Exercise-1

✎ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

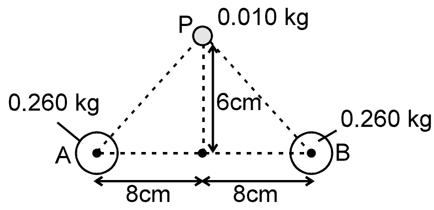
भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

खण्ड़ (A) : गुरूत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम

A-1. सामान्य आदमी के मस्तिष्क का द्रव्यमान 1.4 kg है। पूर्ण चन्द्रमा ऐसे किसी मस्तिष्क पर कितना बल लगा रहा होगा अगर यह मस्तिष्क के केन्द्र से 378000 km की दूरी पर हो ? (चन्द्रमा का द्रव्यमान = 7.34×10^{22} kg)

A-2. एक ही पदार्थ एवं समान त्रिज्या 'r' के दो एक समान ठोस गोले (द्रव्यमान एक समान वितरित) एक दूसरे को स्पर्श कर रहे है। अगर गोलो के पदार्थ का घनत्व 'ρ' है तो उनके बीच गुरूत्वाकर्षण बल कितना होगा।

A-3. दो समरूप गोले प्रत्येक का द्रव्यमान 0.260 kg है, चित्रानुसार बिन्दु 'A' और 'B' पर जड़वत् है। 0.010 kg द्रव्यमान के गोले के प्रारम्भिक त्वरण का परिमाण एवम् दिशा क्या होगी अगर इसे विराम से बिन्दु 'P' से छोड़ा जाता है और इस पर केवल गोले 'A' तथा 'B' के कारण गुरूत्वीय आकर्षण बल लगता है। (उत्तर G के पदो में दीजिए।)



खण्ड (B) : गुरूत्वीय क्षेत्र एवम् विभव

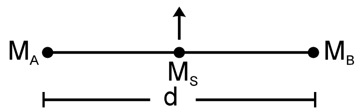
B-1. किसी क्षेत्र में गुरूत्वीय विभव का मान V = (20x + 40y) J/kg द्वारा दिया जाता है, एक बिन्दु जिसके निर्देशांक (2, 4) हैं पर गुरूत्वीय क्षेत्र (न्यूटन/कि. ग्रा. में) की गणना कीजिए। अगर 0.250 kg का कण बिन्दु (2, 4) पर रखा है, तो इस पर लगने वाले गुरूत्वीय बल के परिमाण की गणना कीजिए।

B-2. पृथ्वी की त्रिज्या 6.4×10^6 मीटर तथा माध्य घनत्व 5.5×10^3 kg/m^3 है। पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय विभव की गणना कीजिए।

खण्ड (C) : गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा तथा स्व–ऊर्जा

C-1. एक वस्तु प्रारम्भ में पृथ्वी (R त्रिज्या) की सतह से R ऊँचाई पर विरामावस्था में रखी है तथा मुक्त रूप से पृथ्वी की ओर गिरती है। पृथ्वी की सतह पर पहुँचने पर इसके वेग का मान बताइये ? (g = पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण हैं)

C-2.✎ दो ग्रह A और B एक दूसरे से d दूरी पर चित्रानुसार जड़वत् है। अगर A का द्रव्यमान M_A तथा B का द्रव्यमान M_B है तो उपग्रह जिसका द्रव्यमान M_S है, को दोनों ग्रहों के मध्य बिन्दु से अनन्त की ओर प्रक्षेपित करने के लिए आवश्यक न्यूनतम वेग ज्ञात करो।



खण्ड (D) : उपग्रहों के लिए कैपलर का नियम, कक्षीय चाल एवम् पलायन वेग

D-1. एक उपग्रह को r त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में तथा दूसरे उपग्रह को 1.01 r त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में स्थापित किया जाता है। द्वितीय उपग्रह का आवर्तकाल प्रथम उपग्रह के मुकाबले लगभग कितने प्रतिशत अधिक होगा।

D-2.✎ दो एक समान तारे जिनका द्रव्यमान M है, उनके द्रव्यमान केन्द्र के परितः चक्कर काट रहे है। प्रत्येक कक्षा वृत्तीय है तथा त्रिज्या R है तथा दोनों तारे हमेशा एक व्यास के विपरीत सिरो पर रहते है।
(a) एक तारे का दूसरे तारे पर गुरूत्वीय बल ज्ञात कीजिए ?
(b) प्रत्येक तारे की कक्षीय चाल तथा कक्षक का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए ?
(c) दोनों की उभयनिष्ठ कोणीय चाल ज्ञात कीजिए ?
(d) दोनो तारों को अनन्त तक अलग करने के लिए आवश्यक न्यूनतम–ऊर्जा ज्ञात कीजिए।
(e) यदि एक उल्का पिण्ड इनके कक्षीय तल के लम्बवत् तथा द्रव्यमान केन्द्र से गुजरता है तो उस बिन्दु पर चाल कितनी होनी चाहिए, ताकि यह तारे युग्म से अनन्त पर पलायन कर सके।

D-3. एक समान द्रव्यमान के दो उपग्रहों A तथा B को पृथ्वी के केन्द्र के परितः वृत्तीय कक्षा मे भेजा जाता है। उपग्रह 'A' को 6400 km तथा B को 19200 km की ऊचाँई की कक्षा में भेजा जाता है। पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km है। ज्ञात करो –
(a) स्थितिज ऊर्जा का अनुपात। (b) गतिज ऊर्जा का अनुपात।
(c) w इनमें से किसकी कुल ऊर्जा अधिक होगी।

D-4. सूर्य से शनि ग्रह, मंगल ग्रह के मुकाबले छः गुना दूर है। कौनसे ग्रह का –
(a) परिक्रमण काल ज्यादा होगा ? **(b)** कक्षीय चाल ज्यादा होगी
(c) कोणीय चाल ज्यादा होगी ?

खण्ड (E) : पृथ्वी तथा अन्य ग्रहों का गुरूत्वीय क्षेत्र

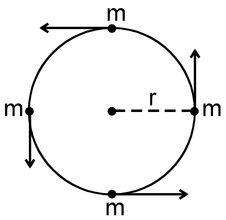
E-1. पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की त्रिज्या की (1/20)वीं ऊचाँई पर स्थित बिन्दु पर गुरूत्वीय त्वरण 9 m/s^2 है। सतह से इतनी ही गहराई पर स्थित बिन्दु पर त्वरण का लगभग मान ज्ञात कीजिए।

E-2. अगर किसी लोलक का भूमध्य रेखा पर आवर्तकाल ठीक 1.00 सैकण्ड है तो दक्षिण ध्रुव पर इसका आवर्तकाल क्या होगा ? यह मानिए कि पृथ्वी गोल है और पृथ्वी के घूर्णन का प्रभाव लें।

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

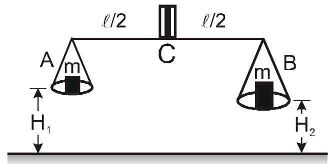
खण्ड (A) : गुरूत्वाकर्षण का सार्वत्रिक नियम

A-1. m द्रव्यमान के चार एक समान कण एक–दूसरे के गुरूत्वीय प्रभाव में r त्रिज्या के वृत्त में चित्रानुसार एक ही दिशा में समान चाल से चक्कर काट रहे है। किसी भी एक कण का वेग होगा –



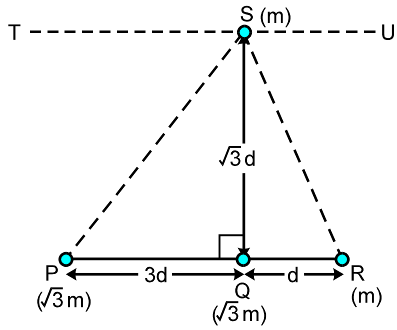
(A) $\left[\frac{Gm}{r}\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{4}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ (B) $\sqrt[3]{\frac{Gm}{r}}$ (C) $\sqrt{\frac{Gm}{r}\left(1+2\sqrt{2}\right)}$ (D) शून्य

A-2. समान m द्रव्यमान के दो गट्टों को एक तुला पर चित्रानुसार रखा जाता है। तुला के एक पलडे A की ऊचाँई H_1 तथा B की ऊचाँई H_2 है तो तुला को जोड़ने वाली छड़ पर 'C' के परितः लगने वाला कुल बलाघूर्ण क्या होगा ? (छड़ की लम्बाई ℓ है तथा H_1 एवं $H_2 << R$ है) $(H_1 > H_2)$



(A) $mg\left(\frac{1-2H_1}{R}\right)\ell$ (B) $\frac{mg}{R}(H_1-H_2)\ell$ (C) $\frac{2mg}{R}(H_1+H_2)\ \ell$ (D) $2mg\frac{H_2H_1}{H_1+H_2}\ell$

A-3. तीन कणों P, Q तथा R को चित्रानुसार रखा जाता है। P, Q तथा R के द्रव्यमान क्रमशः $\sqrt{3}$ m, $\sqrt{3}$ m तथा m है। चौथे कण 'S' जिसका द्रव्यमान m है, पर लगने वाले गुरूत्वाकर्षण बल का मान क्या होगा ?



(A) $\frac{\sqrt{3}GM^2}{2d^2}$ केवल ST दिशा में

(B) $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{2d^2}$, SQ की दिशा में तथा $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{2d^2}$ SU की दिशा में

(C) $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{2d^2}$ केवल SQ की दिशा में

(D) $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{2d^2}$ SQ की दिशा में तथा $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{2d^2}$ ST की दिशा में

A-4. L लम्बाई के समबाहु त्रिभुज के तीन कोनों पर तीन एक समान M द्रव्यमान के तारे उपस्थित है। उस चाल की गणना कीजिए जिससे ये तीनों तारे एक दूसरे के गुरूत्वीय बलों के प्रभाव मे त्रिभुज के परिवृत्त में वृत्ताकार कक्षा में चक्कर काटते है जबकि समबाहु त्रिभुज अभी भी वैसे ही है

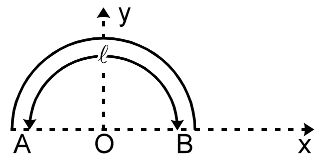
(A) $\sqrt{\frac{2GM}{L}}$ (B) $\sqrt{\frac{GM}{L}}$ (C) $2\sqrt{\frac{GM}{L}}$ (D) यह संभव नहीं है

खण्ड (B) : गुरूत्वीय क्षेत्र तथा विभव

B-1. माना किसी स्थान में गुरूत्वीय क्षेत्र का मान E = – (k/r) द्वारा दिया जाता है। अगर मानक बिन्दु d_i दूरी पर है जहाँ विभव V_i है तो विभव का सम्बन्ध निम्न प्रकार दिया जाएगा –

(A) $V = k\,\ell n\,\frac{1}{V_i} + 0$ (B) $V = k\,\ell n\,\frac{r}{d_i} + V_i$ (C) $V = \ell n\frac{r}{d_i} + kV_i$ (D) $V = \ell n\frac{r}{d_i} + \frac{V_i}{k}$

B-2. चित्र में प्रदर्शित m द्रव्यमान एवम् ℓ लम्बाई के पतले तार AB से बने अर्द्धवृत्त के केन्द्र पर गुरूत्वीय क्षेत्र का मान क्या होगा:



(A) $\frac{Gm}{\ell^2}$ धनात्मक x अक्ष की दिशा

(B) $\frac{Gm}{\pi\ell^2}$ धनात्मक y अक्ष की दिशा में

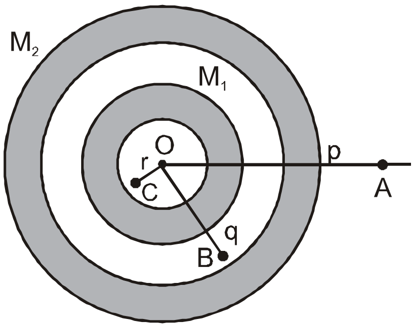
(C) $\frac{2\pi Gm}{\ell^2}$ धनात्मक x अक्ष की दिशा में

(D) $\frac{2\pi Gm}{\ell^2}$ धनात्मक y अक्ष की दिशा में

B-3. (0, 0) बिन्दु से बहुत अधिक संख्या मे समान द्रव्यमान m के कणो को क्षैतिज दूरी 1 मीटर, 2 मीटर, 4 मीटर, 8 मीटर ...... पर रखते है, तो बिन्दु (0, 0) पर कुल गुरूत्वीय विभव क्या होगा :

(A) – 8G m (B) – 3G m (C) – 4G m (D) – 2G m

B-4. एक समान घनत्व के दो संकेन्द्रीय गोले जिनका द्रव्यमान M_1 तथा M_2 है, चित्र में दिखाए गए है। A,B तथा C स्थितियों पर रखे m द्रव्यमान के कण पर लगने वाले बल का मान क्रमशः होगा – (दिया है OA = p, OB = q तथा OC = r)



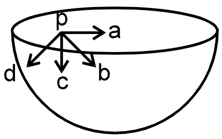
(A) शून्य, $G\frac{M_1m}{q^2}$ और $G\frac{(M_1+m_2)m}{p^2}$

(B) $G\frac{(M_1+M_2)m}{p^2}$, $G\frac{(M_1+M_2)m}{q^2}$ और $G\frac{M_1m}{r^2}$

(C) $G\frac{M_1m}{q^2}$, $G\frac{M_1m}{q^2}$ और शून्य

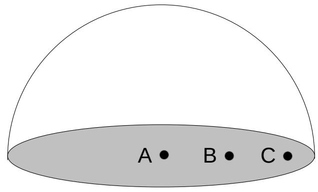
(D) $\frac{G(M_1+M_2)m}{p^2}$, $G\frac{M_1m}{q^2}$ और शून्य

B-5. चित्रानुसार एक एकसमान द्रव्यमान घनत्व का अर्द्धगोलीय कोश दिखाया गया है। बिन्दु P पर गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र की तीव्रता की दिशा किसके अनुदिश होगी –



(A) a (B) b (C) c (D) d

B-6. द्रव्यमान M एक पतले अर्द्धखोखले गोले (कोश) के सिर्फ वक्रपृष्ठ पर एकसमान रूप से वितरित है। अर्द्धगोले के वृत्ताकार आधार पर तीन बिन्दु A, B तथा C इस प्रकार हैं कि A केन्द्र पर है। माना कि बिन्दु A, B और C पर गुरूत्वीय विभव क्रमशः V_A, V_B और V_C हैं तो –



(A) $V_A > V_B > V_C$ (B) $V_C > V_B > V_A$

(C) $V_B > V_A$ तथा $V_B > V_C$ (D) $V_A = V_B = V_C$

खण्ड (C) : गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा व स्व–ऊर्जा

C-1. M द्रव्यमान एवं R त्रिज्या की पृथ्वी के केन्द्र से R_0 दूरी पर स्थित एक वस्तु विरामावस्था से प्रारम्भ होती है। वस्तु द्वारा प्राप्त वेग की गणना करो जब यह पृथ्वी की सतह पर पहुँचती है।

(A) $\sqrt{GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_0}\right)}$ (B) $\sqrt{3GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_0}\right)}$ (C) $\sqrt{2GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_0}\right)}$ (D) $2\sqrt{GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_0}\right)}$

C-2. तीन एक समान द्रव्यमान 'm' समबाहु त्रिभुज जिसकी भुजा 'a' है के तीन कोनों पर रखे है –

(a) यदि समान द्रव्यमान m का एक चौथा कण त्रिभुज के केन्द्र पर रख दिया जाये तो इस पर कुल बल का मान होगा–

(A) $\frac{Gm^2}{a^2}$ (B) $\frac{4Gm^2}{3a^2}$ (C) $\frac{3Gm^2}{a^2}$ (D) शून्य

(b) अगर उपरोक्त प्रश्न में चौथा कण त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिन्दु पर रख दिया जाए तो इस पर कुल बल होगा

(A) $\frac{Gm^2}{a^2}$ (B) $\frac{4Gm^2}{3a^2}$ (C) $\frac{3Gm^2}{a^2}$ (D) शून्य

(c) अगर उपरोक्त प्रश्न में a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को 2a कर दे , तो निकाय पर किया गया कार्य होगा :

(A) $\frac{3Gm^2}{a}$ (B) $\frac{3Gm^2}{2a}$ (C) $\frac{4Gm^2}{3a}$ (D) $\frac{Gm^2}{a}$

(d) अगर उपरोक्त प्रश्न में तीसरे कण को छोड़ दिया जाये तथा अन्य दो कणों को स्थिर रखा जाए तो तीसरे कण की चाल तब क्या होगी, जब यह अन्य दो को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरता है –

(A) $\sqrt{\frac{2Gm}{a}}$ (B) $2\sqrt{\frac{Gm}{a}}$ (C) $\sqrt{\frac{Gm}{a}}$ (D) $\sqrt{\frac{Gm}{2a}}$

खण्ड (D) : उपग्रह के लिए कैपलर का नियम, कक्षीय वेग और पलायन वेग

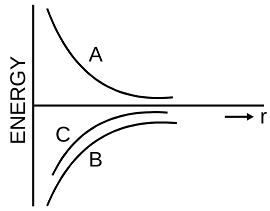
D-1. पृथ्वी के चारो ओर चक्कर काट रहे उपग्रह का आवर्तकाल है – (ρ पृथ्वी का घनत्व है)

(A) $\frac{1}{\rho}$ के समानुपाती (B) $\frac{1}{\sqrt{\rho}}$ के समानुपाती (C) ρ के समानुपाती (D) ρ पर निर्भर नहीं करता है।

D-2. पृथ्वी का एक कृत्रिम उपग्रह एक पैकेट छोड़ता है। अगर हवा के प्रतिरोध को नगण्य माने तो बताइये कि यह पैकेट कहाँ टकराएगा। (जहाँ से छोड़ा था उस स्थिति के सापेक्ष)

(A) आगे (B) ठीक नीचे (C) पीछे (D) यह कभी पृथ्वी तक नहीं पहुँचेगा।

D-3. वृत्ताकार कक्षा में घूमते ग्रह की ऊर्जा का कक्ष की त्रिज्या के साथ परिवर्तन चित्र में प्रदर्शित है। वक्र A, B तथा C के बारे में सत्य कथन का चयन कीजिए



(A) A गतिज ऊर्जा को, B कुल ऊर्जा को तथा C निकाय की स्थितिज ऊर्जा को बताता है।

(B) C कुल ऊर्जा को, B गतिज ऊर्जा को तथा A निकाय की स्थितिज ऊर्जा को बताता है।

(C) C तथा A क्रमशः गतिज तथा स्थितिज ऊर्जा को तथा B निकाय की कुल ऊर्जा को बताता है।

(D) A तथा B क्रमशः गतिज तथा स्थितिज ऊर्जा को तथा C निकाय की कुल ऊर्जा को बताता है।

D-4. m द्रव्यमान का एक ग्रह M द्रव्यमान के सूर्य के परितः दीर्घवृत्तिय कक्षा में घूम रहा है। ग्रह की सूर्य से न्यूनतम एवं अधिकतम दूरी क्रमशः r_1 एवं r_2 है। यदि ग्रह का न्यूनतम वेग $\sqrt{\frac{2GMr_1}{(r_1+r_2)r_2}}$ हो तो अधिकतम वेग होगा–

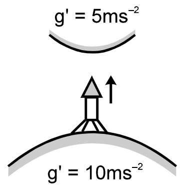
(A) $\sqrt{\frac{2GMr_2}{(r_1+r_2)r_1}}$ (B) $g\sqrt{\frac{2GMr_1}{(r_1+r_2)r_2}}$ (C) $\sqrt{\frac{2Gmr_2}{(r_1+r_2)r_1}}$ (D) $\sqrt{\frac{2GM}{r_1+r_2}}$

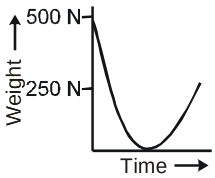
D-5. पृथ्वी की सतह से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी जाने वाली वस्तु का पलायन वेग 11 km/s है। यदि वस्तु को ऊर्ध्वाधर से 45^o के कोण पर फेंका जाये तो पलायन वेग होगा

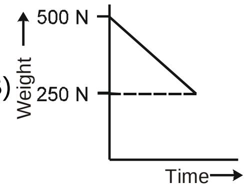
(A) $11\sqrt{2}$ km/s (B) 22 km/s (C) 11 km/s (D) $11/\sqrt{2}$ m/s

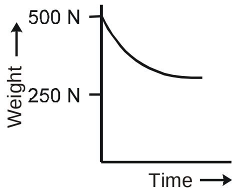
खण्ड (E) : पृथ्वी तथा अन्य ग्रहों का गुरूत्वीय क्षेत्र

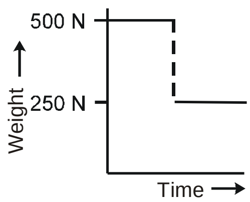
E-1. अगर पृथ्वी के गुरूत्व के कारण पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण 10 ms^{-2} तथा हमारे सोलर निकाय में किसी अन्य ग्रह की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण 5 ms^{-2} है। पृथ्वी पर 50 किग्रा० का अन्तरिक्ष यात्री इस अन्य ग्रह पर अन्तरिक्षयान में नियत चाल से जाता है। उड़ान के समय के साथ अन्तरिक्षयात्री के भार को निम्न द्वारा दर्शाया जा सकता है :



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. एक कण को पृथ्वी के केन्द्र से दूरी r (> R) तक ले जाते हैं। R पृथ्वी की त्रिज्या है। वेग V, त्रिज्या के लम्बवत् है। स्तम्भ I में दिये गये V के परिमाण को स्तम्भ II में, कण की कुल ऊर्जा तथा स्तम्भ III में दिये गये कण के परिणामी पथ से मिलान कीजिए। यहाँ 'G' सार्वत्रिक गुरूत्वाकर्षण नियतांक तथा 'M' पृथ्वी का द्रव्यमान है।

स्तम्भ I (वेग)	**स्तम्भ II (कुल ऊर्जा)**	**स्तम्भ III (पथ)**
(A) $V = \sqrt{GM/r}$	(p) ऋणात्मक	(t) दीर्घवृत्ताकार
(B) $V = \sqrt{2GM/r}$	(q) धनात्मक	(u) परवलय
(C) $V > \sqrt{2GM/r}$	(r) शून्य	(v) अतिपरवलय
(D) $\sqrt{GM/r} < V < \sqrt{2GM/r}$	(s) अनन्त	(w) वृत्ताकार

2. माना किसी समांग (uniform) द्रव्यमान वितरण के कारण V तथा E किसी बिन्दु पर क्रमशः गुरूत्वीय विभव व गुरूत्वीय क्षेत्र को दर्शाते है। यह द्रव्यमान वितरण अलग–अलग स्थितियों में स्तम्भ-I में दिया गया है। अनन्त पर गुरूत्वीय विभव को शून्य माने। E तथा V के मान स्तम्भ-II में दिये गये है। स्तम्भ-I में दिये गये कथनों को स्तम्भ-II के परिणाम के साथ सुमेलित करिए।

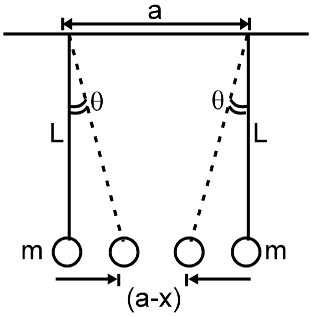
स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) पतले गोलाकार कोश के केन्द्र पर	(p) $E = 0$
(B) ठोस गोले के केन्द्र पर	(q) $E \neq 0$
(C) एक ठोस गोला जिसमें एक गोलाकार गुहिका (cavity) है यह गुहिका सकेन्द्रीय नही है तो इस गोलाकार गुहिका के केन्द्र पर	(r) $V \neq 0$
(D) दो समान द्रव्यमान के बिन्दु द्रव्यमानों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर	(s) $V = 0$

Exercise-2

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

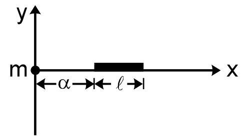
भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. दो एक समान द्रव्यमान m की गेंदों को समान L लम्बाई की डोरियों से चित्रानुसार लटकाया जाता है। अगर रस्सियों के ऊपरी सिरों के बीच की दूरी a है तो दोनों गेंदों के बीच आकर्षण के कारण डोरिया उर्ध्वाधर से निम्न कोण θ बनाएगी –



(A) $\tan^{-1}\dfrac{(a-x)g}{mG}$ (B) $\tan^{-1}\dfrac{mG}{(a-x)^2 g}$ (C) $\tan^{-1}\dfrac{(a-x)^2 g}{mG}$ (D) $\tan^{-1}\dfrac{(a^2-x^2)g}{mG}$

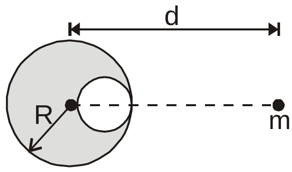
2. एक सीधी छड़ जिसकी लम्बाई ℓ है को $x = \alpha$ से $x = \ell + \alpha$ तक चित्रानुसार रखा गया है। अगर प्रति एकांक लम्बाई में द्रव्यमान घनत्व $(a + bx^2)$ है तो $x = 0$ पर रखे बिन्दुवत् द्रव्यमान , m पर गुरूत्वीय बल कितना लगेगा ?



(A) $Gm\left(a\left(\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha+\ell}\right)+b\ell\right)$ (B) $\dfrac{Gm(a+bx^2)}{\ell^2}$

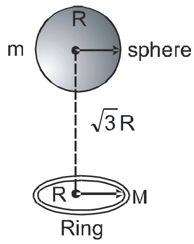
(C) $Gm\left(\alpha\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a+\ell}\right)+b\ell\right)$ (D) $Gm\left(a\left(\dfrac{1}{\alpha+\ell}-\dfrac{1}{\alpha}\right)+b\ell\right)$

3.✍ एक सीसे के बने R त्रिज्या के गोले में एक खोखला गोलीय छिद्र इस तरह बनाया जाता है कि यह छिद्र सीसे के गोले की बाहरी सतह को स्पर्श करें तथा गोले के केन्द्र से गुजरे। गोले के खोखला होने से पहले द्रव्यमान M था। एक m द्रव्यमान के छोटे गोले को यह (सीसे का गोला रिक्ती सहित) किस गुरूत्वीय बल से आकर्षित करेगा, अगर यह 'm' द्रव्यमान युक्त गोले के केन्द्र से d दूरी पर है, (दिया है : d = 2R) :



(A) $\dfrac{7GMm}{18R^2}$ (B) $\dfrac{7GMm}{36R^2}$ (C) $\dfrac{7GMm}{9R^2}$ (D) $\dfrac{7GMm}{72R^2}$

4.✍ M द्रव्यमान वाली एक समान वलय, एक m द्रव्यमान वाले एक समान गोले के नीचे केन्द्र से $\sqrt{3}$ दूरी पर चित्रानुसार रखी है तथा वलय और गोले दोनो की त्रिज्या R हो तो वलय द्वारा गोले पर लगाया गया गुरूत्वीय बल होगा :



(A) $\dfrac{GMm}{8R^2}$ (B) $\dfrac{GMm}{3R^2}$ (C) $\sqrt{3}\dfrac{GMm}{R^2}$ (D) $\sqrt{3}\dfrac{GMm}{8R^2}$

5. बहुत अधिक दूरी पर स्थित एक समान पृष्ठीय द्रव्यमान घनत्व वाले दो गोलीय कोशों A व B के केन्द्र पर गुरूत्वीय विभव 3 : 4 के अनुपात में है। यदि दोनों गोलीय कोशों को मिलाकर एक नया कोश बनाते है जिस पर पृष्ठीय द्रव्यमान घनत्व समान रहे तो नये कोश तथा कोश A के आन्तरिक बिन्दु पर विभव का अनुपात है –

(A) 3 : 2 (B) 4 : 3 (C) 5 : 3 (D) 3 : 5

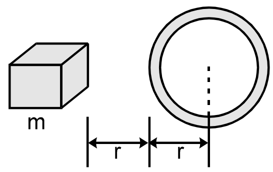
6. एक m द्रव्यमान का ब्लॉक चित्रानुसार, m द्रव्यमान एवम् r त्रिज्या के गोलीय कोश से r दूरी पर रखा है तो –

(A) केवल कोश के अन्दर गुरूत्वीय क्षेत्र का मान शून्य होगा।

(B) गुरूत्वीय क्षेत्र तथा गुरूत्वीय विभव दोनों का मान कोश के अन्दर शून्य होगा।

(C) गुरूत्वीय विभव तथा गुरूत्वीय क्षेत्र की तीव्रता कोश के अन्दर शून्य नहीं होगी।

(D) कुछ कह नहीं सकते।



7. किसी गोलीय क्षेत्र में घनत्व केन्द्र से दूरी के व्युत्क्रमानुपाती रूप में बदलता है। केन्द्र से r दूरी पर गुरूत्वीय क्षेत्र का मान होगा–

(A) r के समानुपाती (B) 1/r के समानुपाती (C) r^2 के समानुपाती (D) सभी जगह एक समान

8. उपरोक्त प्रश्न में गुरूत्वीय विभव होगा –

(A) r पर रेखीय रूप से निर्भर करता है। (B) 1/r के समानुपाती

(C) r^2 के समानुपाती (D) सभी जगह एक समान

9. एक m द्रव्यमान की वस्तु को पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की त्रिज्या के तीन गुना ऊचाँई तक उठाया जाता है। वस्तु की स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन होगा ? (g = पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय क्षेत्र)

(A) mgR (B) 3/4 mgR (C) 1/3 mgR (D) 2/3 mgR

10. एक बिन्दु P, M द्रव्यमान तथा R त्रिज्या की स्थिर वलय की अक्ष पर इसके केन्द्र O से 2R दूरी पर स्थित है। एक छोटा कण P से शुरू होकर केवल गुरूत्वाकर्षण प्रभाव में ही O तक पहुँचता है। इसकी O पर चाल होगी –

(A) शून्य (B) $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ (C) $\sqrt{\frac{2GM}{R}(\sqrt{5}-1)}$ (D) $\sqrt{\frac{2GM}{R}(1-\frac{1}{\sqrt{5}})}$

11. R त्रिज्या की पृथ्वी की सतह से प्रक्षेपित कण का वेग त्रिज्य दिशा में बाहर की ओर kv_e है, जहाँ v_e पलायन वेग है तथा k < 1 है। पृथ्वी के केन्द्र से अधिकतम ऊचाँई क्या होगी जहाँ तक यह जा सकता है (हवा का प्रतिरोध नगण्य मानें) –

(A) $\frac{R}{k^2+1}$ (B) k^2 R (C) $\frac{R}{1-k^2}$ (D) kR

12. एक ग्रह के केन्द्र से r दूरी पर परिभ्रमण करता हुआ एक उपग्रह भूस्थिर कक्षा मे है। यदि ग्रह का स्वयं के अक्ष के परित कोणीय वेग दुगुना कर दिया जाये तो अब उपग्रह को भूस्थिर कक्षा में रहने के लिए उपग्रह की ग्रह के केन्द्र से दूरी होगी–

(A) $\frac{r}{2}$ (B) $\frac{r}{2\sqrt{2}}$ (C) $\frac{r}{(4)^{1/3}}$ (D) $\frac{r}{(2)^{1/3}}$

13. एक भूस्थायी उपग्रह पृथ्वी के चारो ओर 36000 किमी० त्रिज्या की कक्षा में चक्कर लगा रहा है तो पृथ्वी की सतह से कुछ सौ किमी० ऊचाँई पर चक्कर काट रहे गुप्तचर (spy) उपग्रह का आवर्तकाल क्या होगा ? ($R_{पृथ्वी}$ = 6400 किमी०) :

[JEE (Scr) 2002, 3/84]

(A) 1/2 hr (B) 1 hr (C) 2 hr (D) 4 hr

14. एक m द्रव्यमान का एक उपग्रह R त्रिज्या की पृथ्वी की सतह से x ऊँचाई पर चक्कर लगा रहा है। यदि g पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण है, उपग्रह की कक्षीय चाल है : **[AIEEE2004, 4/300]**

(A) gx (B) $\frac{gR}{R-x}$ (C) $\frac{gR^2}{R+x}$ (D) $\left(\frac{gR^2}{R+x}\right)^{1/2}$

15. यदि न्यूटन का गुरूत्वाकर्षण नियम r^{-2} के अतिरिक्त किसी ओर व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करे तो, ग्रहों की गति के लिए केप्लर के तीनों नियमों में से कौनसा नियम अपरिवर्तित रहेगा ? **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

(A) कक्षा की प्रकृति के लिए प्रथम नियम

(B) नियत क्षेत्रीय चाल के लिए द्वितीय नियम

(C) कक्षीय आवर्तकाल का अर्द्धदीर्घ अक्ष पर निर्भरता का तृतीय नियम

(D) इनमें से कोई नहीं

16. यह मानिए कि चन्द्रमा का औसत घनत्व पृथ्वी के औसत घनत्व के समान तथा त्रिज्या, पृथ्वी की त्रिज्या की, एक चौथाई है। सैकण्ड लोलक की लम्बाई चन्द्रमा पर क्या होगी ? (अगर यह पृथ्वी की सतह पर 99.2 सेमी० है) –

(A) 24.8 cm (B) 49.6 cm (C) 99.2 (D) $\frac{99.2}{\sqrt{2}}$ cm

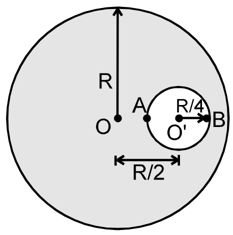
भाग - II : संख्यात्मक प्रश्न (NUMERICAL QUESTIONS)

1. दो तारे किसी द्वि तारे (binary star) निकाय मे वृत्तीय कक्षा में गति करते है। पहला तारा α, 1.00×10^9 km किमी० की त्रिज्या की वृतीय कक्षा में गतिमान है। दूसरा तारा β, 5.00×10^8 किमी० त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा मे गतिमान है। तारे β के द्रव्यमान का तारे α के द्रव्यमान के साथ अनुपात होगा।

2. हमारा सूर्य जिसका द्रव्यमान 2×10^{30} kg है, हमारे मिल्कीवे आकाशगंगा के किनारे पर चक्कर लगा रहा है। इस आकाशगंगा को गोलीय माना जा सकता है, जिसकी त्रिज्या 10^{20}m है। यह मानिए कि मिल्कीवे आकाशगंगा में सूर्य के बिल्कुल समान जैसे कई तारे समान रूप से वितरित है। अगर सूर्य का आवर्तकाल 10^{15} सेकण्ड है और मिल्कीवे आकाशगंगा में तारों की संख्या लगभग $3 \times 10^{(a)}$ है। 'a' का मान बताइये। (दिया है $\pi^2 = 10$, $G = \frac{20}{3} \times 10^{-11}$ in MKS)

3. किसी क्षेत्र में गुरूत्वीय क्षेत्र $\vec{E}(3\hat{i} - 4\hat{j})$ N/kg द्वारा व्यक्त किया जाता है। 1 kg द्रव्यमान के एक कण को रेखा $4y = 3x + 9$ के अनुदिश 1 m की दूरी तक विस्थापित करने में किए गए कार्य की गणना जूल में कीजिए।

4. एक 'R' त्रिज्या के एवम् 'ρ' घनत्व के ठोस गोले में R/4 त्रिज्या की गोलाकार गुहा चित्रानुसार उपस्थित है। बिन्दु B से एक 'm' द्रव्यमान के एक कण को विराम अवस्था से छोड़ा जाता है (गुहा के अन्दर)। जब यह गुहा से टकराता है तब उस क्षण कण का वेग (mm/sec में) ज्ञात करों। (R = 3m, $\rho = \frac{10}{\pi} \times 10^3$ kg/m^3, $G = \frac{20}{3} \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2})



5. यदि पृथ्वी की सतह पर गुरूत्व के कारण त्वरण g है, तो पृथ्वी की सतह से पृथ्वी की त्रिज्या R के बराबर दूरी तक ऊपर उठाने पर m द्रव्यमान की वस्तु की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि $\frac{NmgR}{2}$ है तो N का मान ज्ञात करो :

6. त्रिज्या R = 8 मीटर की एक वलय अत्यन्त घने पदार्थ से बनाई गई है। वलय का द्रव्यमान $m_R = 2.7 \times 10^9$ kg वलय की परिधि पर समान रूप से वितरित है। घने द्रव्यमान का एक कण वलय की अक्ष पर उसके केन्द्र से $x_0 = 6$ मीटर दूरी पर रखा जाता है। गुरूत्वाकर्षण के अतिरिक्त सभी बलों को नगण्य मानें। जब कण वलय के केन्द्र से गुजरता है तब उस क्षण कण की चाल सैमी/सै. में ज्ञात करों (कण का द्रव्यमान $m_p = 3 \times 10^8$ kg)।

7. पृथ्वी के कणों के मध्य लगने वाले गुरूत्वाकर्षण बलों के विरूद्ध पृथ्वी को पूर्णतया विभक्त करने के लिए $x \times 10^{31}$ J ऊर्जा की आवश्यकता होती है। x का मान ज्ञात करों। यह मानना है पृथ्वी समरूप द्रव्यमान घनत्व का गोला है। इस ऊर्जा की गणना के लिए पृथ्वी का द्रव्यमान तथा पृथ्वी की त्रिज्या का गुणनफल 2.5×10^{31} kg-m दिया है तथा $g = 10$ m/s^2 है। **[JEE 1992, 10 Part (b)]**

8. चन्द्रमा की सतह पर एक बहुत बड़े गड्डे से एक कण को ऊर्ध्व ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। गड्डे की गहराई R/100 है जहाँ R चन्द्रमा की त्रिज्या है। अगर प्रक्षेपण का प्रारम्भिक वेग चन्द्रमा की सतह से पलायन वेग के बराबर हो तो चन्द्रमा की सतह के ऊपर प्रक्षेपण द्वारा प्राप्त लगभग अधिकतम ऊँचाई xR है तो x का मान ज्ञात करों

[JEE 2003 (Main), 4/60]

9. पृथ्वी के एक उपग्रह का आवर्तकाल 5 घण्टे है। यदि पृथ्वी व उपग्रह के मध्य दूरी प्रारम्भिक मान की 4 गुने तक बढ़ायी जाती है, तो नया आवर्तकाल (घण्टे में) होगा **[AIEEE 2003, 4/300]**

10. यदि पृथ्वी की त्रिज्या R हो एवं एक भूस्थिर उपग्रह की पृथ्वी की सतह से ऊँचाई R हो, तो न्यूनतम कोटिपूरक अक्षांश (co-latitude) (डिग्री में) की गणना कीजिए जो एक भूस्थिर उपग्रह से सीधे संकेत ले सके। (उपग्रह विषुवतीय तल में है।)

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1. दो ग्रहों के निकाय में m तथा 2m द्रव्यमान वाले दो तारे उनके स्वंय के गुरूत्वाकर्षण प्रभाव में निकाय के द्रव्यमान केन्द्र के परितः चक्कर काट रहे है। अगर इन तारों के बीच की दूरी r है तो उनके चक्कर का आवर्त काल उनके द्रव्यमान केन्द्र के परितः समानुपाती होगा ?

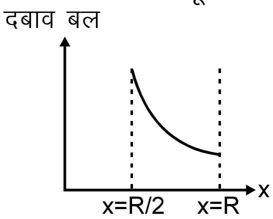
(A) $r^{3/2}$ (B) r (C) $m^{1/2}$ (D) $m^{-1/2}$

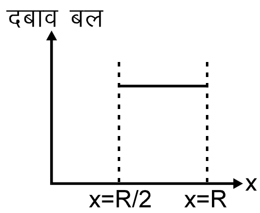
2. एक समरूप, विलगित गोलीय कोश के अन्दर

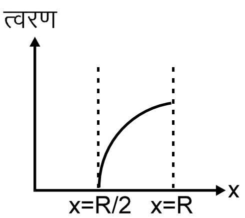
(A) गुरूत्वीय विभव शून्य नही है। (B) गुरूत्वीय क्षेत्र शून्य नही है।

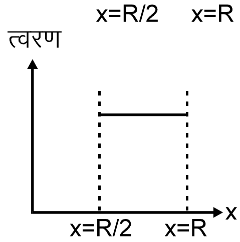
(C) गुरूत्वीय विभव हर जगह एक समान है। (D) गुरूत्वीय क्षेत्र हर जगह एक समान है।

3. पृथ्वी के केन्द्र से लम्बवत् दूरी R/2 पर जीवा के अनुदिश एक सुरंग खोदी जाती है। सुरंग की दीवारों को घर्षणरहित माना जा सकता है। सुरंग के एक कोने से एक कण को छोड़ा जाता है। कण द्वारा दीवार पर लगाया गया दबाव बल और कण का त्वरण x दूरी के साथ निम्नानुसार बदलता है (दूरी केन्द्र से मापी गई है।) :

(A)


(B)


(C)


(D)


4. पृथ्वी के लिए :

(A) केन्द्र तथा अनन्त दोनों जगह गुरूत्वीय क्षेत्र शून्य होता है।

(B) केन्द्र तथा अनन्त दोनों जगह गुरूत्वीय विभव शून्य होता है।

(C) केन्द्र तथा अनन्त दोनों जगह गुरूत्वीय विभव एक समान होता है परन्तु शून्य नहीं होता है।

(D) केन्द्र पर गुरूत्वीय विभव न्यूनतम होता है।

5. पृथ्वी पर स्थित प्रेक्षक के सापेक्ष स्थिर उपग्रह के लिए –

(A) इसको पृथ्वी के अक्ष के परितः ही घूमना चाहिए।

(B) इसको विषुवत रेखीय तल में ही घूमना चाहिए।

(C) इसका कोणीय वेग पश्चिम से पूर्व दिशा में ही होना चाहिए।

(D) इसका आवर्तकाल 24 घण्टे ही होना चाहिए।

6. दीर्घवृत्तीय कक्ष में सूर्य के परितः घूमते ग्रह के लिए कौनसे कथन सत्य है –
(A) इसकी यान्त्रिक ऊर्जा नियत रहती है।
(B) इसका सूर्य के सापेक्ष कोणीय संवेग सरंक्षित रहता है।
(C) सूर्य के सापेक्ष क्षेत्रीय वेग नियत रहता है।
(D) इसका आवर्तकाल r^3 के समानुपाती होता है।

7. सूर्य के चारो ओर दीर्धवृत्तिय कक्षा में परिक्रमा कर रहे ग्रहों का सम्पूर्ण कक्षा में नियत रहता हें।
(A) गतिज ऊर्जा
(B) सूर्य के परितः कोणीय संवेग
(C) स्थितिज ऊर्जा
(D) कुल ऊर्जा

8. पृथ्वी के नजदीक एक उपग्रह विषुवत रेखा के ऊपर 1.5 घण्टे के आवर्तकाल से चक्कर काट रहा है। अगर किसी समय यह विषुवत रेखा पर स्थित बिन्दु P के ठीक ऊपर है तो यह दुबारा बिन्दु P के ठीक ऊपर कितने समय बाद होगा –
(A) 1.5 घण्टे
(B) 1.6 घण्टे बाद अगर यह पश्चिम से पूर्व की ओर चक्कर काट रहा है।
(C) 24/17 घण्टे बाद अगर यह पूर्व से पश्चिम की ओर चक्कर काट रहा है।
(D) 24/17 घण्टे बाद अगर यह पश्चिम से पूर्व की ओर चक्कर काट रहा है।

9. अगर किसी वस्तु को पलायन वेग से कम चाल से फेंका जाए तो –
(A) वस्तु किसी निश्चित ऊँचाई तक जा सकती है तथा एक सीधी रेखा के अनुदिश गिर सकती है।
(B) वस्तु किसी निश्चित ऊँचाई तक जा सकती है तथा परवलयिक पथ के अनुदिश गिर सकती है।
(C) वस्तु पृथ्वी के परित वृत्तीय पथ में घूम सकती है।
(D) वस्तु पृथ्वी के परितः दीर्घ वृत्तीय पथ में घूम सकती है।

10. एक वृत्ताकार कक्षा में चक्कर काटता उपग्रह पलायन कर जाएगा अगर –
(A) इसकी चाल को $(\sqrt{2}-1)$ बढ़ा दिया जाये।
(B) इसकी चाल को प्रारम्भिक चाल की $\sqrt{1.5}$ गुना कर दिया जाये।
(C) इसकी गतिज ऊर्जा को दुगुना कर दिया जाये।
(D) यह कक्ष में चक्कर काटना बन्द कर दे।

11. किसी कक्षा में चक्कर काटते हुए उपग्रह की कक्षा की त्रिज्या को यदि घटा दिया जाय तो
(A) इसकी गतिज ऊर्जा घटेगी।
(B) इसकी स्थितिज ऊर्जा घटेगी।
(C) इसकी यान्त्रिक ऊर्जा घटेगी।
(D) इसकी चाल घटेगी।

12. एक वस्तु का भूमध्य रेखा पर वजन करते है तथा छड़ी सन्तुलन तथा स्प्रिंग सन्तुलन की मदद से प्राप्त मान क्रमशः W_b तथा W_s है। पुनः उत्तरी ध्रुव पर इसी तरह वजन करने से प्राप्त मान क्रमशः W_b' तथा W_s' प्राप्त होते है। यह मानते हुए कि पृथ्वी के कारण गुरूत्वीय क्षेत्र की तीव्रता पृथ्वी सतह पर सब जगह एक समान है तथा सन्तुलन (स्प्रिंग एवं छड़ी) पूर्णतः संवेदनशील है तो–
(A) $W_b = W_b'$
(B) $W_b = W_s$
(C) $W_b' = W_s'$
(D) $W_s' > W_s$

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद # 1

तारों का एक युग्म उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र के परितः घूमता है। एक तारे का द्रव्यमान M व दूसरे का द्रव्यमान m इस प्रकार है कि M = 2m तथा तारों के केन्द्रों के मध्य दूरी d है। (d प्रत्येक तारे के आकार से बहुत अधिक है।)

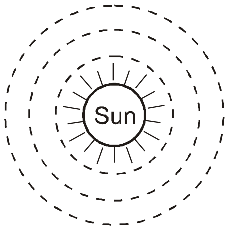
1. तारों का उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र के परितः घूर्णन काल है (d, m, G के पदों में)
(A) $\sqrt{\frac{4\pi^2}{Gm}d^3}$
(B) $\sqrt{\frac{8\pi^2}{Gm}d^3}$
(C) $\sqrt{\frac{2\pi^2}{3Gm}d^3}$
(D) $\sqrt{\frac{4\pi^2}{3Gm}d^3}$

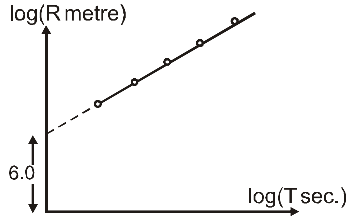
2. दो तारों के उनके उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र के परितः कोणीय संवेग के परिमाण का अनुपात (L_m/ L_M) है –
(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 9

3. दो तारों की गतिज ऊर्जा का अनुपात (K_m/K_M) है –
(A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 9

अनुच्छेद # 2

स्थिर सूर्य के चारों ओर बहुत सारे गृह अलग–अलग त्रिज्या (R) की वृत्ताकार कक्षा में एवं अलग–अलग आवर्त काल (T) से चक्कर लगा रहे है। सूर्य के द्रव्यमान की गणना के लिए ग्रहों की कक्षीय त्रिज्या (R) एवं आवर्त काल के पठन लिये गये है और $\log_{10} T$ एवं $\log_{10} R$ के मध्य ग्राफ बनाया गया। ग्राफ चित्रानुसार एक सरल रेखा में पाया गया जो y अक्ष को y = 6.0 पर काटती है। (ग्रहों के मध्य गुरूत्वाकर्षण को नगण्य माने) [$G = 20/3 \times 10^{-11}$ MKS पद्धति में, $\pi^2 = 10$ लेवें]





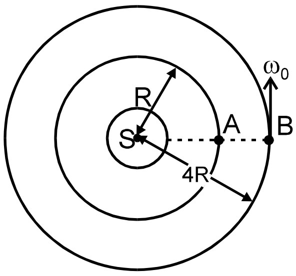
4. सरल रेखा का ढाल होगा–

(A) 1 (B) 3/2 (C) 2/3 (D) 19/4

5. सूर्य का द्रव्यमान ज्ञात करो–

(A) 6×10^{29} kg (B) 5×10^{20} kg (C) 8×10^{25} kg (D) 3×10^{35} kg

6. दो ग्रह A एवं B, जिनकी कक्षीय त्रिज्या R एवं 4R है। दोनों ग्रह प्रारम्भ में निकटतम स्थिति में है। तथा एक ही दिशा में घूम रहे है। यदि B ग्रह का कोणीय वेग ω_0 है तो कितने समय बाद दोनों ग्रह पुनः निकटतम स्थिति में आयेगें। (ग्रहो के मध्य आकर्षण को नगण्य माने) :



(A) $\frac{2\pi}{7\omega_0}$ (B) $\frac{2\pi}{9\omega_0}$ (C) $\frac{2\pi}{\omega_0}$ (D) $\frac{2\pi}{5\omega_0}$

अनुच्छेद # 3

पृथ्वी के चारों ओर एक कृत्रिम उपग्रह वृत्तीय कक्षा में पृथ्वी पर पलायन वेग के परिमाण की आधी चाल से चक्कर लगा रहा है। R पृथ्वी की त्रिज्या है तथा g पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण है– (R = 6400 km)

7. पृथ्वी की सतह से उपग्रह की दूरी होगी –

(A) 3200 km (B) 6400 km (C) 12800 km (D) 4800 km

8. दी गई कक्षा में उपग्रह का परिक्रमण काल है –

(A) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{4R}{g}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{8R}{g}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{6R}{g}}$

9. अगर उपग्रह को अचानक इसकी कक्षा में रोक दिया जाये तथा इसे पृथ्वी पर मुक्त रूप से गिरने दिया जाये तो वह चाल जिससे यह पृथ्वी से टकराएगा क्या होगी –

(A) $\sqrt{gR}$ (B) $\sqrt{1.5gR}$ (C) $\sqrt{\frac{gR}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}}$

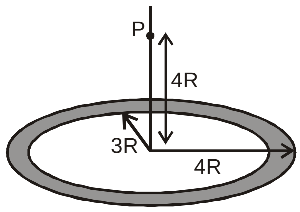
Exercise-3

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

* चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1.✍ M द्रव्यमान वाली एक पतली एकसमान खोखली चकती (चित्र देखिये) की बाह्य एवं आन्तरिक त्रिज्यायें क्रमशः 4R तथा 3R है। एक इकाई द्रव्यमान को चकती के अक्ष पर स्थित बिन्दु P से अनन्त तक ले जाने में किया गया कार्य है : **[JEE 2010; 3/163, –1]**



(A) $\frac{2GM}{7R}\left(4\sqrt{2}-5\right)$ (B) $-\frac{2GM}{7R}\left(4\sqrt{2}-5\right)$ (C) $\frac{GM}{4R}$ (D) $\frac{2GM}{5R}\left(\sqrt{2}-1\right)$

2. एक युग्मतारे में दो तारे A (द्रव्यमान 2.2 M_S) तथा B (द्रव्यमान 11 M_S) है, M_s सूर्य का द्रव्यमान है। ये तारें d दूरी पर हैं तथा अपने संहति केन्द्र, जो कि स्थिर है, के चारों ओर घूम रहे हैं। युग्म तारे के कुल कोणीय संवेग तथा B तारे के, संहति केन्द्र के सापेक्ष, कोणीय संवेग का अनुपात है। **[JEE 2010; 3/163]**

3. एक ग्रह की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण $\frac{\sqrt{6}}{11}$ g है जहां g पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण है। ग्रह का औसत द्रव्यमान घनत्व पृथ्वी के द्रव्यमान घनत्व का $\frac{2}{3}$ गुना है। यदि पृथ्वी की सतह पर पलायन चाल 11 kms^{-1} हो तो, ग्रह की सतह पर पलायन चाल kms^{-1} में कितनी होगी ? **[JEE 2010; 3/163]**

4. एक उपग्रह एकसमान वेग 'V' से पृथ्वी की वृत्तीय कक्षा में घूम रहा है। द्रव्यमान 'm' का एक पिण्ड उपग्रह से अलग होकर पृथ्वी के गुरूत्वाकर्षण से बाहर पलायन करता है। अलग होते समय पिण्ड की गतिज ऊर्जा है **[JEE 2011; 3/160, –1]**

(A) $\frac{1}{2}mV^2$ (B) mV^2 (C) $\frac{3}{2}mV^2$ (D) $2mV^2$

5.*✍ दो गोलीय ग्रह P और Q का घनत्व ρ एकसमान व बराबर है, द्रव्यमान M_P और M_Q है, और सतह का क्षेत्रफल क्रमशः A और 4A है। एक गोलीय ग्रह R का भी घनत्व ρ एकसमान है और द्रव्यमान (M_P + M_Q) है। ग्रहों P, Q और R से पलायन वेग क्रमशः V_P, V_Q और V_R है। तब **[IIT-JEE 2012; Paper-2; 4/66]**

(A) $V_Q > V_R > V_P$ (B) $V_R > V_Q > V_P$ (C) $V_R/V_P = 3$ (D) $V_P/V_Q = 1/2$

6.* दो पिण्डों जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान M है, के बीच की दूरी 2L को स्थिर रखा गया है। इन पिण्डों के केन्द्रों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से, एक m द्रव्यमान का कण लम्बवत् प्रक्षेपित किया जाता है। गुरूत्वाकर्षण नियतांक G है। सही प्रकथन है/हैं – **[JEE (Advanced) 2013; 3/60, –1]**

(A) दो पिण्डों के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान m का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग $4\sqrt{\frac{GM}{L}}$ है।

(B) दो पिण्डों के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान m का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग $2\sqrt{\frac{GM}{L}}$ है।

(C) दो पिण्डों के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान m का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग $\sqrt{\frac{2GM}{L}}$ है।

(D) द्रव्यमान m की ऊर्जा सदैव स्थिर रहती है।

7. पृथ्वी के समान द्रव्यमान घनत्व वाले एक ग्रह की त्रिज्या $R = 1/10 \times$ (पृथ्वी की त्रिज्या) है। वैज्ञानिक इस ग्रह में गहराई R/5 वाला एक कुआँ खोदते है और इसमें उतनी ही लम्बाई तथा 10^{-3} kgm^{-1} रेखीय द्रव्यमान घनत्व वाला एक तार डालते है, जो कुएँ को कही भी स्पर्श नहीं करता है। तार को पकड़कर यथास्थान पर रखने के लिए एक व्यक्ति द्वारा लगाया गया बल है (उपयोगी सूचनाः पृथ्वी की त्रिज्या = 6×10^6 m तथा पृथ्वी की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण 10 ms^{-2})

[JEE (Advanced) 2014; 3/60, –1]

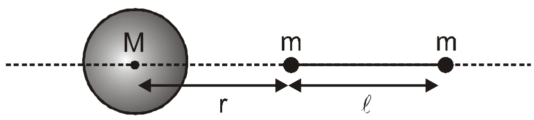
(A) 96 N (B) 108N (C) 120N (D) 150N

8. एक गोलाकार ग्रह की सतह से एक गोली v वेग से ऊर्ध्वाधर दिशा में प्रक्षेपित की जाती है। गोली की उच्चतम ऊँचाई पर ग्रह के गुरूत्वाकर्षण के कारण इसके त्वरण का मान ग्रह की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण के मान का एक चौथाई $1/4^{th}$ है। यदि ग्रह से पलायन वेग $v_{esc} = v\sqrt{N}$ है तो N का मान है। (वातावरण के कारण होने वाली ऊर्जा क्षय नगण्य है।)

[JEE (Advanced) 2015; P-1, 4/88]

9. एक बड़ा गोलाकार द्रव्यमान M एक जगह स्थित है तथा दो समरूप बिन्दु द्रव्यमान m, द्रव्यमान M के केन्द्र से होकर गुजरने वाली रेखा पर रखे गये है। (चित्र देंखे)। बिन्दु द्रव्यमान एक ℓ लम्बाई के द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ से जुडे है तथा यह संयोजन उनकों जोड़ने वाली रेखा अनुदिश गति कर सकता है। सभी द्रव्यमानों में केवल उनका अपना गुरूत्वाकर्षण है। जब M के निकट वाला बिन्दु द्रव्यमान M से $r = 3\ell$ की दूरी पर है तब $m = k\left(\frac{M}{288}\right)$ के लिए छड़ में तनाव शून्य है। तब k का मान है।

[JEE (Advanced) 2015; P-2, 4/88]



10*. एक एकसमान घनत्व के तरल के गोलाकार पिंड की त्रिज्या R है तथा यह अपने स्वयं के गुरूत्व के प्रभाव में साम्यावस्था में है। यदि इसके केन्द्र से दूरी r(r < R) पर दाब P(r) है, तब सही विकल्प है (हैं)

[JEE (Advanced) 2015; P-2, 4/88, –2]

(A) $P(r = 0) = 0$

(B) $\frac{P(r = 3R/4)}{P(r = 2R/3)} = \frac{63}{80}$

(C) $\frac{P(r = 3R/5)}{P(r = 2R/5)} = \frac{16}{21}$

(D) $\frac{P(r = R/2)}{P(r = R/3)} = \frac{20}{27}$

11. राकेट भूतल के अभिलंबवत सूर्य एवं पृथ्वी को जोड़ने वाली रेखा में सूर्य से दूरी की तरफ (radially outward from the direction of the sun) प्रक्षेपित किया गया है। सूर्य पृथ्वी से 3×10^5 गुना भारी है एवं पृथ्वी की त्रिज्या से 2.5×10^4 गुनी दूरी पर स्थित है। पृथ्वी के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र के लिए पलायन गति (escape velocity) 11.2km s^{-1} है। राकेट को सूर्य एवं पृथ्वी निकाय (Sun-Earth system) के गुरूत्वाकर्षण से मुक्त होने के लिए कम से कम प्रारंभिक वेग (v_s) का निकटतम मान है (पृथ्वी की चक्रीय गति और परिभ्रमण तथा किसी अन्य ग्रह की उपस्थिति की उपेक्षा करें)

[JEE (Advanced) 2017; P-2, 3/61, –1]

(A) $v_s = 72$ km s^{-1} (B) $v_s = 22$ km s^{-1} (C) $v_s = 42$ km s^{-1} (D) $v_s = 62$ km s^{-1}

12. M द्रव्यमान, (mass) वाले एक ग्रह (planet) के दो प्राकृतिक उपग्रह (natural satellites) दो वृत्तीय कक्षों में परिक्रमण (revolve) कर रहे हैं। उपग्रहों के बीच गुरूत्वाकर्षण बल (gravitational attraction) की उपेक्षा कीजिए। पहला उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_1, कक्षीय चाल v_1, कोणीय संवेग (angular momentum) L_1, गतिज ऊर्जा (kinetic energy) K_1 और आवर्त काल (period of revolution) T_1 है, R_1 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है। दूसरा उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_2, कक्षीय चाल v_2, कोणीय संवेग L_2, गतिज ऊर्जा K_2 और आवर्त काल T_2 है, R_2 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है। यदि $m_1/m_2 = 2$ और $R_1/R_2 = 1/4$ हो, तो सूची-I में दिये गये अनुपातों का सुमेल सूची-II में दी गयी संख्याओं के साथ करें।

सूची-I		सूची-II	
P.	$\frac{v_1}{v_2}$	1.	$\frac{1}{8}$
Q.	$\frac{L_1}{L_2}$	2.	1
R.	$\frac{K_1}{K_2}$	3.	2
S.	$\frac{T_1}{T_2}$	4.	8

(A) P → 4 ; Q → 2 ; R → 1 ; S → 3 (B) P → 3 ; Q → 2; R → 4 ; S → 1
(C) P → 2 ; Q → 3 ; R → 1 ; S → 4 (D) P → 2 ; Q → 3; R → 4 ; S → 1

13. मुक्त आकाश में $\rho(r)$ द्रव्यमान घनत्व के एक गोलाकार गैसीय बादल की कल्पना करें। जहाँ r केन्द्र से त्रिज्य दूरी है। गैसीय बादल समान द्रव्यमान m के कणों से मिलकर बना है जो समकेन्द्रिय वृत्ताकार पथों में समान गतिज ऊर्जा K से गतिशील है। कणों पर लगने वाला बल पारस्परिक गुरूत्वीय बल है। यदि $\rho(r)$ समय के साथ नियत है तो कणों का संख्या घनत्व $n(r) = \rho(r)/m$ का मान होगा : (G = सार्वत्रिक गुरूत्वीय नियतांक)

[JEE (Advanced) 2019; P-1, 3/60, –1]

(A) $\frac{K}{6\pi r^2 m^2 G}$ (B) $\frac{K}{\pi r^2 m^2 G}$ (C) $\frac{3K}{\pi r^2 m^2 G}$ (D) $\frac{K}{2\pi r^2 m^2 G}$

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. द्रव्यमान m एवं 4 m की दो वस्तुऐं एक दूसरे से दूरी r पर रखी हैं। उनको मिलाने वाली रेखा के एक बिन्दु पर गुरूत्वाकर्षण विभव क्या होगा, जहाँ गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र शून्य है : **[AIEEE 2011; 4/120, –1]**

(1) शून्य (2) $-\frac{4Gm}{r}$ (3) $-\frac{6Gm}{r}$ (4) $-\frac{9Gm}{r}$

2. एक समान द्रव्यमान 'm' के दो कण अपने अन्योन्य गुरूत्वाकर्षण के कारण त्रिज्या R के एक वृत्त पर चारों तरफ गति करते है। इनके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष प्रत्येक कण की चाल है। **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) $\sqrt{\frac{Gm}{4R}}$ (2) $\sqrt{\frac{Gm}{3R}}$ (3) $\sqrt{\frac{Gm}{2R}}$ (4) $\sqrt{\frac{Gm}{R}}$

3. एक अंतरिक्ष यान का द्रव्यमान 1000 kg है। इसका पृथ्वी के पृष्ठ से स्वतंत्र अंतरिक्ष में प्रमोचन किया जाना है। 'g' एवं 'R' (पृथ्वी की त्रिज्या) के मान क्रमशः $10\ m/s^2$ और 6400 km हैं। इस कार्य के लिये आवश्यक ऊर्जा होगी :

[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]

(1) 6.4×10^{11} जूल (2) 6.4×10^{8} जूल (3) 6.4×10^{9} जूल (4) 6.4×10^{10} जूल

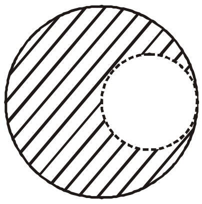
4. द्रव्यमान M एवं त्रिज्या R के एक ग्रह के पृष्ठ से द्रव्यमान m के एक उपग्रह को 2R ऊँचाई पर वृत्तीय कक्ष में प्रमोचन करने के लिये न्यूनतम ऊर्जा आवश्यक है : **[JEE (Main) 2013; 4/120]**

(1) $\frac{5GmM}{6R}$ (2) $\frac{2GmM}{3R}$ (3) $\frac{GmM}{2R}$ (4) $\frac{GmM}{3R}$

5. प्रत्येक द्रव्यमान M के चार कण जो कि एक वर्ग के शीर्षों पर हैं, एक दूसरे के अन्योन्य गुरूत्वाकर्षण प्रभाव में त्रिज्या R के एक वृत्त पर गतिशील हैं। प्रत्येक कण की चाल है : **[JEE (Main) 2014; 4/120, –1]**

(1) $\sqrt{\frac{GM}{R}}$ (2) $\sqrt{2\sqrt{2}\frac{GM}{R}}$ (3) $\sqrt{\frac{GM}{R}\left(1+2\sqrt{2}\right)}$ (4) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM}{R}\left(1+2\sqrt{2}\right)}$

6. एक ठोस गोले का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है। इससे R/2 त्रिज्या का एक गोलीय भाग, आरेख में दर्शाये गये अनुसार काट लिया जाता है। r = ∞ (अनन्त) पर गुरूत्वीय विभव के मान V को शून्य (V = 0) मानते हुए इस प्रकार बने कोटर (कैविटी) के केन्द्र पर, गुरूत्वीय विभव का मान होगा : (G = गुरूत्वीय स्थिरांक है।) **[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]**



(1) $\frac{-GM}{2R}$ (2) $\frac{-GM}{R}$ (3) $\frac{-2GM}{3R}$ (4) $\frac{-2GM}{R}$

7. पृथ्वी की सतह से 'h' ऊँचाई पर एक उपग्रह वृत्ताकार पथ पर चक्कर काट रहा है (पृथ्वी की त्रिज्या R तथा h<<R)। पृथ्वी के गुरूत्व क्षेत्र से पलायन करने के लिए इसकी कक्षीय गति मे आवश्यक न्यूनतम वृद्वि है : (वायुमंडलीय प्रभाव को नगण्य लीजिए) **[JEE (Main) 2016; 4/120, –1]**

(1) $\sqrt{gR}$ (2) $\sqrt{gR/2}$ (3) $\sqrt{gR}\left(\sqrt{2}-1\right)$ (4) $\sqrt{2gR}$

8. एक रॉकेट को पृथ्वी से इस तरह प्रक्षेपित करते हैं कि वह वापस नहीं आता है। यदि इसके लिये राकेट प्रक्षेपक (launched) द्वारा दी गयी न्यूनतम ऊर्जा E है तो उसी राकेट को चन्द्रमा की सतह से प्रक्षेपित करने के लिए प्रक्षेपक द्वारा दी गयी न्यूनतम ऊर्जा क्या होगी ? मानिये कि पृथ्वी तथा चन्द्रमा का घनत्व समान है तथा पृथ्वी का आयतन चन्द्रमा से 64 गुना ज्यादा है **[JEE (Main), 8 April 2019_shift-1; 4/120]**

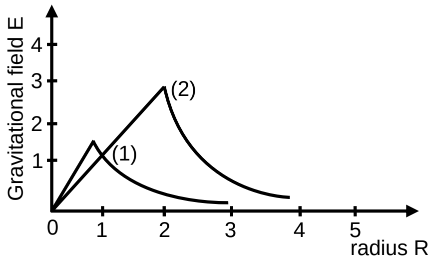
(1) $\frac{E}{4}$ (2) $\frac{E}{16}$ (3) $\frac{E}{32}$ (4) $\frac{E}{64}$

9. द्रव्यमान m के एक उपग्रह को पृथ्वी की सतह से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर u गति से प्रक्षेपित किया जाता है। जब यह उपग्रह R(R = पृथ्वी की त्रिज्या) की ऊँचाई पर पहुँचता है, तो यह $\frac{m}{10}$ द्रव्यमान के एक रॉकेट का उत्क्षेपण (ejection) इस प्रकार से करता है कि उपग्रह तत्पश्चात् एक वृत्तीय कक्षा में चलने लगता है। उत्क्षेपित रॉकेट की गतिज ऊर्जा है (G गुरूत्वाकर्षण स्थिरांक व M पृथ्वी का द्रव्यमान है) : **[JEE (Main), 7 January 2020_shift-1 ;4/100]**

(1) $\frac{m}{20}\left(u^2+\frac{113}{200}\frac{GM}{R}\right)$ (2) $5m\left(u^2-\frac{119}{200}\frac{GM}{R}\right)$ (3) $\frac{3m}{8}\left(u+\sqrt{\frac{5GM}{6R}}\right)^2$ (4) $\frac{m}{20}\left(u-\sqrt{\frac{2GM}{3R}}\right)^2$

10. दो ठोस गोलों की कल्पना कीजिए जिनकी त्रिज्याऐं क्रमशः R_1 = 1m, R_2 = 2m एवं द्रव्यमान क्रमशः M_1 तथा M_2 है। गोले (1) तथा (2) के कारण गूरूत्वीय क्षेत्र की तीव्रता चित्र में प्रदर्शित है। $\frac{M_1}{M_2}$ का मान होगा :

[JEE (Main), 8 January 2020_shift-1 ;4/100]



(1) 2/3 (2) 1/3 (3) 1/2 (4) 1/6

11. एक क्षुद्रग्रह (asteroid) पृथ्वी के केन्द्र से 10R (R पृथ्वी की त्रिज्या है) दूरी पर है और पृथ्वी के केन्द्र की ओर 12 km/s गति से आ रहा है। यदि पृथ्वी से पलायन गति का मान 11.2 km/s^{-1} है तो पृथ्वी के वातावरण के प्रभाव को नगण्य मानते हुए इस क्षुद्रग्रह की पृथ्वी की सतह से टकराते समय गति कितनी होगी ? (अपना उत्तर km/s^{-1} में निकटतम पूर्णांक में दें) **[JEE (Main) 8 January 2020_shift-2 ; 4/100]**

12. द्रव्यमान m को एक वस्तु A एक ग्रह के चारो ओर R त्रिज्या की एक वृत्तीय कक्षा में चल रही है। द्रव्यमान $\frac{m}{2}$ की एक दूसरी वस्तु B, वस्तु A से $\left(\frac{\vec{v}}{2}\right)$ वेग टकराती है। यहाँ $\vec{v}$ वस्तु A का तात्क्षणिक वेग है। यह टक्कर पूर्णतः अप्रत्यास्थ है। तब संयुक्त वस्तु : **[JEE (Main), 9 January 2020_shift-1 ;4/100]**

(1) ग्रह के गुरूत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन कर जायेगी।

(2) वृत्तीय कक्षा में चलती रहेगी।

(3) ग्रह की ओर ऊर्ध्वाधर दिशा में गिरेगी।

(4) एक दीर्घवृत्त कक्षा में चलना शुरू कर देगी।

Answers

EXERCISE-1

भाग - I

खण्ड (A) :

A-1. 4.8×10^{-5} N **A-2.** $\frac{4}{9}\pi^2\rho^2 G r^4$

A-3. 31.2 G m/sec^2 = 2.1 × 10^{-9} m/s^2, मध्य बिन्दु की ओर

खण्ड (B) :

B-1. $-20\hat{i} - 40\hat{j}$, $|\vec{F}| = 5\sqrt{5}$ N, $\vec{F} = -5\hat{i} - 10\hat{j}$

B-2. 6.3 × 10^7J/Kg

खण्ड (C) :

C-1. $\sqrt{gR}$ **C-2.** $2\sqrt{\frac{G(M_A + M_B)}{d}}$

खण्ड (D) :

D-1. 1.5%

D-2. (a) $F = \frac{GM^2}{4R^2}$ (b) $\sqrt{\frac{GM}{4R}}$; $T = 4\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

(c) $\sqrt{\frac{GM}{4R^3}}$ (d) $\frac{GM^2}{4R}$ (e) $\sqrt{\frac{4GM}{R}}$

D-3. (a) $\frac{U_A}{U_B} = \frac{25600}{12800} = 2$

(b) $\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B}\frac{r_B}{r_A} = 2$

(c) B की ऊर्जा ज्यादा होगी

D-4. (a) शनि (b) मंगल (c) मंगल

खण्ड (E) :

E-1. 9.5 m/s^2 **E-2.** 0.998 s

भाग - II

खण्ड (A) :

A-1. (A) **A-2.** (B) **A-3.** (C)
A-4. (B)

खण्ड (B) :

B-1. (B) **B-2.** (D) **B-3.** (D)
B-4. (D) **B-5.** (C) **B-6.** (D)

खण्ड (C) :

C-1. (C)
C-2. **(a)** (D); **(b)** (B) ; **(c)** (B) ; **(d)** (B)

खण्ड (D) :

D-1. (B) **D-2.** (D) **D-3.** (D)
D-4. (A) **D-5.** (C)

खण्ड (E) :

E-1. (A)

भाग - III

1.

I	II	III
A	p	w
B	r	u
C	q	v
D	p	t

2. (A) p, r ; (B) p, r ; (C) q, r ; (D) p, r

EXERCISE-2

भाग - I

1.	(B)	**2.**	(A)	**3.**	(B)
4.	(D)	**5.**	(C)	**6.**	(C)
7.	(D)	**8.**	(A)	**9.**	(B)
10.	(D)	**11.**	(C)	**12.**	(C)
13.	(C)	**14.**	(D)	**15.**	(B)
16.	(A)				

भाग - II

1.	02.00	**2.**	11.00	**3.**	00.00
4.	02.00	**5.**	01.00	**6.**	09.00
7.	15.00	**8.**	99.00	**9.**	40.00
10.	30.00				

भाग - III

1.	(AD)	**2.**	(ACD)	**3.**	(BC)
4.	(AD)	**5.**	(ABCD)	**6.**	(ABC)
7.	(BD)	**8.**	(BC)	**9.**	(ABCD)
10.	(AC)	**11.**	(BC)	**12.**	(ACD)

भाग - IV

1.	(D)	**2.**	(B)	**3.**	(B)
4.	(C)	**5.**	(A)	**6.**	(A)
7.	(B)	**8.**	(C)	**9.**	(A)

EXERCISE-3

भाग - I

1.	(A)	**2.**	6	**3.**	3
4.	(B)	**5.**	(BD)	**6.**	(BC)
7.	(B)	**8.**	2	**9.**	7
10.	(BC)	**11.**	(C)	**12.**	(B)
13.	(D)				

भाग - II

1.	(4)	**2.**	(1)	**3.**	(4)
4.	(1)	**5.**	(4)	**6.**	(2)
7.	(3)	**8.**	(2)	**9.**	(2)
10.	(4)	**11.**	16	**12.**	(4)