

DPP No. : C1 (JEE-Advanced)

Total Marks : 40

Max. Time : 34 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1

(3 marks, 2 min.) [03, 03]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.2 to Q.3

(4 marks 2 min.) [08, 04]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.4 to Q.6

(3 marks 2 min.) [09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.9

(4 marks 5 min.) [12, 15]

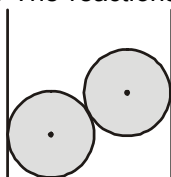
Match the Following (no negative marking) Q.10

(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C1

1. (C) 2. (B) (C) 3. (A)(B) (C) (D) 4. (B) 5. (C) 6. (A)
7. $\tau = \frac{\lambda^2 R}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{R+r}{r} \right)$ 8. $6 \text{ mg } \cos^2 (\theta/2)$ 9. 3 10. (A) p, r (B) p (C) r (D) q, s

1. Two smooth spheres each of radius 5 cm and weight W rest one on the other inside a fixed smooth cylinder of radius 8 cm. The reactions between the spheres and the vertical side of the cylinder are:



8 सेमी० त्रिज्या के चिकने स्थिर बेलन के अन्दर 5 सेमी० त्रिज्या तथा W भार वाले दो चिकने गोले स्थिर रखे हैं। ऊर्ध्व दीवार के साथ गोलों की प्रतिक्रिया होगी –

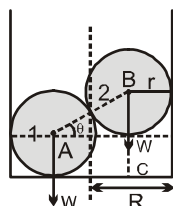
(A) W/4 & 3W/4

(B) W/4 & W/4

(C*) 3W/4 & 3W/4

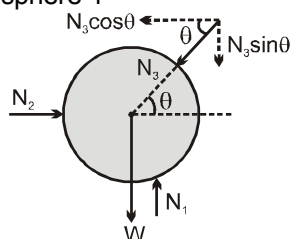
(D) W & W

Sol.



$r = 5 \text{ cm}$; $R = 8 \text{ cm}$

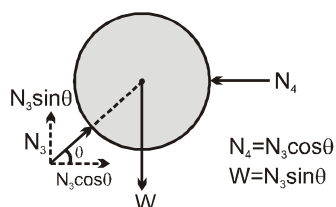
FBD of sphere 1



$$N_1 = W + N_3 \sin \theta$$

$$N_2 = N_3 \cos \theta$$

FBD of sphere 2



$$AC = 2R - 2r = 16 - 10 = 6$$

$$AB = 2r$$

$$\cos \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{R-r}{r} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\theta = 53^\circ$$

$$N_4 = N_3 \cos \theta$$

$$W = N_3 \sin \theta$$

$$\text{Ans. } N_4 = W \cot \theta$$

$$N_3 = W \operatorname{cosec} \theta$$

$$N_2 = W \cot \theta$$

$$N_1 = 2W.$$

2. A simple pendulum of length 2m with a bob of mass M oscillates with an angular amplitude of $\frac{\pi}{6}$ radians then (use $\sqrt{g} = \pi$) :

M द्रव्यमान के गोलक का 2m लम्बाई का एक सरल लोलक $\frac{\pi}{6}$ रेडियन कोणीय आयाम से दोलन करता है तब ($\sqrt{g} = \pi$)

का उपयोग करो) :

(A) tension in the string is $mg \cos 15^\circ$ at angular displacement of 15°

(B*) rate of change of speed at angular displacement of 15° is $g \sin 15^\circ$

(C*) tension in the string is greater than $mg \cos 15^\circ$ at angular displacement of 15°

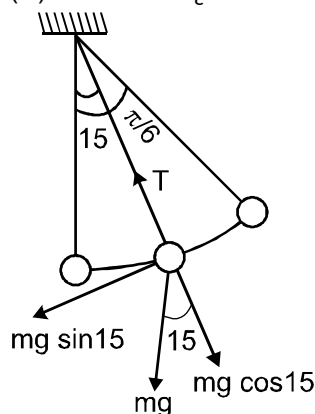
(D) frequency of oscillation is 0.5 sec^{-1} .

(A) डोरी में तनाव 15° के कोणीय विस्थापन पर $mg \cos 15^\circ$ है।

(B*) 15° के कोणीय विस्थापन पर चाल के परिवर्तन की दर $g \sin 15^\circ$ है।

(C*) 15° के कोणीय विस्थापन पर डोरी में तनाव $mg \cos 15^\circ$ से अधिक होगा।

(D) दोलन की आवृत्ति 0.5 sec^{-1} है।



Sol.

$$\text{As चूंकि } T - mg \cos 15 = \frac{mV^2}{\ell}$$

$$\therefore T > mg \cos 15$$

$$\text{As चूंकि } \frac{dv}{dt} = a \text{ (tangential acceleration) (स्पर्श रेखीय त्वरण)}$$

$$\therefore a = g \sin 15$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

3. A particle moving with kinetic energy = 3 J makes an elastic head-on collision with a stationary particle which has twice its mass. During the impact :
 3J गतिज ऊर्जा से गतिशील एक कण दूसरे स्थिर कण से सीधी प्रत्यास्थ टक्कर करता है। स्थिर कण का द्रव्यमान दुगुना है। टक्कर के दौरान :
- (A*) the minimum kinetic energy of the system is 1 J
 निकाय की न्यूनतम गतिज ऊर्जा 1 J है
- (B*) the maximum elastic potential energy of the system is 2 J
 निकाय की अधिकतम प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा 2 J है
- (C*) momentum and total energy are conserved at every instant
 प्रत्येक क्षण संवेग व कुल ऊर्जा संरक्षित रहती है
- (D*) the ratio of kinetic energy to potential energy of the system first decreases and then increases.
 निकाय की गतिज व स्थितिज ऊर्जा का अनुपात पहले घटता है तथा फिर बढ़ता है।

Sol. Let m be mass of first particle hence $2m$ will be mass of stationary particle. $K.E. = \frac{1}{2} mv^2 = 3J$

For maximum deformation state (from conservation of linear momentum)

$$mv + 0 = 3m v'$$

$$v' = \frac{v}{3}$$

$$\text{Minimum kinetic energy of the system} = \frac{1}{2} (3m)v'^2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} (3m) \left(\frac{v}{3} \right)^2 \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) = \frac{1}{3} \times 3 \\ &= 1 J \end{aligned}$$

Maximum elastic potential energy of the system

$$\begin{aligned} &= \text{Total K.E.} - \text{Min. K.E.} \\ &= 3 - 1 = 2 J \end{aligned}$$

As the external force on the system is zero, hence its momentum is conserved at every instant. As the collision is elastic, hence total energy will also be conserved at every instant.

Ratio of K.E. to P.E. of the system first decreases, as the K.E. decreases & P.E. increases upto maximum deformation state after that K.E. increases & P.E. decreases hence, the ratio of K.E. to P.E. then increases.

माना पहले कण का द्रव्यमान m है अतः स्थिर कण का द्रव्यमान $2m$ होगा. $K.E. = mv^2 = 3J$

अधिकतम विकृति अवस्था के लिए (रेखीय संवेग संरक्षण से)

$$mv + 0 = 3m v'$$

$$v' = \frac{v}{3}$$

$$\text{निकाय की अधिकतम गतिज ऊर्जा} = \frac{1}{2} (3m)v'^2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} (3m) \left(\frac{v}{3} \right)^2 \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) = \frac{1}{3} \times 3 \\ &= 1 J \end{aligned}$$

निकाय की अधिकतम प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा

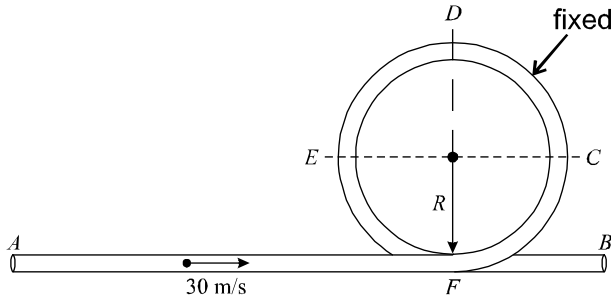
$$\begin{aligned} &= \text{कुल गतिज ऊर्जा} - \text{न्यूनतम गतिज ऊर्जा} \\ &= 3 - 1 = 2 J \end{aligned}$$

जैसा कि निकाय पर बाह्य बल शून्य है अतः इसका हर क्षण संवेग संरक्षित है। चूंकि टक्कर प्रत्यास्थ है अतः कुल ऊर्जा भी प्रत्येक समय संरक्षित रहेगी। निकाय का K.E. तथा P.E. का अनुपात पहले घटता है चूंकि K.E. घटती है तथा P.E. उसकी अधिकतम विकृति अवस्था तक बढ़ती है उसके बाद K.E. बढ़ती है तथा P.E. घटती है अतः K.E. तथा P.E. का अनुपात तब बढ़ता है।

Comprehension : अनुच्छेद

A smooth horizontal pipe is bent in the form of a vertical circle of radius 20 m as shown in figure. A small glass ball is thrown in horizontal portion of pipe at speed 30 m/s as shown from end A. (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक चिकने क्षैतिज पाईप को चित्रानुसार 20 m त्रिज्या की ऊर्ध्वाधर वृत्त में मोड़ा जाता है। एक छोटी काँच की गेंद को पाईप के क्षैतिज तल A से 30 m/s की चाल से फेंका जाता है। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



4. Which of the following statement is/are correct : निम्न में से कौनसे तथ्य सही होंगे –

- (i) ball will not come out from end B. गेंद सिरे B से बाहर नहीं आयेगी।
 - (ii) ball will come out from end B. गेंद सिरे B से बाहर आ जायेगी।
 - (iii) At point D speed of ball will be just more than zero. बिन्दु D पर गेंद की चाल शून्य से ठीक ज्यादा होगी।
 - (iv) At point E and C the ball will have same speed. बिन्दु E तथा C पर गेंद की चाल एक समान होगी।
- (A) only (i) (B*) (ii) and (iv) (C) (ii), (iii) and (iv) (D) only (ii)
 (A) केवल (i) (B*) (ii) और (iv) (C) (ii), (iii) और (iv) (D) केवल (ii)

Sol. In the given situation if the speed becomes zero at the highest point then also the particle can complete the circle as there is no chance for the particle to loose contact in this case.

u_{\min} = minimum speed required to complete vertical circle

दी गई स्थिति में यदि उच्चतम बिन्दु पर चाल शून्य हो जाती है तो कण भी वृत्त पूरा कर सकती है चूंकि वहाँ इस स्थिति में ढीले सम्पर्क के लिए कण के लिए कोई मौका नहीं है।

u_{\min} = ऊर्ध्व वृत्त पूरा करने के लिए आवश्यक न्यूनतम चाल

$$= \sqrt{4gR} = \sqrt{4 \times 10 \times 20} = \sqrt{800} \text{ m/s}$$

$$30 \text{ m/s} > \sqrt{800}$$

so it can easily complete the vertical circle

अतः यह आसानी से ऊर्ध्व वृत्त पूरा कर सकता है।

Now, for point C

C बिन्दु के लिए

$$K_f + P_f = P_i + K_i$$

$$\frac{1}{2} mv_c^2 + mgh_c = 0 + \frac{1}{2} m(30)^2$$

$$v_c^2 = (30)^2 - 2gh_c$$

As $h_c = h_E = R$; heights of points C & E from reference

चूंकि $h_c = h_E = R$; निर्देश तंत्र से C व E बिन्दुओं की ऊँचाई

so अतः $V_E = V_C$

5. At what angle from vertical from bottom most point F. The normal reaction on ball due to pipe will change its direction (in terms of radially outwards and inwards) :

निम्नतम बिन्दु F से ऊर्ध्वाधर से किस कोण पर पाईप के कारण गेंद पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल अपनी दिशा बदलेगा। (त्रिज्यरूप से अन्दर तथा बाहर की ओर) :

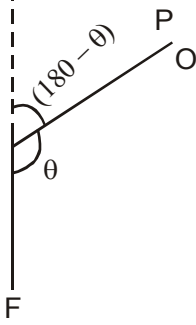
$$(A) \theta = 180^\circ$$

$$(B) \theta = \cos^{-1} \left(-\frac{2}{3} \right)$$

$$(C*) \theta = \cos^{-1} \left(-\frac{5}{6} \right)$$

(D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol.



$$mg \cos (180 - \theta) = \frac{mv^2}{\ell} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Applying W – E theorem between points F & P :
बिन्दुओं F तथा P के मध्य कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} mv^2 + mg\ell(1 - \cos \theta)$$

$$v^2 = u^2 - 2g\ell(1 - \cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

on putting the value of v^2 from (2) in (1)
(1) में (2) से v^2 का मान रखने पर

$$mg \cos (180 - \theta) = \frac{m}{\ell} (u^2 - 2g\ell(1 - \cos \theta))$$

$$-g \cos \theta = u^2 - 2g\ell + 2g \cos \theta$$

$$-3g \cos \theta = 900 - 2 \times 10 \times 20$$

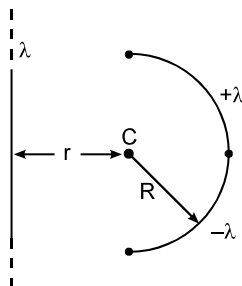
$$\cos \theta = -\frac{500}{3g\ell} = \frac{-500}{600}$$

$$\cos \theta = -5/6$$

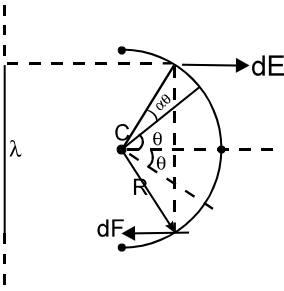
6. With what speed ball will come out from point B : बिन्दु B से गेंद किस चाल से बाहर निकलेगी :
(A*) 30 m/s (B) $20\sqrt{2}$ m/s (C) $10\sqrt{5}$ m/s (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. As there will be no energy dissipation, it will come out at the same speed at which it enters.
चुंकि ऊर्जा का कोई अपव्यय नहीं होगा यह उसी चाल से बाहर आयेगी जिस चाल से यह प्रवेश करती है।

7. In the figure shown, a very long wire and a semicircular ring of radius 'R' are placed in the same plane. The centre of the ring is at a distance 'r' from the wire. The wire has uniformly distributed line charge density ' λ ' and the ring has linear charge density '+ λ ' on one half and '- λ ' on the other half as shown. Find the magnitude of net torque on the ring due to the wire.
प्रदर्शित चित्र में एक बहुत लम्बा तार तथा 'R' त्रिज्या की एक अर्द्धवृत्ताकार वलय समान तल में स्थित है। वलय का केन्द्र तार से 'r' दूरी पर है। तार रेखीय आवेश घनत्व ' $-\lambda$ ' से एक समान रूप से आवेशित है तथा वलय के आधे भाग पर रेखीय आवेश घनत्व '+ λ ' तथा शेष आधे भाग पर '- λ ' चित्रानुसार स्थित है। तार के कारण वलय पर कुल बल आघूर्ण का परिमाण ज्ञात करें।



Sol.



$$d\tau = dF \cdot 2R \sin \theta = \frac{2k\lambda R d\theta \lambda}{r + R \cos \theta} 2R \sin \theta$$

$$\tau = 4k\lambda^2 R$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{R \sin \theta d\theta}{r + R \cos \theta}$$

$$= 4k\lambda^2 R [-\ln r + R \cos \theta]_0^{\pi/2} = -4k\lambda^2 R \left[\ln \frac{r}{r+R} \right]$$

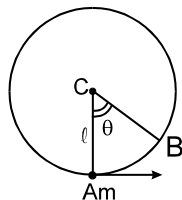
$$\tau = 4k\lambda^2 R \ln \left(\frac{R+r}{r} \right)$$

$$\tau = \frac{\lambda^2 R}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{R+r}{r} \right)$$

Ans. $\tau = \frac{\lambda^2 R}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{R+r}{r} \right)$

8. A particles of mass m is attached at one end of a light, inextensible string of length ℓ whose other end is fixed at the point C. The particle is given minimum velocity at the lowest point to complete the circular path in the vertical plane. As it moves in the circular path the tension in the string changes with θ . θ is defined in the figure. As θ varies from '0' to ' 2π ' (i.e. the particle completes one revolution) plot the variation of tension 'T' against ' θ '.

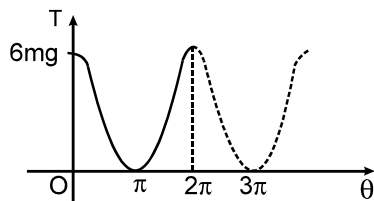
एक m द्रव्यमान का कण, हल्की अप्रत्यास्थ ℓ लम्बाई की डोरी से जोड़ा गया है जिसका दूसरा सिरा C पर स्थिर (Fixed) किया गया है कण को निम्नतम स्थिति में न्यूनतम वेग दिया गया है ताकि यह उर्ध्वाधर तल में वृत्तीय गति पूरी कर लेवे। प्रदर्शित चित्र में θ है जिसके बदलने में साथ डोरी में तनाव बदलता है तो θ के '0' से ' 2π ' तक (अर्थात् पूर्ण चक्कर के लिए) बदलने के लिए तनाव 'T' का ' θ ' के साथ ग्राफ खींचे।



Sol. By Newton's law at B
B पर न्यूटन के नियम से

$$T - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{\ell}$$

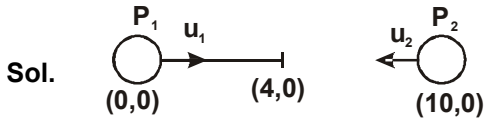
By energy conservation b/w A and B
A व B के बीच ऊर्जा संरक्षण द्वारा



$$mg\ell (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m (5\ell g)$$

$$\begin{aligned}
mv^2 &= m \cdot 5g - 2mg(1 - \cos\theta) \\
T &= mg \cos\theta + m \cdot 5g - 2mg(1 - \cos\theta) \\
&= 3mg + 3mg \cos\theta \\
&= 3mg + 3mg \cos\theta \\
3mg(1 + \cos\theta) &= 6mg \cos^2(\theta/2)
\end{aligned}$$

9. Two particles P_1 and P_2 of equal mass situated at $(0, 0)$ and $(10, 0)$ respectively at $t = 0$ and moving with constant velocities collided head on at point $(4, 0)$ after time t_0 . If the coefficient of restitution is 1 then what is the x-co-ordinate of centre of mass of the two particles at $t = 2t_0$.
समान द्रव्यमान के दो कण P_1 तथा P_2 , $t = 0$ समय पर क्रमशः $(0, 0)$ तथा $(10, 0)$ पर स्थित हैं तथा नियत वेग से गति करते हुए t_0 समय पर बिन्दु $(4, 0)$ पर सम्मुख टकराते हैं। यदि प्रत्यावस्थान गुणांक 1 है तो $t = 2t_0$ समय पर दोनों कणों के द्रव्यमान केन्द्र के x निर्देशांक ज्ञात करो।



$$u_1 = \frac{4}{t_0} \text{ and } u_2 = \frac{6}{t_0}$$

At $t = t_0$, x-coordinate of c.m. is 4. Hence after further t_0 time
 $t = t_0$ समय पर, c.m. का x-निर्देशांक 4 है। अतः अगले t_0 समय में

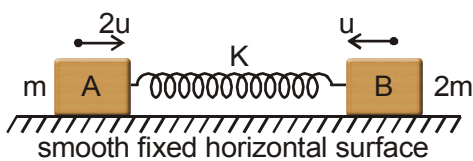
$$X_{cm} = 4 + v_{cm} \cdot t_0$$

$$= 4 + \frac{\left(\frac{4}{t_0} - \frac{6}{t_0}\right) \cdot t_0}{2} = 3$$

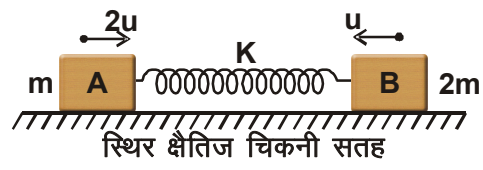
Ans. 3

10. Two blocks A and B of mass m and $2m$ connected by a light spring of spring constant k lie at rest on a fixed smooth horizontal surface. Initially the spring is unstretched. Now at time $t = 0$ both the blocks are imparted horizontal velocities towards each other of magnitudes $2u$ and u as shown in figure. In the subsequent motion, the only horizontal force acting on blocks is due to spring. Match the conditions in column-I with the instants of time they occur as given in column-II.

एक चिकने क्षैतिज तथा स्थिर दृढ़ तल पर m तथा $2m$ द्रव्यमान के दो ब्लॉक A तथा B स्थिर अवस्था में रखे हुये हैं। दोनों ब्लॉकों को K स्प्रिंग नियतांक की एक हल्की स्प्रिंग से जोड़ा गया है। प्रारम्भ में स्प्रिंग में खिंचाव नहीं है। $t = 0$ पर दोनों ब्लॉकों को चित्र में दर्शाये अनुसार एक दूसरे की ओर क्रमशः $2u$ तथा u परिमाण का वेग दिया जाता है। गति के दौरान ब्लॉकों पर लगने वाला क्षैतिज बल केवल स्प्रिंग के कारण ही लगता है। कॉलम-I में दी गई स्थितियाँ जिस समय पर प्राप्त होती हैं उस समय का कॉलम-II से चयन कीजिये –



Column-I



Column-II

(A) The speed of both blocks are same at time

$$(p) t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2m}{3k}}$$

(B) The length of spring is least at time

$$(q) t = \pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$$

(C) The length of spring is maximum at time

$$(r) t = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{2m}{3k}}$$

(D) The acceleration of both blocks is zero

$$(s) t = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$$

simultaneously at time

कॉलम-I

(A) दोनों ब्लॉकों की चाल समान होगी।

(B) स्प्रिंग की लम्बाई न्यूनतम होगी।

(C) स्प्रिंग की लम्बाई अधिकतम होगी।

(D) दोनों ब्लॉकों का त्वरण एकसाथ एक ही समय पर शून्य होगा।

कॉलम-II

(p) $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2m}{3k}}$ पर

(q) $t = \pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$ पर

(r) $t = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{2m}{3k}}$ पर

(s) $t = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$ पर

Ans. (A) p,r (B) p (C) r (D) q,s

Sol. The time period of oscillation of either block is $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$.

After starting at $t = 0$ from mean position, at $t = \frac{T}{4}$ both blocks will reach extreme position for first time and the compression is maximum. Also speeds of both blocks are zero.

At instant $t = \frac{T}{2}$, both blocks are again at mean position and their acceleration is zero.

At instant $t = \frac{3T}{4}$, the blocks are again at extreme positions with length of the spring being maximum and speed of both blocks being zero.

At $t = T$, the blocks are again at mean position and their acceleration is zero

प्रत्येक गट्टे का आवर्तकाल $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$.

मध्यावस्था से $t = 0$ पर प्रारम्भ होने के पश्चात् $t = \frac{T}{4}$ पर दोनों गट्टे प्रथम बार चरल स्थिति पर पहुँचते हैं एवं स्प्रिंग में संकुचन अधिकतम एवं दोनों गट्टों की चाल भी शून्य है।

$t = \frac{T}{2}$ पर दोनों गट्टे पुनः मध्य अवस्था में हैं तथा उनके त्वरण शून्य है।

$t = \frac{3T}{4}$ पर गट्टे पुनः चरम स्थिति पर होंगे तथा स्प्रिंग की लम्बाई अधिकतम होगी एवं दोनों गट्टों की चाल शून्य होगी।

$t = T$ पर गट्टे पुनः मध्य स्थिति में होंगे एवं उनका त्वरण शून्य होगा।

DPP No. : B2 (JEE-Advanced)

Total Marks : 43	Max. Time : 33 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1	(3 marks, 2 min.) [03, 02]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.2 to Q.6	(4 marks 2 min.) [20, 10]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.9	(4 marks 5 min.) [12, 15]
Match the Following (no negative marking) Q.10	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C2

1. (C)	2. (C) (D)	3. (B) (C) (D)	4. (A) (C)	5. (A) (B) (C)
6. (B) (C)	7. 4	8. 7	9. 40	10. (A) r, s (B) r, s (C) p (D) p, q

1. A particle is revolving in a circle of radius R with initial speed v . It starts retarding with retardation $\frac{v^2}{4\pi R}$.

The number of revolutions it makes in time $\frac{8\pi R}{v}$ is :

एक कण R त्रिज्या के वृत्त में प्रारम्भिक चाल v से गतिशील है। यह नियत मंदन $\frac{v^2}{4\pi R}$ के साथ मंदित होना प्रारम्भ

करता है। यह $\frac{8\pi R}{v}$ समय में कितने चक्कर पूरे करेगा –

- (A) 3 (B) 4 (C*) 2 (D) none of these उपरोक्त में से कोई नहीं

Sol. Initial Velocity = $V = u$ (say)

Velocity at time $t = v$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v^2}{4\pi R} \Rightarrow -\int \frac{dv}{v^2} = \int \frac{dt}{4\pi R}$$

$$\frac{1}{u} = 0 + C \therefore \frac{1}{v} = \frac{1}{4\pi R} t + \frac{1}{u}$$

$$= \frac{ut + 4\pi R}{4\pi Ru} \Rightarrow \int \frac{dt}{ut + 4\pi R} = \int \frac{ds}{4\pi Ru}$$

$$\frac{1}{u} \cdot \log_e (ut + 4\pi R) = \frac{1}{4\pi Ru} s + C$$

$$\frac{1}{u} \cdot \log_e (0 + 4\pi R) = 0 + C$$

$$\left(\frac{ut + 4\pi R}{4\pi R} \right) \log_e = \frac{S}{4\pi R} \quad \text{For } t = \frac{8\pi R}{u}$$

$$\log_e \left(\frac{u}{4\pi R} \times \frac{8\pi R}{u} + \frac{4\pi R}{4\pi R} \right) = \frac{S}{4\pi R}$$

$$\therefore S = (4\pi R) \log_e 3 = 4\pi R (\text{about})$$

$$\therefore \text{Number of revolution} = 2$$

2. A charged ring (uniform) has electric field 10 N/C at a point on the axis of it. If same charge on the same ring is distributed non-uniformly, then the electric field at the same point :
 (A) must be 10 N/C (B) may be less than 10 N/C
 (C*) may be 10 N/C (D*) may be more than 10 N/C

एक आवेशित वलय (एकसमान) के अक्ष पर स्थित बिन्दु पर 10 N/C का विद्युत क्षेत्र है। यदि समान वलय पर समान आवेश असमान रूप से वितरित है तो समान बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र।

- (A) 10 N/C होगा (B) 10 N/C से कम हो सकता है
 (C*) 10 N/C हो सकता है (D*) 10 N/C से अधिक हो सकता है।

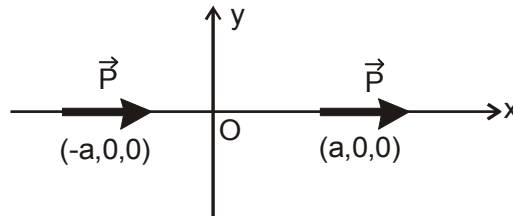
Sol. In the case of non uniform distribution of charge, the electric field has two components along the axis and \perp^r to axis of the ring. In this case it is not necessary that \perp^r components are cancelled out. So $\vec{E}_{res.}$ can be more than 10 N/C.

आवेश के असमान वितरण की स्थिति में विद्युत क्षेत्र के वलय की अक्ष के अनुदिश व अक्ष के लम्बवत् दो घटक होंगे। इस स्थिति में यह आवश्यक नहीं है कि लम्बवत् घटक एक दूसरे को निरस्त करेंगे।

अतः $\vec{E}_{res.}$ 10 N/C से अधिक हो सकता है।

3. Two identical dipoles of dipole moment $\vec{P} = p_0 \hat{i}$ (p_0 is a positive constant) are placed on x-axis at points A(a, 0, 0) and B(-a, 0, 0) as shown. Then pick up the correct statements :

$\vec{P} = p_0 \hat{i}$ द्विध्रुव आघूर्ण (p_0 धनात्मक नियतांक है) के दो समरूप द्विध्रुव x-अक्ष पर स्थित बिन्दु A (a, 0, 0) तथा B(-a, 0, 0) पर चित्रानुसार रखे हुये हैं। तब सही कथन/कथनों का चयन कीजिये –



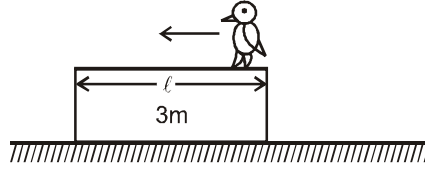
- (A) The electric field at each point on y-z plane (except at infinity) must be perpendicular to y-z plane.
 (B*) If electric field exists at a point on y-z plane, it must be perpendicular to y-z plane.
 (C*) Potential at each point on y-z plane is zero.
 (D*) There is a circle of finite radius on y-z plane with centre at origin such that both electric field and potential are zero at each point on its periphery.
 (A) y-z तल पर प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र (अनन्त के अतिरिक्त) y-z तल के लम्बवत् होगा।
 (B*) यदि विद्युत क्षेत्र y-z तल के किसी बिन्दु पर उपस्थित है तो यह y-z तल के लम्बवत् होगा।
 (C*) y-z तल के प्रत्येक बिन्दु पर विभव शून्य होगा।
 (D*) y-z तल पर परिमित त्रिज्या का एक वृत्त (जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है) इस प्रकार होगा कि विद्युत क्षेत्र तथा विभव दोनों इसकी परिधी के प्रत्येक बिन्दु पर शून्य होंगे।

Sol. Potential at each point on y-z plane is zero. The electric field will be zero on y-z plane at a distance $\sqrt{2} a$ from origin.

y-z तल पर प्रत्येक बिन्दु पर विभव शून्य होगा। y-z तल पर मूल बिन्दु से $\sqrt{2} a$ दूरी पर विद्युत क्षेत्र शून्य होगा।

$$F = \frac{9 \times 10^9 \times \frac{2}{3} \mu C \times \frac{1}{3} \mu C}{1^2} = 2mN$$

4. A penguin of mass m stands at the right edge of a sled of mass $3m$ and length ℓ . The sled lies on frictionless ice. The penguin starts moving towards left, reaches the left end and jumps with a velocity u and at an angle θ relative to ground. (Neglect the height of the sled)
 m द्रव्यमान का पेंग्विन लम्बाई ℓ तथा $3m$ द्रव्यमान की सिल्ली के ऊपर दांये सिरे पर खड़ा हुआ है। सिल्ली घर्षणरहित बर्फ के ऊपर रखी हुई है। पेंग्विन बाएं तरफ चलना प्रारम्भ करता है तथा बाएं सिरे पर पहुँचकर u वेग के साथ धरातल से θ कोण पर छलांग लगाता है। (सिल्ली की ऊँचाई को नगण्य मानें)



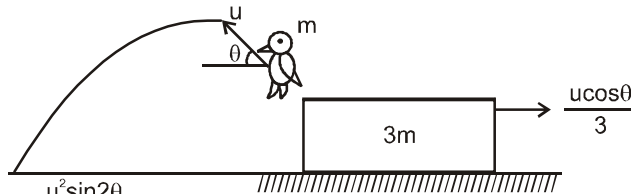
- (A*) Till the penguin reaches the left end, the sled is displaced by $\frac{\ell}{4}$
 (B) Till the penguin reaches the left end, the sled is displaced by $\frac{\ell}{3}$
 (C*) After jumping, it will fall on the ground at a distance $\frac{4}{3} \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ from the left end of the sled.
 (D) After jumping, it will fall on the ground at a distance $\frac{3}{4} \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ from the left end of the sled.
 (A*) पेंग्विन के बाएं सिरे तक पहुँचने पर सिल्ली $\frac{\ell}{4}$ से विस्थापित होती है।
 (B) पेंग्विन के बाएं सिरे तक पहुँचने पर सिल्ली $\frac{\ell}{3}$ से विस्थापित होती है।
 (C*) छलांग लगाने के पश्चात पेंग्विन सिल्ली के बाएं सिरे से $\frac{4}{3} \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ दूरी पर धरातल पर गिरता है।
 (D) छलांग लगाने के पश्चात पेंग्विन सिल्ली के बाएं सिरे से $\frac{3}{4} \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ दूरी पर धरातल पर गिरता है।

Sol.

$$(A) \quad S_m = \frac{m_1 S_1 + m_2 S_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{(3m)(-x) + (m)(\ell - n)}{3m + m}$$

$$x = \frac{\ell}{4}$$



$$(C) \quad R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

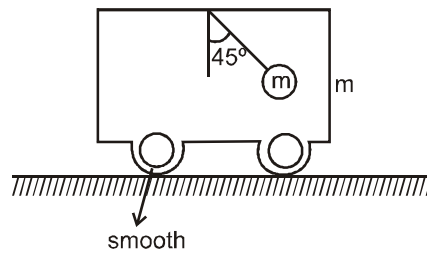
$$T = \frac{2u \sin \theta}{g}$$

$$\text{Displacement of sled in this time} = \left(\frac{u \cos \theta}{3} \right) \left(\frac{2u \sin \theta}{g} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \right)$$

$$\text{इस समय में सिल्ली का विस्थापन} = \left(\frac{u \cos \theta}{3} \right) \left(\frac{2u \sin \theta}{g} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \right)$$

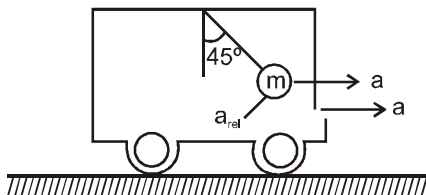
$$\text{Total distance कुल दूरी} = \frac{4}{3} \left(\frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \right)$$

5. A cart of mass m is placed on a smooth horizontal surface. A pendulum of mass m is released from rest as shown. Then :
 m द्रव्यमान की गाड़ी चिकनी क्षैतिज जगह पर स्थित है। m द्रव्यमान का लोलक स्थिरावस्था से चित्रानुसार छोड़ा जाता है तो:



- (A*) velocity of the cart just after release is zero.
 (B*) acceleration of the cart just after release is $g/3$.
 (C*) velocity of the pendulum relative to the cart just after release is zero.
 (D) acceleration of pendulum relative to the cart just after release is $g/3$.
 (A*) छोड़ने के तुरन्त पश्चात् गाड़ी का वेग शून्य है।
 (B*) छोड़ने के तुरन्त पश्चात् गाड़ी का त्वरण $g/3$ है।
 (C*) छोड़ने के तुरन्त पश्चात् लोलक का गाड़ी के सापेक्ष वेग शून्य है।
 (D) छोड़ने के तुरन्त पश्चात् लोलक का गाड़ी के सापेक्ष त्वरण $g/3$ है।

Sol. As the system is released from rest, velocity of the cart and pendulum just after release is zero.
 For acceleration



Equation for pendulum in tangential direction

$$mg \sin 45^\circ = m (a_{rel} - a \cos 45^\circ) \quad \dots (1)$$

Equation for the system in x direction

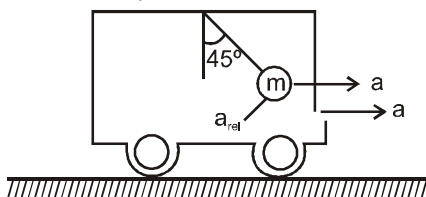
$$(F_{net})_x = 0 = (m) (a) + (m) (a - a_{rel} \cos 45^\circ) \quad \dots (2)$$

Solving

$$a = \frac{g}{3}$$

$$a_{rel} = 2\sqrt{2} \frac{g}{3}$$

Sol. निकाय को स्थिरावस्था से छोड़ने पर गाड़ी तथा लोलक का वेग छोड़ने के तुरन्त पश्चात् शून्य है।
 त्वरण के लिए



लोलक के लिए स्पर्श रेखीय दिशा में समीकरण से

$$mg \sin 45^\circ = m (a_{rel} - a \cos 45^\circ) \quad \dots (1)$$

निकाय पर x दिशा में समीकरण से

$$(F_{net})_x = 0 = (m) (a) + (m) (a - a_{rel} \cos 45^\circ) \quad \dots (2)$$

हल करने पर

$$a = \frac{g}{3}$$

$$a_{rel} = 2\sqrt{2} \frac{g}{3}$$

6. Consider a vernier callipers in which each 1 cm on the main scale is divided into 8 equal divisions and a screw gauge with 100 divisions on its circular scale. In the vernier callipers, 5 divisions of the vernier scale coincide with 4 division on the main scale and in the screw gauge, one complete rotation of the circular scale moves it by two divisions on the linear scale. Then,
- (A) If the pitch of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.01mm.
- (B*) If the pitch of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.005mm.
- (C*) If the least count of the linear scale of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.01 mm.
- (D) If the least count of the linear scale of the screw gauge is twice the least count of the vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.005 mm.
- एक वर्नियर कैलीपर्स में मुख्य पैमाने का 1 cm, 8 बराबर भागों में विभक्त है तथा एक पेंचमापी के वृत्ताकार पैमाने पर 100 भाग हैं। वर्नियर कैलीपर्स में वर्नियर पैमाने पर 5 समान भाग हैं जो मुख्य पैमाने के 4 भागों से पूरी तरह मिलते हैं (संपाती होते हैं)। पेंचमापी में वृत्ताकार पैमाने के एक पूरे चक्कर से रेखीय पैमाने पर 2 भागों की दूरी तय होती है। तब
- (A) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01mm है।
- (B) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005mm है।
- (C) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दोगुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01 mm है।
- (D) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दोगुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005 mm है।
- [JEE(Advanced) 2015 ; P-1,4/88, -2]**

Ans.

(B,C)

For Vernier calipers

वर्नियर कैलिपर्स के लिये

$$1\text{MSD} = \frac{1}{8}\text{cm}$$

$$5\text{VSD} = 4\text{MSD}$$

$$1\text{VSD} = \frac{4}{5}\text{MSD} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{10}\text{cm}$$

$$\text{LC of vernier calliper वर्नियर कैलिपर्स का अल्पतमांक} = \frac{1}{8}\text{cm} - \frac{1}{10}\text{cm} = 0.025\text{cm}$$

(A) & (B) स्कूगेज का चुड़ी अन्तराल

$$\text{pitch of screw gauge} = 2 \times (0.025) = 0.05\text{cm}$$

$$\text{Leastcount of screw gauge} = \frac{0.05}{100}\text{cm} = 0.005\text{mm}$$

$$\text{स्कूगेज का अल्पतमांक} = \frac{0.05}{100}\text{cm} = 0.005\text{mm}$$

(C) & (D) Least count of linear scale of screw gauge = 0.05 cm

(C) तथा (D) स्कूगेज के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक = 0.05 cm

$$\text{pitch चुड़ी अन्तराल} = 0.05 \times 2\text{cm} = 0.1\text{cm}$$

$$\text{Leastcount of screw gauge स्कूगेज का अल्पतमांक} = \frac{0.1}{100}\text{cm} = 0.01\text{mm}$$

7. The energy of a system as a function of time t is given as $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$, where $\alpha = 0.2\text{s}^{-1}$. The measurement of A has an error of 1.25%. If the error in the measurement of time is 1.50%, the percentage error in the value of $E(t)$ at $t = 5\text{s}$ is

एक निकाय की समय t पर ऊर्जा $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$ फलन द्वारा दी जाती है, जहाँ $\alpha = 0.2\text{s}^{-1}$ हैं। A के मापन में 1.25% की प्रतिशत त्रुटि है। यदि समय के मापन में 1.50% की त्रुटि है तब $t = 5\text{s}$ पर $E(t)$ के मान में प्रतिशत त्रुटि होगी।

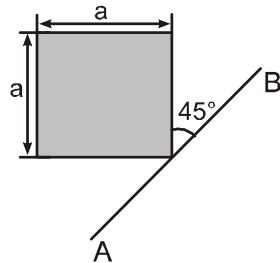
[JEE(Advanced) 2015 ; P-2,4/88]

Ans.

4

Sol. $E(t) = A^2 e^{-\alpha t}$
 $\alpha = 0.2 \text{ s}^{-1}$
 $\frac{dA}{A} = 1.25\%$
 $\frac{dt}{t} = 1.50\%$
 $\frac{dE}{E} = ?$
 $\log E = 2 \log A - \alpha t$
 $\frac{dE}{E} = \pm 2 \frac{dA}{A} \pm \alpha dt$
 $= \pm 2(1.25) \pm 0.2(7.5)$
 $= \pm 2.5 \pm 1.5$
 $= \pm 4\%$

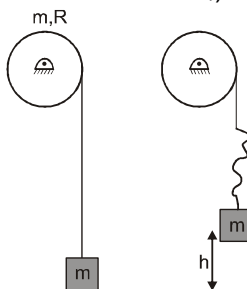
8. Find the moment of inertia (in kg.m^2) of a thin uniform square sheet of mass $M = 3\text{kg}$ and side $a = 2\text{m}$ about the axis AB which is in the plane of sheet :
 एक पतली एकसमान वर्गाकार प्लेट जिसका द्रव्यमान $M = 3\text{kg}$ और भुजा $a = 2\text{m}$ है, का AB अक्ष जोकि प्लेट के तल में है, के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण (kg.m^2 में) ज्ञात करो।



Ans. 7

Sol. $I = \frac{ma^2}{12} + m \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{7ma^2}{12} = 7.$

9. A solid cylindrical pulley of mass m and radius $R = 10 \text{ cm}$ is hinged about its horizontal axis of symmetry. A light string is wrapped around it, and a small block of mass ' m ' is suspended from the string. Now the block is lifted vertically by a distance $h = 1.8 \text{ m}$ and released. Just after the string becomes taut again, find the angular velocity of the cylinder in rad/s . (Take $g = 10 \text{ m/sec}^2$)
 m द्रव्यमान और $R = 10 \text{ cm}$ त्रिज्या की एक ठोस बेलनाकार घिरनी अपने क्षैतिज सममित अक्ष के सापेक्ष कीलकित (hinged) है। एक हल्के धागे को इस पर लपेटा जाता है और ' m ' द्रव्यमान के एक ब्लॉक को इससे लटकाया जाता है। अब ब्लॉक को $h = 1.8 \text{ m}$ ऊपर उठाकर छोड़ दिया जाता है। रस्सी के पुनः तनित (tight) होने के ठीक बाद घिरनी का कोणीय वेग rad/s में ज्ञात करो। ($g = 10 \text{ m/sec}^2$ लीजिए)



Ans. 40

Sol. Applying angular momentum conservation about the hinge point, between just before and just after the jerk

झटका लगने के ठीक पहले तथा ठीक पश्चात् कीलकित बिन्दु के परितः कोणीय संवेग संरक्षण से

$$L_i = L_f$$

$$(m) (\sqrt{2gh}) (R) = (m) (\omega R) (R) + \left(\frac{mR^2}{2} \right) \omega$$

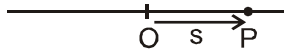
$$\omega = \frac{2 \sqrt{2gh}}{3 R}$$

$$\omega = \frac{2 \sqrt{2 \times 10 \times 1.8}}{3 \times 0.1}$$

$$\omega = 40 \text{ rad/sec.}$$

10. A particle of mass $m = 1 \text{ kg}$ executes SHM about mean position O with angular frequency $\omega = 1.0 \text{ rad/s}$ and total energy 2 J . x is positive if measured towards right from O . At $t = 0$, particle is at O and moves towards right. Match the condition in column-I with the position of the particle in column-II

$m = 1 \text{ kg}$ द्रव्यमान का एक कण माध्य बिन्दु O के सापेक्ष $\omega = 1.0$ रेडियन/से. तथा कुल ऊर्जा 2 जूल से सरल आवर्त गति कर रहा है। x , O से दांयी तरफ धनात्मक है। $t = 0$ पर कण O पर तथा दांयी तरफ गतिशील है। स्तम्भ-I को स्तम्भ -II से सुमेलित करिये।



Column-I

- (A) speed of particle is $\sqrt{2} \text{ m/s}$ at
- (B) Kinetic energy of the particle is 1 J at
- (C) At $t = \pi/6 \text{ s}$ particle is at
- (D) Kinetic energy is 1.5 J at

स्तम्भ-I

- (A) कण की चाल $\sqrt{2} \text{ m/s}$ जिस बिन्दु पर होगी वह है
- (B) कण की गतिज ऊर्जा 1 जूल जिस बिन्दु पर होगी वह है
- (C) $t = \pi/6$ पर कण जिस बिन्दु पर होगा वह है
- (D) गतिज ऊर्जा 1.5 जूल जिस बिन्दु पर होगी वह है

Column-II

- (p) $x = +1 \text{ m}$
- (q) $x = -1 \text{ m}$
- (r) $x = +\sqrt{2} \text{ m}$
- (s) $x = -\sqrt{2} \text{ m}$

स्तम्भ-II

- (p) $x = +1 \text{ m}$
- (q) $x = -1 \text{ m}$
- (r) $x = +\sqrt{2} \text{ m}$
- (s) $x = -\sqrt{2} \text{ m}$

Ans. (A) r,s (B) r, s (C) p (D) p,q

Sol. $KE_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = TE \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{1}} = 2 \text{ m/s}$

amplitude आयाम $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 2 \text{ m}$.

$$x = A \sin \omega t = 2 \sin t$$

$$v = 2 \cos t = \sqrt{4 - x^2}$$

(A) $v = \sqrt{2} \text{ m/s} \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \text{ m}$.

(B) $KE = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2} \text{ m/s}$.

$$\therefore x = \pm \sqrt{2} \text{ m}.$$

(C) at $t = \pi/6 \text{ s}$, पर $x = 2 \sin \pi/6 = 1 \text{ m}$.

(D) $KE = \frac{3}{2} \Rightarrow 1.5 = \frac{1}{2} \times m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{3} \Rightarrow x = \pm 1 \text{ m}$.

DPP No. : C3 (JEE-Advanced)

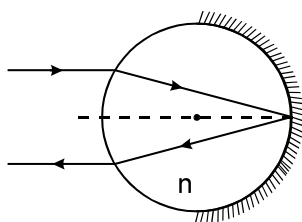
Total Marks : 37	Max. Time : 30 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2	(3 marks, 2 min.) [06, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.3 to Q.7	(3 marks 2 min.) [15, 10]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.8 to Q.9	(4 marks 5 min.) [08, 10]
Match the Following (no negative marking) Q.10	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C3

1. (D)	2. (D)	3. (C)	4. (A)	5. (C)	6. (B)	7. (D)
8. 5	9. $\frac{72v}{55\ell}, \frac{\pi\ell}{3}, \frac{24mv}{55}$	10. (A) – t ; (B) – p ; (C) – r ; (D) – s				

1. A transparent cylinder has its right half polished so as to act as a mirror. A paraxial light ray is incident from left, that is parallel to principal axis, exits parallel to the incident ray as shown. The refractive index n of the material of the cylinder is :

एक पारदर्शी बेलन के दाये आधे भाग को पॉलिश किया गया है, जिससे यह दर्पण की भांति व्यवहार करता है। अक्ष के नजदीक, मुख्यअक्ष के समान्तर किरणें इस पर बायीं ओर से आपतित होती हैं तथा आपतित किरणों के समान्तर ही बाहर निकलती हैं। बेलन के पदार्थ का अपवर्तनांक n है –



- (A) 1.2 (B) 1.5 (C) 1.8 (D*) 2.0

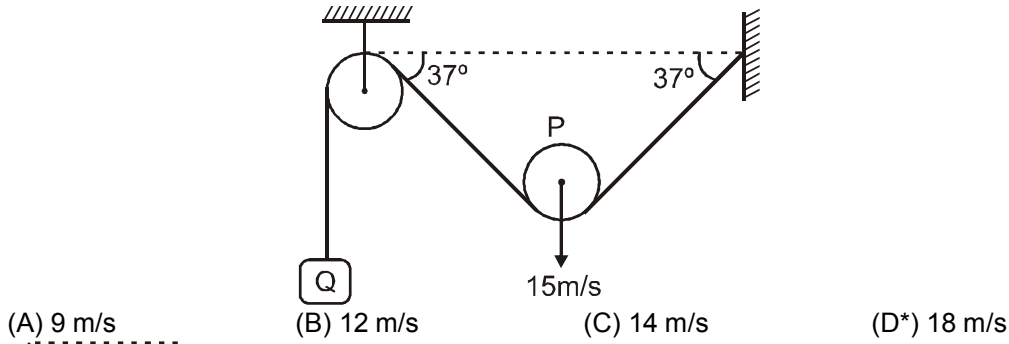
Sol. For spherical surface गोलीय सतह के लिए

using $\frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ उपयोग में लाने पर

$$\Rightarrow \frac{n}{2R} - \frac{1}{\infty} = \frac{n - 1}{R}$$

$$\Rightarrow n = 2n - 2 \Rightarrow n = 2.$$

2. The massless pulley P is moving vertically downwards with constant speed of 15 m/s. Find the velocity with which the block Q moves up at the instant shown. (all pulleys are frictionless)
 द्रव्यमानरहित धिरनी P ऊर्ध्वाधर नीचे की तरफ नियत चाल 15 m/s से गतिशील है। प्रदर्शित समय पर ब्लॉक Q का ऊपर की तरफ वेग ज्ञात करो। (सभी धिरनीया घर्षणरहित है।)



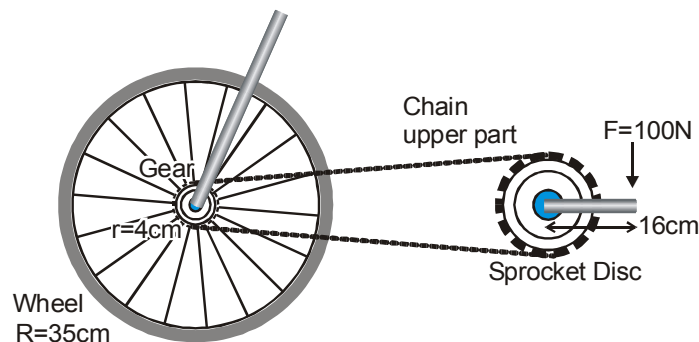
Sol.

$$V(\text{block}) = 2 \times 15 \cos 53^\circ = 18 \text{ m/s.}$$

COMPREHENSION

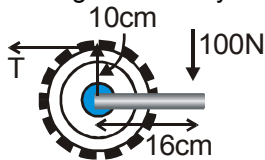
A bicycle has pedal rods of length 16 cm connected to a sprocketed disc of radius 10 cm. The bicycle wheels are 70 cm in diameter and the chain runs over a gear of radius 4 cm. The speed of the cycle is constant and the cyclist applies 100 N force that is always perpendicular to the pedal rod, as shown. Assume tension in the lower part of chain negligible. The cyclist is peddling at a constant rate of two revolutions per second. Assume that the force applied by other foot is zero when one foot is exerting 100 N force. Neglect friction within cycle parts & the rolling friction.

एक साईकिल की पेडल छड़ की लम्बाई 16 cm है, जो चित्रानुसार 10 cm. त्रिज्या के कांटो वाले चक्के से जुड़ी है। साईकिल के पहिये का व्यास 70 cm है तथा चेन 4 cm. त्रिज्या के गियर पर घूमती है। साईकिल की चाल नियत है तथा साईकिल सवार पेडल पर हमेशा 100 N बल लम्बवत् आरोपित करता है। जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। माना चेन के निचले हिस्से में तनाव नगण्य है। साईकिल सवार पेडल को नियत दर दो चक्कर प्रति सेकण्ड से घुमाता है। माना दूसरे पैर से आरोपित बल शून्य है, जब पहला पैर 100 N बल आरोपित कर रहा है। साईकिल के पूर्जों में घर्षण तथा घूर्णी घर्षण नगण्य है।



3. The tension in the upper portion of the chain is equal to
 चैन के ऊपरी भाग में तनाव होगा -
 (A) 100 N (B) 120 N (C*) 160 N (D) 240 N

Sol. As angular velocity of the disc is constant i.e.



चूँकि चक्के का कोणीय वेग नियत है अर्थात्

$$\Sigma \tau = 0$$

$$100\text{N} \times 16\text{ cm} = T \times 10\text{ cm}$$

$$T = 160\text{ N}$$

4. Net torque on the rear wheel of the bicycle is equal to

साईकिल के पिछले पहिए पर कुल बलाघूर्ण है -

- (A*) zero शून्य (B) 16 N-m (C) 6.4 N-m (D) 4.8 N-m

Sol. As angular acceleration of the rear wheel is zero therefore net torque on the wheel is zero.

चूँकि पहिए का कोणीय त्वरण शून्य है अतः पहिए पर कुल बलाघूर्ण शून्य होगा।

5. The power delivered by the cyclist is equal to

साईकिल सवार द्वारा दी गई शक्ति बराबर है।

- (A) 280 W (B) 100 W (C*) 64 π W (D) 32 W

Sol. Power delivered दी गई शक्ति = $\vec{F} \cdot \vec{v}$

where \vec{v} is velocity of the point of application of the force.

यहाँ \vec{v} बल के क्रिया बिन्दु का वेग

$$v = 16\text{ cm} \times 2\pi \cdot 2 (= R\omega)$$

$$= 0.64 \pi \text{ m/s}$$

$$P = 100 \times 0.64 \pi = 64 \pi \text{ W.}$$

$$\text{ALT : } P = \tau\omega$$

6. The speed of the bicycle is साईकिल की चाल है।

- (A) 6.4 π m/s (B*) 3.5 π m/s (C) 2.8 π m/s (D) 5.6 π m/s

Sol. $RN = rn \Rightarrow n = \frac{10\text{cm} \times 2}{4\text{cm}} = 5 \text{ cy/s}$

So rear wheel rotates 5 cycles/second. अतः पहिया 5 चक्कर/सेकण्ड घूर्णन करेगा

$$\text{Hence अतः } V = \frac{35}{100} \times 2\pi \times 5 = 3.5 \pi \text{ m/s}$$

7. The net force of the friction on the rear wheel due to the road is :

सड़क द्वारा पिछले पहिये पर आरोपित कुल घर्षण बल है :

- (A) 100 N (B) 62 N (C) 32.6 N (D*) 18.3 N

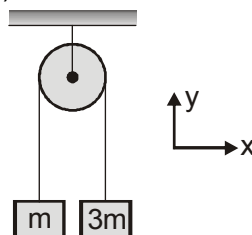
Sol. As चूँकि $\Sigma \tau = 0$

$$160\text{ N} \times 4\text{ cm} = f \times 35\text{ cm}$$

$$f = \frac{160 \times 4\text{ cm}}{35\text{ cm}} = 18.3\text{ N}$$

8. In the figure shown pulley and string are massless. The blocks move in vertical plane due to gravity. If the magnitude of acceleration of centre of mass of blocks is a (in m/s^2) then value of $2a$ is (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$)

प्रदर्शित चित्र में घिरनी तथा डोरी द्रव्यमानहीन है। ब्लॉक गुरुत्व के कारण उर्ध्वाधर तल में गति करता है। यदि ब्लॉक के द्रव्यमान केन्द्र के त्वरण का परिमाण a (m/s^2 में) है। तो $2a$ का मान होगा। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Sol. Let acceleration of $3m \downarrow$ is
माना $3m$ का त्वरण नीचे की ओर है।

$$a_0 = \frac{3m - m}{3m + m} \cdot g = \frac{g}{2}$$

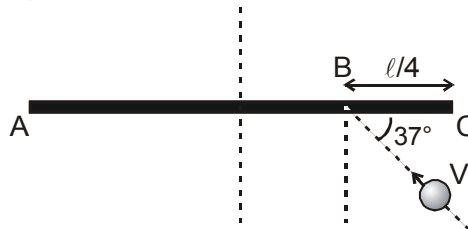
$$a_{cm} = \frac{3m \cdot a_0 - m \cdot a_0}{3m + m} = \frac{a_0}{2} = \frac{g}{4}$$

$$\therefore 2a = 2 \times \frac{g}{4} = \frac{g}{2}$$

Ans. 5

- 9.** A smooth rod AC of length ℓ and mass m is kept on a horizontal smooth plane. It is free to rotate and move. A particle of same mass m moving on the plane with velocity v strikes rod at point B making angle 37° with the rod. The collision is elastic. After collision, when rod move $\pi/2$ angle then (a) the angular velocity of rod, (b) distance travelled by centre of the rod and (c) impulse of the impact force.

लम्बाई ℓ तथा द्रव्यमान m की छड़ AC, क्षैतिज चिकने तल पर रखी है। यह गति करने एवं धूर्णन के लिए स्वतंत्र है। समान द्रव्यमान m का एक कण, उसी तल में वेग v से गति करते हुए छड़ से 37° का कोण बनाते हुए इसके बिन्दु B पर टकराता है। टक्कर प्रत्यास्थ है। टक्कर के बाद छड़ 90° का कोण घूम चुकी होगी। तब ज्ञात करें। (a) छड़ की काणीय चाल (b) छड़ के केन्द्र द्वारा तय दूरी और (c) छड़ पर आवेगी बल का आवेग।

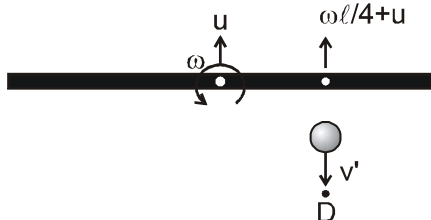


Ans. $\frac{72v}{55\ell}, \frac{\pi\ell}{3}, \frac{24mv}{55}$

Sol. The ball has V' , component of its velocity perpendicular to the length of rod immediately after the collision. u is velocity of COM of the rod and ω is angular velocity of the rod, just after collision. The ball strikes the rod with speed $v \cos 53^\circ$ in perpendicular direction and its component along the length of the rod after the collision is unchanged.

Using for the point of collision.

Velocity of approach = Velocity of separation



$$\Rightarrow \frac{3V}{5} = \left(\frac{\omega\ell}{4} + u \right) + V' \quad \dots (1)$$

Conserving linear momentum (of rod + particle), in the direction \perp to the rod.

$$mV \cdot \frac{3}{5} = mu - mV' \quad \dots (2)$$

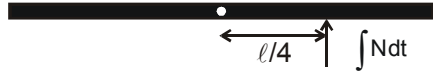
Conserving angular momentum about point 'D' as shown in the figure

$$0 = 0 + \left[mu \frac{\ell}{4} - \frac{m\ell^2}{12} \omega \right] \Rightarrow u = \frac{\omega\ell}{3} \quad \dots (3)$$

By solving

$$u = \frac{24V}{55}, \omega = \frac{72V}{55\ell}$$

$$\text{Time taken to rotate by } \pi \text{ angle } t = \frac{\pi}{\omega}$$



In the same time, distance travelled $= u_2 \cdot t = \frac{\pi \ell}{3}$

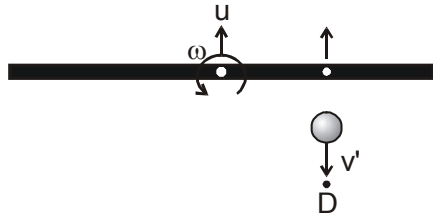
Using angular impulse-angular momentum equation.

$$\int N \cdot dt \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{m \ell^2}{4} \cdot \frac{72V}{55 \ell} \Rightarrow \int N \cdot dt = \frac{24mV}{55} \text{ or } \begin{cases} \text{using impulse-momentum equation on Rod} \\ \int N dt = mu = \frac{24mv}{55} \end{cases}$$

Sol. टक्कर के तुरन्त बाद, छड़ की लम्बाई के लम्बवत् गेंद के वेग का घटक V' है। टक्कर के बाद u छड़ के द्रव्यमान केन्द्र का वेग तथा ω छड़ का कोणीय वेग है। गेंद छड़ से लम्बवत् दिशा में चाल $v \cos 53^\circ$ से टकराती है। तथा लम्बाई के अनुदिश इसका घटक अपरिवर्तित रहता है।

संघट्ट बिन्दु के लिए

अलगाव वेग = सामीप्य वेग



$$\Rightarrow \frac{3V}{5} = \left(\frac{\omega \ell}{4} + u \right) + V' \quad \dots (1)$$

छड़ के लम्बवत् दिशा में (छड़ + कण) के संवेग संरक्षण से

$$mV \cdot \frac{3}{5} = mu - mV' \quad \dots (2)$$

चित्रानुसार बिन्दु D के परितः कोणीय संवेग संरक्षित है

$$0 = 0 + \left[mu \frac{\ell}{4} - \frac{m \ell^2}{12} \omega \right] \Rightarrow u = \frac{\omega \ell}{3} \quad \dots (3)$$

हल करने पर

$$u = \frac{24V}{55}, \omega = \frac{72V}{55 \ell}$$

π कोण घूमने में लिया गया समय $t = \frac{\pi}{\omega}$

उसी समय में तय की दूरी $= u_2 \cdot t = \frac{\pi \ell}{3}$

कोणीय आवेग – कोणीय संवेग समीकरण से

$$\int N \cdot dt \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{m \ell^2}{4} \cdot \frac{72V}{55 \ell} \Rightarrow \int N \cdot dt = \frac{24mV}{55} \left\{ \begin{array}{l} \text{छड़ पर आवेग – संवेग समीकरण लगाने पर} \\ \int N dt = mu = \frac{24mv}{56} \end{array} \right.$$

10. Two dipoles of dipole moments \vec{P}_1 and \vec{P}_2 are oriented in two ways as shown. Assuming dipole of moment \vec{P}_2 to be placed at the origin and \vec{P}_1 at distance d from origin :
 \vec{P}_1 तथा \vec{P}_2 द्विध्रुव आघूर्ण के दो द्विध्रुव चित्रानुसार दो तरीको से व्यवस्थित किये गये है। यह मानिए कि द्विध्रुव आघूर्ण \vec{P}_2 मूल बिन्दु पर रखा है तथा \vec{P}_1 मूल बिन्दु से d दूरी पर है।

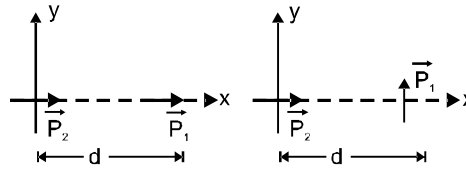


Fig.(i)

Fig.(ii)

Column-I

(A) Torque on \vec{P}_1 in figure-I

चित्र -I में \vec{P}_1 पर बलाघूर्ण

(B) Torque on \vec{P}_1 in figure-II

चित्र -II में \vec{P}_1 पर बलाघूर्ण

(C) Force experienced by \vec{P}_1 in figure-I

चित्र -I में \vec{P}_1 द्वारा अनुभव बल

(D) Force experienced by \vec{P}_1 in figure-II

चित्र -II में \vec{P}_1 द्वारा अनुभव बल

Column-II

(p) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P_1P_2}{d^3}$

(q) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P_1P_2}{d^3}$

(r) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6P_1P_2}{d^4}$

(s) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3P_1P_2}{d^4}$

(t) zero शून्य

Ans. (A) – t ; (B) – p ; (C) – r ; (D) – s

Sol.

बलाघूर्ण Torque = $\vec{P} \times \vec{E}$

$\tau = 0 \Rightarrow \text{b/c } \theta = 0$

[In figure (i)] [चित्र (i) में]

In चित्र figure (ii)

$\tau = \frac{2KP_2}{d^3} \times \vec{P}_1 = \frac{2KP_1P_2}{d^3}$

force on \vec{P}_1 in figure (i)

चित्र (i) में \vec{P}_1 पर बल

$\Rightarrow P_1 \times \frac{dE}{dr}$
 $= \frac{6KP_1P_2}{d^4}$

force on \vec{P}_1 in figure II by action –reaction pair

चित्र (ii) में क्रिया-प्रतिक्रिया द्वारा \vec{P}_1 पर बल

$F = \frac{3KP_1P_2}{d^4}$

DPP No. : C4 (JEE-Advanced)

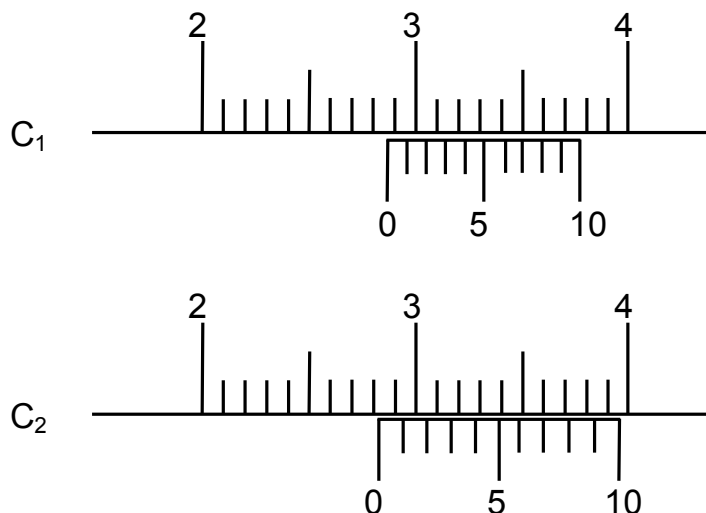
Total Marks : 40	Max. Time : 24 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q. 4	(3 marks, 2 min.) [12, 08]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.5 to Q.9	(4 marks 2 min.) [20, 10]
Match the Following (no negative marking) Q.10	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C4

1. (C)	2. (A)	3. (A)	4. (E)	5. (B) (C) (D)	6. (B)(C) (D)
7. (B) (C)(D)	8. (D)	9. (A)	10. (A)		

1. There are two Vernier calipers both of which have 1 cm divided into 10 equal divisions on the main scale. The Vernier scale of one of the calipers (C_1) has 10 equal divisions that correspond to 9 main scale divisions. The Vernier scale of the other caliper (C_2) has 10 equal divisions that correspond to 11 main scale divisions. The readings of the two calipers are shown in the figure. The measured values (in cm) by calipers C_1 and C_2 , respectively, are : **[JEE (Advanced) 2016; P-2, 3/62, -1]**

दो वर्नियर कैलिपर्स इस तरह से हैं कि उनके मुख्य पैमाने का 1 cm, 10 समभागों में विभाजित है। एक कैलिपर (C_1) के वर्नियर पैमाने पर 10 बराबर भाग हैं जो कि मुख्य पैमाने के 9 भागों के बराबर है। दूसरे कैलिपर (C_2) के वर्नियर पैमाने पर भी 10 बराबर भाग हैं जो कि मुख्य पैमाने के 11 भागों के बराबर हैं। दोनों कैलिपर्स के पठनों को चित्र में दर्शाया गया है। C_1 तथा C_2 द्वारा मापे गए सही मान (cm में) क्रमशः हैं



- (A) 2.87 and 2.87 (B) 2.87 and 2.86 (C*) 2.87 and 2.83 (D) 2.85 and 2.82
(A) 2.87 एवं 2.87 (B) 2.87 एवं 2.86 (C*) 2.87 एवं 2.83 (D) 2.85 एवं 2.82

Ans. (C)

Sol.

For vernier C_1

$$10 \text{ VSD} = 9 \text{ MSD} = 9 \text{ mm}$$

$$1 \text{ VSD} = 0.9 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow LC = 1\text{MSD} - 1\text{VSD} = 1\text{mm} - 0.9 \text{ mm} = 0.1 \text{ mm}$$

$$\text{Reading of } C_1 = \text{MSR} + (\text{VSR})(\text{L.C.}) = 28\text{mm} + (7)(0.1)$$

$$\text{Reading of } C_1 = 28.7 \text{ mm} = 2.87 \text{ cm}$$

For vernier C_2 : the vernier C_2 is abnormal,

So we have to find the reading from basics.

The point where both of the marks are matching :

distance measured from main scale = distance measured from vernier scale

$$28\text{mm} + (1\text{mm})(8) = (28 \text{ mm} + x) + (1.1 \text{ mm})(7)$$

$$\text{solving } x = 0.3 \text{ mm}$$

$$\text{So reading of } C_2 = 28 \text{ mm} + 0.3 \text{ mm} = 2.83 \text{ cm}$$

वर्नियर C_1 के लिये

$$10 \text{ VSD} = 9 \text{ MSD} = 9 \text{ mm}$$

$$1 \text{ VSD} = 0.9 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow LC = 1\text{MSD} - 1\text{VSD} = 1\text{mm} - 0.9 \text{ mm} = 0.1 \text{ mm}$$

$$C_1 \text{ का पाठ्यांक} = \text{MSR} + (\text{VSR})(\text{L.C.}) = 28\text{mm} + (7)(0.1)$$

$$C_1 \text{ का पाठ्यांक} = 28.7 \text{ mm} = 2.87 \text{ cm}$$

वर्नियर C_2 के लिये : वर्नियर C_2 असामान्य है

इसलिये इसका पाठ्यांक निम्न के आधार पर ज्ञात करते हैं

वह बिन्दु जहाँ दोनों चिन्ह सुमेलित होते हैं:

मुख्य पैमाने से मापी गयी दूरी = वर्नियर पैमाने से मापी गयी दूरी

$$28\text{mm} + (1\text{mm})(8) = (28 \text{ mm} + x) + (1.1 \text{ mm})(7)$$

हल करने पर

$$x = 0.3 \text{ mm}$$

$$\text{अतः } C_2 \text{ का पाठ्यांक} = 28 \text{ mm} + 0.3 \text{ mm} = 2.83 \text{ cm}$$

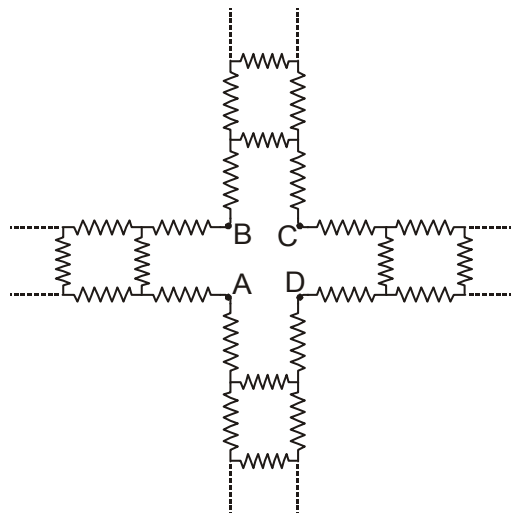
2.

Four infinite ladder network containing identical resistances of $R \Omega$ each, are combined as shown in figure. The equivalent resistance between A and B is R_{AB} and between A and C is R_{AC} . Then the value

of $\frac{R_{AB}}{R_{AC}}$ is :

चार अनन्त सीढ़ीनुमा जालक जिसमें प्रत्येक का प्रतिरोध $R \Omega$ है, दिखाये गये चित्र के अनुसार जुड़े हैं। A तथा B के बीच

तुल्य प्रतिरोध R_{AB} है और A तथा C के बीच R_{AC} है तो $\frac{R_{AB}}{R_{AC}}$ का मान है -



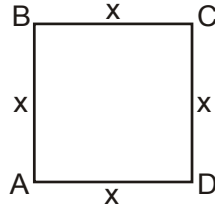
(A*) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{4}{3}$

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

Sol. Let the equivalent resistance of one infinite ladder be x . Then the complete network reduces to माना एक अनन्त सीढ़ी का तुल्य प्रतिरोध x है। तो सम्पूर्ण तन्त्र को इस प्रकार दिखा सकते हैं।



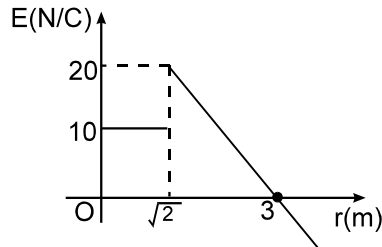
$$\therefore R_{AB} = \frac{x \times 3x}{x + 3x} = \frac{3}{4}x$$

$$\text{and (और)} R_{AC} = \frac{2x \times 2x}{2x + 2x} = x$$

$$\text{Hence (इसलिये)} \frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{3}{4}$$

3. An electric field 'E' whose direction is radially outward varies as distance from origin 'r' as shown in the graph. E is taken as positive if its direction is away from the origin. Then the work done by electric field on a 2 C charge if it is taken from (1, 1, 0) to (3, 0, 0) is :

एक विद्युत क्षेत्र 'E' जिसकी दिशा त्रिज्यायी बाहर की ओर है, मूल बिन्दू से दूरी 'r' के साथ चित्रानुसार परिवर्तित होता है। E घनात्मक लिया जात है यदि इसकी दिशा मूल बिन्दू से दूरी की ओर है तब विद्युत क्षेत्र द्वारा 2 C आवेश को बिन्दू (1, 1, 0) से (3, 0, 0) तक ले जाने किया गया कार्य होगा :



- (A*) $20(3 - \sqrt{2})$ J (B) -60 J (C) 60 J (D) $20(\sqrt{2} - 3)$ J

Sol. Work done on 2 coul charge = $\int q \vec{E} \cdot d\vec{r} = q \int_1^3 E dr$ [\because r for (1, 1, 0) = $\sqrt{2}$ & r for (3, 0, 0) = 3]

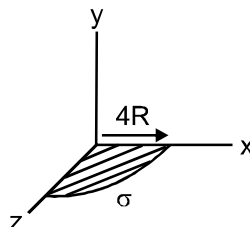
$$= 2 \times \text{area of E-r graph from } r = \sqrt{2} \text{ m to } r = 3 = 2 \times \left[\frac{1}{2}(3 - \sqrt{2})20 \right] = 20(3 - \sqrt{2}) \text{ J.}$$

$$2 \text{ C आवेश पर किया गया कार्य} = \int q \vec{E} \cdot d\vec{r} = q \int_1^3 E dr \quad [\because \text{r for (1, 1, 0)} = \sqrt{2} \text{ \& r for (3, 0, 0)} = 3]$$

$$= 2 \times \text{area of E-r वक्र का क्षेत्रफल} = \sqrt{2} \text{ m to } r = 3 = 2 \times \left[\frac{1}{2}(3 - \sqrt{2})20 \right] = 20(3 - \sqrt{2}) \text{ J.}$$

4. Quarter non-conducting disc of radius $4R$ having uniform surface charge density σ is placed in xz-plane then which of the following is incorrect :

$4R$ त्रिज्या की अचालक चकती का चतुर्थांश समरूप पृष्ठीय आवेश घनत्व σ रखते हुए xz-तल में रखा हुआ है। तब निम्न में से कौनसा कथन गलत है :



(A) electric potential at $(0, 3R, 0)$ is $\frac{\sigma R}{4 \epsilon_0}$

(B) electric potential at $(0, 0, 0)$ is $\frac{\sigma R}{2 \epsilon_0}$

(C) electric field at $(0, 3R, 0)$ is symmetric with x and z axis

(D) electric field intensity at $(-4R, 0, -4R)$ is equally inclined with x and z axis

(E*) electric potential at $(0, 2R, 0)$ is $\frac{\sigma R}{4 \epsilon_0}$

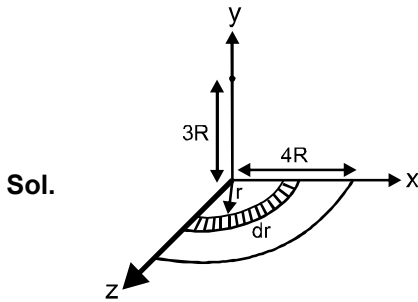
(A) $(0, 3R, 0)$ पर वैद्युत विभव $\frac{\sigma R}{4 \epsilon_0}$ है।

(B) $(0, 0, 0)$ पर वैद्युत विभव $\frac{\sigma R}{2 \epsilon_0}$ है।

(C) $(0, 3R, 0)$ पर वैद्युत क्षेत्र x व z अक्ष से सममित है।

(D) $(-4R, 0, -4R)$ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता x व z अक्ष से समान रूप से झुकी (समान कोण पर) हुई है।

(E) $(0, 2R, 0)$ पर वैद्युत विभव $\frac{\sigma R}{4 \epsilon_0}$ है।



$$(1) v = \int_0^{4R} \frac{K \frac{\pi}{2} r dr \sigma}{\sqrt{r^2 + (3R)^2}} = \frac{\sigma R}{4 \epsilon_0}$$

$$(2) v = \int_0^{4R} \frac{K \frac{\pi}{2} r dr \sigma}{r} = \frac{\sigma R}{2 \epsilon_0}$$

5. A block is hanging with a light string in a lift as shown in the figure (a). The lift is moving in upward direction and its speed time graph is plotted as shown in the figure (b) : (take $g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक 12 kg द्रव्यमान का पिण्ड एक हल्की रस्सी से जुड़ा है एवं रस्सी का दूसरा सिरा किसी लिफ्ट की ऊपरी छत से चित्र (a) के अनुसार बँधा है। यह लिफ्ट ऊपर की ओर गतिशील है एवं इसकी चाल व समय के मध्य वक्र चित्र (b) में दर्शाया गया है। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

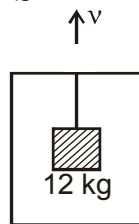


Fig.(a)

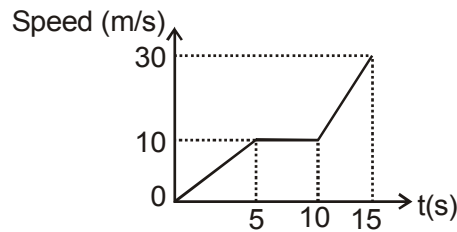


Fig.(b)

(A) Tension in the rope at $t = 2 \text{ sec}$ is 120 N

(C*) Tension in the rope at $t = 11 \text{ sec}$ is 168 N

(A) $t = 2 \text{ sec}$ पर रस्सी में तनाव 120 N है।

(C*) $t = 11 \text{ sec}$ पर रस्सी में तनाव 168 N है।

(B*) Tension in the rope at $t = 8 \text{ sec}$ is 120 N

(D*) Tension in the rope at $t = 2 \text{ sec}$ is 144 N

(B*) $t = 8 \text{ sec}$ पर रस्सी में तनाव 120 N है।

(D*) $t = 2 \text{ sec}$ पर रस्सी में तनाव 144 N है।

Sol. (B, C, D)

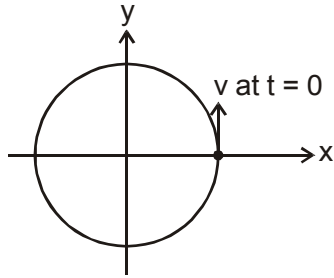
From $t = 0$ to 5S से $a = 2\text{m/s}^2$ $T = m(g + a) = 144\text{ N}$

From $t = 5$ to 10S से $a = 0$ $T = mg = 120\text{ N}$

From $t = 10$ to 15S से $a = 4\text{m/s}^2$ $T = m(g + a) = 168\text{ N}$

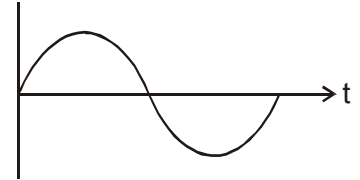
6. A particle is moving in a uniform circular motion on a horizontal surface. Particle position and velocity at time $t = 0$ are shown in the figure in the coordinate system. Which of the indicated variable on the vertical axis is/are correctly matched by the graph(s) shown alongside for particle's motion ?

एक कण क्षैतिज सतह पर एक समान रूप से वृत्तीय गति करता है। निर्देश तंत्र में कण की स्थिति व वेग $t = 0$ पर चित्रानुसार है। निम्न में से ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निर्देशित परिवर्तित राशियाँ कण की गति के साथ सही ग्राफ को दिखाती है, होगी।



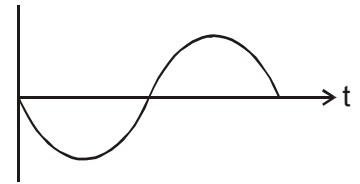
(A) x component of velocity

(A) वेग का x घटक



(B*) y component of force keeping particle moving

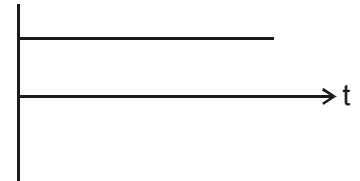
in a circle



(B*) बल का y घटक जो कण को वृत्त में गति कराये

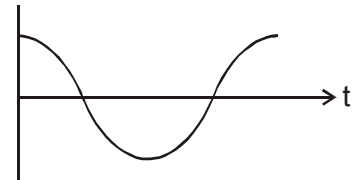
(C*) Angular velocity of the particle

(C*) कण का कोणीय वेग



(D*) x coordinate of the particle

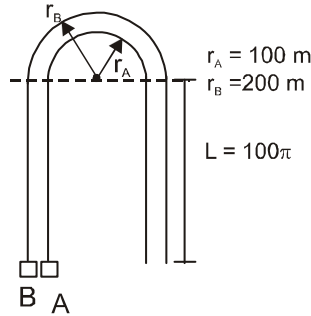
(D*) कण का x निर्देशांक



COMPREHENSION

Two cars A and B start racing at the same time on a flat race track which consists of two straight sections each of length 100π and one circular section as in fig. The rule of the race is that each car must travel at constant speed at all times without ever skidding. ($g = 10 \text{ m/sec}^2$)

दो कार A व B एक ही समय पर एक समतल पथ पर दौड़ना प्रारम्भ करती हैं। इस पथ में दो सीधे भाग प्रत्येक की लम्बाई 100π व एक वृत्ताकार भाग चित्रानुसार है। दौड़ का नियम यह है कि दोनों कार पूरे समय बिना फिसले नियत चाल से दौड़ती हैं। ($g = 10 \text{ m/sec}^2$)



7. If $\mu_A = 0.1$, $\mu_B = 0.2$ (μ_A is coefficient of friction on track A and μ_B is the coefficient of friction on track B) then :

यदि $\mu_A = 0.1$, $\mu_B = 0.2$ तो (जहाँ μ_A A रास्ते पर घर्षण गुणांक एवं μ_B , B रास्ते पर घर्षण गुणांक है) :

- (A) car A completes its journey before car B
 (B*) both cars complete their journey in same time on circular part
 (C*) speed of car B is greater than that of car A
 (D*) car B completes its journey before car A.
 (A) कार A इसकी यात्रा कार B से पहले पूरी करती है।
 (B*) दोनों कार वृत्ताकार पथ पर उनकी यात्रा समान समय में पूरी करती हैं।
 (C*) कार B की चाल कार A की चाल से अधिक है।
 (D*) कार B इसकी यात्रा कार A से पहले पूरी करती है।

Sol. Speed limit for car A $V_A = \sqrt{\mu_A g r} = \sqrt{0.1 \times 10 \times 100} = 10 \text{ m/s}$

Speed limit for car B $V_B = \sqrt{0.2 \times 10 \times 200} = 20 \text{ m/s}$

If both cars travel with their limited speed then both cars will take equal time to complete semicircular part as

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi r_A}{v_A} = \frac{\pi \times 100}{10} = 10\pi \quad \text{for A}$$

$$t = \frac{\pi r_B}{v_B} = \frac{\pi \times 200}{20} = 10\pi \quad \text{for B}$$

but B will have less time than A on straight part

So car B complete the journey before A

कार A के लिए चाल सीमा $V_A = \sqrt{\mu_A g r} = \sqrt{0.1 \times 10 \times 100} = 10 \text{ m/s}$

कार B के लिए चाल सीमा $V_B = \sqrt{0.2 \times 10 \times 200} = 20 \text{ m/s}$

यदि दोनों कारें उनकी असीमित चाल से गति करती हैं तब दोनों कार अर्धवृत्ताकार भाग को पूरा करने के लिए बराबर समय लेंगी

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi r_A}{v_A} = \frac{\pi \times 100}{10} = 10\pi \quad \text{for A}$$

$$t = \frac{\pi r_B}{v_B} = \frac{\pi \times 200}{20} = 10\pi \quad \text{for B}$$

परन्तु B, A से सीधे भाग पर कम समय लेगी

अतः कार B कार A से पहले यात्रा पूरी करती है।

8. If speed of car A is 108 kmph and speed of car B is 180 kmph, and both tracks are equally rough :
 यदि कार A की चाल 108 kmph व कार B की चाल 180 kmph है एवं दोनों पथ समान रूप से खुरदरे हैं तो—
 (A) car A completes its journey before car B (B) both cars complete their journey in same time
 (C) speed of car A is greater than that of car B (D*) car B completes its journey before car A.
 (A) कार A इसकी यात्रा कार B से पहले पूरी करती है। (B) दोनों कार उनकी यात्रा समान समय में पूरी करती है।
 (C) कार A की चाल कार B की चाल से अधिक है। (D*) कार B इसकी यात्रा कार A से पहले पूरी करती है।

Sol. time taken by car A कार A द्वारा लिया गया समय

$$t_A = \frac{100\pi \times 2 + \pi r_A}{v_A} = \frac{(200\pi + \pi \times 100) \times 10^{-3}}{v_A} = \frac{300\pi \times 10^{-3}}{108} \text{ hr} = 2.77 \times 10^{-3} \text{ hr.}$$

time taken by car B कार B द्वारा लिया गया समय

$$t_B = \frac{100\pi \times 2 + \pi r_B}{v_B} = \frac{(200\pi + \pi \times 200) \times 10^{-3}}{180} \text{ hr} = \frac{400\pi \times 10^{-3}}{180} = 2.22 \times 10^{-3}$$

So $t_A > t_B$

9. If $V_B = 90 \text{ kmph}$, the minimum value of μ_A so that car A can complete its journey before car B is :
 यदि $V_B = 90 \text{ kmph}$, μ_A का न्यूनतम मान ताकि कार A इसकी यात्रा कार B से पहले पूरी कर सके।

(A*) $\frac{45}{128}$

(B) $\frac{45}{100}$

(C) $\frac{45}{64}$

(D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $t = \frac{400\pi \text{ (m)}}{25 \text{ (m/s)}} = 16\pi \text{ second ; } v_A = \frac{300\pi \text{ (m)}}{16\pi \text{ (sec)}} = \frac{75}{4} \text{ m/s ; } \mu = \frac{v^2}{rg} = \frac{45}{128}$

10. Match the physical quantities given in column I with dimensions expressed in terms of mass (M), length (L), time (T) and charge (Q) given in column II and write the correct answer against the matched quantity.

स्तम्भ I में दी गई भौतिक राशियों को स्तम्भ II में द्रव्यमान (M), लम्बाई (L), समय (T) व आवेश (Q) के पदों में दी गई विमाओं के साथ सुमेलित कीजिए और सुमेलित राशि के संगत सही उत्तर बताइये।

Column I	Column II
(i) Angular momentum	(a) $ML^2 T^{-2}$
(ii) Latent heat	(b) $ML^2 Q^{-2}$
(iii) Torque	(c) $ML^2 T^{-1}$
(iv) Capacitance	(d) $ML^3 T^{-1} Q^{-2}$
(v) Inductance	(e) $M^{-1} L^{-2} T^2 Q^2$
(vi) Resistivity	(f) $L^2 T^{-2}$

स्तम्भ I	स्तम्भ II
(i) कोणीय संवेग	(a) $ML^2 T^{-2}$
(ii) गुप्त ऊष्मा	(b) $ML^2 Q^{-2}$
(iii) बलाघूर्ण	(c) $ML^2 T^{-1}$
(iv) धारिता	(d) $ML^3 T^{-1} Q^{-2}$
(v) प्रेरकत्व	(e) $M^{-1} L^{-2} T^2 Q^2$
(vi) प्रतिरोधकता	(f) $L^2 T^{-2}$

(A*) (i) - (c) (B) (ii) - (d) (C) (iii) - (e) (D) (v) - (f)

Sol. (A) For angular momentum. कोणीय संवेग के लिए

$$L = Mvr = M(LT^{-1})(L) = ML^2 T^{-1} \rightarrow (c)$$

DPP No. : C5 (JEE-Main)

Total Marks : 60

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20

Max. Time : 40 min.

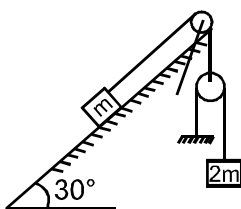
(3 marks, 2 min.)

[60, 40]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C5

1. (C)	2. (A)	3. (A)	4. (B)	5. (C)	6. (B)	7. (A)
8. (B)	9. (C)	10. (B)	11. (A)	12. (C)	13. (D)	14. (A)
15. (B)	16. (A)	17. (B)	18. (D)	19. (B)	20. (C)	

1. In the given figure inclined surface and pulleys are smooth. Strings and pulleys are massless. Acceleration of mass m is :
दिये गये चित्र में नत सतह व घिरनियों घर्षणरहित हैं। डोरियाँ व घिरनियाँ हल्की (द्रव्यमानहीन) हैं। द्रव्यमान m का त्वरण होगा



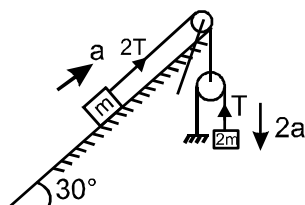
(A) $\frac{7g}{9}$

(B) $\frac{7g}{11}$

(C*) $\frac{7g}{18}$

(D) $\frac{7g}{20}$

Sol.



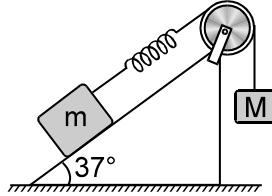
$$2mg - T = 2m \times 2a \quad \dots (i)$$

$$2T - mg \sin 30^\circ = m \times a \quad \dots (ii)$$

from equation समीकरण (i) and व (ii) से

$$a = \frac{7g}{18}$$

2. A block of mass m is attached with a massless spring of force constant k . The block is placed over a fixed rough inclined surface for which the coefficient of friction is $\mu = \frac{3}{4}$. The block of mass m is initially at rest. The block of mass M is released from rest with spring in undeformed state. The minimum value of M required to move the block up the plane is (neglect mass of string and pulley and friction in pulley.)
 एक m द्रव्यमान का गुटका k बल नियतांक वाली द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़ा हुआ है। गुटका स्थिर खुरदरे नततल पर रखा है जिसका घर्षण गुणांक $\mu = \frac{3}{4}$ है। गुटका m प्रारम्भ में स्थिर है। M द्रव्यमान का गुटका विराम से छोड़ा जाता है, तब स्प्रिंग असंकुचित अवस्था में है। M का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ताकि गुटका तल पर ऊपर की ओर गति कर सके (रस्सी, पुली का द्रव्यमान तथा पुली में घर्षण नगण्य मानिए।)



- (A*) $\frac{3}{5}m$ (B) $\frac{4}{5}m$ (C) $\frac{6}{5}m$ (D) $\frac{3}{2}m$

Sol. As long as the block of mass m remains stationary, the block of mass M released from rest comes down by $\frac{2Mg}{K}$ (before coming to rest momentarily again).

जितने समय तक m द्रव्यमान का ब्लॉक स्थिर अवस्था में रहता है उतने समय में M द्रव्यमान का ब्लॉक $\frac{2Mg}{K}$ से नीचे की ओर आता है। (इसके क्षणिक विरामावस्था में आने से पहले)

Thus the maximum extension in spring is

अतः स्प्रिंग में अधिकतम विस्तार

$$x = \frac{2Mg}{K} \quad \dots\dots\dots (A)$$

for block of mass m to just move up the incline

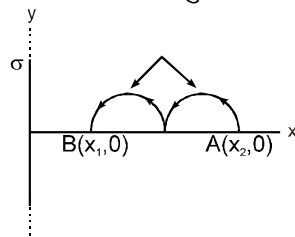
m द्रव्यमान के ब्लॉक के नत तल पर ऊपर की ओर गति करने के लिए

$$kx = mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta \quad \dots\dots\dots (B)$$

$$2Mg = mg \times \frac{3}{5} + \frac{3}{4}mg \times \frac{4}{5} \quad \text{or} \quad M = \frac{3}{5}m \quad \text{Ans.}$$

3. An infinite long plate has surface charge density σ . As shown in the fig. a point charge q is moved from A to B. Net work done by electric field is:

एक अनन्त लम्बाई की प्लेट का पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है। चित्र में दिखाये अनुसार एक बिन्दुवत आवेश q को A से B तक ले जाते हैं। विद्युत क्षेत्र द्वारा किया गया कुल कार्य है –



- (A*) $\frac{\sigma q}{2\epsilon_0} (x_1 - x_2)$ (B) $\frac{\sigma q}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$ (C) $\frac{\sigma q}{\epsilon_0} (x_2 - x_1)$ (D) $\frac{\sigma q}{\epsilon_0} (2\pi r + r)$

Sol. $U_A - U_B$
 $= q(U_A - U_B)$
 But $U_B - U_A = Ed$
 So, $U_A - U_B = q(-Ed)$
 $= -qd \cdot \frac{r}{2\epsilon_0} = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$

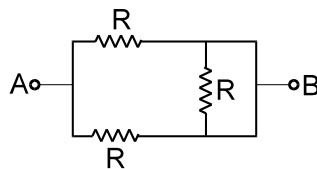
4. Through an electrolyte an electric current is due to drift of:
 एक वैद्युत अपघट्य में विद्युत धारा किसके अपवहन के कारण प्रवाह होती है।
 (A) free electrons (B*) positive and negative ions
 (C) free electrons and holes (D) protons.
 (A) मुक्त इलेक्ट्रॉन (B*) धनात्मक व ऋणात्मक आयन
 (C) मुक्त इलेक्ट्रॉन व विविर (D) प्रोटॉन
5. n equal resistors are first connected in series and then connected in parallel. What is the ratio of the equivalent resistances of series to parallel combination :
 n बराबर प्रतिरोधों को पहले श्रेणीक्रम में तथा बाद में समान्तर क्रम में जोड़ा गया। श्रेणीक्रम और समांतर क्रम में प्राप्त तुल्य प्रतिरोधों का अनुपात होगा —
 (A) n (B) $\frac{1}{n^2}$ (C*) n^2 (D) $\frac{1}{n}$

Sol. In series, net resistance = nR ; In parallel, net Resistance = $\frac{R}{n}$

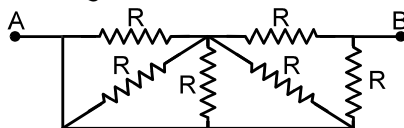
श्रेणी में, कुल प्रतिरोध = nR ; समान्तर में, कुल प्रतिरोध = $\frac{R}{n}$

$$\text{Ratio अनुपात} = \frac{nR}{\frac{R}{n}} = n^2$$

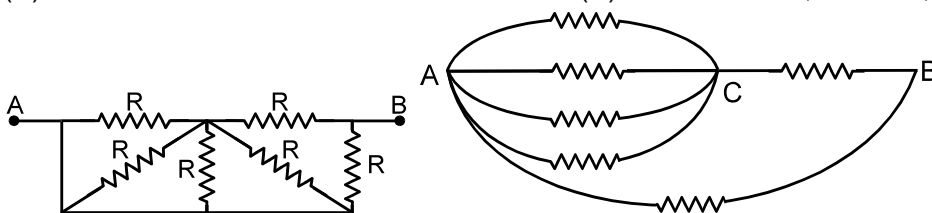
6. Equivalent resistance between A and B is :
 A और B के बीच तुल्य प्रतिरोध होगा।



- (A) $2R$ (B*) $\frac{R}{2}$ (C) $\frac{R}{3}$ (D) $\frac{3R}{2}$
7. The equivalent resistance between the points A and B is
 बिन्दुओं A तथा B के बीच तुल्य प्रतिरोध है



- (A*) $\frac{5R}{9}$ (B) $\frac{2R}{3}$
 (C) R (D) None of these इनमें से कोई नहीं



Sol.

$$R_{AB} = \frac{5R}{9}$$

8. A small toy car moves along a circle in horizontal surface. The coefficient of friction between the toy car and the horizontal surface is $\mu = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ where μ_0 & R are constant & r is radius of circle. Then radius of circle at which the toy car can move with maximum constant speed :

एक छोटी खिलौना गाड़ी क्षैतिज सतह में वृत्त के अनुदिश गति कर रही है। खिलौना गाड़ी तथा क्षैतिज सतह के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ है। जहाँ μ_0 तथा R नियतांक हैं। r वृत्त की त्रिज्या है। तब वृत्त की त्रिज्या जिस पर खिलौना गाड़ी अधिकतम नियत चाल से गति कर सकती है –

(A) $r = \frac{R}{4}$ (B*) $r = \frac{R}{2}$ (C) $r = \frac{R}{3}$ (D) $r = R$

Sol. $\frac{mv^2}{r} = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) mg$
 $V^2 = \mu_0 g \left(r - \frac{r^2}{R}\right) \dots\dots\dots (A)$

for maximum and minimum
अधिकतम तथा न्यूनतम के लिए

$\frac{dv}{dr} = 0$

differentiating equation (A) w.r.t r

r के सापेक्ष समीकरण (A) का अवकलन करने पर

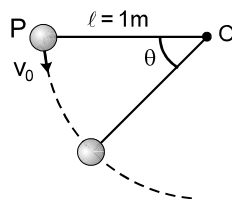
$2v \frac{dv}{dr} = \mu_0 g \left(1 - \frac{2r}{R}\right)$

$\frac{dv}{dr} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2r}{R} = 0$

$r = \frac{R}{2}$

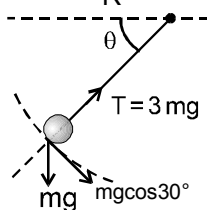
9. The sphere at P is given a downward velocity v_0 and swings in a vertical plane at the end of a rope of $\ell = 1\text{m}$ attached to a support at O. The rope breaks at angle 30° from horizontal, knowing that it can withstand a maximum tension equal to three times the weight of the sphere. Then the value of v_0 will be: ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$)

O बिन्दु से $\ell = 1\text{m}$ लम्बाई की रस्सी जुड़ी है। बिन्दु P पर स्थित गोले को नीचे की ओर v_0 वेग दिया जाता है। इससे यह ऊर्ध्वाधर तल में गति करता है। यदि रस्सी क्षैतिज से 30° के कोण पर टूट जाती है तथा रस्सी अधिकतम गोले के भार का तीन गुना तनाव सहन कर सकती है तो v_0 का मान क्या होगा : ($g = \pi^2 \text{ m/s}^2$)



(A) $\frac{g}{2} \text{ m/s}$ (B) $\frac{2g}{3} \text{ m/s}$ (C*) $\sqrt{\frac{3g}{2}} \text{ m/s}$ (D) $\frac{g}{3} \text{ m/s}$

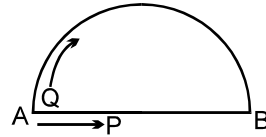
Sol. $T - mg \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow 3mg - mg \sin 30^\circ = \frac{m(u_0^2 + 2g\ell \sin 30^\circ)}{\ell}$



$\therefore u_0 = \sqrt{3g/2}$

10. Two particles P and Q start their journey simultaneously from point A. P moves along a smooth horizontal wire AB. Q moves along a curved smooth track. Q has sufficient velocity at A to reach B always remaining in contact with the curved track. At A, the horizontal component of velocity of Q is same as the velocity of P along the wire. The plane of motion is vertical. If t_1, t_2 , are times taken by P & Q respectively to reach B then (Assume velocity of P is constant)

दो कण P व Q अपनी यात्रा एक साथ बिन्दु A से प्रारम्भ करते हैं। P एक चिकने क्षैतिज तार AB के अनुदिश गति करता है। Q एक चिकने वक्रिय पथ के अनुदिश गति करता है। वक्रिय पथ के सम्पर्क में रहते हुये B तक पहुँचने के लिये Q के पास A पर पर्याप्त वेग है। A पर Q के वेग का क्षैतिज घटक तार के अनुदिश P के वेग के बराबर है। गति का तल ऊर्ध्वाधर है। यदि P व Q द्वारा B तक पहुँचने में लिये गये समय क्रमशः t_1 व t_2 हो तो (P का वेग नियत मानें) –



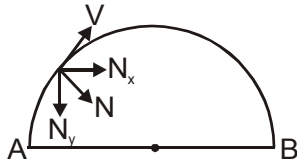
(A) $t_1 = t_2$

(B*) $t_1 > t_2$

(C) $t_1 < t_2$

(D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol.

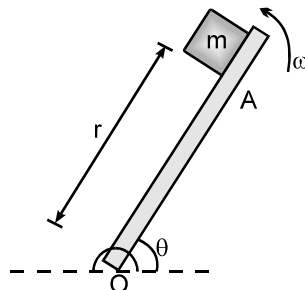


The horizontal component of velocity of Q will increase and become maximum at the top ; and will again become same at B. Because of its greater horizontal velocity the particle Q will reach B earlier than P

Q के वेग का क्षैतिज घटक बढ़ेगा तथा ऊपर ही ऊपर अधिकतम होगा तथा वापस समान हो जाएगा। क्योंकि इसकी ज्यादा क्षैतिज वेग कण Q, P से पहले B पर पहुँचेगा।

11. The member OA rotates about a horizontal axis through O with a constant counter clockwise velocity $\omega = 3 \text{ rad/sec}$. As it passes the position $\theta = 0$, a small mass m is placed upon it at a radial distance $r = 0.5 \text{ m}$. If the mass is observed to slip at $\theta = 37^\circ$, the coefficient of friction between the mass & the member is _____.

छड़ OA क्षैतिज अक्ष के बिन्दु O के सापेक्ष नियत वामावर्त कोणीय वेग $\omega = 3 \text{ rad/sec}$ से घूर्णन कर रही है। जब यह $\theta = 0$, वाली स्थिति से गुजरती है तो इस पर त्रिज्यीय दूरी $r = 0.5 \text{ m}$ पर एक छोटा द्रव्यमान m रख दिया जाता है। यदि द्रव्यमान m $\theta = 37^\circ$, कोण पर फिसलने लगे तो द्रव्यमान तथा छड़ के मध्य घर्षण गुणांक ज्ञात करो ?



(A*) $\frac{3}{16}$

(B) $\frac{9}{16}$

(C) $\frac{4}{9}$

(D) $\frac{5}{9}$

Sol. As the mass is at the verge of slipping

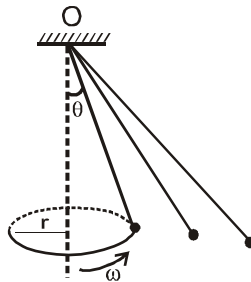
चूँकि द्रव्यमान फिसलने की स्थिति में है

$$\therefore mg \sin 37^\circ - \mu mg \cos 37^\circ = m\omega^2 r$$

$$6 - 8\mu = 4.5$$

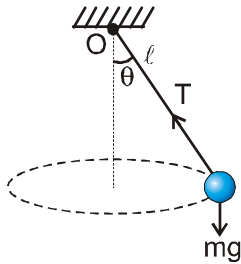
$$\therefore \mu = \frac{3}{16}$$

12. Three masses of small size are attached by light inextensible strings of various lengths to a point O on the ceiling. All of the masses swing round in horizontal circles of various radii with the same angular frequency ω (one such circle is drawn in the shown figure.) Then pick up the correct statement.
- छोटे आकार के तीन द्रव्यमान भिन्न-भिन्न लम्बाइयों की हल्की अविस्तार्य डोरियों से छत के एक बिन्दु O से जुड़े हुए हैं। सभी द्रव्यमान भिन्न-भिन्न त्रिज्याओं के क्षैतिज वृत्तों में समान कोणीय आवृत्ति ω से गति करते हैं (एक ऐसा वृत्त चित्रानुसार दिखाया गया है) तो सही कथन छांटिये—



- (A) The vertical depth of each mass below point of suspension from ceiling is different.
 (B) The radius of horizontal circular path of each mass is same.
 (C*) All masses revolve in the same horizontal plane.
 (D) All the particles must have same mass.
- (A) प्रत्येक द्रव्यमान की (छत पर) बिन्दु O के नीचे ऊर्ध्वाधर दूरी भिन्न है।
 (B) प्रत्येक द्रव्यमान के क्षैतिज वृत्ताकार पथ की त्रिज्या समान है।
 (C*) सभी द्रव्यमान एक ही क्षैतिज तल पर परिक्रमण करते हैं।
 (D) सभी कणों का द्रव्यमान समान ही होगा।

Sol.



For conical pendulum of length ℓ , mass m moving along horizontal circle as shown

$$T \cos \theta = mg \quad \dots (A)$$

$$T \sin \theta = m\omega^2 \ell \sin \theta \quad \dots (B)$$

From equation (A) and equation (B),

$$\ell \cos \theta = \frac{g}{\omega^2}$$

$\ell \cos \theta$ is the vertical distance of bob below O point of suspension. Hence if ω of all three pendulums are same, they shall revolve in same horizontal plane.

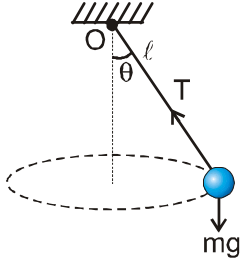
Alternate :

If we remember that time period T of conical pendulum is

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{where } L \text{ is the vertical depth of bob below point of suspension. If } T \text{ is same for}$$

three pendulums even L shall be also same. Hence all three particles shall revolve in same horizontal plane.

हल:



l लम्बाई के कोनिकल लोलक (conical pendulum) के लिए, द्रव्यमान m क्षैतिज वृत्त के अनुदिश करता हुआ दिखाया गया है –

$$T \cos \theta = mg \quad \dots (A)$$

$$T \sin \theta = m \omega^2 l \sin \theta \quad \dots (B)$$

समीकरण (A) तथा समीकरण (B) से, $l \cos \theta = \frac{g}{\omega^2}$

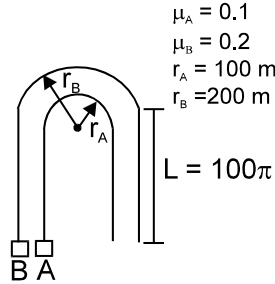
$l \cos \theta$ गोले की बिन्दु O (point of suspension) के नीचे ऊर्ध्वाधर दूरी है। इसलिये यदि सभी तीन लोलकों का ω समान है, तो वे एक ही क्षैतिज तल में गति करेंगे।

वैकल्पिक : कोनिकल पेंडुलम का आवर्तकाल T दिया जाता है –

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{जहाँ } L \text{ बिन्दु O के नीचे ऊर्ध्वाधर दूरी है। यदि T तीनों पेंडुलमों के लिए समान है तो L भी समान होगा।}$$

इसलिये सभी तीन कण एक ही क्षैतिज तल पर परिक्रमण करते हैं।

13. Two cars A and B start racing at the same time on a flat race track which consists of two straight sections each of length 100π and one circular section as in fig. The rule of the race is that each car must travel at constant speed at all times without ever skidding



दो कारें A व B एक साथ एक ही समय पर एक ऐसे समतल रेस ट्रैक पर रेस प्रारम्भ करती है जो 100π लम्बाई के दो सीधे खण्डों तथा एक वृत्ताकार खण्ड (चित्रानुसार) से बना है। रेस के नियमानुसार प्रत्येक कार को हर समय बिना फिसल नियत चाल से चलना है।

(A) car A completes its journey before car B time

(B) both cars complete their journey in same time

(C) velocity of car A is greater than that of car B

(D*) car B completes its journey before car A.

(A) कार A अपनी यात्रा कार B से पहले पूरी करती है। करती है।

(B) दोनों कारे अपनी यात्रा एक ही समय में पूरी करती है।

(C) कार A का वेग कार B के वेग से अधिक है

(D*) कार B अपनी यात्रा कार A से पहले पूरी करती है।

14. If a ball is dropped from rest, it bounces from the floor repeatedly. The coefficient of restitution is 0.5 and the speed just before the first bounce is 5ms^{-1} . The total time taken by the ball to come to rest finally is :

यदि एक गेंद को स्थिर अवस्था से छोड़ा जाता है तो यह बार – बार तल से टकराती है। प्रत्यावस्था गुणांक का मान 0.5 है तथा पहली टक्कर से ठीक पहले गेंद की चाल 5 मी./से. है। अंत में गेंद को स्थिर होने में लगा समय है—

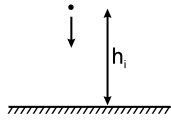
(A*) 1.5s

(B) 1s

(C) 0.5s

(D) 0.25s

Sol.



$$v = 0 + gt \Rightarrow t = 0.5 \text{ sec}$$

After first collision : पहली टक्कर के बाद हो जाती है।

Speed becomes $5(0.5) = 2.5 \text{ m/s}$

$$t_1 = 2(0.25) = 0.5$$

$$t_2 = 2(0.125) = 0.25$$

$t_3 = 0.125$ and so on

[where t_i is the time taken to complete the i^{th} to and fro motion after collision]

[जहाँ t_i टक्कर के बाद i^{th} को पूरा करने में इधर उधर से लिया गया समय है।]

Total time कुल समय = $0.5 + [0.5 + 0.25 + 0.125 + \dots]$

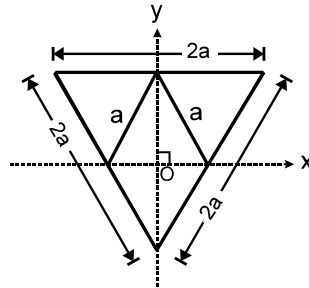
$$= 0.5 + \frac{0.5}{1-0.5} \quad (\text{Since above is a G.P. with } a = 0.5 \text{ and } r = 0.5)$$

(चूँकि ऊपर 0.5 तथा $r = 0.5$ के साथ एक गुणोत्तर श्रेणी है।)

$$= 0.5 + 1 = 1.5 \text{ sec.}$$

15. The 'y' co-ordinate of the centre of mass of the system of three rods of length '2a' and two rods of length 'a' as shown in figure is : (Assume all rods to be of uniform density)

'2a' लम्बाई की तीन छड़ों तथा 'a' लम्बाई की दो छड़ों को चित्रानुसार मिलाकर बनाये गये निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का y-निर्देशांक होगा: (यह मानिए कि सभी छड़ों का घनत्व एकसमान है)



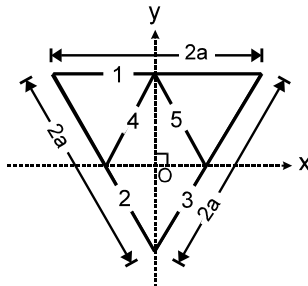
(A) $\frac{9a}{8\sqrt{3}}$

(B*) $\frac{9a}{16\sqrt{3}}$

(C) zero

(D) $\frac{8a}{\sqrt{3}}$

Sol.



The y - coordinate of centre of mass is द्रव्यमान केन्द्र के y -निर्देशांक है।

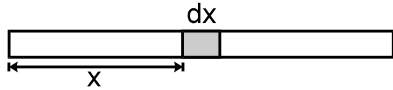
$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4 + m_5 y_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$$

$$= \frac{2m \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a \right) + 2m(0) + 2m(0) + m \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a \right) + m \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a \right)}{8m} = \frac{9a}{16\sqrt{3}}$$

16. The centre of mass of a non uniform rod of length L whose mass per unit length λ varies as $\lambda = \frac{k \cdot x^2}{L}$ where k is a constant & x is the distance of any point on rod from its one end, is (from the same end)

L लम्बाई की असमरूप छड़ जिसकी एकांक लम्बाई का द्रव्यमान λ समीकरण $\lambda = \frac{k \cdot x^2}{L}$ के अनुसार परिवर्तित होता है, जहाँ k स्थिरांक तथा एक सिरे से छड़ पर किसी बिन्दु की दूरी x है, तब छड़ के द्रव्यमान केन्द्र की उसी सिरे से दूरी है—

- (A*) $\frac{3}{4}L$ (B) $\frac{1}{4}L$ (C) $\frac{k}{L}$ (D) $\frac{3k}{L}$

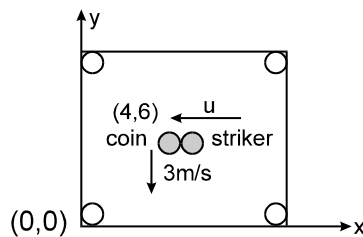


Sol.

$$\therefore x_{cm} = \frac{\int_0^L \frac{K}{L} x^2 dx \cdot x}{\int_0^L \frac{K}{L} x^2 dx} = \frac{\frac{x^4}{4} \Big|_0^L}{\frac{x^3}{3} \Big|_0^L} = \frac{3}{4}L$$

17. On a smooth carom board, a coin moving in negative y -direction with a speed of 3 m/s is being hit at the point (4, 6) by a striker moving along negative x -axis. The line joining centres of the coin and the striker just before the collision is parallel to x -axis. After collision the coin goes into the hole located at the origin. Masses of the striker and the coin are equal. Considering the collision to be elastic, the initial and final speeds of the striker in m/s will be:

एक चिकने कैरमबोर्ड में एक सिक्का ऋणात्मक y -अक्ष में 3 m/s की चाल से ऋणात्मक x -अक्ष में गति करते स्ट्राइकर (striker) से (4, 6) पर टकराता है। टक्कर के समय दोनों के केन्द्र से जाने वाली रेखा x -अक्ष के समानान्तर है। टक्कर के बाद सिक्का छेद में मूल बिन्दु पर चला जाता है। सिक्के तथा स्ट्राइकर का द्रव्यमान समान है। टक्कर पूर्णतः प्रत्यास्थ मानते हुए स्ट्राइकर की प्रारम्भिक व अन्तिम चाल m/s में होगी ?

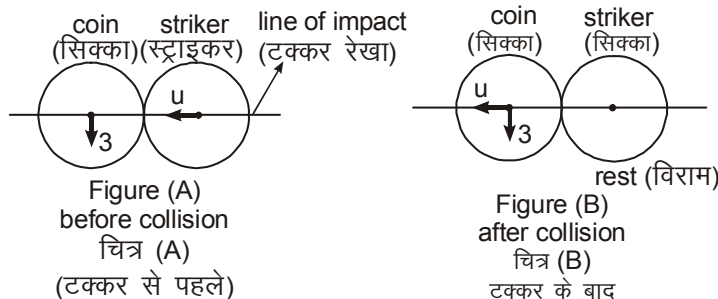


- (A) (1.2, 0) (B*) (2, 0) (C) (3, 0) (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. (B) The line of impact for duration of collision is parallel to x -axis. The situation of striker and coin just before the collision is given as

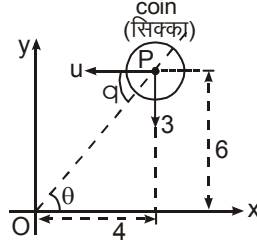
(B) टक्कर के दौरान उनकी अक्ष x -के समान्तर है।

स्ट्राइकर तथा सिक्के के टक्कर के समय स्थितियाँ निम्न होगी।



Because masses of coin and striker are same, their components of velocities along line of impact shall exchange. Hence the striker comes to rest and the x - y component of velocities of coin are u and 3 m/s as shown in figure.

क्योंकि सिक्के तथा स्ट्राईकर के द्रव्यमान समान है उनके वेग के टक्कर रेखा के समान्तर घटक परिवर्तित हो जायेगा अतः स्ट्राईकर रुक जायेगा तथा सिक्के के x तथा y घटक u तथा 3 मी/सै० चित्रानुसार होगा।



For coin to enter hole,

its velocity must be along PO

$$\therefore \tan \theta = \frac{6}{4} = \frac{3}{u}$$

or या $u = 2 \text{ m/s}$

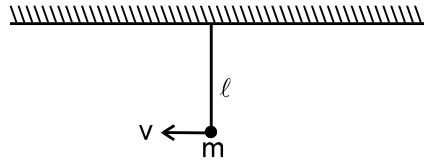
सिक्के को छेद में प्रवेश करने के लिये –

उसका वेग PO रेखा के अनुदिश होगा $\therefore \tan \theta = \frac{6}{4} = \frac{3}{u}$ or या $u = 2 \text{ m/s}$

Ans. (2, 0)

18. ✖ A simple pendulum of length ℓ hangs from a horizontal roof as shown in figure. The bob of mass m is given an initial horizontal velocity of magnitude $\sqrt{5g\ell}$ as shown in fig. The coefficient of restitution $e = \frac{1}{2}$. After how many collisions the bob shall no longer come into contact with the horizontal roof.

चित्र में दिखाये अनुसार ℓ लम्बाई के एक सरल लोलक को क्षैतिज छत से लटकाया गया है। चित्रानुसार लोलक के m द्रव्यमान के गोलक को $\sqrt{5g\ell}$ परिमाण का क्षैतिज वेग दिया जाता है। प्रत्यावस्थान गुणांक $e = \frac{1}{2}$ है। कितनी टक्करों के बाद गोलक क्षैतिज छत के सम्पर्क में नहीं आयेगा।



(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D*) none of these
इनमें से कोई नहीं।

Sol. After the collision with horizontal roof :

The speed of the bob after collision = $\frac{1}{2}$ The speed of the bob before collision

At the highest point the bob has sufficient potential energy to again rise to the level of horizontal roof. Even if the speed of the bob is reduced to zero as a result of collision (after infinite collisions), the bob has sufficient potential energy to again rise to the level of horizontal roof.

Hence the required number of collisions are infinite.

हल: क्षैतिज छत के साथ टक्कर के बाद

लोलक के गुमटे की टक्कर के बाद चाल = $\frac{1}{2}$ लोलक के गुमटे की टक्कर के पहले चाल

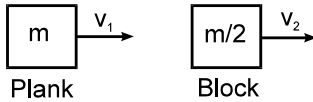
सबसे उच्चतम बिन्दु पर लोलक का गुमटा पर्याप्त स्थितिज ऊर्जा रखता है कि यह फिर से क्षैतिज छत पर पहुँच जाता है। अनन्त टक्करों होने के उपरान्त भी यदि गुमटे की चाल घटकर शून्य तक हो जाती है तो भी यह पर्याप्त स्थितिज ऊर्जा रखता है कि फिर से ऊर्ध्वाधर छत पर पहुँच जाता है अतः आवश्यक टक्करें अनन्त होंगी।

19. A plank of mass m moving with a velocity ' v ' along a frictionless horizontal track and a body of mass $m/2$ moving with $2v$ collides with plank elastically. Final speed of the plank is :
 एक m द्रव्यमान का ब्लॉक ' v ' वेग से घर्षण रहित क्षैतिज पथ पर चल रहा है और एक $m/2$ द्रव्यमान की वस्तु $2v$ वेग से चलते हुये ब्लॉक से प्रत्यास्थ टकराती है तो ब्लॉक की अन्तिम चाल होगी।



- (A) $\frac{5v}{3}$ (B*) v
 (C) $\frac{2v}{3}$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. Let the velocities of plank and body of mass $\frac{m}{2}$



Plank Block
 move with speed v_1 and v_2 after collision as shown.
 From conservation of momentum.

$$mv - \frac{m}{2} 2v = mv_1 + \frac{m}{2} v_2$$

or $2v_1 + v_2 = 0$ (A)

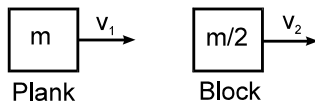
From equation of coefficient of restitution.

$$e = 1 = \frac{v_2 - v_1}{v + 2v} \Rightarrow v_2 - v_1 = 3v \quad \text{.....(B)}$$

Solving 1 and 2 we get

$$v_1 = -v$$

माना प्लांक के वेग तथा वस्तु का द्रव्यमान $\frac{m}{2}$ टक्कर के बाद चाल



Plank Block
 v_1 तथा v_2 से दर्शाये अनुसार गति करते हैं
 संवेग संरक्षण से

$$mv - \frac{m}{2} 2v = mv_1 + \frac{m}{2} v_2$$

या $2v_1 + v_2 = 0$ (A)

प्रत्यावस्था गुणांक की समीकरण से

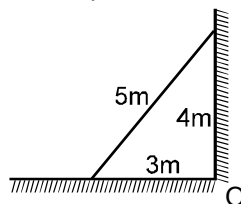
$$e = 1 = \frac{v_2 - v_1}{v + 2v} \Rightarrow v_2 - v_1 = 3v \quad \text{.....(B)}$$

1 व 2 को सरल करने पर हम प्राप्त करते हैं

$$v_1 = -v$$

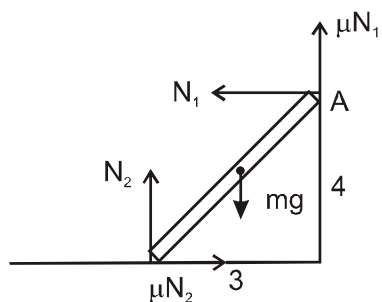
20. A uniform ladder of length 5m is placed against the wall as shown in the figure. If coefficient of friction μ is the same for both the walls, what is the minimum value of μ for it not to slip?

एक एकसमान 5m लम्बाई की सीढ़ी रेखा चित्रानुसार दीवार पर रखी हुई है। यदि दोनों दीवारों के लिए घर्षण गुणांक μ हो तो μ का न्यूनतम मान क्या होगा ताकि सीढ़ी फिसले नहीं।



- (A) $\mu = 1/2$ (B) $\mu = 1/4$ (C*) $\mu = 1/3$ (D) $\mu = 1/5$

Sol.



$$N_1 = \mu N_2 ,$$

$$\mu N_1 + N_2 = mg ,$$

$$\tau_O = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2}mg - N_1(4) - \mu N_1(3) = 0$$

$$\text{Hence तब } \mu = \frac{1}{3} \text{ Ans.}$$



DPP No. : C6 (JEE-Advanced)

Total Marks : 40

Max. Time : 27 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1

(3 marks, 2 min.)

[03, 02]

Multiple choice objective ('-1' negative marking) Q.2 to Q.5

(4 marks, 2 min.)

[16, 08]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.6 to Q.8

(3 marks 2 min.)

[09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9

(4 marks 5 min.)

[04, 05]

Match the Following (no negative marking) Q.10

(8 marks, 6 min.)

[08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : B6

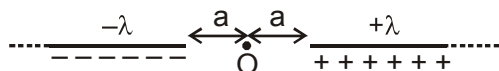
1. (C) 2. (A) (B) (C) (D) 3. (A) (B) (C) (D) 4. (B)(C)(D)

5. (A) (C) 6. (C) 7. (A) 8. (B) 9. $F = \frac{mg}{\sqrt{1 - \left(\frac{m}{m+M}\right)^2}}$

10. (A) q,r (B) p,s (C) p,s (D) p,s

1. Two very long line charges of uniform linear charge density $+\lambda$ and $-\lambda$ are placed along same line with the separation between the nearest ends being $2a$, as shown in figure. The electric field intensity at point O is

चित्र में दर्शाये अनुसार $+\lambda$ तथा $-\lambda$ रेखीय आवेश घनत्व वाले अत्यधिक लम्बाई के दो सीधे रेखीय आवेश एक ही रेखा के अनुदिश रखे हुये हैं तथा तारों के निकटवर्ती सिरों के मध्य दूरी चित्रानुसार $2a$ है। बिन्दु O पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता होगी -

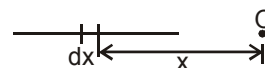


- (A) 0 (B) $\frac{\lambda}{\pi \epsilon_0 a}$ (C*) $\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 a}$ (D) $\frac{\lambda}{4\pi \epsilon_0 a}$

Sol. The field at O due to small element dx is
(अल्पांश dx के कारण बिन्दु O पर तीव्रता)

$$dE = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2}$$

Hence due to one wire (अतः एक तार के कारण तीव्रता) $\Rightarrow \int_a^\infty \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2}$



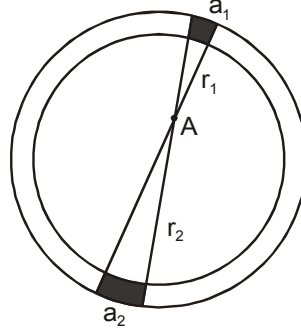
$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{a} \text{ towards left. (बांयी तरफ)}$$

Net field at O is (O पर कुल क्षेत्र)

$$E = 2 \times \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 a}$$

2. A wire having a positive uniform linear charge density λ , is bent in the form of a ring of radius R . Point A as shown in the figure, is in the plane of the ring but not at the centre. Two elements of the ring of lengths a_1 and a_2 subtend very small same angle at the point A. They are at distances r_1 and r_2 from the point A respectively.

एक समान रेखीय धनावेश घनत्व λ के तार को R त्रिज्या की वलय के रूप में मोड़ा गया है। चित्र में वलय के तल में स्थित परन्तु केन्द्र पर नहीं, बिन्दु A को दर्शाया गया है। वलय के a_1 तथा a_2 लम्बाई वाले दो भाग, बिन्दु A पर बहुत ही अल्प परन्तु समान कोण बनाते हैं। वे, बिन्दु A से क्रमशः r_1 तथा r_2 दूरी पर हैं।



(A*) The ratio of charge of elements a_1 and a_2 is r_1/r_2 .

भाग a_1 तथा a_2 पर आवेशों का अनुपात r_1/r_2 है।

(B*) The element a_1 produced greater magnitude of electric field at A than element a_2 .

भाग a_1 , बिन्दु A पर, भाग a_2 की तुलना में ज्यादा परिमाण का विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है।

(C*) The elements a_1 and a_2 produce same potential at A.

भाग a_1 तथा a_2 , बिन्दु A पर समान विभव उत्पन्न करते हैं।

(D*) The direction of net electric field due to a_1 and a_2 at A is towards element a_2 .

a_1 व a_2 के कारण बिन्दु A पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की दिशा, भाग a_2 की तरफ है।

Sol.

Charge on $a_1 = (r_1 \theta) \lambda$

a_1 पर आवेश = $(r_1 \theta) \lambda$

Charge on $a_2 = (r_2 \theta) \lambda$

a_2 पर आवेश = $(r_2 \theta) \lambda$

$$\text{Ratio of charges} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\text{आवेशों का अनुपात} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$E_1, \text{ Field produced by } a_1 = \frac{K[(r_1 \theta) \lambda]}{r_1^2} = \frac{KQ\lambda}{r_1}$$

$$a_1 \text{ द्वारा उत्पन्न क्षेत्र } E_1 = \frac{K[(r_1 \theta) \lambda]}{r_1^2} = \frac{KQ\lambda}{r_1}$$

$$E_2, \text{ Field produced by } a_2 = \frac{KQ\lambda}{r_2}$$

$$a_2 \text{ द्वारा उत्पन्न क्षेत्र } E_2 = \frac{KQ\lambda}{r_2}$$

as $r_2 > r_1$

Therefore $E_1 > E_2$

अतः $E_1 > E_2$

i.e. Net field at A is towards a_2 .

अर्थात् A पर परिणामी विद्युत क्षेत्र a_2 की तरफ होगा।

$$V_1 = \frac{K \cdot (r_1 \theta)}{r_1} = K\theta\lambda$$

$$V_2 = \frac{K \cdot (r_2 \theta)}{r_2} = K\theta\lambda \Rightarrow V_1 = V_2$$

3. Out of the statements given, which is/are correct ?

नीचे दिये गये वक्तव्यों में, कौन से/सा सही हैं/है –

(A*) The amplitude of a resultant simple harmonic motion obtained by superposition of two simple harmonic motions along the same direction can be less than lesser of the amplitudes of the participating SHMs.

समान दिशा की दो सरल आवर्त गतियों के अध्यारोपण से प्राप्त परिणामी सरल आवर्तगति का आयाम, अध्यारोपण में भाग लेने वाली सरल आवर्त गतियों के आयाम से कम हो सकता है।

(B*) When two simple harmonic motions which are in phase and in perpendicular directions superpose then resulting motion will be SHM with same phase.

जब समान कला एवं लम्बवत् दिशाओं की दो सरल आवर्त गतियाँ अध्यारोपण करती हैं तो परिणामी गति भी समान कला की सरल आवर्त गति होगी।

(C*) When two simple harmonic motions (with amplitudes A_1 and A_2) which are out of phase (that means phase difference π) and in perpendicular directions, superpose then resulting motion will be SHM with amplitude $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

जब दो सरल आवर्त गतियाँ (आयाम A_1 तथा A_2) विपरीत कला में (कलान्तर π) तथा लम्बवत् दिशा में, अध्यारोपित होती हैं, तो परिणामी गति आयाम $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ की सरल आवर्त गति होगी।

(D*) The combination of two simple harmonic motions of equal amplitude in perpendicular directions differing in phase by $\pi/2$ rad is a circular motion.

समान आयाम तथा लम्बवत् दिशा की $\pi/2$ कलान्तर वाली दो सरल आवर्त गतियों के संयोजन से वृत्तीय गति प्राप्त होती है।

4. A spring of spring constant K is fixed to the ceiling of a lift. The other end of the spring is attached to a block of mass m. The mass is in equilibrium. Now the lift accelerates downwards with an acceleration g. K बल नियतांक की एक स्प्रिंग, एक लिफ्ट की छत से जुड़ी हुयी है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा m द्रव्यमान के एक ब्लॉक से जुड़ा हुआ है। ब्लॉक साम्यवस्था में है। अब लिफ्ट नीचे की ओर g त्वरण से त्वरित होती है, तो

(A) The block will not perform SHM and it will stick to the ceiling.

ब्लॉक सरल आवर्त गति नहीं करेगा और यह छत से चिपक जायेगा

(B*) The block will perform SHM with time period $2\pi\sqrt{m/K}$.

ब्लॉक $2\pi\sqrt{m/K}$ आवर्तकाल के साथ सरल आवर्त गति करेगा।

(C*) The amplitude of the block will be mg/K if it perform SHM.

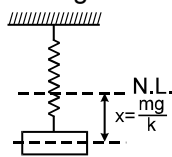
सरल आवर्त गति करने पर ब्लॉक का आयाम mg/K होगा।

(D*) The minimum potential energy of the spring during the motion of the block will be zero.

ब्लॉक की गति के दौरान स्प्रिंग की न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा शून्य होगी।

Sol. Now as lift starts descending by acceleration 'g' of downward, in the frame of lift

अब क्योंकि लिफ्ट त्वरण 'g' से नीचे की ओर गति कर रही है। लिफ्ट के निर्देश तन्त्र में



Net force कुल बल = $-kx$

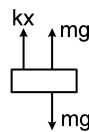
$$\frac{F}{m} = \frac{-k}{m} \cdot x$$

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$$

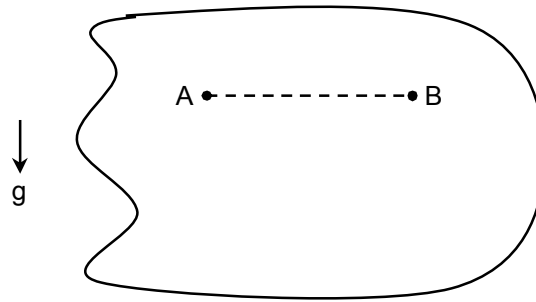
minimum potential energy is at the mean position = 0 when $x = 0$

माध्य अवस्था पर न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा, शून्य होगी, जब $x = 0$ है।

Ans. (B), (C) and (D)



5. Consider a planar body of irregular size. It is kept in equilibrium in vertical plane by using 2 pins A & B lying at same vertical level as shown in figure.



Separation between A & B is d . Pins offer a small friction to the body. Normal contact offered to the body by pin A is N_A and by pin B is N_B . It is observed that when pin A is removed body rotates 150° anti-clockwise w.r.t. B and attains equilibrium. In the same manner if pin B is removed body rotates 120° clockwise w.r.t. A and attains equilibrium. Choose the correct option(s) :

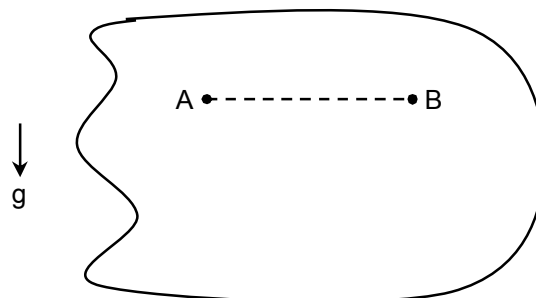
(A*) Value of $\frac{N_B}{N_A}$ is 3

(B) Value of $\frac{N_B}{N_A}$ is 2

(C*) Separation between centre of mass of body and pin A is $\frac{\sqrt{3}d}{2}$

(D) Separation between centre of mass of body and pin A is $\frac{d}{2}$

अनियमित आकार की एक समतलीय वस्तु पर विचार करते हैं। यह दो पिन A तथा B द्वारा ऊर्ध्वाधर तल में साम्यवस्था में है। ये पिन समान ऊर्ध्वाधर स्तर में चित्रानुसार स्थित हैं। A तथा B के मध्य दूरी d है। पिन वस्तु पर अल्प घर्षण बल लगाती है। पिन A द्वारा वस्तु पर लगाया गया अभिलम्ब बल N_A है तथा पिन B द्वारा वस्तु पर लगाया गया अभिलम्ब बल N_B है।



यह प्रेक्षित होता है कि जब पिन A हटायी जाती है तब वस्तु, B के सापेक्ष वामावर्त दिशा में 150° के कोण से घूम जाती है तथा साम्यवस्था प्राप्त कर लेती है। इसी प्रकार यदि पिन B को हटाया जाये तब वस्तु A के सापेक्ष 120° के कोण से दक्षिणावर्त घूम जाती है तथा साम्यवस्था प्राप्त कर लेती है। सही विकल्प/विकल्पों का चयन करें।

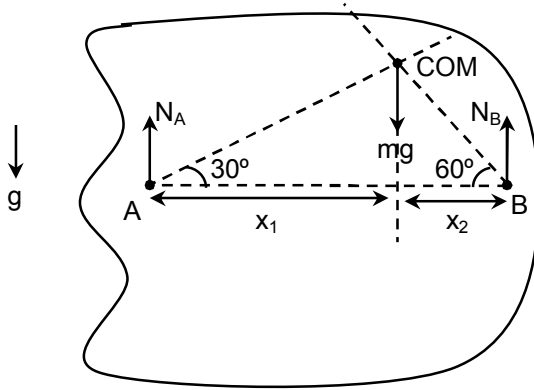
(A*) $\frac{N_B}{N_A}$ का मान 3 है।

(B) $\frac{N_B}{N_A}$ का मान 2 है।

(C*) वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र तथा पिन A के मध्य दूरी $\frac{\sqrt{3}d}{2}$ है।

(D) वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र तथा पिन A के मध्य दूरी $\frac{d}{2}$ है।

Sol. In equilibrium COM of the body will lie vertically below the pin.
साम्यावस्था में वस्तु के द्रव्यमान पिन के नीचे ऊर्ध्वाधर स्थित होगा।



$$x_1 \tan 30^\circ = x_2 \tan 60^\circ$$

$$\frac{x_1}{\sqrt{3}} = x_2 \sqrt{3}$$

$$x_1 = 3x_2$$

balancing torque w.r.t. COM

द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण संतुलित करने पर

$$N_A x_1 = N_B x_2$$

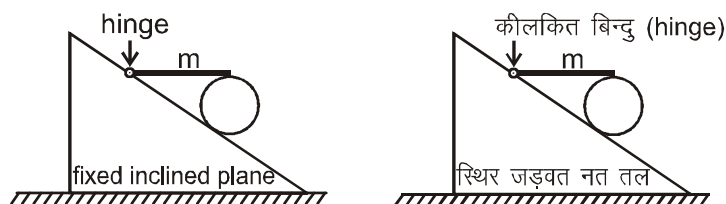
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = 3$$

COMPREHENSION

A horizontal uniform rod of mass 'm' has its left end hinged to the fixed incline plane, while its right end rests on the top of a uniform cylinder of mass 'm' which in turn is at rest on the fixed inclined plane as shown. The coefficient of friction between the cylinder and rod, and between the cylinder and inclined plane, is sufficient to keep the cylinder at rest.

एकसमान क्षैतिज एक छड़ जिसका द्रव्यमान 'm' है, इसका बायाँ सिरा स्थिर जड़वत् (fixed) नत तल पर कीलकित है। जबकि दायाँ सिरा समरूप बेलन के शीर्ष पर विराम में है। बेलन का द्रव्यमान 'm' है तथा यह इस स्थिर नत तल पर विराम में चित्रानुसार है। बेलन व छड़ के मध्य घर्षण गुणांक तथा नत तल व बेलन के मध्य घर्षण गुणांक बेलन को विराम में रखने के लिए पर्याप्त है।



6. The magnitude of normal reaction exerted by the rod on the cylinder is

छड़ द्वारा बेलन पर प्रदान किया गया अभिलम्ब बल का परिमाण होगा –

(A) $\frac{mg}{4}$

(B) $\frac{mg}{3}$

(C*) $\frac{mg}{2}$

(D) $\frac{2mg}{3}$

7. The ratio of magnitude of frictional force on the cylinder due to the rod and the magnitude of frictional force on the cylinder due to the inclined plane is:

बेलन पर छड़ के कारण घर्षण बल के परिमाण का बेलन पर नत तल के कारण घर्षण बल के परिमाण के साथ अनुपात होगा –

(A*) 1 : 1

(B) 2 : $\sqrt{3}$

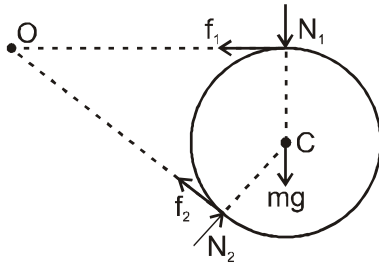
(C) 2 : 1

(D) $\sqrt{2}$: 1

8. The magnitude of normal reaction exerted by the inclined plane on the cylinder is:
बेलन पर नत तल द्वारा लगाये गये अभिलम्ब प्रतिक्रिया का परिमाण होगा –

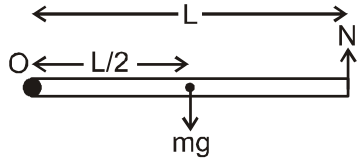
(A) mg (B*) $\frac{3mg}{2}$ (C) $2mg$ (D) $\frac{5mg}{4}$

Sol. 6 to 8.



FBD of rod and cylinder is as shown.

छड़ तथा बेलन का मुक्त वस्तु चित्र है।



Net torque on rod about hinge 'O' = 0

निलम्बन 'O' के सापेक्ष छड़ पर परिणामी बल आघूर्ण शून्य है।

$$\therefore N_1 \times L = mg \times \frac{L}{2} \quad \text{or} \quad \boxed{N_1 = \frac{mg}{2}}$$

Net torque on cylinder about its centre C is zero.

बेलन पर इसके द्रव्यमान केन्द्र C के सापेक्ष बल आघूर्ण शून्य है।

$$\therefore f_1 R = f_2 R \quad \text{or} \quad \boxed{f_1 = f_2}$$

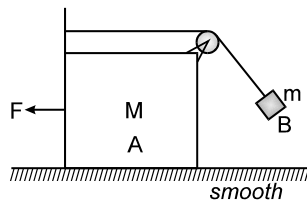
Net torque on cylinder about hinge O is zero.

बेलन पर निलम्बन O के सापेक्ष बल-आघूर्ण शून्य है।

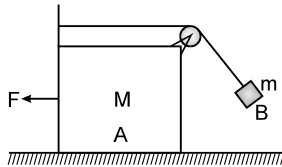
$$\therefore N_2 \times L = N_1 \times L + mgL \quad \text{or} \quad \boxed{N_2 = \frac{3mg}{2}}$$

9. A force F is applied on block A of mass M so that the tension in light string also becomes F when block B of mass m acquires an equilibrium state with respect to block A. Find the force F. Give your answer in terms of m, M and g.

M द्रव्यमान के ब्लॉक A पर F बल इस प्रकार लगाया जाता है ताकि रस्सी में तनाव F हो जब ब्लॉक B (द्रव्यमान m) A के सापेक्ष साम्यावस्था स्थिति प्राप्त कर लें। F का मान ज्ञात करो। (अपना उत्तर m, M तथा g के रूप में दो।)



Sol.

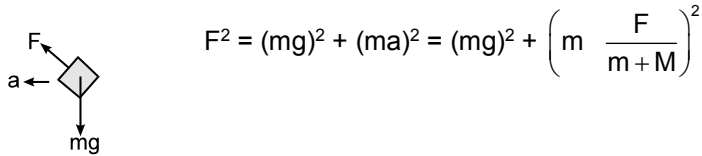


Applying Newton's law on the system in horizontal direction $F = (M + m) a$.

Now consider the equilibrium of block B w.r.t. block M

निकाय पर क्षैतिज दिशा में न्यूटन का नियम लगाने पर $F = (M + m) a$.

अब मानिये कि ब्लॉक B की साम्यावस्था ब्लॉक M के सापेक्ष है।



$$\therefore F^2 = \frac{m^2 g^2}{1 - \frac{m^2}{(m + M)^2}} ; \quad F = \frac{mg}{\sqrt{1 - \left(\frac{m}{m + M}\right)^2}}$$

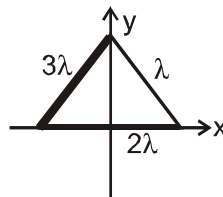
10. In each situation of column-I a mass distribution is given and information regarding x and y-coordinate of centre of mass is given in column-II. Match the figures in column-I with corresponding information of centre of mass in column-II.

स्तम्भ-I की प्रत्येक स्थिति में एक द्रव्यमान वितरण दिया गया है तथा स्तम्भ-II में द्रव्यमान केन्द्र के x तथा y-निर्देशांक से सम्बन्धित सूचना दी गई है। स्तम्भ-II में द्रव्यमान केन्द्र से सम्बन्धित संगत सूचनाओं से सुमेलित कीजिए।

Column-I

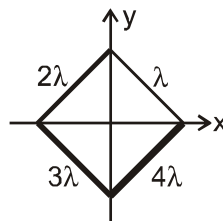
Column-II

- (A) An equilateral triangular wire frame is made using three thin uniform rods of mass per unit lengths λ , 2λ and 3λ as shown



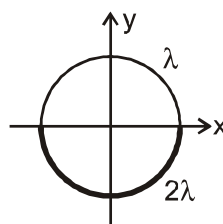
- (p) $x_{cm} \geq 0$

- (B) A square frame is made using four thin uniform rods of mass per unit length lengths λ , 2λ , 3λ and 4λ as shown



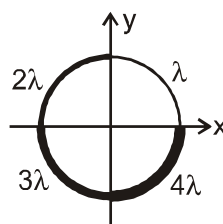
- (q) $y_{cm} \geq 0$

- (C) A circular wire frame is made of two uniform semicircular wires of same radius and of mass per unit length λ and 2λ as shown



- (r) $x_{cm} < 0$

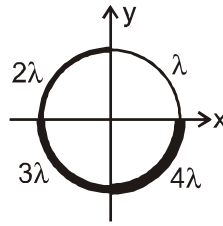
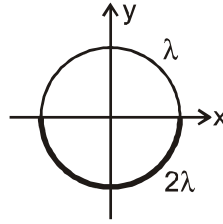
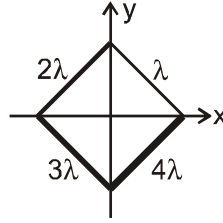
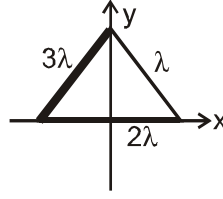
- (D) A circular wire frame is made of four uniform quarter circular wires of same radius and mass per unit length λ , 2λ , 3λ and 4λ as shown



- (s) $y_{cm} < 0$

स्तम्भ-I

- (A) चित्रानुसार λ , 2λ तथा 3λ प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान की तीन पतली एकसमान छड़ों का प्रयोग करके एक समबाहु त्रिभुजाकार फ्रेम बनाया जाता है।
- (B) चित्रानुसार λ , 2λ , 3λ तथा 4λ प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान की चार पतली एकसमान छड़ों का प्रयोग करके एक वर्गाकार फ्रेम बनाया जाता है।
- (C) चित्रानुसार λ तथा 2λ प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान तथा समान त्रिज्या की दो अर्द्धवृत्ताकार तारों का प्रयोग करके एक वृत्ताकार तार फ्रेम बनाया जाता है।
- (D) चित्रानुसार λ , 2λ , 3λ तथा 4λ प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान तथा समान त्रिज्या के चार एकसमान एक चौथाई वृत्ताकार तारों का प्रयोग करके एक वृत्ताकार तार फ्रेम बनाया जाता है।



स्तम्भ-II

- (p) $x_{cm} \geq 0$
- (q) $y_{cm} \geq 0$
- (r) $x_{cm} < 0$
- (s) $y_{cm} < 0$

Ans.
Sol.

- (A) q,r (B) p,s (C) p,s (D) p,s
 (A) Centre of mass lies in second quadrant.
 (B), (C) and (D) Centre of mass lies on y-axis and below x-axis.
 (A) द्रव्यमान केन्द्र द्वितीय चतुर्थांश में स्थित है।
 (B), (C) तथा (D) द्रव्यमान केन्द्र y-अक्ष पर तथा x-अक्ष के नीचे स्थित है।

DPP No. : C7 (JEE-Advanced)
Total Marks : 39
Max. Time : 33 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2

(3 marks, 2 min.) [06, 04]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.3

(4 marks 2 min.) [04, 02]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.4 to Q.6

(3 marks 2 min.) [09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.9

(4 marks 5 min.) [12, 15]

Match the Following (no negative marking) Q.10

(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C7

1. (A)	2. (D)	3. (B) (D)	4. (C)	5. (D)	6. (B)	7. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$
8. $\frac{13P^2}{10M}$	9. 4	10. (A) → (s) ; (B) → (p,q,r,s) ; (C) → (p,q,r,s) ; (D) → (q,r,s)				

1. The length of a rectangular plate is measured by a meter scale and is found to be 10.0 cm. Its width is measured by vernier callipers as 1.00 cm. The least count of the meter scale and vernier callipers are 0.1 cm and 0.01 cm respectively (Obviously). Maximum permissible error in area measurement is -
 (A*) + 0.2 cm² (B) + 0.1 cm² (C) + 0.3 cm² (D) Zero
 एक आयताकार प्लेट की लम्बाई एक मीटर स्केल से 10.0 cm मापी गई। इसकी चौड़ाई वर्नियर कैलीपर्स से 1.00 cm मापी गई। मीटर स्केल और वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक क्रमशः 0.1 cm और 0.01 cm है। (सामान्यतः) क्षेत्रफल मापन में अधिकतम अनुमेय (permissible) त्रुटि है -

 (A*) + 0.2 cm² (B) + 0.1 cm² (C) + 0.3 cm² (D) zero शून्य

Sol. $A = \ell b = 10.0 \times 1.00 = 10.00$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta b}{b}$$

$$\frac{\Delta A}{10.00} = \frac{0.1}{10.0} + \frac{0.01}{1.00} \Rightarrow \Delta A = 10.00 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right) = 10.00 \left(\frac{2}{100} \right) = \pm 0.2 \text{ cm}^2.$$

2. In the previous question, minimum possible error in area measurement can be -
 (A) + 0.02 cm² (B) + 0.01 cm² (C) + 0.03 cm² (D*) Zero
 पिछले प्रश्न में क्षेत्रफल मापन में न्यूनतम सम्भव त्रुटि है
 (A) + 0.02 cm² (B) + 0.01 cm² (C) + 0.03 cm² (D*) शून्य

Sol. $\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_{\min} = \left| \left(\frac{\Delta \ell}{\ell} - \frac{\Delta b}{b} \right) \right| = \left| \frac{1}{100} - \frac{1}{100} \right| = 0$

3. A positively charged particle having some mass is resting in equilibrium at a height H above the centre of a fixed, uniformly and positively charged ring of radius R . The force of gravity (mg) acts downwards. The equilibrium of the particle will be :
 एक स्थिर समरूप व धनात्मक आवेशित R त्रिज्या की वलय के केन्द्र से H ऊँचाई पर कुछ द्रव्यमान का एक धनात्मक आवेशित कण साम्यावस्था में विराम पर है। गुरुत्वीय बल (mg) नीचे की ओर कार्यरत है। कण की साम्यावस्था होगी:

(A) stable If स्थायी यदि $H < \frac{R}{2}$

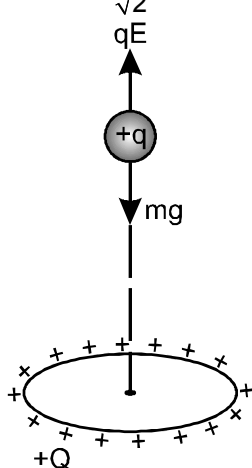
(B*) stable If स्थायी यदि $H > \frac{R}{\sqrt{2}}$

(C) unstable If अस्थायी यदि $H > \frac{R}{\sqrt{2}}$

(D*) unstable If अस्थायी यदि $H < \frac{R}{\sqrt{2}}$

Ans. B, D

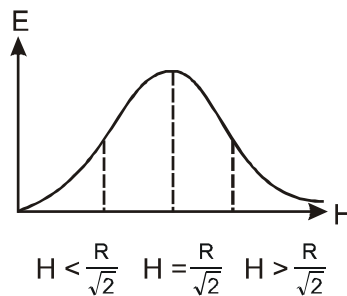
Sol. (i) If $H < \frac{R}{\sqrt{2}}$



In this case, if we displace the particle slightly upwards, E will increase so upwards qE force will increase. So the particle will move away from equilibrium \Rightarrow unstable equilibrium.

इस स्थिति में यदि हम कण को थोड़ा सा ऊपर की ओर विस्थापित करें, तो E बढ़ेगा। अतः ऊपरी बल qE बढ़ेगा। अतः कण साम्यावस्था से अधिक दूर होगा। \Rightarrow अस्थायी साम्यावस्था

(ii) If $H > \frac{R}{\sqrt{2}}$



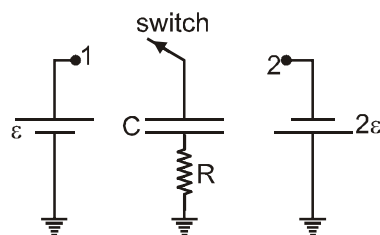
In this case, if we displace the particle slightly upwards, $E \downarrow \Rightarrow qE \downarrow$

So, particle will move downwards, toward equilibrium \Rightarrow stable equilibrium.

इस स्थिति में यदि हम कण को थोड़ा सा ऊपर की ओर विस्थापित करें, तो, $E \downarrow \Rightarrow qE \downarrow$

अतः कण साम्यावस्था की ओर नीचे की ओर गति करेगा \Rightarrow स्थायी साम्यावस्था

COMPREHENSION



In the circuit arrangement shown in figure capacitor is initially uncharged. At $t = 0$ switch is thrown to position '1'. It remains closed till the current in the circuit becomes 50% of maximum current, then suddenly switch is shifted to position '2'. (Assume all batteries are ideal)
चित्रानुसार परिपथ में संधारित्र प्रारम्भ में अनावेशित है तथा $t = 0$ पर कुंजी को स्थिति '1' में लगाया जाता है तथा परिपथ की धारा, अधिकतम धारा की 50% होने तक वहीं रखा जाता है। फिर इस कुंजी को स्थिति '2' में लगाया जाता है। (सभी बैट्रियों को आदर्श मानिए)

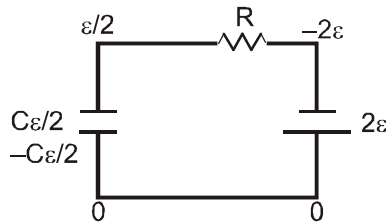
4. Current through the resistor just after switch is shifted to position '2' is :
कुंजी को स्विच '2' से जोड़ने के ठीक पश्चात् प्रतिरोध से गुजरने वाली धारा होगी।
(A) 0 (B) $\frac{5\varepsilon}{R}$ (C*) $\frac{5\varepsilon}{2R}$ (D) $\frac{3\varepsilon}{R}$
5. Amount of work done by battery long after switch is shifted to position '2' is:
कुंजी को स्थिति '2' में लगा देने के लम्बे समय के बाद, बैट्री द्वारा किया गया कार्य क्या होगा –
(A) $\frac{5C\varepsilon^2}{2}$ (B) $\frac{C\varepsilon^2}{2}$ (C) $\frac{3C\varepsilon^2}{2}$ (D*) $5C\varepsilon^2$
6. Which of the following is the correct options after switch is shifted to position '2'.
निम्न में से कौनसे विकल्प सही होंगे, जब कुंजी को स्थिति '2' में लगाया गया है।
(A) Energy stored in the capacitor first increases then decreases.
संधारित्र से संग्रहित ऊर्जा पहले बढ़ेगी तथा फिर घटेगी।
(B*) Energy stored in the capacitor first decreases then increases.
संधारित्र से संग्रहित ऊर्जा पहले घटेगी तथा फिर बढ़ेगी।
(C) Energy stored in the capacitor continuously decreases.
संधारित्र से संग्रहित ऊर्जा लगातार घटेगी।
(D) Energy stored in the capacitor continuously increases.
संधारित्र से संग्रहित ऊर्जा लगातार बढ़ेगी।

Sol.

(1 to 3)

When switch is thrown from position 1 to position 2

जब स्विच स्थिति 1 से स्थिति 2 में लगाया जाता है।

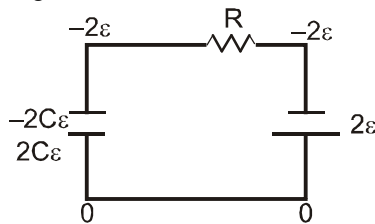


$t = 0$

$$t = \frac{\varepsilon/2 - (-2\varepsilon)}{R} = \frac{5\varepsilon}{2R}$$

After a long time :

लम्बे समय बाद



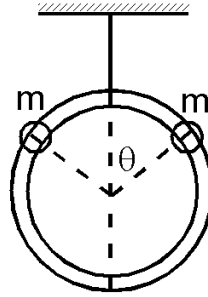
Total charge flown by battery बैटरी से कुल आवेश प्रवाह $\Delta q = 2C\varepsilon - (-C\varepsilon/2) = \frac{5C\varepsilon}{2}$

Work done by battery बैटरी द्वारा कार्य $= \frac{5C\varepsilon}{2} \times 2\varepsilon = 5C\varepsilon^2$

Since initially ($t = 0$) charge on capacitor is $C\varepsilon/2$ it becomes zero after some time and finally becomes $2C\varepsilon$ so energy first decreases then increases.

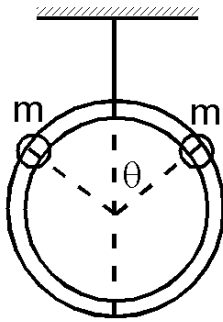
चूंकि ($t = 0$) संधारित्र पर प्रारम्भिक आवेश $C\varepsilon/2$ होगा। यह कुछ समय बाद शून्य हो जायेगा तथा अंततः $2C\varepsilon$ हो जाएगा। अतः ऊर्जा पहले घटेगी फिर बढ़ेगी।

7. A massless ring hangs from a thread and two beads of mass m slide on it without friction. The beads are released simultaneously from the top of the ring and slide down along opposite sides. Find the angle from vertical at which the ring will start to rise.
 एक द्रव्यमानहीन वलय रस्सी द्वारा लटकाई जाती है तथा समान द्रव्यमान m के दो मोती इस पर बिना घर्षण के फिसलते हैं। मोती एक साथ वलय के उच्चतम बिन्दु से इस तरह छोड़े जाते हैं कि ये विपरित दिशा में गति करें। ऊर्ध्वाधर से वह कोण क्या होगा। जब वलय उठना शुरू हो जाएगी।



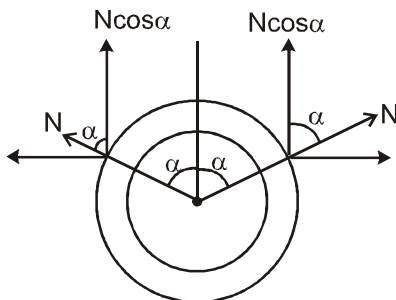
Ans. $\cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$

Sol.



at $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$ balls will leave contact with inner wall and come in contact with outer wall then force on ring will be $2N\cos\alpha$ in upward direction.

$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$ पर गेंदें आन्तरिक दीवार के साथ सम्पर्क छोड़ देगी तथा बाहरी दीवार के सम्पर्क में आ जाएगी जब वलय पर बल $2N\cos\alpha$ ऊपर की दिशा में होगा।



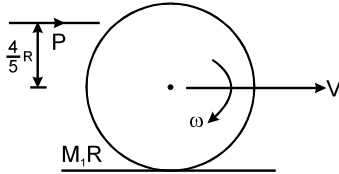
So ring will start rising as it is massless

इसलिए वलय ऊपर की ओर उठना शुरू होगी चूंकि यह द्रव्यमान रहित है।

8. A billiard ball at rest is struck horizontally one tenth of the diameter below the top. If P be the impulse of the blow find the kinetic energy of the ball, just after the blow the mass of the ball is M .
 विराम में रखी एक बिलियर्ड गेंद को ऊपरी सिरे से व्यास के $1/10$ भाग नीचे टक्कर मारी जाती है। यदि धक्के का आवेग P है तो टक्कर के बाद गेंद की गतिज ऊर्जा ज्ञात करो। गेंद का द्रव्यमान M है।

[Ans.: $\frac{13P^2}{10M}$]

Sol.



Using imp - momentum equation. (आवेग - संवेग समीकरण से)

$$P = M.V \Rightarrow V = \frac{P}{M} \quad \dots\dots(A)$$

using angular impulse-momentum equation. wrt. centre. (आवेग - संवेग समीकरण केन्द्र के परितः)

$$P \frac{4}{5} R = \frac{2}{5} MR^2 \omega.$$

$$\omega = \frac{2P}{MR}$$

Total K.E. = Trans KE + Rotational KE कुल गतिज ऊर्जा = रेखीय गतिज ऊर्जा + घूर्णन गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

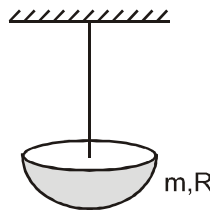
$$= \frac{1}{2} M \times \frac{P^2}{M} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} MR^2 \cdot \frac{4P^2}{M^2 R^2} = \frac{13P^2}{10M}$$

9. A uniform solid hemisphere of mass m and radius R is attached to the roof with a chord of torsional constant C and performing torsional SHM. Then the time period (in seconds) of SHM is

(Take $m = 15 \text{ kg}$, $R = \frac{2}{\pi} \text{ m}$, $C = 6 \text{ Nm/rad}$.)

m द्रव्यमान तथा R त्रिज्या का समरूप ठोस अर्द्ध गोला मरोड़ी नियतांक C की रस्सी की सहायता से छत से चित्रानुसार लटका हुआ है तथा मरोड़ी लोलक के रूप में सरल आवर्त गति करता है। तो इसकी सरल आवर्ती गति का आवर्त काल

सैकण्ड में ज्ञात कीजिए। ($m = 15 \text{ kg}$, $R = \frac{2}{\pi} \text{ m}$, $C = 6 \text{ Nm/rad}$. लें।)



Ans. 4

Sol. $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{5} \frac{mR^2}{C}}$

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

10. In column-II different situations are shown in which one object collides with the another object. In each case friction is absent and neglect effect of non-impulsive forces. In column-I different direction are given. You have to match the directions for each case in which momentum conservation can be applied on object A or object B or system A & B.
- स्तम्भ-II में विभिन्न स्थितियाँ दर्शाई गई हैं जिसमें एक वस्तु दूसरी वस्तु से टकराती है। प्रत्येक स्थिति में घर्षण अनुपस्थित है एवं अन आवेगी बलों को नगण्य मानें। स्तम्भ-I में विभिन्न दिशाएँ दी गई हैं। आपको दिशाओं को प्रत्येक उस स्थिति से सुमेलित करना है जिसमें वस्तु A या वस्तु B या A व B पर संवेग संरक्षण लगाया जा सकता है।

Column-I

(A) Along the line of impact
टक्कर की रेखा के अनुदिश

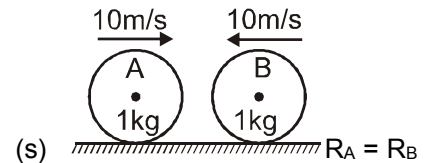
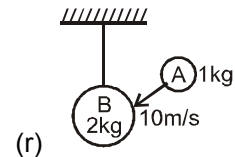
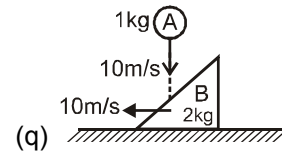
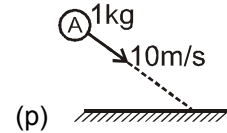
(B) Perpendicular to line of impact
टक्कर की रेखा के लम्बवत्

(C) In horizontal direction
क्षैतिज दिशा में

(D) In vertical direction
ऊर्ध्वाधर दिशा में

Ans. (A) → (s) ; (B) → (p,q,r,s) ; (C) → (p,q,r,s) ; (D) → (q,r,s)

Column-II



DPP No. : C8 (JEE-Advanced)

Total Marks : 39	Max. Time : 36 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2	(3 marks, 2 min.) [06, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.3 to Q.5	(3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.6 to Q.9	(4 marks 5 min.) [16, 20]
Match the Following (no negative marking) Q.10	(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C8

1. (C)	2. (B)	3. (D)	4. (B)	5. (B)	6. 1 V
7. $Q = \frac{1}{2} C \epsilon_2^2$. It is remarkable that the result obtained is independent of ϵ_1 .	8. 07				
9. 90	10. (A) – p,q,r,t ; (B) – p,q,s ; (C) – p,r,s,t ; (D) – p,s				

1. A shell of mass 4 kg moving with a velocity 10 m/s vertically upward explodes into three parts at a height 50 m from ground. After three seconds, one part of mass 2 kg reaches ground and another part of mass 1 kg is at height 40 m from ground. The height of the third part from the ground is:

[$g = 10 \text{ m/s}^2$]

4 kg द्रव्यमान का एक कोश ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर 10 m/s के वेग से गति करते हुए 50 m की ऊँचाई पर तीन-भाग में टूट जाता है। 3 sec. के बाद, एक भाग 2 kg जमीन पर पहुँचता है तथा दूसरा भाग 1 kg जमीन से 40 m ऊपर है। तीसरे भाग की जमीन से ऊँचाई होगी। [$g = 10 \text{ m/s}^2$]

(A) 50 m (B) 80 m (C*) 100 m (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. After 3 seconds centre of mass should have a displacement

3 सेकण्ड के बाद द्रव्यमान केन्द्र एक विस्थापन रखेगा

$$S = 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 10 \times 3 - \frac{1}{2} \times 10(C)^2$$

$$= 30 - 45 = -15 \quad \text{from 50 m height} \quad 50 \text{ m की ऊँचाई से}$$

So $y_{cm} = 50 - 15 = 35 \text{ m}$ from ground धरातल से

$$\text{also } y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

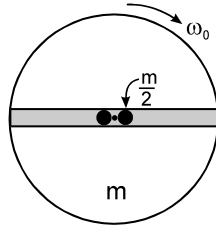
$$35 = \frac{2 \times 0 + 1 \times 40 + 1 \times y_3}{4}$$

$$\Rightarrow y_3 = 35 \times 4 - 40$$

$$\Rightarrow y_3 = 100 \text{ m}$$

2. A disc of mass 'm' and radius R is free to rotate in horizontal plane about a vertical smooth fixed axis passing through its centre. There is a smooth groove along the diameter of the disc and two small balls of mass $\frac{m}{2}$ each are placed in it on either side of the centre of the disc as shown in fig. The disc is given initial angular velocity ω_0 and released. The angular speed of the disc when the balls reach the end of disc is :

m द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की एक चकती इसके केन्द्र से जाने वाली ऊर्ध्वाधर चिकनी अक्ष के परितः क्षैतिज तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है। चकती के व्यास के अनुदिश एक चिकना खांचा है तथा $\frac{m}{2}$ द्रव्यमान की प्रत्येक दो गेंद चित्रानुसार चकती के केन्द्र के पास दोनों तरफ पर रखी है। चकती को प्रारम्भिक कोणीय वेग ω_0 दिया जाता है तथा छोड़ दिया जाता है। जब गेंदे किनारों पर पहुँचती है तो, चकती का कोणीय वेग होगा –



- (A) $\frac{\omega_0}{2}$ (B*) $\frac{\omega_0}{3}$ (C) $\frac{2\omega_0}{3}$ (D) $\frac{\omega_0}{4}$

Sol. Let the angular speed of disc when the balls reach the end be ω .

माना जब गेंदे किनारे पर पहुँचती है तब चकती की कोणीय चाल ω है।

From conservation of angular momentum

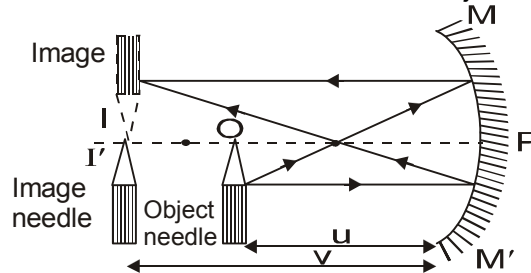
कोणीय संवेग के संरक्षण से –

$$\frac{1}{2} m R^2 \omega_0 = \frac{1}{2} m R^2 \omega + \frac{m}{2} R^2 \omega + R^2 \omega \text{ or } \omega = \frac{\omega_0}{3}$$

COMPREHENSION अनुच्छेद : 2

To find focal length of a concave mirror using u-v method, for different u, we measure different v, and thus we find f using mirror's formula $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$.

In this experiment, a concave mirror is fixed at position MM' and a knitting needle is used as an object, mounted in front of the concave mirror. This needle is called object needle (O in fig)

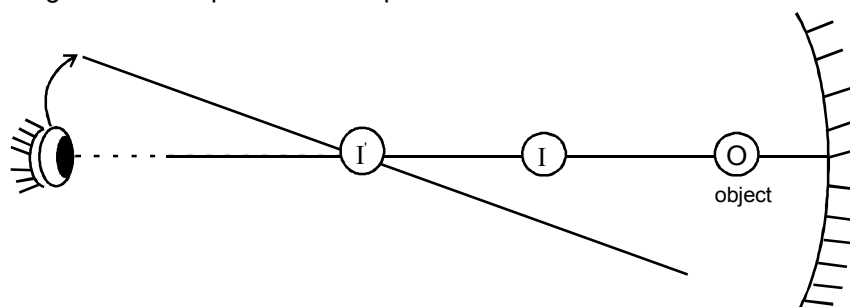


First of all we make a rough estimation of f. For estimating f roughly, make a sharp image of a far away object (like sun) on a filter paper. The image distance of the far object will be an approx estimation of focal length.

Now, the object needle is kept beyond f, so that its real and inverted image (I in fig) can be formed. You can see this inverted image in the mirror by closing your one eye and keeping the other eye along the pole of the mirror.

To locate the position of the image, use a second needle, and shift this needle such that its peak coincide with the image. The second needle gives the distance of image (v), so it is called "image needle" (I' in figure). Note the object distance 'u' and image distance 'v' from the mm scale on optical bench.

Parallax: — Figure shows top view of the optical bench

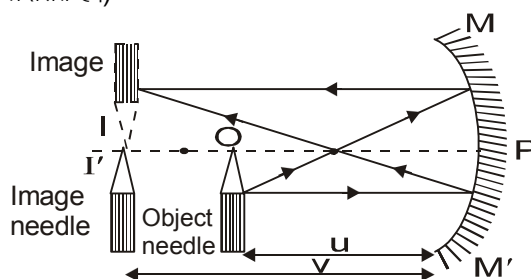


Suppose image needle (I') doesn't co-inside with image (I), the image is farther from eyes as compared to the image needle (I') as shown. If we shift our eyes to the left, the image (I), which is more distant from us, will appear to move to the left of the line of sight and if we shift our eyes to right, the image (I) will appear to move to the right of the line of sight. This shifting is called parallax. To remove this, we shift the image needle (I') towards mirror, such that it exactly co-inside with the image (I).

u-v विधि के द्वारा अवतल दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात करने के लिए u के भिन्न-भिन्न मानों के लिए v के भिन्न-भिन्न मान का मापन करते हैं

तथा दर्पण सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ के उपयोग से फोकस दूरी f ज्ञात करते हैं।

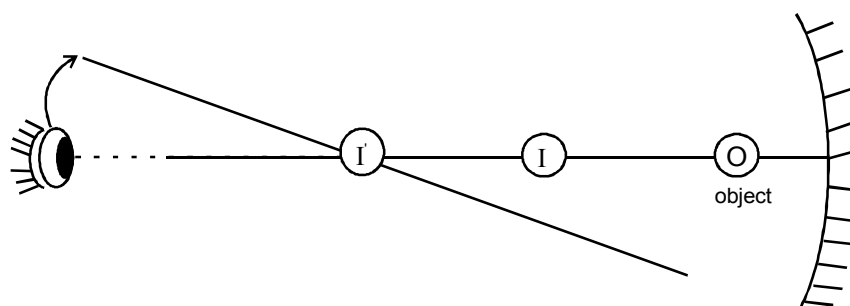
इस प्रयोग में एक अवतल दर्पण स्थिति MM' पर स्थिर है तथा अवतल दर्पण के सामने स्थित सूर्य को वस्तु के रूप में प्रयुक्त करते हैं। यह सूर्य वस्तु सूर्य कहलाती है। (O चित्र में प्रदर्शित है।)



सर्वप्रथम हम f का कच्चा वर्णन करते हैं। f के कच्चे वर्णन के लिए फिल्टर पेपर पर दूर स्थित वस्तु का (सूर्य के समान) तीक्ष्ण प्रतिबिम्ब बनाते हैं। दूर स्थित वस्तु की प्रतिबिम्ब दूरी लगभग फोकस दूरी के बराबर प्राप्त होती है।

अब वस्तु सूर्य को f के नीचे रखते हैं। ताकि इसका वास्तविक तथा उल्टा प्रतिबिम्ब (I) बनता है। हम अपनी एक आँख को बन्द तथा दूसरी को दर्पण के ध्रुव के अनुदिश रखते हुए दर्पण में इस उल्टे प्रतिबिम्ब को देख सकते हैं। प्रतिबिम्ब की स्थिति को व्यवस्थित करने के लिए हम एक द्वितीयक सूर्य को प्रयुक्त करते हैं। तथा इस सूर्य को इस प्रकार व्यवस्थित करते हैं कि इसका शिखर प्रतिबिम्ब से संपाती होता है। द्वितीयक सूर्य प्रतिबिम्ब की दूरी को दर्शाती है अतः इसे प्रतिबिम्ब सूर्य (I) कहते हैं। प्रकाशिक बैन्च पर mm पैमाने से वस्तु की दूरी (u) तथा प्रतिबिम्ब दूरी (v) को नोट करते हैं।

लम्बन : चित्र में प्रकाशिक बैन्च का ऊपरी दृश्य दर्शाया गया है।



यह मानिये कि प्रतिबिम्ब सूर्य (I') प्रतिबिम्ब के साथ संपाती नहीं है। प्रतिबिम्ब, प्रतिबिम्ब सूर्य (I') की तुलना में आँखों से बहुत अधिक दूरी पर बनता है। यदि हम हमारी आँख को बाँयी ओर प्रतिस्थापित करते हैं तब हमसे बहुत अधिक दूरी पर स्थिति प्रतिबिम्ब (I) दृश्य रेखा के बाँयी ओर गति करता हुआ प्रतीत होगा तथा यदि हम हमारी आँख को दाँयी ओर प्रतिस्थापित करते हैं तब प्रतिबिम्ब (I) दृश्य रेखा के दाँयी ओर गति करता हुआ प्रतीत होता है। यह प्रतिस्थापन लम्बन कहलाता है। इसे दूर करने के लिए हम प्रतिबिम्ब सूर्य (I') को दर्पण की ओर इस प्रकार प्रतिस्थापित करते हैं कि यह प्रतिबिम्ब (I) के साथ ठीक सम्पाती है।

3. Parallax arises due to :
- (A) Defect in the observer's eyes
 (B) The object and the image needles are not parallel
 (C) Our eyes are not in the line of object and image
 (D*) The image needle is not placed exactly co-insiding the image

लम्बन (parallax) की घटना होती है:

- (A) प्रेक्षक की आँख में दोष के कारण
 (B) वस्तु तथा प्रतिबिम्ब के संपाती नहीं होने के कारण
 (C) हमारी आँख के वस्तु तथा प्रतिबिम्ब की रेखा में नहीं होने के कारण
 (D*) प्रतिबिम्ब सूई प्रतिबिम्ब के साथ ठीक सम्पाती नहीं होने के कारण

Sol. It is clear from the passage that the parallax arises if the image needle is not placed co-insiding the image.

अनुच्छेद से यह स्पष्ट है कि लम्बन की घटना तभी होती है जब प्रतिबिम्ब सूई प्रतिबिम्ब के साथ सम्पाती नहीं होती।

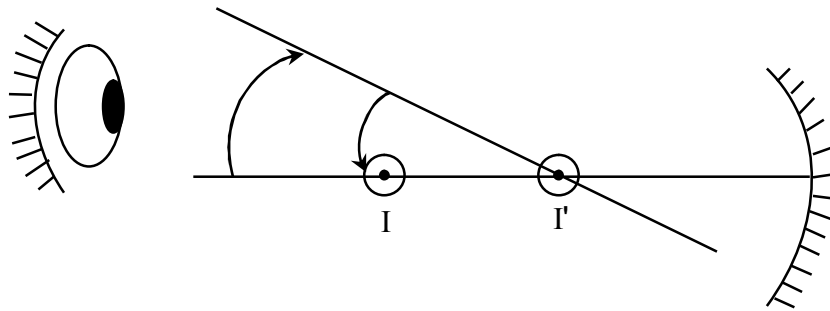
4. In an observation, if we shift our eyes to left, the image (I) appears to move to the right of the line of sight. To find the image distance (to remove parallax), we have to shift the image needle (I') :

- (A) Towards the mirror (B*) Away from the mirror
 (C) Perpendicular to the principle axis (D) No need to shift

प्रेक्षण में यदि हम हमारी आँख को बांयी ओर विस्थापित करते हैं, तब प्रतिबिम्ब (I) दृश्य रेखा के दांयी ओर गति करता हुआ प्रतीत होता है। प्रतिबिम्ब दूरी ज्ञात करने के लिए (लम्बन को दूर करने के लिए) हम प्रतिबिम्ब सूई (I') को किस ओर विस्थापित करेंगे।

- (A) दर्पण की ओर (B*) दर्पण से दूर
 (C) मुख्य अक्ष के लम्बवत् (D) विस्थापन की कोई आवश्यकता नहीं

Sol.

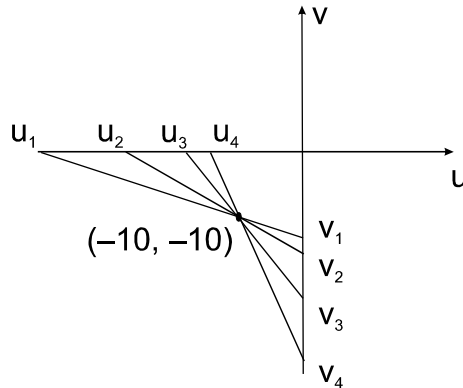


From these observations, we can say that image (I) is farther from mirror, as compared to the image needle (I'). So to remove the parallax, we have to shift the image needle (I') away from the mirror

इन प्रेक्षणों से हम कह सकते हैं कि प्रतिबिम्ब (I) दर्पण से प्रतिबिम्ब सूई (I') की तुलना में दूर है। अतः लम्बन को दूर करने के लिए हम प्रतिबिम्ब सूई (I') को दर्पण से दूर प्रतिस्थापित करते हैं।

5. To find the focus distance of the concave mirror, for the different values of object distances ($u_1, u_2 \dots u_n$), the values of image distances ($v_1, v_2 \dots v_n$) are measured. We mark $u_1, u_2 \dots u_n$ on x-axis and $v_1, v_2 \dots v_n$ on y-axis. Now draw lines joining u_1 with v_1, u_2 with $v_2 \dots u_n$ with v_n as shown in figure. The focus distance of the mirror should be

अवतल दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात करने के लिए वस्तु की दूरी ($u_1, u_2 \dots u_n$), के भिन्न-भिन्न मानों के लिए प्रतिबिम्ब दूरियों ($v_1, v_2 \dots v_n$) के भिन्न-भिन्न मान का मापन करते हैं। हम X-अक्ष पर $u_1, u_2 \dots u_n$ तथा Y-अक्ष पर $v_1, v_2 \dots v_n$ को प्रदर्शित करते हैं। अब u_1 को v_1 के साथ, u_2 को v_2 के साथ तथा u_n को v_n के साथ जोड़कर खींचते हैं।

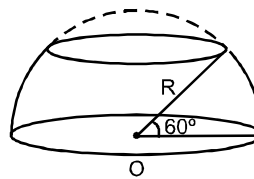


- (A) 5 cm (B*) 10 cm (C) 20 cm (D) 15 cm

Sol. $(f, f) = (-10, -10) \Rightarrow f = -10 \text{ cm.}$

6. Figure shows the part of a hemisphere of radius (R) = 2m and surface charge density (σ) = $2\epsilon_0 \text{ C/m}^2$. Calculate the electric potential (in volt) at centre O.

चित्र में त्रिज्या (R) = 2m के अर्धगोले का भाग दर्शाया गया है। इसका पृष्ठीय आवेश घनत्व (σ) = $2\epsilon_0 \text{ C/m}^2$ है। केन्द्र O पर वैद्युत विभव (वोल्ट मात्रक में) ज्ञात कीजिए।



Ans. 1 V

Sol. Consider a ring at angular position θ

Charge on ring $dq = \sigma \cdot 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$

कोणीय स्थिति θ पर वलय लेने पर

वलय पर आवेश $dq = \sigma \cdot 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$

$$\therefore dV = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{dq}{R}$$

$$= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \sin\theta d\theta$$

\therefore Net potential at centre O

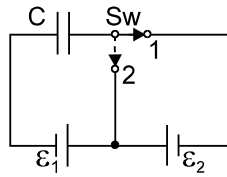
केन्द्र O पर कुल विभव

$$V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \int_0^{\pi/3} \sin\theta d\theta$$

$$= -\frac{\sigma R}{2\epsilon_0} [\cos\theta]_0^{\pi/3} = \frac{\sigma R}{4\epsilon_0} = \frac{2\epsilon_0 \times 2}{4\epsilon_0}$$

$$V = 1 \text{ V.}$$

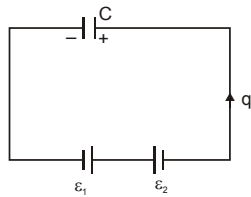
7. What amount of heat will be generated in the circuit shown in the figure, after the switch Sw is shifted from position 1 to position 2?
चित्र में दिखाये परिपथ के स्विच Sw को स्थिति 1 से स्थिति 2 पर स्थानान्तरित करने पर उत्पन्न ऊष्मा का मान क्या होगा ?



Ans. $Q = \frac{1}{2} C \epsilon_2^2$. It is remarkable that the result obtained is independent of ϵ_1 .

$Q = \frac{1}{2} C \epsilon_2^2$. यह ध्यान देने योग्य है कि प्राप्त किये गये परिणाम ϵ_1 से स्वतन्त्र है।

Sol. When S is at position (A)
जब S स्थिति (A) पर है



By KVL द्वारा

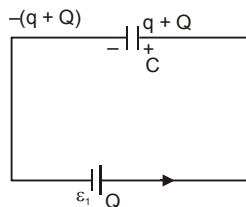
$$\Rightarrow \epsilon_1 - \epsilon_2 - \frac{q}{C} = 0$$

$$q = (\epsilon_1 - \epsilon_2)C \quad \dots\dots\dots(A)$$

$$\therefore \text{Energy stored संचित ऊर्जा} = \frac{1}{2} C (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 = \frac{q^2}{2C}$$

When switch 'S' in at position (B)

जब स्विच 'S' स्थिति (B) पर है



By KVL द्वारा ;

$$\epsilon_1 = \frac{q+Q}{C} \quad \text{Put } q \text{ from (A) (A) से } q \text{ रखने पर}$$

$$\epsilon_1 = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)C + Q}{C}$$

$$Q = \epsilon_2 C \quad \dots\dots\dots(B)$$

$$\text{Energy stored संचित ऊर्जा} = \frac{(Q+q)^2}{2C}$$

\therefore Work done by battery ϵ_1

बैटरी ϵ_1 द्वारा किया गया कार्य

$$W = \epsilon_1 Q = \epsilon_1 \epsilon_2 C$$

\therefore Heat produced उत्पन्न ऊष्मा;

$$H = W - \Delta U$$

$$\therefore H = \epsilon_1 \epsilon_2 C - (U_f - U_i)$$

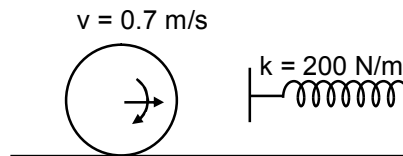
$$H = \epsilon_1 \epsilon_2 C - \left[\frac{(Q+q)^2}{2C} - \frac{q^2}{2C} \right]$$

Put Q and q from (A) & (B)

(A) व (B) से Q तथा q रखने पर

$$\therefore H = \frac{1}{2} C \epsilon_2^2$$

8. A uniform smooth and solid sphere of mass $m = 2 \text{ kg}$ is in pure rolling motion on smooth surface as shown velocity v of the centre is 0.7 m/s . Find maximum compression in spring in cm.
 चिकने एक समान ठोस गोले का द्रव्यमान $m = 2 \text{ kg}$ है, जो दर्शायेनुसार द्रव्यमान केन्द्र के वेग $v = 0.7 \text{ m/s}$ से चिकनी सतह पर शुद्ध लौटनी गति करता है। स्प्रिंग में अधिकतम संमीड़न (cm में) ज्ञात कीजिए।



Ans. 07

Sol. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v = \sqrt{\frac{2}{200}} \times 0.7 = \frac{1}{10} \times 0.7 \text{ m} = 7 \text{ cm}$$

9. The speed of sound in a mixture of $n_1 = 2$ moles of He, $n_2 = 2$ moles of H_2 at temperature $T = \frac{972}{5} \text{ K}$ is

$\eta \times 10 \text{ m/s}$. Find η . (Take $R = \frac{25}{3} \text{ J/mole-K}$)

$T = \frac{972}{5} \text{ K}$ ताप पर He के $n_1 = 2$ मोल तथा H_2 के $n_2 = 2$ मोल के मिश्रण में ध्वनि की चाल $\eta \times 10 \text{ m/s}$ है। η ज्ञात

करो। ($R = \frac{25}{3} \text{ J/mole-K}$)

Ans. 90

Sol. $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

$$M = \frac{4 \times 2 + 2 \times 2}{4} = 3 \text{ g}$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{f} = 1 + \frac{2 \times (2+2)}{2 \times 3 + 2 \times 5} = \frac{3}{2}$$

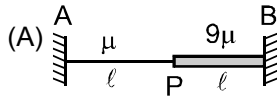
$$\therefore v = \sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{25}{3} \times \frac{1000}{3} \times \frac{972}{5}} = 900 \text{ m/s}$$

Ans. 90

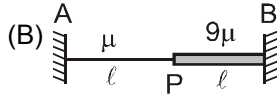
10.

Match the column :

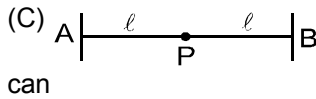
Column-I



Two strings each of length ℓ and linear mass density μ and 9μ are joined together and system is oscillated such that joint P is node. T is tension in the strings. A and B are fixed ends.

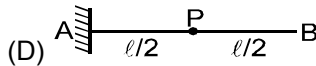


Two strings each of length ℓ and linear mass density μ and 9μ are joined together and system is oscillated such that joint P is antinode. T is tension in each string. A and B are fixed ends.



P is the mid-point of the string fixed at both ends.

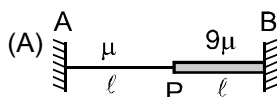
T is tension in the string and μ is its linear mass density.



T is the tension in the string fixed at A and B is free end. P is mid-point. μ is its the linear mass density.

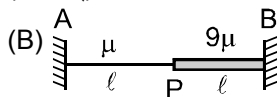
निम्न को सुमेलित कीजिए :

स्तम्भ-I



ℓ लम्बाई तथा रेखीय द्रव्यमान घनत्व

μ व 9μ की दो डोरिया एक दूसरे से जुड़ी हुई है तथा निकाय इस प्रकार दोलन करता है कि बिन्दु P निस्पन्द है T, डोरियों में तनाव है। A तथा B स्थिर (जड़वत्) सिरे है।



ℓ लम्बाई तथा रेखीय द्रव्यमान घनत्व μ व 9μ की दो डोरिया एक दूसरे से जुड़ी हुई है तथा निकाय इस प्रकार दोलन करता है कि बिन्दु P प्रस्पन्द है T, डोरियों में तनाव है। A तथा B स्थिर (जड़वत्) सिरे है।

Column-II

(p) Speed of component travelling wave is portion

AP will be $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

(q) Speed of component travelling wave in the

portion AP will be more than that in portion

(r) Frequency of oscillation of the system AB

be $\frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

(s) Frequency of oscillation of the system AB can

be $\frac{1}{4\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

(t) Wavelength of the wave in the portion PB can be $\frac{2\ell}{3}$.

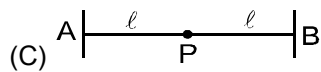
स्तम्भ-II

(p) AP भाग में संचरित तरंग घटक की चाल

$\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ होगी।

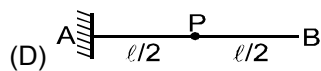
(q) AP भाग में संचरित तरंग घटकी की चाल भाग BP

में संचरित तरंग घटक की चाल से अधिक होती है।



P दोनों सिरों से बंधी डोरी का मध्य बिन्दु है।
T डोरी में तनाव है तथा μ इसका रेखीय द्रव्यमान घनत्व है।

(r) निकाय AB के दोलन की आवृत्ति $\frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ हो सकती है।



A से बंधी तथा B सिरे से मुक्त डोरी में तनाव T है। P मध्य बिन्दु है। μ इसका रेखीय द्रव्यमान घनत्व है।

(s) निकाय AB के दोलन की आवृत्ति $\frac{1}{4\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ हो सकती है।

(t) PB भाग में तरंग की तरंगदैर्घ्य $\frac{2\ell}{3}$ हो सकती है।

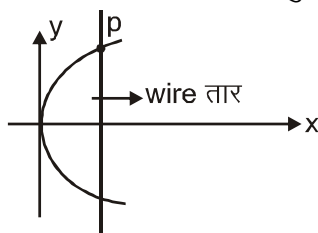
Ans. (A) – p,q,r,t ; (B) – p,q,s ; (C) – p,r,s,t ; (D) – p,s

DPP No. : C9 (JEE-Main)
Total Marks : 57
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.19
Max. Time : 38 min.
(3 marks, 2 min.)
[57, 38]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C9

1. (B)	2. (B)	3. (C)	4. (D)	5. (D)	6. (B)	7. (A)
8. (C)	9. (C)	10. (C)	11. (D)	12. (B)	13. (C)	14. (C)
15. (C)	16. (C)	17. (A)	18. (A)	19. (B)		

1. A wire is bent in a parabolic shape followed by equation $x = 4y^2$. Consider origin as vertex of parabola. A wire parallel to y axis moves with constant speed 4 m/s along x-axis in the plane of bent wire. Then the acceleration of touching point of straight wire and parabolic wire is (when straight wire has x coordinate = 4 m) :

एक तार को परवलयकार आकृति में मोड़ा जाता है जिसकी समीकरण $x = 4y^2$ है। माना परवलय का शीर्ष मुलबिन्दु पर है। y अक्ष के समान्तर एक तार x अक्ष के अनुदिश मुड़े हुए तार के तल में नियत चाल 4 m/s से गतिशील है तो परवलयकार तार तथा सीधे तार के सम्पर्क बिन्दु का त्वरण है, (जब सीधे तार का x निर्देशांक = 4 m है) :

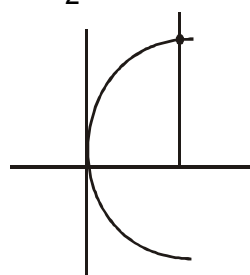


(A) $\frac{1}{2}$

(B*) $\frac{1}{4}$

(C) 2

(D) 4

Sol.


$$x = 4y^2$$

$$\frac{dx}{dt} = 8y \frac{dy}{dt}$$

$$V_x = 8y V_y$$

$$V_x = 4$$

$$a_x = 0$$

$$0 = a_x = 8[y \cdot a_y + V_y^2]$$

$$-y a_y = V_y^2$$

$$|a_y| = \frac{v_y^2}{y}$$

$$|a_y| = \frac{v_x^2}{64 y^3} = \frac{16}{64 \times y^3}$$

$$\text{at } y = 1 \Rightarrow |a_y| = \frac{1}{4}$$

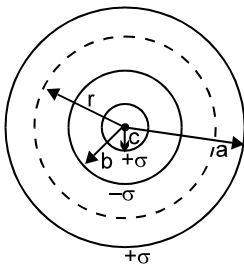
$$y = 1 \text{ पर } \Rightarrow |a_y| = \frac{1}{4}$$

2. There are three concentric thin spheres of radius a, b, c ($a > b > c$). The total surface charge densities on their surfaces are $\sigma, -\sigma, \sigma$ respectively. The magnitude of electric field at r (distance from centre) such that $a > r > b$ is :

त्रिज्या a, b तथा c ($a > b > c$) के तीन पतले संकेन्द्रीय गोले हैं। उनकी सतहों पर कुल पृष्ठीय आवेश घनत्व क्रमशः $\sigma, -\sigma$ तथा σ हैं। केन्द्र से r दूरी (जहाँ $a > r > b$) पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण है –

- (A) 0 (B*) $\frac{\sigma}{\epsilon_0 r^2} (b^2 - c^2)$ (C) $\frac{\sigma}{\epsilon_0 r^2} (a^2 + b^2)$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं।

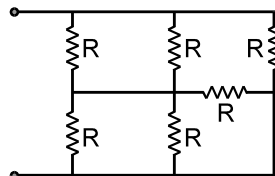
Sol.



Electric field at a distance r ($a > r > b$) will be due to charges enclosed in r only, & Since, a sphere acts as a point charge for points outside its surface, r दूरी पर विद्युत क्षेत्र, केवल r के अन्दर स्थिति ($a > r > b$) आवेशों के कारण होगा तथा गोले के बाहर स्थिति बिन्दु के लिए, यह बिन्दुवत आवेशों की तरह व्यवहार करते हैं –

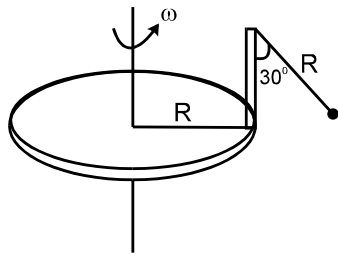
$$\therefore E = \frac{kQ_c}{r^2} + \frac{kQ_b}{r^2} = \frac{k}{r^2} (\sigma \times 4\pi c^2 + (-\sigma) 4\pi b^2) = \frac{\sigma}{\epsilon_0 r^2} (c^2 - b^2)$$

3. The equivalent resistance of the network shown in the figure is :
दिखाये गये परिपथ का तुल्य प्रतिरोध है।



- (A) $3R/7$ (B) $11R/5$ (C*) $5R/11$ (D) none of these

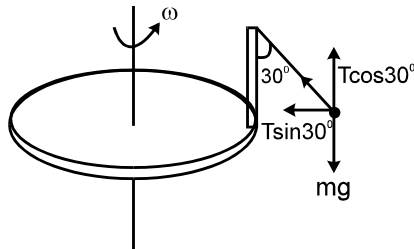
4. A disc of radius R has a light pole fixed perpendicular to the disc at the circumference which in turn has a pendulum of length R attached to its other end as shown in figure. The disc is rotated with a constant angular velocity ω . The string is making an angle 30° with the rod. The angular velocity ω of the disc is:
- R त्रिज्या की चकती की परिधि पर चकती के लम्बवत एक हल्की छड़ जुड़ी है, जिसके दूसरे सिरे से R लम्बाई का एक लोलक चित्रानुसार जुड़ा है। चकती को नियत कोणीय वेग ω से घुमाते हैं। रस्सी छड़ से 30° का कोण बनाती है। चकती का कोणीय वेग ω है :



- (A) $\left(\frac{\sqrt{3}g}{R}\right)^{1/2}$ (B) $\left(\frac{\sqrt{3}g}{2R}\right)^{1/2}$ (C) $\left(\frac{g}{\sqrt{3}R}\right)^{1/2}$ (D*) $\left(\frac{2g}{3\sqrt{3}R}\right)^{1/2}$

Ans. (D) The bob of the pendulum moves in a circle of radius $(R + R\sin 30^\circ) = \frac{3R}{2}$

Force equations :

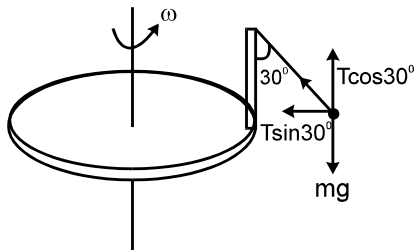


$$T \sin 30^\circ = m \left(\frac{3R}{2} \right) \omega^2$$

$$T \cos 30^\circ = mg$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{3 \omega^2 R}{2g} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{3\sqrt{3}R}} \quad \text{Ans.}$$

(D) लोलक के गोलक की वृत्तीय गति की त्रिज्या $(R + R\sin 30^\circ) = \frac{3R}{2}$



समीकरण से :

$$T \sin 30^\circ = m \left(\frac{3R}{2} \right) \omega^2$$

$$T \cos 30^\circ = mg$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{3 \omega^2 R}{2g} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{3\sqrt{3}R}} \quad \text{Ans.}$$

5. A particle is projected with speed 10 m/s at angle 60° with the horizontal. Then the time after which its speed becomes half of initial -
 एक कण को क्षैतिज से 60° कोण पर 10 m/s की चाल से प्रक्षेपित किया जाता है तो प्रारम्भिक चाल की आधी चाल होने में लिया गया समय होगा -

(A) $\frac{1}{2}$ sec. (B) 1 sec. (C) $\sqrt{3/2}$ sec. (D*) $\sqrt{3}/2$ sec.

Sol. $u \cos 60^\circ = 5$, $V_y = u \sin 60^\circ - 10t$
 $V^2 = (u \sin 60^\circ - 10t)^2 + (u \cos 60^\circ)^2$

$$\frac{u^2}{4} = \left(u \frac{\sqrt{3}}{2} - 10t \right)^2 + \frac{u^2}{4}$$

$$\Rightarrow 10t = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

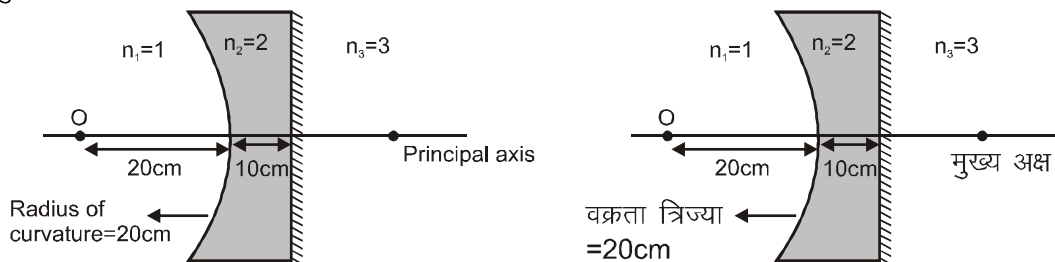
6. Two particles are projected horizontally and simultaneously from top of a tower in mutually perpendicular planes with same speed 30m/s. After how much time their velocity vectors will be at angle 60° from each other.

एक मीनार के शीर्ष से दो कण परस्पर लम्बवत् तल में 30m/s की समान चाल से एक साथ क्षैतिजतः प्रक्षेपित किये जाते हैं। कितने समय पश्चात् उनके वेग सदिश एक दूसरे से 60° के कोण पर होंगे।

(A) 1 sec (B*) 3 sec (C) 4 sec (D) 5 sec

Sol. $\vec{u}_1 = 30\hat{i}$ $\vec{v}_1 = 30\hat{i} - gt\hat{k}$
 $\vec{u}_2 = 30\hat{j}$ $\vec{v}_2 = 30\hat{j} - gt\hat{k}$ $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 v_2 \cos 60^\circ$
 Solving this we get $t = 3$
 इसे हल करने पर हम प्राप्त करते हैं $t = 3$

7. Final image of point object 'O' formed by the combination is located :
 बिन्दु वस्तु 'O' के संयोजन द्वारा निर्मित अंतिम प्रतिबिम्ब की स्थिति होगी।



- (A*) On plane surface
 (B) at a distance 10cm from plane surface
 (C) at a distance 30cm from plane surface
 (D) at a distance 20cm from curved surface
 (E) at a distance 40cm from curved surface

(A*) समतल पृष्ठ पर

(C) समतल पृष्ठ से 30cm दूरी पर

(E) वक्रिय पृष्ठ से 40cm दूरी पर

(B) समतल पृष्ठ से 10cm दूरी पर

(D) वक्रिय पृष्ठ से 20cm दूरी पर

Sol. 1st refraction at curved surface
 वक्रिय पृष्ठ पर 1st अपवर्तन के लिए

$$v = -20 \text{ cm}$$

Reflection of mirror,

दर्पण द्वारा परावर्तन

$$u = -30$$

$$v = 30$$

2nd refraction at curved surface

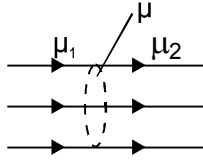
वक्रिय पृष्ठ पर 2nd अपवर्तन के लिए

$$v = -10 \text{ cm}$$

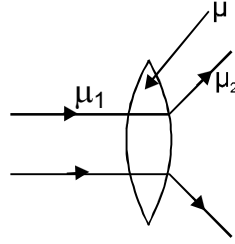
So, final image from on plane surface.

अतः अंतिम प्रतिबिम्ब समतल पृष्ठ पर बनेगा।

8. The correct conclusion that can be drawn from these figures is
निम्न चित्रों से निकलने वाला सही निष्कर्ष है:

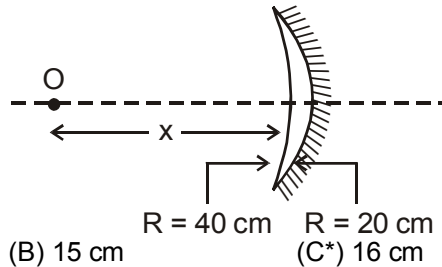


- (A) $\mu_1 < \mu$ but $\mu < \mu_2$
(C*) $\mu_1 = \mu$ but $\mu < \mu_2$
(A) $\mu_1 < \mu$ किन्तु $\mu < \mu_2$
(C*) $\mu_1 = \mu$ किन्तु $\mu < \mu_2$



- (B) $\mu_1 > \mu$ but $\mu < \mu_2$
(D) $\mu_1 = \mu$ but $\mu_2 < \mu$
(B) $\mu_1 > \mu$ किन्तु $\mu < \mu_2$
(D) $\mu_1 = \mu$ किन्तु $\mu_2 < \mu$

9. Radii of curvature of a concavo-convex lens (refractive index = 1.5) are 40 cm (concave side) and 20 cm (convex side) as shown. The convex side is silvered. The distance x on the principal axis where an object is placed so that its image is created on the object itself, is equal to :
अवतलों-उत्तल लैन्स (अपर्वतनांक = 1.5) की वक्रता त्रिज्यायें दर्शाये अनुसार क्रमशः 40 सेमी. (अवतल तरफ) तथा 20 सेमी. (उत्तल तरफ) हैं। उत्तल भाग को चाँदी से लेपित किया गया है। मुख्य-अक्ष पर वस्तु को x दूरी पर रखा गया है जिससे प्रतिबिम्ब, वस्तु पर ही बनता है। x का मान है –



- (A) 12 cm (B) 15 cm (C*) 16 cm (D) 24 cm

Sol.

$$\frac{1}{F_{\text{lens}}} = (1.5 - 1) \left[\frac{1}{-40} - \frac{1}{-20} \right] = \frac{1}{80}$$

$$F_{\ell} = 80 \text{ cm}$$

$$F_m = -\frac{20}{2} = -10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{F_{\text{eq}}} = \frac{1}{f_m} - \frac{2}{f_{\ell}} = \frac{1}{-10} - \frac{2}{80}$$

$$f_{\text{eq}} = -8 \text{ cm}$$

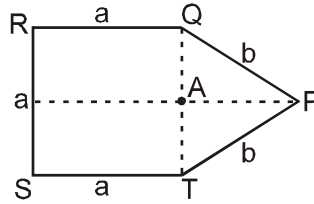
Hence object should be placed at $x = 16 \text{ cm}$, i.e. at the centre of curvature.

इसलिए प्रतिबिम्ब $x = 16 \text{ सेमी.}$ पर अर्थात् वक्रता केन्द्र पर रखा जाना चाहिये।

10. A ball impinges directly on a similar ball at rest. The first ball is brought to rest by the impact. If half the kinetic energy is lost by impact, what is the value of the coefficient of restitution?
एक गेंद विरामावस्था में स्थित अन्य एकसमान गेंद से टकराती है। टक्कर के पश्चात् पहली गेंद विरामावस्था पर आ जाती है। यदि टक्कर के दौरान गतिज ऊर्जा के आधे भाग की हानि होती है तो प्रत्यावस्थान गुणांक का मान क्या होगा ?

- (A) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C*) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. A homogeneous plate PQRST is as shown in figure. The centre of mass of plate lies at midpoint A of segment QT. Then the ratio of $\frac{b}{a}$ is (PQ = PT = b; QR = RS = ST = a)
- एक समांग प्लेट PQRST चित्रानुसार बतायी गई है। प्लेट का द्रव्यमान केन्द्र QT भाग के मध्य बिन्दु A पर है। तब अनुपात $\frac{b}{a}$ है – (PQ = PT = b; QR = RS = ST = a)



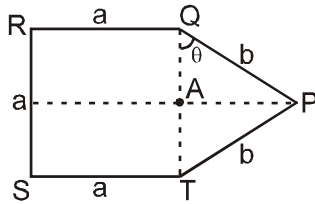
(A) $\frac{13}{4}$

(B) $\frac{13}{2}$

(C) $\sqrt{\frac{13}{2}}$

(D*) $\sqrt{\frac{13}{4}}$

Sol.

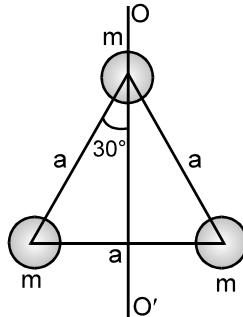


If centre of mass is at A
द्रव्यमान केन्द्र A पर है।

$$a^2 \sigma \frac{a}{2} = \sigma \frac{1}{2} ab \sin \theta \frac{1}{3} b \sin \theta$$

or $\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{13}{4}}$

12. Three point masses are arranged as shown in the figure. Moment of inertia of the system about the axis OO' is : (passing through its plane)
- तीन बिन्दु द्रव्यमान चित्रानुसार समायोजित करते हैं। अक्ष OO' के सापेक्ष निकाय का जड़त्व आघूर्ण है (उसके तल से गुजरते हुए) –



(A) $2ma^2$

(B*) $\frac{ma^2}{2}$

(C) ma^2

(D) none of these इनमें से कोई नहीं

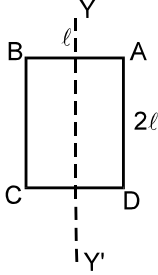
Sol. $I = m(0) + m\left(\frac{a}{2}\right)^2 + m\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$$I = \frac{ma^2}{2}$$

13. The moment of inertia of a door of mass m , length 2ℓ and width ℓ about its longer side is m द्रव्यमान 2ℓ लम्बाई तथा ℓ चौड़ाई के दरवाजे का बड़ी भुजा के परितः जड़त्व आघूर्ण होगा –

(A) $\frac{11m\ell^2}{24}$ (B) $\frac{5m\ell^2}{24}$ (C*) $\frac{m\ell^2}{3}$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol.



(C) $I \text{ (about } YY') = \frac{m\ell^2}{12}$

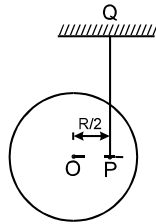
(C) $I \text{ (} YY' \text{ के परितः)} = \frac{m\ell^2}{12}$

Using parallel axis theorem : (समान्तर अक्षों की प्रमेय से)

$I \text{ (about AD) AD के परितः} = \frac{m\ell^2}{12} + \frac{m\ell^2}{4} = \frac{m\ell^2}{3} \text{ Ans.}$

14. A uniform disc of mass M and radius R is released from rest in the shown position. PQ is a string, OP is a horizontal line, O is the centre of the disc and distance OP is $R/2$. Then tension in the string just after the disc is released will be :

M द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की समरूप चकती को चित्रानुसार छोड़ा जाता है। PQ रस्सी है, OP क्षैतिज रेखा, O चकती का केन्द्र, तथा $OP = R/2$ है, तो चकती को छोड़ने के तुरन्त बाद रस्सी में तनाव होगा।



(A) $\frac{Mg}{2}$ (B) $\frac{Mg}{3}$ (C*) $\frac{2Mg}{3}$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

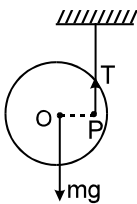
Sol.

[C]

Applying Newton's law on centre of mass O

$Mg - T = ma$ { a = acceleration of centre of mass}

$\tau = I\alpha$, about centre of mass

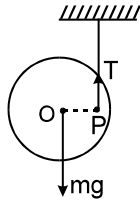


$T \frac{R}{2} = \frac{MR^2}{2} \cdot \alpha$

Also $a = \frac{R}{2} \alpha$

from above equations $T = \frac{2mg}{3}$

Hindi O द्रव्यमान केन्द्र पर न्यूटन के नियम लगाने पर



$$Mg - T = ma \quad \{a = \text{द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण}\}$$

$$\tau = I\alpha \quad \text{द्रव्यमान केन्द्र के परितः}$$

$$T \frac{R}{2} = \frac{MR^2}{2} \cdot \alpha$$

$$\text{तथा } a = \frac{R}{2} \alpha$$

$$\text{ऊपर की समीकरण से } T = \frac{2mg}{3}$$

- 15.** A uniform thin rod of mass 'm' and length L is held horizontally by two vertical strings attached to the two ends. One of the string is cut. Find the angular acceleration soon after it is cut :

एक m द्रव्यमान तथा L लम्बाई की छड़ को दो लम्बवत् डोरीयों द्वारा क्षैतिज लटकाया गया है। डोरी किनारों से बंधी है। यदि एक डोरी को काट दिया जाये तो डोरी टूटने के तुरन्त बाद कोणीय त्वरण होगा :

- (A) $\frac{g}{2L}$ (B) $\frac{g}{L}$ (C*) $\frac{3g}{2L}$ (D) $\frac{2g}{L}$

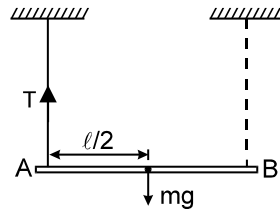
Sol. (C) Immediately after string connected to end B is cut, the rod has tendency to rotate about point A.

Torque on rod AB about axis passing through A and normal to plane of paper is

सिरे B की डोरी को तोड़ने के तुरन्त पश्चात् छड़ की पर प्रवृत्ति A सिरे के परितः घूर्णन गति की है। छड़ का A से पारित अक्ष के परितः तथा कागज के तल के लम्बवत् बल आघूर्ण है।

$$\frac{m\ell^2}{3} \alpha = mg \frac{\ell}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{3g}{2\ell}$$

Alternative वैकल्पिक



Applying Newton's law on center of mass

न्यूटन का नियम केन्द्र पर लगाने पर

$$mg - T = ma \quad \dots(i)$$

Writing $\tau = I\alpha$ about center of mass

केन्द्र के परितः $\tau = I\alpha$ लिखने पर

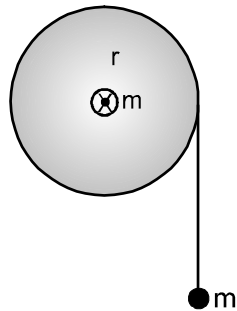
$$T \frac{\ell}{2} = \frac{m\ell^2}{12} \alpha \quad \dots(ii)$$

$$\text{Also } a = \frac{\ell}{2} \alpha \quad \dots(iii)$$

From (i), (ii) and (iii) समीकरण (i), (ii) व (iii) में

$$\alpha = \frac{3g}{2\ell}$$

16. A uniform disc of mass m and radius r and a point mass m are arranged as shown in the figure. The acceleration of point mass is: (Assume there is no slipping between pulley and thread and the disc can rotate smoothly about a fixed horizontal axis passing through its centre and perpendicular to its plane)
 द्रव्यमान m व त्रिज्या r की एक समरूप चकती और एक बिन्दु द्रव्यमान m चित्रानुसार व्यवस्थित हैं। बिन्दु द्रव्यमान का त्वरण है। (यह मानिए कि पुली व धागे के मध्य कोई फिसलन नहीं है एवं चकती इसके केन्द्र से पारित व इसके तल के लम्बवत् स्थिर क्षैतिज अक्ष के परितः बिना घर्षण के घूम सकती है।)



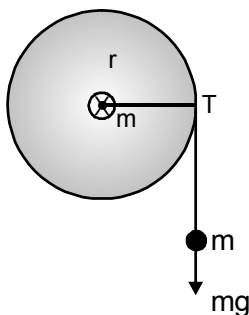
(A) $\frac{g}{2}$

(B) $\frac{g}{3}$

(C*) $\frac{2g}{3}$

(D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol.



Let a & α be linear

माना a तथा α क्रमशः चकती के रेखीय तथा कोणीय त्वरण है

and angular acceleration of disc respectively

$$a = r\alpha \quad \dots\dots(i)$$

Torque about centre of disc

चकती के केन्द्र के परितः बल आघूर्ण

$$\tau = I\alpha$$

$$mgr = \left(\frac{1}{2}mr^2 + mr^2 \right) \alpha$$

$$mgr = \frac{3}{2}mr^2\alpha \quad \dots\dots(ii)$$

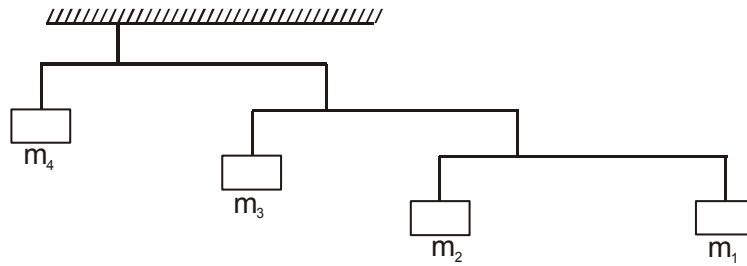
From eqn. (i) & (ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$$mgr = \frac{3}{2}mr^2 \left(\frac{a}{r} \right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{2g}{3}$$

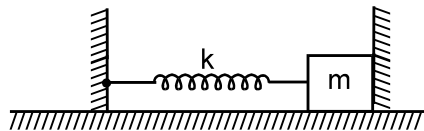
17. Figure shows an arrangement of masses hanging from a ceiling. In equilibrium, each rod is horizontal, has negligible mass and extends three times as far to the right of the wire supporting it as to the left. If mass m_4 is 48 kg then mass m_1 is equal to
- चित्र में छत से लटके हुए द्रव्यमानों की व्यवस्था प्रदर्शित है। साम्यावस्था में प्रत्येक छड़ क्षैतिज है, इसका द्रव्यमान नगण्य है तथा तार से लटके हुए बिन्दु से दायां हिस्सा बायें हिस्से से तीन गुना ज्यादा है। यदि द्रव्यमान m_4 , 48kg हो तो द्रव्यमान m_1 बराबर होगा



- (A*) 1 kg (B) 2 kg (C) 3 kg (D) 4 kg
- Sol.** $m_2 g \cdot 1 = m_1 g \cdot 3 \rightarrow m_2 = 3m_1$
 $\rightarrow 4m_1 g \cdot 3 = m_3 g \rightarrow m_3 = 12m_1$
 $\rightarrow 16m_1 g \cdot 3 = m_4 g \rightarrow m_1 = \frac{48}{48} = 1 \text{ kg.}$

18. A uniform rod of mass $6M$ and length $6l$ is bent to make an equilateral hexagon. Its M.I. about an axis passing through the centre of mass and perpendicular to the plane of hexagon is:
- एक $6M$ द्रव्यमान तथा $6l$ लम्बाई की एक समान छड़ को मोड़कर एक समष्टभुज बनाया जाता है। इसका द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली तथा षटभुज के तल के लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण है।
- (A*) $5ml^2$ (B) $6ml^2$ (C) $4ml^2$ (D) $ml^2/12$

19. A spring block system is placed on a horizontal surface so as to just fit within two vertical walls. The spring is initially unstretched. The coefficient of restitution for collision is $e = \frac{1}{2}$. The block is pulled to the left by a distance $x = 1\text{cm}$ and released from rest. The time between second and third collision of the block with the wall is
- एक स्प्रिंग ब्लॉक निकाय क्षैतिज धरातल पर इस प्रकार रखा है कि यह दो उर्ध्व दीवारों के मध्य कसा हुआ रहता है। प्रारम्भ में चित्रानुसार स्प्रिंग में कोई खिंचाव नहीं है। टक्करों के लिए प्रत्यावस्थानन गुणांक $e = \frac{1}{2}$ है। ब्लॉक को बांयी आरं $x = 1$ सेमी. की दूरी तक खींचा जाता है फिर स्थिरावस्था से छोड़ दिया जाता है। दीवार के साथ ब्लॉक की दूसरे तथा तीसरी टक्कर के मध्य लगा समय होगा—



- (A) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (B*) $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (C) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ (D) $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k}}$

- Sol.** Time period is independent of amplitude in SHM. Hence the time between 2nd and 3rd collision is $\frac{T}{2}$ where

सरल आवर्त गति में आवर्तकाल आयाम से स्वतंत्र है। अतः दूसरी तथा तीसरी टक्कर के बीच समय $\frac{T}{2}$ है जहाँ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

∴ Time between 2nd and 3rd collision is
 दूसरी तथा तीसरी टक्कर के बीच का समय है

$$t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

DPP No. : C10 (JEE-Advanced)

Total Marks : 42

Max. Time : 30 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2

(3 marks, 2 min.)

[06, 04]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.3 to Q.7

(4 marks 2 min.)

[20, 10]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.8 to Q.9

(4 marks 5 min.)

[08, 10]

Match the Following (no negative marking) Q.10

(8 marks, 6 min.)

[08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C10

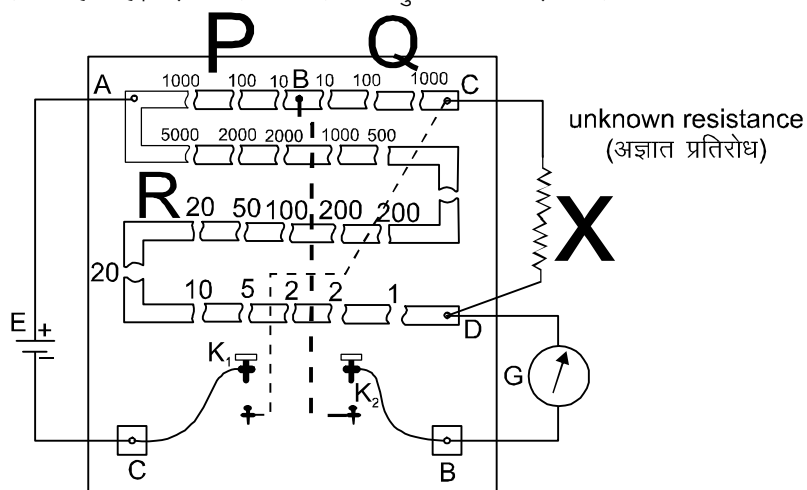
1. (B) 2. (A) 3. (A) (B)(C) (D) 4. (B) (C) (D) 5. (A)(B)(C)

6. (A)(B) (D) 7. (A) (B) (C) 8. $i = \frac{\varepsilon}{2R} \left(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}} \right)$ 9. $E = \frac{(\pi + 3)}{24} \frac{\mu \omega^2 A^2}{K}$

10. (A) p,q,s (B) p,q,r,s, (C) p,q,s (D) p,q,r,

1. In the post office box circuit, 10Ω plug is taken out in arm AB and 100Ω plug is taken out in arm BC. If the unknown resistor is kept in melting ice chamber, 600Ω resistance is required in arm AD for zero deflection in galvanometer. Now if the unknown resistor is kept at 100°C (steam chamber), 630Ω resistance is required in arm AD for zero deflection. Temperature coefficient of resistance of the unknown wire is :

पोस्ट ऑफिस बॉक्स परिपथ में, भुजा AB से 10Ω की कुंजी तथा भुजा BC से 100Ω की कुंजी बाहर निकाली जाती है। यदि एक अज्ञात प्रतिरोध को पिघलते हुए कक्ष में रखा जाता है तथा गैल्वेनोमीटर में शून्य विक्षेप के लिये भुजा AD में 600Ω के प्रतिरोध की आवश्यकता है। यदि अब अज्ञात प्रतिरोध को 100°C पर (भाप कक्ष) रखा जाता है। तब, शून्य विक्षेप के लिये भुजा AD में 630Ω प्रतिरोध की आवश्यकता होती है। अज्ञात तार का प्रतिरोध ताप गुणांक का मान ज्ञात करो –



- (A) $2.5 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$ (B*) $5 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$ (C) $7.5 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$ (D) $8 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$

Sol. $\frac{P}{Q} = \frac{R}{X} \Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{600}{X}$

$X = 6000 \Omega$

For second case द्वितीय स्थिति के लिए

$\frac{P}{Q} = \frac{R}{X} \Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{630}{X} \Rightarrow X = 6300 \Omega$

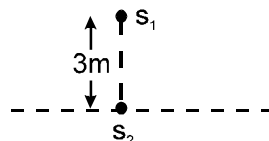
$R_f = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$

$6300 = 6000 (1 + \alpha (100))$

$\alpha = 5 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}$

2. S_1 & S_2 are two coherent sources of sound having no initial phase difference. The velocity of sound is 330 m/s. No minima will be formed on the line passing through S_2 and perpendicular to the line joining S_1 and S_2 , if the frequency of both the sources is :

S_1 तथा S_2 ध्वनि के दो कलाबद्ध स्रोत हैं जिनके बीच प्रारम्भिक कलान्तर शून्य है। ध्वनि का वेग 330 m/s है। यदि S_2 से गुजरने वाली तथा S_1 एवं S_2 को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् रेखा पर कोई भी निम्निष्ठ न बने, तो दोनों स्रोतों की आवृत्ति होगी :



(A*) 50 Hz

(B) 60 Hz

(C) 70 Hz

(D) 80 Hz

Sol. For minimum,

$\Delta x = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}$

The maximum possible path difference = distance between the sources = 3m.

For no minimum

$\frac{\lambda}{2} > 3$

$\lambda > 6$

$\therefore f = \frac{V}{\lambda} < \frac{330}{6} = 55$

\therefore If $f < 55$ Hz, no minimum will occur.

3. At displacement nodes in sound wave : ध्वनि तरंग के लिए विस्थापन निस्पन्द पर होगा –

(A*) Displacement amplitude is minimum

(B*) Pressure amplitude is maximum

(C*) Sound intensity is maximum

(D*) Particle speed is minimum

(A*) विस्थापन का आयाम न्यूनतम

(B*) दाब का आयाम अधिकतम

(C*) ध्वनि की तीव्रता अधिकतम होगी।

(D*) कण की चाल न्यूनतम होगी।

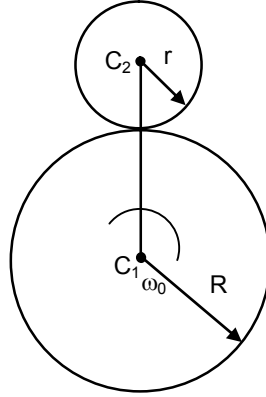
Sol. At node amplitude is zero. There is phase difference of $\pi/2$ between displacement and pressure wave equation. Node is equilibrium position of particle having maximum speed and maximum intensity.

4. Consider a fixed wheel of radius R . A small wheel (in the form of a uniform solid disc) of radius r is performing pure rolling on periphery of bigger wheel. Centers of bigger wheel and smaller wheel are joined by rigid rod such that smaller wheel can rotate freely w.r.t its centre. Rod joining the centers is rotating with constant angular velocity ω_0 . Whole situation is shown in figure.

Choose the correct option(s) : (Use $R = 4r$)

R त्रिज्या के एक स्थिर पहिये पर विचार करते हैं। r त्रिज्या का एक छोटा पहिया (एक समान रूप से ठोस चकती के रूप में) बड़े पहिये की परिधी पर शुद्ध लोटनी गति कर रहा है। बड़े पहिये तथा छोटे पहिये का केन्द्र एक दृढ़ छड़ द्वारा इस प्रकार जोड़ा गया है कि छोटा पहिया इसके केन्द्र के सापेक्ष स्वतन्त्रतापूर्वक घूर्णन कर सकता है। केन्द्रों को जोड़ने वाली छड़ नियत कोणीय वेग ω_0 से घूर्णन कर रही है। सम्पूर्ण स्थिती चित्र में प्रदर्शित है।

सही विकल्प/विकल्पों का चयन कीजिए। ($R = 4r$ का उपयोग करें।)



(A) Angular velocity of smaller wheel is ω_0

(B*) Angular velocity of smaller wheel is $5\omega_0$

(C*) Kinetic energy of smaller wheel is $\frac{75}{4}mr^2\omega_0^2$, where m is the mass of the smaller disc.

(D*) Radius of curvature of the path of the particle which is lying on the circumference of smaller wheel and at farthest distance from centre of bigger wheel is $\frac{10r}{3}$

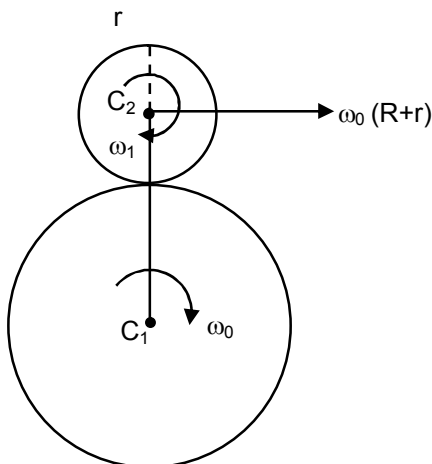
(A) छोटे पहिये का कोणीय वेग ω_0 है।

(B*) छोटे पहिये का कोणीय वेग $5\omega_0$ है।

(C*) छोटे पहिये की गतिज ऊर्जा $\frac{75}{4}mr^2\omega_0^2$, है। जहाँ m छोटे पहिये का द्रव्यमान है।

(D*) छोटे पहिये की परिधी पर स्थित कण जो बड़े पहिये के केन्द्र से अधिकतम दूरी पर है, की वक्रता त्रिज्या $\frac{10r}{3}$ है।

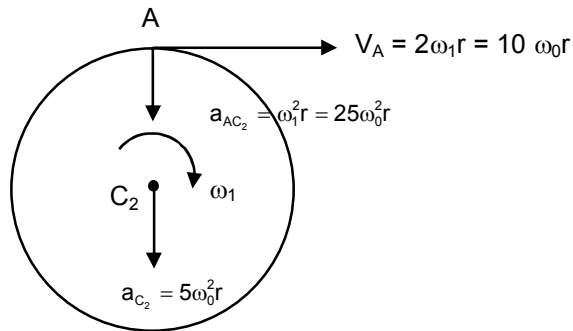
Sol.



$$\omega_0 R = \omega_1 r \Rightarrow \omega_1 = 5\omega_0$$

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2}m(\omega_0(R+r))^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{mr^2}{2}\right)\omega_1^2$$

$$= \frac{75}{4} mr^2 \omega_0^2$$



$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AC_2} + \vec{a}_{C_2}$$

$$= 30\omega_0^2 r = \frac{(10\omega_0 r)^2}{\rho}$$

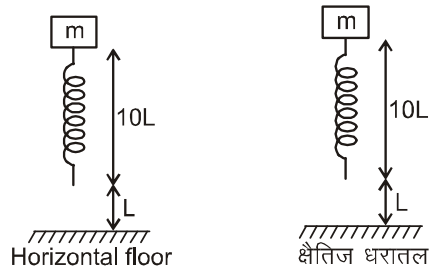
$$\rho = \frac{10r}{3}$$

COMPREHENSION

A small block of mass m is fixed at upper end of a massless vertical spring of spring constant $K = \frac{4mg}{L}$ and natural length ' $10L$ '. The lower end of spring is free and is at a height L from fixed horizontal floor as shown. The spring is initially unstressed and the spring-block system is released from rest in the shown position.

एक छोटा ब्लॉक जिसका द्रव्यमान m है इसको एक भारहीन ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के ऊपरी सिरे पर स्थिर (fixed) कर देते हैं।

स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक $K = \frac{4mg}{L}$ है तथा प्राकृतिक लम्बाई ' $10L$ ' है स्प्रिंग का निचला सिरा मुक्त है तथा स्थिर क्षैतिज तल से चित्रानुसार L ऊँचाई पर है। स्प्रिंग प्रारम्भ में बिना खींची हुई है तथा स्प्रिंग ब्लॉक निकाय को विराम से चित्रानुसार दी गई स्थिति से मुक्त किया जाता है।



5. Choose the correct option(s) :

सही कथनों का चयन कीजिये।

(A*) At the instant speed of block is maximum, the magnitude of force exerted by spring on the block is mg .

(B*) As the block is coming down, the maximum speed attained by the block is $\frac{3}{2}\sqrt{gL}$

(C*) Till the block reaches its lowest position for the first time, the time duration for which the spring remains compressed is $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}} + \sqrt{\frac{L}{4g}} \sin^{-1} \frac{1}{3}$

(D) None of these

(A*) जिस क्षण पर ब्लॉक की चाल अधिकतम होगी उस क्षण पर स्प्रिंग द्वारा ब्लॉक पर आरोपित बल का परिमाण mg होगा।

(B*) जब ब्लॉक नीचे आ रहा है तो इसके द्वारा प्राप्त अधिकतम चाल $\frac{3}{2}\sqrt{gL}$ होगी।

(C*) ब्लॉक के पहली बार निम्नतम स्थिति तक पहुँचने तक स्प्रिंग समयांतराल $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}} + \sqrt{\frac{L}{4g}} \sin^{-1} \frac{1}{3}$ तक संपीडित रहती है।

(D) इनमें से कोई नहीं

Sol.

(A) When speed of block is maximum, net force on block is zero. Hence at that instant spring exerts a force of magnitude ' mg ' on block.

जब ब्लॉक की चाल अधिकतम है ब्लॉक पर परिणामी बल शून्य है अतः उस क्षण स्प्रिंग ब्लॉक पर mg परिमाण का बल लगायेगा।

(B) At the instant block is in equilibrium position, its speed is maximum and compression in spring is x given by $kx = mg$ (A)

From conservation of energy

ब्लॉक के साम्यवस्था के क्षण, ब्लॉक की चाल अधिकतम होगी तथा उस क्षण स्प्रिंग में संपीडन x के लिए

$$kx = mg \quad \dots(A)$$

$$\text{ऊर्जा संरक्षण से } mg(L + x) = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv_{\max}^2 \quad \dots (B)$$

$$\text{from (A) and (B) we get } v_{\max} = \frac{3}{2}\sqrt{gL} \quad (A) \text{ व } (B) \text{ से } v_{\max} = \frac{3}{2}\sqrt{gL}.$$

$$(C) v_{\max} = \frac{3}{2}\sqrt{gL} \text{ and } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\therefore A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{3}{4}L$$

Hence time taken t , from start of compression till block reaches mean position is given by इसलिये संपीडन के प्रारम्भ से ब्लॉक द्वारा माध्य स्थिति तक पहुँचने में लिया गया समय t दिया जा सकता है,

$$x = A \sin \omega t_0 \text{ where जहाँ } x = \frac{L}{4}$$

$$\therefore t_0 = \sqrt{\frac{L}{4g}} \sin^{-1} \frac{1}{3}$$

$$\text{Time taken by block to reach from mean position to bottom most position is } \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{Hence the required time} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}} + \sqrt{\frac{L}{4g}} \sin^{-1} \frac{1}{3}$$

$$\text{ब्लॉक द्वारा माध्य स्थिति से सबसे निचली स्थिति तक पहुँचने में लिया गया समय } \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{इसलिये आवश्यक समय} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}} + \sqrt{\frac{L}{4g}} \sin^{-1} \frac{1}{3}$$

6.

When free end of spring just touches the ground, the velocity of the block at that instant is ' v '. then which of the following is (are) true :

जब स्प्रिंग का मुक्त सिरा ठीक तल को छूता है, ब्लॉक का वेग उस क्षण पर ' v ' है तब निम्न में से कौनसा/कौनसे विकल्प सही हैं:

(A*) The magnitude of velocity ' v ' is $\sqrt{2gL}$.

(B*) Block will regain the velocity of magnitude ' v ', when compression in spring is $\frac{L}{2}$

(C) Block will reach the velocity of magnitude ' v ', twice in a cycle.

(D*) Block will reach the velocity of magnitude ' v ', four times in a cycle.

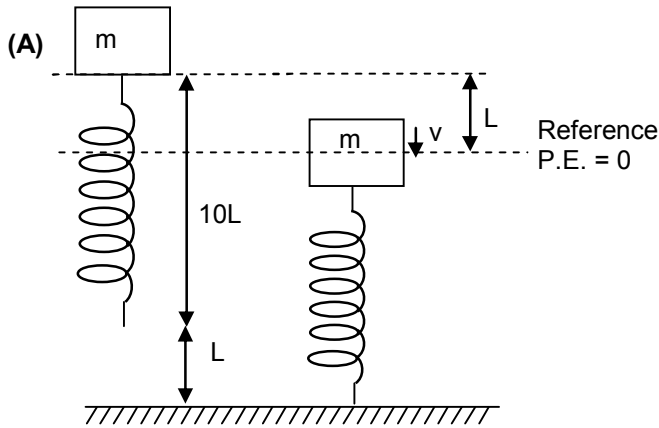
(A*) वेग 'v' का परिमाण $\sqrt{2gL}$ है।

(B*) ब्लॉक, वेग का परिमाण 'v' वापिस प्राप्त करेगा जब स्प्रिंग में संकुचन $\frac{L}{2}$ है।

(C) ब्लॉक एक चक्कर में दो बार वेग का परिमाण 'v' प्राप्त करेगा

(D*) ब्लॉक एक चक्कर में चार बार वेग का परिमाण 'v' प्राप्त करता है।

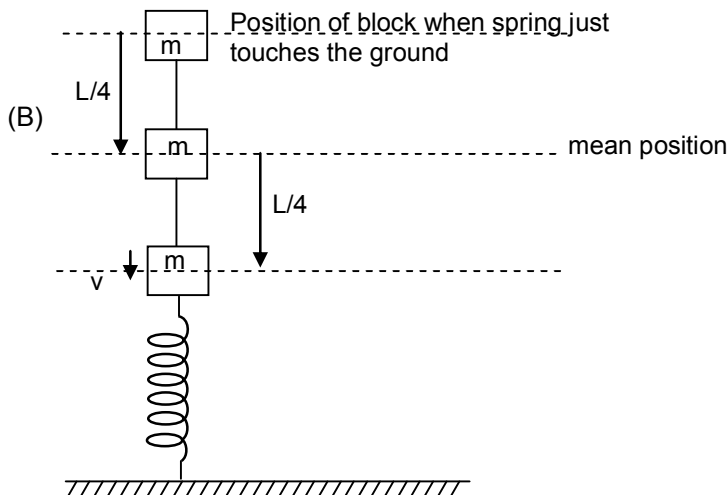
Sol.



Position of block when spring just towards the ground
By energy conservation :

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2$$

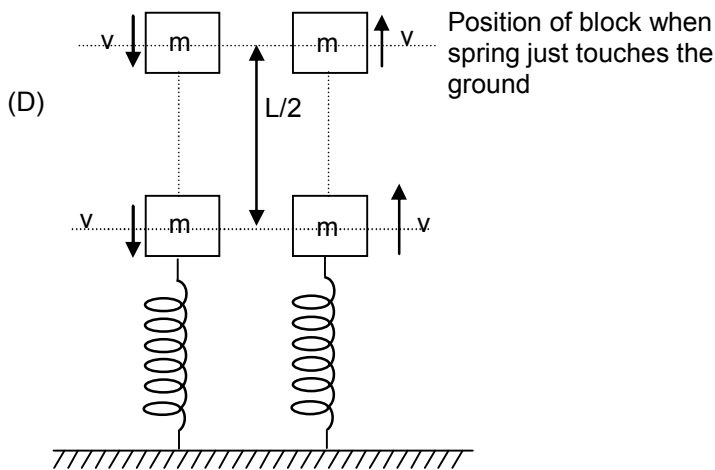
$$v = \sqrt{2gL}$$



Initially when free end of spring just touches the ground, the block is at a distance of $\frac{L}{4}$ from equilibrium position.

So block will regain the same magnitude of velocity at the same distance $\left(\frac{L}{4}\right)$ from equilibrium position in the opposite side.

So total compression in the spring is $\frac{L}{4} + \frac{L}{4} = \frac{L}{2}$



Block will have a same magnitude of velocity 'v', four times in a cycle.

7. When spring just touches the ground, take that instant as $t = 0$ and velocity of block at that instant as v . Then the time 't' at which block will have the same magnitude of velocity 'v' is(are) given by :
जब स्प्रिंग ठीक तल को छूती है तो उस क्षण को $t = 0$ लें तथा ब्लॉक का वेग उस क्षण पर v लें। तब वह समय 't' क्या होगा जिस पर ब्लॉक के वेग का परिमाण 'v' के समान होगा:

Given दिया है:

(A) At time instant t_0 , block first time reaches its mean position.

t_0 समय पर ब्लॉक इसकी माध्य स्थिति पर पहली बार पहुँचता है।

(B) T = time period of S.H.M. सरल आवर्त गति का आवर्तकाल

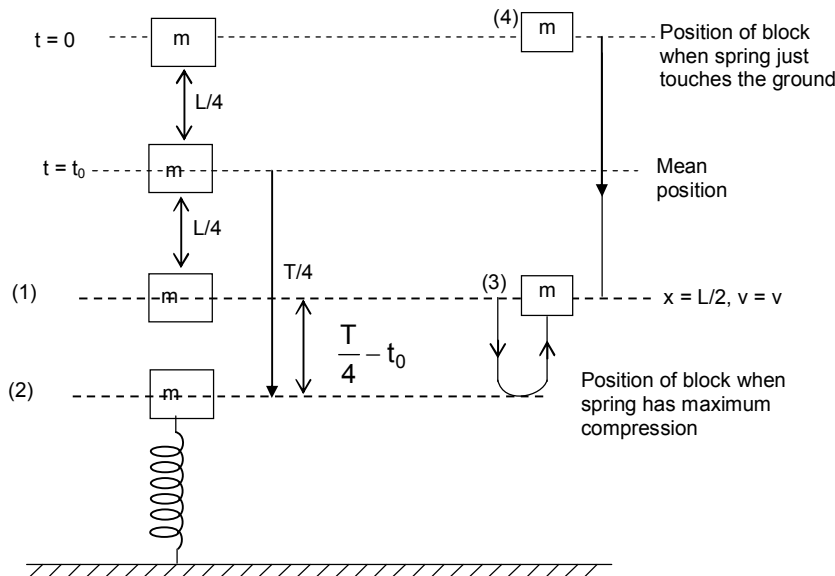
(A*) $t = 2t_0$, (B*) $t = \frac{T}{2}$ (C*) $t = \frac{T}{2} + 2t_0$ (D) $t = \frac{T}{2} - t_0$

Sol. Block will have velocity of magnitude 'v' at position (A), (C), (D)

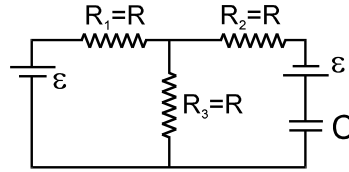
(A) for position (A), time $t = t_0 + t_0 = 2t_0$

(B) for position (C), time $t = 2t_0 + \left(\frac{T}{4} - t_0\right) + \left(\frac{T}{4} - t_0\right) = \frac{T}{2}$

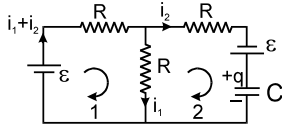
(C) for position (D), time $t = 2t_0 + 2\left(\frac{T}{4} - t_0\right) + 2t_0 = \frac{T}{2} + 2t_0$



8. In the figure shown the capacitor is initially uncharged. Find the current in $R_3 (= R)$ at time 't'.
 दिखाये गये चित्र में प्रारम्भ में संधारित्र अनावेशित है। समय 't' पर $R_3 (= R)$ प्रतिरोध में धारा का मान बताइये।



Sol.



Applying Kirchoff's law in Loop1

लूप 1 में किरचॉफ का नियम लगाने पर

$$\varepsilon - (i_1 + i_2) R - i_1 R = 0 \quad \dots(A)$$

Loop 2 लूप 2

$$-i_2 R + \varepsilon - \frac{q}{C} + i_1 R = 0 \quad \dots(B)$$

eliminating i_1 from (A) and (B)

(A) तथा (B) से i_1 को हटाने पर

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - i_2 R + \frac{\varepsilon - i_2 R}{2} = 0 \quad \text{or या} \quad \frac{3\varepsilon}{2} - \frac{q}{C} - \frac{3}{2} i_2 R = 0$$

$$i_2 = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{3C\varepsilon - 2q}{2C} = \frac{3}{2} R \frac{dq}{dt} \quad \text{or या} \quad \int_0^q \frac{dq}{3C\varepsilon - 2q} = \int_0^t \frac{dt}{3RC}$$

$$\text{or या} \quad -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{3C\varepsilon - 2q}{3C\varepsilon}\right) = \frac{t}{3RC} \quad \text{or या} \quad 1 - \frac{2q}{3C\varepsilon} = e^{-\frac{2t}{3RC}}$$

$$\Rightarrow q = \frac{3C\varepsilon}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}}\right) \quad i_2 = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) e^{-\frac{2t}{3RC}}$$

$$\text{from (A) से, } i_1 = \frac{\varepsilon - i_2 R}{2R} = \frac{\varepsilon}{2R} \left(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}}\right) \quad \text{Ans. } i = \frac{\varepsilon}{2R} \left(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}}\right)$$

9. The equation of a travelling wave in a uniform string of mass per unit length μ is given as $y = A \sin(\omega t - kx)$. Find the total energy transferred through the origin in time interval from $t = 0$ to $t =$

$\frac{\pi}{12\omega}$. [You can use the formula of instantaneous power if you know]

प्रति एकांक लम्बाई द्रव्यमान μ की एक समान डोरी में संचरित तरंग की समीकरण $y = A \sin(\omega t - kx)$ द्वारा दी जाती

है $t = 0$ से $t = \frac{\pi}{12\omega}$ समय अन्तराल में मूल बिन्दु से स्थानान्तरित कुल ऊर्जा ज्ञात करें। (आप तात्क्षणिक शक्ति के सूत्र

का उपयोग कर सकते हैं यदि आप जानते हैं।)

Sol. The instantaneous power through any point of the string is

रस्सी के किसी बिन्दु से गुजरने वाली तात्क्षणिक शक्ति है

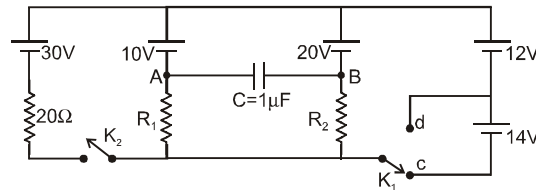
$$p = 4\pi^2 f^2 A^2 \mu v \cos^2(\omega t - Kx).$$

$$\text{At } x = 0, p = 4\pi^2 f^2 A^2 \mu v \cos^2 \omega t$$

$$\text{Total energy transferred कुल स्थानान्तरित ऊर्जा} = \int_{t=0}^{\pi/12\omega} p dt = 4\pi^2 f^2 A^2 v \mu \int_0^{\pi/12\omega} \cos^2 \omega t dt$$

$$\begin{aligned}
&= 4\pi^2 f^2 A^2 v \mu \int_0^{\pi/12\omega} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt = 2\pi^2 f^2 A^2 v \mu \left[t + \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{\pi/12\omega} \\
&= 2\pi^2 f^2 A^2 v \mu \left[\frac{\pi}{12\omega} + \frac{1}{2\omega} \left(\sin 2\omega \cdot \frac{\pi}{12\omega} \right) \right] = 2\pi^2 f^2 A^2 v \mu \left[\frac{\pi}{12\omega} + \frac{1}{2\omega} \cdot \frac{1}{2} \right] \\
&= 2\pi^2 \frac{\omega^2}{4\pi^2} A^2 \frac{\omega}{K} \mu \left[\frac{\pi + 3}{12\omega} \right] \\
\mathbf{E} &= \frac{(\pi + 3)}{24} \frac{\mu \omega^2 A^2}{K} \quad \mathbf{Ans.}
\end{aligned}$$

10. A circuit involving five ideal cells, three resistors (R_1 , R_2 and 20Ω) and a capacitor of capacitance $C = 1 \mu\text{F}$ is shown. Match the conditions in column-I with results given in column-II.
विद्युत वाहक बल के पाँच आदर्श सेल, तीन प्रतिरोध (R_1 , R_2 तथा 20Ω) तथा धारिता $C = 1 \mu\text{F}$ का एक संधारित्र एक परिपथ में चित्रानुसार जुड़े हुये हैं। स्तम्भ-I में स्थितियों को स्तम्भ-II में दी गई स्थितियों से सुमेलित कीजिए।



Column-I

- (A) K_2 is open and K_1 is in position C
(B) K_2 is open and K_1 is in position D
(C) K_2 is closed and K_1 is in position C
(D) K_2 is closed and K_1 is in position D

स्तम्भ-I

- (A) K_2 खुली है व K_1 स्थिति C पर है
(B) K_2 खुली है व K_1 स्थिति D पर है
(C) K_2 बन्द (चालू) है व K_1 स्थिति C पर है
(D) K_2 बन्द (चालू) है व K_1 स्थिति D पर है

Column-II

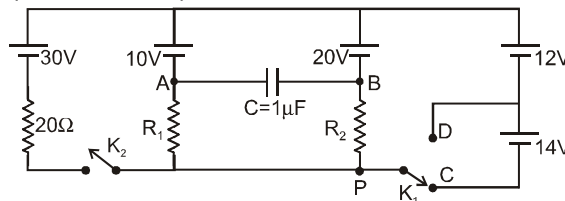
- (p) Potential at point A is greater than potential at B
(q) Current through R_1 is downward
(r) Current through R_2 is upward
(s) Charge on capacitor is $10\mu\text{C}$.

स्तम्भ-II

- (p) बिन्दु B की तुलना में A पर विभव अधिक है।
(q) R_1 के द्वारा धारा नीचे की ओर है।
(r) R_2 के द्वारा धारा ऊपर की ओर है।
(s) संधारित्र पर आवेश $10\mu\text{C}$ है।

Ans. (A) p,q,s (B) p,q,r,s, (C) p,q,s (D) p,q,r,s

Sol: The state of key K_2 has no effect on current through R_1 and R_2 as well has no effect on charge in the capacitor. Also position of key K_1 has no effect on potential difference between points A and B, that is $V_A - V_B = 10$ volts under all conditions. Hence charge on capacitor under all cases is $10\mu\text{C}$.
कुंजी K_2 की अवस्था का R_1 तथा R_2 से जाने वाली धारा पर कोई प्रभाव नहीं होगा, साथ ही साथ संधारित्र पर आवेश पर भी कोई प्रभाव नहीं होगा। कुंजी K_1 की स्थिति का भी बिन्दुओं A तथा B के बीच विभवान्तर पर कोई प्रभाव नहीं होगा, जो कि है $V_A - V_B = 10$ volts (सभी स्थितियों में) इसलिये संधारित्र पर आवेश सभी स्थितियों में $10\mu\text{C}$ है।



Assume the potential at point P to be zero,

When Key K_1 is in position C: $V_A = 16$ Volt and $V_B = 6$ volts. Hence current in both R_1 and R_2 will flow downwards.

When Key K_1 is in position D: $V_A = 2$ Volt and $V_B = -8$ volts. Hence current through R_1 will flow downwards and through R_2 will flow upwards.

माना बिन्दु P पर विभव शून्य है।

जब कुंजी K_1 स्थिति C में है : $V_A = 16$ Volt तथा $V_B = 6$ volts इसलिये दोनों R_1 तथा R_2 में धारा नीचे की ओर प्रवाहित होगी।

जब कुंजी K_1 स्थिति D में है : $V_A = 2$ Volt तथा $V_B = -8$ volts इसलिये R_1 में धारा नीचे की ओर होगी तथा R_2 में धारा ऊपर की ओर होगी।

DPP No. : C11 (JEE-Advanced)
Total Marks : 38
Max. Time : 27 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3
(3 marks, 2 min.) [09, 06]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.4 to Q.5
(4 marks 2 min.) [08, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.6 to Q.8
(3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9
(4 marks 5 min.) [04, 05]
Match the Following (no negative marking) Q.10
(8 marks, 6 min.) [08, 06]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C11

- | | | | | | |
|--------|--------|--------|------------|----------------|--------|
| 1. (D) | 2. (D) | 3. (D) | 4. (A) (B) | 5. (A) (B) (C) | 6. (A) |
| 7. (B) | 8. (D) | 9. 5 | 10. (B) | | |

1. In an experiment the angles are required to be measured using an instrument. 29 divisions of the main scale exactly coincide with the 30 divisions of the vernier scale. If the smallest division of the main scale is half-a-degree (0.5°), then the least count of the instrument is:

(A) half minute (B) one degree (C) half degree (D*) one minute

एक प्रयोग में एक उपकरण द्वारा कोण मापने की आवश्यकता होती है। इस उपकरण में मुख्य पैमाने के 29 भाग वर्नियर पैमाने के 30 भागों के यथातथ संपाती है। यदि मुख्य पैमाने का लघुतम भाग आधे अंश (0.5°) के बराबर है, तब इस उपकरण का अल्पतमांक है :

(A) आधा मिनट (B) एक अंश (C) आधा अंश (D*) एक मिनट

Sol. 29 division of main scale coincides with 30 divisions of vernier scale

$$\text{Hence one division of vernier scale} = \frac{29}{30} \text{ of main scale} = \frac{29}{30} \times 0.5^\circ$$

$$\text{So least count} = 1 \text{ MSD} - 1 \text{ VSD} = 0.5^\circ - \frac{29}{30} \times 0.5^\circ = \frac{1}{30} \times 0.5^\circ = \frac{1}{30} \times 0.5 \times 60 \text{ min} = 1 \text{ min.}$$

Sol. मुख्य पैमाने का 29 भाग वर्नियर पैमाने के 30 भाग पर सम्पाती है।

$$\text{अतः वर्नियर पैमाने का एक भाग} = \frac{29}{30} \text{ मुख्य पैमाने का} = \frac{29}{30} \times 0.5^\circ$$

$$\text{अतः अल्पतमांक} = 1 \text{ MSD} - 1 \text{ VSD} = 0.5^\circ - \frac{29}{30} \times 0.5^\circ = \frac{1}{30} \times 0.5^\circ = \frac{1}{30} \times 0.5 \times 60 \text{ min} = 1 \text{ min.}$$

2. In an optics experiment, with the position of the object fixed, a student varies the position of the convex lens and for each position, the screen is adjusted to get a clear image of the object. A graph between the object distance u and the image distance v , from the lens, is plotted using the same scale for the two axes. A straight line passing through the origin and making an angle of 45° with the x -axis meets the experimental curve at P. The coordinates of P will be:

एक प्रकाशिक के प्रयोग में, एक वस्तु की स्थिति को स्थिर रखते हुए एक विद्यार्थी एक उत्तल लेंस की स्थिति में परिवर्तन करता है और प्रत्येक अवस्था के लिए वस्तु के स्पष्ट प्रतिबिम्ब हेतु पर्दे को व्यवस्थित करता है। लेन्स से वस्तु दूरी u और प्रतिबिम्ब दूरी v के बीच ग्राफ दोनों अक्षों पर एक समान स्केल लेकर आरेखित किया जाता है। मूल बिन्दु से गुजरने वाली सरल रेखा, जो कि x -अक्ष से 45° कोण बनाती है, प्रायोगिक वक्र से P पर मिलती है। P के निर्देशांक हैं :

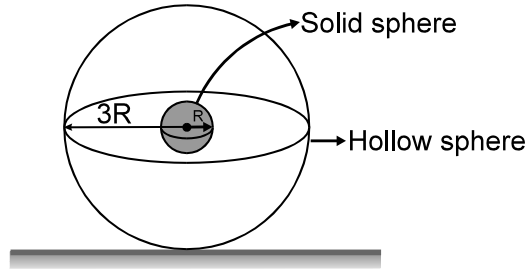
- (A) $\left(\frac{f}{2}, \frac{f}{2}\right)$ (B) (f, f) (C) $(4f, 4f)$ (D*) $(2f, 2f)$

Sol. $V = u$ and तथा $\frac{1}{V} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

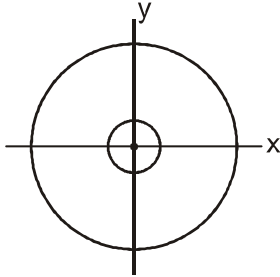
$$\frac{2}{V} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow V = 2f, u = 2f$$

- 3.** A solid ball of mass m and radius R is released from the position shown in a large hollow fixed shell of same mass m and radius $3R$ as shown in figure. The displacement of the centre of mass of the system from its initial position when the solid ball touches the lower surface of the hollow shell is : (centres of both the spheres coincide initially) :
- एक R त्रिज्या तथा m द्रव्यमान की ठोस गेंद चित्रानुसार दिखाई गई स्थिति से स्थिर (fixed) m द्रव्यमान तथा $3R$ त्रिज्या के खोखले गोले से छोड़ी जाती है। जब ठोस गेंद खोखले गोले की निम्नतम सतह पर आती है तो इसकी प्रारम्भिक स्थिति से निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन क्या होगा। (प्रारम्भ में ठोस गोले तथा खोखले गोले के केन्द्र एक ही स्थिति पर हैं):



- Sol.** (A) 0 (B) $3R$ (C) $2R$ (D*) R
- Initially coordinate of centre of mass is $(0, 0)$
 द्रव्यमान केन्द्र के प्रारम्भिक निर्देशांक $(0, 0)$



When solid ball touches the lower surface of hollow sphere
 जब ठोस गेंद खोखले गोले के निचले तल को छूता है।

$$V_{Cm} = \frac{M(2R) + m \times 0}{m + m} = R$$

So finally coordinate of COM $(0, R)$

अतः द्रव्यमान केन्द्र के अन्तिम निर्देशांक $(0, R)$

displacement is $(R-0) = R$

विस्थापन है

- 4.** A small current element of length ' $d\ell$ ' and carrying current is placed at $(1, 1, 0)$ and is carrying current in '+z' direction. If magnetic field at origin be \vec{B}_1 and \vec{B}_2 at point $(2, 2, 0)$ be then:

लम्बाई ' $d\ell$ ' का व '+z' दिशा में धारा प्रवाह कर रहा एक धारावाही अल्पांश $(1, 1, 0)$ पर रखा जाता है। यदि मूल बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B}_1 है एवं बिन्दु $(2, 2, 0)$ पर चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B}_2 है तो :

- (A*) $|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$ (B*) $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$ (C) $|\vec{B}_1| = |2\vec{B}_2|$ (D) $\vec{B}_1 = -2\vec{B}_2$

Sol. $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$ for B_1 $\vec{r} = (-\hat{i} - \hat{j})$

$$\therefore \vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{2\sqrt{2}} \hat{k} \times (-\hat{i} - \hat{j}) \dots\dots\dots(A)$$

for B_2 $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j}$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{2\sqrt{2}} \hat{k} \times (\hat{i} + \hat{j}) \dots\dots\dots(B)$$

from (A) & (B)

$$\vec{B}_1 = -\vec{B}_2 \text{ \& } |\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$$

5. A 20 gm particle is subjected to two simple harmonic motions
 एक 20 ग्राम के कण पर निम्न दो सरल आवर्त गतियाँ अध्यारोपित हैं –
 $x_1 = 2 \sin 10 t$,
 $x_2 = 4 \sin (10 t + \frac{\pi}{3})$. where x_1 & x_2 are in metre & t is in sec.
 $x_2 = 4 \sin (10 t + \frac{\pi}{3})$. जहाँ x_1 व x_2 मीटर में तथा t सेकण्ड में है

- (A*) The displacement of the particle at $t = 0$ will be $2\sqrt{3}$ m.
 $t = 0$ पर कण का विस्थापन $2\sqrt{3}$ मी. होगा।
 (B*) Maximum speed of the particle will be $20\sqrt{7}$ m/s.
 कण की महत्तम चाल $20\sqrt{7}$ मी./से. होगी।
 (C*) Magnitude of maximum acceleration of the particle will be $200\sqrt{7}$ m/s².
 कण का महत्तम त्वरण का परिमाण $200\sqrt{7}$ मी./से.² होगा।
 (D) Energy of the resultant motion will be 50 J.
 परिणामी गति की ऊर्जा 50 J होगी।

Sol. At $t = 0$

$$\text{Displacement } x = x_1 + x_2 = 4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$\text{Resulting Amplitude } A = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2(2)(4)\cos \pi/3} = \sqrt{4 + 16 + 8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ m}$$

$$\text{Maximum speed} = A\omega = 20\sqrt{7} \text{ m/s}$$

$$\text{Maximum acceleration} = A\omega^2 = 200\sqrt{7} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Energy of the motion} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \mathbf{28 \text{ J Ans.}}$$

हल: $t = 0$ पर

$$\text{विस्थापन } x = x_1 + x_2 = 4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$\text{परिणामी आयाम } A = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2(2)(4)\cos \pi/3} = \sqrt{4 + 16 + 8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ m}$$

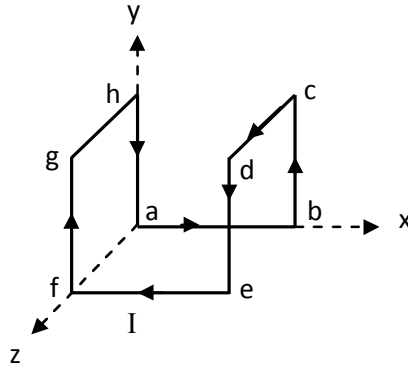
$$\text{महत्तम चाल} = A\omega = 20\sqrt{7} \text{ m/s} \quad \text{महत्तम त्वरण} = A\omega^2 = 200\sqrt{7} \text{ m/s}^2$$

$$\text{गति की ऊर्जा} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \mathbf{28 \text{ J Ans.}}$$

COMPREHENSION

A current I amperes flows through a loop $abcdefgha$ along the edge of a cube of width ℓ metres as shown in figure. One corner 'a' of the loop lies at origin.

एक धारा I एम्पियर एक लूप $abcdefgha$ के द्वारा एक घन जिसकी भुजा ℓ मीटर है के अनुदिश चित्रानुसार बह रही है। लूप का एक कोना 'a' मूल बिन्दु पर है।



6. This current path ($abcdefgha$) can be treated as a superposition of three square loops carrying current I . Choose the correct option?
इस धारा पथ ($abcdefgha$) को तीन वर्गाकार लूपों (जिनमें प्रत्येक में समान धारा I मानी गई है) के अध्यारोपण की तरह भी माना जा सकता है तो सही विकल्प चुनिए।
(A*) $fghaf$, $fabef$, $ebcde$ (B) $fghaf$, $fabef$, $fgdef$
(C) $fghaf$, $abcha$, $ebcde$ (D) $fgdef$, $fabef$, $ebcde$
7. The unit vector in the direction of magnetic field at the the centre of cube $abcdefgh$ of width ℓ is given by
भुजा ℓ के घन $abcdefgh$ के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में इकाई सदिश है
(A) \hat{i} (B*) $-\hat{j}$ (C) $\frac{2\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{5}}$ (D) \hat{k}
8. Now if a uniform external magnetic field is $\vec{B} = B_0 \hat{j}$ is switched on, then the unit vector in the direction of torque due to external magnetic field (\vec{B}) acting on the current carrying loop ($abcdefgha$) is
यदि अब एक एकसमान बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = B_0 \hat{j}$ को चालू कर दिया जाता है तब धारावाही लूप ($abcdefgha$) पर कार्यरत बाह्य बलाघूर्ण की दिशा में इकाई सदिश होगा –
(A) \hat{k} (B) $-\hat{i}$ (C) $\frac{2\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{5}}$ (D*) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. 6-7-8.

Sol.6 The current path $abcdefgha$ can be treated as superposition of three loops $fghaf$, $fabef$ and $ebcde$, each carrying current I .

धारा पथ $abcdefgha$ को तीन वर्गाकार लूपों $fghaf$, $fabef$ तथा $ebcde$, के अध्यारोपण की तरह मान सकते हैं तथा प्रत्येक में धारा I मानी गई है।

Sol.7 The magnetic field at centre of cube cancels due to two square loops $fghaf$ and $ebcde$ each carrying current I . The magnetic field at centre of cube is only due to loop $fabef$. Hence the magnetic field at centre of cube is in negative y -direction.

वर्ग के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र दो वर्गाकार लूप $fghaf$ तथा $ebcde$ (प्रत्येक में धारा I मानी गई है) के कारण शून्य है। घन के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र केवल लूप $fabef$ के कारण ही होगा अतः घन के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र ऋणात्मक y दिशा में होगा।

Sol.8 The current path $abcdefgha$ can be treated as superposition of three loops $fghaf$, $fabef$ and $ebcde$ each carrying current I . The dipole moment two square loops $fghaf$ and $ebcde$ each carrying current I cancels out. Hence the dipole moment is only due to loop $fabef$. Now the dipole moment of loop is in negative y -direction and direction of external magnetic field is in positive y -direction. Therefore torque on loop is zero.

धारा पथ abcdefgha को तीन लूपों fghaf, fabef तथा ebcde (प्रत्येक में धारा I मानी गई है) के अध्यारोपण से माना जा सकता है। दो लूपों fghaf तथा ebcde के कारण चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण परस्पर निरस्त हो जायेंगे अतः चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण केवल लूप fabef के कारण होगा। अब लूप का आघूर्ण ऋणात्मक y दिशा में तथा बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र धनात्मक y दिशा में है अतः लूप पर बलाघूर्ण शून्य है।

9. Find the amplitude (in S.I. units) of resultant SHM of a particle in xy plane due to superposition of SHMs $x = 3 \sin \omega t$ and $y = 4 \sin \omega t$ where x, y and t are in S.I. units and ω is a constant.

$x = 3 \sin \omega t$ तथा $y = 4 \sin \omega t$ के सरल आवर्त गति के अध्यारोपण के कारण xy तल में एक कण के परिणामी सरल आवर्त गति के आयाम (S.I. इकाई में) ज्ञात करो। जहाँ x, y तथा t S.I. इकाई में है तथा ω एक नियतांक है।

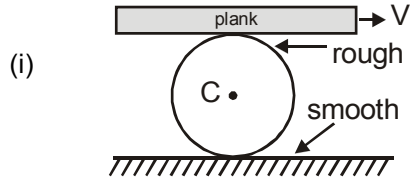
Ans. 5

Sol. $x = 3 \sin \omega t$; $y = 4 \sin \omega t$

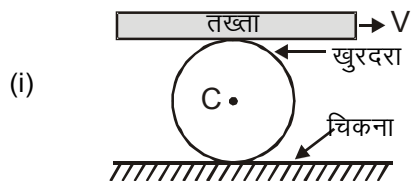
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 5 \sin$$

10. There are four arrangements of a cylinder and a plank as shown in the figures. Some surfaces are smooth and some are rough as indicated. There is no slipping at each rough surface. The plank and/or centre of cylinder are given a horizontal constant velocity as shown in each of the situations. Using this information fill in the blanks.

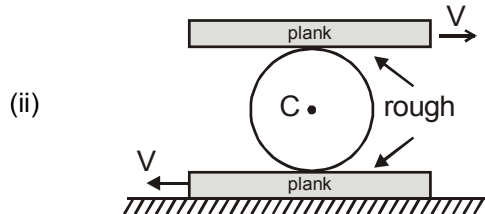
चित्रानुसार एक बेलन और एक तख्ते (plank) को चार प्रकार से रखा जाता है। कुछ सतह चिकने हैं और कुछ सतह खुरदरे हैं। किसी भी खुरदरे सतह पर कोई फिसलन नहीं है। दर्शाये अनुसार प्रत्येक स्थिति में तख्ते और/या बेलन के केन्द्र को चित्रानुसार नियत क्षैतिज वेग दिया जाता है। इन सूचनाओं के आधार पर रिक्त स्थानों की पूर्ति करो।



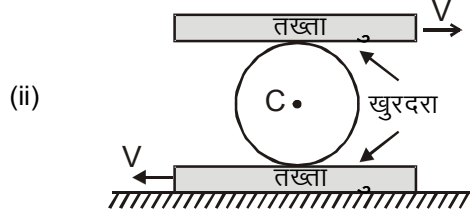
The speed of center of mass of the cylinder is _____.



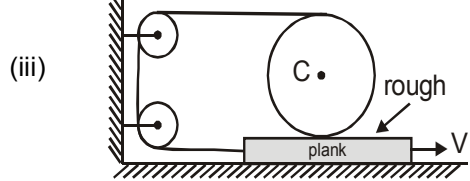
बेलन के द्रव्यमान केन्द्र का वेग होगा _____



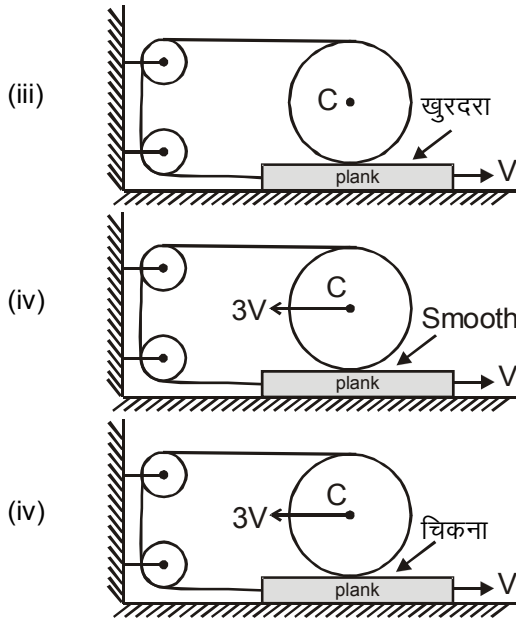
The angular velocity of the cylinder is _____.



बेलन का कोणीय वेग होगा _____.



The speed of center of mass of the cylinder is _____.



बेलन के द्रव्यमान केन्द्र का वेग होगा _____ ।

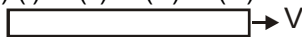
The angular velocity of the cylinder is _____ .

बेलन का कोणीय वेग होगा _____ ।

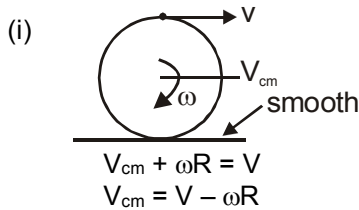
- (a) V
 (b) V/R
 (c) $2V/R$
 (d) $4V/R$
 (e) cannot be determined from the given information
 (e) दी गई सूचनाओं के आधार पर इसे ज्ञात नहीं किया जा सकता।
 (f) Zero. शून्य

- (A) (i) d (ii) b (iii) f (iv) c
 (C) (i) e (ii) d (iii) f (iv) c

- (B*) (i) e (ii) b (iii) f (iv) c
 (D) (i) e (ii) b (iii) f (iv) a



Sol.



ω depends on value of friction between plank & cylinder, hence V_{cm} is undetermined.

ω का मान plank और बेलन के मध्य घर्षण पर निर्भर करेगा। अतः V_{cm} को ज्ञात नहीं किया जा सकता।

(ii) $\omega = \frac{2v}{2R} = \frac{V}{R}$ (iii) $\omega = \frac{2V}{2R} = \frac{V}{R}$
 $V_{cm} = 0$

(iv) $\omega_{A/C} = \frac{3V - V}{R} = \frac{2V}{R} \Rightarrow \omega = \frac{2V}{R}$

DPP No. : C12 (JEE-Main)
Total Marks : 61
Max. Time : 40 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.19
(3 marks, 2 min.)
[57, 38]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.20
(4 marks 2 min.)
[04, 02]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C12

1. (D)	2. (C)	3. (B)	4. (C)	5. (B)	6. (B)	7. (B)
8. (B)	9. (B)	10. (C)	11. (D)	12. (A)	13. (B)	14. (B)
15. (C)	16. (A)	17. (A)	18. (A)	19. (C)	20. (B)(D)	

1. The focal lengths of the objective & the eyepiece of a compound microscope are 1 cm & 5 cm respectively. An object placed at a distance of 1.1 cm from the objective has its final image formed at 25 cm from the eye piece. The length of the microscope tube is:

एक संयुक्त सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक व अभिनेत्र लेंसों की फोकस दूरियां क्रमशः 1 cm व 5 cm है। अभिदृश्यक लेंस से 1.1 cm की दूरी पर रखी एक वस्तु का अन्तिम प्रतिबिम्ब अभिनेत्र लेंस से 25 cm दूर बनता है। सूक्ष्मदर्शी की नली की लम्बाई है:

(A) 6.1 cm (B) 49/8 cm (C) 6 cm (D*) 91/6 cm

2. A Galileo telescope has an objective of focal length 100 cm & magnifying power 50. The distance between the two lenses in normal adjustment will be

एक गैलीलियो टेलिस्कोप (दूरदर्शी) के अभिदृश्यक लेंस की फोकस दूरी 100 cm व आवर्धन क्षमता 50 है। सामान्य समायोजन में दोनों लेंसों के बीच की दूरी होगी :

(A) 150 cm (B) 100 cm (C*) 98 cm (D) 200 cm

3. A dipole of dipole moment p is kept at the centre of a ring of radius R and charge Q . The dipole moment has direction along the axis of the ring. The resultant force on the ring due to the dipole is:

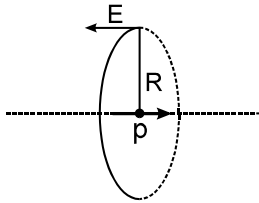
एक p द्विध्रुव आघूर्ण वाले द्विध्रुव को आवेश Q तथा R त्रिज्या की वलय के केन्द्र पर रखा है। द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा वलय की अक्ष के अनुदिश है। वलय पर परिणामी बल द्विध्रुव के कारण होगा।

(A) zero शून्य (B*) $\frac{k P Q}{R^3}$ (C) $\frac{2 k P Q}{R^3}$

(D) $\frac{k P Q}{R^3}$ only if the charge is uniformly distributed on the ring

केवल तभी जब आवेश सम्पूर्ण वलय पर एक समान रूप से वितरित है।

Sol. Electric field at each point on the surface of ring due to dipole is $E = \frac{k p}{R^3}$



in direction opposite to the dipole moment. (figure below)

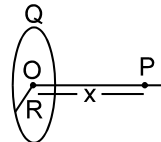
Hence net force on ring is $F = QE = \frac{kpQ}{R^3}$

Alternate solution

Electric field due to ring at point P on its axis distant x from centre O ring is

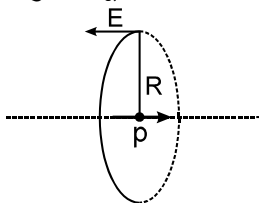
$$E = k \cdot \frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} ; \left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{at } x=0} = \frac{kQ}{R^3}$$

$$\therefore \text{Force on dipole} = \frac{dE}{dx} = \frac{kQp}{R^3}$$



हल द्विध्रुव के कारण वलय की सतह पर स्थित प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र $E = \frac{k p}{R^3}$

द्विध्रुव आघूर्ण के विपरीत दिशा में (नीचे चित्र)

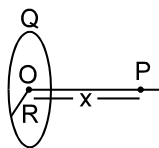


अतः वलय पर कुल बल $F = QE = \frac{kpQ}{R^3}$

अन्य विधि

वलय के कारण इसकी अक्ष पर केन्द्र O से x दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र

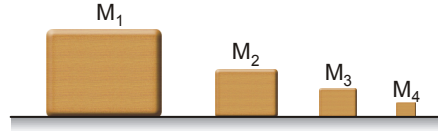
$$E = k \cdot \frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} ; \left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{at } x=0} = \frac{kQ}{R^3}$$



$$\therefore \text{द्विध्रुव पर बल} = \frac{dE}{dx} = \frac{kQp}{R^3}$$

4. Four blocks of masses M_1, M_2, M_3 and M_4 are placed on a smooth horizontal surface along a straight line as shown. It is given that $M_1 \gg M_2 \gg M_3 \gg M_4$. All the blocks are initially at rest. M_1 is given initial velocity v_0 towards right such that it will collide with M_2 . Consider all collisions to be perfectly elastic. The speed of M_4 after all collision are over is

चार ब्लॉक जिनके द्रव्यमान M_1, M_2, M_3 तथा M_4 हैं ये एक सीधी रेखा के अनुदिश एक चिकने क्षैतिज समतल सतह पर रखे हुए हैं। यह दिया हुआ है कि $M_1 \gg M_2 \gg M_3 \gg M_4$ तथा सभी ब्लॉक प्रारम्भ में विराम में हैं। M_1 को प्रारम्भिक वेग v_0 दांयी तरफ इस तरह दिया जाता है कि यह M_2 के साथ टक्कर करता है। सभी टक्करों को पूर्णतया प्रत्यास्थ मानें। जब सारी टक्करें पूर्ण हो चुकी होती हैं तब M_4 की चाल होगी –



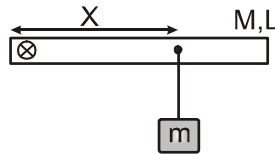
- (A) v_0 (B) $4v_0$ (C*) $8v_0$ (D) $16v_0$

Sol. M_1 is very large as compared to M_2 . Hence for collision between M_1 and M_2 , M_1 can be considered equivalent to a wall and M_2 as a small block. Thus the velocity of M_2 will be $2v_0$ after collision with M_1 . Similarly after collision between M_2 and M_3 , the velocity of M_3 will be $2(2v_0)$. In sequence, the velocity of M_4 shall be $2(2(2v_0)) = 8v_0$ after collision with M_3 .

M_2 की तुलना में M_1 बहुत बड़ा है। अतः M_1 व M_2 के मध्य टक्कर के लिए M_1 को एक दीवार की तरह माना जा सकता है तथा M_2 को एक छोटे ब्लॉक की तरह माना जा सकता है। अतः M_1 के साथ टक्कर के बाद M_2 का वेग $2v_0$ होगा। इसी तरह M_2 व M_3 की टक्कर के बाद M_3 का वेग $2(2v_0)$ होगा। इसी तरह क्रमागत रूप से M_3 के साथ टक्कर के बाद M_4 का वेग $2(2(2v_0)) = 8v_0$ होगा।

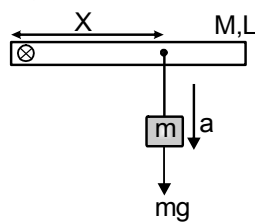
5. A small block is hanged by a string of small length at a distance 'x' from left end on a uniform rod of length L and mass M. The rod is in horizontal position and hinged at left end as shown in figure. Then minimum value of 'x' ($x \neq 0$) for which initial acceleration will be independent of 'm' mass of the block.

L लम्बाई व M द्रव्यमान की एक समरूप छड़ पर बांयें सिरे से 'x' दूरी पर एक छोटी डोरी द्वारा एक छोटा गुटका लटका है। छड़ क्षैतिज स्थिति में है एवं बांयें सिरे पर कीलकित है। 'x' ($x \neq 0$) का न्यूनतम मान जिसके लिए प्रारम्भिक त्वरण गुटके के द्रव्यमान 'm' से स्वतंत्र होगा –



- (A) L (B*) $\frac{2L}{3}$ (C) $\frac{L}{3}$ (D) can't be determined ज्ञात

नहीं किया जा सकता



Sol.

Let a be linear acceleration of mass m and α be angular acceleration of rod.

मान m द्रव्यमान का रेखीय त्वरण a तथा छड़ का कोणीय त्वरण α है

$$a = \alpha x \quad \dots\dots\dots(i)$$

Taking torque about hinge,

किलकित के सापेक्ष बल आघूर्ण लेने पर

$$\tau = I\alpha$$

$$\left(mg \frac{L}{2} + mgx \right) = \left(\frac{ML^2}{3} + mx^2 \right) \alpha \quad \dots\dots\dots(ii)$$

From equation (i), समीकरण (i) से

$$\left(mg \frac{L}{2} + mgx \right) = \left(\frac{ML^2}{3} + mx^2 \right) \left(\frac{a}{x} \right)$$

$$a = \frac{\left(mx^2 + \frac{MLx}{2} \right)}{\left(mx^2 + \frac{ML^2}{3} \right)} g$$

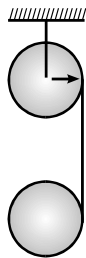
For minimum non-zero value of x , for which a is independent of m ;

x की न्यूनतम अशून्य मान के लिए जिसके लिए a , m से स्वतंत्र है।

$$\frac{MLx}{2} = \frac{ML^2}{3}, \quad x = \frac{2L}{3}.$$

6. Two identical discs of mass m and radius r are arranged as shown in the figure. If α is the angular acceleration of the lower disc and a_{cm} is acceleration of centre of mass of the lower disc, then relation between a_{cm} , α & r is :

m द्रव्यमान तथा r त्रिज्या की दो एक समान चकती को चित्रानुसार रखा जाता है। यदि α नीचे वाली चकती का कोणीय त्वरण हो तथा a_{cm} नीचे वाली चकती के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण, तो α , a_{cm} , तथा r में क्या सम्बन्ध होगा :



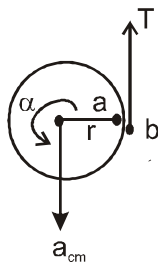
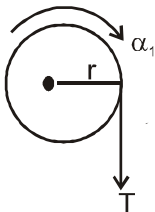
(A) $a_{cm} = \frac{\alpha}{r}$

(B*) $a_{cm} = 2 \alpha r$

(C) $a_{cm} = \alpha r$

(D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol.



$$T r = \frac{mr^2}{2} \alpha_1 \quad \dots\dots\dots (A)$$

$$T r = \frac{mr^2}{2} \alpha \quad \dots\dots\dots (B)$$

$$\alpha_1 = \alpha \quad \dots\dots\dots (C)$$

From (A) & (B) से

accⁿ of point b = accⁿ of point a

b बिन्दु का त्वरण = a बिन्दु का त्वरण

$$r \alpha_1 = a_{cm} - r \alpha \quad \dots\dots\dots (D)$$

Hence अतः $2 r \alpha = a_{cm}$

Ans. (B)

7. Moment of inertia of a uniform quarter disc of radius R and mass M about an axis through its centre of mass and perpendicular to its plane is :

एक समान एक चौथाई चकती (त्रिज्या R, द्रव्यमान M) का इसके द्रव्यमान केन्द्र व तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण होगा—

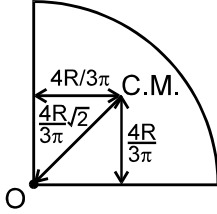
(A) $\frac{M R^2}{2} - M \left(\frac{4 R}{3 \pi} \right)^2$

(B*) $\frac{M R^2}{2} - M \left(\sqrt{2} \frac{4 R}{3 \pi} \right)^2$

(C) $\frac{M R^2}{2} + M \left(\frac{4 R}{3 \pi} \right)^2$

(D) $\frac{M R^2}{2} + M \left(\sqrt{2} \frac{4 R}{3 \pi} \right)^2$

Ans.



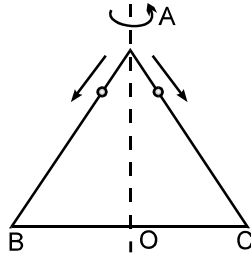
M.I. about 'O' के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण $\frac{MR^2}{2}$ है।

By parallel-axis theorem समान्तर अक्षों की प्रमेय द्वारा $\frac{MR^2}{2}$:

$$= I_{cm} + M \left(\frac{4R}{3\pi} \cdot \sqrt{2} \right)^2 \Rightarrow I_{cm} = \frac{MR^2}{2} - M \left(\sqrt{2} \cdot \frac{4R}{3\pi} \right)^2$$

8. An equilateral triangle ABC formed from a uniform wire has two small identical beads initially located at A. The triangle is set rotating about the vertical axis AO. Then the beads are released from rest simultaneously and allowed to slide down, one along AB and the other along AC as shown. Neglecting frictional effects, the quantities that are conserved as the beads slide down, are:

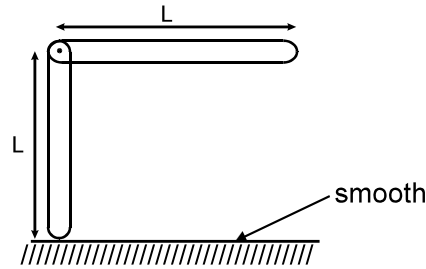
एक समबाहु त्रिभुज ABC एक समान तार से बना हुआ है इसकी दो भुजाओं पर दो एक समान मनके प्रारम्भ में A पर स्थित हैं। त्रिभुज ऊर्ध्वाधर अक्ष AO के सापेक्ष घूर्णन कर रहा है। अब मनके को एक साथ विराम अवस्था पर छोड़ा जाता है। तथा तार पर नीचे की ओर फिसलने दिया जाता है। एक मनका चित्रानुसार AB के अनुदिश तथा दूसरा AC के अनुदिश फिसलता है। घर्षण के प्रभाव को नगण्य मानिएँ। वह राशि जो मनको के नीचे की ओर फिसलने के दौरान संरक्षित रहती है, होगी।



- (A) angular velocity and total energy (kinetic energy and potential energy)
 (B*) total angular momentum and total energy
 (C) angular velocity and moment of inertia about the axis of rotation
 (D) total angular momentum and moment of inertia about the axis of rotation
 (A) कोणीय वेग तथा कुल ऊर्जा (गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा)
 (B*) कुल कोणीय संवेग तथा कुल ऊर्जा
 (C) घूर्णन अक्ष के सापेक्ष कोणीय वेग तथा जड़त्व आघूर्ण
 (D) घूर्णन अक्ष के सापेक्ष कुल कोणीय संवेग तथा जड़त्व आघूर्ण

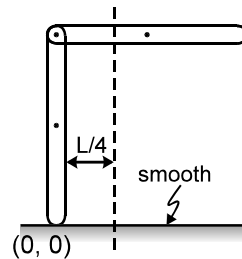
9. Two identical rods are joined at one of their ends by a pin. Joint is smooth and rods are free to rotate about the joint. Rods are released in vertical plane on a smooth surface as shown in the figure. The displacement of the joint from its initial position to the final position is (i.e. when the rods lie straight on the ground) :

पिन द्वारा दो समरूप छड़ों को उनके एक सिरे पर जोड़ते हैं। जोड़ चिकना है तथा छड़ जोड़ के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र हैं। छड़ों को चिकनी सतह पर ऊर्ध्वाधर तल में चित्रानुसार छोड़ते हैं। जोड़ का प्रारम्भिक स्थिति से अन्तिम स्थिति तक विस्थापन है। (जब छड़ सीधी जमीन पर स्थित हों) :



- (A) $\frac{L}{4}$ (B*) $\frac{\sqrt{17}}{4} L$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2} L$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Ans. Initially the centre of mass is at



$\frac{L}{4}$ distance from the vertical rod.

$$\left(\text{As, } x_{\text{cm}} = \frac{m \left(\frac{1}{2}\right) + m (0)}{m + m} = \frac{L}{4} \right)$$

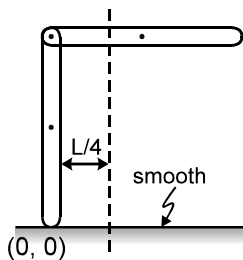
centre of mass does not move in x-direction as $\Sigma F_x = 0$.

After they lie on the floor, the pin joint should be at $L/4$ distance from the origin shown in order to keep the centre of mass at rest.

\therefore Finally x-displacement of the pin is $\frac{L}{4}$ and y-displacement of the pin is obviously L .

$$\text{Hence net displacement} = \sqrt{L^2 + \frac{L^2}{16}} = \frac{\sqrt{17}}{4} L$$

Ans.



प्रारम्भ में द्रव्यमान केन्द्र ऊर्ध्व छड़ से $\frac{L}{4}$ दूरी पर है .

$$\left(\text{As, } x_{\text{cm}} = \frac{m \left(\frac{1}{2}\right) + m (0)}{m + m} = \frac{L}{4} \right)$$

द्रव्यमान केन्द्र x-दिशा में गति नहीं करता है $\Sigma F_x = 0$.

उनके फर्श पर रहने के बाद पिन जोड़ मूल बिन्दु से $L/4$ दूरी पर होंगे जो द्रव्यमान केन्द्र को दिखाये हुए विराम पर रखते हैं।

∴ अंततः पिन का x-विस्थापन $\frac{L}{4}$ है तथा पिन का y-विस्थापन L है।

$$\text{अतः कुल विस्थापन} = \sqrt{L^2 + \frac{L^2}{16}} = \frac{\sqrt{17}}{4} L$$

10. At $t = 0$, a particle of mass m starts moving from rest due to a force $\vec{F} = F_0 \sin(\omega t) \hat{i}$.

$t = 0$ पर m द्रव्यमान का कण विरामावस्था से बल $\vec{F} = F_0 \sin(\omega t) \hat{i}$ के कारण गति प्रारम्भ करता है।

(A) Particle performs SHM about its initial position of rest.

(B) Particle performs SHM with initial position as an extreme position with angular frequency ω .

(C*) At any instant, distance moved by the particle equals its displacement from the initial position.

(D) Initially velocity of particle increases with time but after time $t = 2\pi/\omega$ it becomes constant.

(A) कण इसकी प्रारम्भिक विरामावस्था की स्थिति के सापेक्ष सरल आवर्त गति करता है।

(B) कण प्रारम्भिक स्थिति (सीमांत स्थिति) के सापेक्ष कोणीय आवृत्ति ω से सरल आवर्त गति करता है।

(C*) किसी क्षण पर कण द्वारा तय की गई दूरी प्रारम्भिक स्थिति से इसके विस्थापन के बराबर होती है।

(D) कण का प्रारम्भिक वेग समय के साथ बढ़ता है किन्तु $t = 2\pi/\omega$ समय पश्चात् यह नियत हो जाता है।

Sol. $m \frac{dv}{dt} = F$

$$\Rightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} = F_0 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow m \cdot \int_0^v dv = \int_0^t F_0 \sin \omega t \, dt$$

$$\Rightarrow mv = \frac{F_0}{\omega} (1 - \cos \omega t)$$

∴ $v > 0$, distance covered and displacement are same. तय दूरी तथा विस्थापन समान है।

11. A small mass executes linear SHM about O with amplitude a and time period T . Its displacement from O at time $T/8$ after passing through O is:

एक सूक्ष्म द्रव्यमान बिन्दु O के सापेक्ष a अधिकतम विस्थापन व T आवर्तकाल से SHM करता है। O बिन्दु से $T/8$ समय पश्चात् इसका विस्थापन होगा :

(A) $\frac{a}{8}$

(B) $\frac{a}{2\sqrt{2}}$

(C) $\frac{a}{2}$

(D*) $\frac{a}{\sqrt{2}}$

12. In forced oscillation of a particle, the amplitude is maximum for a frequency ω_1 of the force, while the energy is maximum for a frequency ω_2 of the force, then :

(A*) $\omega_1 = \omega_2$

(B) $\omega_1 > \omega_2$

(C) $\omega_1 < \omega_2$ when damping is small and $\omega_1 > \omega_2$ when damping is large

(D) $\omega_1 < \omega_2$

किसी कण के प्रणोदित दोलनों में बल की आवृत्ति ω_1 के लिए दोलन का आयाम अधिकतम है, जबकि बल की आवृत्ति ω_2 के लिए ऊर्जा अधिकतम है, तब :

(A*) $\omega_1 = \omega_2$

(B) $\omega_1 > \omega_2$

(C) $\omega_1 < \omega_2$ जब अवमंदन कम है तथा $\omega_1 > \omega_2$ जब अवमंदन अधिक है।

(D) $\omega_1 < \omega_2$

Sol. For amplitude of oscillation and energy to be maximum, frequency of force must be equal to the initial frequency and this is only in resonance state $\omega_1 = \omega_2$

हल. दोलन के आयाम तथा ऊर्जा के अधिकतम होने के लिए, बल की आवृत्ति प्रारम्भिक आवृत्ति के बराबर होनी चाहिए तथा यह केवल अनुनाद की अवस्था $\omega_1 = \omega_2$ में ही होता है।

13. Equation $F = -bv - kx$ represents equation of a damped oscillations for a particle of 2kg mass where $b = \ln 2 \frac{\text{N.S.}}{\text{m}}$ and $k = 100 \text{ N/m}$ then time after which energy of oscillations will be reduced to half of initial is:

$F = -bv - kx$ समीकरण 2kg द्रव्यमान के एक कण के लिए अवमन्दित दोलन (damped oscillations) को प्रदर्शित करती है जहाँ $b = \ln 2 \frac{\text{N.S.}}{\text{m}}$ तथा $k = 100 \text{ N/m}$ है। वह समय जिसके पश्चात् दोलन ऊर्जा अपने प्रारम्भिक मान की आधी रह जाएगी, वह समय होगा—

- (A) $\ln 2 \text{ sec}$ (B*) 2 sec. (C) $2\ln 2 \text{ sec}$ (D) 1 sec

Sol. $E = \frac{1}{2} kA^2 e^{-bt/m}$

$$t = \frac{\ln 2}{b} m = \frac{\ln 2}{\ln 2} 2 = 2 \text{ sec.}$$

14. At $t = 0$, a transverse wave pulse travelling in the positive x direction with a speed of 2 m/s in a long wire is described by the function $y = \frac{6}{x^2}$, given that $x \neq 0$. Transverse velocity of a particle at $x = 2\text{m}$ and $t = 2$ seconds is :

$t = 0$ पर लम्बे तार में धनात्मक x दिशा में 2 मी./सै. की चाल से गति कर रही अनुप्रस्थ तरंगों को $y = \frac{6}{x^2}$ से प्रदर्शित करते हैं। यह दिया गया है कि $x \neq 0$, कण का अनुप्रस्थ वेग $x = 2$ मी. तथा $t = 2$ सै. पर होगा —

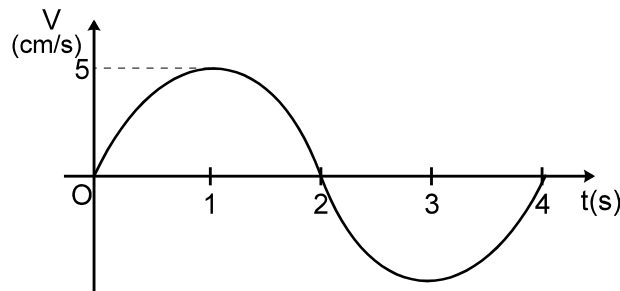
- (A) 3 m/s (B*) -3 m/s (C) 8 m/s (D) -8 m/s
(A) 3 मी./सै. (B*) -3 मी./सै. (C) 8 मी./सै. (D) -8 मी./सै.

Sol. (B) $y(x, t = 0) = \frac{6}{x^2}$ then तब $y(x, t) = \frac{6}{(x - 2t)^2}$

$$\Rightarrow \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{24}{(x - 2t)^3} \text{ at } x = 2, t = 2 \text{ पर}$$

$$V_y = \frac{24}{(-2)^3} = -3 \text{ m/s.}$$

15. A certain transverse sinusoidal wave of wavelength 20 cm is moving in the positive x direction. The transverse velocity of the particle at $x = 0$ as a function of time is shown. The amplitude of the motion is एक अनुप्रस्थ ज्यावक्रीय तरंग जिसकी तरंग दैर्घ्य 20 सेमी. है, धनात्मक x दिशा में गति कर रही है। $x = 0$ पर स्थित कण का अनुप्रस्थ वेग समय के फलन के रूप में प्रदर्शित है। गति का आयाम होगा —



- (A) $\frac{5}{\pi} \text{ cm}$ (B) $\frac{\pi}{2} \text{ cm}$ (C*) $\frac{10}{\pi} \text{ cm}$ (D) $2\pi \text{ cm}$
(A) $\frac{5}{\pi}$ सेमी. (B) $\frac{\pi}{2}$ सेमी. (C*) $\frac{10}{\pi}$ सेमी. (D) 2π सेमी.

Sol. (C) $V_{\max} = A\omega = 5 \text{ cm/s}$; $T = 4 \text{ sec}$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \frac{5}{\pi/2} = \frac{10}{\pi} \text{ cm.}$$

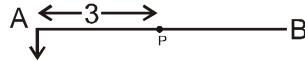
16. A man generates a symmetrical pulse in a string by moving his hand up and down. At $t = 0$ the point in his hand moves downward. The pulse travels with speed each 3 m/s on the string & his hands passes 6 times in each second from the mean position. Then the point on the string at a distance 3m will reach its upper extreme first time at time $t =$

एक आदमी रस्सी में एक सममित स्पंद को हाथ को ऊपर नीचे करके उत्पन्न करता है $t = 0$ समय पर उसके हाथ में स्थित बिन्दु नीचे की ओर गति करता है तथा स्पंद रस्सी में 3 m/s चाल से चलता है तथा उसका हाथ प्रत्येक सेकण्ड में माध्य स्थिति से 6 बार गुजरता है, तो 3m दूरी पर रस्सी पर स्थित बिन्दु, पहली बार ऊपरी सिरे पर t समय पर पहुँचेगा तो वह समय t है

- (A*) 1.25 sec. (B) 1 sec (C) $\frac{13}{12}$ sec. (D) none of these

Sol $T =$ Time period of oscillation of hand

$$T = \frac{1}{3} \text{ sec}$$

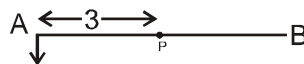


The hand will reach the positive extreme at $t = \frac{3}{4} T = \frac{1}{4} \text{ sec}$ & at that instant the positive extreme point of the pulse starts from A, the time instant is $t = \frac{1}{4} \text{ sec}$.

Further it will take t_0 time to reach 3 m distance

i.e., $t_0 = \frac{3 \text{ m}}{3 \text{ m/s}} = 1 \text{ sec}.$

Hence total time taken (from initial instant) by the positive extreme disturbance to reach 3 m away point is $t = 1 + \frac{1}{4} \text{ sec} = 1.25 \text{ sec}.$



$T =$ सुई के दोलन का अवर्तकाल

$$T = \frac{1}{3} \text{ sec}$$

सुई $t = \frac{3}{4} T = \frac{1}{4} \text{ sec}$ पर धनात्मक सिरे पर पहुँचेगी तथा उसी समय धनात्मक सिरे A से स्पन्द के बिन्दु पर शुरू करता है उस क्षण समय $t = \frac{1}{4} \text{ sec}$ है।

आगे यह 3m दूरी तक पहुँचने के लिए t_0 समय लेगा

i.e., अर्थात् $t_0 = \frac{3 \text{ m}}{3 \text{ m/s}} = 1 \text{ sec}.$

अतः (प्रारम्भिक क्षण से) धनात्मक विघ्न सिरे द्वारा 3m दूर बिन्दु पर पहुँचने के लिए कुल लिया गया समय

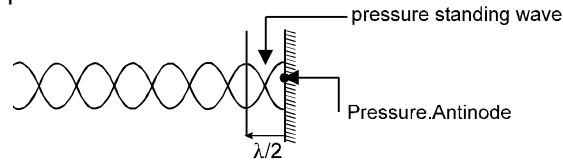
is $t = 1 + \frac{1}{4} \text{ sec} = 1.25 \text{ sec}.$

17. A source of sound of frequency 165 Hz generates sound waves which get fully reflected from a wall. A person standing at the wall starts moving away from the wall. The minimum distance of the point from the wall at which the person hears maximum sound is: (velocity of sound = 330 ms^{-1})

165 Hz आवृत्ति का एक ध्वनि स्रोत ध्वनि उत्पन्न करता है जो एक दीवार से पूर्णतः परावर्तित हो जाती है। दीवार के पास खड़ा एक व्यक्ति दीवार से दूर गति करना प्रारम्भ करता है। दीवार से उस बिन्दु की न्यूनतम दूरी जहाँ व्यक्ति अधिकतम ध्वनि सुनता है, होगी : (ध्वनि का वेग = 330 m/s^{-1})

- (A*) 1 m (B) 2 m (C) $1/2 \text{ m}$ (D) $1/4 \text{ m}$

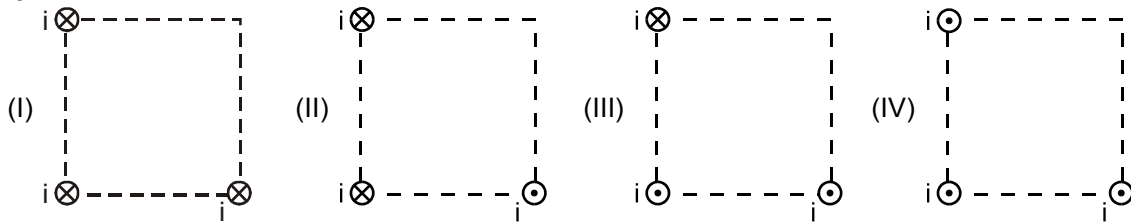
Sol. (A) Wall will be a pressure antinode.



$$\text{Minimum distance} = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{330}{2 \times 165} = 1\text{m}.$$

18. Three long wires, with identical currents, either directly into or directly out of the page, are placed at three corners of a square in four different arrangements as shown. Correct order of the magnitude of net magnetic field at the empty upper right corner of the square is :

तीन लम्बे तार जिनमें एक समान धारा कागज के अन्दर या बाहर की ओर प्रवाहित हो रही है, को चित्रानुसार चार विभिन्न व्यवस्थाओं में वर्ग के तीन कोनों पर रखा जाता है। वर्ग के ऊपरी खाली कोने पर विभिन्न व्यवस्था के कारण परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का सही क्रम है।



(A*) $B_I = B_{IV} > B_{II} = B_{III}$

(B) $B_I > B_{IV} > B_{II} = B_{III}$

(C) $B_{II} = B_{III} > B_I = B_{IV}$

(D) $B_I > B_{III} > B_{II} > B_{IV}$

Sol.

$$B_I = \frac{\mu_0}{4\pi} 2i \left[\left(\frac{1}{a} - \hat{j} \right) + \left(\frac{1}{a} \hat{i} \right) + \left(\frac{1}{a\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right) \right) \right]$$

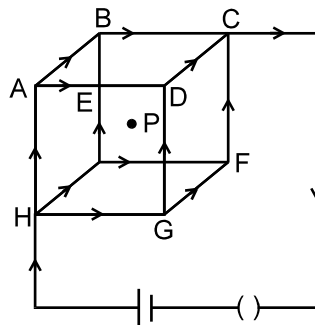
$$B_{II} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2i \left[\left(\frac{1}{a} - \hat{j} \right) + \left(\frac{1}{a} \hat{i} \right) + \left(\frac{1}{a\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right) \right) \right]$$

$$B_{III} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2i \left[\left(\frac{1}{a} - \hat{j} \right) + \left(\frac{1}{a} - \hat{i} \right) + \left(\frac{1}{a\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right) \right) \right]$$

$$B_{IV} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2i \left[\left(\frac{1}{a} + \hat{j} \right) + \left(\frac{1}{a} - \hat{i} \right) + \left(\frac{1}{a\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{j} \right) \right) \right].$$

19. A steady current is set up in a cubic network composed of wires of equal resistance and length d as shown in figure. What is the magnetic field at the centre P due to the cubic network ?

एक स्थायी धारा को बराबर प्रतिरोध तथा लम्बाई d के तारों से संयोजित घन परिपथ में चित्रानुसार प्रवाहित करते हैं। घन परिपथ के कारण केन्द्र 'P' पर चुम्बकीय क्षेत्र क्या है।



(A) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{d}$

(B) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3I}{\sqrt{2}d}$

(C*) 0

(D) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\theta\pi I}{d}$

Sol. By symmetry, the magnetic field at the centre P is zero.
सममिति से केन्द्र P पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है।

20. The x-coordinate of a particle moving on x-axis is given by $x = 3 \sin 100t + 8 \cos^2 50t$, where x is in cm and t is time in seconds. Which of the following is/are correct about this motion.
- एक कण की स्थिति मूल बिन्दु के सापेक्ष सम्बन्ध $x = 3 \sin 100t + 8 \cos^2 50t$ के अनुसार परिवर्तित होती है। इस गति के बारे में कौनसा/कौनसे कथन सही है।
- (A) the motion of the particle is not S.H.M. (कण की गति सरल आवर्त गति नहीं है।)
- (B*) the amplitude of the S.H.M. of the particle is 5 cm
कण की सरल आवर्त गति का आयाम 5 सेमी. है।
- (C) the amplitude of the resultant S.H. M. is $\sqrt{73}$ cm
परिणामी सरल आवर्त गति का आयाम $\sqrt{73}$ सेमी है।
- (D*) the maximum displacement of the particle from the origin is 9 cm.
मूल बिन्दु से कण का अधिकतम विस्थापन 9 सेमी. है।

Sol.

$$x = 3 \sin 100t + 8 \cos^2 50t$$

$$= 3 \sin 100t + \frac{8[1 + \cos 100t]}{2}$$

$$x = 4 + 3 \sin 100t + 4 \cos 100t$$

$$(x - 4) = 5 \sin (100t + \phi) \left\{ \tan \phi = \frac{4}{3} \right\}$$

Amplitude = 5 units

Maximum displacement = 9 units.

आयाम = 5 इकाई

अधिकतम विस्थापन = 9 इकाई

DPP No. : C13 (JEE-Main)

Total Marks : 60

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20

Max. Time : 40 min.

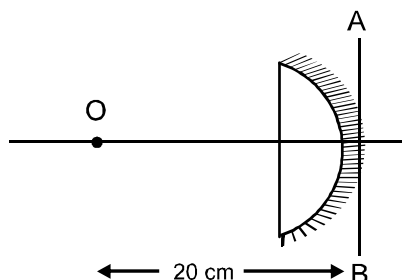
(3 marks, 2 min.)

[60, 40]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C13

- | | | | | | | |
|--|---------|---------|---|------------------|--------|--------|
| 1. (C) | 2. (D) | 3. (C) | 4. (D) | 5. (C) | 6. (C) | 7. (A) |
| 8. (D) | 9. (A) | 10. (D) | 11. $B = 2.1 \times 10^{-8} \text{ kT}$ | 12. (a) 23.9 GHz | | |
| (b) $60 \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ V/m}$ | 13. (C) | 14. (B) | 15. (A) | 16. (C) | | |
| 17. (D) | 18. (C) | 19. (B) | 20. (A) | | | |

1. A point object is placed at a distance of 20 cm from a thin plane convex lens of focal length 15 cm ($n = 1.5$). Now the curved surface is silvered. The image will be formed at :
एक बिन्दुवत् वस्तु पतले समतल उत्तल लैन्स से 20 cm दूरी पर है। लैन्स की फोकस दूरी 15 cm ($n = 1.5$) है। अब वक्र सतह चाँदी पोलिश कर दी जाती है तो प्रतिबिम्ब बनेगा :



- (A) 60 cm left of AB (B) 30 cm left of AB (C*) $\frac{20}{7}$ cm left of AB (D) 60 cm right of AB
(A) AB से 60 cm बांये तरफ (B) AB से 30 cm बांये तरफ
(C*) AB से $\frac{20}{7}$ cm बांये तरफ (D) AB से 60 cm दांये तरफ

Sol. $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{15} = (1.5-1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-R} \right) \Rightarrow R = \frac{15}{2}$

Equivalent focal length तुल्य फोकस दूरी $f = \frac{-R}{2n} = \frac{-15}{2 \times 2 \times 1.5} = \frac{-5}{2} \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_m} - \frac{2}{f_l}$$

$$= \frac{2}{-R} - \frac{2(n-1)}{R} \Rightarrow f = \frac{-R}{2n}$$

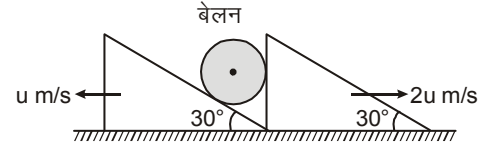
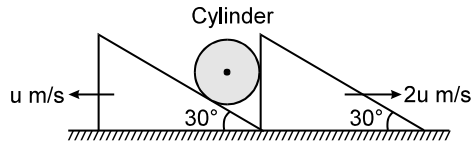
system behaves as a concave mirror निकाय अवतल दर्पण की तरह व्यवहार करेगा

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{-20} = \frac{-2}{5} \Rightarrow v = \frac{-20}{7} \text{ cm}$$

2. In the system shown in figure assume that cylinder remains in contact with the two wedges. The velocity of cylinder is -

चित्र में एक निकाय प्रदर्शित है मानिये कि बेलन दो वेजो के मध्य सम्पर्क में रहता है। बेलन का वेग है -



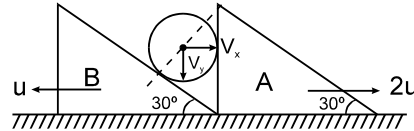
- (A) $\sqrt{19-4\sqrt{3}} \frac{u}{2}$ m/s (B) $\frac{\sqrt{13}}{2} u$ m/s (C) $\sqrt{3} u$ m/s (D*) $\sqrt{7} u$ m/s

Sol. (D)

Method - I विधि - I

As cylinder will remain in contact with wedge A क्योंकि बेलन वेज A के संपर्क में है

$$V_x = 2u$$



As it also remain in contact with wedge B

यह वेज B के साथ भी संपर्क में रहता है।

$$u \sin 30^\circ = V_y \cos 30^\circ - V_x \sin 30^\circ$$

$$V_y = V_x \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} + \frac{U \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$V_y = V_x \tan 30^\circ + u \tan 30^\circ$$

$$V_y = 3u \tan 30^\circ = \sqrt{3} u$$

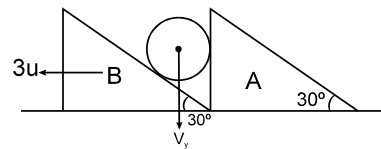
$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{7} u \text{ Ans.}$$

Method - II

विधि - II

In the frame of A

विधि A के तंत्र में



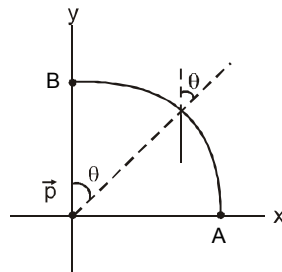
$$3u \sin 30^\circ = V_y \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow V_y = 3u \tan 30^\circ = \sqrt{3} u$$

$$\text{and } V_x = 2u \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{7} u \text{ Ans.}$$

3. A dipole is kept at origin along y-axis. As one moves from A to B along the curve, the direction of the electric field changes from negative y-direction to positive y-direction. The angle θ (with the dipole moment) at which y-component of electric field is zero is :

एक द्विध्रुव मूल बिन्दु पर y-अक्ष के अनुदिश रखा है। वक्र के अनुदिश A से B की ओर चलने पर विद्युत क्षेत्र की दिशा ऋणात्मक y-दिशा से धनात्मक y-दिशा में परिवर्तित होती है। कोण θ (द्विध्रुव आघूर्ण के साथ) जहाँ वैद्युत क्षेत्र का y-घटक शून्य है, का मान होगा।



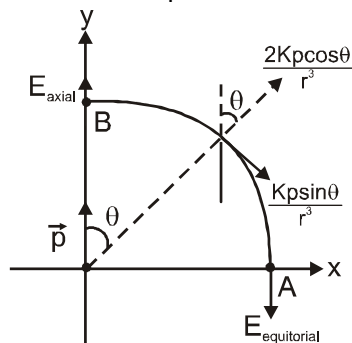
(A) 45°

(B) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{1}{2}$

(C*) $\tan^{-1} \sqrt{2}$

(D) $\tan^{-1}(B)$

Sol. $\frac{2Kp \cos \theta}{r^3} \cdot \cos \theta = \frac{Kp \sin \theta}{r^3} \cdot \sin \theta$

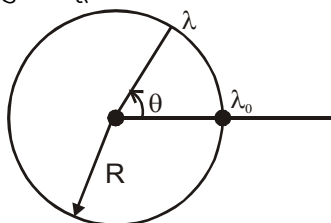


$\Rightarrow \tan^2 \theta = 2$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \sqrt{2}$

4. A thin non-conducting ring of radius R has a linear charge density $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$, where θ is measured as shown. The total electric dipole moment of the charge distribution is :

एक कुचालक R त्रिज्या की पतली वलय पर रेखिक आवेश घनत्व $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$, है, जहाँ θ दर्शाये अनुसार मापा जाता है। आवेश वितरण का कुल विद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण है -



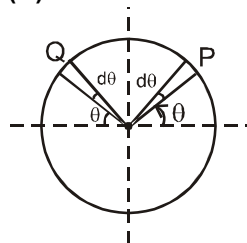
(A) $R^2 \lambda_0$

(B) $2\pi R^2 \lambda_0$

(C) $\frac{\pi R^2 \lambda_0}{2}$

(D*) $\pi R^2 \lambda_0$

Ans. (D)



Sol.

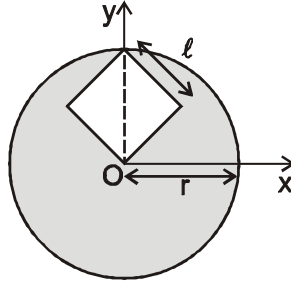
Dipole moment of the charge pair at P & Q

P तथा Q पर आवेश युग्म का द्विध्रुव आघूर्ण = $[(\lambda_0 \cos \theta) R d\theta] (2R \cos \theta)$

Total dipole moment = $2\lambda_0 R^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta = \pi R^2 \lambda_0$

कुल द्विध्रुव आघूर्ण = $2\lambda_0 R^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta = \pi R^2 \lambda_0$

5. A disc (of radius r cm) of uniform thickness and uniform density ρ has a square hole with sides of length $\ell = \frac{r}{\sqrt{2}}$ cm. One corner of the hole is located at the center of the disc and centre of the hole lies on y -axis as shown. Then the y -coordinate of position of center of mass of disc with hole (in cm) is
- एकसमान गोटाई तथा एकसमान घनत्व ρ की (r cm त्रिज्या की) एक चकती में भुजा $\ell = \frac{r}{\sqrt{2}}$ cm के वर्ग के आकार का एक छिद्र है। छिद्र का एक कोना चकती के केन्द्र पर स्थित है तथा छिद्र का केन्द्र y -अक्ष पर स्थित है जैसा कि दिखाया गया है। तो छिद्रयुक्त चकती के द्रव्यमान-केन्द्र की स्थिति का y -निर्देशांक (cm में) होगा –



- (A) $-\frac{r}{2(\pi - \frac{1}{4})}$ (B) $-\frac{r}{4(\pi - \frac{1}{4})}$ (C*) $-\frac{r}{4(\pi - \frac{1}{2})}$ (D) $-\frac{3r}{4(\pi - \frac{1}{4})}$

Sol. This disc can be assumed to be made of a complete uniform disc and a square plate with same negative mass density.

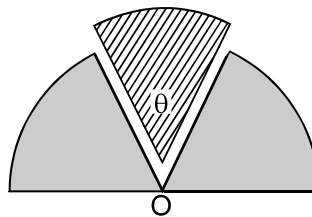
इस चकती को, एक समान घनत्व वाली पूरी चकती तथा समान ऋणात्मक द्रव्यमान घनत्व वाली वर्गाकार प्लेट के संयोजन से बनी हुई मान सकते हैं।

$$Y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{(\pi r^2) \sigma (0) + \ell^2 (-\sigma) (r/2)}{\pi r^2 \sigma + \ell^2 (-\sigma)}$$

$$= \frac{-\ell^2 r}{2(\pi r^2 - \ell^2)} = \frac{-\frac{r^3}{2}}{2(\pi r^2 - \frac{r^2}{2})} = \frac{-r}{4\left(\pi - \frac{1}{2}\right)}$$

6. A segment of angle θ is cut from a half disc symmetrically as shown. If the centre of mass of the remaining part is at a distance 'a' from O and the centre of mass of the original disc was at distance d then it can be definitely said that :

एक θ कोण का भाग अर्द्धवृत्ताकार चकती से चित्रानुसार काटा जाता है। यदि बचे हुए भाग का द्रव्यमान केन्द्र O बिन्दु से 'a' दूरी पर हो तथा प्रारम्भ में अर्द्धवृत्ताकार चकती का द्रव्यमान केन्द्र O से d दूरी पर हो तो हम निश्चित रूप से कह सकते हैं कि :



- (A) $a = d$ (B) $a > d$ (C*) $a < d$
 (D) A,B,C depends on the angle of segment cut from disc.
 A,B,C भाग के कोण पर निर्भर करेंगे।

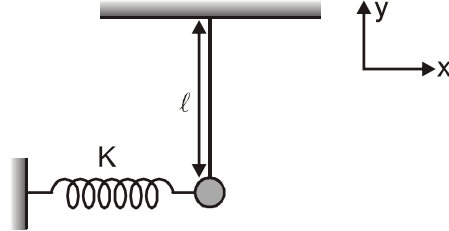
Sol. Removed part has more mass near its circumference (away from O). So after its removal centre of mass should move nearer to O.

i.e. $a < d$

हटाया हुआ भाग इसकी परिधि के पास O से दूर ज्यादा द्रव्यमान रखता है इस लिए इसके हटाये जाने के बाद द्रव्यमान केन्द्र O के पास गति करता है।

i.e. $a < d$

7. A small metal bob is suspended from a rigid support by means of an insulating string. The bob is connected to a non-conducting and initially undeformed spring, and in a region of uniform electric field $\vec{E} = E_0 \hat{i}$. Then for a small charge $+q$ on the bob, the elongation in the spring in equilibrium is (Assume spring remains horizontal)
- एक छोटा धातु का गोलक कुचालक डोरी की सहायता से एक दृढ़ आधार से लटका हुआ है। गोलक अचालक तथा प्रारम्भ में अविकृत स्प्रिंग से जुड़ा हुआ है तथा एक समान विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = E_0 \hat{i}$ में स्थित है तो गोलक पर अल्प आवेश $+q$ के लिए साम्यवस्था में स्प्रिंग में खिंचाव होगा। (स्प्रिंग को क्षैतिज मानिये।)



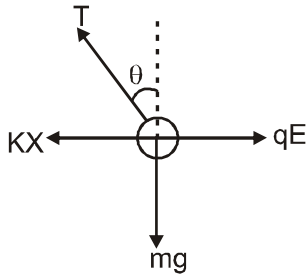
(A*) $\frac{qE}{\frac{mg}{\ell} + k}$

(B) $\frac{qE}{\frac{mg}{\ell} - k}$

(C) $\frac{qE}{mg} \ell$

(D) $\frac{qE}{k}$

Sol.



$T \cos \theta = mg$ (i)

$Kx + T \sin \theta = qE$ (ii)

$Kx + \left(\frac{mg}{\cos \theta} \right) \sin \theta = qE$

$x = \left(\frac{qE}{k + \frac{mg}{\ell}} \right)$

8. Consider the interference pattern on a screen in youngs double slit experiment. In the vicinity of the geometrical centre O of the system on the screen
- एक यंग द्वि-स्लिट प्रयोग में पर्दे पर व्यक्तिकरण प्रतिरूप प्राप्त होता है। पर्दे पर निकाय के ज्यामितीय केन्द्र के क्षेत्र में :
- (A) the intensity of light is directly proportional to the distance from O
- (B) the distance between two points where the intensity is same is equal to fringe width.
- (C) the distance between two points where the intensity is same is equal to half of fringe width.
- (D*) the fringe pattern will not shift if the plane of the slits is rotated by small angle in its own plane keeping the mid point of the line joining the slits fixed.
- (A) प्रकाश की तीव्रता O से दूरी के समानुपाती होती है।
- (B) समान तीव्रताओं वाले दो बिन्दुओं के बीच की दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई के बराबर होती है।
- (C) समान तीव्रताओं वाले दो बिन्दुओं के बीच की दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई की आधी होती है।
- (D*) फ्रिन्ज प्रतिरूप विस्थापित नहीं होगा यदि स्लिटों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु को स्थिर रखते हुये स्लिटों के तल को अल्प कोण से घुमा दिया जाये।

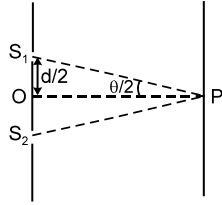
Sol. Fringe pattern will rotate. There will no shift in pattern.

9. Let S_1 and S_2 be the two slits in Young's double slit experiment. If central maxima is observed at P and angle $\angle S_1PS_2 = \theta$, then the fringe width for the light of wavelength λ will be. (Assume θ to be a small angle)

S_1 व S_2 यंग द्विस्लिट प्रयोग में दो स्लिट (छिद्र) हैं। यदि केन्द्रीय उच्चिष्ठ P पर प्रतीत होता है तथा कोण $\angle S_1PS_2 = \theta$ है तो तरंगदैर्घ्य λ के लिए फ्रिन्ज चौड़ाई होगी – (माना कि θ बहुत कम है) :

- (A*) λ/θ (B) $\lambda\theta$ (C) $2\lambda/\theta$ (D) $\lambda/2\theta$

Sol. In ΔS_1PO :



$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{d/2}{D}$$

As $D \gg d$

$\therefore \theta$ is very small. θ बहुत अल्प है।

$$\Rightarrow \tan \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{d}{2D}$$

$$\Rightarrow \frac{D}{d} = \frac{1}{\theta} \Rightarrow \text{Fringe width फ्रिन्ज चौड़ाई} = \frac{\lambda D}{d} = \frac{\lambda}{\theta} \quad \text{Ans.}$$

10. In a YDSE both slits produce equal intensities on the screen. A 100 % transparent thin film is placed in front of one of the slits. Now the intensity of the geometrical centre of system on the screen becomes 75 % of the previous intensity. The wavelength of the light is 6000\AA and $\mu_{\text{film}} = 1.5$. The thickness of the film **cannot be**:

यंग द्वि-स्लिट प्रयोग में दोनों स्लिट पर्दे पर समान तीव्रता उत्पन्न करती है। एक 100 % पारगम्य पतली फिल्म को स्लिटों में से एक के सामने रखा जाता है। अब पर्दे पर ज्यामितीय द्रव्यमान केन्द्र की तीव्रता पहले की 75 % हो जाती है। प्रकाश की तरंग दैर्घ्य 6000\AA है तथा $\mu_{\text{फिल्म}} = 1.5$ । फिल्म की कौन सी मोटाई **नहीं हो सकती** है –

- (A) $0.2 \mu\text{m}$ (B) $1.0 \mu\text{m}$ (C) $1.4 \mu\text{m}$ (D*) $1.6 \mu\text{m}$

Sol. $I = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos\phi$

$$I_{\text{max}} = (\sqrt{I_0} + \sqrt{I_0})^2 = 4I_0$$

$$I = 0.75 I_{\text{max}} = 3I_0$$

$$\text{so (इसलिये)} \quad 3I_0 = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos\phi$$

$$\cos\phi = \frac{1}{2}$$

$$\phi = \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3}, 2\pi + \frac{\pi}{3}, 4\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\phi = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \dots$$

$$\text{path difference (पथान्तर)} \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \phi = (\mu - 1) t$$

$$t = \frac{0.6}{\pi} \times \phi \mu\text{m}$$

$$= 0.2 \mu\text{m}, 1.0 \mu\text{m}, 1.4 \mu\text{m}, 2.2 \mu\text{m}, \dots$$

COMPREHENSION :

ELECTROMAGNETIC WAVES

Sources of electromagnetic waves

It is an important result of Maxwell's theory that accelerated charges radiate electromagnetic waves. The proof of this basic result is beyond the scope of this book, but we can accept it on the basis of rough qualitative reasoning. Consider a charge oscillating with some frequency. (An oscillating charge is an example of accelerating charge.) This produces an oscillating electric field in space, which produces an oscillating magnetic field, which in turn, is a source of oscillating electric field, and so on. The oscillating electric and magnetic fields thus regenerate each other as the waves propagate through the space. The frequency of electromagnetic wave naturally equals the frequency of oscillation of the charge. The energy associated with the propagating wave comes at the expense of the energy of the source-the accelerated charge.

It can be shown from Maxwell's equations that electric and magnetic field in an electromagnetic wave are perpendicular to each other and to the direction of propagation.

In Fig 4, we show a typical example of a plane electromagnetic wave propagating along the z direction (the fields are shown as a function of the z coordinate, at a given time t). The electric field E_x is along the x-axis, and varies sinusoidally with z, at a given time. The magnetic field B_y is along the y-axis and again varies sinusoidally with z. The electric and magnetic fields E_x and B_y are perpendicular to each other, and to the direction z of propagation. We can write E_x and B_y as follows :

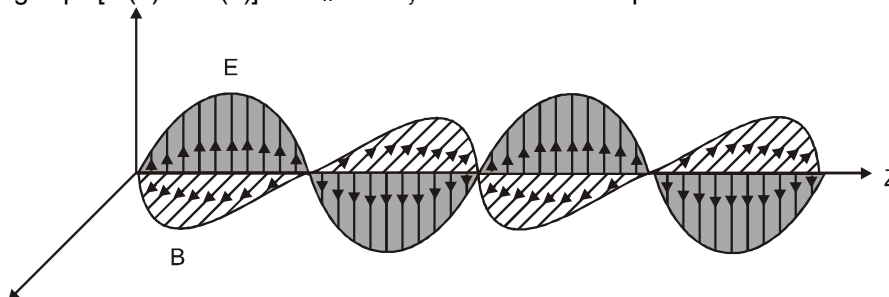
$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t) \quad \dots\dots\dots \text{Eq. 7(a)}$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t) \quad \dots\dots\dots \text{Eq. 7(b)}$$

Here k is related to the wave length λ of the wave by the usual equation

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \dots\dots\dots \text{Eq. 8}$$

and ω is the angular frequency. k is the magnitude of the wave vector (or propagation vector) k and its direction describes the direction of propagation of the wave. The speed of propagation of the wave is (ω/k) . Using Eqs. [7 (a) and (b)] for E_x and B_y and Maxwell's equation we find that



$$\omega = cK, \text{ where, } c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad \dots\dots\dots \text{Eq.9 (a)}$$

The relation $\omega = cK$ is the standard one for waves. This relation is often written in terms of frequency.

ν ($=\omega/2\pi$) and wavelength. λ ($=2\pi/k$) as

$$2\pi\nu = c \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \text{ or}$$

$$\nu\lambda = c \quad \dots\dots\dots \text{Eq. 9(b)}$$

It is also seen from Maxwell's equations that the magnitude of the electric and the magnetic fields in an electromagnetic wave are related as $B_0 = E_0 / c$.

The properties of electromagnetic waves can be summarized as follows :

1. These waves do not require any material medium to propagate.
2. **These are produced by accelerating charges**
3. **These waves consist of time varying electric field and magnetic field.**

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t)$$

4. The frequency of an electromagnetic wave is equal to the frequency of oscillations of electric field and magnetic field. The frequency $f = \frac{\omega}{2\pi}$
5. Electric field and magnetic field associated with an EM wave are always perpendicular to each other.
6. Electric field and magnetic field associated with an EM wave are also in same phase. The ratio of $|\vec{E}|$ and $|\vec{B}|$ is equal to c .
7. The direction of propagation of EM wave is perpendicular to electric field and magnetic field. The direction of propagation is in the direction of $\vec{E} \times \vec{B}$.
8. In vacuum EM waves propagate with speed equal to 3×10^8 m/s, it is represented by the symbol c . c is also equal to $1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.
9. In other medium EM wave propagate with a speed $= \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$.

वैद्युतचुम्बकीय तरंगें (ELECTROMAGNETIC WAVES)

तरंगों के स्रोत (Source of electromagnetic waves)

वैद्युतचुम्बकीय (electromagnetic, संक्षेप में em) तरंगें उत्पन्न कैसे होती हैं ? न तो स्थिर आवेश, न ही एकसमान गति से चलते हुए आवेश (स्थिर धारा), वैद्युतचुम्बकीय तरंगों के स्रोत हो सकते हैं। क्योंकि, स्थिर आवेश तो केवल स्थिरवैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। जबकि गतिमान आवेश चुम्बकीय क्षेत्र भी उत्पन्न करते हैं पर वह समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है। मैक्सवेल के सिद्धांत की यह एक महत्वपूर्ण निष्पत्ति है कि त्वरित आवेश वैद्युतचुम्बकीय तरंगें विकिरित करते हैं। इस मौलिक निष्पत्ति का प्रमाण यहाँ के विस्तार क्षेत्र से परे हैं, परंतु हम इसको एक अपरिष्कृत, गुणात्मक विवेचन के आधार पर स्वीकार कर सकते हैं। मान लीजिए कि एक आवेश है जो किसी निश्चित आवृत्ति से दोलन कर रहा है (कोई दोलन करता हुआ आवेश भी एक त्वरित आवेश का उदाहरण है)। यह उस क्षेत्र में एक दोलित विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जो पुनः एक दोलित चुम्बकीय क्षेत्र को जन्म देता है, जो पुनः एक दोलित विद्युत क्षेत्र की उत्पत्ति का कारण बनता है और यह प्रक्रिया चलती रहती है। अतः दोलित विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र एक दूसरे को संपोषित करते हैं या कहें कि तरंग गमन करती है। स्वाभाविक रूप से वैद्युतचुम्बकीय तरंगों की आवृत्ति, आवेश के दोलनों की आवृत्ति के बराबर होती है। गमनकारी तरंगों से जुड़ी ऊर्जा, स्रोत अर्थात् त्वरित आवेश की ऊर्जा से ही प्राप्त होती है। पूर्वोक्त चर्चा के आधार पर हो सकता है कि इस प्रागुक्ति का परीक्षण कि प्रकाश विद्युत चुम्बकीय तरंग है, सहज हो सकता है। हम विचार कर सकते हैं कि दृश्य प्रकाश (माना कि पीला) उत्पन्न करने के लिए हमें बस एक आवेश को उस प्रकाश की आवृत्ति से दोलन कराने के लिए एक ac परिपथ की आवश्यकता है। लेकिन अफसोस की बात यह है कि ऐसा संभव नहीं है। पीले प्रकाश की आवृत्ति लगभग 6×10^{14} Hz है जबकि अत्यधिक आधुनिक इलेक्ट्रॉनिक परिपथों से भी जो अधिकतम आवृत्ति हम प्राप्त कर पाते हैं वह लगभग 10^{11} Hz होती है। यही कारण है कि जब वैद्युत चुम्बकीय तरंगों का प्रयोगिक प्रदर्शन हुआ तो वह निम्न आवृत्ति की तरंगों (रेडियो तरंगों के परिसर में) के लिए ही हुआ, जैसा कि हर्ट्ज के प्रयोग (1887) के प्रकरण में देख सकते हैं। मैक्सवेल के सिद्धांत के परीक्षण के लिए किए गए हर्ट्ज के सफल प्रयोग ने सनसनी फैला दी तथा ये प्रयोग इस क्षेत्र में अन्य महत्वपूर्ण कार्यों के लिए प्रेरणा का आधार बने।

वैद्युतचुम्बकीय तरंगों की प्रकृति (Nature of electromagnetic wave)

मैक्सवेल के समीकरणों के आधार पर यह दर्शाया जा सकता है कि किसी वैद्युतचुम्बकीय तरंग में विद्युतीय एवं चुम्बकीय क्षेत्र एक दूसरे के लंबवत होते हैं और इसके गमन की दिशा के भी। विस्थापन धारा पर दिए गए विवेचन के आधार पर भी यह तर्कसंगत प्रतीत होता है। चित्र 2 पर विचार कीजिए। संधारित्र में प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र प्लेटों के लंबवत है। विस्थापन धारा के द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र संधारित्र की प्लेटों के समांतर वृत्त के अनुदिश है। अतः इस स्थिति में \vec{B} एवं \vec{E} परस्पर लंबवत हैं। यह एक सामान्य लक्षण है।

चित्र 4 में हमने Z दिशा में गमन करती हुई एक समतल वैद्युतचुम्बकीय तरंग का प्रारूपिक उदाहरण प्रदर्शित किया है (किसी क्षण t पर, क्षेत्रों को Z निर्देशांक के फलन के रूप में दर्शाया गया है)। विद्युत क्षेत्र E_x , x-अक्ष के अनुदिश है और किसी क्षण t पर Z के साथ ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तित होता है। चुम्बकीय क्षेत्र B_y , y-अक्ष के अनुदिश है और यह भी Z के साथ ज्यावक्रीय रूप में परिवर्तित होता है। विद्युत क्षेत्र E_x एवं चुम्बकीय क्षेत्र B_y एक दूसरे के लंबवत हैं एवं गमन दिशा, Z के भी लंबवत है। E_x एवं B_y को हम निम्नवत लिख सकते हैं :

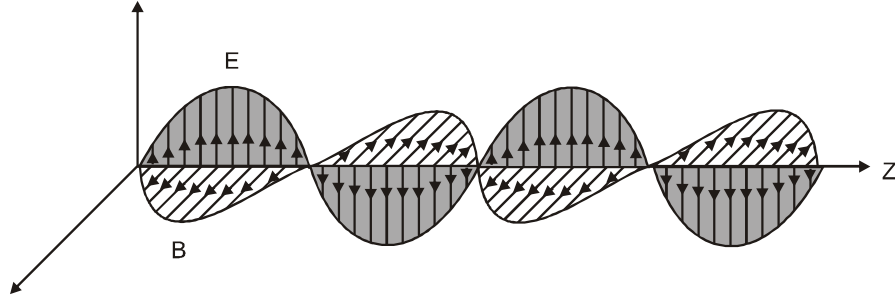
$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t) \quad \dots\dots\dots 7(a)$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t) \quad \dots\dots\dots 7(b)$$

यहाँ k एवं तरंग की तरंगदैर्घ्य λ निम्नलिखित सामान्य संबंध है

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \dots\dots\dots (8)$$

तथा यहाँ ω कोणीय आवृत्ति है, k तरंग सदिश (या गमन सदिश) k का परिमाण है। k की दिशा तरंग के गमन की दिशा निर्दिष्ट करती है। तरंग की गमन चाल (ω/k) है। E_x एवं B_y के लिए समीकरणों [7 (a) एवं (b)] तथा मैक्सवेल के समीकरणों का उपयोग करके आप निम्न परिणाम पर पहुँच सकते हैं—



$$\omega = cK, \text{ यहाँ, } c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad \dots\dots\dots 9(a)$$

समीकरण $\omega = cK$ सभी तरंगों के लिए प्रामाणिक संबंध है। प्रायः इस संबंध को आवृत्ति, $\nu (= \omega / 2\pi)$ एवं तरंगदैर्घ्य $\lambda (= 2\pi / k)$ के पदों में इस रूप में लिखा जाता है —

$$2\pi\nu = c \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \text{ अथवा}$$

$$\nu\lambda = c \quad \dots\dots\dots 9(b)$$

मैक्सवेल के समीकरणों के आधार पर इस निष्कर्ष पर भी पहुँचा जा सकता है कि किसी वैद्युतचुंबकीय तरंग में विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र परस्पर निम्नलिखित समीकरण द्वारा संबंधित हैं $B_0 = E_0/c$

विद्युत चुंबकीय तरंगों के गुण:

1. इनके संचरण के लिये माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है।
2. यह त्वरित आवेशों के कारण उत्पन्न होती है।
3. इन तरंगों में परिवर्ती विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र उपस्थित होता है।

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t)$$
4. विद्युत चुंबकीय तरंगों की आवृत्ति, विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र के दोलन की आवृत्ति के समान होती है। आवृत्ति $f = \frac{\omega}{2\pi}$
5. विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र से सम्बंधित विद्युत चुंबकीय तरंग दोनों के लम्बवत् होती है।
6. विद्युत चुंबकीय तरंग से सम्बंधित विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र समान कला में होते हैं तथा $|\vec{E}|$ एवं $|\vec{B}|$ का अनुपात c के बराबर होता है।
7. विद्युत चुंबकीय तरंग की संचरण दिशा विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र के लम्बवत् होती है। अर्थात् संचरण दिशा $\vec{E} \times \vec{B}$ की दिशा में होती है।
8. निर्वात में विद्युत चुंबकीय तरंगें प्रकाश की चाल $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ से गमन करती हैं, इसको $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ द्वारा भी प्रदर्शित किया जाता है।
9. अन्य माध्यम में विद्युत चुंबकीय तरंगों की चाल $= \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$.

On the basis of above information answer following questions :

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों का उत्तर दो :

11. A plane electromagnetic wave of frequency 25 MHz travels in free space along the x-direction. At a particular point in space and time, $E = 6.3 \hat{j}$ V/m. What is B at this point ?

Solution : Using Eq. (8.10), the magnitude of B is

$$B = \frac{E}{c} = \frac{6.3 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ T}$$

To find the direction, we note that E is along y-direction and the wave propagate along x-axis. Therefore, **B** should be in a direction perpendicular to both x- and y-axes. Using vector algebra,

$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ should be along x-direction. Since, $(+\hat{j}) \times (+\hat{k}) = \hat{i}$, B is along the z-direction

Thus, $\mathbf{B} = 2.1 \times 10^{-8} \hat{k} \text{ T}$

Hindi. 25 MHz आवृत्ति की एक समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग निर्वात में x-दिशा के अनुदिश गतिमान है। दिक्काल (space) में किसी विशिष्ट बिंदु पर इसका $E = 6.3 \hat{j}$ V/m हैं इस बिन्दु पर B का मान क्या है ?

Solution : B एवं E के परिमाण एक दूसरे से निम्नलिखित समीकरण द्वारा संबंधित हैं।

$$B = \frac{E}{c} = \frac{6.3 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ T}$$

इसकी दिशा के संबंध में हम जानते हैं कि **E**, y-दिशा के अनुदिश है और तरंग x-दिशा के अनुदिश गमन कर रही है। अतः **B** x- व y-अक्षों दोनों के लंबवत दिशा में होना चाहिए। सदिश बीजगणित का उपयोग करने पर, $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ को x-दिशा में होना चाहिए। चूंकि $(+\hat{j}) \times (+\hat{k}) = \hat{i}$, B z-दिशा के अनुदिश है।

अतः $\mathbf{B} = 2.1 \times 10^{-8} \hat{k} \text{ T}$

12. The magnetic field in a plane electromagnetic wave is given by

$$B_y = 2 \times 10^{-7} \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ T.}$$

- (a) What is the wavelength and frequency of the wave ?
(b) Write an expression for the electric field.

Solution : (a) Comparing the given equation with $B_y = B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) \right]$

$$\text{we get, } \lambda = \frac{2\pi}{0.5 \times 10^3} \text{ m} = 1.26 \text{ cm, and } \frac{1}{T} = \nu = (1.5 \times 10^{11}) / 2\pi = 23.9 \text{ GHz}$$

$$(b) E_0 = B_0 c = 2 \times 10^{-7} \text{ T} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 60 \text{ V/m}$$

The electric field component is perpendicular to the direction of propagation and the direction of magnetic field. Therefore, the electric field component along the z-axis is obtained as

$$E_z = 60 \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ V/m}$$

Hindi किसी समतल वैद्युतचुंबकीय तरंग में चुंबकीय क्षेत्र $B_y = 2 \times 10^{-7} \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ T}$ है

- (a) तरंग की आवृत्ति तथा तरंगदैर्घ्य क्या है ?
(b) विलगुत क्षेत्र के लिए व्यंजक लिखिए।

Solution (a) दिय गए समीकरण की निम्न समीकरण $B_y = B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) \right]$ से तुलना करने पर

$$\lambda = \frac{2\pi}{0.5 \times 10^3} \text{ m} = 1.26 \text{ cm,}$$

$$\text{तथा } \frac{1}{T} = \nu = (1.5 \times 10^{11}) / 2\pi = 23.9 \text{ GHz}$$

$$(b) E_0 = B_0 c = 2 \times 10^{-7} \text{ T} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 6 \times 10^1 \text{ V/m}$$

विद्युत क्षेत्र घटक तरंग की गमन दिशा एवं चुंबकीय क्षेत्र की दिशा के लंबवत होता है। अतः विद्युत क्षेत्र घटक Z-अक्ष के अनुदिश निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त होगा

$$E_z = 60 \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ V/m}$$

13. An electromagnetic wave travelling in the x-direction has frequency of 2×10^{14} Hz and electric field amplitude of 27 Vm^{-1} . From the options given below, which one describes the magnetic field for this wave ?

(A) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{j}$
 $\sin[1.5 \times 10^{-6}x - 2 \times 10^{14}t]$

(B) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{i}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-8}x - 2 \times 10^{14}t)]$

(C) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{k}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-6}x - 2 \times 10^{14}t)]$

(D) $\vec{B}(x, t) = (3 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{j}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-8}x - 2 \times 10^{14}t)]$

Ans. (C)

Sol. $\omega = 2\pi \times 2 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$B_0 = \frac{E_0}{C} = \frac{27}{3 \times 10^8} = 9 \times 10^{-8} \text{ Tesla}$$

Oscillation of B can be only along \hat{j} or \hat{k} direction.

\therefore Option (C)

Hindi 2×10^{14} हर्ट्ज आवृत्ति तथा 27 Vm^{-1} के वैद्युत क्षेत्र के आयाम वाली एक वैद्युत चुम्बकीय तरंग x-दिशा में संचरित है। नीचे दिए गए विकल्पों में से कौनसा एक विकल्प इस तरंग हेतु चुम्बकीय क्षेत्र को दर्शाता है।

(A) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{j}$
 $\sin[1.5 \times 10^{-6}x - 2 \times 10^{14}t]$

(B) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{i}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-8}x - 2 \times 10^{14}t)]$

(C) $\vec{B}(x, t) = (9 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{k}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-6}x - 2 \times 10^{14}t)]$

(D) $\vec{B}(x, t) = (3 \times 10^{-8} \text{ T})\hat{j}$
 $\sin[2\pi(1.5 \times 10^{-8}x - 2 \times 10^{14}t)]$

Ans. (C)

Sol. $\omega = 2\pi \times 2 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$B_0 = \frac{E_0}{C} = \frac{27}{3 \times 10^8} = 9 \times 10^{-8} \text{ Tesla}$$

B के दोलन \hat{j} या \hat{k} दिशा में संभव है।

\therefore विकल्प (C)

14. For plane electromagnetic waves propagating in the z direction, which one of the following combination gives the correct possible direction for \vec{E} and \vec{B} field respectively ?

(A) $(2\hat{i} + 3\hat{j})$ and $(\hat{i} + 2\hat{j})$

(B) $(-2\hat{i} - 3\hat{j})$ and $(3\hat{i} - 2\hat{j})$

(C) $(3\hat{i} + 4\hat{j})$ and $(4\hat{i} - 3\hat{j})$

(D) $(\hat{i} + 2\hat{j})$ and $(2\hat{i} - \hat{j})$

Ans. (B)

Sol. $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0 \quad \therefore [\vec{E} \perp \vec{B}]$

options 2, 3, 4 are possible

$\vec{E} \times \vec{B}$ should be along Z direction

$$(-2\hat{j} - 3\hat{j}) \times (3\hat{i} - 2\hat{j}) = 5\hat{k}$$

\therefore Option (B)

Hindi Z-दिशा में संचरित समतल वैद्युतचुम्बकीय तरंगों हेतु निम्न में से कौनसा समुच्चय क्रमशः \vec{E} तथा \vec{B} हेतु सही संभव दिशा को दर्शाता है।

(A) $(2\hat{i} + 3\hat{j})$ तथा $(\hat{i} + 2\hat{j})$

(B) $(-2\hat{i} - 3\hat{j})$ तथा $(3\hat{i} - 2\hat{j})$

(C) $(3\hat{i} + 4\hat{j})$ तथा $(4\hat{i} - 3\hat{j})$

(D) $(\hat{i} + 2\hat{j})$ तथा $(2\hat{i} - \hat{j})$

Ans. (B)

Sol. $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$
 $\therefore [\vec{E} \perp \vec{B}]$
विकल्प 2, 3, 4 संभव है।
 $\vec{E} \times \vec{B}$, Z अक्ष के अनुदिश होना चाहिए
 $(-2\hat{j} - 3\hat{j}) \times (3\hat{i} - 2\hat{j}) = 5\hat{k}$
 \therefore विकल्प (B)

15. If an electromagnetic wave propagating through vacuum is described by
यदि निर्वात से संचरित वैद्युतचुंबकीय तरंग
 $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$; $B = B_0 \sin(kx - \omega t)$, है। तब
(A*) $E_0 k = B_0 \omega$ (B) $E_0 B_0 = \omega k$ (C) $E_0 \omega = B_0 k$ (D) $E_0 B_0 = \omega / k$

16. The electric field part of an electromagnetic wave in a medium is represented by
 $E_x = 0$;

$$E_y = 2.5 \frac{N}{C} \cos \left[\left(2\pi \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) t - \left(\pi \times 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{m}} \right) x \right]$$

$E_z = 0$. The wave is :

- (A) moving along y direction with frequency $2\pi \times 10^6$ Hz and wavelength 200 m.
(B) moving along x direction with frequency 10^6 Hz and wavelength 100m
(C*) moving along x direction with frequency 10^6 Hz and wavelength 200m
(D) moving along -x direction with frequency 10^6 Hz and wavelength 200m

एक माध्यम में एक विद्युत चुम्बकीय तरंग का वैद्युत क्षेत्र प्रदर्शित है

$E_x = 0$;

$$E_y = 2.5 \frac{N}{C} \cos \left[\left(2\pi \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) t - \left(\pi \times 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{m}} \right) x \right]$$

$E_z = 0$. तब :

- (A) तरंग 200 मी तरंगदैर्घ्य तथा $2\pi \times 10^6$ हर्ट्ज आवृत्ति के साथ y दिशा के अनुदिश गतिमान है
(B) तरंग 100 मी तरंगदैर्घ्य तथा 10^6 हर्ट्ज आवृत्ति के साथ x दिशा के अनुदिश गतिमान है
(C) तरंग 200मी तरंगदैर्घ्य तथा 10^6 हर्ट्ज आवृत्ति के साथ x दिशा के अनुदिश गतिमान है
(D) तरंग 200मी तरंगदैर्घ्य तथा 10^6 हर्ट्ज आवृत्ति के साथ -x दिशा के अनुदिश गतिमान है

Sol. Comparing the given equation

दिये हुए समीकरणों की तुलना करने पर

$$E_y = 2.5 \frac{N}{C} \cos \left[\left(2\pi \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right) t - \left(\pi \times 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right) x \right]$$

With the standard equation

व्यापक समीकरण

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

we get प्राप्त होता है।

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^6$$

$$\therefore f = 10^6 \text{ Hz}$$

Moreover, we know that हम जानते हैं कि

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k = \pi \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

$$\Rightarrow \lambda = 200 \text{ m}$$

17. The electric field of an electromagnetic wave in free space is given by $\vec{E} = 10\cos(10^7t + kx)\hat{j}$ V/m, where t and x are in seconds and metres respectively. It can be inferred that
 (i) the wavelength λ is 188.4 m. (ii) the wave number k is 0.33 rad/m
 (iii) the wave amplitude is 10 V/m (iv) the wave is propagating along $+x$ direction
 Which one of the following pairs of statements is correct ?
 (A) (iii) and (iv) (B) (i) and (ii)
 (C) (ii) and (iii) (D*) (i) and (iii)

वैद्युत चुम्बकीय तरंग का वैद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 10\cos(10^7t + kx)\hat{j}$ वोल्ट/मी, द्वारा दिया गया है, जहाँ t और x क्रमशः सेकण्ड तथा मीटर में हैं, परिणाम हो सकते हैं

- (i) तरंगदैर्घ्य $\lambda = 188.4$ m. (ii) तरंग संख्या $k = 0.33$ रेडियन/मी
 (iii) तरंग आयाम = 10 वोल्ट/मी (iv) तरंग $+x$ अक्ष के अनुदिश प्रसारित होती है
 उपरोक्त कथनों में कौन-से कथन सत्य हैं ?
 (A) (iii) और (iv) (B) (i) और (ii)
 (C) (ii) और (iii) (D*) (i) और (iii)

Sol. As given दिया हुआ है $E = 10\cos(10^7t + kx)$
 Comparing it with standard equation of e.m. wave,
 व्यापक समीकरण से तुलना करने पर

$$E = E_0\cos(\omega t + kx)$$

$$\text{Amplitude (आयाम)} E_0 = 10\text{V/m and } \omega = 10^7 \text{ rad/s}$$

$$\therefore c = v\lambda = \frac{\omega\lambda}{2\pi} \quad \text{or या} \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi \times 3 \times 10^8}{10^7} = 188.4 \text{ m}$$

Also अतः

$$c = \frac{\omega}{k} \quad \text{or या} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{10^7}{3 \times 10^8} = 0.033$$

The wave is propagating along $-x$ direction

तरंग $-x$ दिशा के अनुदिश गतिशील है।

18. A light beam travelling in the x -direction is described by the electric field $E_y = (300 \text{ V/m}) \sin\omega(t - x/c)$. An electron is constrained to move along the y -direction with a speed of $2.0 \times 10^7 \text{ m/s}$. The maximum electric force and the maximum magnetic force on the electron are-

धनात्मक x -दिशा में संचरित एक प्रकाश पुंज विद्युत क्षेत्र $E_y = (300 \text{ V/m}) \sin\omega(t - x/c)$ द्वारा दर्शाया जाता है। एक इलेक्ट्रॉन y -दिशा के अनुदिश $2.0 \times 10^7 \text{ m/s}$ की चाल से गति करने के लिए बाधित है। इलेक्ट्रॉन पर कार्यरत अधिकतम विद्युत बल तथा अधिकतम चुम्बकीय बल होगा

- (A) $4.8 \times 10^{-17} \text{ N}$, zero (B) $4.2 \times 10^{-18} \text{ N}$, 1.8×10^{-8}
 (C*) $4.8 \times 10^{-17} \text{ N}$, $3.2 \times 10^{-18} \text{ N}$ (D) zero, zero

Sol.

(C) The maximum electric field is $E_0 = 300 \text{ V/m}$. The maximum magnetic field is along the z -direction. अधिकतम विद्युत क्षेत्र $E_0 = 300 \text{ V/m}$ है। अधिकतम चुम्बकीय क्षेत्र z - दिशा के अनुदिश निम्न है

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{300 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 10^{-6} \text{ T}$$

The maximum electric force on the electron is इलेक्ट्रॉन पर कार्यरत अधिकतम विद्युत बल निम्न है

$$F_e = qE_0 = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (300 \text{ V/m}) = 4.8 \times 10^{-17} \text{ N}.$$

The maximum magnetic force on the electron is इलेक्ट्रॉन पर कार्यरत अधिकतम चुम्बकीय बल निम्न है

$$F_b = |q\vec{v} \times \vec{B}|_{\max} = qvB_0 \\ = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (2.0 \times 10^7 \text{ m/s}) \times (10^{-6} \text{ T}) = 3.2 \times 10^{-18} \text{ N}.$$

19. The magnetic field in a travelling electromagnetic wave has a peak value of 20 nT. The peak value of electric field strength is : [JEE (Main) 2013, 4/120, -1]

एक गतिशील विद्युत चुम्बकीय तरंग में चुम्बकीय क्षेत्र का शीर्ष मान 20 nT है। विद्युत क्षेत्र सामर्थ्य का शीर्ष मान है :

- [JEE (Main) 2013, 4/120, -1]
 (A) 3V/m (B*) 6V/m (C) 9V/m (D) 12 V/m

Sol. $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{C}$

$|\vec{E}| = |\vec{B}| \cdot |\vec{C}| = 20 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8$
 $= 6 \text{ V/m.}$ **Ans (B)**

- 20.** An EM wave from air enters a medium. The electric fields are $\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos \left[2\pi \nu \left(\frac{z}{c} - t \right) \right]$ in air and $\vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos [k(2z - ct)]$ in medium, where the wave number k and frequency ν refer to their values in air. The medium is non-magnetic. If ϵ_{r1} and ϵ_{r2} refer to relative permittivities of air and medium respectively, which of the following options is correct ? **[JEE (Main) 2018; 4/120, -1]**

एक विद्युत चुंबकीय तरंग हवा से किसी माध्यम में प्रवेश करती है। उनके वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos \left[2\pi \nu \left(\frac{z}{c} - t \right) \right]$ हवा में एवं $\vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos [k(2z - ct)]$ माध्यम में हैं, जहाँ संचरण संख्या k तथा आवृत्ति ν के मान हवा में हैं। माध्यम अचुम्बकीय है। यदि ϵ_{r1} तथा ϵ_{r2} क्रमशः हवा एवं माध्यम की सापेक्ष विद्युतशीलता हो तो निम्न में से कौन सा विकल्प सत्य होगा?

(A*) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{4}$

(B) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{2}$

(C) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 4$

(D) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 2$

Ans. (A)

Sol. C = Speed in air वायु में चाल

V = Speed in medium माध्यम में चाल

$\frac{V}{C} = \frac{1}{2}$

$\mu_{r2} = 1$ (Non-magnetic) (अचुम्बकीय)

$\frac{V}{C} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{4}$

DPP No. : C14 (JEE-Advanced)
Total Marks : 33
Comprehension ('-1' negative marking) Q.1 to Q.11
Max. Time : 22 min.
(3 marks 2 min.)
[33, 22]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C14

- | | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---------|---------|
| 1. $1.2 \times 10^{-6} \text{ N}$ | 2. $E_{\text{rms}} = 2.9 \text{ V/m}$, $B_{\text{rms}} = 9.6 \times 10^{-9} \text{ T}$ | 3. (A) | 4. (C) | 5. (B) |
| 6. (C) | 7. (B) | 8. $B = 0.74 \times 10^{-3} \text{ T}$ | 9. (B) | 10. (A) |
| | | | 11. (B) | |

COMPREHENSION :

Electromagnetic waves carry energy and momentum. In a region of free space with electric field E , there is an energy density ($\epsilon_0 E^2/2$). Similarly, as seen associated with a magnetic field B is a magnetic energy density ($B^2/2\mu_0$). As electromagnetic wave contains both electric and magnetic fields, there is a non-zero energy density associated with it. Since it carries momentum, an electromagnetic wave also exerts pressure called radiation pressure. If the total energy transferred to a surface in time t is U . It can be shown that the magnitude of the total momentum delivered to this surface (for complete absorption) is,

$$p = \frac{U}{c}$$

Light carries energy from the sun to the earth, thus making life possible on the earth.

क्या अन्य तरंगों की तरह वैद्युतचुंबकीय तरंगें भी ऊर्जा एवं संवेग वहन करती हैं ? जी हाँ, वे ऊर्जा एवं संवेग वहन करती हैं। किसी मुक्त या निर्वात क्षेत्र में यदि विद्युत क्षेत्र E विद्यमान होता है तो उस क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व ($\epsilon_0 E^2/2$) होता है। इसी प्रकार चुंबकीय क्षेत्र B से संबंधित चुंबकीय ऊर्जा घनत्व ($B^2/2\mu_0$) होता है। क्योंकि वैद्युतचुंबकीय तरंग में वैद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र दोनों ही होते हैं इसके साथ एक शून्यतर ऊर्जा घनत्व जुड़ा होता है। अब मान लीजिए कि वैद्युतचुंबकीय तरंग की गमन दिशा के लंबवत कोई तल है। (चित्र 4)। यदि इस तल में कोई वैद्युत आवेश होंगे तो वे वैद्युतचुंबकीय तरंगों के विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों के कारण गाति में आकर उस गत्यावस्था में बने रहेंगे। इस प्रकार वह आवेश तरंगों से ऊर्जा एवं संवेग प्राप्त करते हैं। इससे यही तथ्य स्पष्ट होता है कि (अन्य तरंगों की भाँति) वैद्युतचुंबकीय तरंगें भी ऊर्जा एवं संवेग वहन करती हैं। चूँकि यह संवेग वहन करती हैं इसलिए एक वैद्युतचुंबकीय तरंग दाब डालती है जिसे विकिरण दाब कहते हैं।

यदि t समय में किसी सतह पर स्थानांतरित कुल ऊर्जा U हो तो यह दर्शाया जा सकता है कि इस सतह को प्रदान किया गया कुल संवेग (यह

मानते हुए कि सतह द्वारा कुल ऊर्जा अवशोषित की गई है) होगा, $p = \frac{U}{c}$ (11)

प्रकाश के रूप में सूर्य से ऊर्जा पृथ्वी तक पहुँचती है जिसके कारण पृथ्वी पर जीवन संभव हुआ है।

1. Light with an energy flux of 18 W/cm^2 falls on a nonreflecting surface at normal incidence. If the surface has an area of 20 cm^2 , find the average force exerted on the surface during a 30 minute time span.
 18 W/cm^2 के ऊर्जा फ्लक्स का प्रकाश किसी अपरारतक सतह पर अभिलंबवत आपतित होता है। यदि सतह का क्षेत्रफल 20 cm^2 हो तो 30 मिनट की समयावधि में सतह पर लगने वाले औसत बल का परिकलन कीजिए।

Solution :

The total energy falling on the surface is

$$U = (18 \text{ W/cm}^2) \times (20 \text{ cm}^2) \times (30 \times 60) = 6.48 \times 10^5 \text{ J}$$

Therefore, the total momentum delivered (for complete absorption) is

$$p = \frac{U}{c} = \frac{6.48 \times 10^5 \text{ J}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.16 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

The average force exerted on the surface is

$$F = \frac{p}{t} = \frac{2.16 \times 10^{-3}}{0.18 \times 10^4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ N}$$

Solution

सतह पर पड़ने वाली कुल ऊर्जा $U = (18 \text{ W/cm}^2) \times (20 \text{ cm}^2) \times (30 \times 60) = 6.48 \times 10^5 \text{ J}$

इसलिए, इस सतह का प्रदत्त कुल संवेग (संपूर्ण अवशोषण के लिए) :

$$p = \frac{U}{c} = \frac{6.48 \times 10^5 \text{ J}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.16 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

$$\text{अतः सतह पर लगा औसत बल है, } F = \frac{p}{t} = \frac{2.16 \times 10^{-3}}{0.18 \times 10^4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ N}$$

2. Calculate the electric and magnetic fields produced by the radiation coming from a 100 W bulb at a distance of 3 m. Assume that the efficiency of the bulb is 2.5% and it is a point source.

3m की दूरी पर स्थित किसी 100 W बल्ब से आ रहे विकिरण द्वारा उत्पन्न विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्रों की गणना कीजिए। आप यह जानते हैं कि बल्ब की दक्षता 2.5% है और यह एक बिन्दु स्रोत है।

Solution :

The bulb, as a point source, radiates light in all directions uniformly. At a distance of 3 m, the surface area of the surrounding sphere is

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 113 \text{ m}^2$$

$$\text{The intensity at this distance is } I = \frac{\text{Power}}{\text{Area}} = \frac{100 \text{ W} \times 2.5\%}{113 \text{ m}^2} = 0.022 \text{ W/m}^2$$

Half of this intensity is provided by the electric field and half by the magnetic field.

$$\frac{1}{2}I = \frac{1}{2}(\epsilon_0 E_{\text{rms}}^2 c) = \frac{1}{2}(0.022 \text{ W/m}^2)$$

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{0.022}{(8.85 \times 10^{-12})(3 \times 10^8)}} \text{ V/m} = 2.9 \text{ V/m}$$

The value of E found above is the root mean square value of the electric field. Since the electric field in a light beam is sinusoidal, the peak electric field, E_0 is

$$E_0 = \sqrt{2} E_{\text{rms}} = \sqrt{2} \times 2.9 \text{ V/m} = 4.07 \text{ V/m}$$

$$\text{Electric field strength of light is fairly large } B_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{rms}}}{c} = \frac{2.9 \text{ Vm}^{-1}}{3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}} = 9.6 \times 10^{-9} \text{ T}$$

Again, since the field in the light beam is sinusoidal, the peak magnetic field is $B_0 = B_{\text{rms}} = 1.4 \times 10^{-8} \text{ T}$. Note that although the energy in the magnetic field is equal to the energy in the electric field, the magnetic field strength is evidently very weak.

Solution :

बिन्दु स्रोत के रूप में बल्ब सभी दिशाओं में समान रूप से प्रकाश विकिरित करता है। 3 m की दूरी पर इसको घेरने वाली गोलाकार सतह का क्षेत्रफल $A = 4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 113 \text{ m}^2$

$$\text{अतः इस दूरी पर प्रकाश की तीव्रता } I = \frac{\text{शक्ति}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{100 \text{ W} \times 2.5\%}{113 \text{ m}^2} = 0.022 \text{ W/m}^2$$

इस तीव्रता में आधा योगदान विद्युत क्षेत्र का है और आधा चुंबकीय क्षेत्र का

$$\frac{1}{2}I = \frac{1}{2}(\epsilon_0 E_{\text{rms}}^2 c) = \frac{1}{2}(0.022 \text{ W/m}^2)$$

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{0.022}{(8.85 \times 10^{-12})(3 \times 10^8)}} \text{ V/m} = 2.9 \text{ V/m}$$

विद्युत क्षेत्र E का यह मान वर्ग माध्यम मूल मान है। क्योंकि किसी प्रकाश पुंज में विद्युत क्षेत्र ज्यादातर होता है। E_0 का मान है,

$$E_0 = \sqrt{2} E_{rms} = \sqrt{2} \times 2.9 \text{ V/m} = 4.07 \text{ V/m}$$

इस प्रकार, आप देखते हैं कि प्रकाश का विद्युत क्षेत्र काफी शक्तिशाली है।

अब, हम चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता का परिकलन करें,

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{2.9 \text{ Vm}^{-1}}{3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}} = 9.6 \times 10^{-9} \text{ T}$$

प्रकाश पुंज में क्षेत्र ज्यावक्रीय हैं, शिखर चुंबकीय क्षेत्र, $B_0 = \sqrt{2} B_{rms} = 1.4 \times 10^{-8} \text{ T}$ । ध्यान देने योग्य बात यह है कि यद्यपि चुंबकीय क्षेत्र में ऊर्जा, विद्युत क्षेत्र में ऊर्जा के बराबर है, स्पष्टतः चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता बहुत कम है।

3. Find the energy stored in a 60 cm length of a laser beam operating at 4 mW.

4 mW पर संचालित एक प्रकाश पुंज की 60 cm लम्बाई में संग्रहित ऊर्जा ज्ञात करो।

(A*) $8 \times 10^{-12} \text{ J}$

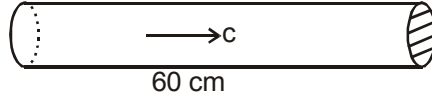
(B) $6 \times 10^{-12} \text{ J}$

(C) $4 \times 10^{-12} \text{ J}$

(D) $7 \times 10^{-12} \text{ J}$

Sol.

(A)



The time taken by the electromagnetic wave to move through a distance of 60 cm is $t = \frac{60 \text{ cm}}{c} = 2 \times 10^{-9} \text{ s}$. The energy contained in the 60 cm length passes through a cross-section of the beam in $2 \times 10^{-9} \text{ s}$. But the energy passing through any cross-section in $2 \times 10^{-9} \text{ s}$ is

विद्युत चुम्बकीय तरंग द्वारा 60 cm की दूरी तय करने में लगा समय $t = \frac{60 \text{ cm}}{c} = 2 \times 10^{-9} \text{ s}$ है। 60 cm लम्बाई में संग्रहित ऊर्जा पुंज के अनुप्रस्थ काट से गुजरने में $2 \times 10^{-9} \text{ s}$ समय लेती है किन्तु $2 \times 10^{-9} \text{ s}$ में किसी अनुप्रस्थ काट से गुजरने वाली ऊर्जा निम्न है

$$U = (4 \text{ mW}) \times (2 \times 10^{-9} \text{ s}) \\ = (4 \times 10^{-3} \text{ J/s}) \times (2 \times 10^{-9} \text{ s}) = 8 \times 10^{-12} \text{ J}.$$

This is the energy contained in 60 cm length.

यह 60 cm लम्बाई में संग्रहित ऊर्जा है।

4. During the propagation of electromagnetic waves in a medium : [JEE (Main) 2014, 4/120, -1]

(A) Electric energy density is double of the magnetic energy density.

(B) Electric energy density is half of the magnetic energy density.

(C*) Electric energy density is equal to the magnetic energy density.

(D) Both electric and magnetic energy densities are zero.

एक माध्यम में विद्युत चुम्बकीय तरंगों के संचरण के दौरान :

[JEE (Main) 2014, 4/120, -1]

(A) विद्युतीय ऊर्जा घनत्व चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व का दुगुना है।

(B) विद्युतीय ऊर्जा घनत्व चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व का आधा है।

(C*) विद्युतीय ऊर्जा घनत्व चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व के बराबर है।

(D) दोनों विद्युतीय एवं चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व शून्य है।

Ans. (C)

Sol. Both the energy densities are equal.

दोनों ऊर्जा घनत्व समान हैं।

5. An electromagnetic wave of frequency 1×10^{14} hertz is propagating along z-axis. The amplitude of electric field is 4V/m. If $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N-m}^2$, then average energy density of electric field will be :

1×10^{14} हर्टज आवृत्ति की एक वैद्युतचुम्बकीय तरंग Z-अक्ष के अनुदिश संचरित है। वैद्युत क्षेत्र का आयाम 4V/m है। यदि $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N-m}^2$ तो वैद्युत क्षेत्र का औसत ऊर्जा घनत्व होगा—

[JEE (MAIN) 2014_ONLINE TEST]

(A) $35.2 \times 10^{-11} \text{ J/m}^3$ (B*) $35.2 \times 10^{-12} \text{ J/m}^3$ (C) $35.2 \times 10^{-13} \text{ J/m}^3$ (D) $35.2 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3$

Sol. $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{rms}^2 = \frac{1}{2} \times 8.8 \times 10^{-12} \times \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = 35.2 \times 10^{-12}$

6. An electromagnetic wave of frequency $n = 3.0 \text{ MHz}$ passes vacuum into a dielectric medium with permittivity $\epsilon = 4.0$, then [AIEEE 2004; 3/225, -1]
 (A) wavelength is doubled and the frequency remains unchanged
 (B) wavelength is doubled and frequency becomes half
 (C*) wavelength is halved and frequency remains unchanged
 (D) wavelength and frequency both remain unchanged
 एक विद्युत चुम्बकीय तरंग की आवृत्ति $n = 3.0 \text{ MHz}$ है, निर्वात से परावैद्युत माध्यम में गुजरती है जिसकी विद्युतशीलता $\epsilon = 4.0$ है, तब [AIEEE 2004; 3/225, -1]

- (A) तरंग दैर्घ्य दुगुनी होगी व आवृत्ति अपरिवर्तित रहेगी
 (B) तरंग दैर्घ्य दुगुनी होगी व आवृत्ति आधी होगी
 (C*) तरंग आधी होगी व आवृत्ति अपरिवर्तित रहेगी
 (D) तरंग दैर्घ्य व आवृत्ति दोनों ही अपरिवर्तित रहेगी।

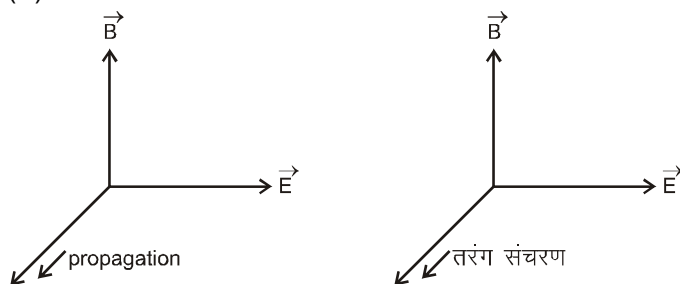
7. An electromagnetic wave in vacuum has the electric and magnetic field \vec{E} and \vec{B} , which are always perpendicular to each other. The direction of polarization is given by \vec{X} and that of wave propagation by \vec{k} . Then

- (A) $\vec{X} \parallel \vec{B}$ and $\vec{k} \parallel \vec{B} \times \vec{E}$ (B*) $\vec{X} \parallel \vec{E}$ and $\vec{k} \parallel \vec{E} \times \vec{B}$ [AIEEE 2012, 4/120, - 1]
 (C) $\vec{X} \parallel \vec{B}$ and $\vec{k} \parallel \vec{E} \times \vec{B}$ (D) $\vec{X} \parallel \vec{E}$ and $\vec{k} \parallel \vec{B} \times \vec{E}$

निर्वात में एक विद्युतचुम्बकीय तरंग में विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र \vec{E} एवं \vec{B} हैं, जो कि हमेशा एक दूसरे के लम्बवत् हैं। ध्रुवण की दिशा \vec{X} से दी जाती है और तरंग संचरण की \vec{k} से। तब [AIEEE 2012, 4/120, - 1]

- (A) $\vec{X} \parallel \vec{B}$ और $\vec{k} \parallel \vec{B} \times \vec{E}$ (B*) $\vec{X} \parallel \vec{E}$ और $\vec{k} \parallel \vec{E} \times \vec{B}$
 (C) $\vec{X} \parallel \vec{B}$ और $\vec{k} \parallel \vec{E} \times \vec{B}$ (D) $\vec{X} \parallel \vec{E}$ और $\vec{k} \parallel \vec{B} \times \vec{E}$

Ans.



Sol.

अनुच्छेद :

DISPLACEMENT CURRENT

We have seen that an electrical current produces a magnetic field around it. Maxwell showed that for logical consistency, a changing electric field must also produce a magnetic field. This effect is of great importance because it explains the existence of radio waves, gamma rays and visible light, as well as all other forms of electromagnetic waves.

To see how a changing electric field gives rise to a magnetic field, let us consider the process of charging of a capacitor and apply Ampere's circuital law given by

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i(t) \quad \dots\dots\dots (A)$$

to find magnetic field at a point outside the capacitor. Figure 1 (a) shows a parallel plate capacitor C which is a part of circuit through which a time-dependent current $i(t)$ flows. Let us find the magnetic field at a point such as P, in a region outside the parallel plate capacitor. For this, we consider a plane circular loop of radius r whose plane is perpendicular to the direction of the current - Carrying wire, and which is centred symmetrically with respect to the wire. From symmetry, the magnetic field is directed along the circumference of the circular loop and is the same in magnitude at all points on the loop so that if B is the magnitude of the field, the left side of equation. (8.1) is $B(2\pi r)$. So we have

$$B(2\pi r) = \mu_0 i(t) \quad \dots\dots\dots (B)$$

Now, consider a different surface, which has the same boundary. This is a pot like surface (Fig.1 (b)) which nowhere touches the current, but has its bottom between the capacitor plates; its mouth is the circular loop mentioned above. Another such surface is shaped like a tiffin box (without the lid) [Fig. 1 (c)]. On applying Ampere's circuital law to such surfaces with the same perimeter, we find that the left hand side of Eq. (A) has not changed but the right hand side is zero and not $\mu_0 i$, since no current passes through the surface of Fig 1 (b) and (c). So we have a contradiction; calculated one way, there is a magnetic field at a point P; calculated another way, the magnetic field at P is zero. Since the contradiction arises from our use of Ampere's circuital law, this law must be missing something. The missing term must be such that one gets the same magnetic field at point P, no matter what surface is used.

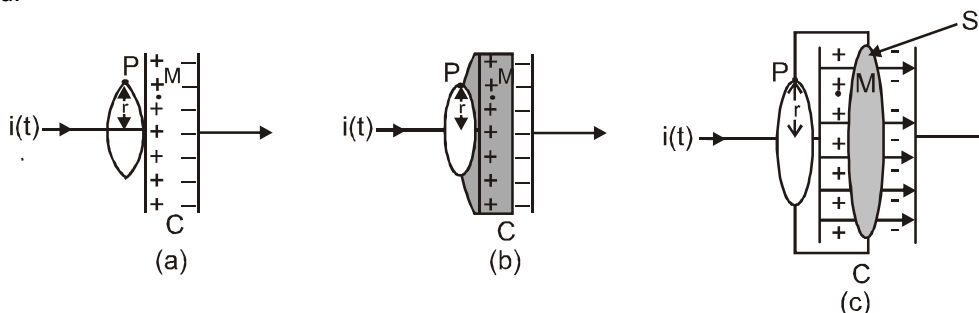


Figure 1

We can actually guess the missing term by looking carefully at Fig. 1 (c). Is there anything passing through the surface S between the plates of the capacitor? Yes, of course, the electric field. If the plates of the capacitor have an area A, and a total charge Q, the magnitude of the electric field \mathbf{E} between the plates is $(Q/A)/\epsilon_0$. The field is perpendicular to the surface S of Fig.1 (c). It has the same magnitude over the area A of the capacitor plates, and vanishes outside it. So what is the electric flux Φ_E through the surface S? Using Gauss's law, it is

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{..... (C)}$$

Now if the charge Q on the capacitor plates changes with time, there is a current $i = (dQ / dt)$, so that using Eq. (C), we have

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt}$$

This implies that for consistency,

$$\epsilon_0 \left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right) = i \quad \text{..... (D)}$$

This is the missing term in Ampere's circuital law. If we generalise this law by adding to the total current carried by conductors through the surface, another term which is ϵ_0 times the rate of change of electric flux through the same surface, the total has the same value of current i for all surfaces. If this is done, there is no contradiction in the value of B obtained anywhere using the generalized Ampere's law. B at the point P is non-zero no matter which surface is used for calculating it. B at a point P outside the plates [Fig.1 (a)] is the same as at a point M just inside, as it should be. The current carried by conductors due to flow of charges is called conduction current. The current, given by Eq. (D), is a new term, and is due to changing electric field (or electric displacement). It is therefore called displacement current or Maxwell's displacement current. Figure 2 shows the electric and magnetic fields inside the parallel plates capacitor discussed above. The generalisation made by Maxwell then is the following.

The source of a magnetic field is not just the conduction electric current due to flowing charges, but also the time rate of change of electric field. More precisely, the total current i is the sum of the conduction current denoted by i_c , and the displacement current denoted by $i_d (= \epsilon_0(d\Phi_E)/dt)$. So we have

$$i = i_e + i_d = i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \dots\dots\dots (5)$$

In explicit terms, this means that outside the capacitor plates, we have only conduction current $i_c = i$, and no displacement current, i.e., $i_d = 0$. On the other hand, inside the capacitor, there is no conduction current, i.e., $i_c = 0$, and there is only displacement current, so that $i_d = i$.

The generalised (and correct) Ampere's circuital law has the same form as Eq. (A), with one difference: "the total current passing through any surface of which the closed loop is the perimeter" is the sum of the conduction current and the displacement current. The generalised law is

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{\ell} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \dots\dots\dots$$

(6)

and is known as Ampere-Maxwell law.

In all respects, the displacement current has the same physical effects as the conduction current. In some cases, for example, steady electric fields in a conducting wire, the displacement current may be zero since the electric field E does not change with time.

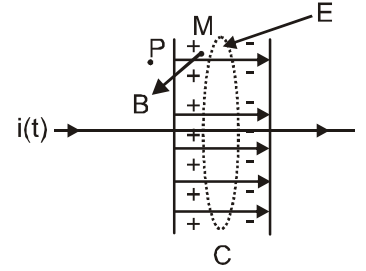


Figure 2 (a)

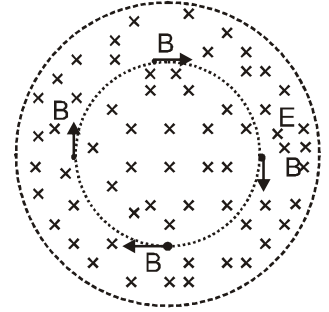


Figure 2(b)

Maxwell's Equations

1. $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q / \epsilon_0$ (Gauss's Law for electricity)

2. $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ (Gauss's Law for magnetism)

3. $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{\ell} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$ (Faraday's Law)

4. $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{\ell} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (Ampere - Maxwell Law)

विस्थापन धारा

विद्युत धारा अपने चारों ओर एक चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। मैक्सवेल ने दर्शाया कि तार्किक संगति के लिए यह आवश्यक है कि परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र भी चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करे। यह प्रभाव बहुत ही महत्व का है, क्योंकि यह रेडियो तरंगों, गामा किरणों, एवं दृश्य प्रकाश के अतिरिक्त भी अन्य सभी वैद्युतचुंबकीय तरंगों के अस्तित्व की व्याख्या करता है।

यह देखने के लिए कि परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र किय प्रकार चुंबकीय क्षेत्र के उद्भव का कारण बनता है। आइए हम किसी संधारित्र के आवेशन की प्रक्रिया पर विचार करें और संधारित्र के बाहर किसी बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए ऐम्पियर के परिपथीय नियम

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{\ell} = \mu_0 i(t) \quad \dots\dots\dots (A)$$

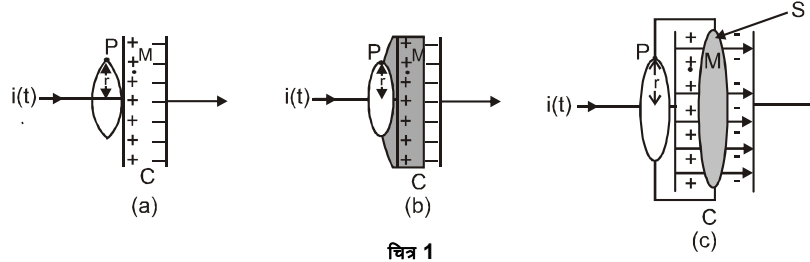
का उपयोग करें।

[चित्र 1 (a)] में एक समांतर प्लेट संधारित्र C दर्शाया गया है जो एक ऐसे परिपथ का भाग है जिसमें समय के साथ परिवर्तनशील धारा $i(t)$ प्रवाहित हो रही है। आइए, समांतर प्लेट संधारित्र के बाह्य क्षेत्र में स्थित किसी बिंदु जैसे कि P पर चुंबकीय क्षेत्र ज्ञात करें। इसके लिए, हम r त्रिज्या का एक समतल वृत्ताकार लूप लेते हैं जिसका तल धारावाही तार की दिशा के लंबवत है और जिसका केंद्र तार के ऊपर है [चित्र 1 (a)]। सममिति के आधार पर हम कह सकते हैं कि चुंबकीय क्षेत्र की दिशा वृत्ताकार लूप की परिधि के अनुदिश है और लूप के प्रत्येक बिंदु पर इसका परिमाण समान है। इस कारण, यदि क्षेत्र का परिमाण B है तो समीकरण (A) का वाम पक्ष $B(2\pi r)$ है।

$$B(2\pi r) = \mu_0 i(t) \quad \dots\dots\dots (B)$$

अब इसी परिधीय वाली एक अन्य सतह पर विचार कीजिए। यह घड़े के आकार की एक सतह है जो धारा को कहीं भी नहीं छूती है। (चित्र. 1 (b)) पर इसकी तली संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच में है और उसका मुँह ऊपर वर्णित वृत्ताकार लूप है। दूसरी ऐसी सतह (बिना ढक्कन के) टिफिन बॉक्स के आकार की है [चित्र 1 (c)]। समान प्राचलों वाली ऐसी सतहों के लिए ऐम्पियर का नियम लगाने पर, हम पाते हैं कि समीकरण (A) के बाईं ओर का मान तो नहीं बदलता है पर दाईं ओर का मान शून्य है न कि $\mu_0 i(t)$, क्योंकि चित्र 1 (b) और (c) में दर्शायी गई सतहों से कोई धारा नहीं गुजरती है। इसलिए, हमारा सामना एक विरोधाभास से होता है। एक प्रकार से गणना करें तो बिंदु P पर चुंबकीय क्षेत्र है; दूसरी प्रकार गणना करें तो P पर चुंबकीय क्षेत्र शून्य होता है। क्योंकि यह विरोधाभास हमारे द्वारा लागू किए गए ऐम्पियर के परिपथीय नियम के

कारण उत्पन्न होता है। इस नियम में संभवतः कोई पद छूट गया है। छूटा हुआ यह पद ऐसा होना चाहिए कि चाहे हम किसी भी सतह का उपयोग करें बिन्दु P पर चुंबकीय क्षेत्र का समान मान प्राप्त हो।



चित्र 1

यदि हम चित्र 1 (c) को ध्यानपूर्वक देखें तो छूटे हुए पद का अनुमान लगाया जा सकता है। क्या संधारित्र की प्लेटों के बीच की सतह S से गुजरती हुई किसी राशि के मान में परिवर्तन हो रहा है। जी हाँ, वास्तव में उनके बीच विद्युत क्षेत्र बदल रहा है। यदि संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A हो एवं इस पर कुल आवेश Q हो तो प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र **E** का परिमाण $(Q/A)/\epsilon_0$ होता है [देखिए समीकरण (2.4)]। यह क्षेत्र चित्र 1 (c) की सतह S के लंबवत होता है। इसका परिमाण संधारित्र की प्लेटों के क्षेत्रफल A पर समान रहता है पर इनके बाहर शून्य हो जाता है। इसलिए, सतह S से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स, गाउस के नियम के उपयोग से होता है।

$$\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{.....(C)}$$

अब यदि संधारित्र की प्लेटों पर आवेश Q समय के साथ परिवर्तित हो तो यहाँ एक धारा $i = (dQ / dt)$ होगी। इसलिए समीकरण (8.3) से

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt}$$

यह निर्दिष्ट करता है कि ऐम्पियर के नियम में संगति के लिए,

$$\epsilon_0 \left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right) = i \quad \text{.....(D)}$$

यही ऐम्पियर के परिपथीय नियम का छूटा हुआ पद है। यदि हम किसी भी सतह से होकर चालकों द्वारा वाहित कुल धारा में, ϵ_0 गुणा विद्युत फ्लक्स के परिवर्तन की दर जोड़ें तो हम ऐम्पियर के परिपथीय नियम का सामान्यीकरण कर सकते हैं। तब सभी सतहों के लिए धारा का मान i समान होगा। तब कहीं पर भी ऐम्पियर का सामान्यीकृत नियम लगाने पर **B** के प्राप्त मान में कोई विसंगति नहीं आएगी। बिन्दु P पर, **B** का मान शून्यतर ही होगा चाहे इसकी गणना करने के लिए हम कोई भी सतह लें प्लेटों के बाहर, किसी बिन्दु P पर **B** का मान वही होगा जो ठीक इसके अन्दर बिन्दु M पर होना चाहिए [चित्र 1 (a)]। आवेशों के प्रवाह के कारण चालकों में जो धारा प्रवाहित होती है उसे चालन धारा कहा जाता है। समीकरण (D) द्वारा व्यक्त धारा एक नवीन पद है। जो परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र (या विद्युतीय विस्थापन, जो अभी भी कभी उपयोग में आता है।) के कारण अस्तित्व में आता है। इसको इसलिए विस्थापन धारा अथवा मैक्सवेल की विस्थापन धारा कहा जाता है। चित्र 2 ऊपर वर्णित समांतर प्लेट संधारित्र के अन्दर विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र दर्शाता है।

मैक्सवेल द्वारा किया गया व्यापकीकरण निम्न है। चुंबकीय क्षेत्र का स्त्रोत्र केवल प्रवाहमान आवेशों से निर्मित चालन विद्युत धारा ही नहीं होती, अपितु समय के सापेक्ष विद्युत क्षेत्र में परिवर्तन की दर भी इसका कारण बन सकती है। अधिक स्पष्टता से इस बात को कहें तो कुल धारा i , i_c द्वारा निर्दिष्ट चालन धारा एवं $i_d (= \epsilon_0 (d\Phi_E / dt))$ द्वारा निर्दिष्ट विस्थापन धारा के योग के बराबर होती है। अतः

$$i = i_e + i_d = i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{.....(5)}$$

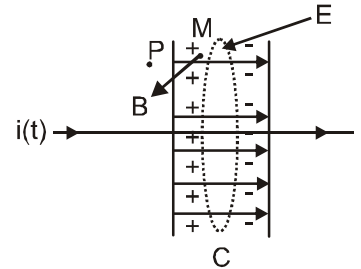


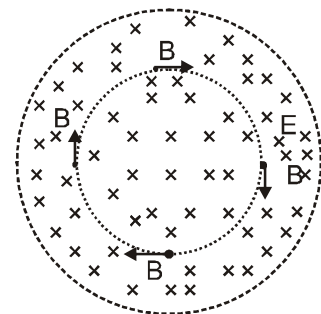
Figure 2 (a)

सुस्पष्ट शब्दों में इसका अर्थ है कि संधारित्र की प्लेटों के बाहर केवल चालन धारा $i_c = i$ होती है। अर्थात् $i_d = 0$ । दूसरी ओर संधारित्र के अंदर कोई चालन धारा नहीं होती, अर्थात् $i_c = 0$ और केवल विस्थापन धारा होती है। जिससे $i_d = i$ ।

व्यापकीकृत (एवं यथार्थ) ऐम्पियर के परिपथीय नियम का स्वरूप समीकरण (A) जैसे है। बस केवल एक अंतर है। "ऐसी किसी भी सतह, जिसकी परिमिति बंद लूप है से गुजरने वाली कुल धारा चालन धारा एवं विस्थापन धारा का योग होती है।" व्यापक रूप में यह नियम

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

तथा इसे ऐम्पियर मैक्सवेल नियम कहते हैं।



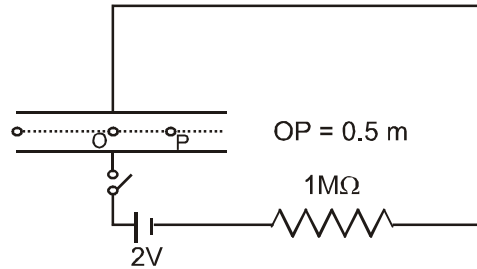
किसी भी दृष्टि से विस्थापन धारा के भौतिक प्रभाव चालन धारा के समान हैं। कुछ स्थितियों में, उदाहरणार्थ, किसी चालक तार में नियत विद्युत क्षेत्र के लिए विस्थापन धारा का मान शून्य हो सकता है क्योंकि किसी विद्युत क्षेत्र E समय के साथ परिवर्तित नहीं होता। कुछ दूसरी स्थितियों में, जैसे कि ऊपर बताए गए आवेशित होते संधारित्र में चालन एवं विस्थापन धारा दोनों ही उपस्थित हो सकते हैं पर अलग अलग दिक् स्थानों में। परन्तु अधिकतर स्थितियों में दोनों एक ही स्थान पर विद्यमान हो सकते हैं क्योंकि कोई भी माध्यम पूर्ण चालक या पूर्ण विद्युतरोधी नहीं होता। सर्वाधिक रोचक तथ्य यह है कि किसी विशाल क्षेत्र में जहाँ कोई भी चालन धारा नहीं होती, समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र के कारण केवल विस्थापन धारा ही होती है। ऐसे क्षेत्र में, आसपास कोई (चालन) धारा स्रोत नहीं होने पर भी चुंबकीय क्षेत्र विद्यमान होगा। इस विस्थापन धारा के अस्तित्व की प्रागुक्ति प्रयोग द्वारा पुष्ट की जा सकती है। उदाहरण के लिए चित्र 2(a) के संधारित्र की प्लेटों के बीच (माना बिन्दु M पर) चुंबकीय क्षेत्र मापा जा सकता है। यह ठीक उतना ही पाया जाएगा जितना कि बाहर के किसी बिन्दु (माना P) पर। विस्थापन धारा के (शब्दशः) दूरगामी परिणाम हैं। एक तथ्य जिसकी ओर हमारा ध्यान एकदम आकर्षित होता है, वह यह है कि विद्युत एवं चुंबकत्व अब और अधिक सममितीय हो गए हैं। फ़ैराडे का प्रेरण संबंधी नियम यह बताता है कि प्रेरित विद्युत वाहक बल चुंबकीय फ्लक्स परिवर्तन की दर के बराबर होता है। अब, चूँकि दो बिन्दुओं 1 एवं 2 के बीच विद्युत वाहक बल, बिन्दु 1 से बिन्दु 2 तक इकाई आवेश को ले जाने में किया गया कार्य है। विद्युत वाहक बल की उपस्थिति एक विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति को इंगित करती है। फ़ैराडे के विद्युत चुंबकीय प्रेरण संबंधी नियम को हम दूसरे शब्दों में इस प्रकार भी कह सकते हैं कि समय के साथ परिवर्तनशील चुंबकीय क्षेत्र, विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। यह तथ्य कि समय के साथ परिवर्तनशील विद्युत क्षेत्र, चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है, फ़ैराडे के नियम का सममितीय प्रतिरूप है और विस्थापन धारा के चुंबकीय क्षेत्र का स्रोत होने का परिणाम है। अतः समय पर निर्भर वैद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र एक-दूसरे की उत्पत्ति के कारण हैं। फ़ैराडे का विद्युत चुंबकीय प्रेरण का नियम एवं मैक्सवेल-ऐम्पियर का परिपथीय नियम इस कथन की परिमाणात्मक अभिव्यक्ति है। जहाँ धारा, कुल धारा है जैसा कि समीकरण (5) से स्पष्ट है। इस सममिति की एक अत्यंत महत्वपूर्ण निष्पत्ति विद्युत चुंबकीय तरंगों का अस्तित्व है जिसके विषय में हम अगले अनुभाग में चर्चा करेंगे।

मैक्सवेल के समीकरण

1. $\oint E \cdot dA = Q / \epsilon_0$ (विद्युत संबंधी गाउस नियम)
2. $\oint B \cdot dA = 0$ (चुंबकत्व संबंधी गाउस नियम)
3. $\oint E \cdot d\ell = \frac{-d\Phi_B}{dt}$ (फ़ैराडे नियम)
4. $\oint B \cdot d\ell = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (ऐम्पियर-मैक्सवेल नियम)

8. A parallel plate capacitor with circular plates of radius 1 m has a capacitance of 1 nF. At $t = 0$, it is connected for charging in series with a resistor $R = 1 \text{ M}\Omega$ across a 2 V battery (as shown). Calculate the magnetic field at a point P, halfway between the centre and the periphery of the plates, after $t = 10^{-3} \text{ s}$. (The charge on the capacitor at time t is $q(t) = CV [1 - \exp(-t/\tau)]$, where the time constant τ is equal to CR)

एक समान्तर प्लेट संधारित्र जिसकी वृत्ताकार प्लेटों की त्रिज्या 1 m है, धारिता 1 nF है। समय $t = 0$ पर इसको आवेशित करने के लिए $R = 1 \text{ M}\Omega$ के एक प्रतिरोधक के साथ श्रेणीक्रम में 2 V की बैटरी से जोड़ा गया है (चित्रानुसार)। 10^{-3} s के पश्चात संधारित्र के बीच में दोनों प्लेटों के केन्द्र एवं उनकी परिमिति के ठीक मध्य में स्थित बिन्दु P पर चुंबकीय क्षेत्र का परिकलन कीजिए। [क्षण t पर संधारित्र पर आवेश $q(t) = CV [1 - \exp(-t/\tau)]$ होता है, जहाँ समय नियतांक $\tau = RC$ है।



Solution :

The time constant of the CR circuit is $\tau = CR = 10^{-3} \text{ s}$.

Then we have $q(t) = CV [1 - \exp(-t/\tau)] = 2 \times 10^{-9} [1 - \exp(-t/10^{-3})]$

The electric field in between the plates at time t is

$$E = \frac{q(t)}{\epsilon_0 A} = \frac{q}{\pi \epsilon_0} ; A = \pi (A)^2 m^2 = \text{area of the plates.}$$

Consider now a circular loop of radius $(1/2) \text{ m}$ parallel to the plates passing through P. The magnetic field B at all points on the loop is along the loop and of the same value. The flux Φ_E through this loop is

$$\Phi_E = E \times \text{area of the loop} = E \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi E}{4} = \frac{q}{4\epsilon_0}$$

The displacement current $i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{4} \frac{dq}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \exp(-1)$

at $t = 10^{-3}$ s. Now, applying Ampere-Maxwell law to the loop, we get

$$B \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2}\right) = \mu_0 (i_c + i_d) = \mu_0 (0 + i_d) = 0.5 \times 10^{-6} \mu_0 \exp(-1) \text{ or } B = 0.74 \times 10^{-3} \text{ T}$$

Hindi : CR परिपथ का समय नियतांक $\tau = CR = 10^{-3}$ s अतः

$$q(t) = CV [1 - \exp(-t/\tau)] = 2 \times 10^{-9} [1 - \exp(-t/10^{-3})]$$

t क्षण पर प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र,

$$E = \frac{q(t)}{\epsilon_0 A} = \frac{q}{\pi \epsilon_0 A}; \text{ क्योंकि } A = \pi (A)^2 m^2 = \text{प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल}$$

अब बिन्दु P से गुजरते हुए प्लेटों के समान्तर एक $(1/2)m$ त्रिज्या के वृत्ताकार लूप की कल्पना कीजिए। लूप के प्रत्येक बिन्दु पर चुंबकीय क्षेत्र B का परिणाम समान है और इसकी दिशा लूप के अनुदिश है। लूप से गुजरने वाले फ्लक्स Φ_E का मान $\Phi_E = E \times$ लूप का क्षेत्रफल $= E \times$

$$\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi E}{4} = \frac{q}{4\epsilon_0}$$

$$\text{विस्थापन धारा } i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{4} \frac{dq}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \exp(-1)$$

$t = 10^{-3}$ s रखने पर। अब लूप के लिए ऐम्पियर का नियम लागू करने पर,

$$B \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2}\right) = \mu_0 (i_c + i_d) = \mu_0 (0 + i_d) = 0.5 \times 10^{-6} \mu_0 \exp(-1)$$

$$\text{अथवा } B = 0.74 \times 10^{-13} \text{ T}$$

9. A parallel-plate capacitor with plate area A and separation between the plates d, is charged by a constant current i. Consider a plane surface of area A/2 parallel to the plates and drawn symmetrically between the plates. Find the displacement current through this area.

एक समान्तर प्लेट संधारित्र जिसकी प्लेट का क्षेत्रफल A तथा प्लेटों के मध्य दूरी d है, को नियत धारा i से आवेशित किया जाता है। प्लेटों के मध्य A/2 क्षेत्रफल की समतल सतह पर विचार करते हैं जो प्लेटों के मध्य सममित रूप से स्थित है। इस क्षेत्रफल से गुजरने वाली विस्थापन धारा ज्ञात करो

- (A) i (B*) $\frac{i}{2}$ (C) 2i (D) zero शून्य

Sol. (B)

Suppose the charge on the capacitor at time t is Q. The electric field between the plates of the capacitor

$$\text{is } E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}. \text{ The flux through the area considered is}$$

माना किसी समय t पर संधारित्र पर आवेश Q है। संधारित्र की प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$ है। माने गए क्षेत्रफल से गुजरने वाला फ्लक्स निम्न है

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot \frac{A}{2} = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$

The displacement current is विस्थापन धारा निम्न है $i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \left(\frac{1}{2\epsilon_0}\right) \frac{dQ}{dt} = \frac{i}{2}$.

10. A parallel-plate capacitor having plate area A and plate separation d is joined to a battery of emf e and internal resistance R at $t = 0$ consider a plane surface of area A/2 parallel to the plates and situated symmetrically between them. Find the displacement current through this surface as a function of time.

एक समानांतर पट्ट संधारित्र की प्लेट का क्षेत्रफल A तथा प्लेट-अंतराल d है, इसको $t = 0$ पर वि.वा.बल E तथा आंतरिक प्रतिरोध R वाली बैटरी से जोड़ा गया है। समतल सतह जिसका क्षेत्रफल A/2 है, पर विचार कीजिये जो प्लेटों के बीच सममित रूप से स्थित है तथा प्लेटों के समानांतर है। इस सतह से गुजरने वाली विस्थापन धारा समय के फलन रूप में ज्ञात कीजिये।

- (A*) $\frac{\epsilon}{2R} e - \frac{td}{\epsilon AR}$ (B) $\frac{\epsilon}{R} e - \frac{td}{\epsilon AR}$ (C) $\frac{2\epsilon}{R} e - \frac{td}{\epsilon AR}$ (D) $\frac{\epsilon}{2R} e - \frac{2td}{\epsilon AR}$

Ans: $\frac{\varepsilon}{2R}e^{-\frac{td}{\varepsilon AR}}$

11._ If E denotes the intensity of electric field, the dimensions of a quantity $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$ are those of

[Olympiad 2014 (stage-1)]

- (A) current (B*) current density (C) electric potential (D) electric flux

यदि E विद्युत क्षेत्र की तीव्रता को प्रदर्शित करता है, जो राशि $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$ की विमा किसके तुल्य है।

- (A) विद्युत धारा (B*) धारा घनत्व (C) विद्युत विभव (D) वैद्युत फ्लक्स

Sol.

(B)
Displacement current $= \epsilon_0 \left(\frac{d}{dt}(EA) \right)$

$$\therefore \epsilon_0 \frac{d}{dt} = \frac{\text{displacement current}}{A}$$

विस्थापन द्वारा $= \epsilon_0 \left(\frac{d}{dt}(EA) \right)$

$$\therefore \epsilon_0 \frac{d}{dt} = \frac{\text{displacement current}}{A}$$

Note : DPPs C15 and C16 are from Principle of communication
DPP No. : C15

Total Marks : 66
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.22
Max. Time : 44 min.
(3 marks 2 min.) [66, 44]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C15

1. (B)	2. (B)	3. (B)	4. (C)	5. (C)	6. (C)	7. (A)
8. (C)	9. (B)	10. (D)	11. (C)	12. (B)	13. (B)	14. (C)
15. (A)	16. (C)	17. (D)	18. (D)	19. (B)	20. (A)	21. (C)
22. (A)						

- A digital signal –

(A) is less reliable than analog signal (B*) is more reliable than analog signal

(C) is equally reliable as the analog signal (D) none of the above

एक डिजिटल सिग्नल –

(A) एक अनालॉग सिग्नल की तुलना में कम विश्वसनीय होता है।

(B*) एक अनालॉग की तुलना में अधिक विश्वसनीय होता है।

(C) एक अनालॉग सिग्नल के बराबर ही विश्वसनीय होता है।

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं
- Modern communication systems use : आधुनिक कम्युनिकेशन सिस्टम में उपयोग होते हैं।

(A) analog circuits (B*) digital circuits

(B) combination of analog and digital circuits (D) none of the above

(A) अनालॉग परिपथ (B*) डिजिटल परिपथ

(D) अनालॉग तथा डिजिटल का संयोजन परिपथ (D) उपरोक्त में से कोई नहीं
- The audio signal - एक ऑडियो सिग्नल -

(A) can be sent directly over the air for large distance

(B*) cannot be sent directly over the air for large distance

(C) possess very high frequency

(D) none of the above

(A) वायु पर लम्बी दूरियों तक भेजे जा सकते हैं।

(B*) वायु पर लम्बी दूरियों तक नहीं भेजे जा सकते हैं।

(C) अति उच्च आवृत्ति रखते हैं।

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं
- The process of changing some characteristic of a carrier wave in accordance with the intensity of the signal is called -

सिग्नल की तीव्रता के अनुसार, एक वाहक तरंग के कुछ अभिलाक्षणिक गुणों को बदलने की प्रक्रिया कहलाती है -

(A) amplification (B) rectification (C*) modulation (D) none of these

(A) प्रवर्धन (ऐम्पलीफिकेशन) (B) दिष्टकरण (rectification) (C*) मोड्यूलेशन (D) इनमें से कोई नहीं

5. If a carrier wave of 1000 kHz is used to carry the signal, the length of transmitting antenna will be equal to -
यदि 1000 kHz की एक वाहक तरंग का उपयोग सिग्नल ले जाने (carry) में किया जाना हो तो प्रसारक (transmitting) ऐन्टेना की लम्बाई होगी -
(A) 3 m (B) 30 m (C*) 300 m (D) 3000 m
6. The types of modulation which are possible, are - माड्यूलेशन के कितने प्रकार सम्भव हैं -
(A) one only (B) two only (C*) three only (D) none of these
(A) केवल एक (B) केवल दो (C*) केवल तीन (D) इनमें से कोई नहीं
7. In amplitude modulation -
(A*) only the amplitude is changed but frequency remains same
(B) both the amplitude and frequency change equally
(C) both the amplitude and frequency change unequally
(D) none the these
आयाम मोड्यूलेशन में -
(A*) केवल आयाम परिवर्तित होता है लेकिन आवृत्ति वही रहती है।
(B) आयाम तथा आवृत्ति दोनों समान रूप से बदलते हैं।
(C) आयाम तथा आवृत्ति दोनों असमान रूप से बदलते हैं।
(D) इनमें से कोई नहीं
8. Modulation factor determines -
(A) only the strength of the transmitted signal (B) only the quality of the transmitted signal
(C*) both the strength and quality of the signal (D) none of the above
मोड्यूलेशन घटक निर्धारित करता है -
(A) केवल ट्रान्समिटेड सिग्नल की शक्ति (प्राबल्य) (B) केवल ट्रान्समिटेड सिग्नल की गुणवत्ता
(C*) सिग्नल का प्राबल्य तथा गुणवत्ता दोनों (D) उपरोक्त में से कोई नहीं
9. Degree of modulation - मोड्यूलेशन डिग्री का मान -
(A) can take any value (B*) should be less than 100%
(C) should exceed 100% (D) none of these
(A) कोई भी मान हो सकता है (B*) 100% से कम होना चाहिये
(C) 100% से अधिक होना चाहिये (D) इनमें से कोई नहीं
10. If the maximum and minimum voltage of an AM wave are V_{max} and V_{min} respectively then modulation factor-
एक AM तरंग के वोल्टेज के अधिकतम मान V_{max} तथा न्यूनतम मान V_{min} हैं तो मोड्यूलेशन फेक्टर (factor) होगा-
(A) $m = \frac{V_{max}}{V_{max} + V_{min}}$ (B) $m = \frac{V_{min}}{V_{max} + V_{min}}$ (C) $m = \frac{V_{max} + V_{min}}{V_{max} - V_{min}}$ (D*) $m = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}}$
11. The AM wave contains three frequencies, viz : एक AM तरंग तीन आवृत्तियाँ रखती है, यह है :
(A) $\frac{f_c}{2}, \frac{f_c + f_s}{2}, \frac{f_c - f_s}{2}$ (B) $2f_c, 2(f_c + f_s), 2(f_c - f_s)$
(C*) $f_c, (f_c + f_s), (f_c - f_s)$ (D) f_c, f_c, f_c
12. For a carrier frequency of 100 kHz and a modulating frequency of 5 kHz what is the width of AM transmission-
100 kHz आवृत्ति की एक वाहक आवृत्ति तथा 5 kHz की मोड्यूलेटिंग आवृत्ति के लिये AM ट्रान्समिशन की चौड़ाई (width) क्या होगी -
(A) 5 kHz (B*) 10kHz (C) 20 kHz (D) 200 KHz
13. Intelsat satellite is used for : इन्टेलसेट सेटेलाइट का उपयोग किया जाता है, के लिए
(A) radio communication (B*) intercontinental communication
(C) radar communication (D) none of the above
(A) रेडियो कम्यूनिकेशन (B*) अर्न्तमहाद्वीपीय कम्यूनिकेशन
(C) रेडार कम्यूनिकेशन (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

14. A geo-synchronous satellite is : एक भू स्थिर उपग्रह :
 (A) located at a height of 35,860 km to ensure global coverage
 (B) appears stationary over the earth's magnetic pole
 (C*) not really stationary at all, but orbits the earth within 24 hrs
 (D) motionless in space (except for its spin)
 (A) ग्लोबल कवरेज को सुनिश्चित करने के लिए 35,860 km की एक ऊँचाई पर स्थित किया जाता है।
 (B) पृथ्वी की चुम्बकीय ध्रुवों के उपर स्थिर प्रतीत होता है।
 (C*) वास्तव में यह स्थिर नहीं होता लेकिन पृथ्वी के चारों ओर इनके परिक्रमण का आवर्तकाल 24 घण्टे होता है।
 (D) अन्तरिक्ष में गति हीन अवस्था में होता है। (इनकी स्पिन गति को छोड़कर)
15. The frequency band used for radar relay systems and television -
 रेडार रिले सिस्टम तथा टेलिविजन के लिए उपयोग किया जाने वाले आवृत्ति बैंड है -
 (A*) UHF (B) VLF (C) VHF (D) EHF
16. In which of the region of earth's atmosphere temperature decreases with height?
 (A) Ionosphere (B) Stratosphere (C*) Troposphere (D) Mesosphere
 पृथ्वी के वायु मण्डल के कौनसे भाग में ऊँचाई बढ़ने के साथ ताप में कमी होती जाती है?
 (A) आयनमण्डल (B) समताप मण्डल (Stratosphere)
 (C*) ट्रोपोस्फीयर (Troposphere) (D) मेसोस्फीयर (Mesosphere)
17. Major parts of a communications systems are :
 (A) transmitter and receiver (B) receiver and communication channel
 (C) transmitter and communication channel (D*) transmitter, receiver and communication channel
 संचार तंत्र का प्रमुख घटक है
 (A) प्रेषित व अभिग्राही (B) अभिग्राही व संचार पथ
 (C) प्रेषित व अभिग्राही (D*) प्रेषित अभिग्राही व संचार पथ
18. In an amplitude modulated wave, for audio frequency of 500 cps, the appropriate carrier frequency will be :
 500 cps के ध्वनि आवृत्ति के आयाम माड्यूलित तरंग में वाहक तरंग की उपयुक्त आवृत्ति होगी।
 (A) 50 c/s (B) 100 c/s (C) 500 c/s (D*) 50000 c/s
19. In A.M., the total modulation index should not exceed one or else :
 (A) the system will fail (B*) distortion will result
 (C) amplifier will be damaged (D) none of the above
 आयाम माड्यूलेशन में मोड्यूलेशन गुणंक एक से ज्यादा नहीं होना चाहिए अन्यथा।
 (A) तंत्र (असफल) हो जाएगा (B*) विकृती उत्पन्न हो जाएगी
 (C) प्रवर्धक नष्ट हो जाएगा (D) उपर्युक्त कोई नहीं
20. An 'antenna' is : एक ऐन्टीना होता है।
 (A*) inductive (B) capacitive
 (C) resistive above its resonance frequency (D) none of the above
 (A*) प्रेरकीय (B) धारितीय
 (C) इसकी अनुनादी आवृत्ति के ऊपर प्रतिरोधी (D) उपरोक्त में से कोई नहीं
21. The Q of a resonant transimission line is : एक अनुनादी संचरण रेखा के लिये Q है -
 (A) $Q = \frac{\omega}{LR}$ (B) $Q = \frac{\omega R}{L}$ (C*) $Q = \frac{L}{R}$ (D) $Q = \frac{\omega L}{R}$
22. Range of frequencies allotted for commercial FM radio broadcast is -
 व्यवसायिक FM रेडियों के लिये नियुक्त की गई (allotted) आवृत्तियों का परास है-
 (A*) 88 to 108 MHz (B) 88 to 108 kHz (C) 8 to 88 MHz (D) 88 to 108 GHz
 (A*) 88 से 108 MHz तक (B) 88 से 108 kHz तक (C) 8 से 88 MHz तक (D) 88 से 108 GHz तक

DPP No. : C16
Total Marks : 54
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.11
Assertion and Reason ('-1' negative marking) Q.12 to Q.18
Max. Time : 36 min.
(3 marks 2 min.)
[33, 22]
(3 marks, 2 min.)
[21, 14]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C16

1. (C)	2. (C)	3. (B)	4. (D)	5. (A)	6. (A)	7. (B)
8. (C)	9. (C)	10. (D)	11. (B)	12. (A)	13. (A)	14. (A)
15. (D)	16. (C)	17. (A)	18. (D)			

1. The frequency of light wave in a material is 2×10^{14} Hz and wavelength is 5000 Å. The refractive index of material will be : [AIPMT 2007]

एक माध्यम में किसी प्रकाश तरंग की आवृत्ति 2×10^{14} Hz है और इसकी तरंगदैर्घ्य 5000 Å है। माध्यम का अपवर्तनांक होगा: [AIPMT 2007]

- (A) 1.40 (B) 1.50 (C*) 3.00 (D) 1.33

Sol. Velocity of light waves in material is
माध्यम में प्रकाश तरंगों की चाल

$$v = n\lambda \quad \dots(i)$$

Refractive index of material is
माध्यम का अपवर्तनांक

$$\mu = \frac{c}{v} \quad \dots(ii)$$

where c is speed of light in vacuum or air.
जहाँ c निर्वात अथवा वायु में प्रकाश की चाल है।

or $\mu = \frac{c}{n\lambda} \quad \dots(iii)$

Given (यहाँ), $n = 2 \times 10^{14}$ Hz (हर्ट्ज)
 $\lambda = 5000 \text{ Å} = 5000 \times 10^{-10} \text{ m (मी)},$
 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Hence, from Eq. (iii), we get

अतः, समीकरण. (iii) से

$$\mu = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{14} \times 5000 \times 10^{-10}} = 3.00$$

2. Which of the following is/are the limitations of amplitude modulation?

निम्न में से कौनसी आयाम मोड्यूलेशन की सीमाएँ हैं ?

- (A) Clear reception (B) High efficiency (C*) Small operating range (D) Good audio quality
(A) संकेतो का स्पष्ट रूप से प्राप्त होना (Clear reception) (B) उच्च क्षमता
(C*) छोटी ऑपरेटिंग परास (D) अच्छी श्रव्य (audio) गुणवत्ता

3. Which is more advantageous ? (i) analog data communication (ii) digital data communication ?
 (A) analog data communication (B*) digital data communication
 (C) both are equally good (D) depends on the situation
 कौन ज्यादा लाभदायक है (i) अनुरूप संचार तंत्र (ii) आंकिक संचार तंत्र
 (A) अनुरूप संचार तंत्र (B*) आंकिक संचार तंत्र
 (C) दोनों समान रूप (D) परिस्थिति पर निर्भर
4. The attenuation in optical fibre is mainly due to
 प्रकाशीय तन्तु में ह्रास (Attenuation) का कारण है
 (A) Absorption अवशोषण
 (B) Scattering प्रकीर्णन
 (C) Neither absorption nor scattering न अवशोषण और न ही प्रकीर्णन
 (D*) Both (A) and (B) दोनों (A) एवं (B)
5. Which of the following four alternatives is not correct? [AIEEE 2011, 11 May; 4/120, -1]
 We need modulation:
 (A*) to reduce the time lag between transmission and reception of the information signal
 (B) to reduce the size of antenna
 (C) to reduce the fractional band width, that is the ratio of the signal band width to the centre frequency
 (D) to increase the selectivity.
 निम्नलिखित विकल्पों में से कौनसा सही नहीं है ? [AIEEE 2011, 11 May; 4/120, -1]
 हमें माड्युलेशन की आवश्यकता होती है :
 (A*) सूचना सिग्नल की संचरण और प्राप्ति के बीच समय अन्तराल को घटाने के लिए।
 (B) एन्टीना का आकार घटाने के लिए।
 (C) आंशिक बैंड चौड़ाई अर्थात् सिग्नल बैंड चौड़ाई का केन्द्रीय आवृत्ति से अनुपात घटाने के लिए।
 (D) वरण क्षमता में वृद्धि के लिए।
6. A radar has a power of 1kW and is operating at a frequency of 10 GHz. It is located on a mountain top of height 500m. The maximum distance upto which it can detect object located on the surface of the earth (Radius of earth = 6.4×10^6 m) is : [AIEEE - 2012, 4/120, -1]
 एक राडार की शक्ति 1kW है और यह 10 GHz की आवृत्ति पर परिचालित है। यह 500m ऊँचाई पर पहाड़ के एक शीर्ष पर स्थित है। कितनी दूरी पर रखी पृथ्वी (पृथ्वी की त्रिज्या = 6.4×10^6 m) के पृष्ठ पर स्थित वस्तु को यह राडार संसूचित कर सकेगा : [AIEEE - 2012, 4/120, -1]
 (A*) 80 km (B) 16 km (C) 40 km (D) 64 km
7. A diode detector is used to detect an amplitude modulated wave of 60% modulation by using a condenser of capacity 250 pico farad in parallel with a load resistance 100 kilo ohm. Find the maximum modulated frequency which could be detected by it. [JEE (Main) - 2013; 4/120, -1]
 एक डायोड संसूचक को, 250 पिको फैरड वाले संधारित्र को 100 किलो ओहम के लोड प्रतिरोध के साथ समान्तर क्रम में लगाकर, 60% माड्युलेशन वाली आयाम माड्युलक तरंग का पता लगाने में प्रयुक्त किया गया है। इसके द्वारा अधिकतम माड्युलित आवृत्ति जिसे ज्ञात किया जा सकता है : [JEE (Main) - 2013; 4/120, -1]
 (A) 10.62 MHz (B*) 10.62 kHz (C) 5.31 MHz (D) 5.31 kHz
8. If a carrier wave $c(t) = A \sin \omega_c t$, were to be amplitude modulated by a modulating signal $m(t) = A \sin \omega_m t$, the equation representing the modulated signal $[C_m(t)]$, and its modulation index, would be respectively : [JEE(MAIN) 2013_ONLINE TEST]
 (A) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_c t) \sin \omega_m t$ and 1 (B) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_c t) \sin \omega_m t$ and 2
 (C) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$ and 1 (D) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$ and 2
 यदि एक वाहक तरंग $c(t) = A \sin \omega_c t$ मोड्युलित संकेत $m(t) = A \sin \omega_m t$ के द्वारा आयाम मोड्युलित है, तब मोड्युलित संकेत $[C_m(t)]$ को प्रदर्शित करने वाली समीकरण तथा इसका मोड्युलेशन सूचकांक होगा [JEE(MAIN) 2013_ONLINE TEST]
 (A) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_c t) \sin \omega_m t$ तथा 1 (B) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_c t) \sin \omega_m t$ तथा 2
 (C) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$ तथा 1 (D) $C_m(t) = A(1 + \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$ तथा 2

Ans. (C)

Sol. $c_m(t) = (A_c + A_m \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$
 $= A (1 + \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$

Modulation index मोड्युलेशन सूचकांक $m_a = \frac{A_m}{A_c} = \frac{A}{A} = 1$

9. A signal of 5 kHz frequency is amplitude modulated on a carrier wave of frequency 2 MHz. The frequencies of the resultant signal is/are : **[JEE(Main)-2015; 4/120, -1]**

(A) 2 MHz only (B) 2005 kHz, and 1995 kHz
(C*) 2005 kHz, 2000 kHz and 1995 kHz (D) 2000 kHz and 1995 kHz

5 kHz आवृत्ति के किसी संकेत (सिग्नल) का 2 MHz आवृत्ति की वाहक तरंग पर आयाम मॉड्यूलन किया गया है। तो, परिणामी सिग्नल (संकेत) की आवृत्ति होगी : **[JEE(Main)-2015; 4/120, -1]**

(A) 2 MHz केवल (B) 2005 kHz, तथा 1995 kHz
(C*) 2005 kHz, 2000 kHz तथा 1995 kHz (D) 2000 kHz तथा 1995 kHz

Ans. (C)

Sol. $f_c = 2\text{MHz} = 2000\text{ KHz}$

$f_m = 5\text{KHz}$

Resultant frequencies are

परिणामी आवृत्तियाँ

$\equiv f_c + f_m, f_c, f_c - f_m$

$= 2005\text{ KHz}, 2000, 1995\text{ KHz}$

10. Choose the correct statement :

[JEE(Main)-2016; 4/120, -1]

(A) In amplitude modulation the frequency of high frequency carrier wave is made to vary in proportion to the amplitude of the audio signal
(B) In frequency modulation the amplitude of the high frequency carrier wave is made to vary in proportion to the amplitude of the audio signal.
(C) In frequency modulation the amplitude of the high frequency carrier wave is made to vary in proportion to the frequency of the audio signal
(D) In amplitude modulation the amplitude of the high frequency carrier wave is made to vary in proportion to the amplitude of the audio signal

सही कथन चुनियें :

[JEE(Main)-2016; 4/120, -1]

(A) आयाम माड्यूलन में उच्च आवृत्ति की वाहक तरंग की आवृत्ति में बदलाव ध्वनि सिग्नल के आयाम के अनुपाती है।
(B) आवृत्ति माड्यूलन में उच्च आवृत्ति की वाहक तरंग के आयाम में बदलाव ध्वनि सिग्नल के आयाम के अनुपाती है।
(C) आवृत्ति माड्यूलन में उच्च आवृत्ति की वाहक तरंग के आयाम में बदलाव ध्वनि सिग्नल के आवृत्ति के अनुपाती है।
(D) आयाम माड्यूलन में उच्च आवृत्ति की वाहक तरंग के आयाम में बदलाव ध्वनि सिग्नल के आयाम के अनुपाती है।

Ans. (D)

Sol. In amplitude modulation amplitude of carrier wave (high frequency) is varied in proportion to the amplitude of signal.

In frequency modulation frequency of carrier wave (high frequency) is varied in proportion to amplitude of signal.

आयाम मोड्युलेशन में वाहक तरंग (उच्च आवृत्ति) का आयाम संकेत के आयाम के अनुपात में परिवर्तित होता है।

आवृत्ति मोड्युलेशन में वाहक तरंग (उच्च आवृत्ति) की आवृत्ति संकेत के आयाम के अनुपात में परिवर्तित होती है।

11. In amplitude modulation, sinusoidal carrier frequency used is denoted by ω_c and the signal frequency is denoted by ω_m . The bandwidth ($\Delta\omega_m$) of the signal is such that $\Delta\omega_m \ll \omega_c$. Which of the following frequency is not contained in the modulated wave ?

आयाम मॉड्यूलन में ज्यावक्रिय वाहक आवृत्ति को ω_c से तथा सिग्नल आवृत्ति को ω_m से दर्शाते हैं। सिग्नल की बैंड चौड़ाई ($\Delta\omega_m$) को इस तरह चुनते हैं कि $\Delta\omega_m \ll \omega_c$, निम्न में से कौनसी आवृत्ति मॉड्यूलित तरंग में नहीं होगी।

[JEE Main 2017]

(A) $\omega_c - \omega_m$ (B*) ω_m (C) ω_c (D) $\omega_m + \omega_c$

Ans. (B)

Sol. Let $c(t) = A_c \sin \omega_c t$ represent carrier wave and $m(t) = A_m \sin \omega_m t$ represent the message or the modulating signal where $\omega_m = 2\pi f_m$ is the angular frequency of the message signal. The modulated signal $c_m(t)$ can be written as

$$c_m(t) = (A_c + A_m \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$$
$$= A_c \left(1 + \frac{A_m}{A_c} \sin \omega_m t \right) \sin \omega_c t \quad \dots\dots\dots(i)$$

Note that the modulated signal now contains the message signal. From Eq. (i), we can write,

$$c_m(t) = A_c \sin \omega_c t + \mu A_c \sin \omega_m t \sin \omega_c t \quad \dots\dots\dots(ii)$$

Here $\mu = A_m/A_c$ is the modulation index; in practice, μ is kept ≤ 1 to avoid distortion.

Using the trigonometric relation $\sin A \sin B = 1/2 (\cos (A - B) - \cos (A + B))$, we can write $c_m(t)$ of Eq. (ii) as

$$c_m(t) = A_c \sin \omega_c t + \frac{\mu A_c}{2} \cos (\omega_c - \omega_m) t - \frac{\mu A_c}{2} \cos (\omega_c + \omega_m) t \quad \dots\dots\dots(iii)$$

In amplitude modulated wave, the frequencies contained are $\omega_c - \omega_m$, ω_c , $\omega_c + \omega_m$.

The frequency of ω_m is not contained in A.M. wave

Hindi. मान लीजिए $c(t) = A_c \sin \omega_c t$ वाहक तरंग को निरूपित करती है, तथा $m(t) = A_m \sin \omega_m t$ माडुलक सिग्नल अथवा संदेश को निरूपित करती है जबकि, $\omega_m = 2\pi f_m$ संदेश सिग्नल की कोणीय आवृत्ति है। तब माडुलित सिग्नल $c_m(t)$ को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है।

$$c_m(t) = (A_c + A_m \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$$
$$= A_c \left(1 + \frac{A_m}{A_c} \sin \omega_m t \right) \sin \omega_c t \quad \dots\dots\dots(i)$$

ध्यान दीजिए, अब संदेश सिग्नल माडुलित में अंतर्विष्ट है। समीकरण (i), से हम यह लिख सकते हैं।

$$c_m(t) = A_c \sin \omega_c t + \mu A_c \sin \omega_m t \sin \omega_c t \quad \dots\dots\dots(ii)$$

यहाँ $\mu = A_m/A_c$ माडुलन सूचकांक है। विरूपण से बचाव के लिए व्यवहार में $\mu \leq 1$ रखा जाता है।

त्रिकोणमितीय संबंध $\sin A \sin B = 1/2 (\cos (A - B) - \cos (A + B))$ का उपयोग करके हम समीकरण (ii) से $c_m(t)$ को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं।

$$c_m(t) = A_c \sin \omega_c t + \frac{\mu A_c}{2} \cos (\omega_c - \omega_m) t - \frac{\mu A_c}{2} \cos (\omega_c + \omega_m) t \quad \dots\dots\dots(iii)$$

आयाम मोडुलित तरंग में, सम्मिलित आवृत्तियाँ $\omega_c - \omega_m$, ω_c , $\omega_c + \omega_m$ हैं।

ω_m आवृत्ति आयाम मोडुलित तरंग में सम्मिलित नहीं है।

12. **Statement -1 :** The electrical conductivity of earth's atmosphere increases with altitude.

Statement - 2 : The high energy particles (i.e., γ -rays and cosmic rays) coming from outer space while entering our earth's atmosphere cause ionization of the atoms of the gases present in the atmosphere and their energy decreases as they approach to earth.'

वक्तव्य -1 : ऊँचाई के साथ पृथ्वी के वायुमण्डल की विद्युत चालकता बढ़ती है।

वक्तव्य- 2 : उच्च ऊर्जा कण (जैसे γ -किरणें व कॉस्मिक किरणें) अंतरिक्ष से वायुमण्डल में प्रवेश करने पर गैसों के परमाणुओं का आयनन करती हैं व पृथ्वी पर पहुँचते पहुँचते इनकी ऊर्जा घटती जाती है।

(A*) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.

(B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1

(C) Statement-1 is True, Statement-2 is False

(D) Statement-1 is False, Statement-2 is True

(A*) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।

(B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;

(D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है

13. **Statement-I:** Surface wave and sky wave can not be observed on moon.
Statement-II: Atmosphere of variable refractive index is required for propagation of surface & sky wave.
वक्तव्य-I: चन्द्रमा पर सतह तरंग व आकाश तरंग प्रेषित नहीं हो सकती ।
वक्तव्य-II: सतह तथा आकाश तरंगों के संचरण के लिए चर अपवर्तनांक वाला वायुमण्डल आवश्यक होता है ।
 (A*) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D) Statement-1 is False, Statement-2 is True
 (A*) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है ।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
14. **Statement-I:** Diode lasers are used as optical sources in optical communication. [AIIMS 2005]
Statement-II: Diode lasers consume less energy.
वक्तव्य-I: प्रकाशीय संचार में डायोड लेजर का उपयोग प्रकाशीय स्रोत के रूप में किया जाता है ।
वक्तव्य-II: डायोड लेजर कम ऊर्जा व्यय करते हैं ।
 (A*) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D) Statement-1 is False, Statement-2 is True
 (A*) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है ।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
15. **Statement-I:** Television signals are received through skywave propagation. [AIIMS 2005]
Statement-II: The ionosphere reflects electromagnetic waves of frequencies greater than a certain critical frequency.
वक्तव्य-I: टेलिविजन संकेत व्योम तरंग संचरण द्वारा प्राप्त होते हैं ।
वक्तव्य-II: एक निश्चित आवृत्ति से अधिक आवृत्ति की विद्युत चुम्बकीय तरंगों को आयनमण्डल परावर्तित कर देता है ।
 (A) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D*) Statement-1 is False, Statement-2 is True
 (A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है ।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;
 (D*) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ।
16. **Statement-I:** In high latitude one sees colourful curtains of light hanging down from high altitudes.
Statement-II: The high energy charged particles from the sun are deflected to polar regions by the magnetic field of the earth. [AIIMS 2003]
वक्तव्य-I: उच्च अक्षांश पर हमें प्रकाश की रंगीन धारियाँ उच्च ऊँचाई से नीचे आती हुई दिखाई देती हैं ।
वक्तव्य-II: सूर्य से आने वाले उच्च ऊर्जा के आवेशित कण पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण ध्रुवीय क्षेत्रों की ओर विक्षेपित हो जाते हैं ।
 (A) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1
 (C*) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D) Statement-1 is False, Statement-2 is True
 (A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है ।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है ।
 (C*) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ।

17. **Statement-I:** Short wave bands are used for transmission of radio waves to a large distance.
Statement-II: Short waves are reflected by ionosphere. [AIIMS 1994]
वक्तव्य-I: लघु तरंग बैंड द्वारा रेडियो तरंगों को अधिक दूरी तक संचारित किया जाता है।
वक्तव्य-II: लघुतरंगों आयन मण्डल द्वारा परावर्तित कर दी जाती है।
 (A*) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1.
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is NOT a correct explanation for Statement-1
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D) Statement-1 is False, Statement-2 is True
 (A*) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2, वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है ;
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है
18. This question has Statement –1 and Statement –2. Of the four choices given after the statements, choose the one that best describes the two statements. [AIEEE - 2011, 4/120, –1]
Statement –1
 Sky wave signals are used for long distance radio communication. These signals are in general, less stable than ground wave signals.
Statement –2 :
 The state of ionosphere varies from hour to hour, day to day and season to season.
 (A) Statement –1 is true, statement –2 is false.
 (B) Statement –1 is true, Statement –2 is true, Statement –2 is the correct explanation of Statement –1
 (C) Statement –1 is true, Statement –2 is true, Statement –2 is not the correct explanation of Statement–1
 (D*) Statement–1 is false, Statement –2 is true
 इस प्रश्न में प्रकथन –1 एवं प्रकथन –2 दिये गये हैं। प्रकथनों के बाद दिये गये चार विकल्पों में से उस विकल्प को चुनिये जो कि प्रकथनों का सही वर्णन करता है। [AIEEE - 2011, 4/120, –1]
प्रकथन –1
 लम्बी दूरी के रेडियो संचरण के लिये व्योम तरंग सिग्नल का प्रयोग किया जाता है। साधारणतया, यह सिग्नल भू तरंग सिग्नल की अपेक्षा कम स्थायी होते हैं।
प्रकथन –2:
 आयन मंडल की अवस्था घंटा-प्रतिघंटा, दिन-प्रतिदिन और ऋतु-प्रतिऋतु बदलती रहती है।
 (A) प्रकथन –1 सही हैं, प्रकथन–2 गलत हैं।
 (B) प्रकथन –1 सही है, प्रकथन –2 सही है और प्रकथन –2 प्रकथन–1 की सही व्याख्या करता है।
 (C) प्रकथन –1 सही है, प्रकथन –2 सही है और प्रकथन –2 प्रकथन–1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (D*) प्रकथन –1 गलत है, प्रकथन –2 सही है।

DPP No. : C17 (JEE-Advanced)

Total Marks : 39

Max. Time : 30 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.2

(3 marks, 2 min.) [06, 04]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.3 to Q.4

(4 marks 2 min.) [08, 04]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.5 to Q.7

(3 marks 2 min.) [09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.8 to Q.9

(4 marks 5 min.) [08, 10]

Match the Following (no negative marking) Q.10

(8 marks, 6 min.) [08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C17

1. (D) 2. (C) 3. (A) (B) (C) (D) 4. (C) (D) 5. (C) 6. (B)
7. (D) 8. 9 9. 0 10. (A) q,s (B) p,s (C) q,s (D) p,s

1. Two uniformly charged identical non-conducting rings of radius R are placed coaxially at separation of $2R$. A uniformly charged non-conducting sphere of radius R is placed between rings such that its centre lies at the mid point of line joining the centres of two rings. Charge on ring 1 is Q . Electric field and potential is zero at centre of the sphere. What will be the potential at the centre of ring 2?

एक समान रूप से आवेशित दो समरूप अचालक R त्रिज्या की वलय समाक्षीय रूप से $2R$ दूरी पर रखी हुई है। R त्रिज्या का समरूप आवेशित अचालक गोला दोनों वलयों के मध्य इस प्रकार स्थित है कि इसका केन्द्र, दोनों वलयों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर स्थित है। वलय 1 पर Q आवेश है। गोले के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र तथा विद्युत विभव शून्य है। वलय 2 की केन्द्र पर विभव क्या होगा?

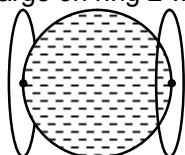
(A) $\frac{KQ}{R}(2 - 2\sqrt{2})$

(B) $\frac{KQ}{R}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{2}\right)$

(C) $\frac{KQ}{R}\left(2 - \frac{2\sqrt{2}}{2}\right)$

(D*) $\frac{KQ}{R}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

Sol. Charge on ring 2 will also be Q so that E is zero at centre of sphere.



Ring (1) Ring (2)

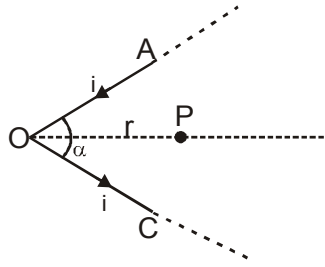
If charge on sphere is Q' then,

$$2 \times \frac{KQ}{\sqrt{2}R} + \frac{3KQ'}{2R} \Rightarrow Q' = -\frac{2\sqrt{2}}{3}Q$$

Potential at the centre of ring 2

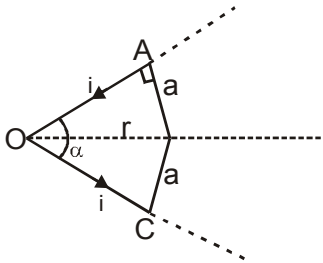
$$= \frac{KQ}{R} + \frac{KQ}{\sqrt{5}R} + \frac{K\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)Q}{R} = \frac{KQ}{R}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

2. Two wires OA and OC carry equal currents i as shown in figure. One end of both the wires extends to infinity. Angle AOC is α . The magnitude of magnetic field at a point 'P' on the bisector of these two wires at a separation r from point O is
- दो तार OA तथा OC में चित्रानुसार समान धारा i प्रवाहित हो रही है। दोनों तारों का एक सिरा अनन्त तक फैला हुआ है। कोण AOC, α है। बिन्दु O से r दूरी पर इन दोनों तारों के समद्विभाजक पर बिन्दु 'P' पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण होगा।



- (A) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ (B) $\frac{\mu_0 i}{4\pi r} \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ (C*) $\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{\left(1 + \cos \frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)}$ (D) zero शून्य

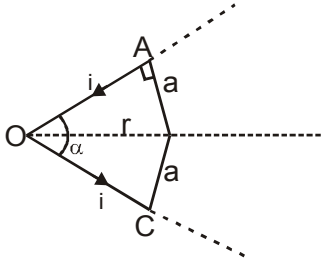
Sol.



Using $|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{a} (\sin \alpha + \sin \beta)$

Total magnetic field $|\vec{B}| = 2 \frac{\mu_0 i}{4\pi r \sin \frac{\alpha}{2}} (\cos \alpha/2 + 1) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{1 + \cos \alpha/2}{\sin \alpha/2}$

Sol.



$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{a} (\sin \alpha + \sin \beta)$ के उपयोग से

कुल चुम्बकीय क्षेत्र $|\vec{B}| = 2 \frac{\mu_0 i}{4\pi r \sin \frac{\alpha}{2}} (\cos \alpha/2 + 1)$

$= \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{1 + \cos \alpha/2}{\sin \alpha/2}$

3. A tuning fork vibrates with a string then it produces 5 beats per sec. If tension in string slightly decreases then it again produces 5 beats per sec. If the same tuning fork vibrates with an organ pipe it produces 4 beats per sec. If temperature of air slightly increases then it produces 4 beats per sec with the same organ pipe :
 एक स्वरित्र द्विभुज डोरी के साथ कंपन करता है तब यह 5 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न करता है। यदि डोरी में तनाव हल्कासा घटाया जाता है तब यह दुबारा 5 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न करता है। यदि समान द्विभुज आर्गन पाइप के साथ कंपन करता है यह 4 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न होता है। यदि वायु का तापमान हल्का सा बढ़ाया जाता है तब यह समान आर्गन पाइप के साथ 4 विस्पन्द उत्पन्न करता है :

(A*) If initially organ pipe and string vibrate together then 9 beats per sec. produce by the system.

यदि प्रारम्भ में आर्गन पाइप तथा डोरी साथ-साथ कंपन करते हैं तब निकाय द्वारा 9 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न होते हैं।

(B*) If organ pipe and string produce sound after changes then 9 beats per sec produce by the system

यदि आर्गन पाइप तथा डोरी परिवर्तन के पश्चात् साथ-साथ कंपन करते हैं तब निकाय द्वारा 9 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न होते हैं।

(C*) If tension in string decrease and sounded with organ pipe without changing temperature then only 1 beat per sec. produce by the system (string + pipe)

यदि डोरी में तनाव घटाया जाता है तथा आर्गन पाइप को तापमान परिवर्तन किये बिना ध्वनित किया जाता है तब निकाय (डोरी + पाइप) द्वारा केवल 1 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न किया जाता है।

(D*) If tension in string remain same and temperature of air in organ pipe changes then only 1 beat per sec. produce by the system (string + pipe)

यदि डोरी में तनाव समान रखा जाता है तथा आर्गन पाइप में तापमान परिवर्तित करके ध्वनित किया जाता है तब निकाय (डोरी + पाइप) द्वारा केवल 1 विस्पन्द प्रति सैकण्ड उत्पन्न किया जाता है।

Sol.

$$f_{\text{string}} = f_0 + 5$$

$$f'_{\text{string}} = f_0 - 5$$

$$f_{\text{organ pipe}} = f_0 - 4$$

$$f'_{\text{organ pipe}} = f_0 + 4$$

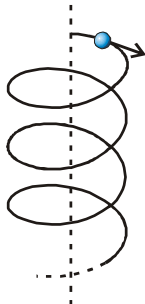
(A) $\Delta f = |(f_0 + 5) - (f_0 - 4)| = 9$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड

(B) $\Delta f = |(f_0 + 4) - (f_0 - 5)| = 9$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड

(C) $\Delta f = |(f_0 + 4) - (f_0 - 5)| = 1$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड

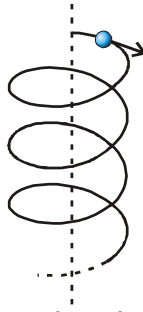
(D) $\Delta f = |(f_0 + 5) - (f_0 + 4)| = 1$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड

4. A very long uniform helix is made of thin metal wire. The axis of helix is vertical. A small bead begins to slide down the fixed helix starting from rest. Considering friction between bead and wire of helix to be nonzero, which of the following statements is/ are true as long as bead moves on helix.



- (A) The speed of bead keeps on increasing.
 (B) The magnitude of frictional force on bead remains constant.
 (C*) The speed of bead first increases and then remains constant.
 (D*) The magnitude of frictional force increases and then remains constant.

एक बहुत लम्बी एकसमान कुण्डलिनी पतले धात्विक तार से बनी है। कुण्डलिनी की अक्ष ऊर्ध्वाधर है। एक छोटा मनका स्थिर कुण्डलिनी से विराम से नीचे की ओर फिसलना प्रारम्भ करता है। मनके तथा कुण्डलिनी तार के बीच घर्षण को अशून्य मानते हुये निम्न में से कौन सा (से) कथन सत्य हैं जब तक कि मनका कुण्डलिनी पर गति करता है।



- (A) मनके की चाल बढ़ती जाती है।
 (B) मनके पर घर्षण बल का परिमाण नियत रहता है।
 (C*) मनके की चाल पहले बढ़ती है तथा फिर नियत रहती है।
 (D*) घर्षण बल का परिमाण बढ़ता है तथा फिर नियत रहता है।

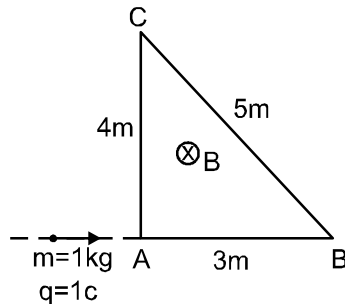
Sol. The component of weight in direction of velocity of bead remains constant. Since speed increases, the horizontal component of normal reaction keeps on increasing. Hence friction force increases till the bead acquires terminal velocity.

मनके के वेग की दिशा में भार का घटक नियत रहता है। चूँकि चाल बढ़ती है, तो अभिलम्ब प्रतिक्रिया का क्षैतिज घटक बढ़ता जाता है। इसलिये घर्षण बल मनके की सीमान्त वेग प्राप्त करने तक बढ़ता है।

COMPREHENSION

A small particle of mass $m = 1\text{kg}$ and charge of 1C enters perpendicularly in a triangular region of uniform magnetic field of strength 2T as shown in figure :

चित्रानुसार 2T तीव्रता के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र के त्रिभुजाकार क्षेत्र में द्रव्यमान $m = 1\text{kg}$ तथा आवेश 1C का छोटा कण लम्बवत् प्रविष्ट होता है :



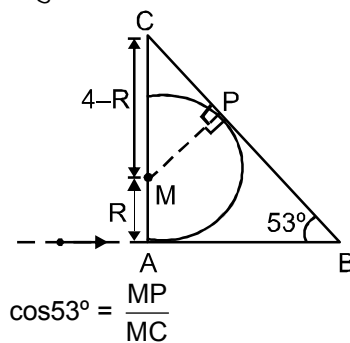
5. Calculate maximum velocity of the particle with which it should enter so that it complete a half-circle in magnetic region :

चुम्बकीय क्षेत्र में अर्धवृत्त पूर्ण कर सकने के लिए कण का अभिष्ट अधिकतम वेग का मान परिकलित कीजिए :

- (A) 2 m/s (B) 2.5 m/s (C*) 3 m/s (D) 4 m/s

Sol. In triangle PMC

त्रिभुज PMC में



$$\cos 53^\circ = \frac{MP}{MC}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{R}{4-R}$$

$$12 = 8R$$

$$R = \frac{3}{2} \text{ m (R is the maximum radius of half-circle) (अर्धवृत्त की अधिकतम त्रिज्या R है)}$$

$$R_{\max} = \frac{mu_{\max}}{qB}$$

$$U_{\max} = 3 \text{ m/s.}$$

6. In previous question, if particle enters perpendicularly with velocity 48 m/s in magnetic region. Then, how much time will it spend in magnetic region :

यदि पिछले प्रश्न में, कण चुम्बकीय क्षेत्र में 48 m/s वेग से लम्बवत् प्रविष्ट होता है, तो चुम्बकीय क्षेत्र में यह कितना समय व्यतीत करेगा :

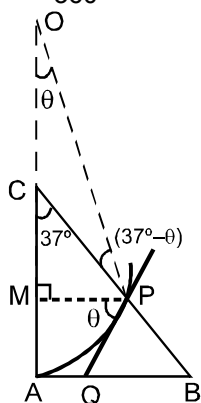
(A) $\frac{11\pi}{360} \text{ sec.}$

(B*) $\frac{7\pi}{360} \text{ sec.}$

(C) $\frac{13\pi}{360} \text{ sec.}$

(D) $\frac{17\pi}{360} \text{ sec.}$

Sol.



$$R = \frac{mu}{qB} = 24 \text{ m}$$

Let, माना $\angle MPQ = \theta$

By geometry, ज्यामिती से

$$\angle CPO = (37 - \theta)$$

In $\triangle CPO$ में,

$$\frac{OC}{\sin(\angle CPO)} = \frac{OP}{\sin(\angle PCO)}$$

$$\frac{20}{\sin(37^\circ - \theta)} = \frac{24}{\sin(180^\circ - 37^\circ)}$$

$$\frac{5}{\sin(37^\circ - \theta)} = \frac{5 \times 6}{3}$$

$$\sin(37^\circ - \theta) = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{7\pi}{180} \text{ rad.}$$

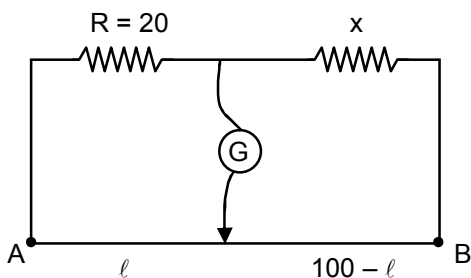
$$\omega = \frac{qB}{m}$$

$$\omega = 2 \text{ rad/sec.}$$

$$t = \frac{7\pi}{360} \text{ sec.}$$

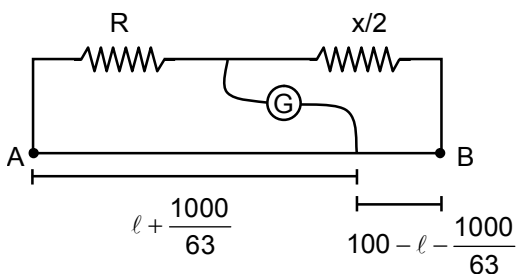
7. In the previous question find the change in angular momentum of particle w.r.t. centre of its circular path during its motion in magnetic field :
 पिछले प्रश्न में, चुम्बकीय क्षेत्र में गति के दौरान वृत्तीय पथ के केन्द्र के सापेक्ष कण के कोणीय संवेग में परिवर्तन ज्ञात कीजिए:
 (A) $1152 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ (B) $576 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ (C) $2304 \text{ kg.m}^2/\text{s}$ (D*) zero शून्य
8. A meter bridge experiment is performed with a known resistance of 20 ohm . Balance point is at ℓ for an unknown resistor of value $x \text{ ohm}$. Balance point shift to right by $\frac{1000}{63} \text{ cm}$ when another resistor of value $x \text{ ohm}$ is combined parallel to unknown resistor. Balance point shift to left by $\frac{2000}{117} \text{ cm}$, when it is connected in series. If ℓ is $\frac{500}{A} \text{ cm}$ then A is.
- मीटर सेतु प्रयोग में 20 ohm ज्ञात प्रतिरोध का उपयोग किया जाता है। सन्तुलन बिन्दु अज्ञात प्रतिरोध x के लिये ℓ लम्बाई पर प्राप्त होता है। यदि अज्ञात प्रतिरोध के समान्तर क्रम में अन्य $x \text{ ohm}$ के प्रतिरोध को जोड़ने पर सन्तुलन बिन्दु $\frac{1000}{63} \text{ cm}$ दाँयी तरफ विस्थापित हो जाता है और यदि अज्ञात प्रतिरोध के श्रेणी क्रम में अन्य $x \text{ ohm}$ के प्रतिरोध को जोड़ने पर सन्तुलन बिन्दु $\frac{2000}{117} \text{ cm}$ बाँयी तरफ विस्थापित हो जाता है। यदि ℓ का मान $\frac{500}{A} \text{ cm}$ हो तो A का मान क्या होगा ?

Ans.
Sol.



$$20(100 - \ell) = x\ell$$

$$\ell = \frac{2000}{20 + x}$$



when connected in parallel

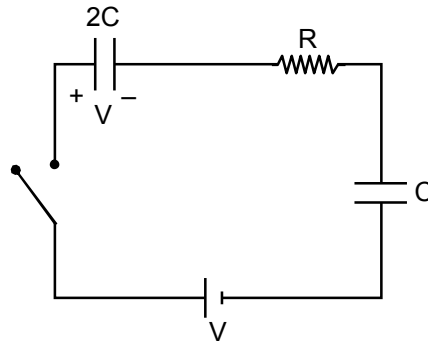
$$20\left(100 - \ell - \frac{1000}{63}\right) = \frac{x}{2}\left(\ell + \frac{1000}{63}\right)$$

$$\frac{100 - \ell}{100 - \ell - \frac{1000}{63}} = 2 \left(\frac{\ell}{\ell + \frac{1000}{63}} \right)$$

solving we get $\frac{500}{9}$

so $A = 9$

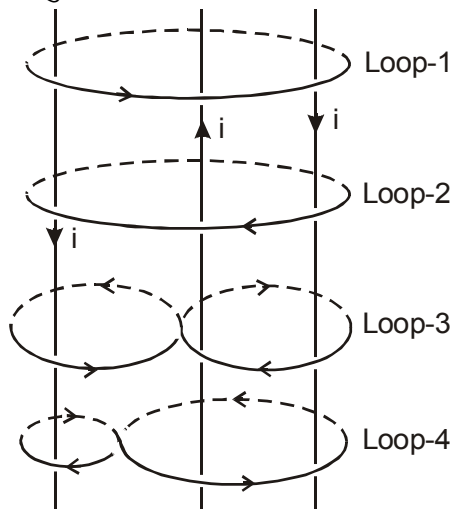
9. In the given figure switch is closed at some instant. Before this, capacitor of capacitance C is uncharged and $2C$ has potential V as shown. If total heat dissipated in resistor after switch is closed is $x \times CV^2$ then x is.
- दिये गये परिपथ में किसी क्षण स्विच को बन्द किया जाता है। बन्द करने के पहले C धारिता का संधारित्र अनावेशित तथा $2C$ धारिता का संधारित्र V विभव द्वारा चित्रानुसार आवेशित है। यदि स्विच बन्द करने के पश्चात् प्रतिरोध में उत्पन्न कुल ऊष्मा $x \times CV^2$ हो तो x का मान क्या होगा?



Ans. 0

Sol. No charge will flow through the circuit
Hence zero charge will flow

10. Three wires are carrying same constant current i in different directions. Four loops enclosing the wires in different manners are shown. The direction of $d\vec{\ell}$ is shown in the figure :
- तीन तारों में समान नियत धारा i भिन्न दिशाओं में प्रवाहित है। तारों के घेरे में भिन्न प्रकार से चार लूप दर्शाये गये हैं। $d\vec{\ell}$ की दिशा चित्र में दिखाये अनुसार है –



Column I

- (A) Along closed Loop-1
बन्द लूप 1 के अनुदिश
- (B) Along closed Loop-2
बन्द लूप 2 के अनुदिश
- (C) Along closed Loop-3
बन्द लूप 3 के अनुदिश
- (D) Along closed Loop-4
बन्द लूप 4 के अनुदिश

Column II

- (p) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$
- (q) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -\mu_0 i$
- (r) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$
- (s) net work done by the magnetic force to move a unit charge along the loop is zero.
एकांक आवेश को बन्द लूप के अनुदिश गति कराने में परिणामी चुम्बकीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है –

Ans. (A) q,s (B) p,s (C) q,s (D) p,s

Sol. Work done by magnetic force on a charge = 0 in any part of its motion.

∴ 'S' is matching for all parts (i), (ii), (iii), (iv)

For loop 1 $\Sigma I_{in} = -i + i - i = -i$ ∴ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(-i)$

For loop 2 $\Sigma I_{in} = i - i + i = i$ ∴ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(i)$

For loop 3 $\Sigma I_{in} = -i - i + i = -i$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(-i)$

For loop 4 $\Sigma I_{in} = +i + i - i = +i$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(i)$

(Note : That current will be taken as positive which produces lines of magnetic field in the same sense in which $d\vec{\ell}$ is taken)

Sol. गति के किसी भी भाग के लिए चुम्बकीय बल द्वारा एक आवेश पर किया गया कार्य = 0

∴ 'S' प्रत्येक भाग (i), (ii), (iii), (iv) से मेल खाता है।

लूप 1 के लिए $\Sigma I_{in} = -i + i - i = -i$ ∴ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(-i)$

लूप 2 के लिए $\Sigma I_{in} = i - i + i = i$ ∴ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(i)$

लूप 3 के लिए $\Sigma I_{in} = -i - i + i = -i$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(-i)$

लूप 4 के लिए $\Sigma I_{in} = +i + i - i = +i$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(i)$

(Note : वह धारा धनात्मक ली जाएगी जो उसी दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र की रेखाएं उत्पन्न करेगी जिसमें लिया गया है।)

DPP No. : C18 (JEE-Advanced)
Total Marks : 41
Max. Time : 33 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3
(3 marks, 2 min.) [09, 06]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.4 to Q.6
(4 marks 2 min.) [12, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.7 to Q.9
(4 marks 5 min.) [12, 15]
Match the Following (no negative marking) Q.10
(8 marks, 6 min.) [08, 06]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C18

1. (A) 2. (C) 3. (B) 4. (A) (B) 5. (A) (C) 6. (A)(B)(D)

 7. $u = \sqrt{\frac{48}{5}} g \ell$ 8. (a) $T = 40 (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0) \text{ kg f.}$ (b) $\theta_0 = 60^\circ$

9. 19 10. (A) q (B) r (C) q (D) s

1. A screw gauge with a pitch of 0.5 mm and a circular scale with 50 divisions is used to measure the thickness of a thin sheet of Aluminium. Before starting the measurement, it is found that when the two jaws of the screw gauge are brought in contact, the 45th division coincides with the main scale line and that the zero of the main scale is barely visible. What is the thickness of the sheet if the main scale reading is 0.5mm and the 25th division coincides with the main scale line ? **[JEE (Main) 2016; 4/120, -1]**
- एक स्क्रू – गेज का पिच 0.5mm है और उसके वृत्तीय स्केल पर 50 भाग हैं। इसके द्वारा एक पतली अल्युमीनियम शीट की मोटाई मापी गई। माप लेने के पूर्व यह पाया गया कि जब स्क्रू गेज के दो जॉवों के सम्पर्क में लाया जाता है तब 45 वां भाग मुख्य स्केल लाइन के संपाती होता है और मुख्य स्केल का शून्य (0) मुश्किल से दिखता है। मुख्य स्केल का पाठ्यांक यदि 0.5 mm तथा 25 वां भाग मुख्य स्केल लाइन के संपाती हो, तो शीट की मोटाई क्या होगी ?

(A*) 0.80 mm (B) 0.70mm (C) 0.50mm (D) 0.75mm

Ans. (A)
Sol. When jaws are closed, the zero error will be :

= main scale reading + (circular scale reading) (Least count)

 = $-0.5 \text{ mm} + (45)(0.01)$

 zero error = -0.05 mm

when the sheet is placed between the jaws ;

measured thickness

 = $0.5 \text{ mm} + (25)(0.01) = 0.75 \text{ mm}$
 \Rightarrow Actual thickness

 = $0.75 \text{ mm} - (-0.05)$

= 0.80 mm

जब दाँते बन्द हैं, तब शून्य त्रुटि

= मुख्य पैमाने का पाठ्यांक + (वृत्तीय पैमाने का पाठ्यांक) (अल्पतमांक)

 = $-0.5 \text{ mm} + (45)(0.01)$

 शून्य त्रुटि = -0.05 mm

जब दाँतों के मध्य पट्टिका को रखा जाता है तो

मापी गयी मोटाई

 = $0.5 \text{ mm} + (25)(0.01) = 0.75 \text{ mm}$
 \Rightarrow वास्तविक मोटाई

 = $0.75 \text{ mm} - (-0.05) = 0.80 \text{ mm}$

2. The following observations were taken for determining surface tension T of water by capillary method : diameter of capillary, $D = 1.25 \times 10^{-2}$ m rise of water, $h = 1.45 \times 10^{-2}$ m.
Using $g = 9.80$ m/s² and the simplified relation $T = \frac{rgh}{2} \times 10^3$ N/m, the possible error in surface tension

is closest to : [JEE (Main) 2017, 4/120, -1]

निम्न प्रेक्षणों को केशिका विविध से पानी का पृष्ठ तनाव T नापने के लिये किया जाता है।

केशिका का व्यास, $D = 1.25 \times 10^{-2}$ m

पानी का चढ़ाव, $h = 1.45 \times 10^{-2}$ m.

$g = 9.80$ m/s² तथा सरलीकृत सम्बन्ध $T = \frac{rgh}{2} \times 10^3$ N/m, को उपयोग करते हुए पृष्ठ तनाव में सम्भावित त्रुटि का

निकटतम मान होगा।

(A) 10%

(B) 0.15%

(C*) 1.5%

(D) 2.4%

Ans.

Sol.

Here the information of least count of D and h measurement are not given so we will use max. permissible error in D and h = place value of last digit.

$D = 1.25 \times 10^{-2}$ m so $\Delta D = 0.01 \times 10^{-2}$ m

$h = 1.45 \times 10^{-2}$ m so $\Delta h = 0.01 \times 10^{-2}$ m

$g = 9.80$ m/s²

$$T = \frac{rgh}{2} \times 10^3$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{0.01 \times 10^{-2}}{1.25 \times 10^{-2}} + \frac{0.01 \times 10^{-2}}{1.45 \times 10^{-2}}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \left(\frac{1}{125} + \frac{1}{145} \right) \times 100\%$$

$$= (0.008 + 0.0069) \times 100\% = 1.49 \approx 1.5\%$$

Hindi. यहाँ D एवं h के मापन के अल्पत्मांक की सूचना नहीं दी है अतः हम D व h में अधिकतम संभव त्रुटि का उपयोग करेंगे = अंतिम अंक का स्थानीय मान

$D = 1.25 \times 10^{-2}$ m इसीलिये $\Delta D = 0.01 \times 10^{-2}$ m

$h = 1.45 \times 10^{-2}$ m इसीलिये $\Delta h = 0.01 \times 10^{-2}$ m

$g = 9.80$ m/s²

$$T = \frac{rgh}{2} \times 10^3$$

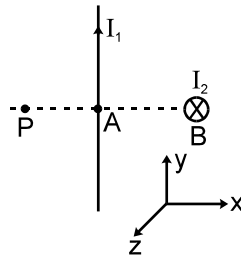
$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{0.01 \times 10^{-2}}{1.25 \times 10^{-2}} + \frac{0.01 \times 10^{-2}}{1.45 \times 10^{-2}}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \left(\frac{1}{125} + \frac{1}{145} \right) \times 100\%$$

$$= (0.008 + 0.0069) \times 100\% = 1.49 \approx 1.5\%$$

3. Two infinitely long linear conductors are arranged perpendicular to each other and are in mutually perpendicular planes as shown in figure. If $I_1 = 2A$ along the y-axis and $I_2 = 3A$ along -ve z-axis and $AP = AB = 1$ cm. The value of magnetic field strength \vec{B} at P is
- दो अनन्त लम्बाई के रेखीय सुचालक परस्पर एक-दूसरे के लम्बवत् संयोजित हैं तथा चित्र में दिखाये अनुसार परस्पर लम्बवत् तल में हैं। यदि y अक्ष के अनुदिश $I_1 = 2A$ तथा ऋणात्मक z-अक्ष के अनुदिश $I_2 = 3A$ है तथा $AP = AB = 1$ cm। बिन्दु 'P' पर चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} का मान है -



- (A) $(3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (-4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$ (B*) $(3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$
 (C) $(4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$ (D) $(-3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$

Sol. Magnetic field strength at P due to I_1

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(AP)} \hat{k} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2\pi \times 1 \times 10^{-2}} \hat{k} = (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$$

$$\text{Magnetic field strength at P due to } I_2 \quad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(BP)} \hat{j} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2\pi \times 2 \times 10^{-2}} \hat{j} = (3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j}$$

$$\text{Hence, } \vec{B} = (3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$$

$$I_1 \text{ के कारण P पर चु. क्षे. शून्य है। } \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(AP)} \hat{k} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2\pi \times 1 \times 10^{-2}} \hat{k} = (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$$

$$I_2 \text{ के कारण P पर चु. क्षे. शून्य है। } \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(BP)} \hat{j} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2\pi \times 2 \times 10^{-2}} \hat{j} = (3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j}$$

$$\text{इस प्रकार, } \vec{B} = (3 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{j} + (4 \times 10^{-5} \text{ T}) \hat{k}$$

4. A particle perform SHM on a straight line with time period T and amplitude A. The average speed of the particle between two successive instants, when potential energy and kinetic energy become same is/are:

एक कण सरल रेखा में T आवर्तकाल तथा आयाम A से सरल आवर्तगति कर रहा है। उन दो क्रमागत क्षणों के मध्य कण की औसत चाल क्या होगी जब उनकी स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा समान है।

$$(A*) \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) A}{T}$$

$$(B*) \frac{4\sqrt{2} A}{T}$$

$$(C) 0$$

$$(D) \text{ none of these इनमें से कोई नहीं}$$

5. A point charge of specific charge $\frac{q}{m} = 0.1 \text{ C/kg}$ is projected in uniform magnetic field. The particle

moves in magnetic field such that its position vector at any instant is given by $\vec{r} = 3 \sin t \hat{i} + 3 \cos t \hat{j} + 4t \hat{k}$.

Select correct statements from following :

- (A*) Magnetic field in space is 10T
 (B) The distance traveled by the particle in 5s is 20m
 (C*) Power of magnetic force is zero
 (D) The radius of curvature of the path is 3m

विशिष्ट आवेश $\frac{q}{m} = 0.1 \text{ C/kg}$ का एक बिन्दु आवेश एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में प्रक्षेपित किया जाता है। कण चुम्बकीय

क्षेत्र में इस प्रकार गति करता है कि किसी क्षण पर इसका स्थिति सदिश $\vec{r} = 3\sin t \hat{i} + 3\cos t \hat{j} + 4t \hat{k}$ द्वारा दिया गया है। निम्न में से सही कथन/कथनों का चयन कीजिए।

(A*) परिक्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र $10T$ है।

(B) $5s$ में कण द्वारा तय की गयी दूरी $20m$ है।

(C*) चुम्बकीय बल की शक्ति शून्य है।

(D) पथ की वक्रता त्रिज्या $3m$ है।

Sol. $\omega = 1 \Rightarrow \frac{qB}{m} = 1 \Rightarrow B = 10T$

Speed (चाल) = 5 m/s

6. A simple pendulum is oscillating with small amplitude. The bob is given a positive charge and a uniform magnetic field is applied in a direction perpendicular to the plane of oscillations. Which of the following quantities will not be effected by the presence of magnetic field ?

(A*) Amplitude of oscillations

(B*) Time period of oscillations

(C) Tension in the string at mean position

(D*) Tension in the string at extreme position

एक सरल लोलक अल्प आयाम से दौलन कर रहा है। लोलक को धनात्मक आवेश दिया जाता है, तथा एक समान चुम्बकीय क्षेत्र दौलन के तल के लम्बवत् दिशा में आरोपित किया जाता है। निम्न में से कौनसी राशियाँ चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति से प्रभावित नहीं होती है ?

(A*) दौलन का आयाम

(B*) दौलन का आवर्त काल

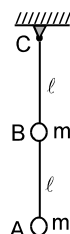
(C) माध्य स्थिति पर डोरी में तनाव

(D*) चरम स्थिति पर डोरी में तनाव

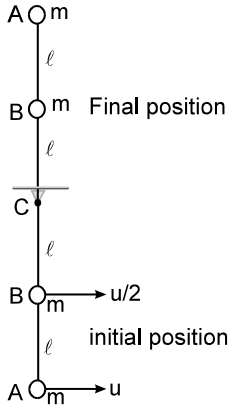
Ans. (A, B, D)

7. A weightless rod of length 2ℓ carries two equal masses 'm', one secured at lower end A and the other at the middle of the rod at B. The rod can rotate in vertical plane about a fixed horizontal axis passing through C. What horizontal velocity must be imparted to the mass at A so that it just completes the vertical circle.

2ℓ लम्बाई की द्रव्यमानरहित छड़ से दो 'm' द्रव्यमान के कण छड़ के निम्नतम A तथा मध्य बिन्दु B पर जुड़े हुए हैं। छड़ ऊर्ध्वाधर तल में स्थित बिन्दु C से गुजरने वाली स्थिर क्षैतिज अक्ष के परितः घूर्णन कर सकती है। A बिन्दु पर स्थित द्रव्यमान को कितना क्षैतिज वेग दिया जाए ताकि यह ठीक ऊर्ध्वाधर वृत्त तय कर सके।



Sol.



Let the initial velocity given to the mass at A be u .

Then the velocity of mass at B is $u/2$

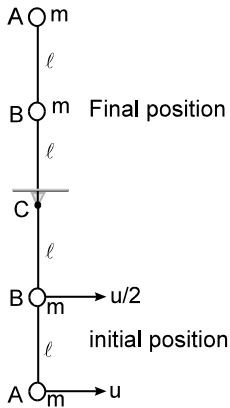
As the system moves from initial the final position

Increase in potential energy is $= 4mg\ell + 2mg\ell$

$$\text{Decrease in kinetic energy} = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}mu^2$$

From conservation of energy

$$\frac{5}{8}mu^2 = 6mg\ell \quad \text{or} \quad u = \sqrt{\frac{48}{5}g\ell}$$



माना A पर द्रव्यमान को दिया गया प्रारम्भिक वेग u है।

तो B पर द्रव्यमान को दिया गया वेग $u/2$ है।

चूंकि निकाय प्रारम्भ से अंतिम स्थिति की ओर गति करता है।

स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि है $= 4mg\ell + 2mg\ell$

$$\text{गतिज ऊर्जा में हानि} = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}mu^2$$

ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{5}{8}mu^2 = 6mg\ell \quad \text{or} \quad u = \sqrt{\frac{48}{5}g\ell}$$

8. A 40 kg mass, hanging at the end of a rope of length ℓ , oscillates in a vertical plane with an angular amplitude of θ_0 . What is the tension in the rope, when it makes an angle θ with the vertical ? If the breaking strength of the rope is 80 kg f, what is the maximum angular amplitude θ with which the mass can oscillate without the rope breaking ?

एक 40 kg द्रव्यमान की बॉल ℓ लम्बाई की रस्सी की सहायता में ऊर्ध्वाधर तल में θ_0 कोणीय आयाम से दोलन गति करती है। जब यह ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती है तो रस्सी में तनाव क्या होगा। यदि रस्सी का अधिकतम तनाव 80 kg f बल हो तो, अधिकतम कोणीय विस्थापन θ क्या होगा जिससे बॉल बिना रस्सी टूटे दोलन गति कर सके ?

Sol. The situation is shown in figure. चित्र में दिखाये अनुसार स्थिति है

(a) From figure h चित्र h से $= \ell (\cos \theta - \cos \theta_0)$

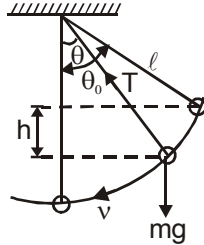
and तथा $v^2 = 2gh$

$$= 2g\ell (\cos \theta - \cos \theta_0) \dots\dots (A)$$

Again पुनः $T - mg \cos \theta = mv^2 / \ell \dots\dots (B)$

Substituting the value of v^2 from eq. (A) in eq. (B)

समीकरण (A) से v^2 का मान समीकरण (B) में रखने पर



we get

$$T - mg \cos \theta = m \{2g\ell (\cos \theta - \cos \theta_0) / \ell\}$$

or $T = mg \cos \theta + 2mg (\cos \theta - \cos \theta_0)$

or $T = mg (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$

or $T = 40g (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$ newton

Ans. $T = 40 (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$ kg f.

(b) Let θ_0 be the maximum amplitude. The maximum tension T will be at mean position where $\theta = 0$. माना θ_0 अधिकतम आयाम है। माध्य स्थिति पर अधिकतम तनाव T होगा जहाँ $\theta = 0$.

$\therefore T_{\max} = 40 (3 - 2 \cos \theta_0)$

But किंतु $T_{\max} = 80$

Solving we get हल करने पर $\theta_0 = 60^\circ$

Ans. $\theta_0 = 60^\circ$

9. A bird is singing on a tree and a man is hearing at a distance 'r' from the bird. then the displacement of the man towards the bird so that the loudness heard by man increases by 20 dB is $\frac{x}{y}r$ then find the minimum value of $x + y$ is [Assume that the motion of man is along the line joining the bird and the man]

एक पेड़ पर एक पक्षी गा रहा है और पक्षी से 'r' दूरी पर एक व्यक्ति सुन रहा है। व्यक्ति का पक्षी की ओर विस्थापन $\frac{x}{y}r$ इस प्रकार है कि व्यक्ति द्वारा सुनी गई ध्वनि की प्रबलता 20 dB से बढ़ जाए। तब $x + y$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें [यह मानिए कि व्यक्ति की गति पक्षी व व्यक्ति को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश है]

Ans. 19

Sol. Loudness $\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$

$\therefore \beta_2 - \beta_1 = 10 \log_{10} \frac{I_2}{I_1} \quad \& \quad I = \frac{P}{4\pi r^2}$

$\therefore \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$

$\therefore (\beta + 20) - \beta = 10 \log_{10} \frac{r^2}{r_2^2} = 20 \log_{10} \frac{r}{r_2}$

$\Rightarrow \frac{r}{r_2} = 10 \quad \Rightarrow \quad r_2 = 0.1r$

$\therefore \text{shift} = r - 0.1r = 0.9r$

Ans. $\frac{9r}{10}$

10. Regarding speed of sound in gas, match the statements in column-I with the results in column-II
गैस में ध्वनि के वेग के सम्बन्ध में कथनों को सुमेलित करिए।

Column I

- (A) Temperature of gas is made 4 times and pressure 2 times
(B) Only pressure is made 4 times without change in temperature
(C) Only temperature is changed to 4 times
(D) Only Molecular mass of the gas is made 4 times

स्तम्भ I

- (A) गैस का तापमान 4 गुना व दाब 2 गुना किया जाता है
(B) तापमान में बिना परिवर्तन किये केवल दाब को 4 गुना किया जाता है।
(C) केवल तापमान को 4 गुना किया जाता है
(D) केवल गैस के आण्विक द्रव्यमान को 4 गुना किया जाता है।

Sol. (A) q (B) r (C) q (D) s

Column II

- (p) speed becomes $2\sqrt{2}$ times the initial value
(q) speed becomes 2 times the initial value
(r) speed remains unchanged
(s) speed becomes half the initial value

स्तम्भ II

- (p) प्रारम्भिक चाल की तुलना में अब चाल $2\sqrt{2}$ गुना हो जाती है।
(q) प्रारम्भिक चाल की तुलना में अब चाल 2 गुना हो जाती है
(r) चाल अपरिवर्तित रहती है।
(s) प्रारम्भिक चाल की तुलना में अब चाल आधी हो जाती है

DPP No. : C19 (JEE-Main)

Total Marks : 61

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.19

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.20

Max. Time : 40 min.

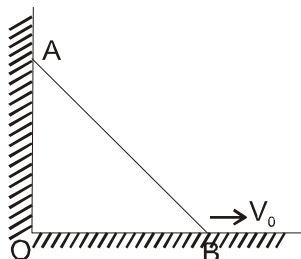
(3 marks, 2 min.) [57, 38]

(4 marks 2 min.) [04, 02]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C19

1. (B)	2. (B)	3. (B)	4. (A)	5. (A)	6. (A)	7. (A)
8. (C)	9. (C)	10. (C)	11. (A)	12. (A)	13. (B)	14. (D)
15. (B)	16. (D)	17. (B)	18. (D)	19. (A)	20. (B) (C) (D)	

1. Initially rod AB was vertical with end A in contact with wall. Now it's lower end starts slipping over the surface with constant speed V_0 . If length of Rod is ℓ then rate at which area of $\triangle AOB$ will change. [consider duration in which A remain in contact with vertical wall]
प्रारम्भ में छड़ AB दीवार से सम्पर्कित बिन्दु A के साथ उर्ध्वाधर है। अब इसका निचला सिरा सतह पर नियत चाल V_0 के साथ फिसलना प्रारम्भ करता है। यदि छड़ की लम्बाई ℓ हो तो $\triangle AOB$ के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है। [माना इस दौरान A हमेशा दीवार के सम्पर्क में रहता है]



(A) $\frac{1}{2} V_0 \left[\frac{\ell^2 - v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - 2v_0^2 t^2}} \right]$

(B*) $\frac{1}{2} V_0 \left[\frac{\ell^2 - 2v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2}} \right]$

(C) $\frac{1}{2} V_0 \left[\frac{\ell^2 - 3v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - 2v_0^2 t^2}} \right]$

(D) $\frac{1}{2} V_0 \left[\frac{\ell^2 - 2v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - 3v_0^2 t^2}} \right]$

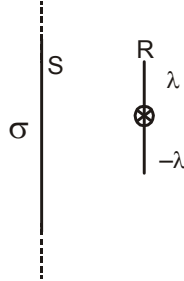
Sol. $A = \frac{1}{2} (v_0 t) \sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2}$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} v_0 \left[\frac{t}{2\sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2}} \{ 0 - 2v_0^2 t \} + \sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2} (1) \right] = \frac{1}{2} v_0 \left[\frac{-t^2 v_0^2 + \ell^2 - v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} V_0 \left[\frac{\ell^2 - 2v_0^2 t^2}{\sqrt{\ell^2 - v_0^2 t^2}} \right]$$

2. In the figure shown S is a large non-conducting sheet of uniform charge density σ . A rod R of length ℓ and uniformly distributed total mass 'm'. It is parallel to the sheet and hinged at its mid point. The linear charge densities on the upper and lower half are shown in the figure. The angular acceleration of the rod just after it is released is:

चित्र में S एक बड़ी कुचालक चादर है, जिसका एक समान आवेश घनत्व σ है। ℓ लम्बाई की एक छड़ R पर द्रव्यमान m एक समान रूप से वितरित है। यह चादर के समानान्तर है। और मध्य बिन्दु पर क्लिकित है। नीचे वाले आधे भाग और ऊपर वाले आधे भाग की रेखीय आवेश घनत्व चित्र में प्रदर्शित है छड़ को छोड़ने के ठीक बाद इसका कोणीय त्वरण होगा।



- (A) $\frac{3 \sigma \lambda}{m \epsilon_0}$ (B*) $\frac{3 \sigma \lambda}{2 m \epsilon_0}$ (C) $\frac{3 \sigma \lambda}{8 m \epsilon_0}$ (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol.

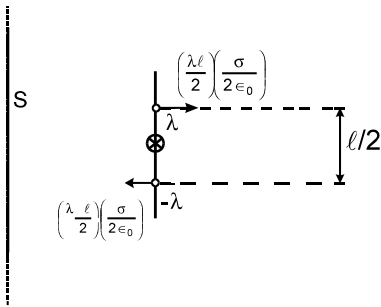
(B)

The upper and lower half of the rod are placed in uniform electric field of large sheet.

Hence the magnitude of force and its effective point of application on upper and lower half of rod are as shown in figure.

छड़ का ऊपरी तथा नीचला आधा भाग लम्बी पट्टिका के समरूप वैद्युत क्षेत्र में रखते हैं

अतः बल का परिमाण तथा इसके उपयोग के प्रभावी बिन्दु पर छड़ के ऊपरी आधे व नीचे आधे वाले भाग पर चित्रानुसार है



The torque on rod is

छड़ पर बल आघूर्ण है

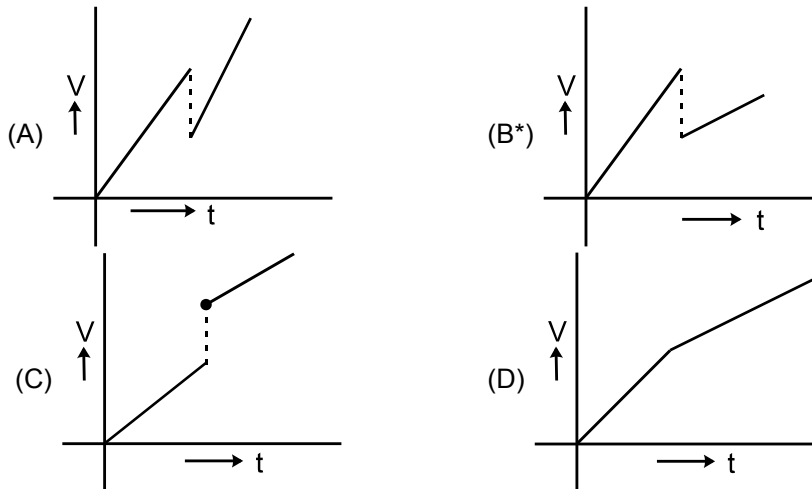
$$\left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \times \frac{\ell}{2} = \frac{m \ell^2}{12} \alpha$$

∴ angular acceleration α is

कोणीय त्वरण α है

$$\alpha = \frac{3 \sigma \lambda}{2 m \epsilon_0}$$

3. Two balls of same mass are released simultaneously from heights h & $2h$ from the ground level. The balls collide with the floor & stick to it. Then the velocity-time graph of centre of mass of the two balls is best represented by :
- समान द्रव्यमान की दो गेंदों को आधार से h तथा $2h$ ऊँचाई से एक साथ छोड़ा जाता है। गेंदें आधार से टकराकर इससे चिपक जाती हैं तो दोनों गेंदों (निकाय) के द्रव्यमान केन्द्र का वेग समय ग्राफ निम्न में होगा :



Ans. (B) As both the balls are released simultaneously, at any instant before the lower balls reaches the ground both have the same velocity ; $v = gt$ i.e. 'v' vs. 't' is a straight line graph.

(B) दोनों गेंद एक साथ छोड़ी जाती हैं, नीचे वाली गेंद के जमीन से पहुँचने से पहले दोनों गेंद समान वेग में होगी ;

$v = gt$ अतः 'v' vs. 't' का ग्राफ एक सीधी रेखा होगी

$$V_{CM} = \frac{mv(t) + mv(t)}{2m} = v(t) ; v(t) \text{ being the instantaneous velocity. } (v(t) \text{ तात्कालिक वेग})$$

Just after the lower ball strikes ground and comes to rest :

पहली गेंद का जमीन से टकराने के बाद वह विराम में आ जाती है।

$$V_{CM} = \frac{m \cdot v(t)}{2m} = \frac{v(t)}{2}$$

i.e. the velocity suddenly drops to half its value. अतः, वेग अचानक आधा हो जायेगा

Hence graphs (A) & (B) are chosen. अतः AB ग्राफ सही हैं

After collision :

$$\text{टक्कर के बाद } a_{CM} = \frac{m(g) + m(0)}{m + m} = \frac{g}{2}$$

i.e. the slope (of v-t curve) should decrease to half.

अतः v-t ग्राफ की ढाल आधी होनी चाहिये

Hence (B) is the best option.

अतः B सबसे सही हैं

4. A system consists of two point masses, A and B of masses 1 kg and 2 kg respectively. At an instant the kinetic energy of A with respect to the centre of mass is 2 Joules and the velocity of centre of mass is 2 m/s. The kinetic energy of the system at this instant is :

एक दृढ़ निकाय में स्थित दो बिन्दुवत द्रव्यमानों A तथा B के द्रव्यमान क्रमशः 1 कि.ग्रा. तथा 2 कि.ग्रा. हैं। किसी क्षण A की द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष गतिज ऊर्जा 2 जूल है तथा द्रव्यमान केन्द्र का वेग 2 मी./सै. है। इस क्षण निकाय की गतिज ऊर्जा है –

- (A*) 9 J (B) 11 J (C) 13 J (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $KE_{A/CM} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (v_{A/CM})^2 = 2 \text{ Joules}$

$\Rightarrow v_{A/CM} = 2 \text{ m/s.}$

Let ; COM move towards +ve x-direction.

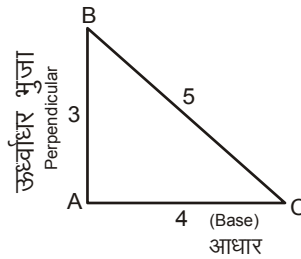
माना ; द्रव्यमान केन्द्र धनात्मक x-दिशा की तरफ चलता है।

Then तब, $\vec{v}_{A/CM} = 2\hat{i}$

$\Rightarrow v_{B/CM} = -\hat{i}$ (Use ; $\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$)

$\therefore KE_{System} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2\hat{i} + \vec{v}_{CM})^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-\hat{i} + \vec{v}_{CM})^2$
 $= \frac{1}{2} [4 + v_{CM}^2 + 2 \cdot 2\hat{i} \cdot \vec{v}_{CM}] + \frac{1}{2} \cdot 2 [1 + v_{CM}^2 - 2\hat{i} \cdot \vec{v}_{CM}]$
 $= (2 + 2 + 2\hat{i} \cdot \vec{v}_{CM}) + (1 + 4 - 2\hat{i} \cdot \vec{v}_{CM})$
 $= 9 \text{ J}$ Ans.

5. Moment of inertia of uniform triangular plate about axis passing through sides AB, AC, BC are I_P , I_B & I_H respectively & about an axis perpendicular to the plane and passing through point C is I_C . Then :
 एक समान त्रिभुजाकार प्लेट का जड़त्व आघूर्ण भुजा AB, AC तथा BC के सापेक्ष I_P , I_B & I_H है तथा बिन्दु C के लम्बवत् गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष I_C है तो :



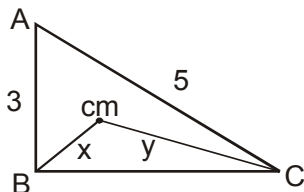
(A*) $I_C > I_P > I_B > I_H$

(C) $I_P > I_H > I_B > I_C$

(B) $I_H > I_B > I_C > I_P$

(D) none of these

- Sol.** Moment of inertia is more when mass is farther from the axis. In case of axis BC, mass distribution is closest to it and in case of axis AB mass distribution is farthest. Hence
 जड़त्व आघूर्ण ज्यादा होगा जब द्रव्यमान अक्ष से दूर है अक्ष BC की स्थिति में द्रव्यमान वितरण इसके सबसे पास है तथा अक्ष AB की स्थिति में द्रव्यमान वितरण इससे सबसे दूर है अतः



$I_{BC} < I_{AC} < I_{AB}$

$\Rightarrow I_P > I_B > I_H$

$I_C = I_{CM} + my^2$
 $= I_B^1 - mx^2 + my^2$
 $= I_B^1 + m(y^2 - x^2)$
 $= I_P + I_B + m(y^2 - x^2)$
 $> I_P + I_B$
 $> I_P$

Here I_B^1 is moment of inertia of the plate about an axis perpendicular to it and passing through B.

यहाँ I_B^1 प्लेट का एक अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है जो इसके लम्बवत् तथा B से गुजरती है

$\therefore I_C > I_P > I_B > I_H$

6. A particle is performing SHM with acceleration $a = 8\pi^2 - 4\pi^2 x$ where x is coordinate of the particle w.r.t. the origin. The parameters are in S.I. units. The particle is at rest at $x = -2$ at $t = 0$.

एक कण त्वरण $a = 8\pi^2 - 4\pi^2 x$ के अनुसार सरल आवृत्ति कर रहा है, जहाँ x मूल बिन्दू के सापेक्ष कण का निर्देशांक है। सभी प्राचल S.I. ईकाई में हैं। कण समय t पर विराम पर है तब

$$x = -2 \text{ at } t = 0.$$

- (A*) coordinate of the particle w.r.t. origin at any time t is $2 - 4 \cos 2\pi t$
 (B) coordinate of the particle w.r.t. origin at any time t is $-2 + 4 \sin 2\pi t$
 (C) coordinate of the particle w.r.t. origin at any time t is $-4 + 2 \cos 2\pi t$
 (D) the coordinate cannot be found because mass of the particle is not given.
 (A*) समय t पर मूल बिन्दू के सापेक्ष कण का निर्देशांक $2 - 4 \cos 2\pi t$ है।
 (B) समय t पर मूल बिन्दू के सापेक्ष कण का निर्देशांक $-2 + 4 \sin 2\pi t$ है।
 (C) समय t पर मूल बिन्दू के सापेक्ष कण का निर्देशांक $-4 + 2 \cos 2\pi t$ है।
 (D) निर्देशांक प्राप्त नहीं कर सकते क्योंकि कण का द्रव्यमान नहीं दिया गया है।

Hint : $x = 2$ will be mean position of particle as $a = 0$ at $x = 2$ and particle is at negative extreme at $t = 0$ so amplitude = 4.

so equation of motion = $2 - 4 \cos 2\pi t$

as $w = 2\pi$ { $a = a_0 w^2 x$ gives $w = 2\pi$ }

$x = 2$ कण की माध्य स्थिति होगी चूंकि $x = 2$ पर $a = 0$ तथा $t = 0$ पर कण ऋणात्मक सिरे पर है अतः आयाम = 4 है।

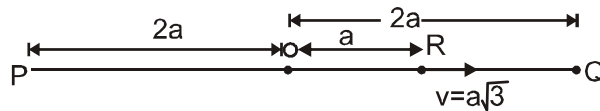
अतः गति की समीकरण = $2 - 4 \cos 2\pi t$

चूंकि $w = 2\pi$ { $a = a_0 w^2 x$ देता है $w = 2\pi$ }

7. A particle of mass m is performing SHM along line PQ with amplitude $2a$ with mean position at O. At $t = 0$ particle is at point R (OR = a) and is moving towards Q with velocity $v = a\sqrt{3}$ m/sec. The equation can be expressed by :

m द्रव्यमान का एक कण PQ रेखा के अनुदिश $2a$ आयाम से माध्य स्थिति O से सापेक्ष सरल आवर्त गति कर रहा है।

$t = 0$ पर कण बिन्दु R (OR = a) पर है और Q की ओर $v = a\sqrt{3}$ m/sec. वेग से गतिशील है। समीकरण प्रदर्शित कर सकते हैं।



- (A*) $x = a(\sqrt{3} \sin t + \cos t)$ (B) $x = 2a(\sqrt{3} \sin t + \cos t)$
 (C) $x = 2a(\sin t + \sqrt{3} \cos t)$ (D) $x = a(\sin t + \sqrt{3} \cos t)$

Sol. $v = \omega \sqrt{(2a)^2 - x^2}$

$$\sqrt{3}a = \omega \sqrt{4a^2 - a^2}$$

$$\omega = 1$$

$$x = 2a \sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{At } t = 0, \quad x = a$$

$$t = 0 \text{ पर, } x = a$$

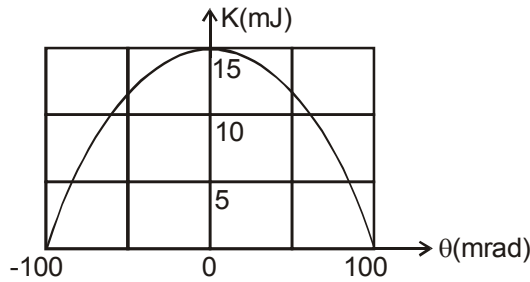
$$\phi = \frac{\pi}{6}$$

$$x = 2a \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 2a\left[\sin t \cos \frac{\pi}{6} + \cos t \times \sin \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= a[\sqrt{3} \sin t + \cos t].$$

8. Figure shows the kinetic energy K of a simple pendulum versus its angle θ from the vertical. The pendulum bob has mass 0.2 kg . The length of the pendulum is equal to $(g = 10 \text{ m/s}^2)$.
चित्र में सरल लोलक की गतिज ऊर्जा K तथा उर्ध्वाधर से कोण θ के बीच ग्राफ दर्शाया गया है। लोलक का द्रव्यमान 0.2 किग्रा है। सरल लोलक की लम्बाई बराबर है – $(g = 10 \text{ मी./से.}^2)$.



- (A) 2.0 m (B) 1.8 m (C*) 1.5 m (D) 1.2 m

Sol. $\frac{1}{2} m V_m^2 = 15 \times 10^{-3}$

$$V_m = \sqrt{0.150} \text{ m/s}$$

$$A\omega = \sqrt{0.150} \text{ m/s}$$

$$L \omega_m \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{0.150} \text{ m/s}$$

$$\sqrt{gL} = \frac{\sqrt{0.150}}{100 \times 10^{-3}} \Rightarrow L = \frac{0.150}{0.1} = 1.5 \text{ m}$$

9. An object moves vertically with simple harmonic motion just behind a wall. From the other side of the wall the object is visible in each cycle for 2.0 s and hidden behind the wall for 6.0 s . The maximum height reached by the object relative to the top of the wall is 0.3 m . The amplitude of the motion is :

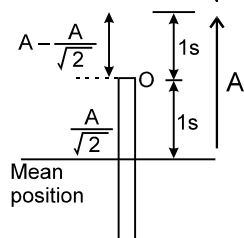
एक वस्तु एक दीवार के ठीक पीछे उर्ध्वाधर दिशा में सरल आवर्ती गति करती है। दीवार की दूसरी ओर से वस्तु एक चक्र में 2.0 सैकण्ड के लिए दिखाई देती है तथा 6.0 सैकण्ड के लिए दीवार के पीछे छिपी रहती है। दीवार के उच्चतम बिन्दु के सापेक्ष वस्तु द्वारा तय अधिकतम ऊँचाई 0.3 मीटर है। गति का आयाम है :

- (A) 0.5 m (B) 0.6 m (C*) 1.0 m (D) 1.2 m

Sol. Time period of motion = $6 + 2 = 8 \text{ s}$

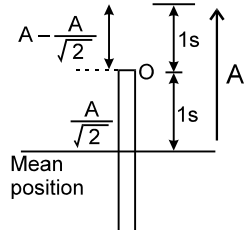
from mean position to the highest point of the wall, it takes 1 s and

covers distance $\frac{A}{\sqrt{2}}$.



Thus $A - \frac{A}{\sqrt{2}} = 0.3 \text{ m}$

$$\Rightarrow A = 1.0 \text{ m}$$



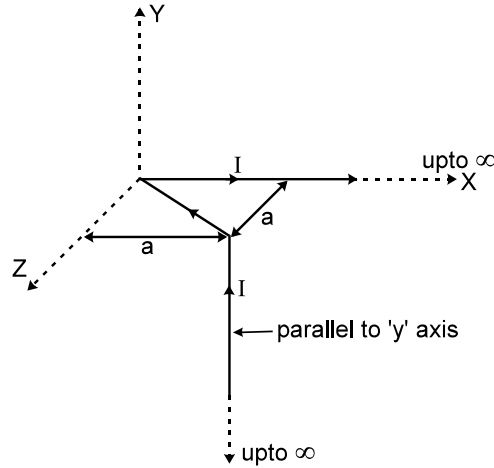
गति का आवर्तकाल = $6 + 2 = 8 \text{ s}$

माध्य स्थिति से दीवार के उच्चतम बिन्दु तक,

यह 1s लेता है तथा $\frac{A}{\sqrt{2}}$ दूरी तय करता है

अतः $A - \frac{A}{\sqrt{2}} = 0.3 \text{ m} \Rightarrow A = 1.0 \text{ m}$

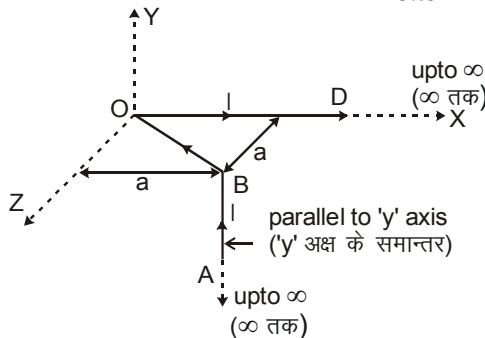
10. The magnetic field at the origin due to the current flowing in the wire is
तार में प्रवाहित धारा के कारण मूल बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र है -



- (A) $-\frac{\mu_0 I}{8\pi a}(\hat{i} + \hat{k})$ (B) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}(\hat{i} + \hat{k})$ (C*) $\frac{\mu_0 I}{8\pi a}(-\hat{i} + \hat{k})$ (D) $\frac{\mu_0 I}{4\pi a\sqrt{2}}(\hat{i} - \hat{k})$

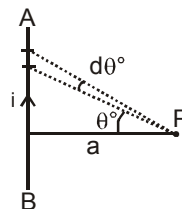
Sol. $B_{OD} = 0$
 $B_{OB} = 0$

$B_{AB} = [\cos 45^\circ(-\hat{i}) + \cos 45^\circ \hat{k}] = \frac{\mu_0 I}{8\pi a}(-\hat{i} + \hat{k})$



11. Consider a straight wire AB carrying a current i from B to A. Consider a small segment of this wire which subtends a small angle $d\theta$ (in degrees) at the point P as shown in the figure. The magnetic field produced by this small segment at the point P is: (current i is in ampere, a is in metres and the angles in degrees)

एक लम्बे सीधे धारावाही तार AB पर विचार कीजिये जिसमें i धारा B से A की ओर प्रवाहित हो रही है। अब इस तार के एक छोटे से भाग पर विचार करते हैं जो बिन्दु P पर चित्रानुसार $d\theta$ कोण (डिग्री में) अन्तर्गत करता है। इस छोटे भाग के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र होगा (धारा i एम्पियर में है, a मीटर में तथा कोण डिग्री में है) :



- (A*) $\frac{\mu_0 i \cos \theta d\theta}{720 a}$ (B) $\frac{\mu_0 i \sin \theta d\theta}{4\pi a}$ (C) $\frac{\mu_0 i \sin \theta d\theta}{72 a}$ (D) $\frac{\mu_0 i \cos \theta}{4\pi a} d\theta$

Sol.
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\ell \cos \theta}{\left(\frac{a}{\cos \theta}\right)^2}$$

$\ell = a \tan \theta \Rightarrow d\ell = a \sec^2 \theta d\theta$

$\therefore dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cos \theta}{a} d\theta$ ($d\theta$ in radians) [$d\theta$ रेडियन में]

$= \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{i \cos \theta}{a} \times \frac{\pi}{180} d\theta$ ($d\theta$ in degrees) [$d\theta$ डिग्री में]

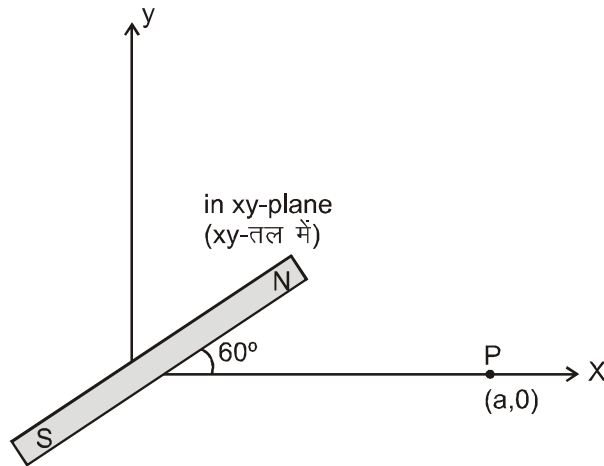
$= \frac{\mu_0 i \cos \theta d\theta}{720a}$ ($d\theta$ in degrees) [$d\theta$ डिग्री में]

- 12.** Which of the following demonstrated that earth has a magnetic field ?
 पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के लिये निम्न में से कौनसे प्रेक्षण सही हैं
 (A*) Intensity of cosmic rays (stream of charged particle coming from outer space) is more at the poles than at the equator.
 (B) Earth is surrounded by an ionosphere (a shell of charged particles)
 (C) Earth is a planet rotating about the north south axis
 (D) Large quantity of iron ore is found in the earth
 (A*) कॉस्मिक किरणों की तीव्रता (बाहरी परिवेश से आने वाले आवेशित कणों का पुंज) ध्रुव पर विषुवत रेखा की तुलना में अधिक होते हैं।
 (B) पृथ्वी आयन मण्डल द्वारा घिरी हुई है। (आवेशित कणों का कोश)
 (C) पृथ्वी उत्तर दक्षिण अक्ष के परितः घूर्णन करती है।
 (D) पृथ्वी में लौह अयस्क बहुतायत मात्रा में पाया जाता है।
- Sol.** The south pole of the earth's magnet is located near its geographical north pole, and the north pole of the earth's magnet is located near its geographical south pole. Hence, the intensity of the cosmic rays is more at the poles than at the equator.

- 13.** If the earth's field induction at a place is 0.36 gauss and the angle of dip is 60° . Then the horizontal and vertical component of the field is :
 पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र 0.36 gauss तथा नति कोण 60° है। इस क्षेत्र का क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक है।
 (A) 0.36 gauss, $0.36\sqrt{3}$ gauss (B*) 0.18 gauss, $0.18\sqrt{3}$ gauss
 (C) 0.09 gauss, $0.09\sqrt{3}$ gauss (D) none of these

Sol. Field induction $B_e = 0.36$ gauss
 Angle of dip $\theta = 60^\circ$
 The horizontal component is
 $H = B_e \cos \theta = 0.36 \times \cos 60^\circ$
 $= 0.36 \times \frac{1}{2} = 0.18$ gauss
 The vertical component is
 $B_e \sin 60^\circ = 0.36 \times \sin 60^\circ$
 $= 0.36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.18 \times \sqrt{3}$ gauss

14. A magnet of dipole moment M placed at origin as shown in figure. Then select correct alternative about Magnetic field produced by it:
 M द्विध्रुव आघूर्ण का एक चुम्बक चित्रानुसार मूल बिन्दु पर स्थित है। तब इससे उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के विषय में सही विकल्प का चयन कीजिए।



- (A) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, at angle $\phi = 30^\circ$ with x-axis
 (B) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, at angle $\phi = 60^\circ$ with x-axis
 (C) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sqrt{5}M}{a^3}$, at angle $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ with x-axis
 (D*) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, at angle $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ with x-axis
 (A) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, x-अक्ष से $\phi = 30^\circ$ कोण पर
 (B) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, x-अक्ष से $\phi = 60^\circ$ कोण पर
 (C) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sqrt{5}M}{a^3}$, x-अक्ष से $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ कोण पर
 (D*) $\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{\sqrt{7}M}{a^3}$, x-अक्ष से $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ कोण पर

15. The magnetic induction and the intensity of magnetic field inside an iron pole of an electromagnetic are 10 Wb m^{-2} and 250 Am^{-1} respectively. What is the relative permeability of iron ? ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$)
 एक वैद्युत चुम्बकीय लौह खम्भे (Iron pole) के अन्दर चुम्बकीय प्रेरण तथा चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता क्रमशः 10 Wb m^{-2} तथा 250 Am^{-1} है। लौहे की सापेक्ष पारगम्यता क्या होगी ? ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$)

- (A) $\frac{10^5}{6\pi}$ (B*) $\frac{10^5}{\pi}$ (C) $\frac{10^5}{3\pi}$ (D) $\frac{10^5}{5\pi}$

Sol. The permeability is given by $\mu = B/H$
 पारगम्यता $\mu = B/H$ होती है।

$$\therefore \text{Relative permeability सापेक्ष पारगम्यता } \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{10}{4\pi \times 10^{-7} \times 250} = \frac{10^5}{\pi}$$

16. **STATEMENT-1** : Two charged particles are released from rest in gravity free space. After some time, one particle will exert a non-zero magnetic force on the other particle in addition to electrostatic force.
STATEMENT-2: A moving charge produces magnetic field. Also a magnetic force may act on a charged particle moving in an external magnetic field.
- वक्तव्य-1** : दो आवेशित कणों को विराम से गुरुत्व मुक्त आकाश में मुक्त किया जाता है। कुछ समय पश्चात् एक कण दूसरे कण पर स्थिर विद्युत बल के साथ-साथ अशून्य चुम्बकीय बल भी आरोपित करेगा।
वक्तव्य-2 : एक गति करता हुआ आवेश चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है तथा एक बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में गति करते हुये एक आवेशित कण पर एक चुम्बकीय बल भी कार्यरत हो सकता है।
- (A) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is a correct explanation for Statement-1
 (B) Statement-1 is True, Statement-2 is True; Statement-2 is **NOT** a correct explanation for Statement-1
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D*) Statement-1 is False, Statement-2 is True.
- (A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य -1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है ; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य -1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।
 (D*) वक्तव्य -1 असत्य है , वक्तव्य-2 सत्य है।
- Sol.** Since both charged particles move along same straight line, the magnetic field due to one particle at location of other is zero. Hence there is no magnetic interaction amongst the charged particles.
 चूंकि दोनों आवेशित कण समान सीधी रेखा के अनुदिश गति करते हैं, एक कण के कारण दूसरे स्थिति पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है। अतः आवेशित कणों के मध्य कोई चुम्बकीय अन्तर्क्रिया नहीं है।

17. The dimensional formula of magnetic flux density is :
 चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व का विमीय सूत्र है :
 (A) $[M^1 L^2 T^1 I^{-1}]$ (B*) $[M^1 T^{-2} I^{-1}]$ (C) $[M^1 L^2 T^{-2} I^{-1}]$ (D) $[M^1 L^1 T^{-2} I^{-1}]$

18. The magnetic flux ϕ through a metal ring varies with time t according to :

$$\phi = 3(at^3 - bt^2)Tm^2, \text{ with } a = 2s^{-3} \text{ and } b = 6s^{-2}.$$

The resistance of the ring is 3Ω . The maximum current induced in the ring during the interval $t = 0$ to $t = 2s$, is

धात्विक वलय से सम्बंधित चुम्बकीय फ्लक्स ϕ समय t के साथ निम्न रूप से परिवर्तित होता है।

$$\phi = 3(at^3 - bt^2)Tm^2 \text{ यहाँ } a = 2s^{-3} \text{ तथा } b = 6s^{-2} \text{ है।}$$

वलय का प्रतिरोध 3Ω है। समयान्तराल $t = 0$ से $t = 2s$ में वलय में प्राप्त अधिकतम प्रेरित धारा है :-

- (A) 1 A (B) 2A (C) 3A (D*) 6 A

Sol. $i(t) = -\frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} = 2bt - 3at^2$

i is maximum when $\frac{di}{dt} = 0$ (i अधिकतम होगा जब $\frac{di}{dt} = 0$)

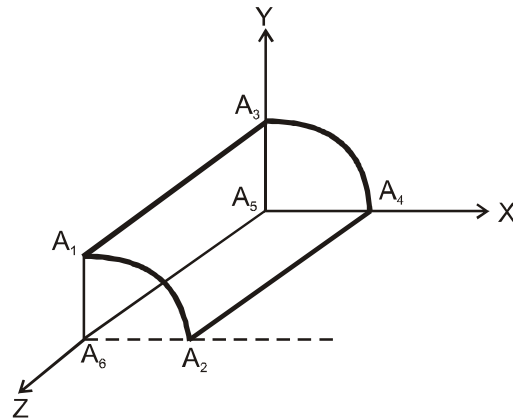
or या $t = \frac{2b}{6a}$

Using values, at $t = 1s$, i is maximum its value = $12 - 6 = 6A$

मानों के प्रयोग से $t = 1s$ पर i का अधिकतम मान = $12 - 6 = 6A$

19. A time varying magnetic field, $(\vec{B} = B_0 t \hat{k})$, is confined in a cylindrical region and is cutting the xy plane on a circle $x^2 + y^2 = 4$ where x and y are in meters. A wire frame $A_1 A_2 A_4 A_3 A_1$ is placed in the magnetic field as shown. Segment $A_1 A_2$ and $A_3 A_4$ are identical quarter circles parallel to each other with axis along z-axis. The induced current flowing in the wire frame is equal to : (The total length of the loop of wire frame is 10m, radius of arc $A_3 A_4$ and arc $A_1 A_2$ is 1m each and resistance per unit length is $1\Omega/m$)

एक समय परिवर्तनशील चुम्बकीय क्षेत्र $(\vec{B} = B_0 t \hat{k})$ एक बेलनाकार क्षेत्र में परिबद्ध है तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ पर xy तल को काटता है। जहाँ x तथा y मीटर में है। एक तार फ्रेम $A_1 A_2 A_4 A_3 A_1$ चित्रानुसार चुम्बकीय क्षेत्र में रखा गया है। भाग $A_1 A_2$ तथा $A_3 A_4$ एक समान चतुर्थांश वृत्त है तथा z अक्ष के अनुदिश एक दूसरे के समान्तर रखे हैं। तार फ्रेम में प्रवाहित प्रेरित धारा किसके बराबर होगी। (तार लूप की कुल लम्बाई 10m है, चाप $A_3 A_4$ तथा $A_1 A_2$ की त्रिज्या 1m है तथा प्रति एकांक लम्बाई का प्रतिरोध $1\Omega/m$ है)



(A*) zero

(B) $\frac{B_0 \pi}{10}$

(C) $\frac{B_0 \pi}{5}$

(D) $\frac{B_0 \pi}{20}$

Sol. The magnetic field does not pass through the loop. Hence flux remains zero. As there is no change in flux, there is no induced current.

चुम्बकीय क्षेत्र लूप से नहीं गुजरता। अतः फ्लक्स शून्य रहता है। चूंकि फ्लक्स में कोई परिवर्तन नहीं है। अतः प्रेरित धारा नहीं होगी।

20. Which of the following statements are true ?

निम्न में से कौनसे विकल्प सही है।

(A) The angle of dip at 30° of north is the same as that of 60° of south.

(B*) The angle of dip at the equator is 0° .

(C*) The angle of dip on the magnetic north pole of the earth is 90° .

(D*) The angle of dip on the magnetic south pole of the earth is 90° .

(A) उत्तर से 30° नति कोण, दक्षिण से 60° नति कोण के बराबर है।

(B*) भूमध्य रेखा पर नति कोण 0° है।

(C*) पृथ्वी के चुम्बकीय उत्तरी ध्रुव पर नति कोण 90° है।

(D*) पृथ्वी के चुम्बकीय दक्षिणी ध्रुव पर नति कोण 90° है।

Note : DPPs C20, C21, C22 are from fluid mechanics

DPP No. : C20 (JEE-Advanced)

Total Marks : 59

Max. Time : 38 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3

(3 marks, 2 min.) [09, 06]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.4 to Q.7

(4 marks 2 min.) [16, 08]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.8 to Q.13

(3 marks 2 min.) [18, 12]

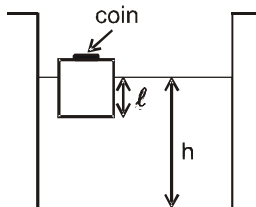
Match the Following (no negative marking) Q.14 to Q.15

(8 marks, 6 min.) [16, 12]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C20

- | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------|----------------|------------|--------------|
| 1. (D) | 2. (B) | 3. (A) | 4. (A) (C) (D) | 5. (C) (D) | 6. (A)(B)(D) |
| 7. (A) (D) | 8. (C) | 9. (A) | 10. (A) | 11. (A) | 12. (D) |
| 13. (C) | | | | | |
| 14. A - p ; B - q ; C - t ; D - s | 15. A - q ; B - p ; C - r ; D - s | | | | |

1. A wooden block with a coin placed on its top, floats in water as shown in figure. The distance ℓ and h are shown here. After some time the coin falls into the water. Then : **[JEE-2002 (Screening), 3/105]**
एक लकड़ी का गुटका जिसके ऊपर एक सिक्का रखा हुआ है चित्रानुसार पानी में तैर रहा है। दूरियाँ ℓ तथा h चित्र में प्रदर्शित हैं कुछ समय बाद सिक्का पानी में गिर जाता है तो **[JEE-2002 (Screening), 3/105]**



(A) ℓ decreases and h increase

(B) ℓ increases and h decreases

(C) both ℓ and h increases

(D*) both ℓ and h decrease

(A) ℓ घटेगा तथा h बढ़ेगा।

(B) ℓ बढ़ेगा तथा h घटेगा।

(C) ℓ और h दोनों बढ़ेंगे।

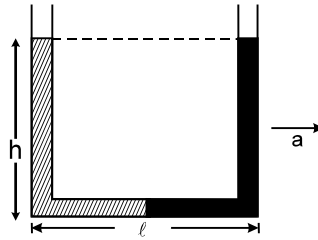
(D*) ℓ और h दोनों घटेंगे।

Sol. ℓ will decrease because the block moves up. h will decrease because the coin will displace the volume of water (V_1) equal to its own volume when it is in the water whereas when it is on the block it will displace the volume of water (V_2) whose weight is equal to weight of coin and since density of coin is greater than the density of water $V_1 < V_2$.

Sol. ℓ घटेगा क्योंकि ब्लॉक ऊपर जायेगा h घटेगी क्योंकि सिक्का स्वयं के आयतन जितना जल (V_1) विस्थापित करेगा जब यह पानी में होगा। किन्तु जब यह ब्लॉक पर होगा तो अपने भार के तुल्य जल का आयतन (V_2) विस्थापित करेगा। चूंकि सिक्के का घनत्व जल के घनत्व से अधिक है अतः $V_1 < V_2$.

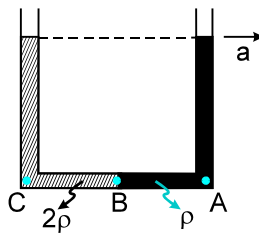
2. A U-tube of base length " ℓ " filled with same volume of two liquids of densities ρ and 2ρ is moving with an acceleration " a " on the horizontal plane as shown in the figure. If the height difference between the two surfaces (open to atmosphere) becomes zero, then the height h is given by:

एक U-नलिका के आधार की लम्बाई " ℓ " है इसमें द्रव जिनका घनत्व ρ तथा 2ρ है, के समान आयतन को चित्रानुसार भरा जाता है। यह 'a' त्वरण से क्षैतिज धरातल पर गति कर रही है। अगर दोनों द्रव सतहों (बाह्य वायुमण्डल में खुली हुई) के मध्य ऊँचाई में अन्तर शून्य हो तो ऊँचाई h का मान होगा :



- (A) $\frac{a}{2g}\ell$ (B*) $\frac{3a}{2g}\ell$ (C) $\frac{a}{g}\ell$ (D) $\frac{2a}{3g}\ell$

Sol. For the given situation, liquid of density 2ρ should be behind that of ρ . दी गई स्थिति के लिए, 2ρ घनत्व वाला द्रव ρ घनत्व वाले द्रव से पीछे होगा।



From right limb दायी भुजा के लिए :

$$P_A = P_{\text{atm}} + \rho gh$$

$$P_B = P_A + \rho a \frac{\ell}{2} = P_{\text{atm}} + \rho gh + \rho a \frac{\ell}{2}$$

$$P_C = P_B + (2\rho) a \frac{\ell}{2} = P_{\text{atm}} + \rho gh + \frac{3}{2} \rho a \ell \quad \dots (1)$$

But from left limb : लेकिन बायी भुजा के लिए :

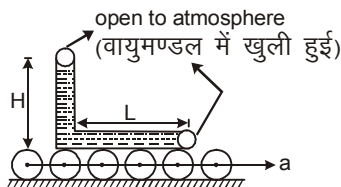
$$P_C = P_{\text{atm}} + (2\rho) gh \quad \dots (2)$$

From (1) and (2) : समीकरण (1) व (2) से

$$P_{\text{atm}} + \frac{3}{2} \rho gh + \rho a \ell = P_{\text{atm}} + 2\rho gh \Rightarrow h = \frac{3a}{2g}\ell \quad \text{Ans.}$$

- 3.# A narrow tube completely filled with a liquid is lying on a series of cylinders as shown in figure. Assuming no sliding between any surfaces, the value of acceleration of the cylinders for which liquid will not come out of the tube from anywhere is given by

एक संकरी नलिका में द्रव भरा हुआ है तथा यह बेलनों की श्रृंखला पर चित्रानुसार रखी हुई है। किन्ही भी सतहों के बीच फिसलन ना मानें। बेलनों का त्वरण क्या होगा ताकि द्रव नलिका के किसी भी सिरे से बाहर न निकल सके :

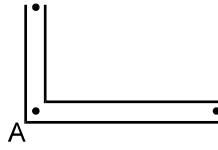


- (A*) $\frac{gH}{2L}$ (B) $\frac{gH}{L}$ (C) $\frac{2gH}{L}$ (D) $\frac{gH}{\sqrt{2}L}$

Sol. No sliding \Rightarrow pure rolling

कोई फिसलन नहीं है अतः शुद्ध लौटनी गति होगी।

Therefore, acceleration of the tube = $2a$ (since COM of cylinders are moving at ' a ')
अतः, नलिका का त्वरण = $2a$ क्योंकि बेलन का द्रव्यमान केन्द्र a त्वरण से गतिमान है।



$$P_A = P_{\text{atm}} + \rho (2a) L$$

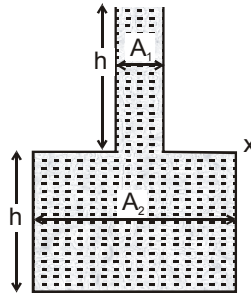
(From horizontal limb क्षैतिज भुजा से)

Also इसी प्रकार ; $P_A = P_{\text{atm}} + \rho g H$

(From vertical limb उर्ध्वाधर भुजा से)

$$\Rightarrow a = \frac{gH}{2L} \text{ Ans.}$$

4. The vessel shown in Figure has two sections of area of cross-section A_1 and A_2 . A liquid of density ρ fills both the sections, up to height h in each. Neglecting atmospheric pressure, चित्र में दिखाये पात्र के दो अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1 व A_2 हैं। ρ घनत्व का एक द्रव दोनों भागों में प्रत्येक को h ऊँचाई तक भरते हैं। वायुमण्डलीय दाब को नगण्य मानने पर –



(A*) the pressure at the base of the vessel is $2 h \rho g$

पात्र के आधार पर दाब $2 h \rho g$ है।

(B) the weight of the liquid in vessel is equal to $2 h \rho g A_2$

पात्र में द्रव का भार $2 h \rho g A_2$ के बराबर है।

(C*) the force exerted by the liquid on the base of vessel is $2 h \rho g A_2$

पात्र के आधार पर द्रव द्वारा लगाया गया बल $2 h \rho g A_2$ है।

(D*) the walls of the vessel at the level X exert a force $h \rho g (A_2 - A_1)$ downwards on the liquid.

X तल पर पात्र की दीवारें द्रव पर, बल $h \rho g (A_2 - A_1)$ नीचे की ओर लगाती हैं।

Sol. $P = \rho(2h)g$

$$\frac{F}{A_2} = \rho (2h) g$$

$$F_{\text{base}} = 2h \rho g A_2$$

$$F_{\text{wall}} = h \rho g [A_2 - A_1], \text{ at the level } x$$

- 5*. A cubical block of wood of edge 10cm and mass 0.92kg floats on a tank of water with oil of rel. density 0.6. Thickness of oil is 4cm above water. When the block attains equilibrium with four of its sides edges vertical:

0.92kg द्रव्यमान व 10 सेमी० लम्बी भुजा का लकड़ी का एक घनाकार पिण्ड पानी से भरे एक ऐसे पात्र में तैरता है जिसमें पानी के ऊपर 4 cm तक 0.6 आपेक्षिक घनत्व वाला तेल भरा हुआ है। जब घन इसकी चार भुजाओं को ऊर्ध्वाधर रखते हुये साम्यावस्था में आता है तो

(A) 1 cm of it will be above the free surface of oil.

इसका 1 cm, तेल के मुक्त पृष्ठ के ऊपर होगा।

(B) 5 cm of it will be under water.

इसका 5 cm, पानी के अन्दर होगा।

(C*) 2 cm of it will be above the common surface of oil and water.

इसका 2 cm, तेल व पानी की उभयनिष्ठ सतह के ऊपर होगा।

(D*) 8 cm of it will be under water.

इसका 8 cm, पानी के अन्दर होगा।

Sol. Assuming that the block is completely submerged in water, then

ब्लॉक को जल में पूर्णतः डूबा हुआ मानते हुए

$F_b = 1000 > mg(920)$ So, not possible अतः, यह संभव नहीं है।

Let complete in oil माना पूर्णतः तेल में है।

$F_b = (0.6)(4)(1000 + (1)(6)(100)) = 840$

$F_b < mg$ So, not possible अतः यह संभव नहीं है।

So, let 'x' part in oil and remaining in water माना x भाग तेल के अंदर है और शेष जल में है।

$$920 = [(1)(10 - x) + (0.6)(x)] 100$$

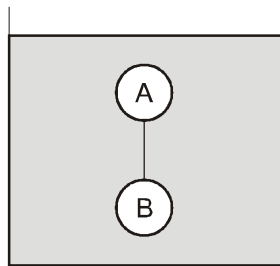
$$9.2 = 10 - x + 0.6x$$

$$0.4x = 0.8 \quad x = 2 \text{ cm.}$$

6. Two solid spheres A and B of equal volumes but of different densities d_A and d_B are connected by a string. They are fully immersed in a fluid of density d_F . They get arranged into an equilibrium state as shown in the figure with a tension in the string. The arrangement is possible only if

समान आयतन परन्तु असमान घनत्वों d_A तथा d_B वाले दो ठोस गोलों A व B एक धागे से जोड़े गये हैं। वे दोनों d_F घनत्व के एक द्रव में डूबे हुए हैं। साम्य अवस्था में वे दोनों चित्र में दिखाये अनुसार हैं और धागे में तनाव है। गेंदों को इस अवस्था में रहने के लिए जरूरी है कि

[IIT-JEE 2011, 4/160]



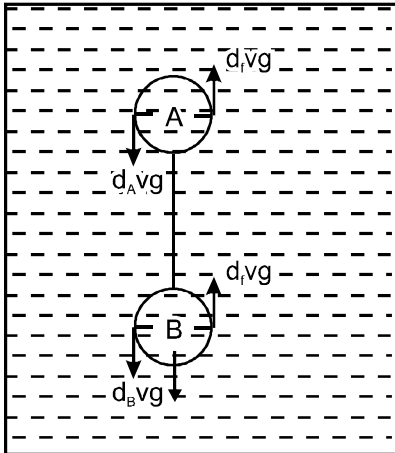
(A*) $d_A < d_F$

(B*) $d_B > d_F$

(C) $d_A > d_F$

(D*) $d_A + d_B = 2d_F$

Ans.
Sol.



For equilibrium

$$d_A vg + d_B vg = d_F vg + d_F vg$$

$$\Rightarrow d_F = \frac{d_A + d_B}{2} \Rightarrow \text{Option (D) is correct}$$

to keep the string tight

$$d_B > d_F \text{ and } d_A < d_F$$

साम्यावस्था के लिये

$$d_A vg + d_B vg = d_F vg + d_F vg$$

$$\Rightarrow d_F = \frac{d_A + d_B}{2} \Rightarrow \text{सही विकल्प (D) है।}$$

रस्सी को तनी हुयी रखने के लिये

$$d_B > d_F \text{ तथा } d_A < d_F$$

7*.

A solid sphere of radius R and density ρ is attached to one end of a mass-less spring of force constant k . The other end of the spring is connected to another solid sphere of radius R and density 3ρ . The complete arrangement is placed in a liquid of density 2ρ and is allowed to reach equilibrium. The correct statement(s) is (are)

[JEE (Advanced)-2013, 3/60, -1]

एक R त्रिज्या घनत्व ρ वाले ठोस गोलक को एक द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ा गया है। इस स्प्रिंग का बल नियतांक k है। स्प्रिंग के दूसरे सिरे को दूसरे ठोस गोलक से जोड़ा गया है जिसकी त्रिज्या R व घनत्व 3ρ है। पूर्ण विन्यास को 2ρ घनत्व के द्रव में रखा जाता है और इसको साम्यावस्था में पहुँचने दिया जाता है। सही प्रकथन है/हैं –

(A*) the net elongation of the spring is $\frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$ (B) the net elongation of the spring is $\frac{8\pi R^3 \rho g}{3k}$

(C) the light sphere is partially submerged. (D*) the light sphere is completely submerged.

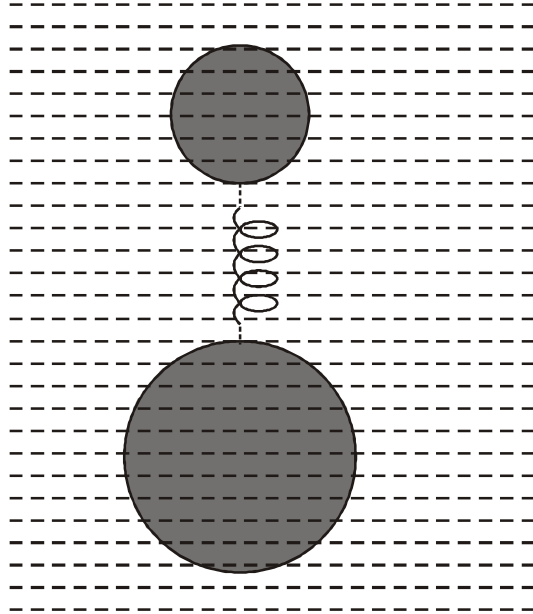
(A*) स्प्रिंग की नेट दैर्घ्यवृद्धि $\frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$ है।

(B) स्प्रिंग की नेट दैर्घ्यवृद्धि $\frac{8\pi R^3 \rho g}{3k}$ है।

(C) हल्का गोलक आंशिक रूप से डूबा हुआ है।

(D*) हल्का गोलक पूर्ण रूप से डूबा हुआ है।

Ans.
Sol.



On small sphere

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho)g + kx = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g \quad \dots(i)$$

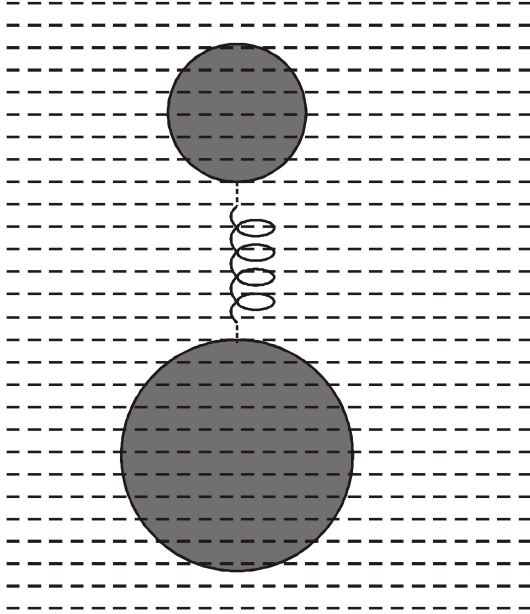
on second sphere (large)

$$\frac{4}{3}\pi R^3(3\rho)g = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g + kx \quad \dots(ii)$$

by equation (i) and (ii)

$$x = \frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$$

Hindi.



छोटे गोले पर

$$\frac{4}{3}\pi R^3(\rho)g + kx = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g \quad \dots(i)$$

दूसरे बड़े गोले पर

$$\frac{4}{3}\pi R^3(3\rho)g = \frac{4}{3}\pi R^3(2\rho)g + kx \quad \dots(ii)$$

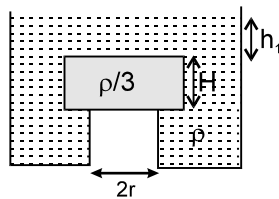
समीकरण (i) व (ii) से

$$x = \frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$$

Comprehension-1

A wooden cylinder of diameter $4r$, height H , density $\frac{\rho}{3}$ is kept on a hole of diameter $2r$ of a tank, filled with liquid of density ρ as shown in figure.

एक लकड़ी का बेलन जिसका व्यास $4r$, ऊँचाई H , घनत्व $\frac{\rho}{3}$ है चित्रानुसार पात्र के $2r$ व्यास के छिद्र के ऊपर रखा हुआ है, पात्र में भरे द्रव का घनत्व ρ है।



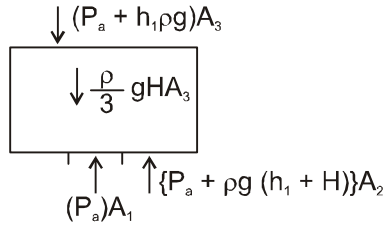
8. # If level of the liquid starts decreasing slowly when the level of liquid is at a height h_1 above the cylinder the block starts moving up. At what value of h_1 , will the block rise : **[IIT-JEE 2006, 5/184]**

धीरे-धीरे द्रव सतह घटने लगती है और जब द्रव सतह बेलन से h_1 ऊँचाई पर होती है। लकड़ी का गुटका ऊपर की ओर गति करने लगता है तो h_1 के किस मान के लिए गुटका ऊपर जायेगा। **[IIT-JEE 2006, 5/184]**

- (A) $\frac{4H}{9}$ (B) $\frac{5H}{9}$ (C*) $\frac{5H}{3}$ (D) Remains same वही रहेगी

Sol. (C)

$A_1 = \pi r^2$ = area of base of cylinder in air
 $A_2 = 3\pi r^2$ = area of base of cylinder in water
 $A_3 = 4\pi r^2$ = cross-section area of cylinder
 $A_1 = \pi r^2$ = हवा में बेलन के आधार का क्षेत्रफल
 $A_2 = 3\pi r^2$ = पानी में बेलन के आधार का क्षेत्रफल
 $A_3 = 4\pi r^2$ = बेलन के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल



from the equilibrium of block (see diagram)

गुटके की साम्यावस्था से (चित्र देखिए)

Equating the forces, we get बलों को बराबर करने पर

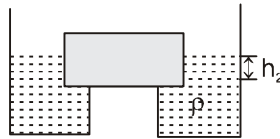
$$(P_a + \rho g h_1)A_3 + \frac{\rho}{3} g H A_3 = (P_a)A_1 + [P_a + \rho g (h_1 + H)]A_2$$

On solving हल करने पर

$$h_1 = \frac{5}{3} H$$

9.# The block in the above question is maintained at the position by external means and the level of liquid is lowered. The height h_2 when this external force reduces to zero is [IIT-JEE 2006, 5/184]

उपरोक्त प्रश्न में बाह्य बल द्वारा गुटके की स्थिति को बनाये रखते हैं तथा द्रव सतह को कम किया जाता है। यदि बाह्य बल घटकर शून्य हो जाये तो ऊँचाई h_2 ज्ञात करो। [IIT-JEE 2006, 5/184]



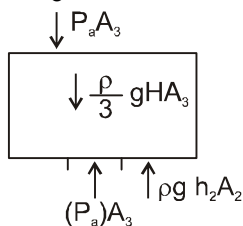
(A*) $\frac{4H}{9}$

(B) $\frac{5H}{9}$

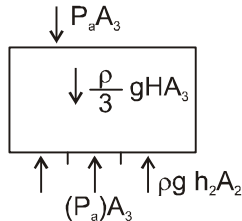
(C) Remains same वही रहेगी

(D) $\frac{2H}{3}$

Sol. (A) $P_a A_3 + \frac{\rho}{3} A_3 H g = P_a A_3 + \rho g h_2 A_2$



from the equilibrium of block (see diagram)



ब्लॉक की साम्यावस्था से
 $h_2 = 4H/9$.

10. ✎ If height h_2 of water level is further decreased then,
 अब यदि द्रव सतह की ऊँचाई h_2 से भी कम हो जाये तो –
 (A*) cylinder will not move up and remains at its original position.
 बेलन ऊपर की ओर गति नहीं करेगा तथा अपनी वास्तविक स्थिति में बना रहेगा।
 (B) for $h_2 = H/3$, cylinder again starts moving up
 $h_2 = H/3$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।
 (C) for $h_2 = H/4$, cylinder again starts moving up
 $h_2 = H/4$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।
 (D) for $h_2 = H/5$ cylinder again starts moving up
 $h_2 = H/5$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।

Sol. (A)

For $h_2 < 4h/9$ cylinder does not move up because further bouyant force decreases while the weight of block remains same.

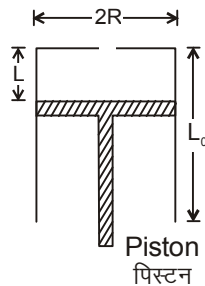
$h_2 < 4h/9$ के लिए बेलन ऊपर की ओर गति नहीं करेगा क्योंकि उत्प्लावन बल घट जायेगा और गुटके का भार वहीं रहेगा।

Comprehension # 2 अनुच्छेद # 2

[IIT-JEE 2007, 4×3/184]

A fixed thermally conducting cylinder has a radius R and height L_0 . The cylinder is open at its bottom and has a small hole at its top. A piston of mass M is held at a distance L from the top surface, as shown in the figure. The atmospheric pressure is P_0 .

ऊष्मा के चालक पदार्थ से बने जड़वत बेलन की त्रिज्या R तथा ऊँचाई L_0 है। बेलन नीचे से खुला है और इसके ऊपरी सिरे में एक छोटा छेद है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, एक पिस्टन जिसका द्रव्यमान M है, ऊपरी सतह से L दूरी पर स्थित है। वायुमण्डलीय दाब P_0 है।



11. ✎ The piston is now pulled out slowly and held at a distance $2L$ from the top. The pressure in the cylinder between its top and the piston will then be
 अब, पिस्टन को बाहर की ओर धीरे-धीरे खींचा जाता है और ऊपर से $2L$ दूरी पर पकड़कर रखा जाता है। तब, बेलन में ऊपरी सिरे तथा पिस्टन के बीच के भाग में दाब होगा –

(A*) P_0 (B) $\frac{P_0}{2}$ (C) $\frac{P_0}{2} + \frac{Mg}{\pi R^2}$ (D) $\frac{P_0}{2} - \frac{Mg}{\pi R^2}$

Sol. Since it is open from the top, the pressure will be P_0
 चूंकि ये ऊपर से खुला है, दाब P_0 होगा।

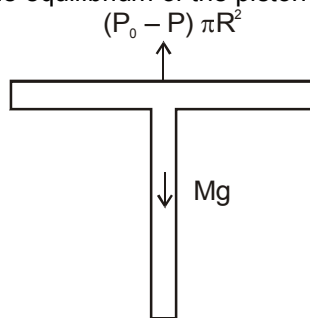
12. While the piston is at a distance $2L$ from the top, the hole at the top is sealed. The piston is then released, to a position where it can stay in equilibrium. In this condition, the distance of the piston from the top is

जब पिस्टन ऊपरी सिरे से $2L$ दूरी पर है, तब ऊपर के सिरे में स्थित छेद को बन्द कर दिया जाता है। पिस्टन को ऐसी जगह लाकर छोड़ा जाता है जहाँ वह संतुलन में रह सकता है। इस स्थिति में ऊपरी सिरे से पिस्टन की दूरी है।

(A) $\left(\frac{2P_0\pi R^2}{\pi R^2 P_0 + Mg} \right) (2L)$ (B) $\left(\frac{P_0\pi R^2 - Mg}{\pi R^2 P_0} \right) (2L)$ (C) $\left(\frac{P_0\pi R^2 + Mg}{\pi R^2 P_0} \right) (2L)$ (D*) $\left(\frac{P_0\pi R^2}{\pi R^2 P_0 - Mg} \right) (2L)$

Sol. Resultant force on the piston is zero (Let pressure in air be P)

From the equilibrium of the piston



$$(P_0 - P) \pi R^2 = Mg$$

$$P = P_0 - \frac{Mg}{\pi R^2}$$

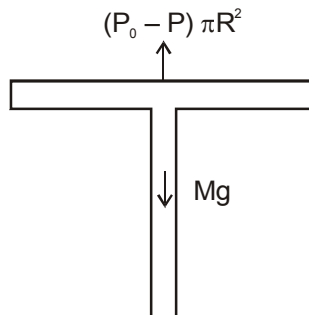
From the conservation of moles of air : $P_1 V_1 = P_2 V_2$, it follows that

$$P_0 \cdot 2L = Px$$

$$\therefore x = \frac{P_0 \cdot 2L}{P} = \frac{P_0 \cdot 2L}{P_0 - \frac{Mg}{\pi R^2}}$$

Sol. पिस्टन पर परिणामी बल शून्य है (माना वायु में दाब P है)

पिस्टन की साम्यावस्था से



$$(P_0 - P) \pi R^2 = Mg$$

$$P = P_0 - \frac{Mg}{\pi R^2}$$

वायु के मोलों के संरक्षण से :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

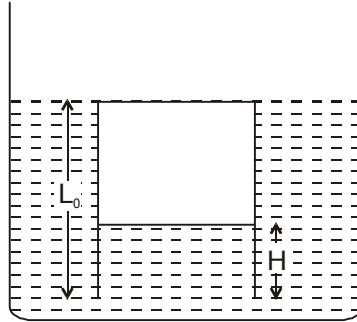
$$P_0 \cdot 2L = Px$$

$$\therefore x = \frac{P_0 \cdot 2L}{P} = \frac{P_0 \cdot 2L}{P_0 - \frac{Mg}{\pi R^2}}$$



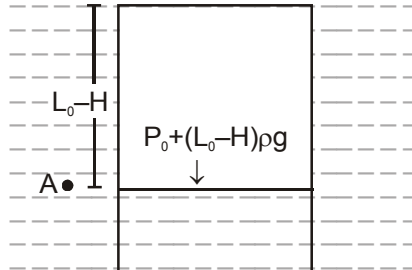
13. The piston is taken completely out of the cylinder. The hole at the top is sealed. A water tank is brought below the cylinder and put in a position so that the water surface in the tank is at the same level as the top of the cylinder as shown in the figure. The density of the water is ρ . In equilibrium, the height H of the water column in the cylinder satisfies

पिस्टन को बेलन से पूरी तरह से निकाल दिया जाता है। छेद को बन्द कर दिया जाता है। पानी के एक टैंक को बेलन के नीचे लाया जाता है और ऐसी स्थिति में रखा जाता है कि टैंक में पानी की सतह चित्रानुसार बेलन की ऊपरी सतह के ही तल में हो। पानी का घनत्व ρ है। संतुलन की स्थिति में बेलन में स्थित पानी की स्तम्भ की ऊँचाई H संतुष्ट करती है।



- (A) $\rho g (L_0 - H)^2 + P_0 (L_0 - H) + L_0 P_0 = 0$ (B) $\rho g (L_0 - H)^2 - P_0 (L_0 - H) - L_0 P_0 = 0$
 (C*) $\rho g (L_0 - H)^2 + P_0 (L_0 - H) - L_0 P_0 = 0$ (D) $\rho g (L_0 - H)^2 - P_0 (L_0 - H) + L_0 P_0 = 0$

Sol. Pressure in air inside cylinder = Pressure at point A = $P_0 + (L_0 - H) \rho g$

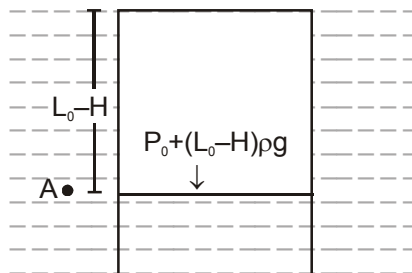


PV = constant in the air inside the cylinder

$$\therefore P_0 L_0 = [P_0 + (L_0 - H) \rho g] (L_0 - H)$$

$$P_0 (L_0 - H) + \rho g (L_0 - H)^2 - P_0 L_0 = 0$$

Sol. बेलन के अन्दर वायु में दाब = बिन्दु A पर दाब $A = P_0 + (L_0 - H) \rho g$

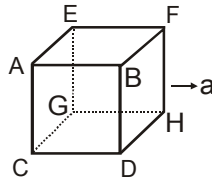


PV = बेलन के अंदर वायु के लिए नियत

$$\therefore P_0 L_0 = [P_0 + (L_0 - H) \rho g] (L_0 - H)$$

$$P_0 (L_0 - H) + \rho g (L_0 - H)^2 - P_0 L_0 = 0$$

14. A cubical box is completely filled with mass m of a liquid and is given horizontal acceleration a as shown in the figure. Match the force due to fluid pressure on the faces of the cube with their appropriate values (assume zero pressure as minimum pressure)
 एक घनाकार पात्र जो m द्रव्यमान के द्रव से पूरा भरा है, को क्षैतिज दिशा में चित्रानुसार a त्वरण दिया जाता है। द्रव के दाब के कारण सतहों पर लगने वाले बल का मिलाप इनके परिमाण से कीजिए—(न्यूनतम दाब को शून्य मानें।)



Column I	Column II
(A) force on face ABFE सतह ABFE पर बल	(p) $\frac{ma}{2}$
(B) force on face BFHD सतह BFHD पर बल	(q) $\frac{mg}{2}$
(C) force on face ACGE सतह ACGE पर बल	(r) $\frac{ma}{2} + \frac{mg}{2}$
(D) force on face CGHD सतह CGHD पर बल	(s) $\frac{ma}{2} + mg$ (t) $\frac{mg}{2} + ma$

Ans. A - p ; B - q ; C - t ; D - s

Sol. Pressure varies with height ऊँचाई के साथ दाब परिवर्तन $\Rightarrow P = \rho gh$
 and is horizontal with acceleration तथा क्षैतिज में त्वरण के साथ $\Rightarrow P = \rho la$
 so on (A) ρgh part is zero while average force of ρax is
 अतः (A) में ρgh वाला भाग शून्य होगा जबकि औसत बल ρax है।

$$\left[\frac{0 + \rho la}{2} \right] [\ell^2] \\ = \frac{\rho la}{2} (\ell^2) = \frac{(\rho \ell^3)}{2} a = \frac{ma}{2}$$

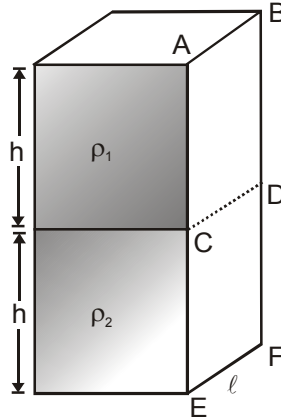
In (B) ρla part is zero while average force of ρgx is

(B) में ρla वाला भाग शून्य है जबकि औसत बल ρgx है।

$$\left[\frac{0 + \rho g \ell}{2} \right] [\ell^2] = \frac{\rho g}{2} (\ell^3) = \frac{\rho (\ell^3)}{2} (g) = \frac{mg}{2}$$

Similarly for other part. इसी प्रकार अन्य के लिए होगा

15. A cuboid is filled with liquid of density ρ_2 upto height h & with liquid of density ρ_1 , also upto height h as shown in the figure
 एक घनाकार पात्र में ρ_2 घनत्व का द्रव h ऊँचाई तक तथा ρ_1 , घनत्व का द्रव भी h ऊँचाई तक चित्रानुसार भरा हुआ है।



Column I

- (A) Force on face ABCD due to liquid of density ρ_1
 (B) Force on face ABCD due to liquid of density ρ_2
 (C) Force on face CDEF transferred due to liquid of density ρ_1
 (D) Force on face CDEF due to liquid of density ρ_2 only

कॉलम I

- (A) सतह ABCD पर ρ_1 घनत्व वाले द्रव के कारण बल
 (B) सतह ABCD पर ρ_2 घनत्व वाले द्रव के कारण बल
 (C) सतह CDEF पर ρ_1 घनत्व वाले द्रव के कारण बल
 (D) सतह CDEF पर केवल ρ_2 घनत्व वाले द्रव द्वारा बल

Column II

- (p) zero
 (q) $\frac{\rho_1 gh^2 \ell}{2}$
 (r) $\rho_1 gh^2 \ell$
 (s) $\frac{\rho_2 gh^2 \ell}{2}$

कॉलम II

- (p) शून्य
 (q) $\frac{\rho_1 gh^2 \ell}{2}$
 (r) $\rho_1 gh^2 \ell$
 (s) $\frac{\rho_2 gh^2 \ell}{2}$

Ans. A – q ; B – p ; C – r ; D – s

Sol. (A) On ABCD avg pressure = $\left[\frac{0 + \rho_1 gh}{2} \right]$

(A) ABCD पर औसत दाब = $\left[\frac{0 + \rho_1 gh}{2} \right]$ So अतः $F = \left[\frac{\rho_1 gh}{2} \right] [\ell h] = \frac{\rho_1 gh^2 \ell}{2}$

(B) No contact of ρ_2 and not any pressure on ABCD due to ρ_2

(B) ρ_2 का कहीं पर भी सम्पर्क नहीं है तथा ρ_2 के कारण ABCD पर कोई दाब नहीं है।

(C) On CDEF due to ρ_1 , at every point pressure is $\rho_1 gh$ so average is also $\rho_1 gh$

so $F = (\rho_1 gh) (h\ell) = \rho_1 gh^2 \ell$

(C) ρ_1 के कारण CDEF के प्रत्येक बिन्दु पर दाब $\rho_1 gh$ है अतः औसत भी $\rho_1 gh$ होगा। अतः $F = (\rho_1 gh) (h\ell) = \rho_1 gh^2 \ell$

(D) On CDEF force due to liquid of density ρ_2 is $\frac{\rho_2 gh^2 \ell}{2}$

(D) ρ_2 के कारण CDEF पर बल $\frac{\rho_2 gh^2 \ell}{2}$ है।

DPP No. : C21 (JEE-Main)

Total Marks : 60
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20

Max. Time : 40 min.
(3 marks 2 min.) [60, 40]

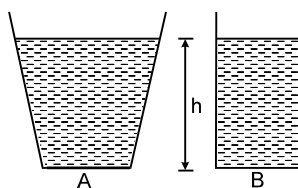
ANSWER KEY OF DPP NO. : C21

1. (A)	2. (B)	3. (i)	(A)	(ii)	(C)	4. (D)	5. (A)
6. (C)	7. (C)	8. (C)	9. (C)	10. (B)	11. (B)		
12. (A)	13. (C)	14. (B)	15. (B)	16. (A)	17. (D)	18. (B)	
19. (A)	20. (C)						

1. A tank with length 10 m, breadth 8 m and depth 6m is filled with water to the top. If $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ and density of water is 1000 kg m^{-3} , then the thrust on the bottom is (neglect atmospheric pressure)
10 m लम्बाई, 8 m चौड़ाई तथा 6m गहराई का टैंक पानी से पूरा भरा हुआ है। यदि पानी का घनत्व 1000 kg/m^3 है तो तली पर उत्पन्न बल (thrust) होगा। ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$) (वायुमण्डलीय दाब को नगण्य मानें)
(A*) $6 \times 1000 \times 10 \times 80 \text{ N}$ (B) $3 \times 1000 \times 10 \times 48 \text{ N}$
(C) $3 \times 1000 \times 10 \times 60 \text{ N}$ (D) $3 \times 1000 \times 10 \times 80 \text{ N}$

Sol. $F = [\rho gh] [A]$
 $= (1000) (10) (6) (10) (8).$

2. Two vessels A and B of different shapes have the same base area and are filled with water up to the same height h (see figure). The force exerted by water on the base is F_A for vessel A and F_B for vessel B. The respective weights of the water filled in vessels are W_A and W_B . Then
भिन्न भिन्न आकार के दो बर्तन A और B के आधार का क्षेत्रफल बराबर है। दोनों में h ऊँचाई तक पानी भरा है। A की तली पर पानी द्वारा F_A बल लगाया जाता है तथा B की तली पर पानी द्वारा F_B बल लगाया जाता है। यदि बर्तनों में भरे पानी का भार क्रमशः W_A और W_B है तो –



- (A) $F_A > F_B$; $W_A > W_B$ (B*) $F_A = F_B$; $W_A > W_B$
(C) $F_A = F_B$; $W_A < W_B$ (D) $F_A > F_B$; $W_A = W_B$

Sol. $W_A > W_B$ as mass of water in A is more than in B
 $W_A > W_B$ चूँकि A का द्रव्यमान B से ज्यादा है

$P_A = P_B$
Area of A = Area of B
A का क्षेत्रफल = B का क्षेत्रफल
or या $P_A \text{ Area}_A = P_B \text{ Area}_B$
 $P_A \text{ क्षेत्रफल}_A = P_B \text{ क्षेत्रफल}_B$
or या $F_A = F_B$.

3. (i) The cubical container ABCDEFGH which is completely filled with an ideal (nonviscous and incompressible) fluid, moves in a gravity free space with an acceleration of

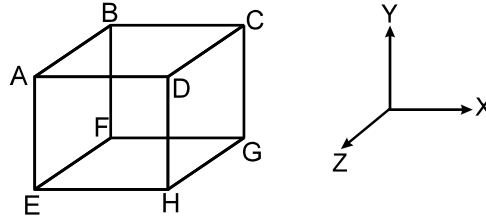
$$a = a_0(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

where a_0 is a positive constant. Then the only point in the container shown in the figure where pressure is maximum, is

एक घनाकार डिब्बा ABCDEFGH जिसमें एक आदर्श (अश्यान तथा असंपीड्य) द्रव्य पूर्णतः भरा है, जो कि गुरुत्वहीन स्थान पर निम्न त्वरण से गतिशील है:

$$a = a_0(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

जहाँ a_0 एक धनात्मक नियतांक है तो चित्र में प्रदर्शित डिब्बे में वह अकेला बिन्दु जहाँ दाब अधिकतम है, होगा :



- (ii) In previous question pressure will be minimum at point –
 पिछले प्रश्न में किस बिन्दु पर दाब न्यूनतम होगा –
 (A) A (B) B (C) E (D) F
 (A) A (B) B (C*) H (D) F

Sol. (i) $a = a_0(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

As there is no gravity; the pressure difference will be only due to the acceleration.

At point B the pseudo force is maximum hence pressure is maximum.

यहाँ कोई गुरुत्व नहीं है अतः दाब में परिवर्तन त्वरण के कारण होगा।

बिन्दु B पर छद्म बल अधिकतम है इसलिए दाब भी अधिकतम है।

Sol. (ii) At point H the pseudo force is minimum hence pressure is minimum
 बिन्दु H पर छद्म बल न्यूनतम है इसलिए दाब भी न्यूनतम है।

4. The density of ice is x gm/cc and that of water is y gm/cc. What is the change in volume in cc, when m gm of ice melts?

बर्फ का घनत्व x gm/cc तथा पानी का घनत्व y gm/cc. है। यदि m gm बर्फ पिघलती है तो आयतन में परिवर्तन होगा (cc में)

- (A) $M(y - x)$ (B) $(y - x)/m$ (C) $mxy(x - y)$ (D*) $m(1/y - 1/x)$

Sol. $\Delta V = V_f - V_i = \frac{m}{y} - \frac{m}{x}$

5. The reading of a spring balance when a block is suspended from it in air is 60 newton. This reading is changed to 40 newton when the block is fully submerged in water. The specific gravity of the block must be therefore :

जब किसी पिण्ड को स्प्रिंग तुला से हवा में लटकाया जाता है तो इसका पाठ्यांक 60 N है। जब पिण्ड को पानी में पूरा डुबोया जाता है, तो पाठ्यांक 40 N हो जाता है तो पिण्ड का विशिष्ट गुरुत्व होगा।

- (A*) 3 (B) 2 (C) 6 (D) 3/2

Sol. $mg = 60$ (i)
 $mg - \rho_l vg = 40$ (ii)
 $\frac{mg - \rho_l vg}{mg} = \frac{2}{3}$ or या $\frac{\rho_0}{\rho_l} = 3$

where ρ_0 = density of the block and ρ_l = density of the liquid.

यहाँ ρ_0 = पिण्ड का घनत्व तथा ρ_l = द्रव का घनत्व

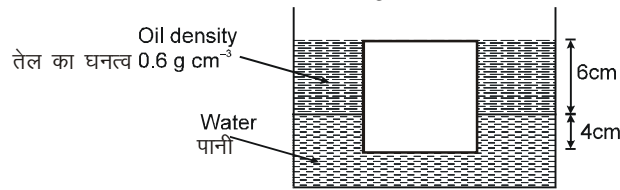
6. Two bodies are in equilibrium when suspended in water from the arms of a balance. The mass of one body is 36 g and its density is 9 g/cc. If the mass of the other is 48 g, its density in g/cc is :
जब किसी तराजू से दो पिण्डों को पानी में लटकाया जाता है, तो साम्यावस्था में एक पिण्ड का द्रव्यमान 36 g और इसका घनत्व 9 g/cc. है। यदि दूसरे का द्रव्यमान 48 g हो तो इसका घनत्व होगा। जबकि दोनों संतुलन में हों।

(A) 4/3 (B) 3/2 (C*) 3 (D) 5

Sol. $[36 - \rho_l V_1]g = [48 - \rho_l V_2]g$
 $\left[36 - \rho_l \left(\frac{36}{9}\right)\right]g = \left[48 - \rho_l \left(\frac{48}{\rho_0}\right)\right]g$

Solving हल करने पर,
 $\rho_0 = 3$.

7. A cubical block of wood 10 cm on a side, floats at the interface of oil and water as shown in figure. The density of oil is 0.6 g cm⁻³ and density of water is 1 g cm⁻³. The mass of the block is
लकड़ी का एक 10 cm भुजा वाला एक घनाकार गुटका, चित्रानुसार तेल व जल की सतह पर चित्रानुसार तैर रहा है। तेल का घनत्व 0.6 g cm⁻³ व जल का घनत्व 1 g cm⁻³ है। गुटके का द्रव्यमान है -



(A) 706 g (B) 607 g (C*) 760 g (D) 670 g

Sol. As, weight = Buoyant force
 भार = उत्प्लावक बल

$mg = [100 \times 6 \times 0.6] + (100 \times 1 \times 4)g \quad \therefore m = 760 \text{ gm.}$

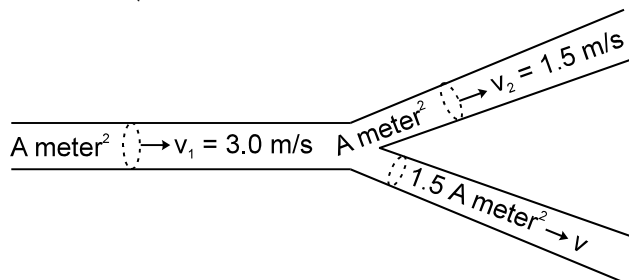
8. A fixed cylindrical vessel is filled with water up to height H. A hole is bored in the wall at a depth h from the free surface of water. For maximum horizontal range h is equal to :
 एक जड़वत बेलनाकार बर्तन पानी से H ऊँचाई तक भरा हुआ है। पानी की मुक्त सतह से h गहराई पर एक छेद किया गया है। अधिकतम क्षैतिज परास के लिए h का मान होगा -

(A) H (B) 3H/4 (C*) H/2 (D) H/4

Sol. $x = 2\sqrt{h(H-h)}$

for x_{\max} के लिए, $\frac{dx}{dh} = 0$ or या $h = \frac{H}{2}$

9. An incompressible liquid flows through a horizontal tube as shown in the figure. Then the velocity 'v' of the fluid is :
 चित्र में दिखाये अनुसार एक असम्पीड्य द्रव क्षैतिज नली में बहता है तो द्रव का वेग 'v' है -

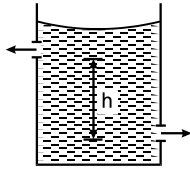


(A) 3.0 m/s (B) 1.5 m/s (C*) 1.0 m/s (D) 2.25 m/s

Sol. from equation of continuity,
 सांत्यता समीकरण से

$(A \times 3) = (A \times 1.5) + (1.5 A \times V) \Rightarrow V = 1 \text{ m/s}^2$

10. There are two identical small holes on the opposite sides of a tank containing a liquid. The tank is open at the top. The difference in height of the two holes is h as shown in the figure. As the liquid comes out of the two holes, the tank will experience a net horizontal force proportional to:
- ऊपर से खुले व द्रव से भरे टैंक में विपरीत दिशा में छोटे छोटे समान छेद हैं। चित्रानुसार दोनों छेदों के बीच ऊँचाई में अन्तर h है। जब पानी दोनों छेदों से बाहर जाता है तो टैंक पर आरोपित कुल क्षैतिज बल अनुक्रमानुपाती है :

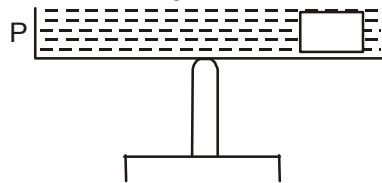


- (A) $h^{1/2}$ (B*) h (C) $h^{3/2}$ (D) h^2

Sol. $F_{\text{thrust}} = \rho a v^2$
 $F_{\text{net}} = F_1 - F_2 = \rho a [2g(h_1 - h_2)]$
 $= \rho a (2gh)$
 or या $F \propto h$

11. An open pan P filled with water (density ρ_w) is placed on a vertical rod, maintaining equilibrium. A block of density ρ is placed on one side of the pan as shown in the figure. Water depth is more than height of the block.

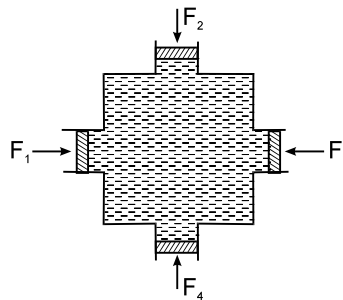
एक खुले पात्र P जिसमें ρ_w घनत्व का पानी भरा है, को एक उर्ध्व छड़ पर रखा जाता है तथा साम्यावस्था बनाये रखते हैं। एक ρ घनत्व के ब्लॉक को पात्र के एक सिरे में चित्रानुसार रखते हैं। पानी की गहराई, ब्लॉक की ऊँचाई से अधिक है —



- (A) Equilibrium will be maintained only if $\rho < \rho_w$.
 साम्यावस्था बनी रहेगी, केवल यदि $\rho < \rho_w$.
 (B*) Equilibrium will be maintained only if $\rho \leq \rho_w$.
 साम्यावस्था बनी रहेगी, केवल यदि $\rho \leq \rho_w$.
 (C) Equilibrium will be maintained for all relations between ρ and ρ_w .
 ρ तथा ρ_w के मध्य सभी संबंधों के लिए साम्यावस्था बनी रहेगी।
 (D) It is not possible to maintain the equilibrium
 साम्यावस्था बनाये रखना सम्भव नहीं है।

Sol. (B) As long as $\rho \leq \rho_w$, pressure at the bottom of the pan would be same everywhere, according to the Pascal's law.
 जैसे ही $\rho \leq \rho_w$ पात्र की सतह पर पाश्कल के नियमानुसार, दाब सभी जगह समान होगा।

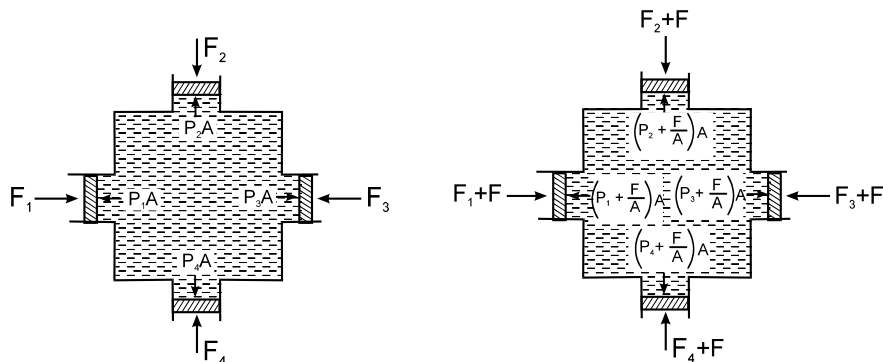
12. In the figure shown water is filled in a symmetrical container. Four pistons of equal area A are used at the four opening to keep the water in equilibrium. Now an additional force F is applied at each piston. The increase in the pressure at the centre of the container due to this addition is
- दशाये गये चित्र में एक सममित पात्र में जल भरा है। समान क्षेत्रफल A के चार पिस्टन चार खुले स्थानों पर जल को साम्यावस्था में रखते हैं। अब प्रत्येक पिस्टन पर अतिरिक्त बल F आरोपित किया जाता है। इसके कारण पात्र के केन्द्र पर दाब में वृद्धि है।



- (A*) $\frac{F}{A}$ (B) $\frac{2F}{A}$ (C) $\frac{4F}{A}$ (D) 0

Sol. The four piston are initially in equilibrium. As additional force F is applied to each piston, the pressure in fluid at each point must be increased by $\frac{F}{A}$ so that each piston retains state of equilibrium.

चार पिस्टन प्रारम्भ में साम्यावस्था में हैं। क्योंकि अतिरिक्त बल F प्रत्येक पिस्टन पर आरोपित है, द्रव में प्रत्येक बिन्दु पर दाब $\frac{F}{A}$ से बढ़ जाता है। ताकि प्रत्येक पिस्टन साम्यावस्था की स्थिति में रहे।

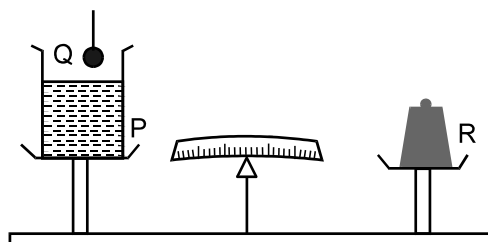


Thus the increment in pressure at each point is $\Delta P = \frac{F}{A}$ (by Pascal's law)

इस प्रकार प्रत्येक बिन्दु पर दाब में वृद्धि है $\Delta P = \frac{F}{A}$ (पास्कल के नियम से)

13. Figure shows a weighing-bridge, with a beaker P with water on one pan and a balancing weight R on the other. A solid ball Q is hanging with a thread outside water. It has volume 40 cm^3 and weighs 80 g . If this solid is lowered to sink fully in water, but not touching the beaker anywhere, the balancing weight R' will be

चित्र में एक तुला सेतु (weighing - bridge) प्रदर्शित है। एक पलड़े पर पानी से भरा हुआ बीकर P रखा हुआ है तथा दूसरे पर सन्तुलन भार R रखा है। एक ठोस गेंद Q पानी के बाहर किसी धागे से लटक रही है। इसका आयतन 40 सेमी^3 व भार 80 ग्राम है। यदि गेंद को पानी में पूरी तरह डुबाया जाये तो (गेंद बीकर को कही भी नहीं छूती है) तो सन्तुलन भार R' होगा।



- (A) same as R
(C*) 40 g more than R
(A) R के बराबर
(C*) R से 40 gm ज्यादा

- (B) 40 g less than R
(D) 80 g more than R
(B) R से 40 gm कम
(D) R से 80 gm ज्यादा

Sol. Since not touching,
क्योंकि सम्पर्क नहीं है।

So इसलिए $R = F_b = \rho(vg) = 40g$.

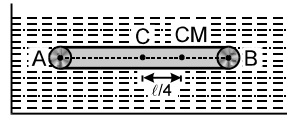
$R' - R = 80g - 40g = 40g$

Hence R' will be 40g more than R

अतः R' , R से 40g ज्यादा है।

- 14.** A non uniform cylinder of mass m , length ℓ and radius r is having its centre of mass at a distance $\ell/4$ from the centre and lying on the axis of the cylinder as shown in the figure. The cylinder is kept in a liquid of uniform density ρ . The moment of inertia of the rod about the centre of mass is I . The angular acceleration of point A relative to point B just after the rod is released from the position shown in figure is :

एक असमरूप बेलन जिसका द्रव्यमान m , लम्बाई ℓ तथा त्रिज्या r है, का द्रव्यमान केन्द्र, केन्द्र से $\ell/4$ दूरी पर तथा बेलन की अक्ष पर चित्रानुसार स्थित है। इस बेलन को समरूप घनत्व ρ के द्रव में रखा जाता है। द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष छड़ का जड़त्व आघूर्ण I है। चित्र में प्रदर्शित स्थिति से छड़ को छोड़ने के तुरन्त पश्चात् B बिन्दु के सापेक्ष बिन्दु A का कोणीय त्वरण होगा —



- (A) $\frac{\pi \rho g \ell^2 r^2}{I}$ (B*) $\frac{\pi \rho g \ell^2 r^2}{4I}$ (C) $\frac{\pi \rho g \ell^2 r^2}{2I}$ (D) $\frac{3\pi \rho g \ell^2 r^2}{4I}$

Sol. Torque about CM द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण :

$F_b \cdot \frac{\ell}{4} = I \alpha$

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{I} (\pi r^2) (\ell) (\rho) (g) \cdot \frac{\ell}{4} \quad \alpha = \frac{\pi r^2 \ell^2 g \rho}{4I}$

' α ' will be same for all points on cylinder

बेलन के ऊपर सभी बिन्दुओं के लिए α का मान समान होगा.

- 15.** A liquid is kept in a cylindrical vessel which is rotated about its axis. The liquid rises at the sides. If the radius of the vessel is 0.05 m and the speed of rotation is 2 rev/s, The difference in the height of the liquid at the centre of the vessel and its sides will be ($\pi^2 = 10$) :

एक द्रव को एक बेलनाकार बर्तन में रखा गया है, जिसको उसकी अक्ष के परितः घुमाया जा रहा है। द्रव, बर्तन की दीवारों के सहारे ऊपर उठता है। यदि बर्तन का अर्द्धव्यास 0.05 मी तथा घूर्णन दर 2 चक्कर/सैकण्ड है, तो बर्तन के किनारे तथा केन्द्र के बीच द्रव की ऊँचाई में अन्तर होगा। ($\pi^2 = 10$) :

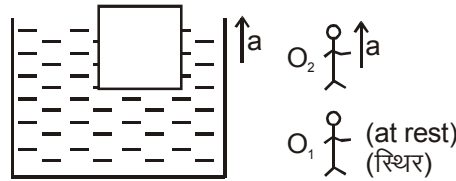
- (A) 3 cm (B*) 2 cm (C) 3/2 cm (D) 2/3 cm

Sol. $y = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

Put values and get $y = 2\text{cm}$.

मान रखने पर $y = 2\text{cm}$ प्राप्त होगा।

16. A block is partially immersed in a liquid and the vessel is accelerating upwards with an acceleration "a". The block is observed by two observers O_1 and O_2 , one at rest and the other accelerating with an acceleration "a" upward as shown in the figure. The total buoyant force on the block is :
 एक ब्लॉक द्रव में आंशिक डुबा हुआ है तथा पात्र ऊपर की तरफ "a" त्वरण से त्वरित है। इस ब्लॉक को दो प्रेक्षकों O_1 और O_2 द्वारा प्रेक्षित किया जाता है, इनमें से एक स्थिर है तथा दूसरा प्रेक्षक "a" त्वरण से ऊपर की तरफ चित्रानुसार त्वरित है तो ब्लॉक पर आरोपित कुल उत्प्लावक बल होगा।



(A*) same for O_1 and O_2
 (C) greater for O_2 than O_1
 (A*) O_1 और O_2 के लिए समान
 (C) O_2 के लिए O_1 से ज्यादा

(B) greater for O_1 than O_2
 (D) data is not sufficient
 (B) O_1 के लिए O_2 से ज्यादा
 (D) दिये गये आकड़े पूर्ण नहीं है।

Sol. Buoyant force उत्प्लावक बल = $F_b = V_{sub} \cdot \rho_l \cdot g$
 where, V_{sub} , ρ_l and g all are same w.r.t. O_1 and O_2 .
 Hence (A)
 यहाँ, V_{sub} , ρ व g सभी O_1 व O_2 के सापेक्ष समान है। अतः (A)

17. There is a small hole in the bottom of a fixed container containing a liquid upto height 'h'. The top of the liquid as well as the hole at the bottom are exposed to atmosphere. Area of the hole is 'a' and that of the top surface is 'A'. As the liquid comes out of the hole then, :
 एक जड़ित पात्र जिसमें 'h' ऊँचाई तक द्रव भरा है की तली में एक छेद है। द्रव का उपरी भाग तथा तली में स्थित छिद्र वायुमण्डल में खुले हैं। छिद्र का क्षेत्रफल 'a' तथा ऊपरी सतह का क्षेत्रफल 'A' है। जैसे ही द्रव छिद्र से बाहर आता है तो—

(A) the top surface of the liquid accelerates with acceleration = g
 द्रव की ऊपरी सतह g त्वरण के साथ त्वरित होती है।

(B) the top surface of the liquid accelerates with acceleration = $g \frac{a^2}{A^2}$

द्रव की ऊपरी सतह $g \frac{a^2}{A^2}$ त्वरण के साथ त्वरित होती है।

(C) the top surface of the liquid retards with retardation = $g \frac{a}{A}$

द्रव की ऊपरी सतह $g \frac{a}{A}$ मन्दन के साथ मन्दित होती है।

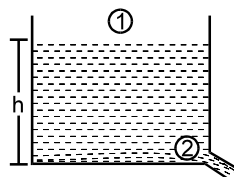
(D*) the top surface of the liquid retards with retardation = $\frac{ga^2}{A^2}$

द्रव की ऊपरी सतह $\frac{ga^2}{A^2}$ मन्दन के साथ मन्दित होती है।

Sol. The velocity of fluid at the hole is छेद पर द्रव का वेग : $V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + (a^2/A^2)}}$

Using continuity equation at the two cross-sections (1) and (2) :
 दोनों काट क्षेत्र (1) व (2) पर सात्यता समीकरण से

$$V_1 A = V_2 a \Rightarrow V_1 = \frac{a}{A} V_2$$

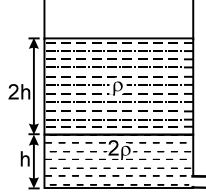


$$\Rightarrow \text{acceleration (of top surface) ऊपरी सतह का त्वरण} = -V_1 \frac{dV_1}{dh}$$

$$= -\frac{a}{A} V_2 \frac{d}{dh} \left(\frac{a}{A} V_2 \right)$$

$$a_1 = -\frac{a^2}{A^2} V_2 \frac{dV_2}{dh} = -\frac{a^2}{A^2} \sqrt{2gh} \sqrt{2g} \cdot \frac{1}{2\sqrt{h}} \Rightarrow a_1 = \frac{-ga^2}{A^2}$$

18. # The velocity of the liquid coming out of a small hole of a large vessel containing two different liquids of densities 2ρ and ρ as shown in figure is
 2ρ तथा ρ घनत्व के दो भिन्न-भिन्न द्रवों से चित्रानुसार भरे हुए पात्र के छोटे छिद्र से बहने वाले द्रव का वेग है :



- (A) $\sqrt{6gh}$ (B*) $2\sqrt{gh}$ (C) $2\sqrt{2gh}$ (D) \sqrt{gh}

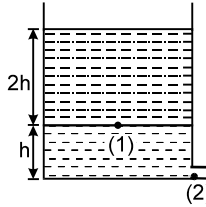
Sol. Pressure at (1) :

(1) पर दाब

$$P_1 = P_{\text{atm}} + \rho g (2h)$$

Applying Bernoulli's theorem between points (1) and (2)

बिन्दुओं (1) व (2) के मध्य बरनोली प्रमेय आरोपित करने पर

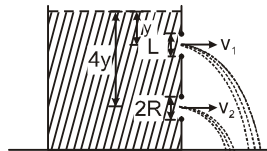


$$[P_{\text{atm}} + 2\rho g h] + \rho g (2h) + \frac{1}{2} (2\rho) (0)^2$$

$$= P_{\text{atm}} + (2\rho) g (0) + \frac{1}{2} (2\rho) v^2 \Rightarrow v = 2\sqrt{gh} \quad \text{Ans.}$$

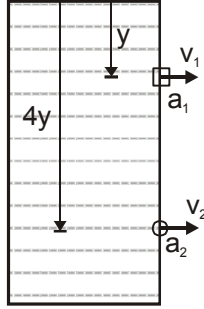
19. # A large open tank has two holes in the wall. One is a square hole of side L at a depth y from the top and the other is a circular hole of radius R at a depth $4y$ from the top. When the tank is completely filled with water, the quantities of water flowing out per second from both holes are the same. Then radius R , is equal to :
 [JEE - 2000, 2/105]

एक बड़ी खुली टंकी की दीवारों में दो छेद हैं। ऊपरी सिरे से गहराई y पर L भुजा का वर्गाकार छेद तथा $4y$ गहराई पर R त्रिज्या का वृत्ताकार छेद है। जब टंकी को पूरी तरह पानी से भर दिया जाता है तो दोनों छेदों से प्रति सेकण्ड बराबर पानी बाहर निकलता है R का मान होगा।
 [JEE - 2000, 2/105]



- (A*) $\frac{L}{\sqrt{2\pi}}$ (B) $2\pi L$ (C) L (D) $\frac{L}{2\pi}$

Sol. Velocity of efflux at a depth h is given by $V = \sqrt{2gh}$
 Volume of water following out per second from both the holes are equal



$$\therefore a_1 V_1 = a_2 V_2$$

$$\text{or } (L^2) \sqrt{2g(y)} = \pi R^2 \sqrt{2g(4y)} \quad \text{or } R = \frac{L}{\sqrt{2\pi}}$$

Sol. प्रवाह का वेग h गहराई पर $V = \sqrt{2gh}$
 दोनों छेदों से प्रति सै० बहने वाले पानी का आयतन समान है, द्वारा दिया गया है।

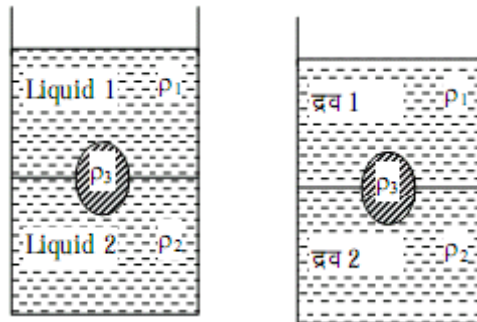
$$\therefore a_1 V_1 = a_2 V_2$$

$$\text{या } (L^2) \sqrt{2g(y)} = \pi R^2 \sqrt{2g(4y)} \quad \text{या } R = \frac{L}{\sqrt{2\pi}}$$

20. A jar is filled with two non-mixing liquids 1 and 2 having densities ρ_1 and ρ_2 , respectively. A solid ball, made of a material of density ρ_3 , is dropped in the jar. It comes to equilibrium in the position shown in the figure.

कोई जार दो अमिश्रणीय द्रवों 1 तथा 2 जिनके घनत्व क्रमशः ρ_1 तथा ρ_2 हैं से भरा है। घनत्व ρ_3 के पदार्थ से बनी कोई ठोस गेंद इस जार में गिरायी गई। यह चित्र में दर्शाए अनुसार साम्यावस्था स्थिति में आ जाती है।

[AIEEE 2008, 4/300]



Which of the following is true for ρ_1 , ρ_2 and ρ_3 ?

निम्नलिखित में से ρ_1 , ρ_2 तथा ρ_3 के लिए कौनसा कथन सही है ?

- (1) $\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$ (2) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ (3*) $\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$ (4) $\rho_3 < \rho_1 < \rho_2$

Sol. Since solid ball floats in between the two liquids hence $\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$

चूंकि गेंद दोनों द्रवों के बीच तैरती है अतः $\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$

DPP No. : C22 (JEE-Main)

Total Marks : 48	Max. Time : 35 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1	(3 marks 2 min.) [03, 02]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.2	(4 marks 2 min.) [04, 02]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.3 to Q.9	(3 marks 2 min.) [21, 14]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.10	(4 marks 5 min.) [04, 05]
Match the Following (no negative marking) Q.11 to Q.12	(8 marks 6 min.) [16, 12]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C22

1. (A)	2. (A) (B)	3. (A)	4. (D)	5. (B)	6. (A)
7. (B)	8. (C)	9. (A)	10. $x = 2$		
11. (A) \rightarrow (p), (t); (B) \rightarrow (q), (s), (t); (C) \rightarrow (p), (r), (t); (D) \rightarrow (q)	12. (C)				

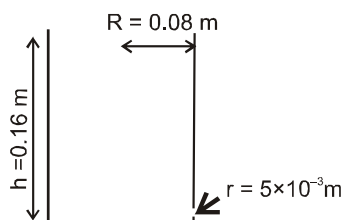
1. A cylindrical tank of height 0.4 m is open at the top and has a diameter 0.16 m. Water is filled in it up to a height of 0.16 m. How long it will take to empty the tank through a hole of radius 5×10^{-3} m at its bottom ?

(A*) 46.26 sec. (B) 4.6 sec. (C) 462.6 sec. (D) 0.46 sec.

0.4 मीटर ऊँचाई का एक बेलनाकार टैंक ऊपर से खुला है तथा इसका व्यास 0.16 मीटर है। इसमें 0.16 मीटर ऊँचाई तक पानी भरा हुआ है। इसके आधार में स्थित 5×10^{-3} मीटर अर्द्धव्यास के एक सूराख से इस टैंक को खाली होने में समय लगेगा—

(A*) 46.26 सै० (B) 4.6 सै० (C) 462.6 सै० (D) 0.46 सै०

Sol.



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi R^2 \frac{dh}{dt} = \pi r^2 v \quad \dots (i)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad \dots (ii)$$

from equation (ii) put the value of v in equation (i)

समीकरण (ii) से v का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$\pi R^2 \frac{dh}{dt} = \pi r^2 \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow \int \frac{R^2 dh}{r^2 \sqrt{2gh}} = \int dt$$

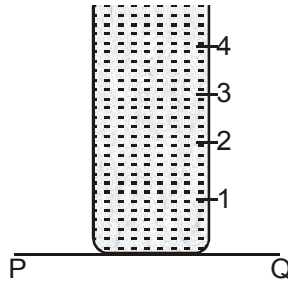
$$\frac{R^2}{r^2 \sqrt{2g}} \int_h^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = \int_0^T dt$$

$$T = \frac{R^2}{r^2} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

on solving हल करने पर

$$t = 46.26 \text{ second.}$$

- 2.* A cylindrical vessel of 90 cm height is kept filled upto the brim as shown in the figure. It has four holes 1, 2, 3, 4 which are respectively at heights of 20cm, 30 cm, 40 cm and 50 cm from the horizontal floor PQ. The water falling at the maximum horizontal distance from the vessel comes from 90 cm ऊँचा एक बेलनाकार पात्र इसकी पूरी ऊँचाई तक भरा है। इसमें चित्रानुसार चार छिद्र 1, 2, 3, 4 हैं जो क्षैतिज तल PQ से क्रमशः 20cm, 30 cm, 40 cm व 50 cm की ऊँचाईयों पर हैं। अधिकतम क्षैतिज दूरी पर गिरने वाला जल पात्र के किस छिद्र से निकल रहा है ?



- (A*) hole number 4 (B*) hole number 3 (C) hole number 2 (D) hole number 1.
 (A*) छिद्र नम्बर 4 (B*) छिद्र नम्बर 3 (C) छिद्र नम्बर 2 (D) छिद्र नम्बर 1

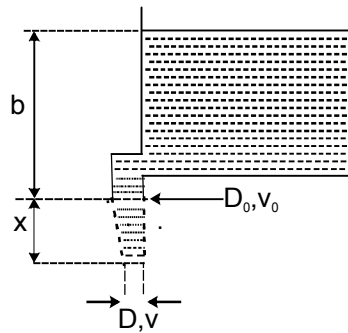
Sol. $x = 2\sqrt{H(H-h)}$
 $x_1 = 2\sqrt{70 \times 20}$
 $x_2 = 2\sqrt{60 \times 30}$
 $x_3 = 2\sqrt{40 \times 50}$
 $x_4 = 2\sqrt{50 \times 40}$ or $x_3 = x_4 = \text{maximum अधिकतम}$

Comprehension # 1 अनुच्छेद - 1

The figure shows the commonly observed decrease in diameter of a water stream as it falls from a tap. The tap has internal diameter D_0 and is connected to a large tank of water. The surface of the water is at a height b above the end of the tap.

By considering the dynamics of a thin "cylinder" of water in the stream answer the following: (Ignore any resistance to the flow and any effects of surface tension, given ρ_w = density of water)

चित्र को प्रेक्षित करने पर यह दिखाई दे रहा है कि पानी की धारा का व्यास नलिका से गिरने के बाद कम होता जा रहा है। नलिका का आन्तरिक व्यास D_0 तथा यह एक बड़े पानी के पात्र से जुड़ी है। पानी की सतह नलिका से b ऊँचाई पर है। पतले पानी के बेलन की धारा की गतिकी को ध्यान में रखते हुए निम्न प्रश्नों का उत्तर दो (पृष्ठ तनाव व पानी की धारा का प्रतिरोध नगण्य मानो, $\rho_{\text{पानी}}$ = पानी का घनत्व।)



3. Equation for the flow rate, i.e. the mass of water flowing through a given point in the stream per unit time, as function of the water speed v will be

धारा के प्रवाह (बहाव) के काट क्षेत्र से दिए गए बिन्दु से इकाई समय में बहने वाले पानी का द्रव्यमान, पानी की चाल v के फलन के रूप में होगा।

- (A*) $v \rho_w \pi D^2 / 4$ (B) $v \rho_w (\pi D^2 / 4 - \pi D_0^2 / 4)$
 (C) $v \rho_w \pi D^2 / 2$ (D) $v \rho_w \pi D_0^2 / 4$

Sol. (A) As, चूंकि $dm = A \rho_w v dt$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = A \rho_w v$$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = V \rho_w \pi \frac{D^2}{4}$$

where 'D' is the diameter of stream.

जहाँ D धारा का व्यास है।

4. Which of the following equation expresses the fact that the flow rate at the tap is the same as at the stream point with diameter D and velocity v (i.e. D in terms of D_0 , v_0 and v will be) :

निम्न में से कौनसी समीकरण इस तथ्य को दर्शाती है कि नलिका से बहने वाले पानी की दर व्यास D तथा वेग v से बहने वाली धारा पर एक समान होगी (अर्थात् D, D_0 , v_0 तथा v के रूप में होगा) :

(A) $D = \frac{D_0 v_0}{v}$ (B) $D = \frac{D_0 v_0^2}{v^2}$ (C) $D = \frac{D_0 v}{v_0}$ (D*) $D = D_0 \sqrt{\frac{v_0}{v}}$

Sol. (D) $V_1 A_1 = V_2 A_2$

$$\frac{\pi v_0 D_0^2}{4} = \frac{\pi v D^2}{4} \Rightarrow D = D_0 \sqrt{\frac{v_0}{v}}$$

5. The equation for the water speed v as a function of the distance x below the tap will be :

पानी की चाल v की समीकरण नलिका से नीचे दूरी x के फलन के रूप में होगी –

(A) $v = \sqrt{2gb}$ (B*) $v = [2g(b+x)]^{1/2}$ (C) $v = \sqrt{2gx}$ (D) $v = [2g(b-x)]^{1/2}$

Sol. $v = \sqrt{u^2 + 2gh} = \sqrt{2g(b+x)}$

6. Equation for the stream diameter D in terms of x and D_0 will be :

धारा के व्यास D की समीकरण x तथा D_0 के रूप में होगी –

(A*) $D = D_0 \left(\frac{b}{b+x} \right)^{1/4}$ (B) $D = D_0 \left(\frac{b}{b+x} \right)^{1/2}$
(C) $D = D_0 \left(\frac{b}{b+x} \right)$ (D) $D = D_0 \left(\frac{b}{b+x} \right)^2$

Sol. (A) Applying continuity equation at points with diameter D_0 & D :

किसी बिन्दु जिसका व्यास D_0 & D है पर सात्यता समीकरण से

$$= \sqrt{2gb} \cdot \left[\frac{\pi D_0^2}{4} \right] = \sqrt{2g(b+x)} \left[\frac{\pi D^2}{4} \right]$$

$$\Rightarrow D = D_0 \left[\frac{b}{b+x} \right]^{1/4}$$

7. A student observes after setting up this experiment that for a tap with $D_0 = 1$ cm at $x = 0.3$ m the stream diameter $D = 0.9$ cm. The heights b of the water above the tap in this case will be :

इस प्रयोग को करने के बाद विद्यार्थी प्रेक्षित करता है कि $D_0 = 1$ cm तथा $x = 0.3$ m की नलिका के लिए धारा का व्यास $D = 0.9$ cm है तो इस स्थिति में पानी सतह की नलिका से ऊँचाई b क्या होगी।

(A) 5.7 cm (B*) 57 cm (C) 27 cm (D) 2.7 cm

Sol. (B) Solving the preceding formula for the tank height h gives :

(B) h ऊँचाई की टंकी के लिए सूत्र को हल करने पर

$$h = x(D/D_0)^4 / (1 - (D/D_0)^4) = x D^4 / (D_0^4 - D^4)$$

substituting the given parameter values gives

दिये गये आकड़ों का मान रखने पर

$$h = (0.3) (0.009^4) / (0.01^4 - 0.009^4) = 0.57 \text{ m}$$

So the height of the water above the tap is 0.57 m or 57 cm.

अतः नलिका से ऊपर पानी की ऊँचाई 0.57 m या 57 cm होगी।

Paragraph for Question 8 to 9

प्रश्न संख्या 8 और 9 के लिए अनुच्छेद

A spray gun is shown in the figure where a piston pushes air out of a nozzle. A thin tube of uniform cross section is connected to the nozzle. The other end of the tube is in a small liquid container. As the piston pushes air through the nozzle, the liquid from the container rises into the nozzle and is sprayed out. For the spray gun shown, the radii of the piston and the nozzle are 20 mm and 1 mm respectively. The upper end of the container is open to the atmosphere.

चित्र में दिखाई गई पिचकारी में एक पिस्टन वायु को एक चंचू (nozzle) द्वारा बाहर धकेलता है। चंचू के सामने एकसमान अनुप्रस्थ काट वाली पतली नली लगी है। नली का दूसरा सिरा द्रव से भरे एक छोटे पात्र में है। जब पिस्टन वायु को चंचू से बाहर धकेलता है, तब पात्र में द्रव उठकर चंचू में आ जाता है और फुहार के रूप में बाहर निकलता है। चित्र में दिखाई गई पिचकारी में पिस्टन तथा चंचू की त्रिज्याएँ क्रमशः 20mm तथा 1 mm हैं। पात्र का ऊपरी भाग वातावरण (atmosphere) में खुला है।



8. If the piston is pushed at a speed of 5 mms^{-1} , the air comes out of the nozzle with a speed of 5 mms^{-1} की गति से धकेलने पर चंचू से बाहर वाली वायु की गति है।

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

(A) 0.1 mms^{-1}

(B) 1 mms^{-1}

(C*) 2 mms^{-1}

(D) 8 mms^{-1}

Ans. (C)

Sol.

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$A_1 = 400 A_2$$

$$400 (5 \times 10^{-3}) = V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 2 \text{ m/s} \quad (\text{C})$$

9. If the density of air is ρ_a and that of the liquid ρ_ℓ , then for a given piston speed the rate (volume per unit time) at which the liquid is sprayed will be proportional to

वायु तथा द्रव का घनत्व क्रमशः ρ_a और ρ_ℓ मानिये। पिस्टन की एक नियत गति के लिए द्रव का भी दर (आयतन प्रति समय) से फुहार होता है। वह दर नीचे दिये गये विकल्पों में से किसके अनुक्रमानुपाती है ?

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

(A*) $\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_\ell}}$

(B) $\sqrt{\rho_a \rho_\ell}$

(C) $\sqrt{\frac{\rho_\ell}{\rho_a}}$

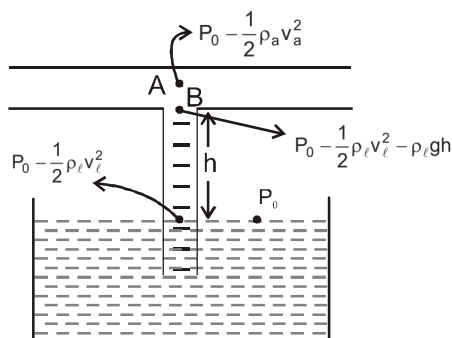
(D) ρ_ℓ

Ans. (A)

Sol.

Pressure at A and B will be same

A तथा B पर दाब समान होगा



$$P_0 - \frac{1}{2} \rho_a v_a^2 = P_0 - \frac{1}{2} \rho_l v_l^2 - \rho_l gh$$

$$v_\ell = \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_\ell}} v_a - 2gh$$

10. A large open top container of negligible mass and uniform cross-sectional area A has a small hole of cross-sectional area $\frac{A}{100}$ in its side wall near the bottom. The container is kept on a smooth horizontal floor and contains a liquid of density ρ and mass m_0 . Assuming that the liquid starts flowing out horizontally through the hole at $t = 0$, The acceleration of the container is $\frac{x}{10} \text{ m/s}^2$ than x is -

नगण्य द्रव्यमान व एक समान परिच्छेद क्षेत्रफल A के बड़े व खुले हुए बर्तन की तली के समीप, इसकी दीवार पर परिच्छेद क्षेत्रफल $\frac{A}{100}$ का एक सूराख है। बर्तन को एक चिकने क्षैतिज फर्श पर रखा गया है तथा इसमें ρ घनत्व व m_0 द्रव्यमान का द्रव भरा है। मानते हुए कि सूराख से समय $t = 0$ पर द्रव क्षैतिज दिशा में प्रवाह आरम्भ करता है पात्र का त्वरण $\frac{x}{10} \text{ m/s}^2$ है, तब x होगा -

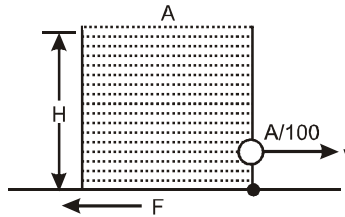
Ans.

$$x = 2$$

Sol.

Mass of water = (Volume) (density)

जल का द्रव्यमान = (आयतन) (घनत्व)



$$\therefore m_0 = (AH) \rho$$

$$\therefore H = \frac{m_0}{A\rho}$$

$$\text{Velocity of efflux बाहर निकलने वाले द्रव का वेग, } V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \frac{m_0}{A\rho}} = \sqrt{\frac{2m_0g}{A\rho}}$$

Thrust force on the container due to draining out of liquid from the bottom is given by,

पेदे से निकलने वाले द्रव के कारण पात्र पर लगने वाला बल

$$F = (\text{density of liquid}) (\text{area of hole}) (\text{velocity of efflux})^2$$

$$F = (\text{द्रव का घनत्व}) (\text{छेद का क्षेत्रफल}) (\text{बाहर निकलने वाले द्रव का वेग})^2$$

$$(F = \rho a V^2)$$

$$F = \rho(A/100)V^2 = \rho(A/100) \left(\frac{2m_0g}{A\rho} \right)$$

$$F = \frac{m_0g}{50}$$

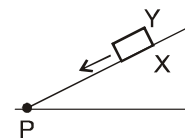
$$\therefore \text{Acceleration of the container पात्र का त्वरण, } a = F/m_0 = g/50 = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m/s}^2$$

So $x = 2$ **Ans.**

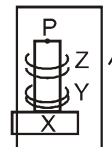
11. **Column II** shows five systems in which two objects are labelled as X and Y. Also in each case a point P is shown. **Column I** gives some statements about X and and/or Y. Match these statements to the appropriate system(s) from **Column II**. [IIT-JEE 2009, 8/160]

- Column I**
- (A) The force exerted by X on Y has a magnitude Mg . (p)
- (B) The gravitational potential energy of X is continuously increasing, (q)
- (C) Mechanical energy of the system X + Y is continuously decreasing. (r)
- (D) The torque of the weight of Y about point P is zero. (s)

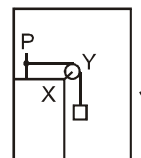
Column II



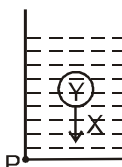
Block Y of mass M is on a fixed inclined plane X, slides on it with a constant velocity.



Two ring magnets Y and Z, each of mass M , are kept in frictionless vertical plastic stand so that they repel each other. Y rests on the base X and Z hangs in air in equilibrium. P is the topmost point of the stand on the common axis of the two rings. The whole system is in a lift that is going up with a constant velocity.

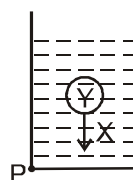


A pulley Y of mass m_0 is fixed to a table through a clamp X. A block of mass M hangs from a string that goes over the pulley and is fixed at point P of the table. The whole system is kept in a lift that is going down with a constant velocity.



A sphere Y of mass M is put in a nonviscous liquid X kept in a container at rest. The sphere is released and it moves down in the liquid.

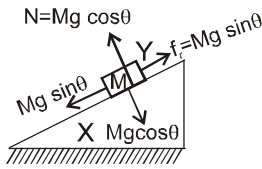
(t)



A sphere Y of mass M is falling with its terminal velocity in a viscous liquid X kept in a container.

Ans. : (A) \rightarrow (p), (t); (B) \rightarrow (q), (s), (t); (C) \rightarrow (p), (r), (t); (D) \rightarrow (q)

Sol.



(p)

Net force on Y due to X = $\sqrt{(mg \cos \theta)^2 + (mg \sin \theta)^2} = mg$

(B) As the inclined is fixed. So, gravitational P.E. of X is constant

(C) As K.E. is constant and P.E. of Y is decreasing. So mechanical energy of (X + Y) is decreasing.

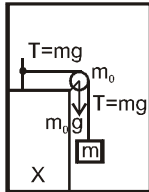
(q)

(A) force on Y due to X will be greater than mg which is equal to (Mg + repulsion force)

(B) As the system is moving up, P.E. of X is increasing.

(C) Mechanical energy of (X + Y) is increasing

(D) Torque of the weight of Y about point P = 0



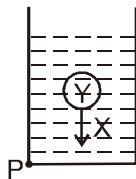
(r)

(A) force on Y due to X = $\sqrt{[(m + m_0)g]^2 + (mg)^2}$

(B) As the system moves down, gravitational P.E. of X decreases

(C) As the system moves down, total mechanical energy of (X + Y) also decreases

(D) $\tau_P \neq 0$



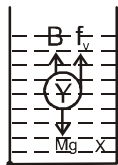
(s)

(A) force on Y due to X = Buoyancy force which is less than mg

(B) As the sphere moves down, that volume of water comes up, so gravitational P.E. of X increases.

(C) As there is no non-conservative force, so total mechanical energy of X + Y remains conserved.

(D) $\tau_P \neq 0$



(t)

(A) As the sphere is moving with constant velocity

$B + f_v = Mg$

so force on Y due to X is $B + f_v = mg$

(B) As the sphere moves down, that volume of water comes up, so gravitational P.E. of X will increase

(C) Increase in mechanical energy

$w_{fr} = -ve$

(D) $\tau_P \neq 0$

कॉलम II में पाँच निकाय दिये गये हैं। इनमें से प्रत्येक निकाय में दो वस्तुएँ X तथा Y हैं, और एक बिन्दु P है। **कॉलम I** में X , Y या दोनों के लिए कुछ तथ्य दिये गये हैं। इन तथ्यों को उचित निकायों से मेल करवायें।

कॉलम I

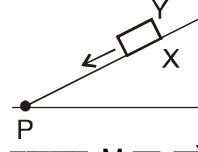
(A) X के द्वारा Y पर लगने वाले बल का मान (p)
स्थायी Mg है।

(B) X की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा लगातार (q)
बढ़ रही है।

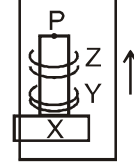
(C) निकाय $X + Y$ की यांत्रिक ऊर्जा लगातार (r)
घट रही है।

(D) वस्तु Y के भार का बिन्दु P के सापेक्ष (s)
बलाघूर्ण शून्य है।

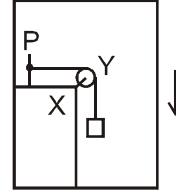
कॉलम II



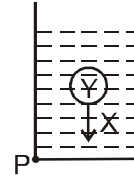
द्रव्यमान M का ब्लॉक Y , एक आनत तल X पर छोड़ा गया है और वह एकसमान गति से नीचे सरक रहा है।



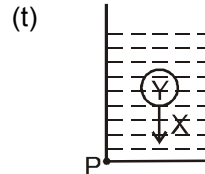
द्रव्यमान M के दो चुम्बक छल्ले Y तथा Z को एक घर्षणरहित ऊर्ध्वाधर प्लास्टिक स्टेण्ड पर रखा गया है, और वे एक दूसरे को प्रतिकर्षित कर रहे हैं। Y छल्ला स्टेण्ड X पर स्थित है और Z उसके ऊपर हवा में लटका है। P स्टेण्ड X का सबसे ऊपरी बिन्दु है और छल्लों के अक्ष पर स्थित है। यह निकाय एक लिफ्ट में रखा है जो एकसमान गति से ऊपर जा रही है।



द्रव्यमान m_0 वाली घिरनी Y को क्लैम्प X के द्वारा मेज पर जड़ित किया गया है। मेज से जुड़े एक स्टेण्ड के बिन्दु P से बांध कर और घिरनी Y के ऊपर से गुजर कर एक रस्सी से द्रव्यमान M के ब्लॉक को लटकाया गया है। यह निकाय एक लिफ्ट में रखा है जो एकसमान गति से नीचे जा रही है।



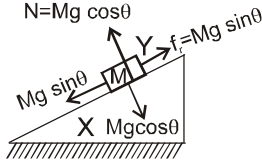
द्रव्यमान M का गोला Y एक स्थिर पात्र में रखे श्यानताहीन द्रव X में रखा जाता है। द्रव में छोड़ने के बाद यह गोला नीचे जाने लगता है।



द्रव्यमान M का गोला Y एक स्थिर पात्र में रखे श्यान द्रव X में रखा जाता है। द्रव में छोड़ने के बाद यह गोला अपने सीमान्त वेग से गिर रहा है।

Ans. : (A) → (p), (t); (B) → (q), (s), (t); (C) → (p), (r), (t); (D) → (q)

Sol. (p)



Y पर X के कारण लगने वाला कुल बल $X = \sqrt{(Mg \cos \theta)^2 + (Mg \sin \theta)^2} = Mg$

(B) क्योंकि नततल स्थिर है। अतः X की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा नियत होगी।

(C) क्योंकि गतिज ऊर्जा नियत है और Y की स्थितिज ऊर्जा घटेगी। अतः (X + Y) की यांत्रिक ऊर्जा घटेगी।

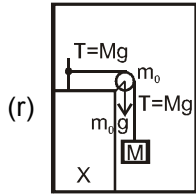
(q)

(A) X के कारण Y पर लगने वाला बल Mg से ज्यादा होगा, जोकि (Mg + प्रतिकर्षण बल) के तुल्य होगा।

(B) क्योंकि निकाय ऊपर की ओर गतिमान है अतः X की स्थितिज ऊर्जा बढ़ेगी।

(C) (X + Y) की यांत्रिक ऊर्जा बढ़ेगी।

(D) Y के भार का बिन्दु P के सापेक्ष बलाघूर्ण शून्य होगा।

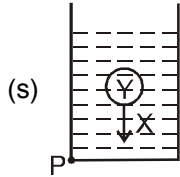


(A) X के कारण, Y पर लगने वाला बल $X = \sqrt{[(M + m_0)g]^2 + (Mg)^2}$

(B) क्योंकि निकाय, नीचे की ओर गतिमान है अतः X की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा घटेगी।

(C) क्योंकि निकाय नीचे की ओर गतिमान है अतः (X + Y) की कुल यांत्रिक ऊर्जा भी घटेगी।

(D) $\tau_P \neq 0$

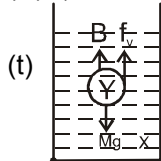


(A) X के कारण Y पर लगने वाला बल, उत्प्लावन बल होगा जोकि Mg से कम होगा।

(B) क्योंकि गोला नीचे की ओर गतिमान है अतः पानी का आयतन ऊपर की ओर जायेगा, अतः X की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा बढ़ेगी।

(C) क्योंकि यहाँ कोई अश्यान बल नहीं है, अतः X + Y की कुल यांत्रिक ऊर्जा नियत रहेगी।

(D) $\tau_P \neq 0$



(A) क्योंकि गोला, नियत वेग से गतिमान है $B + f_v = Mg$

अतः X के कारण Y पर लगने वाला बल $B + f_v = Mg$ होगा।

(B) क्योंकि गोला नीचे की ओर गतिमान है अतः पानी का आयतन ऊपर की ओर जायेगा जिससे X की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा बढ़ेगी।

(C) यांत्रिक ऊर्जा में वृद्धि होगी $w_{fr} = -ve$

(D) $\tau_P = 0$

12. A person in a lift is holding a water jar, which has a small hole at the lower end of its side. When the lift is at rest, the water jet coming out of the hole hits the floor of the lift at a distance $d = 1.2 \text{ m}$ from the person. In the following, state of the lift's motion is given in List - I and the distance where the water jet hits the floor of the lift is given in List - II. Match the statements from List - I with those in List - II and select the correct answer using the code given below the lists.

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

- List -I**
- P. Lift is accelerating vertically up.
Q. Lift is accelerating vertically down with an acceleration less than the gravitational acceleration.
R. Lift is moving vertically up with constant Speed
S. Lift is falling freely.

- List -II**
1. $d = 1.2 \text{ m}$
2. $d > 1.2 \text{ m}$
3. $d < 1.2 \text{ m}$
4. No water leaks out of the jar

Code :

(A) P-2, Q-3, R-2, S-4

(B) P-2, Q-3, R-1, S-4

(C*) P-1, Q-1, R-1, S-4

(D) P-2, Q-3, R-1, S-1

एक व्यक्ति जल से भरा एक पात्र लेकर लिफ्ट में खड़ा है। पात्र की साइड के निचले तल में एक छिद्र है। जब लिफ्ट विरामावस्था में है, तब छिद्र से बाहर आने वाले जल की धारा व्यक्ति से $d = 1.2 \text{ m}$ दूर लिफ्ट के फर्श पर गिरती है। लिफ्ट की गति की विभिन्न अवस्था सूची -I में दी गई है, तथा वह दूरी जहाँ जल की धारा फर्श पर गिरती है, सूची-II में दी गई है। सूची-I को, सूची -II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिए

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

- सूची -I**
- P. लिफ्ट ऊपर की दिशा में त्वरित गति से गतिशील है।
Q. लिफ्ट त्वरित गति से नीचे की ओर गतिशील है और उसके त्वरण का मान गुरुत्वीय त्वरण से कम है।
R. लिफ्ट ऊपर की ओर एकसमान चाल से गतिमान है।
S. लिफ्ट स्वतंत्र रूप से गिर रही है।

- सूची -II**
1. $d = 1.2 \text{ m}$
2. $d > 1.2 \text{ m}$
3. $d < 1.2 \text{ m}$
4. पात्र से जल बाहर नहीं आएगा।

कोड :

(A) P-2, Q-3, R-2, S-4

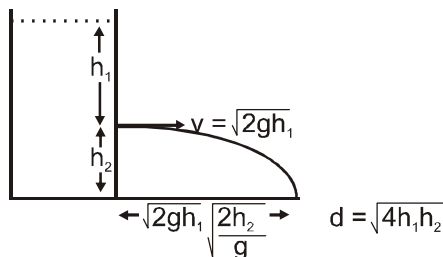
(B) P-2, Q-3, R-1, S-4

(C*) P-1, Q-1, R-1, S-4

(D) P-2, Q-3, R-1, S-1

Ans. (C)

Sol. Match the column कॉलम का मिलान कीजिए
When lift is at rest: जब लिफ्ट विरामावस्था में है।



(P) $g_{\text{eff}} > g$ $d = \sqrt{4h_1h_2} = 1.2 \text{ m}$

(Q) $g_{\text{eff}} < g$ $d = \sqrt{4h_1h_2} = 1.2 \text{ m}$

(R) $g_{\text{eff}} = g$ $d = \sqrt{4h_1h_2} = 1.2 \text{ m}$

(S) $g_{\text{eff}} = 0$ No water leaks out of the jar. जार से कोई पानी बाहर नहीं निकलेगा

Ans. (C) P—1 Q—1 R—1 S—4

Note : DPPs B23, B24, B25 are from Surface tension

DPP No. : C23 (JEE-Main)

Total Marks : 66	Max. Time : 44 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.22	[66, 44]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C23

1. (C)	2. (A)	3. (B)	4. (D)	5. (B)	6. (C)	7. (B)
8. (C)	9. (C)	10. (C)	11. (A)	12. (A)	13. (A)	14. (D)
15. (A)	16. (A)	17. (A)	18. (B)	19. (D)	20. (C)	21. (D)
22. (D)						

1. The surface tension of a liquid is 5 Newton per metre. If a film is held on a ring of area 0.02 metres², its surface energy is about :
 द्रव का पृष्ठ तनाव 5 न्यूटन प्रति मीटर है। यदि 0.02 मीटर² क्षेत्रफल की वलय में फिल्म उपस्थित है तो इसकी पृष्ठीय ऊर्जा होगी –

(A) 5×10^{-2} J (B) 2.5×10^{-2} J (C*) 2×10^{-1} J (D) 3×10^{-1} J

Sol. We know that surface energy

$$U_s = T \times \text{Area.}$$

Here, as 2 films are formed because of ring, so

$$U_s = T \times 2 \times (A) = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times 2 \times 0.02 \text{ m}^2 = 0.2 \text{ J}$$

Sol. हम जानते हैं कि पृष्ठ ऊर्जा

$$U_s = T \times \text{क्षेत्रफल}$$

यहाँ, क्योंकि वलय के कारण 2 फिल्म बनती है अतः

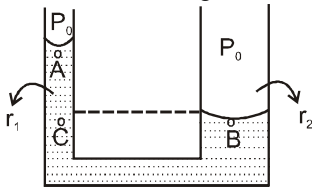
$$U_s = T \times 2 \times (A) = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times 2 \times 0.02 \text{ m}^2 = 0.2 \text{ J}$$

2. The radii of the two columns in U-tube are r_1 and r_2 . When a liquid of density ρ (angle of contact is 0°) is filled in it, the level difference of liquid in two arms is h . The surface tension of liquid is : (g = acceleration due to gravity) :

U-नली के दो स्तम्भों की त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 तथा r_2 हैं। जब ρ घनत्व के द्रव (स्पर्श कोण 0°) को इसमें भरा जाता है तो इसके दोनों स्तम्भों में द्रव स्तरों की ऊँचाई में अन्तर h है। द्रव का पृष्ठ तनाव होगा : (g = गुरुत्व के कारण त्वरण) :

(A*) $\frac{\rho g h r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)}$ (B) $\frac{\rho g h (r_2 - r_1)}{2r_1 r_2}$ (C) $\frac{2(r_2 - r_1)}{\rho g h r_1 r_2}$ (D) $\frac{\rho g h}{2(r_2 - r_1)}$

Sol. In the shown diagram.



$$P_C = P_B$$

$$P_0 - \frac{2T}{r_1} + \rho gh = P_0 - \frac{2T}{r_2}$$

Here, we may not know in advance which tube will rise above the other, but let's say the liquid level is higher in thinner tube.

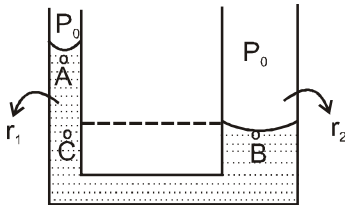
$$\text{so } 2T \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -\rho gh. \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\rho gh}{2} \frac{r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}$$

as $r_2 > r_1$; so we assumed correctly

Sol. दिये गये चित्र से

$$P_C = P_B$$

$$P_0 - \frac{2T}{r_1} + \rho gh = P_0 - \frac{2T}{r_2}$$



यहाँ हमें पहले से नहीं पता है कि कौनसी नली में द्रव स्तर, दूसरे की तुलना में ऊपर जायेगा लेकिन माना पतली द्यूब (नली) में द्रव का तल ज्यादा है।

$$\text{इसलिए } 2T \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -\rho gh. \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\rho gh}{2} \frac{r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}$$

क्योंकि $r_2 > r_1$; अतः हमने सही माना है।

3. Water rises in a capillary tube to a height h . it will rise to a height more than h केशनली में पानी h ऊँचाई तक चढ़ता है। यह h से ज्यादा ऊँचाई तक चढ़ेगा –

(A) on the surface of sun

(B*) in a lift moving down with an acceleration

(C) at the poles

(D) in a lift moving up with an acceleration.

(A) सूर्य सतह पर

(B*) नीचे की तरफ त्वरित गति करती लिफ्ट में

(C) ध्रुवों पर

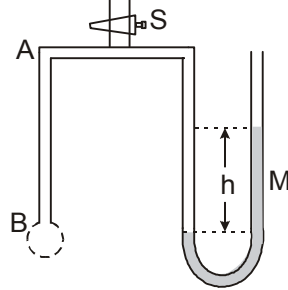
(D) ऊपर की तरफ त्वरित गति करती लिफ्ट में

Sol. Water will rise to a height more than h when downward force (mg_{eff}) becomes lesser than mg . so in a lift accelerating downwards, g_{eff} is ($g - a_0$). Hence capillary rise is more.

On the poles g_{eff} is even more than g . Hence the capillary will even drop.

हल. जब नीचे की तरफ लगने वाला बल (mg_{eff}), mg से कम होता है तो जल में उँचाई से ज्यादा उँचाई तक चढ़ता है अतः, नीचे की तरफ त्वरित लिफ्ट में g_{eff} , ($g - a_0$) है। अतः केशनली में द्रव ज्यादा ऊपर जायेगा ध्रुवों पर g_{eff} , g से ज्यादा होता है अतः केशनली में द्रव नीचे गिरेगा।

4. A tube of fine bore AB is connected to a manometer M as shown. The stop cock S controls the flow of air. AB is dipped into a liquid whose surface tension is σ . On opening the stop cock for a while, a bubble is formed at B and the manometer level is recorded, showing a difference h in the levels in the two arms. if ρ be the density of manometer liquid and r the radius of curvature of the bubble, then the surface tension σ of the liquid is given by
- एक पतली नली AB दाबमापी M से चित्रानुसार जुड़ी है। वाल्व S द्वारा हवा प्रवाह को नियन्त्रित किया जाता है। AB नली को पृष्ठ तनाव σ वाले द्रव में डुबोते हैं तथा वाल्व S को तब तक खुला रखते हैं, जब तक B पर बुलबुला नहीं बन जाता तथा दाबमापी का पाठ्यांक लेते हैं। दोनों भुजाओं में द्रव स्तरों का अन्तर h चित्र में प्रदर्शित है। यदि ρ दाबमापी द्रव का घनत्व तथा r बुलबुले की वक्रता त्रिज्या हो तो द्रव का पृष्ठ तनाव σ है –



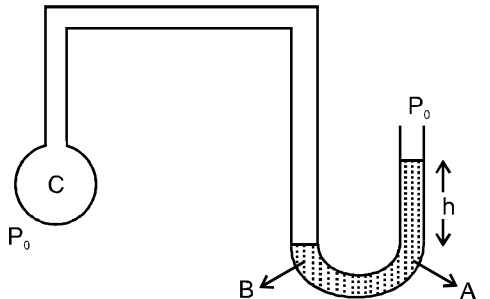
(A) $\rho h r g$

(B) $2\rho h g r$

(C) $4\rho h r g$

(D*) $\frac{\rho h g r}{4}$

Sol.



P_A has to be equal to P_B .

P_A, P_B के समान होना है।

$$P_A = P_0 + \rho g h$$

.....(i)

Now अब

$$P_C - P_0 = \frac{4\sigma}{r} \quad \therefore \text{soap bubble has 2 films साबुन के बुलबुले में 2 फिल्म है।}$$

and और

$$P_C = P_B \quad \therefore \text{same air is filled समान वायु भरी जायेगी।}$$

\Rightarrow

$$P_0 + \frac{4\sigma}{r} = P_0 + \rho g h \quad \text{.....(ii)}$$

get अतः

$$\sigma = \frac{\rho g h r}{4}$$

5. Two parallel glass plates are dipped partly in the liquid of density 'd'. keeping them vertical. If the distance between the plates is 'x', Surface tension for liquid is T & angle of contact is θ then rise of liquid between the plates due to capillary will be :
- दो कांच की प्लेटें 'd' घनत्व के द्रव में ऊर्ध्वाधर आंशिक डुबी हुई हैं। यदि प्लेटों के मध्य दूरी 'x', द्रव का पृष्ठ तनाव T तथा स्पर्श कोण θ हो तो प्लेटों में केशिकात्व के कारण चढ़े द्रव की ऊँचाई होगी :

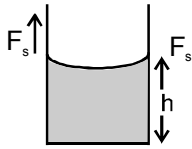
(A) $\frac{T \cos \theta}{x d}$

(B*) $\frac{2T \cos \theta}{x d g}$

(C) $\frac{2T}{x d g \cos \theta}$

(D) $\frac{T \cos \theta}{x d g}$

Sol.



By balancing forces बल सन्तुलन से

$$T \times (2\ell) \times (\cos\theta) = d \times \ell \times h \times g$$

we get हम प्राप्त करेंगे

$$h = \frac{2T \cos\theta}{d g}$$

6. When charge is given to a soap bubble, it shows :

यदि साबुन के बुलबुले को आवेश दिया जाये तो यह प्रदर्शित करता है –

(A) a decrease in size

(B) no change in size

(C*) an increase in size

(D) sometimes an increase and sometimes a decreases in size

(A) आकार में कमी

(B) आकार में अपरिवर्तन

(C*) आकार में वृद्धि

(D) आकार में कभी वृद्धि तथा कभी कमी।

Sol. When charge is given to a soap bubble (whether positive or negative), these charges experience repulsive forces due to the other charges. Hence they tend to move out. Hence the size of bubble increases.

हल. जब साबुन के बुलबुले को आवेश दिया जाता है (चाहे धनात्मक या ऋणात्मक) तो यह आवेश अन्य आवेशों के कारण प्रतिकर्षण बल अनुभव करेगा। अतः यह बाहर जाने की प्रवृत्ति रखेगा। अतः बुलबुले का आकार बढ़ेगा।

7. An air bubble of radius r in water is at a depth h below the water surface at some instant. If P is atmospheric pressure, d and T are density and surface tension of water respectively, the pressure inside the bubble will be :

r त्रिज्या का हवा का बुलबुला, किसी क्षण पानी सतह से h गहराई पर स्थित है। यदि P —वायुमण्डलीय दाब, d व T क्रमशः पानी का घनत्व व पृष्ठ तनाव हो तो बुलबुले के अन्दर दाब होगा :

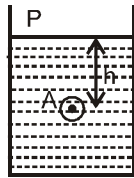
(A) $P + h dg - \frac{4T}{r}$

(B*) $P + h dg + \frac{2T}{r}$

(C) $P + h dg - \frac{2T}{r}$

(D) $P + h dg + \frac{4T}{r}$

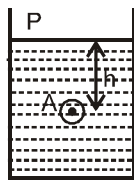
Sol.



$$P_{\text{inside bubble}} - P_A = \frac{2T}{r}$$

$$\text{and } P_A = P_{\text{atm}} + dgh.$$

$$\Rightarrow P_{\text{inside bubble}} = P + dgh + \frac{2T}{r}$$



हल.

$$P_{\text{आन्तरिक बुलबुले}} - P_A = \frac{2T}{r}$$

$$\text{और } P_A = P_{\text{atm}} + dgh.$$

$$\Rightarrow P_{\text{आन्तरिक बुलबुला}} = P + dgh + \frac{2T}{r}$$

8. The work done to get n smaller equal size spherical drops from a bigger size spherical drop of water is proportional to :

पानी की एक बड़ी गोलीय बूँद से, n छोटी गोलीय समरूप बूँदों को बनाने में किया गया कार्य समानुपाती है –

(A) $\left(\frac{1}{n^{2/3}}\right) - 1$ (B) $\left(\frac{1}{n^{1/3}}\right) - 1$ (C*) $n^{1/3} - 1$ (D) $n^{4/3} - 1$

Sol. $n \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \dots\dots(i) \{ \because \text{volumes are equal आयतन समान है} \}.$

and और $\Delta A = -[4\pi R^2 - n \cdot 4\pi r^2]$

where जहाँ $W = (\Delta A) \times T.$

$$= -4\pi[n^{2/3}r^2 - n \cdot r^2] \times T = 4\pi r^2 T \cdot n^{2/3} [n^{1/3} - 1].$$

Now अब $R^3 = n^{2/3} \cdot r^3$; so इसलिए $W = 4\pi R^2 T [n^{1/3} - 1].$

9. Two unequal soap bubbles are formed one on each side of a tube closed in the middle by a tap. What happens when the tap is opened to put the two bubbles in communication ?

दो असमान बुलबुले, मध्य में टोटी (नल) लगी हुई नली के सिरों पर बनाये जाते हैं। क्या होगा जब टोटी को खोलने पर दोनों बुलबुले सम्पर्क में आते हैं।

(A) No air passes in any direction as the pressures are the same on two sides of the tap

चूँकि टोटी के दोनों तरफ दाब समान है अतः वायु किसी भी दिशा में नहीं बहेगी।

(B) Larger bubble shrinks and smaller bubble increases in size till they become equal in size

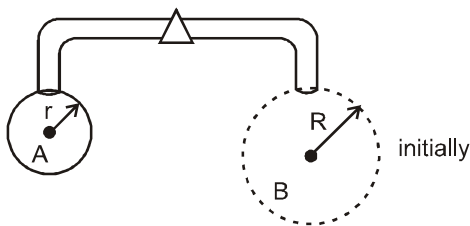
दोनों के आकार बराबर होने तक बड़ा बुलबुला सिकुड़ता है तथा छोटा बुलबुला फैलता है।

(C*) Smaller bubble gradually collapses and the bigger one increases in size

छोटा बुलबुला सिकुड़ कर समाप्त हो जाता है तथा बड़ा बुलबुला आकार में बढ़ जाता है।

(D) None of the above इनमें से कोई नहीं

Sol.



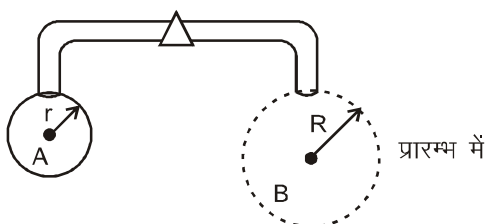
$$P_A = P_0 + \frac{4\sigma}{r}; \quad P_B = P_0 + \frac{4\sigma}{R} \quad \{P_0 = \text{atmospheric pressure}\}.$$

Clearly $P_A > P_B$; so air will flow from A to B.

As r decreases; pressure will become more and hence more flow of air from A to B.

Ultimately bubble A collapses and B becomes bigger in size.

हल.



$$P_A = P_0 + \frac{4\sigma}{r}; \quad P_B = P_0 + \frac{4\sigma}{R} \quad \{P_0 = \text{वायुमण्डलीय दाब}\}.$$

स्पष्टता $P_A > P_B$; अतः वायु A से B की ओर प्रवाहित होगी।

क्योंकि r कम होती है अतः दाब ज्यादा होगी और A से B की ओर वायु ज्यादा प्रवाहित होगी।

अतः बुलबुला A टूट जायेगा और B का आकार बढ़ जायेगा।

10. A soap bubble in vacuum has a radius of 3 cm and another soap bubble in vacuum has a radius of 4 cm. If the two bubbles coalesce under isothermal conditions then the radius of the new bubble is :
 निर्वात में साबुन के बुलबुले की त्रिज्या 3 cm तथा दूसरे साबुन के बुलबुले की निर्वात में त्रिज्या 4 cm है। यदि समतापीय स्थिति में दोनों को मिलाया जाय तो नये बुलबुले की त्रिज्या होगी :
 (A) 2.3 cm (B) 4.5 cm (C*) 5 cm (D) 7 cm

Sol.



$$R = 4 \text{ cm.}$$

$$r = 3 \text{ cm.}$$

$$P_r = \frac{4\sigma}{r}; \quad P_R = \frac{4\sigma}{R} \quad \{ \because \text{outside is vacuum बाहर निर्वात है} \}$$

The two bubbles are coalescing; so conserving the no. the moles.

जब दोनो बुलबुलो मिलाया जाता है तब मोल संरक्षण से

$$\frac{P_r \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{T} + \frac{P_R \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{T} = \frac{P_{\text{final}} \times \frac{4}{3}\pi (r')^3}{T}$$

Putting मान रखने पर $P_{\text{final}} = \frac{4\sigma}{r'}$ we get हम प्राप्त करेंगे

$$r' = \sqrt{r^2 + R^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm.}$$

11. A cylinder with a movable piston contains air under a pressure p_1 and a soap bubble of radius ' r '. The pressure p_2 to which the air should be compressed by slowly pushing the piston into the cylinder for the soap bubble to reduce its size by half will be : (The surface tension is σ , and the temperature T is maintained constant)
 एक चलायमान पिस्टन युक्त बेलन में p_1 दाब पर हवा भरी है तथा इसमें एक ' r ' त्रिज्या का साबुन का बुलबुला स्थित है। पिस्टन को धीरे-धीरे चलाकर हवा को दाब p_2 से सम्पीड़ित किया जाता है जिससे बुलबुले का आकार आधा हो जाता है : (पृष्ठ तनाव σ , तथा तापमान T नियत है) p_2 का मान क्या होगा –

(A*) $\left[8p_1 + \frac{24\sigma}{r} \right]$ (B) $\left[4p_1 + \frac{24\sigma}{r} \right]$ (C) $\left[2p_1 + \frac{24\sigma}{r} \right]$ (D) $\left[2p_1 + \frac{12\sigma}{r} \right]$

Sol.



Lets say, initially, the pressure due to air inside the bubble is P_{air} .

$$\Rightarrow P_{\text{air}} - P_1 = \frac{4\sigma}{r} \quad \dots\dots\dots(i)$$

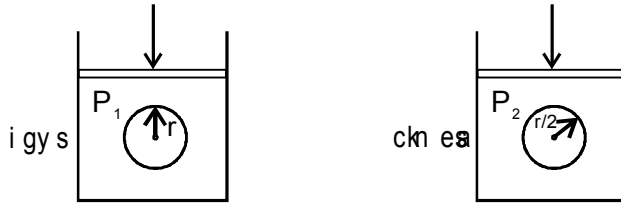
Finally, the radius becomes half ; so volume becomes $\frac{1}{8}$ th and hence pressure becomes $8P_{\text{air}}$.

$$\text{So, } 8P_{\text{air}} - P_2 = \frac{4\sigma}{r/2} \quad \dots\dots\dots(ii)$$

Solving (i) and (ii)

$$\text{get } P_2 = 8P_1 + \frac{24\sigma}{r}.$$

हल.



माना प्रारम्भ में वायु के कारण बुलबुले के अन्दर दाब P_{air} है।

$$\Rightarrow P_{air} - P_1 = \frac{4\sigma}{r} \quad \dots\dots(i)$$

अन्त में त्रिज्या आधी हो जायेगी अतः आयतन $\frac{1}{8}$ हो जायेगा अतः दाब $8P_{air}$ हो जायेगा।

$$\text{अतः } 8P_{\text{वायु}} - P_2 = \frac{4\sigma}{r/2} \quad \dots\dots(ii)$$

(i) और (ii) को हल करने पर

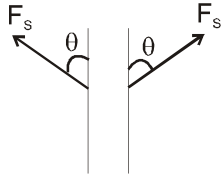
$$\text{प्राप्त होगा। } P_2 = 8P_1 + \frac{24\sigma}{r}.$$

12. A capillary tube of radius R is immersed in water and water rises in it to a height H. Mass of water in capillary tube is M. If the radius of the tube is doubled, mass of water that will rise in capillary tube will be :

R त्रिज्या की केशनली पानी में डूबी हुई है तथा पानी इसमें H ऊँचाई तक चढ़ता है। केशनली में चढ़े पानी का द्रव्यमान M है। यदि केश नली की त्रिज्या दुगुनी कर दी जाए तो केशनली में चढ़े हुए पानी का द्रव्यमान होगा –

- (A*) 2M (B) M (C) $\frac{M}{2}$ (D) 4M

Sol. Since the contact angle in both cases remains the same.



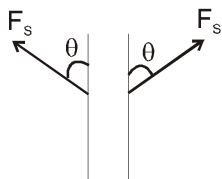
$$F_s \cos \theta = Mg \quad \Rightarrow \quad T \times 2 \pi R \cos \theta = Mg \quad \dots\dots(i)$$

after doubling the radius

$$T \times 2 \pi (2R) \cos \theta = M'g \quad \dots\dots(ii)$$

$$= M' = 2M.$$

Sol. \therefore दोनों स्थितियों में सम्पर्क कोण समान है



$$F_s \cos \theta = Mg \quad \Rightarrow \quad T \times 2 \pi R \cos \theta = Mg \quad \dots\dots(i)$$

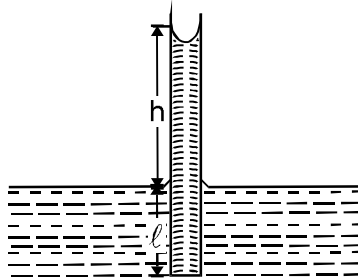
त्रिज्याओ को दुगना करने पर

$$T \times 2 \pi (2R) \cos \theta = M'g \quad \dots\dots(ii)$$

$$= M' = 2M.$$

13. Water rises to a height h in a capillary tube lowered vertically into water to a depth ℓ as shown in the figure. The lower end of the tube is now closed, the tube is then taken out of the water and opened again. The length of the water column remaining in the tube will be :

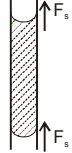
चित्रानुसार ऊर्ध्वाधर रूप से पानी में ℓ गहराई तक डुबी कैपिलरी में चढ़े हुए पानी की ऊँचाई h है। अब नली का निचला सिरा बंद है। अब नली को बाहर निकाला जाता है तथा दुबारा खोला जाता है तो शेष पानी स्तम्भ की नली में लम्बाई होगी –



- (A*) $2h$ if $\ell > h$ and $\ell + h$ if $\ell < h$ (B) h if $\ell > h$ and $\ell + h$ if $\ell < h$
 (C) $4h$ if $\ell > h$ and $\ell - h$ if $\ell < h$ (D) $h/2$ if $\ell > h$ and $\ell + h$ if $\ell < h$
 (A*) $2h$ यदि $\ell > h$ तथा $\ell + h$ यदि $\ell < h$ (B) h यदि $\ell > h$ तथा $\ell + h$ यदि $\ell < h$
 (C) $4h$ यदि $\ell > h$ तथा $\ell - h$ यदि $\ell < h$ (D) $h/2$ यदि $\ell > h$ तथा $\ell + h$ यदि $\ell < h$

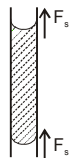
Sol. When the capillary rise is ' h ' that means the force of surface tension (F) is supporting the height ' h ' of liquid level.

Now if the whole capillary is taken out the liquid tries to come out due to gravity from the bottom point.



But force of surface tension ' F ' now becomes $2F$ in the upward direction. Hence $2F$ can support a maximum of ' $2h$ ' height even if ℓ is very high. So ' h ' will be $2h$ if $\ell > h$ & will be $h + \ell$ only if ℓ is lesser than h .

हल. जब कैपिलरी में जल ' h ' ऊँचाई तक ऊपर उठती है अर्थात् पृष्ठ तनाव द्रव सतह जो ' h ' ऊँचाई तक सहारा देता है। अब यदि कैपिलरी से जल बाहर निकलता है तो द्रव गुरुत्व के कारण निम्न बिन्दु से बाहर निकलता है।



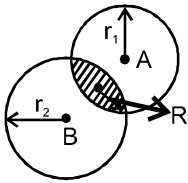
लेकिन अब पृष्ठ तनाव ' F ' ऊपर की ओर $2F$ बन जायेगा। अतः $2F$ अधिकतम ' $2h$ ' ऊँचाई तक सहारा देगा यद्यपि ℓ बहुत बड़ा है। अतः ' h ' $2h$ होगा यदि $\ell > h$ और, यदि ℓ, h से कम है तो ' h ' ($h + \ell$) के बराबर होगा।

14. A soap bubble of radius r_1 is placed on another soap bubble of radius r_2 ($r_1 < r_2$). The radius R of the soapy film separating the two bubbles is :

r_1 त्रिज्या का साबुन का बुलबुला दूसरे r_2 त्रिज्या के साबुन के बुलबुले पर रखा है ($r_1 < r_2$)। दोनों बुलबुलों को अलग करने वाली साबुन की फिल्म की त्रिज्या R होगी –

- (A) $r_1 + r_2$ (B) $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ (C) $(r_1^3 + r_2^3)$ (D*) $\frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1}$

Sol.



Equating pressures on the shaded portion :

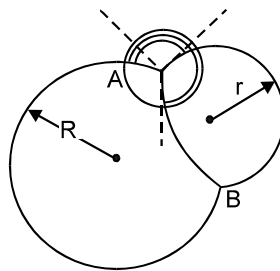
छायांकित भाग का दाब बराबर करने पर

$$\frac{4\sigma}{r_1} - \frac{4\sigma}{r_2} = \frac{4\sigma}{R}$$

get प्राप्त होगा $R = \frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1}$

15. A soap - bubble with a radius 'r' is placed on another bubble with a radius R (figure). Angles between the films at the points of contact will be –

'r' त्रिज्या का साबुन का बुलबुला दूसरे R त्रिज्या के बुलबुले पर रखा है। (चित्र) सम्पर्कित बिन्दुओं की फिल्म के मध्य कोण होगा—



(A*) 120°

(B) 30°

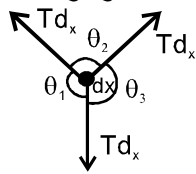
(C) 45°

(D) 90°

Sol.

Look at a very small element at the junction of 3 bubbles.

तीनों बुलबुलो के मिलान बिन्दु पर एक बहुत छोटे अवयव को देखते हैं।



All 3 forces of same magnitude (surface tension is same) are acting along the tangential directions on the small element.

समान परिमाण के तीनों बल (पृष्ठतनाव समान है) छोटे आवयव पर त्रिभुजीय दिशा में कार्य करेंगे।

Now by LAMIE's theorem अब लामी प्रमेय से $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \frac{360}{3} = 120^\circ$

16. A large number of liquid drops each of radius 'a' coalesce to form a single spherical drop of radius 'b'. The energy released in the process is converted into kinetic energy of the big drop formed. The speed of big drop will be :

बहुत सारी द्रव की बूंदें जिनकी त्रिज्या 'a' है, को मिलाकर 'b' त्रिज्या की एक बड़ी बूंद बनाई जाती है। इस प्रक्रम में उत्सर्जित ऊर्जा, बड़ी बूंद की गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है। बड़ी बूंद की चाल होगी –

(A*) $\sqrt{\frac{6T}{\rho} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]}$ (B) $\sqrt{\frac{4T}{\rho} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]}$ (C) $\sqrt{\frac{8T}{\rho} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]}$ (D) $\sqrt{\frac{5T}{\rho} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]}$

Sol. Energy released = $(\Delta A) \times \sigma$ { σ = surface tension}

उत्सर्जित ऊर्जा = $(\Delta A) \times \sigma$ { σ = पृष्ठ तनाव }

Let us say n no. of small drops coalesced.

माना छोटी बूंदें जो मिलती हैं उनकी संख्या n है।

$$\Rightarrow n \cdot \frac{4}{3} \pi a^3 = \frac{4}{3} \pi b^3 \quad \Rightarrow b = a \cdot n^{1/3} \quad \Rightarrow n = \left(\frac{b}{a}\right)^3$$

$\Delta A = 4\pi b^2 - n \cdot 4\pi a^2$ {this is -ve, hence energy is released} {यह ऋणात्मक है अतः ऊर्जा उत्सर्जित होगी}

$$= 4\pi a^2 (n^{2/3} - n)$$

$$\Rightarrow U = 4\pi a^2 T (n - n^{2/3}) = 4\pi a^2 T \left[\left(\frac{b}{a}\right)^3 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]$$

This U converts to K.E. यह स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जायेगी।

$$\text{Hence अतः } \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{4}{3} \pi b^3 V^2 = 4\pi a^2 T \frac{b^2}{a^2} \left(\frac{b-a}{a} \right) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{6T}{\rho} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

17. At critical temperature, the surface tension of a liquid :

क्रान्तिक ताप पर द्रव का पृष्ठ तनाव —

(A*) is zero

(B) is infinity

(C) is same as that at any other temperature

(D) cannot be determined

(A*) शून्य है।

(B) अनन्त है।

(C) किसी भी अन्य तापमान के समान है।

(D) ज्ञात नहीं कर सकते।

Sol. Surface tension is a property based on intermolecular force, at critical temperature intermolecular force is zero, hence surface tension is zero.

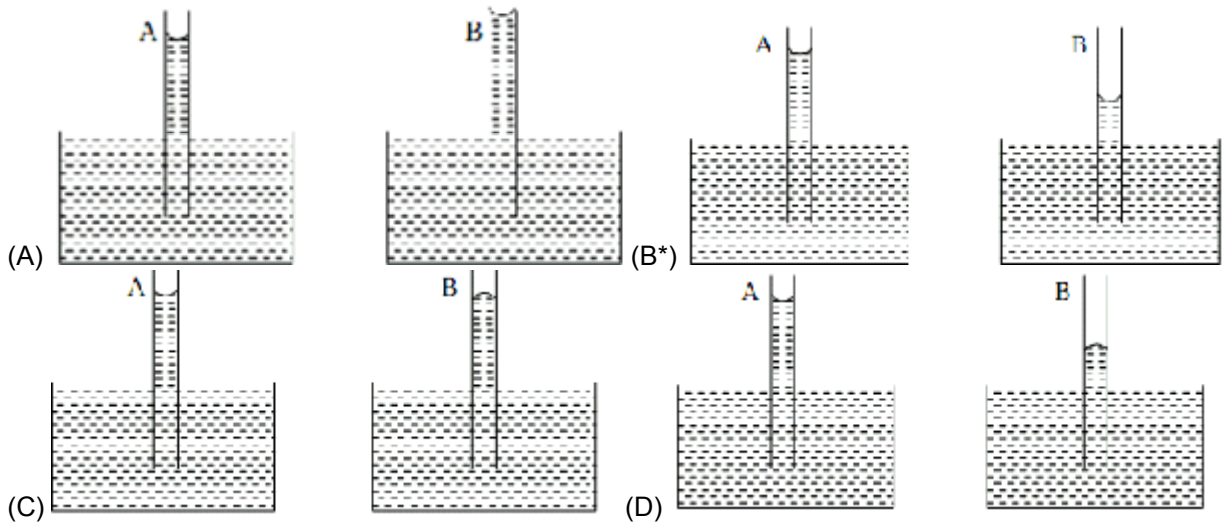
पृष्ठ तनाव अन्तर आणविक बल पर आधारित गुण है, क्रान्तिक ताप पर अन्तर आणविक बल शून्य है, अतः पृष्ठ तनाव शून्य है।

18. A capillary tube (1) is dipped in water. Another identical tube (2) is dipped in a soap-water solution. Which of the following shows the relative nature of the liquid columns in the two tubes ?

कोई केशनली (1) जल में डुबायी गई है। कोई अन्य सर्वसम केशनली (2) साबुन-जल विलयन में डुबायी जाती है।

निम्नलिखित में से कौनसे चित्र में दो नलियों में द्रव-स्तम्भों की आपेक्षिक प्रकृति को दर्शाया गया है ?

[AIEEE 2008, 4/120, -1]



19. Work done in increasing the size of a soap bubble from a radius of 3 cm to 5 cm is nearly. (Surface tension of soap solution = 0.03 Nm^{-1})

[AIEEE - 2011, 4/120, -1]

एक साबुन के बुलबुले की त्रिज्या को 3 cm से बढ़ाकर 5 cm करने में किया गया कार्य लगभग है : (साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव = 0.03 Nm^{-1})

[AIEEE - 2011, 4/120, -1]

(A) $4\pi \text{ mJ}$

(B) $0.2\pi \text{ mJ}$

(C) $2\pi \text{ mJ}$

(D*) $0.4\pi \text{ mJ}$

Sol. $W = T \Delta A$

$$= 0.03 (2 \times 4\pi \times (5^2 - 3^2)) \times 10^{-4} = 24\pi (16) \times 10^{-6}$$

$$= 0.384 \pi \times 10^{-3} \text{ Joule } 0.4 \pi \text{ mJ Ans.}$$

20. Two mercury drops (each of radius 'r') merge to form a bigger drop. The surface energy of the bigger drop, if T is the surface tension, is :
[AIEEE 2011, 4/120, -1]
 दो पारे की बूँदे (प्रत्येक की त्रिज्या 'r') मिलकर एक बड़ी बूँद बनाती है। यदि पृष्ठ तनाव T है, तब बड़ी बूँद की पृष्ठ ऊर्जा है :

(A) $4\pi r^2 T$ (B) $2\pi r^2 T$ (C*) $2^{8/3}\pi r^2 T$ (D) $2^{5/3}\pi r^2 T$

Sol. $2 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$

$R = 2^{1/3} r$

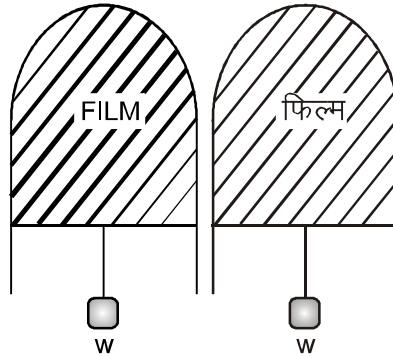
S.E. = $T \cdot 4\pi R^2$

$T \cdot 4\pi \cdot 2^{2/3} r^2 = T \cdot 2^{8/3} \pi r^2$

21. A thin liquid film formed between a U-shaped wire and a light slider supports a weight of 1.5×10^{-2} N (see figure). The length of the slider is 30 cm and its weight negligible. The surface tension of the liquid film is :

एक U-आकार के तार एवं एक हल्के सर्पण के बीच बनी एक पतली द्रव की फिल्म 1.5×10^{-2} N के भार को आधारित करती है (चित्र देखें)। सर्पण की लम्बाई 30 cm है और इसका भार नगण्य है। द्रव की फिल्म का पृष्ठ तनाव है :

[AIEEE 2012, 4/120, -1]



- Sol.** (A) 0.0125 Nm^{-1} (B) 0.1 Nm^{-1} (C) 0.05 Nm^{-1} (D*) 0.025 Nm^{-1}

$2TL = mg$
 $T = \frac{mg}{2L} = \frac{1.5 \times 10^{-2}}{2 \times 30 \times 10^{-2}} = \frac{1.5}{600} = 0.025 \text{ N/m}$

22. Assume that a drop of liquid evaporates by decrease in its surface energy, so that its temperature remains unchanged. What should be the minimum radius of the drop for this to be possible ? The surface tension is T, density of liquid is ρ and L is its latent heat of vaporization.

[JEE-Main 2013, 4/120, -1]

यह मान लें कि एक द्रव की बूँद अपनी पृष्ठ ऊर्जा में कमी कर वाष्पित होती है जिससे कि इसका तापमान अपरिवर्तित रहता है। यह सम्भव होने के लिए बूँद की न्यूनतम त्रिज्या क्या होनी चाहिए ? पृष्ठ तनाव T है, द्रव का घनत्व ρ है। और वाष्पन की गुप्त ऊष्मा L है।

(A) $\rho L/T$ (B) $\sqrt{T/\rho L}$ (C) $T/\rho L$ (D*) $2T/\rho L$

- Sol.** When radius is decrease by dr
 decrease in surface energy = Heat required for vaporisation
 $(4\pi r dr) \times T \times 2 = 4\pi r^2 dr L \rho$

$\Rightarrow r = \frac{2T}{\rho L}$

Ans. (4)

जब त्रिज्या dr से कम हो जाती है तब

पृष्ठ ऊर्जा में कमी = वाष्पन के लिए आवश्यक ऊष्मा

$(4\pi r dr) \times T \times 2 = 4\pi r^2 dr L \rho \Rightarrow r = \frac{2T}{\rho L}$

Ans. (4)

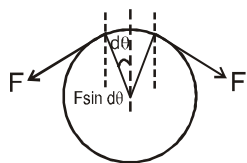
DPP No. : C24
Total Marks : 41
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1
Comprehension ('-1' negative marking) Q.2 to Q.3
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.4 to Q.9
Match the Following (no negative marking) Q.10
Max. Time : 42 min.
(3 marks 2 min.) [03, 02]
(3 marks 2 min.) [06, 04]
(4 marks 5 min.) [24, 30]
(8 marks 6 min.) [08, 06]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C24

1. (D)	2. (A)	3. (B)	4. $3.98 \times 10^{-2} \text{ J}$	5. $1.44 \times 10^{-5} \text{ J}$
6. $24\pi R^2 S$	7. (a) 465 N/m^2	(b) 30 N/m^2	(c) 38 N/m^2	8. 8
10. (A) – PR,	(B) – PR	(C) – PR	(D) QS	9. 6

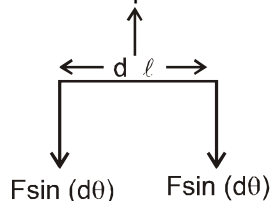
1. There is a horizontal film of soap solution. On it a thread is placed in the form of a loop. The film is punctured inside the loop and the thread becomes a circular loop of radius R. If the surface tension of the soap solution be T, then the tension in the thread will be :

साबुन के घोल की फिल्म क्षैतिज में स्थित है। इसके ऊपर एक धागा, लूप के रूप में रखा जाता है। अब यदि लूप के अन्दर की फिल्म को तोड़ा जाता है तथा धागा R त्रिज्या की वृत्ताकार लूप की आकृति ग्रहण कर लेता है। यदि साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव T हो धागे में तनाव है—

- (A) $\pi R^2 / T$ (B) $\pi R^2 T$ (C) $2\pi R T$ (D*) $2RT$

Sol.


The small portion of film is approximately a straight part. Balancing forces on it:



F denotes tension.

T denotes surface tension.

$T \times 2(d\ell)$ is the surface tension force because 2 layers are formed.

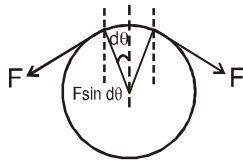
So $2F \sin(d\theta) = T \times [2 \times R(2d\theta)]$

we get ;

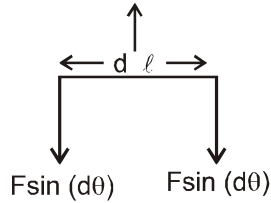
$(\sin(d\theta) \approx d\theta \text{ for small } d\theta)$

so $F = T \times 2R$.

Sol.



फिल्म का छोटा भाग लगभग सीधी रेखा है तथा इस पर बलों के सन्तुलन से



F तनाव को प्रदर्शित करता है

T, पृष्ठ तनाव को प्रदर्शित करता है

$T \times 2(d\ell)$ बनी हुई दो सतहों के कारण पृष्ठ तनाव के कारण।

अतः $2 F \sin(d\theta) = T \times [2 \times R(2d\theta)]$

छोटे कोण के लिये $d\theta$, $\sin(d\theta) \approx d\theta$.

अतः $F = T \times 2R$.

Comprehension # 1

अनुच्छेद # 1

The internal radius of one limb of a capillary U-tube is $r_1 = 1$ mm and the internal radius of the second limb is $r_2 = 2$ mm. The tube is filled with some mercury, and one of the limbs is connected to a vacuum pump. The surface tension & density of mercury are 480 dyn/cm & 13.6 gm/cm³ respectively. (assume contact angle to be $\theta = 180^\circ$) ($g = 9.8$ m/s²)

U-केशनली की एक भुजा की आन्तरिक त्रिज्या $r_1 = 1$ mm है तथा दूसरी भुजा की आन्तरिक त्रिज्या $r_2 = 2$ mm है। नली में कुछ मात्रा में पारा भरा है तथा एक भुजा निर्वात पम्प से जुड़ी हुई है। पारे का पृष्ठ तनाव तथा घनत्व 480 dyn/cm तथा 13.6 gm/cm³ है। (स्पर्श कोण $\theta = 180^\circ$ लें) ($g = 9.8$ m/s²)

2. What will be the difference in air pressure when the mercury levels in both limbs are at the same height ?

वायुदाब में अन्तर क्या होगा, जब दोनों भुजाओं में पारा स्तर समान ऊँचाई पर है।

(A*) 3.53 mm of Hg

(B) 1.51 mm of Hg

(C) 0.51 mm of Hg

(D) 5.52 mm of Hg

(A*) Hg का 3.53 mm

(B) Hg का 1.51 mm

(C) Hg का 0.51 mm

(D) Hg का 5.52 mm

3. Which limb of the tube should be connected to the pump ?

कौनसी भुजा पम्प से जुड़ी होनी चाहिए।

(A) Limb having radius 2 mm

(B*) Limb having radius 1mm

(C) Any of the limb

(D) None of these

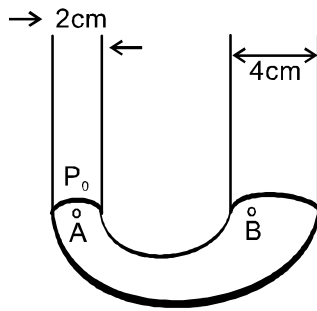
(A) 2 mm त्रिज्या वाली भुजा

(B*) 1mm त्रिज्या वाली भुजा

(C) कोई सी भी भुजा

(D) इनमें से कोई नहीं

Sol.



$$\text{Pressure difference} = \frac{2T}{r_1} - \frac{2T}{r_2} \quad \{ \because \text{angle of contact is } 180^\circ \}$$

$$\text{दाब में अन्तर} = \frac{2T}{r_1} - \frac{2T}{r_2} \quad \{ \because \text{स्पर्श कोण } 180^\circ \text{ है} \}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \times g = 2T \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

$$\Rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{2T}{\rho g} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) = 3.53 \text{ mm of Hg.}$$

As $P_A > P_B$, although they are at same height, hence the air above the point B has been evacuated. So the bigger limb of the tube should be connected to the pump.

जैसे कि $P_A > P_B$ वैसे तो वे समान ऊँचाई पर हैं, अतः वायु को बिन्दु B से हटा दिया गया है इसलिए नली के बड़े लिम्ब (limb) को पम्प से जोड़ा चाहिए।

4. A mercury drop of radius 1.0 cm is sprayed into 10^6 droplets of equal size. Calculate the energy expended. (Surface tension of mercury = $32 \times 10^{-2} \text{ N/m}$).
1 cm त्रिज्या की पारे की बूंद समान आकार की 10^6 सूक्ष्म बूंदों में टूट जाती है। उत्सर्जित ऊर्जा ज्ञात करो (पारे का पृष्ठ तनाव = $32 \times 10^{-2} \text{ N/m}$)

Ans. $3.98 \times 10^{-2} \text{ J}$

Sol. We know that $dw = T dA \Rightarrow \Delta W = T \Delta A$

\therefore in drops, only one surface area is formed.

$$\text{and } \Delta A = 10^6 \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = 4\pi R^2 [100 - 1]$$

$$\text{so } \Delta W = \left(32 \times 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \times 4\pi (10^{-2} \text{ m})^2 [99] = 3.978 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$\text{हम जानते हैं कि } dw = T dA \Rightarrow \Delta W = T \Delta A$$

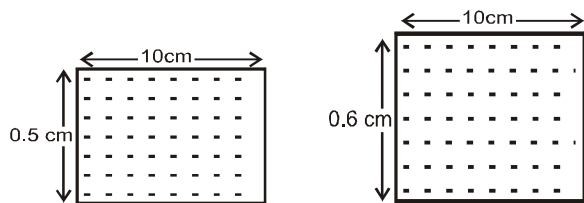
\therefore बून्द में केवल एक ही पृष्ठ क्षेत्र बनेगा

$$\text{और } \Delta A = 10^6 \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = 4\pi R^2 [100 - 1]$$

$$\text{इसलिये } \Delta W = \left(32 \times 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \times 4\pi (10^{-2} \text{ m})^2 [99] = 3.978 \times 10^{-2} \text{ J}$$

5. A film of water is formed between two straight parallel wires each 10 cm long and at separation 0.5 cm. Calculate the work required to increase 1 mm distance between wires. Surface tension = $72 \times 10^{-3} \text{ N/m}$.
दो सीधे समान्तर तारों प्रत्येक की लम्बाई 10 cm तथा इनके बीच की दूरी 0.5 cm है, के बीच पानी की फिल्म बनती है। तारों के बीच की दूरी 1 mm बढ़ाने के लिए आवश्यक कार्य की गणना करो। पृष्ठ तनाव = $72 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ है।

Ans. $1.44 \times 10^{-5} \text{ J}$



Sol.

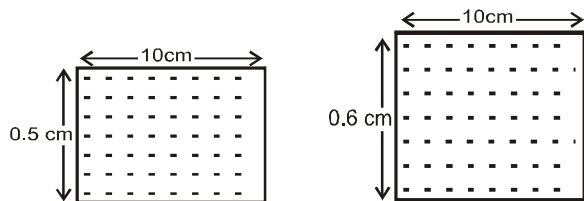
The process is shown in the figure. As we have to produce 2 films; so
 $\Delta W = (2 \Delta A) T$

$$= 2 [10 \text{ cm} \times 0.6 \text{ cm} - 10 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}] \times 72 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 2 \times (10 \times 10^{-2} \text{ m}) (0.1 \times 10^{-2} \text{ m}) \times 72 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 1.44 \times 10^{-5} \text{ J}$$

Sol.



प्रक्रिया चित्र में दर्शायी गयी है। जैसे कि हम को दो फिल्म बनानी है, इसलिये

$$\Delta W = (2\Delta A) T$$

$$= 2 [10 \text{ cm} \times 0.6 \text{ cm} - 10 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}] \times 72 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 2 \times (10 \times 10^{-2} \text{ m}) (0.1 \times 10^{-2} \text{ m}) \times 72 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$= 1.44 \times 10^{-5} \text{ J}$$

6. A soap bubble has radius R and surface tension S, How much energy is required to double the radius without change of temperature.

R त्रिज्या तथा S पृष्ठ तनाव के साबुन के बुलबुले की त्रिज्या को, बिना तापमान परिवर्तन के दुगुना करने के लिए आवश्यक ऊर्जा का मान क्या होगा।

Ans. $24\pi R^2 S$

Sol. On doubling the radius,

$$\Delta A = 4\pi (2R)^2 - 4\pi R^2 = 12\pi R^2$$

$$\text{but } \Delta W = (2 \times \Delta A) \times S = 24\pi R^2 S.$$

Sol. त्रिज्या दो गुनी करने पर ,

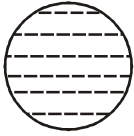
$$\Delta A = 4\pi (2R)^2 - 4\pi R^2 = 12\pi R^2$$

$$\text{लेकिन } \Delta W = (2 \times \Delta A) \times S = 24\pi R^2 S.$$

7. Find the excess pressure inside a drop of mercury of radius 2 mm, a soap bubble of radius 4 mm and an air bubble of radius 4 mm formed inside a tank of water. Surface tension of mercury is 0.465 N/m and soap solution and water are, 0.03 N/m and 0.076 N/m respectively.

निम्न में दाब आधिक्य ज्ञात कीजिए। पारे की बूंद जिसकी 2 mm त्रिज्या है एवं 4 mm त्रिज्या के साबुन के बुलबुले में तथा पानी की टंकी के अन्दर बने हुए 4 mm त्रिज्या वाले वायु के बुलबुले में। पारे का पृष्ठतनाव 0.465 N/m, है। साबुन के घोल तथा पानी का पृष्ठ तनाव क्रमशः , 0.03 N/m तथा 0.076 N/m है।

Ans. (a) 465 N/m² (b) 30 N/m² (c) 38 N/m²



Sol.

(a) drop of $r = 2 \text{ mm}$.

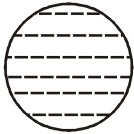
$$P_{\text{excess}} = \frac{2T}{R} = \frac{2 \times 0.465 \text{ N}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 465 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(b) Soap bubble has 2 films :

$$\text{so } P_{\text{excess}} = \frac{4T}{R} = \frac{4 \times 0.03 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4 \times 10^{-3} \text{ m}} = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(c) As the air bubble is being formed inside a tank of water; so only one layer is formed.

$$P_{\text{excess}} = \frac{2T}{R} = \frac{2 \times 0.076 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4 \times 10^{-3} \text{ m}} = 38 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$



Sol.

(a) $r = 2 \text{ mm}$ की बून्द

$$P_{\text{आधिक्य}} = \frac{2T}{R} = \frac{2 \times 0.465}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 465 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(b) साबुन के बुलबुले में दो सतह होती है :

$$\text{इसलिये } P_{\text{अतिरिक्त}} = \frac{4T}{R} = \frac{4 \times 0.03 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4 \times 10^{-3} \text{ m}} = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(c) क्योंकि वायु का बुलबुला टंकी के पानी के अन्दर बना है इसलिए इसकी केवल एक ही सतह बनेगी।

$$P_{\text{अतिरिक्त}} = \frac{2T}{R} = \frac{2 \times 0.076 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4 \times 10^{-3} \text{ m}} = 38 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

8. ✎

There is a soap bubble of radius $2.4 \times 10^{-4} \text{ m}$ in air cylinder which is originally at the pressure 10^5 N/m^2 . The air in the cylinder is now compressed isothermally until the radius of the bubble is halved. Calculate now the pressure (in atm) of air in the cylinder. The surface tension of the soap solution is 0.08 N/m

वायुयुक्त बेलन जोकि मूलतः 10^5 N/m^2 दाब पर है, में $2.4 \times 10^{-4} \text{ m}$ त्रिज्या का एक साबुन का बुलबुला स्थित है। अब बेलन की वायु को समतापीय रूप से तब तक सम्पीड़ित किया जाता है जब तक बुलबुले की त्रिज्या आधी न रह जाये। अब बेलन में हवा का दाब (atm में) ज्ञात करो। साबुन के घोल का पृष्ठ तनाव 0.08 N/m है।

Ans. : 8

Sol.

Similar to question no. 37, प्रश्न 37 की तरह ही

$$p_2 = 8p_1 + \frac{245}{r} = 8 \times 10^5 + \frac{24 \times 0.08}{2.4 \times 10^{-4}} \\ = 8.08 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

9. ✎

Two soap bubbles A and B are kept in a closed chamber where the air is maintained at pressure 8 N/m^2 . The radii of bubbles A and B are 2 cm and 4 cm , respectively. Surface tension of the soap-water used to make bubbles is 0.04 N/m . Find the ratio n_B/n_A , where n_A and n_B are the number of moles of air in bubbles A and B, respectively. [Neglect the effect of gravity.]

[Surface Tension][IIT 2009_4/160, -1]

एक बन्द प्रकोष्ठ में, साबुन के पानी के दो बुलबुले A तथा B बन्द हैं, जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 2 cm तथा 4 cm हैं। इस कोष्ठ के अन्दर वायु को 8 N/m^2 दाब पर रखा गया है। बुलबुले बनाने के लिए उपयोग किये गये पानी का पृष्ठ तनाव 0.04 N/m है। अनुपात n_B/n_A की गणना करें, जहाँ n_A तथा n_B क्रमशः A तथा B बुलबुलों में वायु के मोलों की संख्या है।

[गुरुत्वाकर्षण के प्रभावों को नगण्य मानें] [IIT 2009_4/160, -1]

Ans. 6

Sol. $P_A = P_0 + \frac{4T}{r_A} \Rightarrow P_A = 8 + \frac{4 \times 0.04}{0.02}$
 $P_A = 16 \text{ N/m}^2$
 $P_B = P_0 + \frac{4T}{r_B} = 8 + \frac{4 \times 0.04}{0.04}$
 $P_B = 12 \text{ N/m}^2$

for bubble A, $PV = nRT$

$$(16) \frac{4}{3} \pi (0.02)^3 = n_A RT \quad \dots(1)$$

for bubble B

$$(12) \left(\frac{4}{3} \pi (0.04)^3 \right) = n_B RT \quad \dots(2)$$

dividing eqⁿ (i) and (2) $\frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{6} ; \frac{n_B}{n_A} = 6$

Ans. 6

Sol. $P_A = P_0 + \frac{4T}{r_A} \Rightarrow P_A = 8 + \frac{4 \times 0.04}{0.02}$
 $P_A = 16 \text{ N/m}^2$
 $P_B = P_0 + \frac{4T}{r_B} = 8 + \frac{4 \times 0.04}{0.04}$
 $P_B = 12 \text{ N/m}^2$

बुलबुले A के लिए, $PV = nRT$

$$(16) \frac{4}{3} \pi (0.02)^3 = n_A RT \quad \dots(1)$$

बुलबुले B के लिए

$$(12) \left(\frac{4}{3} \pi (0.04)^3 \right) = n_B RT \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{n_B}{n_A} = 6$$

Ans. 6

10. Column - I

- (A) Splitting of bigger drop into small drops
- (B) Formation of bigger drop from small drops.
- (C) Spraying of liquid
- (D) Splitting of bigger soap bubble into small soap bubble of same thickness
- (A) बड़ी बूंद के छोटी बूंद में विभक्त होने पर
- (B) छोटी बूंदों से बड़ी बूंद के बनने पर
- (C) द्रव के फेलने पर
- (D) बड़े साबुन के बुलबुले के समान मोटाई के छोटे साबुन के बुलबुले में विभक्त होने पर

Column - II

- (P) Temperature changes
- (Q) Temperature remain constant
- (R) Surface energy changes
- (S) Surface energy remain unchange
- (P) तापमान परिवर्तित होता है।
- (Q) तापमान नियत रहता है।
- (R) पृष्ठीय ऊर्जा परिवर्तित होती है।
- (S) पृष्ठीय ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।

Ans. (A) – PR, (B) – PR (C) – PR (D) QS

DPP No. : C25

Total Marks : 50

Max. Time : 40 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3

(3 marks 2 min.) [09, 06]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.4 to Q.7

(4 marks 2 min.) [16, 08]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.8 to Q.10

(3 marks 2 min.) [09, 06]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.11 to Q.14

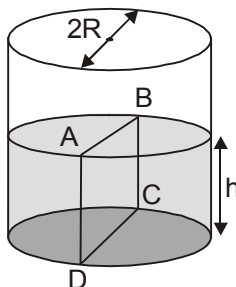
(4 marks 5 min.) [16, 20]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C25

1. (B) 2. (B) 3. (D) 4. (B)(D) 5. (A) 6. (A)(B)
7. (A)(C) 8. (C) 9. (A) 10. (B) 11. $T = \frac{p_0(2r^3 - R^3)}{4(R^2 - 2r^2)}$
12. 100N/m^2 13. 4 14. 4

1. Water is filled up to a height h in a beaker of radius R as shown in the figure. The density of water is ρ , the surface tension of water is T and the atmospheric pressure is P_0 . Consider a vertical section ABCD of the water column through a diameter of the beaker. The force on water on one side of this section by water on the other side of this section has magnitude [JEE 2007, 3/184]

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, R त्रिज्या वाली एक बीकर में h ऊँचाई तक पानी भरा है। पानी का घनत्व ρ , पानी का पृष्ठ तनाव T तथा वायुमण्डलीय दाब P_0 है। बीकर के एक व्यास से होकर-जाते हुए पानी के ऊर्ध्वाधर काट ABCD पर विचार करें। इस काट के एक ओर का पानी पर इसके दूसरी ओर के पानी द्वारा लगाया गया बल का परिमाण है –



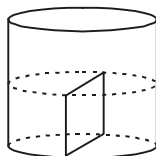
- (A) $|2P_0Rh + \pi R^2\rho gh - 2RT|$ (B*) $|2P_0Rh + R\rho gh^2 - 2RT|$
(C) $|P_0\pi R^2 + R\rho gh^2 - 2RT|$ (D) $|P_0\pi R^2 + R\rho gh^2 + 2RT|$

Ans. (B)

Sol. Pushing force दबाव बल = $\langle p \rangle$ (Area) (क्षेत्रफल)

$$= \left(\frac{(p_0) + (p_0 + \rho gh)}{2} \right) (2Rh) = 2p_0 Rh + \rho g h^2 R$$

Pulling force खींचाव बल = $(T) (2R)$

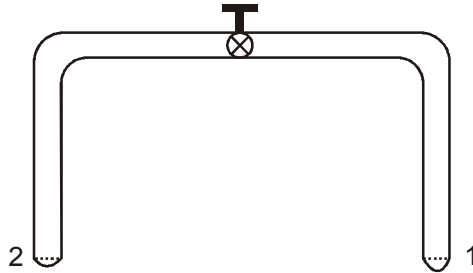


$$\text{Net force परिणामी बल} = |2p_0Rh + \rho gh^2R - 2TR|$$

2. A glass tube of uniform internal radius (r) has a valve separating the two identical ends. Initially, the valve is in a tightly closed position. End 1 has a hemispherical soap bubble of radius r . End 2 has sub-hemispherical soap bubble as shown in figure. Just after opening the valve, [JEE -2008 3/163, -1]

Figure :

काँच की एक समान नलिका, जिसकी आन्तरिक त्रिज्या (r) है, के दोनों सिरों को, जो एक जैसे हैं, एक वाल्व के द्वारा पृथक किया गया है। शुरु में यह वाल्व कसकर बन्द है। सिरा-1 पर त्रिज्या r का एक अर्धगोलीय साबुन का बुलबुला है। सिरा-2 पर एक उप-अर्धगोलीय (sub-hemispherical) साबुन का बुलबुला है (चित्र देखें)। वाल्व को खोलने के तुरन्त बाद चित्र :

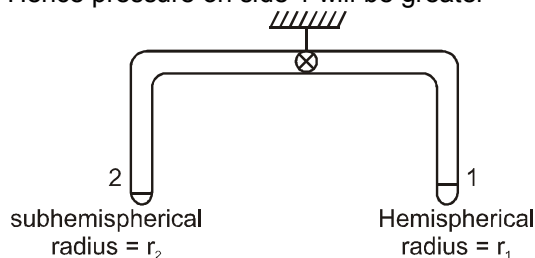


- (A) air from end 1 flows towards end 2. No change in the volume of the soap bubbles
 (B*) air from end 1 flows towards end 2. Volume of the soap bubble at end 1 decreases
 (C) no change occurs
 (D) air from end 2 flows towards end 1. Volume of the soap bubble at end 1 increases.
 (A) हवा सिरा-1 से सिरा-2 की ओर बहती है। बुलबुलों के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता।
 (B*) हवा सिरा-1 से सिरा-2 की ओर बहती है। सिरा-1 पर बुलबुले का आयतन घटता है।
 (C) कोई परिवर्तन नहीं होता है।
 (D) हवा सिरा-2 से सिरा-1 की ओर बहती है। सिरा-1 पर बुलबुले का आयतन बढ़ता है।

Sol. Pressure inside tube = $P = P_0 + \frac{4T}{r}$

$\therefore P_2 < P_1$ (since $r_2 > r_1$)

Hence pressure on side 1 will be greater



than side 2. So air from end 1 flows towards end 2.

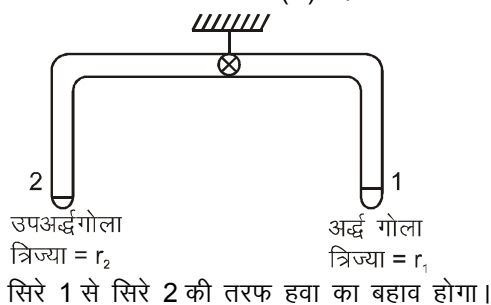
Ans. (B)

Sol. ट्यूब के अन्दर दाब = $P = P_0 + \frac{4T}{r}$

$\therefore P_2 < P_1$ (since $r_2 > r_1$)

अतः 1 तरफ की भुजा में दाब भुजा 2

से अधिक होगा अतः उत्तर (B) है।



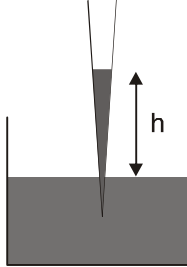
Ans. (B)

3. A glass capillary tube is of the shape of a truncated cone with an apex angle α so that its two ends have cross sections of different radii. When dipped in water vertically, water rises in it to a height h , where the radius of its cross section is b . If the surface tension of water is S , its density is ρ , and its contact angle with glass is θ , the value of h will be (g is the acceleration due to gravity)

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

छिन्न शंकु (truncated cone) की आकृति वाली काँच की एक केशनली, जिसकी शीर्ष कोण α है, के दो अंत सिरों के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्याएँ भिन्न हैं। केशनली को पानी में उर्ध्वतः डुबाने पर केशनली में पानी h ऊँचाई तक चढ़ जाता है, जहाँ इसकी अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या b है यदि पानी का पृष्ठ तनाव (surface tension) S , घनत्व ρ तथा काँच के साथ इसका स्पर्श कोण θ हो तब h का मान है (g गुरुत्वीय त्वरण है)

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]

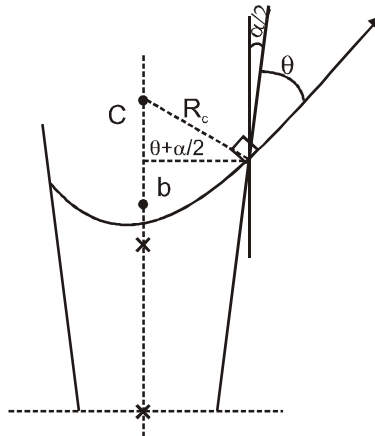


- (A) $\frac{2S}{b\rho g} \cos(\theta - \alpha)$ (B) $\frac{2S}{b\rho g} \cos(\theta + \alpha)$ (C) $\frac{2S}{b\rho g} \cos(\theta - \alpha/2)$ (D*) $\frac{2S}{b\rho g} \cos(\theta + \alpha/2)$

Sol. Using geometry ज्यामिति के उपयोग से : $\frac{b}{R_c} = \cos\left(\theta + \frac{\alpha}{2}\right)$

Using Pressure method दाब विधि से : $P_0 - \frac{2S}{R_c} + h\rho g = P_0$

$$\Rightarrow h = \frac{2S}{R_c \rho g} = \frac{2S}{b\rho g} \cos(\theta + \alpha/2)$$



4. When a capillary tube is immersed into a liquid, the liquid neither rises nor falls in the capillary ? जब केशनली को द्रव में डुबोया जाता है तो द्रव न तो केशनली में चढ़ता है और न ही गिरता है ? तो

- (A) The angle of contact must be 90° (B*) The angle of contact may be 90°
 (C) The surface tension of liquid must be zero (D*) The surface tension of liquid may be zero
 (A) स्पर्श कोण 90° होना चाहिए (B*) स्पर्श कोण 90° हो सकता है।
 (C) द्रव का पृष्ठ तनाव शून्य होना चाहिए। (D*) द्रव का पृष्ठ तनाव शून्य हो सकता है।

5. Angle of contact between a liquid and a solid is a property of :

द्रव तथा ठोस के मध्य स्पर्श कोण, गुण है -

- (A*) the material of liquid (B*) the material of solid
 (C) the mass of the solid (D) the shape of the solid
 (A*) द्रव के पदार्थ का (B*) ठोस के पदार्थ का
 (C) ठोस के द्रव्यमान का (D) ठोस की आकृति का

6. If a liquid rises to same height in two capillaries of same material at same temperature then.
 (A*) Weight of liquid in both capillaries will be equal
 (B*) Radius of meniscus will be equal
 (C) For these capillaries must be curved and vertical.
 (D) Hydrostatic pressure at the base of capillaries must be same.
 यदि एक द्रव समान ताप पर समान पदार्थ की दो कैपिलरी में समान ऊँचाई पर चढ़ता है तो
 (A*) दोनों कैपिलरी में द्रव का भार समान होगा
 (B*) नवचन्द्रक की त्रिज्या समान होगी
 (C) इसके लिए कैपिलरीकाँ वक्रिय तथा उर्ध्वाधर होगी
 (D) खाली कैपिलरी पर स्थिर वैद्युत दाब समान होगा
7. Suppose outside pressure is P_0 and surface tension of soapwater solution is T and we are blowing a soap bubble of radius R . Then
 (A*) Pressure inside soap bubble of radius R will be $P_0 + \frac{4T}{R}$.
 (B) Pressure inside soap bubble of radius R will be $P_0 + \frac{2T}{R}$
 (C*) work done by external agent to blow soap bubble is equal to summation of work done against increase pressure from P_0 to $(P_0 + \frac{4T}{R})$ and work done against increase in surface energy.
 (D) None of these
 माना बाहर की ओर दाब P_0 है तथा साबुन के विलियन का पृष्ठ तनाव T है तथा हम R त्रिज्या के साबुन का बुलबुला फुला रहे हैं तब
 (A*) R त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के अन्दर दाब $P_0 + \frac{4T}{R}$ होगा
 (B) R त्रिज्या के साबुन के बुलबुले के अन्दर दाब $P_0 + \frac{2T}{R}$ होगा
 (C*) साबुन के बुलबुले को फुलाने में बाह्य कारक द्वारा किया गया कार्य दाब P_0 से $(P_0 + \frac{4T}{R})$ तक बढ़ने के विरुद्ध किये गये कार्य तथा इसकी पृष्ठिय ऊर्जा में वृद्धि के विरुद्ध किये गये कार्य के योग के बराबर होता है।
 (D) इनमें से कोई नहीं

Paragraph for questions 8 to 10.

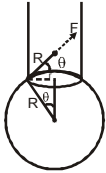
When liquid medicine of density ρ is to be put in the eye, it is done with the help of a dropper. As the bulb on the top of the dropper is pressed, a drop forms at the opening of the dropper. We wish to estimate the size of the drop. We first assume that the drop formed at the opening is spherical because that requires a minimum increase in its surface energy. To determine the size, we calculate the net vertical force due to the surface tension T when the radius of the drop is R . When this force becomes smaller than the weight of the drop, the drop gets detached from the dropper.

अनुच्छेद 8 से 10

जब आंख में ρ घनत्व की एक तरल दवाई डालनी होती है तो एक ड्रॉपर की सहायता ली जाती है। ड्रॉपर के ऊपर लगे बल्ब को दबाने पर ड्रॉपर के नीचे बने छेद पर एक बूंद बनती है। हम इस बूंद के आकार का आकलन करना चाहते हैं। इसके लिए हम यह मान रहे हैं कि बनने वाली बूंद का आकार गोलीय है, क्योंकि इस आकार में पृष्ठ ऊर्जा में न्यूनतम वृद्धि होती है। बूंद के आकार का निर्धारण करने के लिए हम R त्रिज्या की बूंद पर पृष्ठ तनाव T के कारण कुल ऊर्ध्वाधर बल का आकलन करते हैं। जब यह बल बूंद के भार से कम हो जाता है, बूंद ड्रॉपर से अलग हो जाती है।

8. If the radius of the opening of the dropper is r ; the vertical force due to the surface tension on the drop of radius R (assuming $r \ll R$) is :
 [IIT 2010; 3/163, -1]
 यदि ड्रॉपर के छेद की त्रिज्या r है, तब R त्रिज्या की बूंद पर पृष्ठ तनाव के कारण ऊपर की ओर लगने वाला ऊर्ध्वाधर बल ($r \ll R$ मानते हुए) नीचे दिये विकल्पों में से कौन सा होगा ?
 (A) $2\pi rT$ (B) $2\pi RT$ (C*) $\frac{2\pi r^2 T}{R}$ (D) $\frac{2\pi R^2 T}{r}$

Sol.



Due to surface tension, vertical force on drop = $F_v = T2\pi r \sin\theta = T2\pi r \frac{r}{R} = \frac{T2\pi r^2}{R}$

पृष्ठ तनाव के कारण बूँद पर ऊर्ध्वाधर बल = $F_v = T2\pi r \sin\theta = T2\pi r \frac{r}{R} = \frac{T2\pi r^2}{R}$

9. If $r = 5 \times 10^{-4}$ m, $\rho = 10^3$ kgm $^{-3}$, $g = 10$ ms $^{-2}$, $T = 0.11$ Nm $^{-1}$, the radius of the drop when it detaches from the dropper is approximately : [IIT 2010; 3/163, -1]

यदि $r = 5 \times 10^{-4}$ m, $\rho = 10^3$ kgm $^{-3}$, $g = 10$ ms $^{-2}$, $T = 0.11$ Nm $^{-1}$, तो जब बूँद ड्रापर से अलग होती है, उसकी त्रिज्या (लगभग) कितनी होगी, नीचे दिए विकल्पों में से चुनें।

- (A*) 1.4×10^{-3} m (B) 3.3×10^{-3} m (C) 2.0×10^{-3} m (D) 4.1×10^{-3} m

Sol. Equating forces on the drop :

बूँद पर बलों का सन्तुलन करने पर

$$\frac{T2\pi r^2}{R} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

(Assume drop as a complete sphere)

(बूँद को एक गोला मानें)

$$R = \left(\frac{3Tr^2}{2\rho g} \right)^{1/4} = \left(\frac{3 \times 0.11 \times 25 \times 10^{-8}}{2 \times 10^3 \times 10} \right)^{1/4}$$

$$= 14.25 \times 10^{-4} \text{ m} = 1.425 \times 10^{-3} \text{ m}$$

10. After the drop detaches, its surface energy is : [IIT 2010; 3/163, -1]

ड्रापर से अलग होने के बाद, बूँद की पृष्ठ ऊर्जा निम्न में से कौन सी है ?

- (A) 1.4×10^{-6} J (B*) 2.7×10^{-6} J (C) 5.4×10^{-6} J (D) 8.1×10^{-6} J

Sol. Surface energy of the drop

बूँद की पृष्ठ ऊर्जा

$$U = TA$$

$$= 0.11 \times 4\pi (1.4 \times 10^{-3})^2$$

$$= 2.7 \times 10^{-6} \text{ J}$$

11. Two identical soap bubbles each of radius r and of the same surface tension T combine to form a new soap bubble of radius R . The two bubbles contain air at the same temperature. If the atmospheric pressure is p_0 then find the surface tension T of the soap solution in terms of p_0 , r and R . Assume process is isothermal.

दो एक समान साबुन के बुलबुले प्रत्येक की त्रिज्या r तथा पृष्ठ तनाव T है, को मिलाकर एक नया साबुन का बुलबुला बनाया जाता है जिसकी त्रिज्या R है। दोनों बुलबुलों के अन्दर की हवा का ताप समान है। यदि वायुमण्डलीय दाब p_0 हो तो पृष्ठ तनाव T का मान p_0 , r तथा R के पदों में ज्ञात कीजिए। मानिए कि प्रक्रम समतापीय है।

Ans. $T = \frac{p_0(2r^3 - R^3)}{4(R^2 - 2r^2)}$

Sol. Total number of moles of air in the two soap bubbles = number of moles of air in the resulting bubble.

दो साबुन के बुलबुलों में हवा के मोलों की संख्या = परिणामी बुलबुले में हवा के मोलों की संख्या

$$\frac{2pv}{RT} = \frac{p'v'}{RT} \quad 2pv = p'v'$$

$$2 \left(p_0 + \frac{4T}{r} \right) \frac{4}{3} \pi r^3 = \left(p_0 + \frac{4T}{R} \right) \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$2 \left(p_0 + \frac{4T}{r} \right) r^3 = \left(p_0 + \frac{4T}{R} \right) R^3 \quad \therefore T = \frac{p_0(R^3 - 2r^3)}{8r^2 - 4R^2} = \frac{p_0(R^3 - 2r^3)}{4(2r^2 - R^2)}$$

12. A spherical drop of water has 1mm radius. If the surface tension of the water is $50 \times 10^{-3} \text{ N/m}$, then find the difference of pressure between inside and outside the spherical drop is :
पानी की गोलाकार बूँद की त्रिज्या 1 mm है। यदि पानी का पृष्ठ तनाव $50 \times 10^{-3} \text{ न्यूटन / मीटर}$ है, तब गोलाकार बूँद के अन्दर तथा बाहर के दाब में अन्तर ज्ञात करो।

Ans. 100 N/m^2

Sol. $P_{\text{excess}} = \frac{2T}{R} = \frac{2(50 \times 10^{-3})}{(10^{-3})} = 100 \text{ N/m}^2$

13. The end of a capillary tube with a radius r is immersed into water. What amount of heat will be evolved when the water rises in the tube ? If surface tension of water 'T' density of water = ρ . Given $\frac{T^2}{\rho g} = \frac{2}{\pi}$

r त्रिज्या की केशनली का एक सिरा पानी में डूबा हुआ है। जब पानी नली में चढ़ेगा तब, सम्बंधित ऊष्मा की मात्रा कितनी उत्पन्न होगी यदि पानी का पृष्ठ तनाव 'T' तथा घनत्व = ρ है। दिया गया है $\frac{T^2}{\rho g} = \frac{2}{\pi}$

Ans. 4

Sol. Here, the work done by surface tension force is being converted into gravitational potential energy and heat.

so $W_{Fs} = U_g + \text{heat}$
 $\Rightarrow (2\pi r)(T) \times (h) = mg h/2 + \text{heat}$ {h/2 because of P. E. of com.}

$\Rightarrow 2\pi T \times r \times \frac{2T}{\rho g} = \frac{(\rho g \times \pi r^2 \times h) \times 2T}{\rho g} \times \frac{1}{2} + \text{heat}$

get heat evolved = $\frac{2\pi T^2}{\rho g}$

Sol. यहाँ पृष्ठ तनाव बल द्वारा किया गया कार्य गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा तथा ऊष्मा में परिवर्तित किया जा रहा है।

इसलिए $W_{Fs} = U_g + \text{ताप}$

$\Rightarrow (2\pi r)(T) \times (h) = mg h/2 + \text{ऊष्मा}$ {h/2 स्तम्भ की P. E. के कारण}

$\Rightarrow 2\pi T \times r \times \frac{2T}{\rho g} = \frac{(\rho g \times \pi r^2 \times h) \times 2T}{\rho g} \times \frac{1}{2} + \text{heat ऊष्मा}$

उत्पन्न ऊष्मा = $\frac{2\pi T^2}{\rho g}$ है।

14. A soap bubble of radius 'r' and surface tension 'T' is given a potential of 'V' volt. If the new radius 'R' of the bubble is related to its initial radius by equation,

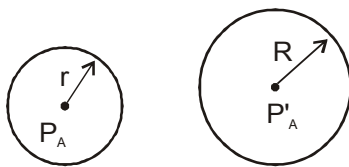
$P_0 [R^3 - r^3] + \lambda T [R^2 - r^2] - \epsilon_0 V^2 R/2 = 0$, where P_0 is the atmospheric pressure. Then find λ

'r' त्रिज्या व 'T' पृष्ठतनाव के साबुन के बुलबुले को 'V' वोल्ट का विभव दिया जाता है। यदि नये बुलबुले की त्रिज्या R का इसकी प्रारम्भिक त्रिज्या से सम्बंध निम्न समीकरण से दिया जाता है -

$P_0 [R^3 - r^3] + \lambda T [R^2 - r^2] - \epsilon_0 V^2 R/2 = 0$, यहां P_0 वायुमण्डलीय दाब है। तब λ ज्ञात करो।

Ans. 4

Sol. we know हम जानते हैं $\frac{KQ}{R} = V$ $Q = \frac{VR}{K}$ $\sigma = \frac{VR}{4\pi R^2 K} = \frac{V\epsilon_0}{R}$



$[\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}]$ is excess pressure due to uniform charge distribution on the surface of a bubble pressure is larger than outside]

$[\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}]$ अतिरिक्त दाब है जो कि बुलबुले की सतह पर एक समान आवेश वितरण से उत्पन्न हुआ है। अन्दर का दाब बाहर के दाब से अधिक होगा।]

Clearly स्पष्टतः $P_A \times \frac{4}{3} \pi r^3 = P'_A \times \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow P_A = P'_A \left(\frac{r}{R} \right)^3$

Now अब $P_A - P_0 = \frac{4T}{r}$ & $P_A - P_0 = \frac{4T}{R} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \dots\dots(3)$

so from अतः (3) से $P_A \left(\frac{r}{R} \right)^3 - P_0 = \frac{4T}{R} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \dots\dots(4)$

$\left[\text{Eq}^n(2) \times \left(\frac{r}{R} \right)^3 - \text{Eq}^n(4) \right]$

$P_0 - P_0 \left(\frac{r}{R} \right)^3 = \frac{4T}{r} \left\{ \left(\frac{r}{R} \right)^3 - \frac{r}{R} \right\} + \frac{V^2 \epsilon_0^2}{2R^2 \epsilon_0} \Rightarrow P_0 (R^3 - r^3) = \frac{4T}{r} \{r^3 - rR^2\} + \frac{V^2 \epsilon_0 R}{2}$

$\Rightarrow P_0 (R^3 - r^3) + 4T (R^2 - r^2) - \frac{V^2 \epsilon_0 R}{2} = 0 .$ Hence provide अतः सिद्ध हुआ

Ans. $\lambda = 4$

Note : DPPs C26, C27, C28 are from Elasticity and viscosity

DPP No. : C26

Total Marks : 44	Max. Time : 35 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.4	(3 marks 2 min.) [12, 08]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.5 to Q.6	(4 marks 2 min.) [08, 04]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.7 to Q.10	(3 marks 2 min.) [12, 08]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.11 to Q.13	(4 marks 5 min.) [12, 15]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C26

1. (D)	2. (D)	3. (C)	4. (D)	5. (A) (B)(C)	6. (B)(C)
7. (C)	8. (D)	9. (A)	10. (C)	11. 4	12. $\frac{4}{3} \times 10^{-4}, \frac{8}{3} \times 10^{-4}$
13. 3					

1. ✖ If a rubber ball is taken at the depth of 200 m in a pool its volume decreases by 0.1%. If the density of the water is $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ and $g = 10 \text{ m/s}^2$, then the volume elasticity in N/m^2 will be :
 यदि रबर की गेंद एक तालाब में 200 m गहराई पर ले जायी जाती है तो आयतन में 0.1% कमी आती है। यदि जल का घनत्व $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ व $g = 10 \text{ m/s}^2$ है तो आयतन प्रत्यास्थता N/m^2 में होगा :
 (A) 10^8 (B) 2×10^8 (C) 10^9 (D*) 2×10^9

Sol. depth गहराई = 200 m

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{0.1}{100} = 10^{-3}$$

$$\text{density घनत्व} = 1 \times 10^3$$

$$g = 10$$

$$B = \frac{\Delta p}{\Delta V/V} = \frac{hg\rho}{\Delta V/V} \Rightarrow B = 200 \times 10 \times 10^3 \times 1000 = 2 \times 10^9$$

2. Two wires of the same material and length but diameter in the ratio 1 : 2 are stretched by the same force. The ratio of potential energy per unit volume for the two wires when stretched will be :
 समान पदार्थ व लम्बाई के परन्तु व्यास अनुपात 1 : 2 के दो तार समान बल से खींचे जाते हैं। दोनों तारों के लिए खिंचने पर प्रति इकाई आयतन स्थितिज ऊर्जा का अनुपात होगा :

$$(A) 1 : 1$$

$$(B) 2 : 1$$

$$(C) 4 : 1$$

$$(D^*) 16 : 1$$

Sol. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$

$$\text{PE (per unit volume) (प्रति एकांक आयतन)} = \frac{1}{2Y} \left(\frac{F}{A} \right)^2$$

$$\text{PE} \propto 1/A^2$$

$$\frac{\text{PE}_1}{\text{PE}_2} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = 16 : 1$$

3. One end of a horizontal thick copper wire of length $2L$ and radius $2R$ is welded to an end of another horizontal thin copper wire of length L and radius R . When the arrangement is stretched by a applying forces at two ends, the ratio of the elongation in the thin wire to that in the thick wire is :

एक $2L$ लम्बाई व $2R$ त्रिज्या के मोटे क्षैतिज तार के एक सिरे को L लम्बाई व R त्रिज्या वाले एक पतले क्षैतिज तार से वेल्डिंग के द्वारा जोड़ा गया है। इस व्यवस्था के दोनों सिरों पर बल लगाकर ताना जाता है। पतले व मोटे तारों में विस्तार का अनुपात निम्न है :

[JEE-Advanced-2013, 3/60, -1]

- (A) 0.25 (B) 0.50 (C*) 2.00 (D) 4.00

Ans. (C)

Sol. $Y = \frac{\left(\frac{F}{A}\right)}{\frac{\Delta \ell_1}{L}} \dots(i)$

$Y = \frac{\left(\frac{F}{4A}\right)}{\frac{\Delta \ell_2}{2L}} \dots(ii)$

$\frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} = 2$

4. A tiny spherical oil drop carrying a net charge q is balanced in still air with a vertical uniform electric field of strength $\frac{81\pi}{7} \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$. When the field is switched off, the drop is observed to fall with terminal velocity $2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$. Given $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, viscosity of the air $= 1.8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$ and the density of oil $= 900 \text{ kg m}^{-3}$, the magnitude of q is :

[JEE 2010, 5/237, -2]

कुल आवेश q वाली तेल की एक लघु गोलीय बूंद शांत हवा में, $\frac{81\pi}{7} \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$ तीव्रता वाले एक उर्ध्वाधर एक समान विद्युत क्षेत्र में संतुलित है। जब विद्युत क्षेत्र को शून्य कर दिया जाता है, तो बूंद $2 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$ के क्रान्तिक वेग से गिरती है। दिया है कि $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, हवा की श्यानता $= 1.8 \times 10^{-5} \text{ N sm}^{-2}$ तथा तेल का घनत्व $= 900 \text{ kg m}^{-3}$, q का परिमाण नीचे दिये विकल्पों में से कौन सा है ?

- (A) $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (B) $3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$ (C) $4.8 \times 10^{-19} \text{ C}$ (D*) $8.0 \times 10^{-19} \text{ C}$

Ans. (D)

Sol. In equilibrium,

साम्यावस्था में

$mg = qE$

In absence of electric field,

विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में

$mg = 6\pi\eta rv$

$\Rightarrow qE = 6\pi\eta rv$

$m = \frac{4}{3}\pi R^3 d = \frac{qE}{g}$

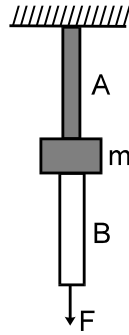
$\frac{4}{3}\pi \left(\frac{qE}{6\pi\eta v}\right)^3 d = \frac{qE}{g}$

After substituting value we get,

मान प्रतिस्थापित करने पर

$q = 8 \times 10^{-19} \text{ C}$ Ans.

5. The wires A and B shown in the figure, are made of the same material and have radii r_A and r_B . A block of mass m kg is tied between them : If the force F is $mg/3$, one of the wires breaks.
चित्र में प्रदर्शित तार A व B समान पदार्थ के बने हैं तथा उनकी त्रिज्या r_A व r_B है। m द्रव्यमान का एक गुटका उनके मध्य बंधा है। यदि बल $F = mg/3$ है तो तारों के टूटने के लिए सही विकल्प है।



- (A*) A will break before B if $r_A < 2r_B$ A, B से पहले टूट जायेगा यदि $r_A < 2r_B$ है।
(B*) A will break before B if $r_A = r_B$ A, B से पहले टूट जायेगा यदि $r_A = r_B$ है।
(C*) Either A or B will break if $r_A = 2r_B$ A या B कोई भी टूट जायेगा यदि $r_A = 2r_B$ है।
(D) The lengths of A and B must be known to decide which wire will break
कौनसा तार टूटेगा यह निश्चित करने के लिए A व B की लम्बाई पता होनी चाहिए।

Sol. Stress in wire B = $\frac{mg}{3\pi r_B^2}$
तार B में प्रतिबल = $\frac{mg}{3\pi r_B^2}$
Stress in wire A = $\frac{4mg}{3\pi r_A^2}$
तार A में प्रतिबल = $\frac{4mg}{3\pi r_A^2}$
if यदि $\frac{mg}{3\pi r_B^2} = \frac{4mg}{3\pi r_A^2}$ either wire will break. कोई सा भी तार टूट जायेगा

6. A metal wire of length L area of cross-section A and Young's modulus Y is stretched by a variable force F such that F is always slightly greater than the elastic force of resistance in the wire. When the elongation of the wire is ℓ :
लम्बाई L , अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A व यंग गुणांक Y का एक धातु का तार एक परिवर्ती बल F द्वारा इस प्रकार खींचा जाता है कि F सदैव तार में प्रत्यास्थ प्रतिरोधी बल से थोड़ा अधिक है जबकि तार में विस्तार ℓ है :

- (A) the work done by F is $\frac{YA^2}{L}$ F द्वारा किया गया कार्य $\frac{YA^2}{L}$ है।
(B*) the work done by F is $\frac{YA\ell^2}{2L}$ F द्वारा किया गया कार्य $\frac{YA\ell^2}{2L}$ है।
(C*) the elastic potential energy stored in the wire is $\frac{YA\ell^2}{2L}$
तार में संचित प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा $\frac{YA\ell^2}{2L}$ है।
(D) heat is produced during the elongation विस्तार के दौरान ऊष्मा उत्पन्न होती है।

Sol. $W = -\Delta U = \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} \frac{AY}{L} \ell^2$

Comprehension # 1

अनुच्छेद # 1

When a tensile or compressive load 'P' is applied to rod or cable, its length changes. The change in length x which, for an elastic material is proportional to the force (Hook's law).

$$P \propto x \text{ or } P = kx$$

The above equation is similar to the equation of spring. For a rod of length L , area A and young modulus Y , the extension x can be expressed as -

$$x = \frac{PL}{AY} \quad \text{or} \quad P = \frac{AY}{L} x, \quad \text{hence } K = \frac{AY}{L}$$

Thus rods or cables attached to lift can be treated as springs. The energy stored in rod is called strain energy & equal to $\frac{1}{2} Px$. The loads placed or dropped on the floor of lift cause stresses in the cables

and can be evaluated by spring analogy. If the cable of lift is previously stressed and load is placed or dropped, then maximum extension in cable can be calculated by energy conservation.

जब एक छड़ या तार पर सम्पीड़न या तनन बल लगाया जाता है तो लम्बाई में परिवर्तन x होता है, जो एक प्रत्यास्थ पदार्थ के लिए बल के समानुपाती है - (हुक का नियम)

$$P \propto x \text{ या } P = kx$$

उपरोक्त समीकरण स्प्रिंग की समीकरण जैसी है। लम्बाई L , क्षेत्रफल A व यंग गुणांक Y की एक छड़ के लिए विस्तार x बताया जा सकता है जैसे -

$$x = \frac{PL}{AY} \quad \text{या} \quad P = \frac{AY}{L} x, \quad \text{अतः } K = \frac{AY}{L}$$

इस प्रकार लिफ्ट से जुड़ी छड़े या तार स्प्रिंग की तरह मानी जा सकती है। छड़ में संग्रहीत ऊर्जा विकृति ऊर्जा कही जाती है एवं $\frac{1}{2} Px$ के बराबर होती है। लिफ्ट के फर्श पर रखे या गिराये गये भार तारों (केबल्स) में प्रतिबल उत्पन्न करते हैं एवं स्प्रिंग विश्लेषण द्वारा ज्ञात किये जा सकते हैं। यदि लिफ्ट के तार (केबल) पहले से ही खींचे हुए हैं एवं भार रखा या गिराया जाता है तो केबल में अधिकतम विस्तार ऊर्जा संरक्षण द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

7. If rod of length 4 m, area 4cm^2 and young modulus $2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ is attached with mass 200 kg, then angular frequency of SHM (rad/sec.) of mass is equal to -

यदि लम्बाई 4 m, क्षेत्रफल 4cm^2 व यंग गुणांक $2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ की एक छड़ 200 kg द्रव्यमान से जुड़ी है तो द्रव्यमान की सरल आवर्त गति की कोणीय आवृत्ति (rad/secमें) बराबर है :-

- (A) 1000 (B) 10 (C*) 100 (D) 10π

Sol. $K = \frac{AY}{\ell} = \frac{4 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{10}}{4} = 2 \times 10^6$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 100$$

8. In above problem if mass of 10 kg falls on the massless collar attached to rod from the height of 99cm then maximum extension in the rod is equal ($g = 10 \text{ m/sec}^2$) -

उपरोक्त प्रश्न में यदि 10 kg द्रव्यमान छड़ से जुड़े द्रव्यमानहीन आधार पर 99cm ऊँचाई से गिरता है तो छड़ में अधिकतम विस्तार बराबर है - ($g = 10 \text{ m/sec}^2$)

- (A) 9.9 cm (B) 10 cm (C) 0.99 cm (D*) 1 cm

Sol. $W(h+x) = \frac{1}{2} kx^2$

$$100(0.99 + x) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^6 \times x^2$$

$$10^4 x^2 - x - 0.99 = 0$$

$$100 \times (100x - 1) + 0.99 (100x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

9. In the above problem, the maximum stress developed in the rod is equal to - (N/m^2)

उपरोक्त प्रश्न में छड़ में उत्पन्न अधिकतम प्रतिबल बराबर है - (N/m^2)

- (A*) 5×10^7 (B) 5×10^8 (C) 4×10^7 (D) 4×10^8

Sol. $x = \frac{PL}{AY}$
 $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{xY}{L} = \frac{10^{-2} \times 2 \times 10^{10}}{4} = 5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$

- 10.** If two rods of same length (4m) and cross section areas 2 cm^2 and 4 cm^2 with same young modulus $2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ are attached one after the other with mass 600 kg then angular frequency is -
 यदि समान लम्बाई (4m) तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल क्रमशः 2 cm^2 व 4 cm^2 तथा समान यंग गुणांक $2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ की दो छड़े एक के बाद एक 600 kg द्रव्यमान से जुड़ी है तो निकाय की कोणीय आवृत्ति है -

(A) $\frac{1000}{3}$ (B) $\frac{10}{3}$ (C*) $\frac{100}{3}$ (D) $\frac{10\pi}{3}$

Sol. $K_1 = 10^6$, $K_2 = 2 \times 10^6$

$$K_{eq} = \frac{2 \times 10^6 \times 10^6}{3 \times 10^6} = \frac{2}{3} \times 10^6$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 10^6}{3 \times 600}} = \frac{100}{3}$$

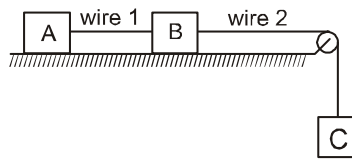
- 11.** A 0.1 kg mass is suspended from a wire of negligible mass. The length of the wire is 1m and its cross-sectional area is $4.9 \times 10^{-7} \text{ m}^2$. If the mass is pulled a little in the vertically downward direction and released, it performs simple harmonic motion of angular frequency 140 rad s^{-1} . If the Young's modulus of the material of the wire is $n \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$, the value of n is : **[JEE 2010, 3/252]**

0.1kg का एक द्रव्यमान नगण्य द्रव्यमान वाले एक तार से लटका है। इस तार की लम्बाई 1m तथा इसके अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल $4.9 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ है। यदि इस द्रव्यमान को थोड़ा सा उर्ध्वाधर नीचे की ओर खींचकर छोड़ा जाय तो यह 140 rad s^{-1} कोणीय आवृत्ति की सरल आवर्त गति करता है। यदि तार के पदार्थ का यंग गुणांक $n \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ हो तो n का मान है।

Ans. 4

Sol. $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{YA/\ell}{m}} = \sqrt{\frac{YA}{\ell m}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(n \times 10^9) \times (4.9 \times 10^{-7})}{1 \times 0.1}} = 140 \Rightarrow n = 4.$

- 12.** Three blocks A, B and C each of mass 4 kg are attached as shown in figure. Both the wires has equal cross sectional area $5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$. The surface is smooth. Find the longitudinal strain in each wire if Young modulus of both the wires is $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ (take $g = 10 \text{ m/s}^2$)
 4 kg द्रव्यमान के तीन ब्लॉक A, B तथा C चित्रानुसार एक दूसरे से जुड़े हुये हैं। दोनों तारों का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ है। सतह घर्षणरहित है। यदि दोनों तारों का यंग गुणांक $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ है तो प्रत्येक तार में अनुदैर्घ्य विकृति ज्ञात करें ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Ans. $\frac{4}{3} \times 10^{-4}$, $\frac{8}{3} \times 10^{-4}$

Sol. $a = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$

$T_1 = \frac{40}{3} \text{ N}$ $T_2 = \frac{80}{3} \text{ N}$

strain in wire 1 = $\frac{40}{3 \times 5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}} = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$

तार 1 में विकृति = $\frac{40}{3 \times 5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}} = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$

strain in wire 2 = $\frac{80}{3 \times 5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}} = \frac{8}{3} \times 10^{-4}$

तार 2 में विकृति = $\frac{80}{3 \times 5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}} = \frac{8}{3} \times 10^{-4}$

- 13.** Consider two solid spheres P and Q each of density 8 gm cm^{-3} and diameters 1 cm and 0.5 cm, respectively. Sphere P is dropped into a liquid of density 0.8 gm cm^{-3} and viscosity $\eta = 3 \text{ poiseulles}$. Sphere Q is dropped into a liquid of density 1.6 gm cm^{-3} and viscosity $\eta = 2 \text{ poiseulles}$. The ratio of the terminal velocities of P and Q is : **[JEE Advanced 2016]**

8 gm cm^{-3} घनत्व वाले दो ठोस गोले P तथा Q का व्यास क्रमशः 1 cm एवं 0.5 cm है। गोले P को 0.8 gm cm^{-3} घनत्व एवं $\eta = 3 \text{ poiseulles}$ श्यानत्व (viscosity) वाले एक तरल में गिराया जाता है और गोले Q को 1.6 gm cm^{-3} घनत्व एवं $\eta = 2 \text{ poiseulles}$ श्यानत्व (viscosity) वाले दूसरे तरल में गिराया जाता है। गोले P एवं Q के अंतिम वेगों का अनुपात क्या होगा।

Ans. 3

Sol. $6\pi\eta rv + \rho_L Vg = \rho_0 Vg$

$$\begin{aligned} \frac{v_P}{v_Q} &= \frac{(\rho_P V_P - \rho_L V_P)g}{6\pi\eta_P r_P} \times \frac{6\pi\eta_Q r_Q}{(\rho_Q V_Q - \rho_L V_Q)} \\ &= \frac{r_P^3(8-0.8)}{\eta_P r_P(8-1.6)} \times \frac{r_Q \cdot \eta_Q}{r_Q^3} \\ &= \left(\frac{r_P}{r_Q}\right)^2 \times \left(\frac{\eta_Q}{\eta_P}\right) \times \left(\frac{7.2}{6.4}\right) = 4 \times \frac{7.2}{6.4} \times \frac{2}{3} = 3 \end{aligned}$$

DPP No. : C27
Total Marks : 60
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20
Max. Time : 40 min.
(3 marks 2 min.) [60, 40]
ANSWER KEY OF DPP NO. : C27

1. (A)	2. (A)	3. (B)	4. (C)	5. (C)	6. (C)	7. (D)
8. (D)	9. (i) (C)	(ii) (D)	10. (C)	11. (D)	12. (B)	13. (B)
14. (C)	15. (A)	16. (D)	17. (C)	18. (A)	19. (A)	21. (A)

1. The diameter of a brass rod is 4 mm and Young's modulus of brass is $9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. The force required to stretch it by 0.1% of its length is :
 पीतल की किसी छड़ का व्यास 4 मिमी है तथा यंग प्रत्यास्थता गुणांक $9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ है। छड़ की लम्बाई में 0.1% वृद्धि करने में निम्न बल की आवश्यकता होगी :

(A*) $360 \pi \text{ N}$ (B) 36 N (C) $144 \pi \times 10^3 \text{ N}$ (D) $36 \pi \times 10^5 \text{ N}$

Sol. $d = 4 \text{ mm}$
 $Y = 9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$F = AY \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$= \pi (2 \times 10^{-3})^2 \times 9 \times 10^9 \times \frac{1}{100}$$

$$= \pi \times 4 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^7 = 360 \pi \text{ N}$$

2. A steel wire is suspended vertically from a rigid support. When loaded with a weight in air, it expands by L_a and when the weight is immersed completely in water, the extension is reduced to L_w . Then relative density of the material of the weight is

एक स्टील का तार दृढ़ आधार से ऊर्ध्वाधर लटकाया जाता है। जब वायु में एक भार से भारित किया जाता है तो यह L_a से प्रसारित होता है और जब भार पूर्णतया जल में डूबा है तो विस्तार घटकर L_w रह जाता है तो भार के पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व है

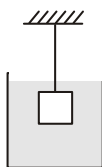
(A*) $\frac{L_a}{L_a - L_w}$

(B) $\frac{L_w}{L_a}$

(C) $\frac{L_a}{L_w}$

(D) $\frac{L_w}{L_a - L_w}$

Sol.

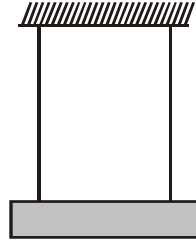


$$\Delta \ell_{\text{water}} = L_w$$

$$L_a = \frac{WL}{YA} \quad L_w = \frac{\left[W - \frac{W}{\rho_o} \rho_w\right] L}{YA} = \frac{W \left[1 - \frac{\rho_w}{\rho_o}\right] L}{YA}$$

$$\frac{L_a}{L_w} = \left[1 - \frac{\rho_w}{\rho_o}\right] \Rightarrow \frac{\rho_o}{\rho_w} = \frac{L_a}{L_a - L_w}$$

3. Two wires of equal length and cross-section area suspended as shown in figure. Their Young's modulus are Y_1 and Y_2 respectively. The equivalent Young's modulus will be
समान लम्बाई व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के दो तार चित्र में प्रदर्शित हैं। उनके यंग गुणांक क्रमशः Y_1 व Y_2 हैं। तुल्य यंग गुणांक होगा :

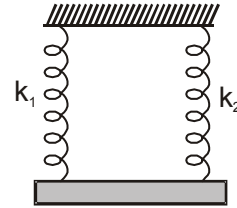
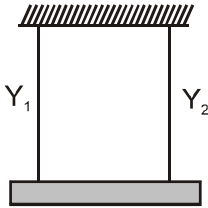


(A) $Y_1 + Y_2$

(B*) $\frac{Y_1 + Y_2}{2}$

(C) $\frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2}$

(D) $\sqrt{Y_1 Y_2}$



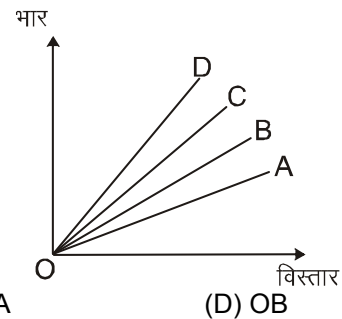
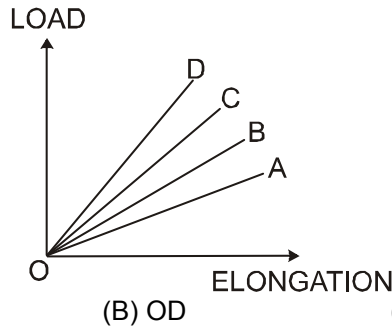
Sol.

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

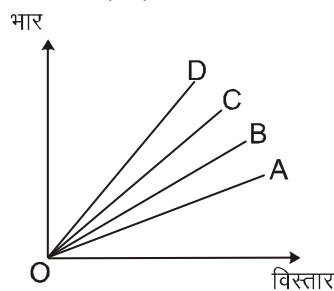
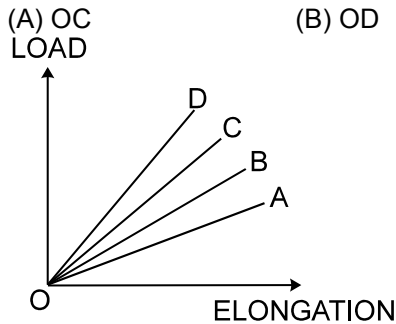
$$\frac{Y_2 A}{\ell} = \frac{Y_1 A}{\ell} + \frac{Y_2 A}{\ell}$$

$$Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

4. The load versus elongation graph for four wires of the same materials is shown in the figure. The thinnest wire is represented by the line :
समान पदार्थ से बने चार तारों के लिए भार-विस्तार ग्राफ चित्र में दिखाये गये हैं। सबसे पतले तार को किस रेखा से निरूपित किया गया है -



Sol.



$$\frac{F/A}{\Delta \ell / \ell} = Y$$

$$\frac{F}{\Delta \ell} = \frac{Y \pi r^2}{\ell}$$

$$\Rightarrow \frac{F\ell}{Y\pi} \times \frac{1}{\Delta\ell} = r^2$$

$\Rightarrow Y$ & ℓ are same for all then Y & ℓ सबके लिए समान है।

For same load समान भार के लिए $r \propto \frac{1}{\sqrt{\Delta\ell}}$

Ans. (C)

5. A square brass plate of side 1.0 m and thickness 0.005 m is subjected to a force F on its smaller opposite edges, causing a displacement of 0.02 cm. If the shear modulus of brass is $0.4 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, the value of the force F is

1.0 m भुजा तथा 0.005 m मोटाई की एक वर्गाकार पीतल की प्लेट पर इसकी प्रत्येक छोटी विपरीत भुजाओं पर बल F लगाया जाता है जिसके कारण 0.02 cm का विस्थापन होता है। यदि पीतल का अपरूपण गुणांक $0.4 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ है तो बल F का मान है :

- (A) $4 \times 10^3 \text{ N}$ (B) 400 N (C*) $4 \times 10^4 \text{ N}$ (D) 1000 N

Sol. $F = \eta A \frac{x}{h} = 0.4 \times 10^{11} \times 1 \times 0.005 \times \frac{0.02 \times 10^{-2}}{1}$
 $= 4 \times 10^4 \text{ N}$

6. A metal block is experiencing an atmospheric pressure of $1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, when the same block is placed in a vacuum chamber, the fractional change in its volume is (the bulk modulus of metal is $1.25 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)

एक धातु का गुटका $1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ का वायुमण्डलीय दाब अनुभव कर रहा है। जब यही गुटका एक निर्वातित कक्ष में रखा जाता है तो इसके आयतन में आपेक्षिक परिवर्तन है। (धातु का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $1.25 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ है।)

- (A) 4×10^{-7} (B) 2×10^{-7} (C*) 8×10^{-7} (D) 1×10^{-7}

Sol. $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta P}{B} = \frac{1 \times 10^5}{1.25 \times 10^{11}} = 8 \times 10^{-7}$

7. If the potential energy of a spring is V on stretching it by 2 cm, then its potential energy when it is stretched by 10 cm will be :

यदि किसी स्प्रिंग को 2 सेमी खींचने पर उसकी स्थितिज ऊर्जा V है तो उसे 10 सेमी खींचने पर उसकी स्थितिज ऊर्जा होगी –

- (A) V/25 (B) 5 V (C) V/5 (D*) 25 V

Sol. $V = \frac{1}{2} K(2)^2$

$V' = \frac{1}{2} K(10)^2$

then तब $V' = 25V$

8. If work done in stretching a wire by 1mm is 2J, the work necessary for stretching another wire of same material, but with double the radius and half the length by 1mm in joule is -

एक तार को 1mm खींचने में किया गया कार्य 2J है, समान पदार्थ के परन्तु दुगुनी त्रिज्या व आधी लम्बाई के दूसरे तार को 1mm से खींचने में किया गया कार्य जूल में है –

- (A) 1/4 (B) 4 (C) 8 (D*) 16

Sol. $K = \frac{AY}{\ell}$, $K' = \frac{4AY}{\ell/2} = 8K$

$$\frac{U}{2} = \frac{\frac{1}{2} \times 8K \times \Delta\ell^2}{\frac{1}{2} \times K \times \Delta\ell^2} \Rightarrow U = 16 \text{ J}$$

9. An oil drop falls through air with a terminal velocity of 5×10^{-4} m/s.

एक तेल की बूँद वायु में 5×10^{-4} m/s सीमान्त वेग से गिरती है

(i) the radius of the drop will be : बूँद की त्रिज्या होगी :

- (A) 2.5×10^{-6} m (B) 2×10^{-6} m (C*) 3×10^{-6} m (D) 4×10^{-6} m

(ii) the terminal velocity of a drop of half of this radius will be : (Viscosity of air = $\frac{18 \times 10^{-5}}{5}$ N-s/m²,

$g = 10$ m/s², density of oil = 900 Kg/m³. Neglect density of air as compared to that of oil)

इसकी आधी त्रिज्या होने पर सीमान्त वेग होगा : (वायु की श्यानता = $\frac{18 \times 10^{-5}}{5}$ N-s/m², तेल का घनत्व = 900 Kg/m³

$g = 10$ m/s², तेल की तुलना में वायु का घनत्व नगण्य है)

- (A) 3.25×10^{-4} m/s (B) 2.10×10^{-4} m/s (C) 1.5×10^{-4} m/s (D*) 1.25×10^{-4} m/s

Ans. (i) $v = 5 \times 10^{-4}$ m/s

$$v = \frac{2}{9\eta} r^2 \rho g$$

$$r^2 = \frac{5 \times 9 \times 18 \times 10^{-5} \times 10^{-4}}{2 \times 900 \times 10} = 9 \times 10^{-12}$$

$$r = 3 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(ii) $v \propto r^2$

$$\frac{v_1}{v} = \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{1}{4},$$

$$v_1 = \frac{5 \times 10^{-4}}{4} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ m/sec}$$

10. The terminal velocity of a sphere moving through a viscous medium is :

एक श्यान माध्यम से गुजर रहे एक गोले का सीमान्त वेग है –

(A) directly proportional to the radius of the sphere

गोले की त्रिज्या के सीधे समानुपाती।

(B) inversely proportional to the radius of the sphere

गोले की त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती।

(C*) directly proportional to the square of the radius of sphere

गोले की त्रिज्या के वर्ग के अनुक्रमानुपाती।

(D) inversely proportional to the square of the radius of sphere

गोले की त्रिज्या के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती।

Sol. $v = \frac{2}{9\eta} r^2 \cdot (\rho_0 - \rho_w) g$

11. A solid sphere falls with a terminal velocity of 10 m/s in air. If it is allowed to fall in vacuum,

एक ठोस गोला वायु में 10 मी/से. सीमान्त वेग से गिरता है। यदि इसको निर्वात में गिराया जाये –

(A) terminal velocity will be more than 10 m/s (B) terminal velocity will be less than 10 m/s

(C) terminal velocity will be 10 m/s (D*) there will be no terminal velocity

(A) सीमान्त वेग 10 m/s से अधिक होगा

(B) सीमान्त वेग 10 m/s से कम होगा

(C) सीमान्त वेग 10 m/s होगा।

(D*) वहां कोई सीमान्त वेग नहीं होगा

Sol. There will not be any viscous force so velocity will keep on increasing.

यहां कोई श्यान बल नहीं होगा अतः वेग लगातार बढ़ता रहेगा।

12. Spherical balls of radius R are falling in a viscous fluid of viscosity η with a velocity v . The retarding viscous force acting on the spherical ball is : [AIEEE 2004, 3/225, -1]

(1) directly proportional to R but inversely proportional to v

(2*) directly proportional to both radius R and velocity v

(3) inversely proportional to both radius R and velocity v

(4) inversely proportional to R but directly proportional to v

R त्रिज्या की गोल गेंद η श्यानता के किसी श्यान तरल में वेग v से गिर रही है। गोल गेंद पर कार्यरत मंदक श्यान बल है।

(1) R के अनुक्रमानुपाती परन्तु v के व्युत्क्रमानुपाती

(2*) R तथा v दोनों के अनुक्रमानुपाती

(3) R तथा v दोनों के व्युत्क्रमानुपाती

(4) R के व्युत्क्रमानुपाती परन्तु v के अनुक्रमानुपाती

Sol. Retarding force acting on a ball falling into a viscous fluid

श्यान द्रव में गिर रही गेंद पर कार्यरत मन्दन बल

$$F = 6\pi\eta Rv$$

where R = radius of ball,

जहाँ R = गेंद की त्रिज्या

v = velocity of ball, गेंद का वेग

and तथा η = coefficient of viscosity श्यानता गुणांक

$\therefore F \propto R$ and तथा $F \propto v$

13. If 'S' is stress and 'Y' is Young's modulus of material of a wire, the energy stored in the wire per unit volume is :

[AIEEE 2005, 3/225, -1]

यदि किसी तार के पदार्थ की प्रतिबल 'S' तथा यंग प्रत्यास्थता गुणांक 'Y' है, तो तार के प्रति एकांक आयतन में संचित ऊर्जा है :

(1) $2S^2Y$

(2*) $\frac{S^2}{2Y}$

(3) $\frac{2Y}{S^2}$

(4) $\frac{S}{2Y}$

Sol. Young's modulus = $\frac{\text{Stress}}{\text{Strain}}$

$$\text{यंग गुणांक} = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

$$\Rightarrow \text{Strain विकृति} = \frac{S}{Y}$$

$$\frac{\text{Energy stored in wire}}{\text{Volume}} = \frac{1}{2} \times \text{Stress} \times \text{Strain}$$

$$\frac{\text{तार में संग्रहित ऊर्जा}}{\text{आयतन}} = \frac{1}{2} \times \text{प्रतिबल} \times \text{विकृति}$$

$$= \frac{1}{2} S \times \frac{S}{Y} = \frac{S^2}{2Y}$$

14. If the terminal speed of a sphere of gold (density = 19.5 kg/m^3) is 0.2 m/s in a viscous liquid then find the terminal speed of sphere of silver (density = 10.5 kg/m^3) of the same size in the same liquid (density = 1.5 kg/m^3). [AIEEE 2006, 3/165, -1]

(1) 0.4 m/s

(2) 0.133 m/s

(3*) 0.1 m/s

(4) 0.2 m/s

यदि एक श्यान द्रव (घनत्व = 1.5 किग्रा/मी^3) में सोने के एक गोले (घनत्व = 19.5 किग्रा/मी^3) की सीमान्त चाल 0.2 मी/से हो, तब उसी आकार के एक चाँदी के गोले (घनत्व = 10.5 किग्रा/मी^3) की उसी श्यान द्रव में सीमान्त चाल की गणना कीजिए।

(1) 0.4 मी/से

(2) 0.133 मी/से

(3*) 0.1 मी/से

(4) 0.2 मी/से

Sol. Terminal speed of spherical body in a viscous liquid is given by
 श्यान द्रव में गोलाकार वस्तु की सीमान्त चाल निम्न प्रकार दी जाती है।

$$v_T = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

where ρ = density of substance of body,

जहाँ ρ = वस्तु के पदार्थ का घनत्व

σ = density of liquid. द्रव का घनत्व

From given data दिये गये आंकड़ों से

$$\frac{v_T(\text{Ag})}{v_T(\text{Gold})} = \frac{\rho_{\text{Ag}} - \sigma_l}{\rho_{\text{Gold}} - \sigma_l}$$

$$\Rightarrow v_T(\text{Ag}) = \frac{10.5 - 1.5}{19.5 - 1.5} \times 0.2 = \frac{9}{18} \times 0.2$$

$$= 0.1 \text{ m/s}$$

15. A wire elongates by ℓ mm when a load W is hanged from it. If the wire goes over a pulley and two weights W each are hung at the two ends, the elongation of the wire will be (in mm)

[AIEEE 2006, 3/165, -1]

एक तार में ℓ मिमी से वृद्धि होती है जब एक भार W इससे लटकाया जाता है। यदि तार एक घिरनी के ऊपर से गुजरता हो और दोनों सिरों पर दो भार प्रत्येक W के लटकाए जाएँ, तब तार की लम्बाई में वृद्धि होगी (मिमी में) :

[AIEEE 2006, 3/165, -1]

(1*) ℓ

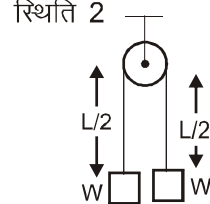
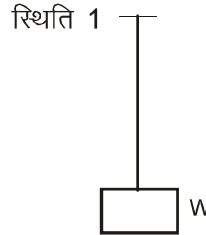
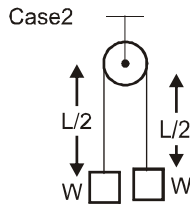
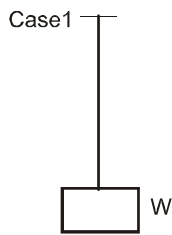
(2) 2ℓ

(3) zero शून्य

(4) $\ell/2$

Sol. Let us consider the length of wire as L and cross-sectional area A , the material of wire has Young's modulus as Y .

माना तार की लम्बाई L तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A है तथा तार के पदार्थ का यंग गुणांक Y है।



Then for 1st case $Y = \frac{W/A}{\ell/L}$

तब प्रथम स्थिति के लिए $Y = \frac{W/A}{\ell/L}$

For 2nd case, $Y = \frac{W/A}{2\ell'/L}$

द्वितीय स्थिति के लिए $Y = \frac{W/A}{2\ell'/L}$

$\therefore \ell' = \ell/2$

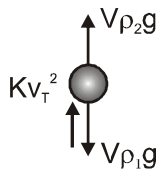
So, total elongation of both sides = $2\ell' = \ell$

अतः दोनों ओर कुल विस्तार = $2\ell' = \ell$

16. A spherical solid ball of volume V is made of a material of density ρ_1 . It is falling through a liquid of density ρ_2 ($\rho_2 < \rho_1$). Assume that the liquid applies a viscous force on the ball that is proportional to the square of its speed v , i.e., $F_{\text{viscous}} = -kv^2$ ($k > 0$). The terminal speed of the ball is [AIEEE-2008, 3/105]
 आयतन V की कोई ठोस गोल गेंद ρ_1 घनत्व के पदार्थ से बनी है। यह ρ_2 घनत्व ($\rho_2 < \rho_1$) के द्रव में गिर रही है। यह मान लीजिए कि द्रव गेंद पर श्यान बल लगाता है जो गेंद की चाल v के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है, अर्थात् $F_{\text{श्यान}} = -kv^2$ ($k > 0$) गेंद की सीमान्त चाल है

(1) $\frac{Vg\rho_1}{k}$ (2) $\sqrt{\frac{Vg\rho_1}{k}}$ (3) $\frac{Vg(\rho_1 - \rho_2)}{k}$ (4*) $\sqrt{\frac{Vg(\rho_1 - \rho_2)}{k}}$

Sol. The forces acting on the ball are gravity force, buoyancy force and viscous force. When ball acquires terminal speed, it is in dynamic equilibrium, let terminal speed of ball is v_T . So, गेंद में कार्यरत बल गुरुत्व बल, उत्प्लावन बल तथा श्यान बल है। जब गेंद सीमान्त चाल प्राप्त कर लेती है तब यह गतिक साम्यवस्था में होती है। माना गेंद की सीमान्त चाल V_T है। अतः



$$V_{\rho_2}g + kv_T^2 = V_{\rho_1}g \quad v_T = \sqrt{\frac{V(\rho_1 - \rho_2)g}{k}}$$

17. Two wires are made of the same material and have the same volume. However wire 1 has cross-sectional area A and wire 2 has cross-sectional area $3A$. If the length of wire 1 increases by Δx on applying force F , how much force is needed to stretch wire 2 by the same amount?

[AIEEE-2009, 4/144]

दो तार एक ही पदार्थ के बने हैं और एक समान आयतन रखते हैं। परन्तु तार 1 का अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A एवं तार 2 का अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल $3A$ है। यदि बल F लगाने पर तार 1 की लम्बाई में Δx की वृद्धि होती है, तब तार 2 में वही वृद्धि करने के लिए कितने बल की आवश्यकता होगी?

(1) $4F$ (2) $6F$ (3*) $9F$ (4) F

Sol. $F = \frac{Y A x}{\ell}$

and तथा $F_2 = \frac{Y (3A) x}{(\ell/3)} = 9F$

18. If a ball of steel (density $p = 7.8 \text{ g cm}^{-3}$) attains a terminal velocity of 10 cm s^{-1} when falling in a water (Coefficient of Viscosity $\eta_{\text{water}} = 8.5 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$) then its terminal velocity in glycerine ($p = 1.2 \text{ g cm}^{-3}$, $\eta = 13.2 \text{ Pa.s}$) would be, nearly :

[AIEEE 2011, 11 May; 4, -1]

यदि पानी (श्यानता गुणांक $\eta_{\text{water}} = 8.5 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$) से भरे टैंक में एक स्टील (घनत्व $p = 7.8 \text{ g cm}^{-3}$) की गेंद गिरने पर 10 cm s^{-1} के सीमान्त वेग से चलती है, तब ग्लिसरीन ($p = 1.2 \text{ g cm}^{-3}$, $\eta = 13.2 \text{ Pa.s}$) में इसका सीमान्त वेग लगभग होगा :

[AIEEE 2011, 11 May; 4, -1]

(1*) $6.25 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$ (2) $6.45 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$ (3) $1.5 \times 10^{-5} \text{ cm s}^{-1}$ (4) $1.6 \times 10^{-5} \text{ cm s}^{-1}$

Ans. (1)

Sol. $V\rho g = 6\pi\eta rv + v\rho_l g$
 $Vg(\rho - \rho_l) = 6\pi\eta rv$
 $Vg(\rho - \rho_l) = 6\pi\eta'rv'$
 $V'\eta' = \frac{(\rho - \rho_l)}{(\rho - \rho_l)} \times v\eta$
 $V' = \frac{(\rho - \rho_l)}{(\rho - \rho_l)} \times \frac{v\eta}{\eta'}$
 $= \frac{(7.8 - 1.2)}{(7.8 - 1)} \times \frac{10 \times 8.5 \times 10^{-4}}{13.2}$
 $v' = 6.25 \times 10^{-4} \text{ cm/s.}$

- 19.** The pressure that has to be applied to the ends of a steel wire of length 10 cm to keep its length constant when its temperature is raised by 100°C is : **[Jee- Main 2014,]**
 (For steel Young's modulus is $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ and coefficient of thermal expansion is $1.1 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)
 (1) $2.2 \times 10^8 \text{ Pa}$ (2) $2.2 \times 10^9 \text{ Pa}$ (3) $2.2 \times 10^7 \text{ Pa}$ (4) $2.2 \times 10^6 \text{ Pa}$
 10 cm लम्बाई के एक स्टील के तार के सिरो पर जब तापमान में वृद्धि 100°C की जाती है तब इसकी लम्बाई स्थिर रखने के लिए सिरो पर लगाया गया दाब है :

(स्टील का यंग प्रत्यास्थता गुणांक $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ और रेखिक प्रसार गुणांक $1.1 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ हैं)
 (1) $2.2 \times 10^8 \text{ Pa}$ (2) $2.2 \times 10^9 \text{ Pa}$ (3) $2.2 \times 10^7 \text{ Pa}$ (4) $2.2 \times 10^6 \text{ Pa}$

Ans. (1)

Sol. $\frac{P}{\alpha\Delta\theta} = Y$
 $P = Y\alpha\Delta\theta = 2 \times 10^{11} \times 1.1 \times 10^{-5} \times 100$
 $= 2.2 \times 10^8 \text{ Pa}$

- 20.** A pendulum made of a uniform wire of cross sectional area A has time period T. When an additional mass M is added to its bob, the time period changes to T_M . If the Young's modulus of the material of the wire is Y then $\frac{1}{Y}$ is equal to : (g = gravitational acceleration)

[JEE(Main)-2015; 4/120, -1]

किसी एक समान तार का अनुप्रस्थकाट का क्षेत्रफल A है। इससे बनाये गये एक लोलक का आवर्तकाल T है। इस लोलक के गोलक से एक अतिरिक्त M द्रव्यमान जोड़ देने से लोलक का आवर्तकाल परिवर्तित होकर T_M हो जाता है। यदि इस तार के पदार्थ का यंग गुणांक Y हो तो $\frac{1}{Y}$ का मान होगा : (g = गुरुत्वीय त्वरण)

(1*) $\left[\left(\frac{T_M}{T} \right)^2 - 1 \right] \frac{A}{Mg}$ (2) $\left[\left(\frac{T_M}{T} \right)^2 - 1 \right] \frac{Mg}{A}$ (3) $\left[1 - \left(\frac{T_M}{T} \right)^2 \right] \frac{A}{Mg}$ (4) $\left[1 - \left(\frac{T}{T_M} \right)^2 \right] \frac{A}{Mg}$

Ans. (1)

Sol. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{\ell + \Delta\ell}{g}} \quad \Delta\ell = \frac{Mg\ell}{AY}$

$\frac{T_M}{T} = \sqrt{\frac{\ell + \Delta\ell}{\ell}}$

$\left(\frac{T_M}{T} \right)^2 = 1 + \frac{\Delta\ell}{\ell}$

$\frac{1}{Y} = \left[\left(\frac{T_M}{T} \right)^2 - 1 \right] = 1 + \frac{Mg}{AY} \Rightarrow \frac{1}{Y} = \left[\left(\frac{T_M}{T} \right)^2 - 1 \right] \frac{A}{Mg}$

DPP No. : C28
Total Marks : 40
Max. Time : 33 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.3

(3 marks 2 min.)

[09, 06]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.4

(4 marks 2 min.)

[04, 02]

Comprehension ('-1' negative marking) Q.5 to Q.9

(3 marks 2 min.)

[15, 10]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.10 to Q.12

(4 marks 5 min.)

[12, 15]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C28

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|------------------------|-------------------------|--------|--------|--------|
| 1. (D) | 2. (B) | 3. (D) | 4. (A)(B) | (C)(D) | 5. (C) | 6. (B) |
| 7. (C) | 8. (D) | 9. (A) | 10. 8 | 11. 8 | | |
| 12. (a) $\frac{F \cos^2 \theta}{A}$ | (b) $\frac{F \sin 2\theta}{2A}$ | (c) $\theta = 0^\circ$ | (d) $\theta = 45^\circ$ | | | |

1. A brass rod of length 2 m and cross-sectional area 2.0 cm^2 is attached end to end to a steel rod of length L and cross-sectional area 1.0 cm^2 . The compound rod is subjected to equal and opposite pulls of magnitude $5 \times 10^4 \text{ N}$ at its ends. If the elongations of the two rods are equal, the length of the steel rod (L) is ($Y_{\text{Brass}} = 1.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ and $Y_{\text{Steel}} = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)

लम्बाई 2 m व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 2.0 cm^2 की एक पीतल की छड़ एक सिरे से लम्बाई L व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 1.0 cm^2 की एक स्टील की छड़ से जुड़ी है। संयुक्त छड़ को परिमाण $5 \times 10^4 \text{ N}$ का बल दोनों सिरों पर बराबर एवं विपरीत दिशा में लगाकर खींचा जाता है। यदि दोनों छड़ों का विस्तार समान है तब स्टील की छड़ की लम्बाई (L) है ($Y_{\text{पीतल}} = 1.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ तथा $Y_{\text{स्टील}} = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)

- (A) 1.5 m (B) 1.8 m (C) 1 m (D*) 2 m

Sol.

$$\ell_B = 2\text{m} \quad \ell_S = L$$

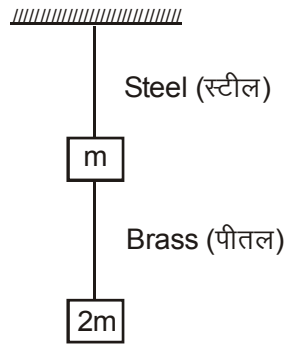
$$A_B = 2 \text{ cm}^2 \quad A_S = 1 \text{ cm}^2$$

$$\Delta \ell_B = \Delta \ell_S$$

$$\frac{F}{A_B} \frac{\ell_B}{Y_B} = \frac{F}{A_S} \frac{\ell_S}{Y_S}$$

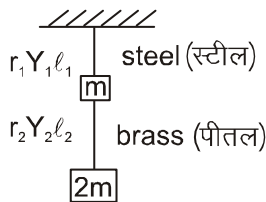
$$L = \frac{A_S Y_S}{A_B Y_B} \ell_B = \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{11}}{1 \times 10^{11}} \times 2 = 2$$

2. If the ratio of lengths, radii and Young's moduli of steel and brass wires in the figure are a , b and c respectively. Then the corresponding ratio of increase in their lengths would be :
 यदि स्टील व पीतल के तारों की लम्बाई, त्रिज्या व यंग गुणांकों का अनुपात क्रमशः a , b व c है तो इनके संगत उनकी लम्बाई में वृद्धि का अनुपात होगा :



- (A) $\frac{2ac}{b^2}$ (B*) $\frac{3a}{2b^2c}$ (C) $\frac{3c}{2ab^2}$ (D) $\frac{2a^2c}{b}$

Sol.



$$\begin{aligned} \frac{r_1}{r_2} &= b \\ \frac{l_1}{l_2} &= a \\ \frac{Y_1}{Y_2} &= c \\ \Delta l_1 &= \frac{(3 \text{ mg}) l_1}{A_1 Y_1} \\ \Delta l_2 &= \frac{(2 \text{ mg}) l_2}{A_2 Y_2} \\ \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} &= \frac{3 l_1}{2 l_2 A_1 Y_1} \times A_2 Y_2 = \frac{3}{2} \frac{a}{b^2 c} = \frac{3a}{2b^2 c} \end{aligned}$$

3. Two thin rods of length l_1 and l_2 at a certain temperature are joined to each other end to end. The composite rod is then heated through a temperature θ . The coefficients of linear expansion of the two rods are α_1 and α_2 respectively. Then, the effective coefficient of linear expansion of the composite rod is:

[Olympiad 2015 (stage-1)]

किसी तापमान पर क्रमशः l_1 तथा l_2 लम्बाई की दो पतली छड़ों को एक दूसरे के साथ सिरों से जोड़ा जाता है, अब संयुक्त छड़ को θ तापमान से गर्म किया जाता है। यदि दोनों छड़ों के रेखीय प्रसार गुणांक क्रमशः α_1 तथा α_2 हो तो संयुक्त छड़ का उभयनिष्ठ रेखीय प्रसार गुणांक ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ (B) $\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$ (C) $\frac{I_1 \alpha_2 + I_2 \alpha_1}{I_1 + I_2}$ (D*) $\frac{I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2}{I_1 + I_2}$

Sol.

(D)

$$\begin{aligned} dI_{eq} &= dI_1 + dI_2 \\ (I_1 + I_2) \alpha_{eq} dT &= I_1 \alpha_1 dT + I_2 \alpha_2 dT \\ \alpha_{eq} &= \frac{I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2}{I_1 + I_2} \end{aligned}$$

4. A metallic wire of length ℓ is held between two supports under some tension. The wire is cooled through θ° . Let Y be the Young's modulus, ρ the density and α the thermal coefficient of linear expansion of the material of the wire. Therefore, the frequency of oscillations of the wire varies as

[OLYMPIAD-2016_STAGE-1]

ℓ लम्बाई के एक धात्विक तार को दो आधारों के बीच में कुछ तनाव के साथ बांधा जाता है। तार को θ° तापमान से ठण्डा किया जाता है। माना तार के लिए Y यंग गुणांक, ρ घनत्व तथा α तापीय रेखीय प्रसार गुणांक हो तो इस तार के दौलनों की आवृत्ति समानुपाती होगी।

(A*) \sqrt{Y}

(B*) $\sqrt{\theta}$

(C*) $\frac{1}{\ell}$

(D*) $\sqrt{\frac{\alpha}{\rho}}$

Ans. (ABCD)

Sol. $f = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$; $\frac{T}{\frac{A}{\Delta\ell}} = \gamma$

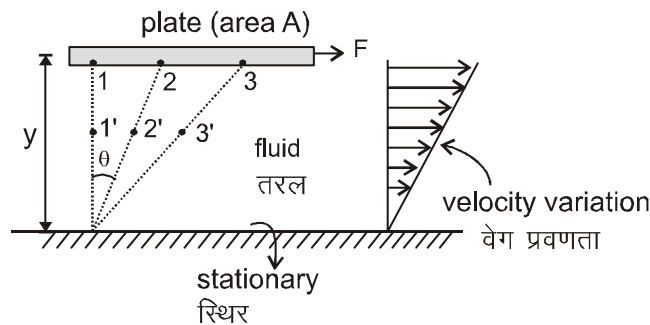
$$\frac{T}{\frac{A}{\ell\alpha\Delta\theta}} = \gamma \Rightarrow T = A\alpha\gamma\theta \therefore f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{A\alpha\gamma\theta\ell}{m}} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{\alpha\gamma\theta}{\rho}}$$

Comprehension-2 अनुच्छेद-2

Viscosity is the property of fluid by virtue of which fluid offers resistance to deformation under the influence of a tangential force.

श्यानता द्रव का वह गुण है जिसके कारण वह स्पर्शरेखीय बल के प्रभाव में विरूपण के लिए प्रतिरोध प्रदान करता है।

प्लेट (क्षेत्रफल A)



In the given figure as the plate moves the fluid particle at the surface moves from position 1 to 2 and so on, but particles at the bottom boundary remains stationary. If the gap between plate and bottom boundary is small, fluid particles in between plate and bottom moves with velocities as shown by linear velocity distribution curve otherwise the velocity distribution may be parabolic. As per Newton's law of viscosity the tangential force is related to time rate of deformation -

दिये गये चित्र में जैसे-जैसे प्लेट गति करती है। द्रव के कण स्थिति 1 से स्थिति 2 की ओर आगे गति करते हैं, परन्तु पेंदे पर उपस्थित कण स्थिर रहते हैं। यदि प्लेट व पेंदे के मध्य अन्तराल अल्प है तो प्लेट व पेंदे के मध्य द्रव कण दर्शाये गये रेखीय वेग वितरण वक्र के अनुसार गति करते हैं, नहीं तो वेग वितरण परवलयिक हो सकता है। न्यूटन के श्यानता के नियम के अनुसार स्पर्श रेखीय बल, विरूपण की समय के साथ-साथ परिवर्तन की दर से संबंधित है -

$$\frac{F}{A} \propto \frac{d\theta}{dt} \quad \text{but परन्तु} \quad y \frac{d\theta}{dt} = u, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{u}{y}$$

$$\text{then } F = \eta A \frac{u}{y}, \quad \eta = \text{coefficient of viscosity}$$

for non-linear velocity distribution -

$$F = \eta A \frac{du}{dy}$$

where $\frac{u}{y}$ or $\frac{du}{dy}$ is known as velocity gradient.

तो $F = \eta A \frac{u}{y}$, η = श्यानता गुणांक

अरेखिक वेग वितरण के लिए -

$$F = \eta A \frac{du}{dy}$$

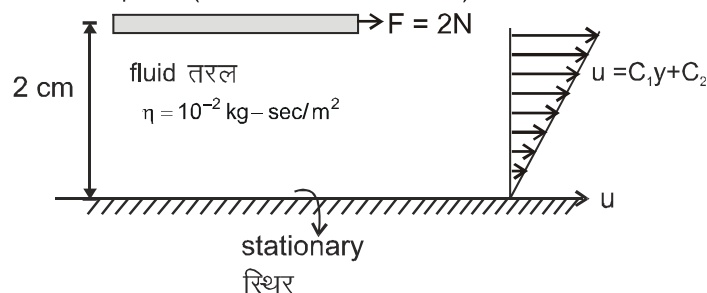
जहाँ $\frac{u}{y}$ या $\frac{du}{dy}$ वेग प्रवणता कही जाती है।

5. In the given figure if force of 2N is required to maintain constant velocity of plate, the value of constant C_1 & C_2 are -

दिये गये चित्र में यदि 2N बल प्लेट के वेग को नियत बनाये रखने के लिए आवश्यक है तो नियतांक C_1 व C_2 के मान हैं

प्लेट (पृष्ठीय क्षेत्रफल $A = 1\text{m}^2$)

plate (surface area $A = 1\text{m}^2$)



- (A) 100, 100 (B) 0, 100 (C*) 200, 0 (D) 0, 200

Sol. $F = \eta A \frac{du}{dy}$

as जैसे कि $u = C_1 y + C_2$

at $y = 0$ पर, $u = 0$ hence इस प्रकार $C_2 = 0$

$$\frac{du}{dy} = C_1$$

$$F = \eta A C_1$$

$$2 = 10^{-2} \times 1 \times C_1$$

$$C_1 = 200$$

6. In previous question the value of constant speed of plate (m/sec.) is equal to -
उपरोक्त प्रश्न में प्लेट की नियत चाल का मान (m/sec में) है -

- (A) 0 (B*) 4 (C) 2 (D) 1

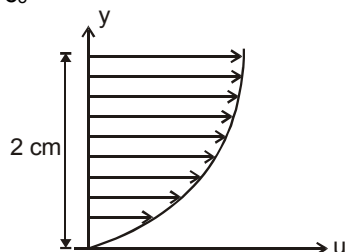
Sol. $u = C_1 y + C_2$

$$C_1 = 200, C_2 = 0$$

$$u = 200 \times 2 \times 10^{-2} = 4 \text{ m/sec}$$

7. If velocity distribution is given as (parabolic) यदि वेग वितरण परवलयिक है -

$$u = C_1 y^2 + C_2 y + C_3$$



for the same force of 2N and the speed of the plate 2 m/sec, the constants C_1 , C_2 & C_3 are-
2N के उसी बल एवं प्लेट की चाल 2 m/sec के लिए, नियतांक C_1 , C_2 व C_3 हैं -

- (A) 200, 200, 0 (B) 5000, 200, 0 (C*) 5000, 0, 0 (D) 500, 200, 0

Sol. $y = 0, u = 0, C_3 = 0$
 $y = 2 \text{ cm}, u = 2 \text{ m/sec}$
 $2 = C_1 4 \times 10^{-4} + C_2 2 \times 10^{-2} \quad \dots(1)$
 $\frac{du}{dy} = 2C_1 y + 2$
 $F = \eta A \frac{du}{dy}$
 at $y = 2 \text{ cm}$ पर, $F = 2 \text{ N}$
 $2 = 10^{-2} \times 1 \times [2 \times 2 \times 10^{-2} C_1 + C_2]$
 $4 \times 10^{-4} C_1 + 10^{-2} C_2 = 2 \quad \dots(2)$
 $4 \times 10^{-4} C_1 + 2 \times 10^{-2} C_2 = 2 \quad \dots(1)$
 on solving हल करने पर
 $C_2 = 0 \text{ \& } C_1 = 5000$

8. The velocity gradient just below the plate. in above problem is equal to - (per second)
 उपरोक्त प्रश्न में प्लेट के ठीक नीचे वेग प्रवणता है - (प्रति सेकण्ड में)
 (A) Zero शून्य (B) 100 (C) 500 (D*) 200

Sol. $\frac{du}{dy} = \frac{F}{\eta A} = \frac{2}{10^{-2} \times 1} = 200$

9. The velocity gradient just near the bottom boundary is equal to - पेंदे के ठीक नजदीक वेग प्रवणता है -
 (A*) Zero शून्य (B) 100 (C) 500 (D) 200

Sol. $\frac{du}{dy} = 2C_1 y + C_2$

at $y = 0, \frac{du}{dy} = C_2 = 0$

10. The cross-section of a bar is given by $\left[1 + \frac{x^2}{100}\right] \text{ cm}^2$, where 'x' is the distance from one end. If the extension under a load of '20 k N' on a length of 10 cm is $\lambda \times 10^{-3} \text{ cm}$ then find λ .
 $Y = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

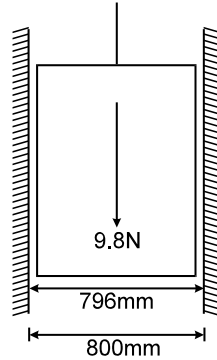
एक छड़ का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $\left[1 + \frac{x^2}{100}\right] \text{ cm}^2$ से दिया जाता है, जहां 'x' एक सिरे से दूरी है। यदि 10 cm की लम्बाई पर '20 k N' भार के कारण विस्तार $\lambda \times 10^{-3} \text{ cm}$ है तब λ ज्ञात करो।
 $Y = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Ans. 8

Sol. $\delta = \frac{Fdx}{AY}, \Delta \ell = \int \frac{Fdx}{AY}$
 $= \int_0^{10} \frac{20 \times 10^3 dx}{\left(1 + \frac{x^2}{100}\right) \times 2 \times 10^7} = 0.008 \text{ cm}$

11. A piston of 796 mm diameter and 200 mm long works in a cylinder of 800 mm diameter as shown in figure. If the annular space is filled with a lubricating oil of viscosity 5 centipoises, calculate the constant speed (nearest to integer) (in m/s) of descent of piston in vertical position. The weight of piston and the axial load are 9.8 N.

चित्र में प्रदर्शित 796 mm व्यास व 200 mm लम्बाई का एक पिस्टन 800 mm व्यास के बेलन में कार्य करता है। यदि वलयकार रिक्त स्थान 5 सेन्टीपोइज श्यानता के स्नेहक तेल से भरा जाता है तो पिस्टन के ऊर्ध्वाधर स्थिति में नीचे आने की नियत चाल (नजदीकी पूर्णांक) (m/s में) की गणना करो। पिस्टन का भार व अक्षीय भार कुल 9.8 N है।



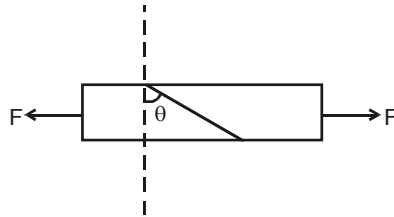
Ans. 8

Sol. $F = \eta A \frac{\Delta V}{\Delta Z}$

$$9.8 = 5 \times 10^{-3} \pi \times 796 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} \times \frac{v}{2 \times 10^{-3}}$$

$$v = 7.841 \text{ m/s}$$

12. A bar of cross-section A is subjected to equal and opposite tensile forces F at its ends. Consider a plane through the bar making an angle θ with a plane at right angles to the bar
अनुप्रस्थ काट A की एक छड़ पर समान व विपरीत तनन बल F इसके सिरो पर लगाया जाता है। छड़ के लम्बवत् तल से θ कोण बनाने वाले तल पर विचार कीजिए।



(a) What is the tensile stress at this plane in terms of F, A and θ ?

इस तल पर F, A व θ के पदों में तनन प्रतिबल क्या है ?

(b) What is the shearing stress at the plane, in terms of F, A and θ ?

इस तल पर F, A व θ के पदों में अपरूपण प्रतिबल क्या है ?

(c) For what value of θ is the tensile stress a maximum ?

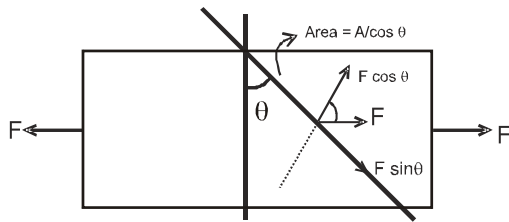
θ के किस मान के लिए तनन प्रतिबल अधिकतम है ?

(d) For what value of θ is the shearing stress a maximum?

θ के किस मान के लिए अपरूपण प्रतिबल अधिकतम है ?

Ans. (a) $\frac{F \cos^2 \theta}{A}$ (b) $\frac{F \sin 2\theta}{2A}$ (c) $\theta = 0^\circ$ (d) $\theta = 45^\circ$

Sol.



(a) tensile stress = $\frac{F \cos \theta}{A/\cos \theta} = \frac{F \cos^2 \theta}{A}$

(b) shearing stress = $\frac{F \sin \theta}{A/\cos \theta} = \frac{F}{A} \sin \theta \cos \theta$

(c) for max. tensile stress

$\theta = 0^\circ$

(d) for max. shearing stress

$\theta = 45^\circ$

(a) तनन प्रतिबल = $\frac{F \cos \theta}{A/\cos \theta} = \frac{F \cos^2 \theta}{A}$

(b) अपरूपण प्रतिबल = $\frac{F \sin \theta}{A/\cos \theta} = \frac{F}{A} \sin \theta \cos \theta$

(c) अधिकतम तनन प्रतिबल $\theta = 0^\circ$

(d) अधिकतम अपरूपण प्रतिबल के लिए $\theta = 45^\circ$

Note : DPPs C29, C30, C31 are from Heat transfer
DPP No. : C29 (JEE-Advanced)

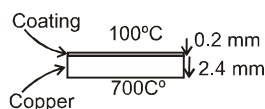
Total Marks : 43	Max. Time : 35 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.6	(3 marks, 2 min.) [18, 12]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.7	(4 marks 2 min.) [04, 02]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.8 to Q.10	(3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.11 to Q.13	(4 marks 5 min.) [12, 15]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C29

1. (C)	2. (C)	3. (D)	4. (A)	5. (D)	6. (C)
7. (B)(C) (D)	8. (B)	9. (A)	10. (A)	11. 5×10^{-5} g/s	
12. 4.0 W	13. 12°C/s				

1. A boiler is made of a copper plate 2.4 mm thick with an inside coating of a 0.2 mm thick layer of tin. The surface area exposed to gases at 700°C is 400 cm^2 . The amount of steam that could be generated per hour at atmospheric pressure is ($K_{\text{Cu}} = 0.9$ and $K_{\text{tin}} = 0.15\text{ cal/cm/s/}^\circ\text{C}$ and $L_{\text{steam}} = 540\text{ cal/g}$)
 एक वाष्पक (Boiler) 2.4 mm मोटी तांबे की प्लेट से बना है जिसके अन्दर 0.2 mm मोटी टिन की परत है। 400 cm^2 का पृष्ठीय क्षेत्रफल 700°C की गैसों के संपर्क में है। वायुमण्डलीय दाब पर प्रति घण्टा उत्पन्न वाष्प की अधिकतम मात्रा है। ($K_{\text{Cu}} = 0.9$ और $K_{\text{tin}} = 0.15\text{ cal/cm/s/}^\circ\text{C}$ और $L_{\text{steam}} = 540\text{ cal/g}$)
 (A) 5000 Kg (B) 1000 kg (C*) 4000 kg (D) 200 kg

Sol.



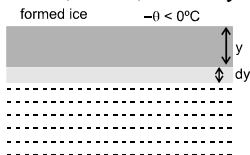
$$i_H = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{700 - 100}{R_1 + R_2} \quad \text{Where (जहाँ) } R_{eq} = R_1 + R_2 = \frac{0.24}{0.9 \times 400} + \frac{0.02}{0.15 \times 400}$$

$$i_H = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta m \cdot L}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{i_H}{L} \quad \text{where (जहाँ) } L = 540\text{ cal/gm}; \Delta t = 3600\text{ sec.}$$

2. A lake surface is exposed to an atmosphere where the temperature is $< 0^\circ\text{C}$. If the thickness of the ice layer formed on the surface grows from 2 cm to 4 cm in 1 hour, The atmospheric temperature, T_a will be-
 (Thermal conductivity of ice $K = 4 \times 10^{-3}\text{ cal/cm/s/}^\circ\text{C}$; density of ice = 0.9 gm/cc . Latent heat of fusion of ice = 80 cal/gm . Neglect the change of density during the state change. Assume that the water below the ice has 0° temperature every where)
 एक झील की सतह वातावरण में खुली है जहाँ ताप $< 0^\circ\text{C}$ है। सतह पर बनी बर्फ की परत की मोटाई 2 सेमी से 4 सेमी तक बढ़ने में 1 घण्टा लगता है तो, वातावरण का ताप T_a होगा (बर्फ की ऊष्मा चालकता $K = 4 \times 10^{-3}\text{ cal/cm/s/}^\circ\text{C}$; बर्फ का घनत्व = 0.9 gm/cc है। बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा = 80 cal/gm है। अवस्था परिवर्तन में घनत्व परिवर्तन को नगण्य मानिये। बर्फ के नीचे जल का ताप प्रत्येक स्थान पर 0°C मानिये।)
 (A) -20°C (B) 0°C (C*) -30°C (D) -15°C

Sol. $i_H = \frac{0 - (-\theta)}{(y/K_A)} = \frac{\theta}{y} \frac{KA}{y} = \frac{dQ}{dt}$



$$\frac{dQ}{dt} = L \frac{dm}{dt} = L \frac{\rho \cdot A \cdot dy}{dt}$$

$$\frac{KA\theta}{y} = \rho AL \frac{dy}{dt}$$

$$\int_2^4 y dy = \int_0^{3600} \left(\frac{K\theta}{\rho L} \right) dt$$

$$\left(\frac{y^2}{2} \right)_2^4 = \frac{K\theta}{\rho L} (t)_0^{3600} \Rightarrow \frac{1}{2} \times [16 - 4] = \frac{4 \times 10^{-3} \times \theta \times (3600 - 0)}{0.9 \times 80}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \times \frac{12 \times 0.9 \times 80}{4 \times 3600 \times 10^{-3}} = 30^\circ\text{C}$$

$$\therefore \theta = -30^\circ\text{C} \quad \text{Ans.}$$

3. Two models of a windowpane are made. In one model, two identical glass panes of thickness 3 mm are separated with an air gap of 3 mm. This composite system is fixed in the window of a room. The other model consists of a single glass pane of thickness 6 mm, the temperature difference being the same as for the first model. The ratio of the heat flow for the double pane to that for the single pane is

($K_{\text{glass}} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ cal/s.m.}^\circ\text{C}$ and $K_{\text{air}} = 6.2 \times 10^{-6} \text{ cal/s.m.}^\circ\text{C}$)

एक खिड़की के दरवाजे के दो नमूने (Model) बनाये जाते हैं। एक नमूने में 3 mm मोटे एक जैसे दो कांच 3 mm के वायु अन्तराल द्वारा अलग करके लगाये जाते हैं यह पूरा निकाय कमरे की एक खिड़की में लगाया जाता है। दूसरे नमूने में केवल 6 mm मोटा एक कांच लगाया जाता है। इसके व प्रथम नमूने दोनों में तापान्तर समान है तो दोहरे कांच व इकहरे कांच वाले दरवाजे से ऊष्मा प्रवाह का अनुपात है

($K_{\text{glass}} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ cal/s.m.}^\circ\text{C}$ and $K_{\text{air}} = 6.2 \times 10^{-6} \text{ cal/s.m.}^\circ\text{C}$)

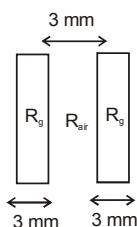
(A) 1/20

(B) 1/70

(C) 31/1312

(D*) 31/656

Sol.



(A)

$$R_{\text{eq}} = 2 R_g + R_{\text{air}}$$

$$= \frac{2 (3 \text{ mm})}{k_g A} + \frac{(3 \text{ mm})}{k_{\text{air}} A}$$



(B)

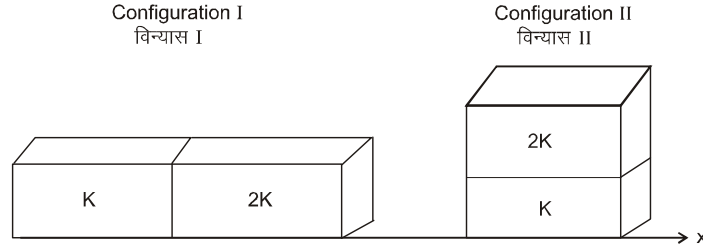
$$R = \frac{6 \text{ mm}}{k_g A}$$

$$\frac{i_A}{i_B} = \frac{\frac{\Delta T}{R_{\text{eq}}}}{\frac{\Delta T}{R}} = \frac{R}{R_{\text{eq}}} = \frac{\frac{6 \text{ mm}}{k_g A}}{\frac{2 (3 \text{ mm})}{k_g A} + \left(\frac{3 \text{ mm}}{k_{\text{air}} A} \right)} = \frac{\frac{1}{K_g}}{\frac{2 K_{\text{air}} + K_g}{2 K_g K_{\text{air}}}} = \frac{2 K_{\text{air}}}{K_g + 2 K_{\text{air}}}$$

4. Two rectangular blocks, having identical dimensions, can be arranged either in configuration I or in configuration II as shown in the figure. One of the blocks has thermal conductivity k and the other $2k$. The temperature difference between the ends along the x -axis is the same in both the configurations. It takes 9s to transport a certain amount of heat from the hot end to the cold end in the configuration I. The time to transport the same amount of heat in the configuration II is :

[JEE(Advanced)-2013,3/60,-1][Heat transfer]

दो समरूपी आयताकार गुटकों को दर्शाये चित्रानुसार दो विन्यासों I और II में व्यवस्थित किया गया है। गुटकों की ऊष्मा चालकता k व $2k$ है। दोनों विन्यासों में x -अक्ष के दोनों छोरों पर तापमान का अन्तर समान है। विन्यास I में, ऊष्मा की एक निश्चित मात्रा गरम छोर से ठण्डे छोर तक अभिगमन में 9s लेती है। विन्यास II में, समान मात्रा की ऊष्मा के अभिगमन के लिए समय है :



(A*) 2.0 s

(B) 3.0 s

(C) 4.5 s

(D) 6.0 s

Ans. (A)

Sol. In configuration 1 equivalent thermal resistance is $\frac{3R}{2}$

In configuration 2 equivalent thermal resistance is $\frac{R}{3}$

Thermal Resistance \propto time taken by heat flow from high temperature to low temperature

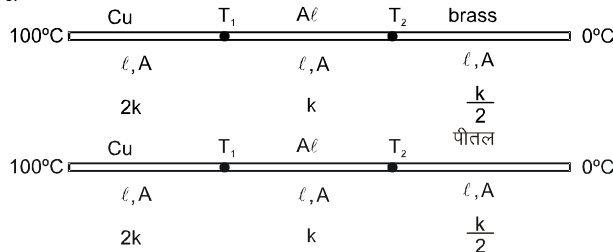
Hindi. विन्यास 1 में तुल्य तापीय प्रतिरोध है $\frac{3R}{2}$

विन्यास 2 में तुल्य तापीय प्रतिरोध है $\frac{R}{3}$

तापीय प्रतिरोध \propto उच्च ताप से निम्न ताप की ओर ऊष्मा प्रवाह में लिया गया समय

5. Three metal rods made of copper, aluminium and brass, each 20 cm long and 4 cm in diameter, are placed end to end with aluminium between the other two. The free ends of copper and brass are maintained at 100 and 0°C respectively. Assume that the thermal conductivity of copper is twice that of aluminium and four times that of brass. The approximately equilibrium temperatures of the copper-aluminium and aluminium-brass junctions are respectively.

तांबे, ऐल्युमिनियम व पीतल से बनी धातु की तीन छड़ों को सिरे से सिरे द्वारा जोड़कर ऐल्युमिनियम को अन्य दो के मध्य रखा जाता है। प्रत्येक की लम्बाई 20 सेमी तथा व्यास 4 सेमी है। तांबे व पीतल के मुक्त सिरों के ताप क्रमशः 100°C व 0°C रखे जाते हैं। यह मानिये कि तांबे की ऊष्मीय चालकता ऐल्युमिनियम की दुगुनी व पीतल की चार गुनी है। तांबा-ऐल्युमिनियम व ऐल्युमिनियम-पीतल संधियों के ताप साम्यावस्था में क्रमशः है (लगभग) —



(A) 68 °C and 75 °C

(B) 75 °C and 68 °C

(C) 57 °C and 86 °C

(D*) 86 °C and 57 °C

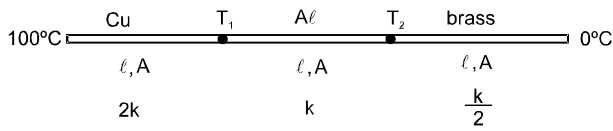
(A) 68 °C तथा 75 °C

(B) 75 °C तथा 68 °C

(C) 57 °C तथा 86 °C

(D*) 86 °C तथा 57 °C

Sol.

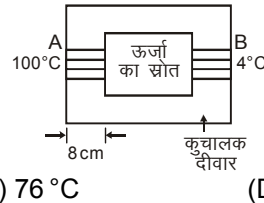
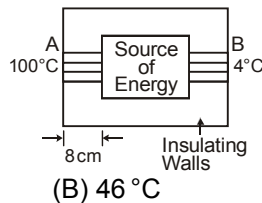


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{where जहाँ} \quad R_1 = \frac{\ell}{(2k)A}, R_2 = \frac{\ell}{kA}, R_3 = \frac{\ell}{\left(\frac{k}{2}\right)A}$$

$$\frac{100 - 0}{R_{eq}} = \frac{100 - T_1}{R_1} = \frac{100 - T_2}{R_1 + R_2} = \frac{T_2 - 0}{R_3}$$

6. A closed cubical box is made of a perfectly insulating material walls of thickness 8 cm and the only way for heat to enter or leave the box is through two solid metallic cylindrical plugs, each of cross-sectional area 12 cm^2 and length 8 cm, fixed in the opposite walls of the box. The outer surface A on one plug is maintained at 100°C while the outer surface B of the other plug is maintained at 4°C . The thermal conductivity of the material of each plug is $0.5 \text{ cal/}^\circ\text{C/cm}$. A source of energy generating 36 cal/s is enclosed inside the box. Assuming the temperature to be the same at all points on the inner surface, the equilibrium temperature of the inner surface of the box is

एक घनाकार बन्द बक्सा पूर्ण रूप से कुचालक पदार्थ की 8 सेमी मोटी दीवारों से बना है एवं ऊष्मा के अन्दर जाने या बाहर निकलने के लिए धातु के दो ठोस बेलनाकार धात्विक प्लग आमने सामने की दीवारों पर लगे हैं प्रत्येक का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 12 सेमी^2 व लम्बाई 8 सेमी है। एक प्लग की बाह्य सतह A, 100°C पर रखी जाती है जबकि दूसरे प्लग की बाह्य सतह B, 4°C पर रखी जाती है। प्रत्येक प्लग के पदार्थ की ऊष्मीय चालकता $0.5 \text{ cal/}^\circ\text{C/cm}$ है। 36 cal/s ऊर्जा उत्पन्न कर रहा एक स्रोत बक्से के अन्दर बन्द है। आन्तरिक सतह के सभी बिन्दुओं का ताप समान मानते हुए बक्से की आन्तरिक सतह का साम्यावस्था ताप है –



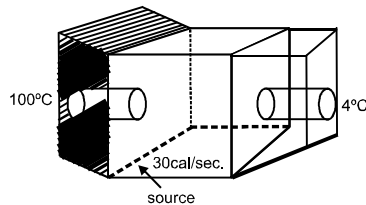
(A) 62°C

(B) 46°C

(C*) 76°C

(D) 52°C

Sol.



$$36 = \left(\frac{T - 100}{8} \right) kA + \left(\frac{T - 4}{8} \right) kA$$

$$K = 0.5 \text{ cal/}^\circ\text{C/cm}$$

$$A = 12 \text{ cm}^2.$$

7. Two identical rods made of two different metals A and B with thermal conductivities K_A and K_B respectively are joined end to end. The free end of A is kept at a temperature T_1 while the free end of B is kept at a temperature $T_2 (< T_1)$. Therefore, in the steady state [Olympiad (Stage-1) 2017]

(A) the temperature of the junction will be determined only by K_A and K_B

(B*) if the lengths of the rods are doubled the rate of heat flow will be halved.

(C*) if the temperature at the two free ends are interchanged the junction temperature will change

(D*) the composite rod has an equivalent thermal conductivity of $\frac{2K_A K_B}{K_A + K_B}$

दो समरूप छड़ें दो अलग धातुओं A तथा B की बनी हुई क्रमशः K_A तथा K_B ऊष्मीय चालकता के साथ सिरे से सिरे पर जोड़ी गई है। A का मुक्त सिरे पर तापमान T_1 है जबकि B के मुक्त सिरे पर तापमान $T_2 (< T_1)$ है। इसलिए साम्यावस्था की स्थिति में :

(A) सन्धि का तापमान केवल K_A तथा K_B द्वारा निर्धारित होगा।

(B*) यदि छड़ की लम्बाई को दुगुना कर दें तो ऊष्मा प्रवाह की दर आधी होगी

(C*) यदि दोनों मुक्त सिरे पर तापमान आपस में बदल दें, तो सन्धि का तापमान बदलेगा

(D*) संयुक्त छड़ की तुल्य तापीय चालकता $\frac{2K_A K_B}{K_A + K_B}$ है।

Ans. (BCD)

Sol.
$$\frac{T_1 - T_j}{\frac{L}{K_A A}} = \frac{T_2 - T_j}{\frac{L}{K_B A}}$$

$$\Rightarrow (T_1 - T_j)K_A = (T_2 - T_j)K_B$$

So T_j depends on K_A , K_B & T_1 , T_2

$$\frac{L}{K_A A} + \frac{L}{K_B A} = \frac{2L}{K_{eq} A} \Rightarrow K_{eq} = \frac{2K_A K_B}{K_A + K_B}$$

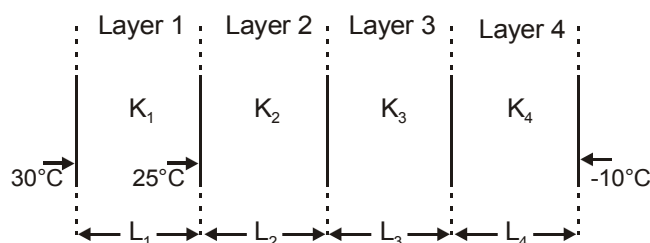
B, C, D are correct.

Comprehension # 1

अनुच्छेद # 1

Figure shows in cross section a wall consisting of four layers with thermal conductivities $K_1 = 0.06$ W/mK; $K_3 = 0.04$ W/mK and $K_4 = 0.10$ W/mK. The layer thicknesses are $L_1 = 1.5$ cm ; $L_3 = 2.8$ cm and $L_4 = 3.5$ cm. The temperature of interfaces is as shown in figure. Energy transfer through the wall is steady.

चार परतों वाली दीवार की अनुप्रस्थ काट चित्र में प्रदर्शित है। जिनकी ऊष्मीय चालकता $K_1 = 0.06$ W/mK; $K_3 = 0.04$ W/mK तथा $K_4 = 0.10$ W/mK है। संपर्क सतहों का तापमान चित्र में प्रदर्शित है। परतों की मोटाई $L_1 = 1.5$ cm; $L_3 = 2.8$ cm तथा $L_4 = 3.5$ cm है। दीवार से ऊर्जा प्रवाह नियत है।



8. The temperature of the interface between layers 3 and 4 is :

परत 3 और 4 की सम्पर्कित सतह पर तापमान है :

(A) -1°C

(B*) -3°C

(C) 2°C

(D) 0°C

Sol. In steady state
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \Big|_{\text{layer 1}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Big|_{\text{layer 4}}$$

स्थायी अवस्था में,
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \Big|_{\text{layer 1}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Big|_{\text{layer 4}}$$

$$\Rightarrow \frac{0.06 \times A \times (30 - 25)}{1.5 \times 10^{-2}} = \frac{0.10 \times A \times \Delta T}{3.5 \times 10^{-2}} \Rightarrow \Delta T = 7^\circ\text{C}$$

$$T_3 = (-10 + 7)^\circ\text{C} = -3^\circ\text{C}$$

9. The temperature of the interface between layers 2 and 3 is :

परत 2 व 3 के मध्य सम्पर्कित सतह का तापमान है :

(A*) 11°C

(B) 8°C

(C) 7.2°C

(D) 5.4°C



Resonance
Educating for better tomorrow

Reg. & Corp. Office : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.)-324005
Website: www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in
Toll Free : 1800 258 5555 | CIN: U80302RJ2007PLC024029

PAGE NO.-5

Sol. $\left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{layer 1}} = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{layer 3}}$
 $\left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{परत 1}} = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{परत 3}}$
 $\Rightarrow \frac{0.06 \times A \times 5}{1.5 \times 10^{-2}} = \frac{0.04 \times A \times \Delta T}{2.8 \times 10^{-2}} \Rightarrow \Delta T = 14^\circ\text{C}$
 $T_3 = (-3 + 14)^\circ\text{C} = 11^\circ\text{C}$

- 10.** If layer thickness L_2 is 1.4 cm, then its thermal conductivity K_2 will have value (in W/mK) :
 यदि L_2 परत की मोटाई 1.4 सेमी हो तो इसकी ऊष्मीय चालकता K_2 का मान (W/mK में) होगा :
 (A*) 2×10^{-2} (B) 2×10^{-3} (C) 4×10^{-2} (D) 4×10^{-3}

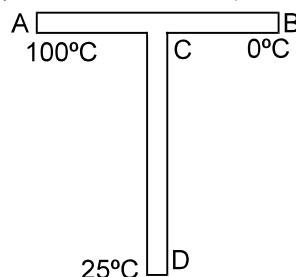
Sol. $\left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{layer 1}} = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{layer 2}} = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{परत 1}} = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{परत 2}}$
 $\Rightarrow \frac{0.06 \times A \times 5}{1.5 \times 10^{-2}} = \frac{K_2 \times A \times 14}{1.4 \times 10^{-2}} \Rightarrow K_2 = 0.02 \text{ W/mK}$

- 11.** One end of a steel rod ($K = 42 \text{ J/m-s-}^\circ\text{C}$) of length 1.0 m is kept in ice at 0°C and the other end is kept in boiling water at 100°C . The area of cross-section of the rod is 0.04 cm^2 . Assuming no heat loss to the atmosphere, find the mass of the ice melting per second. Latent heat of fusion of ice = $3.36 \times 10^5 \text{ J/kg}$.
 1.0 m लम्बाई की स्टील की छड़ ($K = 42 \text{ J/m-s-}^\circ\text{C}$) का एक सिरा 0°C पर बर्फ में रखा जाता है तथा दूसरा सिरा 100°C पर उबलते जल में रखा जाता है। छड़ का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 0.04 cm^2 है। यह मानते हुये कि वातावरण में ऊष्मीय हानि नहीं होती है, तो प्रति सेकण्ड पिघल रहे बर्फ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिये। बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा = $3.36 \times 10^5 \text{ J/kg}$ है।

Ans. $5 \times 10^{-5} \text{ g/s}$

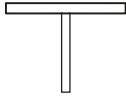
Sol. $i_H = \frac{dQ}{dt}$
 $i_H = \frac{\Delta T}{(L/K A)} = \frac{(100-0) \times 42 \times 0.04}{1} \times 10^{-4} = 168 \times 10^{-4}$
 $i_H = \frac{Q}{t} = \frac{mL}{t} \left(\frac{m}{t} \right) = \frac{i_H}{L} = \frac{168 \times 10^{-4}}{3.36 \times 10^5} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \text{ kg/s.}$

- 12.** A rod CD of thermal resistance 5.0 K/W is joined at the middle of an identical rod AB as shown in figure. The ends A, B and D are maintained at 100°C , 0°C and 25°C respectively. Find the heat current in CD.
 ऊष्मीय प्रतिरोध 5.0 K/W की एक छड़ CD एकसमान छड़ AB के मध्य में चित्रानुसार जोड़ी जाती है। सिरे A, B तथा D का ताप क्रमशः 100°C , 0°C व 25°C हैं। CD में ऊष्मीय धारा ज्ञात करो।

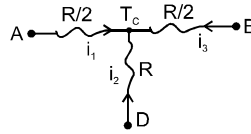


Ans. 4.0 W

Sol.



(Thermal resistance ऊष्मीय प्रतिरोध) $R = \frac{L}{KA} = 5.0 \text{ K/W}$



$$\Rightarrow \frac{T_A - T_C}{R/2} + \frac{T_D - T_C}{R} + \frac{T_B - T_C}{R/2} = 0$$

$$2T_A - 2T_C + T_D - T_C + 2T_B - 2T_C = 0$$

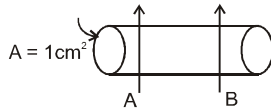
$$200 + 25 + 0 = 5T_C \quad T_C = \frac{225}{5} = 45$$

$$i_{CD} = \frac{T_C - T_D}{R} = \frac{45 - 25}{5} = 4 \text{ W}$$

13. A metal rod of cross-sectional area 1.0 cm^2 is being heated at one end. At one time, the temperature gradient is 5.0°C/cm at cross-section A and is 2.6°C/cm at cross-section B. Calculate the rate at which the temperature is increasing in the part AB of the rod. The heat capacity of the part AB = $0.40 \text{ J/}^\circ\text{C}$, thermal conductivity of the material of the rod = $200 \text{ W/m-}^\circ\text{C}$. Neglect any loss of heat to the atmosphere.

अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 1.0 cm^2 की एक धातु की छड़ एक सिरे पर गर्म की जाती है। किसी समय अनुप्रस्थ काट A पर ताप प्रवणता 5.0°C/सेमी एवं अनुप्रस्थ काट B पर ताप प्रवणता 2.6°C/सेमी है। वह दर ज्ञात कीजिये जिस पर छड़ के AB भाग में ताप बढ़ रहा है। भाग AB की ऊष्मीय धारिता $0.40 \text{ J/}^\circ\text{C}$, छड़ के पदार्थ की ऊष्मीय चालकता $200 \text{ W/m-}^\circ\text{C}$ है। वातावरण में ऊष्मा हानि को नगण्य मानिये।

Ans. 12°C/s



Sol.

$$\frac{dT}{dx} = 5^\circ\text{C/cm}$$

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_A = 5 \quad \left(\frac{dT}{dx}\right)_B = 2.6 \quad i = \frac{\Delta T}{L} (KA)$$

$$i_A = \left(\frac{dT}{dx}\right)_A KA \quad i_B = \left(\frac{dT}{dx}\right)_B KA$$

$$i = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{\text{Absorb अवशोषण}} = \left[\left(\frac{dT}{dx}\right)_A - \left(\frac{dT}{dx}\right)_B \right] KA = ms \frac{d\theta}{dt}$$

$$(5 - 2.6) \times 200 \times (1 \times 10^{-2}) = ms \frac{d\theta}{dt}$$

$$2.4 \times 2 = ms \frac{d\theta}{dt} = 4.8$$

$$ms = 0.4 \text{ J/}^\circ\text{C} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{4.8}{0.4} = 12^\circ\text{C/s}$$

DPP No. : C30 (JEE-Advanced)

Total Marks : 53

Max. Time : 47 min.

Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.7

(3 marks, 2 min.)

[21, 14]

One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.8

(4 marks 2 min.)

[04, 02]

Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9 to Q.13

(4 marks 5 min.)

[20, 25]

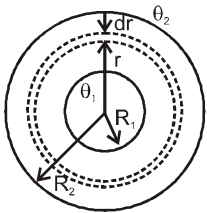
Match the Following (no negative marking) Q.14

(8 marks, 6 min.)

[08, 06]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C30

1. (C) 2. (D) 3. (A) 4. (A) 5. (C) 6. (C) 7. (C)
8. (A) (C) (D) 9. 5 10. 9 11. 15 W/m-°C 12. 0.73 W.
13. 6×10^3 K; 4×10^3 K 14. (a) p, s, (b) t (c) q, r (d) t

1.  Heat flows radially outward through a spherical shell of outside radius R_2 and inner radius R_1 . The temperature of inner surface of shell is θ_1 and that of outer is θ_2 . The radial distance from centre of shell where the temperature is just half way between θ_1 and θ_2 is :
आन्तरिक त्रिज्या R_1 व बाह्य त्रिज्या R_2 के एक गोलीय कोश के द्वारा ऊष्मा त्रिज्यीय बाहर की ओर प्रवाहित होती है। यदि कोश की आन्तरिक सतह का ताप θ_1 तथा बाहरी सतह का θ_2 है। कोश के केन्द्र से त्रिज्यीय दूरी जहाँ ताप θ_1 व θ_2 का माध्य है—

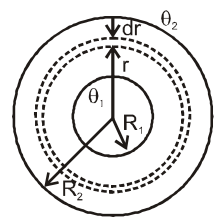
(A) $\frac{R_1 + R_2}{2}$

(B) $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

(C*) $\frac{2 R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

(D) $R_1 + \frac{R_2}{2}$

Sol.



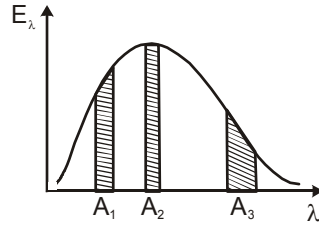
$\theta_1 - \theta_2 = \Delta\theta$

$$\frac{\theta_1 - \theta}{\int_{R_1}^R \frac{dr}{K 4\pi r^2}} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{K 4\pi r^2}}$$

$$\frac{\Delta\theta/2}{\frac{1}{4\pi K_1} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} \right]} = \frac{\Delta\theta}{\frac{1}{4\pi K_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

$\Rightarrow R = \frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

2. Three separate segments of equal area A_1 , A_2 and A_3 are shown in the energy distribution curve of a blackbody radiation. If n_1 , n_2 and n_3 are number of photons emitted per unit time corresponding to each area segment respectively then :
 तीन भिन्न-भिन्न भाग A_1 , A_2 तथा A_3 जिनके क्षेत्रफल समान हैं, को कृष्णिका के ऊर्जा वितरण वक्र पर चित्रानुसार दिखाया गया है। अगर n_1 , n_2 तथा n_3 क्रमशः प्रति एकांक समय में प्रत्येक क्षेत्रफल भाग से उत्सर्जित फोटॉन हैं तो—



- (A) $n_2 > n_1 > n_3$ (B) $n_3 > n_1 > n_2$ (C) $n_1 = n_2 = n_3$ (D*) $n_3 > n_2 > n_1$

Sol. Equal area means equal power output. A_3 area pertains to highest wavelength range, thus photons with minimum range of frequency. Thus maximum number of photons are required from this segment to keep the power same.

समान क्षेत्रफल अर्थात् समान निर्गत शक्ति होती है। A_3 क्षेत्रफल उच्च परास से सम्बन्धित है अतः फोटोन न्यूनतम आवृत्ति परास से होंगे। अतः समान शक्ति के लिए इस अन्तःखण्ड से अधिकतम फोटॉनों की संख्या की आवश्यकता है।

3. The earth is getting energy from the sun whose surface temperature is T_s and radius is R . Let the radius of the earth be r and the distance from the sun be d . Assume the earth and the sun both to behave as perfect black bodies and the earth is in thermal equilibrium at a constant temperature T_e . Therefore, the temperature T_s of the sun is xT_e where x is
[Olympiad 2015 stage-1]

पृथ्वी सूर्य से ऊर्जा प्राप्त करती है, सूर्य का तापमान T_s तथा त्रिज्या R है। माना पृथ्वी की त्रिज्या r तथा इसकी सूर्य से दूरी d है। पृथ्वी तथा सूर्य दोनों एक आदर्श कृष्ण वस्तु की तरह व्यवहार करती है, तथा पृथ्वी T_e तापमान पर तापीय साम्यावस्था में है। यदि सूर्य का तापमान $T_s = xT_e$ हो तो x का मान क्या होगा। **[Olympiad 2015 stage-1]**

- (A*) $\sqrt{\frac{2d}{R}}$ (B) $\sqrt{\frac{2R}{r}}$ (C) $\sqrt{\frac{4d}{r}}$ (D) $\frac{d}{r}$

Sol. (a)

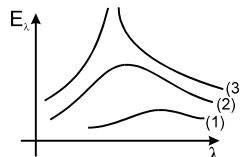
$$\frac{\sigma \times 4\pi R^2 \cdot T_s^4}{4\pi d^2} \times \pi r^2 = \sigma \times 4\pi r^2 \times T_e^4$$

$$\frac{\sigma R^2 T_s^4}{d^2} = \sigma 4 T_e^4$$

$$T_s = \sqrt{\frac{2d}{R}} T_e$$

4. Three graphs marked as 1, 2, 3 representing the variation of maximum emissive power and wavelength of radiation of the sun, a welding arc and a tungsten filament. Which of the following combination is correct
(JEE(Scr.)-2005, 3/84, -1)

प्रदर्शित चित्र में अधिकतम उत्सर्जन क्षमता एवं सूर्य के विकीरणों की तरंगदैर्घ्य, वेल्डिंग (welding) ज्वाला की तरंगदैर्घ्य एवं टंगस्टन तन्तु द्वारा उत्सर्जित तरंगदैर्घ्यों के मध्य ग्राफ प्रदर्शित किया गया है निम्न में से कौनसा विकल्प सही ग्राफ को प्रदर्शित करता है।



- (A*) 1- bulb, 2 → welding arc, 3 → sun (B) 2- bulb, 3 → welding arc, 1 → sun
 (C) 3- bulb, 1 → welding arc, 2 → sun (D) 2- bulb, 1 → welding arc, 3 → sun

- (A*) 1- टंगस्टन तन्तु , 2 → वेल्डिंग (welding) ज्वाला , 3 → सूर्य
 (B) 2- टंगस्टन तन्तु , 3 → वेल्डिंग (welding) ज्वाला , 1 → सूर्य
 (C) 3- टंगस्टन तन्तु , 1 → वेल्डिंग (welding) ज्वाला , 2 → सूर्य
 (D) 2- टंगस्टन तन्तु , 1 → वेल्डिंग (welding) ज्वाला , 3 → सूर्य

Sol. (1) According to Wien's displacement law वीन विस्थापन नियम से

$$\lambda_m T = \text{constant नियतांक}$$

$$\therefore T \propto \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

from graph ग्राफ से $\lambda_{\max(1)} > \lambda_{\max(2)} > \lambda_{\max(3)}$

$$\therefore T_1 < T_2 < T_3$$

the material having low temperature has the graph having lower peak.

ग्राफ में निम्न चोटी (peak) रखने वाली धातु का कम तापमान होता है।

- 5.** Assuming the sun to be a spherical body of radius R at a temperature of T K, evaluate the total radiant power, incident on Earth, at a distance r from the Sun. (earth radius = r_0) **(AIEEE-2006; 3/180)**
 सूर्य को T K तापमान पर R त्रिज्या की एक गोलीय वस्तु मानकर, सूर्य से r दूरी पर पृथ्वी पर आपतित सम्पूर्ण विकिरित शक्ति की गणना कीजिए। (पृथ्वी की त्रिज्या = r_0)

- (A) $\frac{R^2 \sigma T^4}{r^2}$ (B) $\frac{4\pi r_0^2 R^2 \sigma T^4}{r^2}$ (C*) $\frac{\pi r_0^2 R^2 \sigma T^4}{r^2}$ (D) $\frac{r_0^2 R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2}$

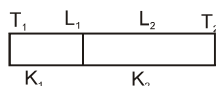
Sol.



$$\text{Total radiant power incident of earth पृथ्वी पर आपतित कुल विकिरण शक्ति} = \left(\frac{\sigma(4\pi R^2)T^4}{4\pi r^2} \right) \pi r_0^2$$

(Taking sun as a black body सूर्य को कृष्ण वस्तु माना गया है)

- 6.** One end of a thermally insulated rod is kept at a temperature T_1 and the other at T_2 . The rod is composed of two sections of lengths L_1 and L_2 and thermal conductivities k_1 and k_2 respectively. The temperature at the interface of the sections is T . एक ऊष्मारोधी छड़ का एक सिरा T_1 ताप पर और दूसरा सिरा T_2 ताप पर है। छड़ क्रमशः L_1 और L_2 लम्बाई और k_1 और k_2 ऊष्मा चालकताओं की छड़ों को संयोग है दोनों भागों की सन्धि का ताप है।



- (A) $\frac{(K_2 L_2 T_1 + K_1 L_1 T_2)}{(K_1 L_1 + K_2 L_2)}$ (B) $\frac{(K_2 L_1 T_1 + K_1 L_2 T_2)}{(K_2 L_1 + K_1 L_2)}$
 (C*) $\frac{(K_1 L_2 T_1 + K_2 L_1 T_2)}{(K_1 L_2 + K_2 L_1)}$ (D) $\frac{(K_1 L_1 T_1 + K_2 L_2 T_2)}{(K_1 L_1 + K_2 L_2)}$

(AIEEE-2007; 3/120)

Sol. Let temperature of the interface माना सन्धि का ताप = T

$$\frac{T_1 - T}{\left(\frac{L_1}{AK_1} \right)} = \frac{T - T_2}{\left(\frac{L_2}{AK_2} \right)}$$

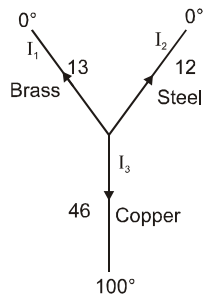
$$\Rightarrow T \left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} \right) = \frac{T_1 L_2}{K_2} + \frac{T_2 L_1}{K_1}$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1 K_1 L_2 + T_2 L_1 K_2}{L_1 K_2 + L_2 K_1}$$

7. Three rods of Copper, brass and steel are welded together to form a Y-shaped structure. Area of cross-section of each rod = 4 cm^2 . End of copper rod is maintained at 100°C where as ends of brass and steel are kept at 0°C . Lengths of the copper, brass and steel rods are 46, 13 and 12 cms respectively. The rods are thermally insulated from surroundings except at ends. Thermal conductivities of copper, brass and steel are 0.92, 0.26 and 0.12 CGS units respectively. Rate of heat flow through copper rod is: ताँबे, पीतल एवं स्टील की तीन छड़ों को Y-आकार संरचना में वेल्ड किया गया है। प्रत्येक छड़ की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल = 4 cm^2 है। ताँबे की छड़ के सिरे का तापमान 100°C है जबकि पीतल एवं स्टील के सिरे 0°C तापमान पर रखे गये हैं। ताँबे, पीतल एवं स्टील की छड़ों की लम्बाईयाँ क्रमशः 46, 13 तथा 12 cms हैं। छड़ों को उनके सिरे को छोड़कर, वातावरण से ऊष्मीय रोधी किया गया है। ताँबे, पीतल एवं स्टील की ऊष्मा चालकताएँ क्रमशः 0.92, 0.26 एवं 0.12 CGS इकाई हैं। ताँबे की छड़ से प्रवाहित ऊष्मा की दर है। [JEE (Main) 2014, 4/120, -1]

(A) 1.2 cal/s (B) 2.4 cal/s (C*) 4.8 cal/s (D) 6.0 cal/s

Ans.
Sol.



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{K_1(T-0)}{\ell_1} + \frac{K_2(T-0)}{\ell_2} + \frac{K_3(T-100)}{\ell_3} = 0$$

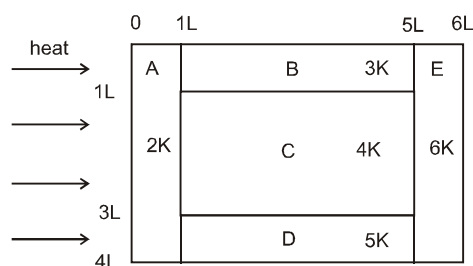
$$\frac{0.12}{12}T + \frac{0.26}{13}T + \frac{0.92}{46}(T-100) = 0$$

$$T = 40^\circ\text{C}$$

$$\frac{dQ}{dt} \text{ through copper ताँबे के लिए } \frac{0.92 \times 4}{46} = (100 - 40)$$

$$= 4.8 \text{ cal/sec.}$$

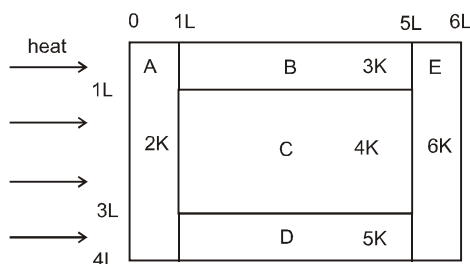
8. A composite block is made of slabs A, B, C, D and E of different thermal conductivities (given in terms of a constant K) and sizes (given in terms of length, L) as shown in the figure. All slabs are of same width. Heat 'Q' flows only from left to right through the blocks. Then in steady state [JEE, 2011, 4/160]



- (A*) heat flow through A and E slabs are same
(B) heat flow through slab E is maximum
(C*) temperature difference across slab E is smallest
(D*) heat flow through C = heat flow through B + heat flow through D.

अलग-अलग ताप चालकताओं (K के मात्रक में) तथा अलग-अलग साइजों (L के मात्रक में) के A, B, C, D व E स्लैबों (slabs) को चित्र में दर्शाये अनुसार जोड़ा गया है। सब स्लैबों की चौड़ाई समान है। ऊष्मा 'Q' का चालन सिर्फ A से E की दिशा में है। तब साम्यावस्था में

[JEE, 2011, 4, 160]



- (A) A व E स्लैबों में से चालित ऊष्मा बराबर है।
 (B) अधिकतम ऊष्मा चालन स्लैब E में से है।
 (C) न्यूनतम तापमान-अन्तर E स्लैब के फलकों के बीच है।
 (D) C में से ऊष्मा चालन = B में से ऊष्मा चालन + D में से ऊष्मा चालन

Ans. (A), (C), (D)

Sol. A : At steady state, heat flow through A and E are same.

C : $\Delta T = i \times R$
 'i' is same for A and E but R is smallest for E.

D : $i_B = \frac{\Delta T}{R_B}$

$$i_C = \frac{\Delta T}{R_C}$$

$$i_D = \frac{\Delta T}{R_D}$$

$$\text{if } i_C = i_B + i_D$$

$$\text{Hence } \frac{1}{R_C} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_D}$$

$$\Rightarrow \frac{8KA}{\ell} = \frac{3KA}{\ell} + \frac{5KA}{\ell}$$

Sol. (A), (C), (D)

A : स्थायी अवस्था में A तथा E से ऊष्मा प्रवाह समान है।

C : $\Delta T = i \times R$
 A तथा E के लिए 'i' समान होगा किन्तु E के लिए R न्यूनतम होगा

D : $i_B = \frac{\Delta T}{R_B}$

$$i_C = \frac{\Delta T}{R_C}$$

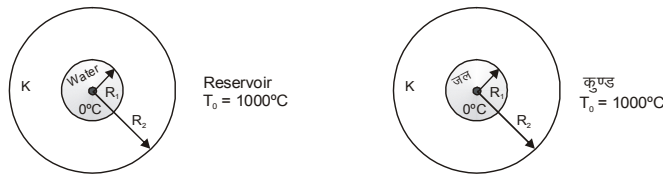
$$i_D = \frac{\Delta T}{R_D}$$

$$\text{यदि } i_C = i_B + i_D$$

$$\text{अतः } \frac{1}{R_C} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_D}$$

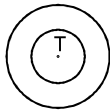
$$\Rightarrow \frac{8KA}{\ell} = \frac{3KA}{\ell} + \frac{5KA}{\ell}$$

9. A hollow spherical conducting shell of inner radius $R_1 = 0.25$ m and outer radius $R_2 = 0.50$ m is placed inside a heat reservoir of temperature $T_0 = 1000^\circ\text{C}$. The shell is initially filled with water at 0°C . The thermal conductivity of the material is $k = \frac{10^2}{4\pi}$ W/m-K and its heat capacity is negligible. The time required to raise the temperature of water to 100°C is $1100 K \ln \frac{10}{9}$ sec. Find K. Take specific heat of water $s = 4.2$ kJ/kg. $^\circ\text{C}$, density of water $d_w = 1000$ kg/m 3 , $\pi = \frac{22}{7}$
- आन्तरिक त्रिज्या $R_1 = 0.25$ मी. व बाह्य त्रिज्या $R_2 = 0.50$ मी. का खोखला चालक गोला $T_0 = 1000^\circ\text{C}$ ताप के ऊष्मीय कुण्ड (reservoir) के अन्दर रखा जाता है। प्रारम्भ में गोलीय कोश में 0°C पर जल भरा जाता है। पदार्थ की ऊष्मीय चालकता $k = \frac{10^2}{4\pi}$ W/m-K है इसकी ऊष्मीय धारिता नगण्य है। जल का ताप 100°C तक बढ़ने में लगा समय $1100 K \ln \frac{10}{9}$ sec है तो K ज्ञात कीजिये। जल की विशिष्ट ऊष्मा $s = 4.2$ kJ/kg. $^\circ\text{C}$, जल का घनत्व $d_w = 1000$ kg/m 3 , $\pi = \frac{22}{7}$ है



Ans.
Sol.

5
For any general moment 1000°C .
किसी एक सामान्य क्षण 1000°C के लिये



$$i_H = \frac{1000 - T}{R_{eq}} = \frac{dQ}{dt}$$

where जहाँ $R_{eq} = \int \frac{dx}{k(4\pi x^2)} = \frac{1}{4\pi k} \left(\frac{x^{-2+1}}{-2+1} \right)_{R_1}^{R_2}$

$$R_{eq} = \frac{1}{4\pi k} \left\{ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right\} = \frac{1}{50}$$

Now, mass of water inside cavity

अब, गुहा के अन्दर स्थित जल का द्रव्यमान

$$M = \rho \times \frac{4}{3} \pi R_1^3$$

$$\frac{dQ}{dt} = MS \frac{d\theta}{dt} = \frac{1000 - T}{R_{eq}} \quad (d\theta = dT)$$

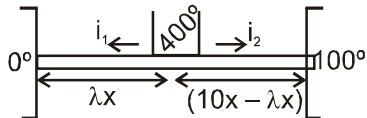
$$\int_{0^\circ}^{100^\circ} \frac{dT}{(1000 - T)} = \frac{1}{(R_{eq} MS)} \int_0^t dt$$

$$t = R_{eq} MS \times \left\{ \ln \left(\frac{1000}{900} \right) \right\}$$

10. A metal rod AB of length $10x$ has its one end A in ice at 0°C and the other end B in water at 100°C . If a point P on the rod is maintained at 400°C , then it is found that equal amounts of water and ice evaporate and melt per unit time. The latent heat of evaporation of water is 540 cal/g and latent heat of melting of ice is 80 cal/g . If the point P is at a distance of λx from the ice end A, find the value of λ . [Neglect any heat loss to the surrounding] **[JEE, 2009, 4/160, -1]**

धातु की $10x$ लम्बाई वाली छड़ AB का एक छोर A 0°C पर रखी बर्फ में तथा दूसरा छोर B 100°C पर रखे पानी में रखा गया है। इस छड़ के एक अन्य बिन्दु P को 400°C के स्थिर तापमान पर रखा जाता है। पाया जाता है कि A छोर पर प्रति इकाई समय में पिघलने वाली बर्फ का द्रव्यमान तथा B छोर पर प्रति इकाई समय में वाष्पित होने वाले जल का द्रव्यमान बराबर है। पानी के वाष्पीकरण तथा बर्फ के पिघलने की गुप्त ऊष्माएँ, क्रमशः 540 cal/g तथा 80 cal/g है। यदि P की दूरी बर्फ वाले छोर से λx हो, तो λ का मान निकालें। [वातावरण में होने वाली ऊष्मा की हानि को नगण्य मानें।]

Sol.



$$i_1 = \frac{400 - 0}{(\lambda x / kA)},$$

$$i_2 = \frac{400 - 100}{(10 - \lambda)x / kA}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\left(\frac{dm}{dt}\right) L_f}{\left(\frac{dm}{dt}\right) L_v} = \frac{L_f}{L_v}$$

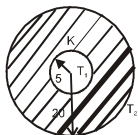
$$\frac{400 / \lambda x}{300 / (10 - \lambda)x} = \frac{80}{540} \Rightarrow \lambda = 9$$

Ans. 9

11. A hollow metallic sphere of radius 20 cm surrounds a concentric metallic sphere of radius 5 cm. The space between the two spheres is filled with a nonmetallic material. The inner and outer spheres are maintained at 50°C and 10°C respectively and it is found that 160π Joule of heat passes radially from the inner sphere to the outer sphere per second. Find the thermal conductivity of the material between the spheres.

एक 5 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले के चारों ओर 20 सेमी त्रिज्या का धातु का संकेन्द्रीय खोखला गोला है। दोनों गोलों के मध्य अधात्विक पदार्थ भरा है। आन्तरिक एवं बाह्य गोले क्रमशः 50°C व 10°C पर रखे जाते हैं एवं यह पाया जाता है कि आन्तरिक गोले से बाह्य गोले की ओर 160π जूल ऊष्मा प्रति सेकण्ड त्रिज्यीय रूप से प्रवाहित होती है। दोनों गोलों के मध्य के पदार्थ की ऊष्मीय चालकता ज्ञात कीजिये।

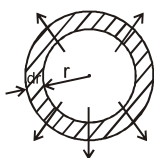
Ans. $15\text{ W/m-}^\circ\text{C}$



Sol.

$T_1 = 50^\circ\text{C}$ Choose a element of width dr रेखीय दूरी r पर, dr चौड़ाई का एक अवयव चयन करते हैं।

$T_2 = 10^\circ\text{C}$ at a Radial distance r त्रिज्यीय दूरी r



$$dR = \frac{dr}{K4\pi r^2}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{4\pi K} \int_5^{20} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi K} \left[\frac{r^{-2+1}}{-1} \right]_5^{20} = \frac{1}{4\pi K} \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{20} \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi K} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{20} \right) \times \frac{1}{10^{-2}} = \frac{10^2}{4\pi K} \left(\frac{4-1}{20} \right) = \frac{3}{4\pi K} \frac{10^2}{20}$$

$$i = 160\pi = 40 \frac{(4\pi K)20}{3 \times 100} \quad K = \frac{16 \times 30 \times 10}{40 \times 4 \times 2} = 15$$

12. A blackbody of surface area 1 cm^2 is placed inside an enclosure. The enclosure has a constant temperature 27°C and the blackbody is maintained at 327°C by heating it electrically. What electric power is needed to maintain the temperature? $\sigma = 6.0 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$.

1 सेमी² पृष्ठीय क्षेत्रफल की एक कृष्णिका एक बन्द पात्र में रखी है। बन्द पात्र का नियत ताप 27°C है एवं कृष्णिका को विद्युत द्वारा ऊष्मा देकर 327°C पर रखा जाता है ताप को बनाये रखने के लिए कितनी विद्युत शक्ति चाहिये ?

$$\sigma = 6.0 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4.$$

Ans. 0.73 W.

Sol. $A = 1 \text{ cm}^2$

$$T_s = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$T_b = 327^\circ\text{C} = 600 \text{ K}$$

$$P = \sigma e A (600^4 - 300^4)$$

$$= 6 \times 10^{-8} \times 1 \times 10^{-4} (6^4 - 3^4) \times 10^8 = 0.73 \text{ W}$$

13. Estimate the temperature at which a body may appear blue or red. The values of λ_{mean} for these are 5000 \AA and 7500 \AA respectively. [Given Wein's constant $b = 0.3 \text{ cm K}$]

उस ताप का अनुमान लगाइये जिस पर वस्तु नीली या लाल दिखाई देती है। इनके लिये $\lambda_{\text{माध्य}}$ क्रमशः 5000 \AA एवं 7500 \AA है। [दिया गया है वीन का नियतांक $b = 0.3 \text{ cm K}$]

Ans. $6 \times 10^3 \text{ K}$; $4 \times 10^3 \text{ K}$

Sol. $\lambda_{\text{blue}} = 5000 \text{ \AA}$

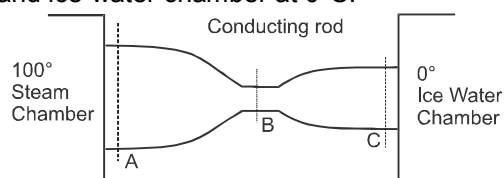
$$\lambda_m \times T = \text{constant नियत} = b$$

$$\lambda_{\text{Red}} = 7500 \text{ \AA}$$

$$T_{\text{blue}} = \frac{b}{\lambda_{\text{blue}}} = \frac{0.3}{5 \times 10^{-5}} = 6 \times 10^3 \text{ K}$$

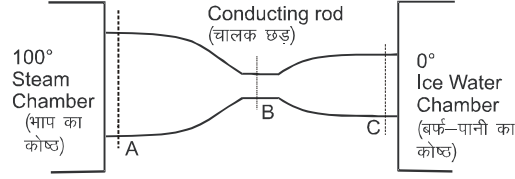
$$T_{\text{red}} = \frac{b}{\lambda_{\text{Red}}} = \frac{0.3}{7.5 \times 10^{-5}} = 4 \times 10^3 \text{ K}$$

14. A copper rod (initially at room temperature 20°C) of non-uniform cross section is placed between a steam chamber at 100°C and ice-water chamber at 0°C .



- (A) Initially rate of heat flow $\left(\frac{dQ}{dt} \right)$ will be (p) maximum at section A
- (B) At steady state rate of heat flow $\left(\frac{dQ}{dt} \right)$ will be (q) maximum at section B
- (C) At steady state temperature gradient $\left| \left(\frac{dT}{dx} \right) \right|$ will be (r) minimum at section A
- (D) At steady state rate of change of temperature $\left(\frac{dT}{dt} \right)$ at a certain point will be (s) minimum at section B
- (t) same for all section

असमरूप अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की एक तांबे की छड़ (प्रारम्भ में कमरे के तापमान 20°C पर) को भाप के कोष्ठ (100°C पर) तथा बर्फ-पानी कोष्ठ (0°C पर) के बीच रखा गया है :-



- (A) प्रारम्भिक ऊष्मा प्रवाह की दर $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$ होगी (p) भाग A पर अधिकतम
- (B) स्थायी अवस्था में ऊष्मा प्रवाह की $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$ दर होगी (q) भाग B पर अधिकतम
- (C) स्थायी अवस्था में तापमान प्रवणता $\left|\left(\frac{dT}{dx}\right)\right|$ होगा (r) भाग A पर न्यूनतम
- (D) स्थायी अवस्था पर तापमान में परिवर्तन की दर किसी $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ बिन्दु पर होगी (s) भाग B पर न्यूनतम
- (t) सभी भागों के लिए समान

Ans. (a) p, s, (b) t (c) q, r (d) t

Sol. (a) Initially more heat will enter through section A due to temperature difference and no heat will flow through section B because initially there is no temperature difference.

(b) At steady state rate of heat flow $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$ is same for all sections

(c) At steady state $\frac{dQ}{dt} = kA \left|\frac{dT}{dx}\right|$ or $\left|\frac{dT}{dx}\right| = \frac{1}{kA} \left(\frac{dQ}{dt}\right)$

$\left|\frac{dT}{dx}\right|$ is inversely proportional to area of cross-section. Hence is maximum at B and minimum at A

(d) At steady state heat accumulation = 0

So $\frac{dT}{dt} = 0$ for any section.

Sol. (a) प्रारम्भ में भाग A से ज्यादा ऊष्मा प्रवेश करेगी परन्तु धातु कुछ ऊष्मा अवशोषित कर लेगी तथा भाग A से कम ऊष्मा बाहर निकलेगी -

(b) नियत अवस्था पर ऊष्मा प्रवाह की दर

सभी भागों के लिए $\frac{dQ}{dt}$ समान

(c) नियत अवस्था पर $\frac{dQ}{dt} = kA \left|\frac{dT}{dx}\right|$ या $\left|\frac{dT}{dx}\right| = \frac{1}{kA} \left(\frac{dQ}{dt}\right)$

$\left|\frac{dT}{dx}\right|$, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती है। अतः अधिकतम B पर तथा न्यूनतम A पर है।

(d) नियत अवस्था पर ऊष्मा प्रवाह = 0

अतः $\frac{dT}{dt} = 0$ किसी भी काट क्षेत्र के लिए

DPP No. : C31 (JEE-Advanced)

Total Marks : 37	Max. Time : 31 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.4	(3 marks, 2 min.) [12, 08]
One or more than one options correct type ('-1' negative marking) Q.5	(4 marks 2 min.) [04, 02]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.6 to Q.8	(3 marks 2 min.) [09, 06]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.9 to Q.11	(4 marks 5 min.) [12, 15]

ANSWER KEY OF DPP NO. : C31

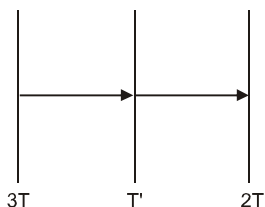
1. (C)	2. (A)	3. (B)	4. (C)	5. (C) (D)	6. (B)	7. (A)
8. (C)	9. 7 minutes मिनट	10. 9				

1. Three very large plates of same area are kept parallel and close to each other. They are considered as ideal black surfaces and have very high thermal conductivity. The first and third plates are maintained at temperatures $2T$ and $3T$ respectively. The temperature of the middle (i.e. second) plate under steady state condition is

तीन बहुत बड़ी प्लेटें, जिनका क्षेत्रफल बराबर है, समांतर व एक दूसरे के पास रखी गयी हैं। उनको आदर्श –कृष्ण –सतह मानें और उनकी ऊष्मा चालकता बहुत अधिक है। पहली और तीसरी प्लेटों को क्रमशः $2T$ और $3T$ तापमान पर रखा जाता है। स्थाई अवस्था में बीच की (अर्थात दूसरी) प्लेट का तापमान है। [IIT-JEE-2012, Paper-1; 3/70, -1]

(A) $\left(\frac{65}{2}\right)^{\frac{1}{4}} T$ (B) $\left(\frac{97}{4}\right)^{\frac{1}{4}} T$ (C*) $\left(\frac{97}{2}\right)^{\frac{1}{4}} T$ (D) $(97)^{\frac{1}{4}} T$

Sol.



In steady state energy absorbed by middle plate is equal to energy released by middle plate.

स्थायी अवस्था पर माध्य पट्टिका द्वारा अवशोषित ऊष्मा की दर, उत्सर्जित ऊष्मा की दर के तुल्य है

$$\begin{aligned} \sigma A(3T)^4 - \sigma A(T')^4 &= \sigma A(T')^4 - \sigma A(2T)^4 \\ (3T)^4 - (T')^4 &= (T')^4 - (2T)^4 \\ (2T')^4 &= (16 + 81) T^4 \\ T' &= \left(\frac{97}{2}\right)^{1/4} T \end{aligned}$$

2. Parallel rays of light of intensity $I = 912 \text{ Wm}^{-2}$ are incident on a spherical black body kept in surroundings of temperature 300 K . Take Stefan-Boltzmann constant $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ and assume that the energy exchange with the surroundings is only through radiation. The final steady state temperature of the black body is close to: **[JEE (Advanced)-2014, 3/60, -1]**

एक गोलाकार कृष्णिका (black body) को 300 K तापमान वाले वातावरण में रखा गया है। इस पर प्रकाश के समान्तर किरणें, जिनकी तीव्रता $I = 912 \text{ Wm}^{-2}$ है, आपतित हैं। स्टीफन बोल्टज्मान नियतांक $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ का मान लेकर यह मानते हुए कि ऊर्जा का आदान प्रदान सिर्फ विकिरण द्वारा ही हो रहा है, कृष्णिका का स्थायी अवस्था में तापमान लगभग है :

- (A*) 330 K (B) 660 K (C) 990 K (D) 1550 K

Ans. (A)

Sol. In steady state स्थायी अवस्था में

$$I\pi R^2 = \sigma (T^4 - T_0^4) 4\pi R^2$$

$$\Rightarrow I = \sigma (T^4 - T_0^4) 4$$

$$\Rightarrow T^4 - T_0^4 = 40 \times 10^8$$

$$\Rightarrow T^4 - 81 \times 10^8 = 40 \times 10^8$$

$$\Rightarrow T^4 = 121 \times 10^8$$

$$\Rightarrow T \approx 330 \text{ K}$$

3. A human body has surface area of approximately 1 m^2 . The normal body temperature is 10 K above the surrounding room temperature T_0 . Take the room temperature to be $T_0 = 300 \text{ K}$. For $T_0 = 300 \text{ K}$, the value of $\sigma T_0^4 = 460 \text{ Wm}^{-2}$ (where σ is the Stefan-Boltzmann constant). Which of the following options is/are correct ? **[JEE (Advanced) 2017 ; P-1, 4/61, -2]**

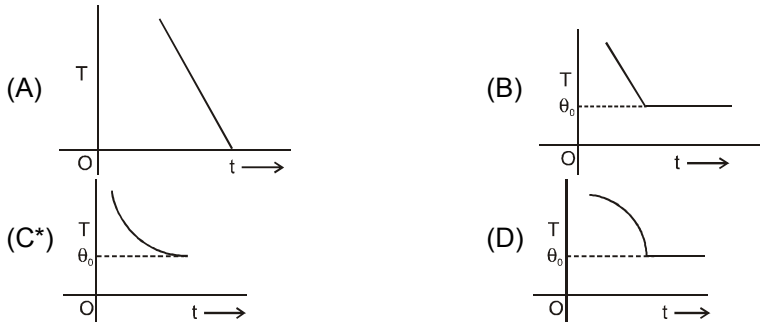
- (A) If the surrounding temperature reduces by a small amount $\Delta T_0 \ll T_0$, then to maintain the same body temperature the same (living) human being needs to radiate $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ more energy per unit time.
- (B*) Reducing the exposed surface area of the body (e.g. by curling up) allows humans to maintain the same body temperature while reducing the energy lost by radiation
- (C) If the body temperature rises significantly then the peak in the spectrum of electromagnetic radiation emitted by the body would shift to longer wavelengths
- (D) The amount of energy radiated by the body in 1 second is close to 60 joules
- मानवीय पृष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 1 m^2 होता है। मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10 K अधिक होता है। परिवेश तापमान $T_0 = 300 \text{ K}$ है, इस परिवेश तापमान के लिए $\sigma T_0^4 = 460 \text{ Wm}^{-2}$ है जहाँ σ स्टीफन-बोल्टज्मान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?
- (A) परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से घटता है ($\Delta T_0 \ll T_0$) तब मानव शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पड़ती है।
- (B) पृष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे : सिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते हैं एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते हैं।
- (C) मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वृद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकिरण स्पेक्ट्रम की शिखर तरंग दैर्ध्य (the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग दैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है।
- (D) मानवीय शरीर से 1 सैकण्ड में निकटतम विकिरित ऊर्जा 60 जूल (60 joules) है।

Ans. (B)

- Sol.** (A) Since the temperature of the body remains same, therefore heat radiated by the body is same as before. ($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)
- (B) $W \propto \text{Area}$
If exposed area decreases, energy radiated also decreases.
- (C) $\lambda_m T = b \Rightarrow T \uparrow, \lambda_m \downarrow$
- (D) ($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)
Since it is given that $\sigma T_0^4 = 460 \text{ Wm}^{-2}$
Hence, $\sigma a (310)^4 > 460 \text{ Wm}^{-2}$
So (D) option is wrong
- (A) चूंकि मानवीय शरीर के तापमान में कोई परिवर्तन नहीं है। इसलिए शरीर के द्वारा विकसित ऊर्जा समान रहेगी ($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)
- (B) $W \propto \text{क्षेत्रफल}$
इसलिए अगर पृष्ठीय क्षेत्रफल घटेगा, तो मानव के शरीर से विकसित ऊर्जा घटेगी।
- (C) $\lambda_m T = b \Rightarrow T \uparrow, \lambda_m \downarrow$
- (D) ($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)
चूंकि यह दिया गया है $\sigma T_0^4 = 460 \text{ Wm}^{-2}$
अतः $\sigma a (310)^4 > 460 \text{ Wm}^{-2}$
इसलिए (D) विकल्प गलत है।

- 4.** If a piece of metal is heated to temperature θ and then allowed to cool in a room which is at temperature θ_0 , the graph between the temperature T of the metal and time t will be closest to :
यदि धातु के एक टुकड़े को तापमान θ तक गर्म किया जाता है और फिर एक कमरे में, जिसका तापमान θ_0 है, ठंडा होने दिया जाता है, तब धातु के तापमान T और समय t के बीच ग्राफ इसके अत्यधिक समीप है :

[JEE-Main 2013, 4/120, -1]



- Sol.** According to Newtons cooling law option (C) is correct Answer.
न्यूटन के शीतलन के नियम के अनुसार विकल्प (C) सही उत्तर है।

- 5.** An incandescent bulb has a thin filament of tungsten that is heated to high temperature by passing an electric current. The hot filament emits black-body radiation. The filament is observed to break up at random locations after a sufficiently long time of operation due to non-uniform evaporation of tungsten from the filament. If the bulb is powered at constant voltage, which of the following statement(s) is (are) true?
[JEE Advanced 2016 ; P-1, 4/62, -2] [HT-RA][103]

- (A) The temperature distribution over the filament is uniform
(B) The resistance over small sections of the filament decreases with time
(C*) The filament emits more light at higher band of frequencies before it breaks up
(D*) The filament consumes less electrical power towards the end of the life of the bulb

एक तापदीप्त बल्ब के टंगस्टन तन्तु को विद्युत धारा के प्रवाह से उच्च तापमान पर गरम करने पर टंगस्टन तन्तु कृष्णिका विकिरण (black-body radiation) उत्सर्जित करता है। यह देखा गया है कि लंबे समय के प्रयोग के बाद टंगस्टन तन्तु में असमान वाष्पीकरण के कारण तन्तु किसी भी जगह से टूट जाता है। यदि बल्ब को विद्युत शक्ति एक स्थिर वोल्टता पर दी गयी है तो निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/ हैं ?

- (A) तन्तु पर तापमान का वितरण एक समान है
(B) तन्तु के छोटे भागों का प्रतिरोध समय के साथ कम होता जाता है
(C*) टूटने से पहले तन्तु उच्च आवृत्ती पट्टी (high frequency band) का प्रकाश पहले से ज्यादा उत्सर्जित करता है
(D*) तन्तु अपनी आयु के आखरी समय में कम विद्युत शक्ति का प्रयोग करता है

Ans. (CD)

Sol. Towards the end of the life filament will become thinner. Resistance will increase and so consumed power will be less, so it will emit less light. Temperature distribution will be non uniform. At the position where temperature is maximum, filament will break. Black body radiation curve will become flat so the filament consumes less electrical power towards the end of the life of the bulb.

फिलामेंट सिरों की तरफ पतला हो जाता है। इस कारण प्रतिरोध बढ़ता है तथा शक्ति व्यय कम होता है। अतः यह कम प्रकाश उत्सर्जित करता है। तापमान वितरण असमरूप होता है। वह स्थिति जहाँ पर तापमान अधिकतम होता है। वहाँ से फिलामेंट टूट जाता है। कृष्णिका विकिरण वक्र सममतल हो जाता है। इसलिये बल्ब के अंतिम समय में फिलामेंट कम विद्युत शक्ति व्यय करता है।

⇒

Comprehension # 2

A body cools in a surrounding of constant temperature 30°C . Its heat capacity is $2\text{J}/^\circ\text{C}$. Initial temperature of the body is 40°C . Assume Newton's law of cooling is valid. The body cools to 38°C in 10 minutes.

30°C नियत तापमान के वातावरण में एक वस्तु ठण्डी होती है। ऊष्मा धारिता $2\text{J}/^\circ\text{C}$ है। वस्तु का प्रारम्भिक तापमान 40°C है। माना कि न्यूटन का शीतलन का नियम यहाँ मान्य होता है। वस्तु 10 मिनट में 38°C तक ठण्डी होती है।

6. In further 10 minutes it will cool from 38°C to :
अगले 10 मिनट में यह 38°C से निम्न ताप तक ठण्डी हो जाएगी –

- (A) 36°C (B*) 36.4°C (C) 37°C (D) 37.5°C

Sol. We have $\theta - \theta_s = (\theta_0 - \theta_s) e^{-kt}$

where θ_0 = Initial temperature of body = 40°C

θ = temperature of body after time t .

Since body cools from 40 to 38 in 10min, we have

$$38 - 30 = (40 - 30) e^{-k \cdot 10} \quad \dots (1)$$

Let after 10 min, The body temp. be θ

$$\theta - 30 = (38 - 30) e^{-k \cdot 10} \quad \dots (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \text{ gives } \frac{8}{\theta - 30} = \frac{10}{8}, \theta - 30 = 6.4 \Rightarrow \theta = 36.4^\circ\text{C}$$

हल. हम जानते हैं $\theta - \theta_s = (\theta_0 - \theta_s) e^{-kt}$

जहाँ θ_0 = वस्तु का प्रारम्भिक तापमान = 40°C

θ = वस्तु का t समय पश्चात् तापमान .

चूँकि वस्तु 40 से 38°C तक 10 मिनट में ठण्डी होती है, अतः

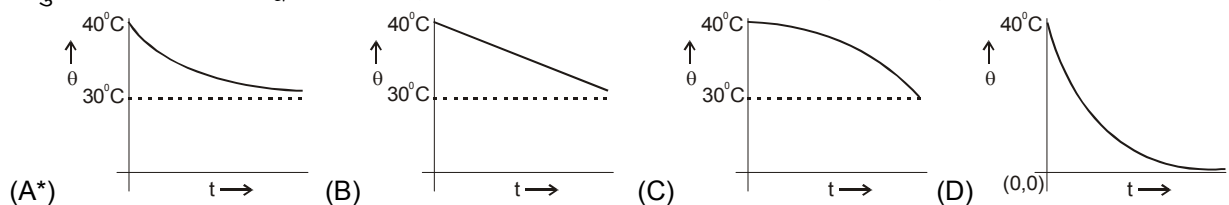
$$38 - 30 = (40 - 30) e^{-k \cdot 10} \quad \dots (1)$$

माना 10 मिनट पश्चात्, वस्तु का तापमान θ हो जाता है

$$\theta - 30 = (38 - 30) e^{-k \cdot 10} \quad \dots (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \text{ से } \frac{8}{\theta - 30} = \frac{10}{8}, \theta - 30 = 6.4 \Rightarrow \theta = 36.4^\circ\text{C}$$

7. The temperature of the body in $^\circ\text{C}$ denoted by θ the variation of θ versus time t is best denoted as
वस्तु का $^\circ\text{C}$ में तापमान θ द्वारा प्रदर्शित है θ का समय t के साथ परिवर्तन का सही प्रदर्शन है



Sol. Temperature decreases exponentially.
ताप चर घातांकी घटता है।

8. When the body temperature has reached 38°C , it is heated again so that it reaches to 40°C in 10 minutes. The total heat required from a heater by the body is:
जब वस्तु का ताप 38°C पहुँचता है तो इसको दुबारा इस प्रकार गर्म करते हैं कि इसका तापमान 10 मिनट में 40°C हो जाता है तो वस्तु के लिए हीटर से प्राप्त कुल ऊष्मा होगी –

(A) 3.6J (B) 7J (C*) 8 J (D) 4 J

Sol. During heating process from 38 to 40 in 10 min. The body will lose heat in the surrounding which will be exactly equal to the heat lost when it is cooled from 40 to 38 in 10 min, which is equal to $ms \Delta\theta = 2 \times 2 = 4 \text{ J}$.

During heating process heat required by the body = $m s \Delta\theta = 4 \text{ J}$.

\therefore Total heat required = 8 J.

हल 38 से 40°C तक 10 मिनट में गर्म करने के दौरान, वस्तु वातावरण में ऊष्मा क्षय करेगी जो कि 10 मिनट में 40 से 38°C तक ठण्डी होने में उत्सर्जित ऊष्मा के बराबर होगी, जो कि $ms \Delta\theta = 2 \times 2 = 4 \text{ J}$ के बराबर है।

गर्म करने के दौरान वस्तु के लिए आवश्यक ऊष्मा = $m s \Delta\theta = 4 \text{ J}$.

\therefore कुल आवश्यक ऊष्मा = 8 J.

9. A liquid cools from 70°C to 60°C in 5 minutes. Find the time in which it will further cool down to 50°C , if its surrounding is held at a constant temperature of 30°C .

एक द्रव 70°C से 60°C तक 5 मिनट में ठंडा होता है। वह समय ज्ञात कीजिये जिसमें यह और 50°C तक ठंडा होता है। यदि इसके परिवेश (वातावरण) का ताप 30°C पर नियत रखा जाता है।

Ans. 7 minutes मिनट

Sol.
$$\frac{70 - 60}{5} = K \left[\frac{70 + 60}{2} - 30 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{10}{5} = K [65 - 30] \quad \dots(i)$$

Now अब
$$\frac{60 - 50}{t} = K [65 - 30] \quad \dots(ii)$$

Dividing equation (i) and (ii)

समीकरण (i) में (ii) भाग देने पर

$$\frac{t}{5} = \frac{35}{25}$$

$$t = \frac{7}{5} \times 5 = 7 \text{ min}$$

10. Two spherical bodies A (radius 6 cm) and B (radius 18 cm) are at temperature T_1 and T_2 respectively. The maximum intensity in the emission spectrum of A is at 500 nm and in that of B is at 1500 nm. Considering them to be black bodies, what will be the ratio of the rate of total energy radiated by A to that of B?

दो गोलाकार पिण्ड A (त्रिज्या 6 cm) तथा B, (त्रिज्या 18 cm) क्रमशः T_1 तथा T_2 तापमान पर हैं। उनसे उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की अधिकतम तीव्रता A के लिए 500 nm पर तथा B के लिए 1500 nm पर हैं। इन पिण्डों को कृष्णिकायें मानते हुए, A तथा B से कुल ऊर्जा उत्सर्जन का अनुपात क्या होगा?

[JEE, 2010, 3/163]

Ans. 9

Sol. $(\lambda_m)_B = 3(\lambda_m)_A$

$\Rightarrow T_A = 3T_B$

$E_1 = 4\pi (6)^2 \sigma T_A^4 = 4\pi (6)^2 (3T_B)^4$

$E_2 = 4\pi (18)^2 \sigma T_B^4$

$$\frac{E_1}{E_2} = 9.$$

11. A metal is heated in a furnace where a sensor is kept above the metal surface to read the power radiated (P) by the metal. the sensor has scale that displays $\log_2 (P / P_0)$, where P_0 is a constant. When the metal surface is at a temperature of 487°C , the sensor shows a value 1. Assume that the emissivity of the metallic surface remains constant. What is the value displayed by the sensor when the temperature of the metal surface is raised to 2767°C . **[JEE Advanced 2016 ; P-1, 3/62]**

एक धातु के भट्टी में गरम करते हुए उसकी विकिरण शक्ति (P) को धातु के ऊपर रखे हुए एक संवेदक (sensor) से पढ़ते हैं। संवेदक का $\log_2 (P / P_0)$ को पढ़ता है, यहाँ P_0 एक स्थिरांक है। जब धातु का तापमान 487°C है तो संवेदक का पठन 1 है। मान लीजिये कि धातु की सतह की उत्सर्जकता स्थिर है। धातु की सतह का तापमान 2767°C तक बढ़ाने पर संवेदक का पठन क्या होगा ?

Ans. 9

Sol. $\log_2 \frac{P_1}{P_0} = 1$

therefore इसलिये, $\frac{P_1}{P_0} = 2$

according to steffan's law स्टीफन के नियम द्वारा

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 = \left(\frac{2767 + 273}{487 + 273} \right)^4 = 4^4$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{2P_0} = 4^4$$

$$\frac{P_2}{P_0} = 2 \times 4^4$$

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{P_2}{P_0} &= \log_2 [2 \times 4^4] \\ &= \log_2 2 + \log_2 4^4 \\ &= 1 + \log_2 2^8 \\ &= 1 + 8 \\ &= 9 \end{aligned}$$