। (A से B तक तथा वापस B से A तक).



Ans. (a) $\vec{P}_A = 80\,\hat{i}$ kg. m.s^{-1} or $\vec{P}_a = 70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1} ; $\vec{P}_b = -70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(b) $\vec{P}_A = 20\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}; $\vec{P}_b = -10\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1} or या $\vec{P}_b = -70/8\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(c) A = 1, B = 1

(d) See Fig. चित्र (1) देखें

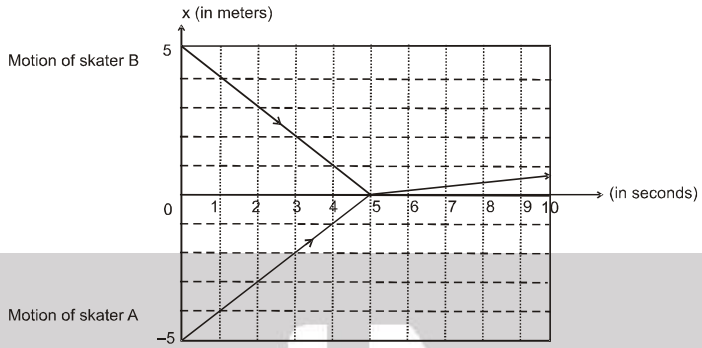


Figure 1:

(e) See Fig. चित्र (2) देखें

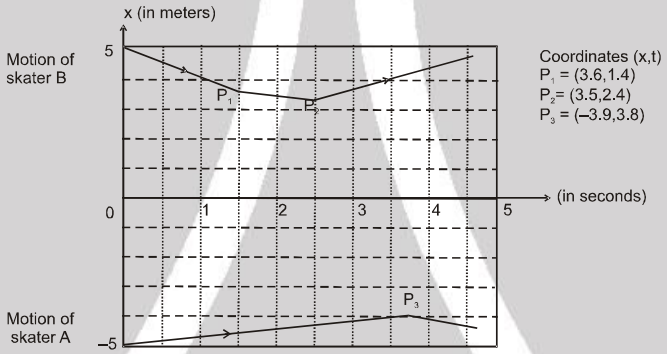


Figure 2:

Sol. (a) $\vec{P}_A = 80$ kg. m.s$^{-1}\,\hat{i}$, also acceptable स्वीकार योग्य $\vec{P}_A = 70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1};

$\vec{P}_B = -70\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(b) $\vec{P}_A = 20\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1};

$\vec{P}_B = -10\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}, also acceptable स्वीकार योग्य $\vec{P}_B = -70/8\,\hat{i}$ kg.m.s^{-1}

(C) Number of tosses by A = 1 ; Number of tosses by B = 1

(C) A द्वारा उच्छालों की संख्या = 1 ; B द्वारा उच्छालों की संख्या = 1

(d) See Fig. चित्र (1). देखें

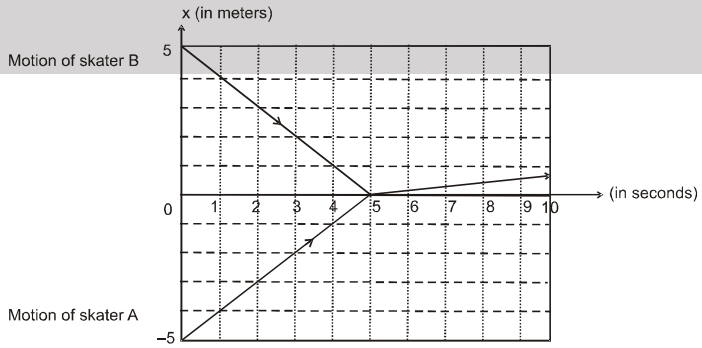


Figure 1:

(e) See Fig. (2).

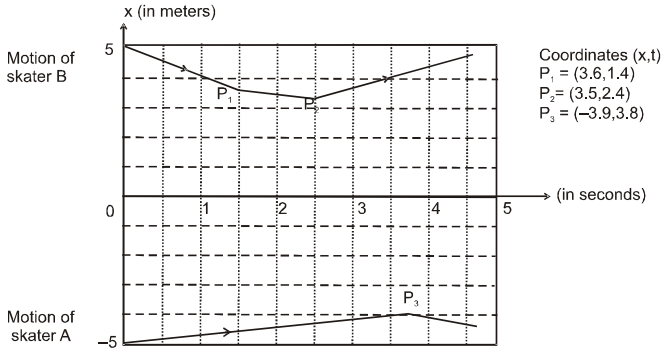


Figure 2:

24. A neutron is scattered through (≡ deviation from its original direction) θ degree in an elastic collision with an initially stationary deutron. If the neutron loses $\frac{2}{3}$ of its initial K.E. to the deutron then find the value of θ. (In atomic mass unit, the mass of a neutron is 1u and mass of a deutron is 2u).
एक न्यूट्रॉन (neutron), स्थिर ड्योट्रॉन (deutron) से प्रत्यास्थ टक्कर के कारण अपनी प्रारम्भिक दिशा से θ डिग्री कोण पर विचलित हो जाता है। यदि न्यूट्रॉन अपनी प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का $\frac{2}{3}$ भाग ड्योट्रॉन (deutron) को दे देता है तो θ का मान क्या होगा (परमाणु द्रव्यमान इकाई में न्यूट्रॉन का द्रव्यमान 1u तथा ड्योट्रॉन का द्रव्यमान 2u है।)

Ans. 90

Sol. $mu = mv_1\cos\theta + 2mv_2\cos\phi$ .....(i)

$mv_1\sin\theta = 2mv_2\sin\phi$ .....(ii)

$$\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}mu^2\right) = \frac{1}{2}\,2m\,v_2^2 \quad \text{.....(iii)}$$

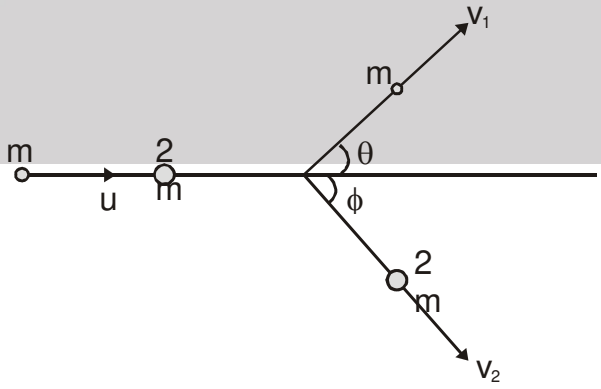
$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}mu^2\right) = \frac{1}{2}\,m\,v_1^2 \quad \text{.....(iv)}$$

Solving equations, समीकरण हल करने पर

$v_1 = v_2 = u/\sqrt{3}$

$\theta + \phi = 120^\circ$

and तथा $\theta = 90^\circ$



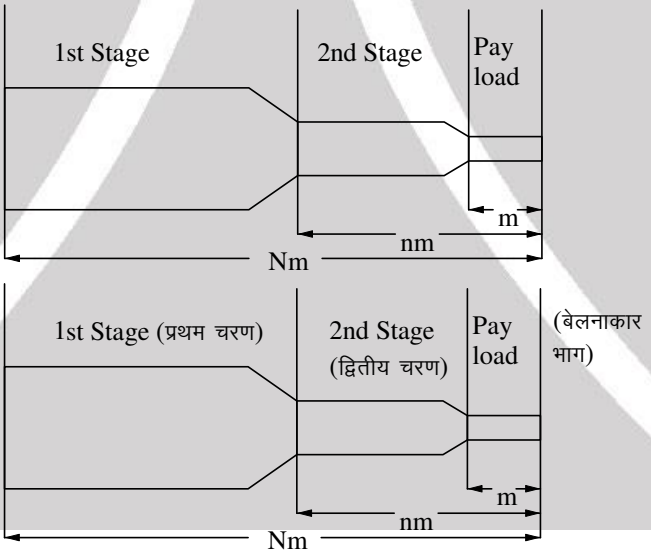
25. A shell flying with velocity v = 500 m/s bursts into three identical fragments so that the kinetic energy of the system increases $\eta = 1.5$ times. What maximum velocity can one of the fragments obtain?
एक गोला v = 500 m/s वेग से हवा में गतिशील है, यह तीन एक समान टुकड़ों में विखण्डित हो जाता है जिससे निकाय की गतिज ऊर्जा $\eta = 1.5$ गुना बढ़ जाती है। एक टुकडा कितना अधिकतम वेग प्राप्त कर सकता है, ज्ञात कीजिये।

Ans : $v_{max} = v(1 + \sqrt{2(\eta - 1)}) = 1.0$ km per second किलोमीटर प्रति सेकण्ड

26. A particle moves along a closed trajectory in a central field of force where the particle's potential energy $U = kr^2$ (k is positive constant, r is the distance of the particle from the centre O of the field). Find the mass of the particle if its minimum distant; from the point O equals r_1 and its velocity at the point farthest from O equals v_2-
एक कण एक केन्द्रिय बल क्षेत्र में एक बन्द पथ के अनुदिश गतिशील है, जहाँ कण की स्थितिज ऊर्जा $U = kr^2$ है (k धनात्मक नियतांक है, r क्षैत्र के केन्द्र O से कण की दूरी है)। कण का द्रव्यमान ज्ञात कीजिये, यदि बिन्दु O से कण की न्यूनतम दूरी r_1 के बराबर है एवं इस कण का O से दूरस्थ बिन्दु पर वेग v_2 के बराबर है।

Ans. **$m = 2kr_1^2/v_2^2$.**

27. This problem is designed to illustrate the advantage that can be obtained by the use of multiple-staged instead of single-staged rockets as launching vehicles. Suppose that the payload (e.g., a space capsule) has mass m and is mounted on a two-stage rocket (see figure). The total mass (both rockets fully fuelled, plus the payload) is Nm.
इस प्रश्न में प्रमोचन यान के रूप में एकल चरण रोकेट के स्थान पर बहुचरण रोकेट के उपयोग को दर्शाया गया है। माना दो चरण युक्त रोकेट के अग्र भाग पर m द्रव्यमान का बेलनाकार भाग (payload) चित्रानुसार जुड़ा हुआ है। कुल द्रव्यमान (ईंधनयुक्त रोकेट के दोनों भाग + अग्र बेलनाकार भाग) Nm है।



The mass of the second-stage rocket plus the payload, after first-stage burnout and separation, is nm. In each stage the ratio of container mass to initial mass (container plus fuel) is r, and the exhaust speed is V, constant relative to the engine. Note that at the end of each state when the fuel is completely exhausted, the container drops off immediately without affecting the velocity of rocket. Ignore gravity.

प्रथम चरण के दहन एवं अलगाव के पश्चात् द्वितीय चरण + बेलनाकार भाग का शेष द्रव्यमान nm है। प्रत्येक चरण में पात्र तथा ईंधन युक्त प्रारम्भिक पात्र के द्रव्यमानों का अनुपात r है, तथा ईंजन के सापेक्ष निष्कासन चाल V नियत है, यह माना जाता है कि ईंधन के पूर्ण जलने के ठीक पश्चात् प्रत्येक चरण में पात्र तुरन्त प्रभाव से रोकेट के वेग को अप्रभावित रखते हुए तुरन्त अलग हो जाता है। गुरूत्व नगण्य मानें।

(a) Obtain the velocity v of the rocket gained from the first-stage burn, starting from rest in terms of {V,N,n,r}

(a) प्रथम चरण के दहन के पश्चात् रोकेट के द्वारा प्राप्त वेग v के लिये व्यंजक {V,N,n,r} के पदों में ज्ञात करो। रोकेट विरामावस्था से प्रारम्भ होता है।

(b) Obtain a corresponding expression for the additional velocity u gained from the second stage burn.

द्वितीय चरण के दहन के पश्चात् प्राप्त अतिरिक्त वेग u के लिये व्यंजक ज्ञात करो।

(c) Adding v and u, you have the payload velocity w in terms of N, n, and r. Taking N and r as constants, find the value of n for which w is a maximum. For this maximum condition obtain u/v.

(c) v तथा u के युग्मन से अग्र भाग का वेग w क्रमशः N, n, तथा r के पदों में प्राप्त होता है। N तथा r को नियत मानते हुए n का मान ज्ञात करो, जिसके लिये w अधिकतम हो। इस अधिकतम स्थिति के लिये u/v का मान ज्ञात करें।

(d) Find an expression for the payload velocity w_s of a single-stage rocket with the same values of N, r, and V

(d) N, r, तथा V के समान मानों के लिये एकल चरण रोकेट के अग्र भाग के वेग w_s के लिये व्यंजक ज्ञात करो।

(e) Suppose that it is desired to obtain a payload velocity of 10 km/s, using rockets which V = 2.5km/s and r = 0.1. Using the maximum condition of part (c) obtain the value of N if the job is to be done with a two-stage rocket.

(e) माना रोकेट के अग्र भाग का वेग 10 km/s प्राप्त करते हैं, इसके लिये V = 2.5km/s तथा r = 0.1 है। प्रश्न (c) के अधिकतम स्थिति को लेते हुए N का मान ज्ञात करो। इसको दो चरण युक्त रोकेट मान कर हल करो।

Sol. (a) Variable mass equation gives

परिवर्ती द्रव्यमान समीकरण से

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{external} + V_{relative}\frac{dm}{dt}$$

No gravity hence गुरूत्व नहीं है अतः $\vec{F}_{external} = 0$, $\vec{v}_{relative} = v$. Solving rocket equation हल करने पर

$$= v = V\ln\frac{m_i}{m_f} \qquad (1)$$

Here यहाँ

initially mass प्रारम्भिक द्रव्यमान $m_i = Nm$ (2)

Final mass अंतिम द्रव्यमान $m_f = [Nr + n(1 - r)]m$ (3)

(b). Now अब $m_i = nm$, $m_f = m(nr + 1 - r)$. Equation (1) yields समीकरण (1) से

$$u = V\ln\frac{n}{nr+1-r} \qquad (4)$$

(c) From equation (3 to 4)

$$\omega = V\ln\frac{N_n}{[Nr+n(1-r)]\,[nr+1-r]}$$

Vln f(n)

Maximizing ω is equivalent to maximizing f(n). Differentiating and setting equal to zero, we obtain

$$n = \sqrt{N} \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{\ln[\sqrt{N}/\{r\sqrt{N}+(1-r)\}]}{\ln[N/Nr+\sqrt{N}(1-r)\}]} = 1 \qquad (5)$$

where we have used equation (1 and 4)

समीकरण (3 एवं 4 से)

$$\omega = V\ln\frac{N_n}{[Nr+n(1-r)]\,[nr+1-r]}$$

Vln f(n)

f(n) को अधिकतम करते हुए ω के लिये हल करने पर, अवकलन करके शून्य के बराबर करते हुए हम प्राप्त करते हैं।

$$n = \sqrt{N} \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{\ln[\sqrt{N}/\{r\sqrt{N}+(1-r)\}]}{\ln[N/Nr+\sqrt{N}(1-r)\}]} = 1 \qquad (5)$$

समीकरण (1 तथा 4 के प्रयोग से)

(d). Here यहाँ $m_i = Nm$ and तथा $m_f = m + r(Nm - m)$. Using equation समीकरण (1) के प्रयोग से

$$w_s = V\ln\frac{N}{Nr+1-r}$$

(e) Payload velocity

$$w = u + v = 2V\ln\frac{\sqrt{N}}{r\sqrt{N}+1-r}$$

For the desired value of w, N = 649.4. Answer should be an integer number for the number of state. Hence N = 650.

अग्र भाग का वेग

$$w = u + v = 2V\ln\frac{\sqrt{N}}{r\sqrt{N}+1-r}$$

w के वांछित मान के लिये , N = 649.4 है। उत्तर को निकटतम पूर्णांकों में मानने पर N = 650 है।

28. A (trolley + child) of total mass 200 kg is moving with a uniform speed of 36 km/h on a frictionless track. The child of mass 20 kg starts running on the trolley from one end to the other (10 m away) with a speed of 10 m s^{-1} relative to the trolley in the direction of the trolley's motion and jumps out of the trolley with the same relative velocity. What is the final speed of the trolley? How much has the trolley moved from the time the child begins to run and just before jump?

एक (ट्रोली + बालक) जिनका कुल द्रव्यमान 200 kg है, घर्षण रहित पथ पर 36 km/h की चाल से गति कर रहे है। 20 kg द्रव्यमान का बालक, कार पर एक सिरे से दूसरे सिरे की तरफ (10 m दूर) ट्रोली के सापेक्ष 10 ms^{-1} से ट्रॉली की गति की दिशा में दौड़ता है तथा उसी सापेक्ष वेग से ट्रॉली से कूदता है। ट्रॉली की अन्तिम चाल क्या होगी। ट्रोली, बालक के दौडना शुरू करने से, कूदने के ठीक पहले तक के समय में कितना चल चुकी होगी?

Ans. 9m/s, 9m

Sol. $m_c = 20$ kg

$m_T = 180$ kg

$P_i = 200 \times 36 \times \frac{5}{18} = 2000$ kg m/sec

just before jump कूदने के ठीक पहले $V_{bg} = \overrightarrow{V_{bT}} + \overrightarrow{V_{Tg}} = (10 + V_T)$

So इसलिए $M_TV_T + m_cV_c = P_f = P_i$

$180V_T + 20 \times (10 + V_T) = 2000$

$V_T = \frac{1800}{200} = 9$ m/sec.

Time taken to cover 10 m $\Rightarrow t = \frac{10}{10} = 1$ sec.

10 m पूर्ण करने मे लगा समय $\Rightarrow t = \frac{10}{10} = 1$ sec.

distance covered by trolly ट्राली द्वारा तय दूरी $= 9 \times 1 = 9$ m.