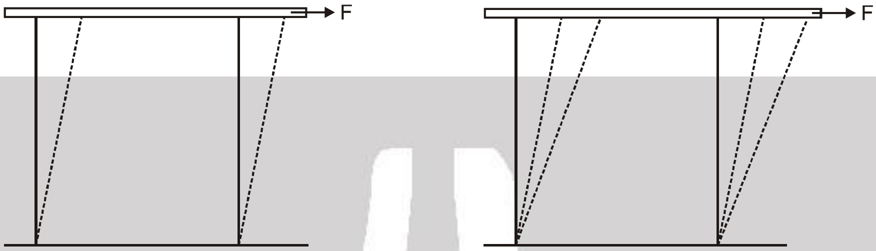
तरल यांत्रिकी (FLUID MECHANICS)

तरल यांत्रिकी में द्रव्य के विराम अवस्था व गति की अवस्था में व्यवहार का अध्ययन करते है। द्रव वह पदार्थ है जिस पर स्पर्श रेखीय (shear) प्रतिबल लगाने पर वह लगातार विरूपित होता है यद्यपि स्पर्श रेखीय प्रतिबल बहुत छोटा हो सकता है। अतः द्रव्य पदार्थ की वह भौतिक अवस्था है जिसमें यह द्रव व गैस (या वाष्प) अवस्था में होता है।

हम द्रव्य को इस प्रकार भी परिभाषित कर सकते है कि यह एक पदार्थ है जो विरामावस्था पर स्पर्श रेखीय प्रतिबल सहन नही कर सकता है।



(a) ठोस (b)द्रव

1. द्रव का घनत्व

पदार्थ का घनत्व (ρ) इस प्रकार परिभाषित है, प्रति एकांक आयतन का द्रव्यमान घनत्व कहलाता है।

$\rho = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$ $\rho = \frac{m}{V}$

2. सापेक्ष घनत्व (RD)

द्रव की स्थिति में, एक ओर पद सापेक्ष घनत्व (RD) परिपभाषित होता है। यह पदार्थ का घनत्व व 4°C पर पानी के घनत्व का अनुपात है। अतः $RD = \frac{\text{पदार्थ का घनत्व}}{4°C \text{ पर पानी का घनत्व}}$

RD शुद्ध रूप से अनुपात है। अतः इसकी कोई इकाई नही होती है। यह विशिष्ट घनत्व भी कहलाता है।

CGS पद्धति में 4°C पर पानी का घनत्व $1 g/cm^3$ है। अतः आंकिक रूप से सापेक्ष घनत्व तथा पदार्थ का घनत्व (CGS में) बराबर होता है। SI पद्धति में 4°C पर पानी का घनत्व $1000 kg/m^3$ है।

Solved Examples

Example 1. तेल का सापेक्ष घनत्व 0.8 है। तेल का CGS व SI पद्धति में शुद्ध घनत्व ज्ञात कीजिए।

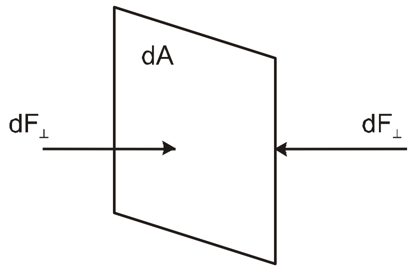
Solution : तेल का घनत्व (CGS में) = $(RD) g/cm^3 = 0.8 g/cm^3$

तेल का घनत्व (SI में) = $800 kg/m^3$

3. द्रव्य में दाब

जब एक द्रव्य (द्रव या गैस) विरामावस्था में है, यह इसके सम्पर्क में किसी भी सतह के लम्बवत् एक बल आरोपित करता है, जैसे कि पात्र की दिवार या द्रव में डूबी एक वस्तु है।

जबकि द्रव पूर्ण रूप से विरामावस्था में है, अणु द्रव को गतिशील बनाये रखते है, द्रव द्वारा आरोपित बल अणुओ की उनके परिवेश से टक्कर के कारण होता है।



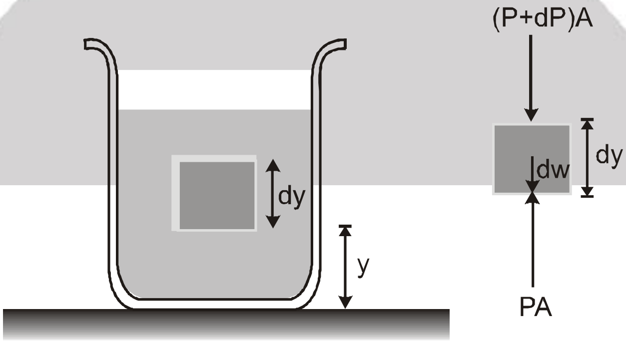
यदि हम द्रव में एक काल्पनिक सतह की कल्पना करते है। द्रव सतह के दोनो तरफ बराबर व विपरीत बल सतह पर आरोपित करता है, अन्यथा सतह त्वरित होगी तथा द्रव विरामावस्था में नही रहेगा।
एक छोटा पृष्टिय क्षेत्रफल dA लेते है जो द्रव के एक बिन्दु पर केन्द्रीत है प्रत्येक पृष्ठ पर द्रव द्वारा आरोपित अभिलम्ब बल $dF_\perp$ है। इस बिन्दु पर दाब की परिभाषा से प्रतिएकांक क्षेत्रफल पर लम्बवत् बल अथार्त $P = \frac{dF_\perp}{dA}$
यदि परिमित समतल सतह के क्षेत्रफल A के सभी बिन्दुओं पर दाब समान है, तब $P = \frac{F_\perp}{A}$
जहां $F_\perp$ सतह के एक ओर अभिलम्ब बल है दाब का SI मात्रक पास्कल है
जहां 1 पास्कल = 1Pa = 1.0 N/m^2
मोसम विज्ञानिकी में एक इकाई मुख्यत उपयोग में आती है वह एक Bar है जो 10^5 Pa के समतुल्य है।
1 Bar = 10^5 Pa

नोट : द्रव का दाब सतह के लम्बवत् कार्यरत होता है यद्धपि सतह द्रव में किसी भी अभिविन्यास में हो। अतः दाब स्वंय की कोई दिशा नही रखता है, यह एक अदिश राशि है। यद्धपि बल एक सदिश है जिसकी निश्चित दिशा होती है।

वायुमण्डलीय दाब (P_0)
यह पृथ्वी के वायुमण्डल पर दाब है। यह मौसम व ऊँचाई के साथ परिवर्तित होता है समुद्र तल पर सामान्य वायुमण्डलीय दाब (औसत मान) 1.013×10^5 Pa है।

परम दाब व गेज दाब
वायुमण्डलीय दाब से ऊपर दाब आधिक्य सामान्यत गेज दाब कहलाता है। तथा कुल दाब परम दाब कहलाता है अतः
गेज दाब = परम दाब – वायुमण्डलीय दाब
परम दाब हमेशा शून्य से अधिक या बराबर होता है जबकि गेज दाब ऋणात्मक भी हो सकता है।

ऊँचाई के साथ दाब में परिवर्तन
यदि द्रव्य का दाब नगण्य कर सकते है, द्रव के सम्पूर्ण आयतन में दाब समान रहता है। परन्तु अक्सर द्रव का भार नगण्य नही होता है व इस प्रकार की स्थिति में दाब सतह से नीचे गहराई बढने के साथ बढता जाता है।
माना अब द्रव के किसी बिन्दु पर सतह से ऊँचाई y के साथ दाब P में परिवर्तन के लिए सामान्य संबध व्यत्पन्न करते है। हम द्रव में सभी जगह घनत्व ρ व गुरूत्व के कारण त्वरण g समान मानते है। यदि द्रव साम्यावस्था में है, प्रत्येक आयतन अवयव साम्यावस्था में होता है।
द्रव में dy ऊँचाई का एक पतला अवयव लेते है। तली व शीर्ष प्रत्येक सतह का क्षेत्रफल A है तथा वे निर्देशित स्तर जहां y = 0 से y तथा y + dy ऊँचाई पर है द्रव अवयव का भार है।

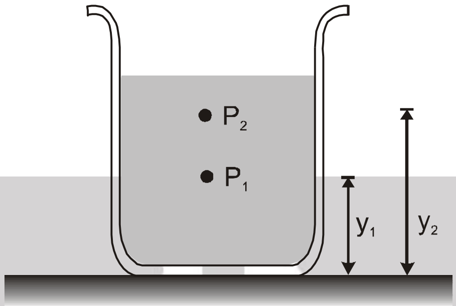


$$dW = (\text{आयतन})\ (\text{घनत्व})\ (g) = (A\ dy)\ (\rho)\ (g)$$
या $dW = \rho gAdy$
इस द्रव अवयव पर y-दिशा में अन्य बल क्या है ? तली सतह पर दाब P कहलाता है ऊपर की ओर कुल बल का y घटक PA है। शीर्ष सतह पर दाब P + dP है तथा सतह पर नीचे की ओर कुल बल का y-घटक (P + dP) है। द्रव अवयव साम्यावस्था में है, अतः कुल बल के y-घटक में भार भी सम्मलित है तथा तली सतह व शीर्ष सतह पर कुल बल शून्य होना आवश्यक है।
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\therefore \quad PA - (P + dP)A - \rho gA\ dy = 0$$

या $\frac{dP}{dy} = -\rho g$

यह समीकरण दर्शाती है कि जब y बढता है, P घटता है अर्थात जब हम द्रव में ऊपर की ओर जाते है तो दाब घटता है। यदि y_1 व y_2 ऊँचाई पर दाब P_1 तथा P_2 है ओर यदि ρ व g नियत है तब समीकरण (i) के समाकलन से हम प्राप्त करते है।

या $P_2 - P_1 = -\rho g\,(y_2 - y_1)$ .....(ii)



यह अक्सर सुविधाजनक होता है कि समीकरण (ii) में गहराई को द्रव की सतह के नीचे गहराई के पद में लेवें। द्रव की सतह के नीचे h गहराई पर एक बिन्दु 1 बिन्दु लेते है तथा माना इस बिन्दु पर दाब P है। द्रव की सतह पर एक बिन्दु 2 लेते है, जहां दाब P_0 (पदाक्षर शून्य गहराई के लिए है) है। सतह से नीचे बिन्दु 1 की गहराई

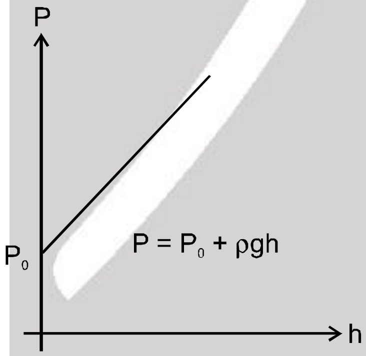
$h = y_2 - y_1$

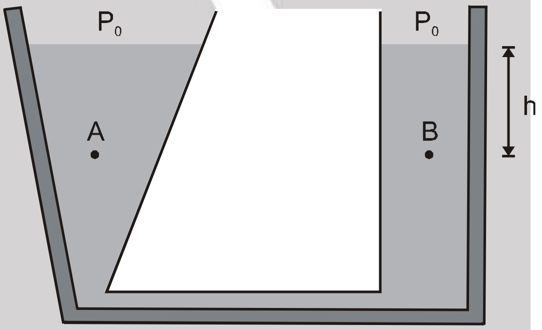
अतः समीकरण (ii) हो जायेगी

$P_0 - P = -\rho g\,(y_2 - y_1) = -\rho gh$

$\therefore$ $P = P_0 + \rho gh$ ......(iii)

अतः दाब गहराई के साथ रेखीय रूप से बढता है, यदि ρ व g एक समान है। P व h के मध्य आरेख नीचे दर्शाया गया है।

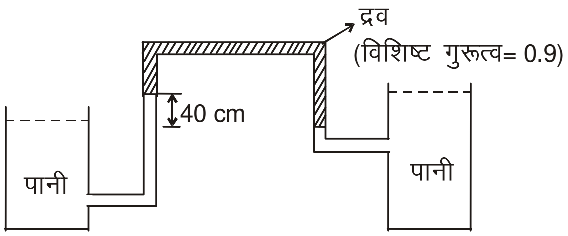




$P_A = P_B = P_0 + \rho gh$

स्थिर द्रव में समान स्तर पर स्थित दो बिन्दुओं पर दाब समान रहता है। पात्र का आकार महत्वपूर्ण नही है।

Example 2. चित्रानुसार मैनोमीटर दो टैंको के जल स्तरों में अन्तर को मापने में उपयोग किया जाता है। प्रदर्शित स्थितियों के लिए इस जलस्तर के अन्तर को ज्ञात करो।



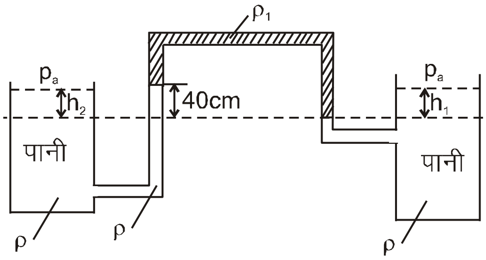
Solution : $P_a + h_1\,\rho g - 40\rho_1 g + 40\rho g = P_a + h_2\,\rho g$

$h_2\,\rho g - h_1\,\rho g = 40\,\rho g - 40\,\rho_1 g$

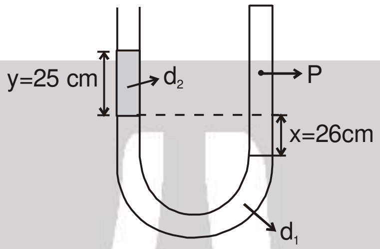
as $\rho_1 = 0.9\rho$

$(h_2 - h_1)\,\rho g = 40\rho g - 36\rho g$

$h_2 - h_1 = 4$ cm



Example 3. दी गई U-नली (एक सिरे से खुली हुई) में p तथा p_a के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करो। दिया है $d_2 = 2 \times 13.6$ ग्राम /सेमी॰^{3} $d_1 = 13.6$ ग्राम /सेमी॰^{3}



Solution : समान स्तर पर द्रव में दाब समान होता है। अर्थात् A – A पर

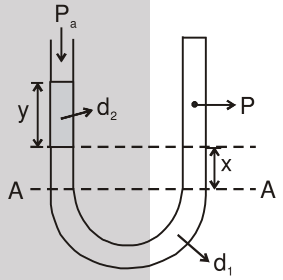
$P_a + d_2 yg + xd_1 g = P$

C.G.S. पद्वति में

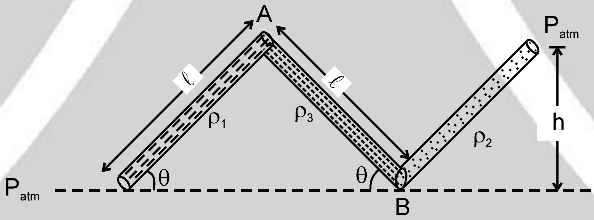
$P_a + 13.6 \times 2 \times 25 \times g + 13.6 \times 26 \times g = P$

$P_a + 13.6 \times g\,[50 + 26] = P$

$2P_a = P \qquad [P_a = 13.6 \times g \times 76]$



Example 4. A तथा B बिन्दुओं पर दाब ज्ञात करो तथा कोण 'θ' भी ज्ञात करो।



Solution : A पर दाब – $P_A = P_{\text{वायुमण्डलीय}} - \rho_1\, gl \sin\theta$

B पर दाब – $P_B = P_{\text{वायुमण्डलीय}} + \rho_2\, gh\,\theta$

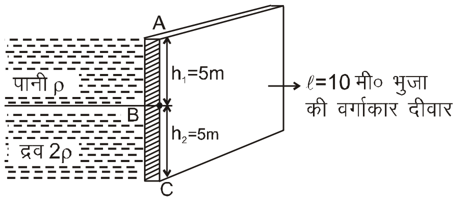
परन्तु P_B निम्न समीकरण से भी दिया जाता है।

$P_B = P_A + \rho_3\, gl \sin\theta$ अतः $P_{\text{वायुमण्डलीय}} + \rho_2\, gh = P_A + \rho_3\, gl \sin\theta$

$P_{\text{वायुमण्डलीय}} + \rho_2\, gh = P_{\text{वायुमण्डलीय}} - \rho_1\, gl \sin\theta + \rho_3\, gl \sin\theta$

$$\sin\theta = \frac{\rho_2 h}{(\rho_3 - \rho_1)\ell}$$

Example 5. ℓ भुजा की वर्गाकार दीवार के पीछे पानी तथा द्रव भरा है तो ज्ञात कीजिए

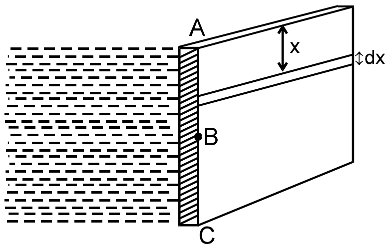


(a) A, B तथा C पर दाब (b) AB तथा BC भाग में बल

Solution : (a) चूंकि 'A' के ऊपर द्रव नहीं है, इसलिए A पर, $P_A = 0$

B पर दाब, $P_B = \rho g h_1$

C पर दाब, $P_C = \rho g h_1 + 2\rho g h_2$



(b) A पर बल = 0

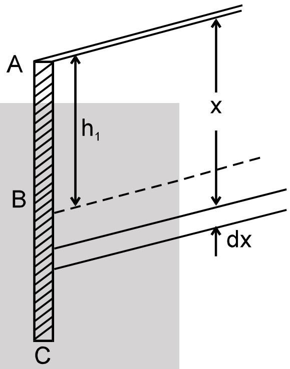
AB भाग में 'x' गहराई पर 'dx' मोटाई की पट्टिका लेने पर दाब $\rho g x$ के बराबर होता है।

पट्टिका पर बल = दाब × क्षेत्रफल

$dF = \rho g x\, \ell dx$

अतः B तक कुल बल $F = \int_0^{h_1} \rho g x \ell dx = \frac{\rho g x \ell h_1^2}{2}$

$= \frac{1000 \times 10 \times 10 \times 5 \times 5}{2} = 1.25 \times 10^6$ N



BC भाग में बल ज्ञात करने के लिए BC भाग में dx मोटाई की एक पट्टिका लेते है। अतः दाब

$= \rho g h_1 + 2\rho g(x - h_1)$

पट्टिका पर बल = दाब × क्षेत्रफल

$dF = [\rho g h_1 + 2\rho g(x - h_1)]\, \ell\, dx$

BC भाग पर कुल बल $F = \int_{h_1}^{\ell} [\rho g h_1 + 2\rho g(x - h_1)]\ell dx$

$= \left[\rho g h_1 x + 2\rho g\left[\frac{x^2}{2} - h_1 x\right]\right]_{h_1}^{\ell} \ell = \rho g h_1 h_2\, \ell + 2\rho g \ell\left[\frac{\ell^2 - h_1^2}{2} - h_1\ell + h_1^2\right]$

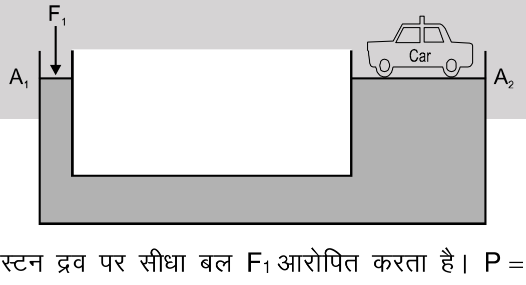
$= \rho g h_1 h_2 \ell + \frac{2\rho g \ell}{2}\,[\ell^2 + h_1^2 - 2h_1\ell] = \rho g h_1 h_2 \ell + \rho g \ell\,(\ell - h_1)^2$

$= \rho g h_2 \ell\,[h_1 + h_2] = \rho g h_2 \ell^2 = 1000 \times 10 \times 5 \times 10 \times 10 = 5 \times 10^6$ N

पास्कल का नियम

इसके अनुसार "परिबद्ध द्रव्य पर आरोपित बाह्य दाब द्रव्य के प्रत्येक भाग तथा पात्र की दीवारों पर बिना ह्रास के सभी दिशाओं समान रूप से स्थानांतरित होता है"।

पास्कल नियम का एक परिचित अनुप्रयोग द्रवचलित लिफ्ट के प्रयोग से भारी वस्तुओं को उठाने में होता है। इसकी रूपरेखा चित्र में समझाई गई है।



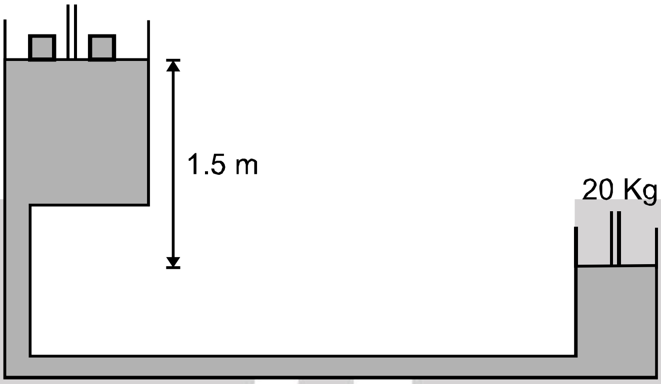
अनुप्रस्थ काट A_1 का छोटा पिस्टन द्रव पर सीधा बल F_1 आरोपित करता है। $P = \frac{F_1}{A_1}$ दाब पूर्ण द्रव में स्थानान्तरित होता है तथा अनुप्रस्थ काट A_2 के बड़े बेलन में जुड़े हुए पाइप के द्वारा स्थानांतरित हो जाता है। दोनों बेलनों में आरोपित दाब समान है अतः

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{या} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1}.F_1$$

अब, चूंकि $A_2 > A_1$ है, अतः $F_2 > F_1$ है। इसलिए द्रवचलित मशीन एक बल गुणक यंत्र है जिसका गुणनफल गुणांक दोनों पिस्टनों के क्षेत्रफल के अनुपात के बराबर है। दांतों के डॉक्टर की कुर्सी, कार उत्थापक तथा जेक व द्रवचालित ब्रेक इस सिद्धान्त पर आधारित हैं।

Solved Examples

Example 6. चित्र में एक द्रवचालित दाब मशीन दर्शाई गई है जिसके बड़े पिस्टन का व्यास 35 cm है तथा 10 cm व्यास के छोटे पिस्टन से 1.5 m की ऊँचाई पर है। छोटे पिस्टन पर रखा द्रव्यमान 20 kg है। बड़े पिस्टन पर आरोपित बल का परिमाण क्या होगा ? दाब मशीन में द्रव का घनत्व 750 kg/m^3 है। (g = 9.8m/s^2 लीजिए)



Solution : छोटे पिस्टन पर दाब $= \dfrac{20 \times 9.8}{\pi \times (5 \times 10^{-2})^2} N/m^2$

बड़े पिस्टन पर दाब $= \dfrac{F}{\pi \times (17.5 \times 10^{-2})^2} N/m^2$

दोनों के मध्य दाब का अंतर $= h\rho g$

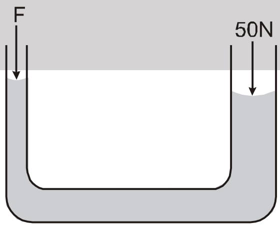
जहाँ $h = 1.5$ m तथा $\rho = 750$ kg/m^3

अतः, $\dfrac{20 \times 9.8}{\pi \times (5 \times 10^{-2})^2} - \dfrac{F}{\pi \times (17.5 \times 10^{-2})^2} = 1.5 \times 750 \times 9.8 = 11025$

$\Rightarrow \quad F = 1.3 \times 10^3$ N

Note : दोनों पिस्टनों पर वायुमण्डलीय दाब समान है तथा इसे नगण्य कर सकते हैं।

Example 7. हाइड्रोलिक प्रेस की दो भुजाओं का अनुप्रस्थ काट क्षेत्र क्रमशः 1 cm^2 तथा 10 cm^2 है (चित्र)। चौड़ी भुजा के पानी पर 50 N बल आरोपित किया जाता है। पतली भुजा के पानी पर कितना बल लगाना चाहिए कि पानी साम्यावस्था में रहे?



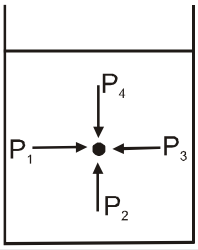
Solution : साम्यावस्था में, दोनों सतहों पर दाब बराबर होना चाहिए, यदि दोनों समान क्षैतिज स्तर पर रहे। यदि वायुमण्डलीय दाब P तथा आरोपित बल F हो तो साम्यावस्था में दाब क्रमशः

$P_0 + \dfrac{50\ N}{10\ cm^2}$ तथा $P_0 + \dfrac{F}{1\ cm^2}$ है।

अतः इनसे F = 5 N प्राप्त होता है।

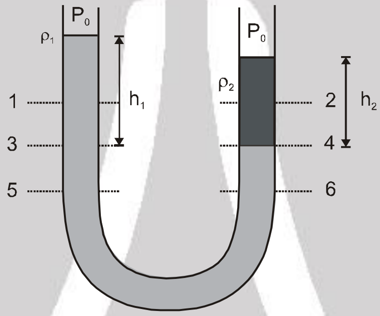
दाब के महत्वपूर्ण बिन्दु

1. द्रव्य में एक बिन्दु पर दाब सभी दिशाओं में समान होता है, चित्र में
$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$



2. द्रव्य की साम्यावस्था में आरोपित बल इसकी सतह के लम्बवत् होता है। क्योंकि यह अपरूपण प्रतिबल सहन नहीं कर सकता है।

3. समान द्रव में समान स्तर पर स्थित सभी बिन्दुओं पर दाब समान होगा । उदाहरण के लिए चित्र में



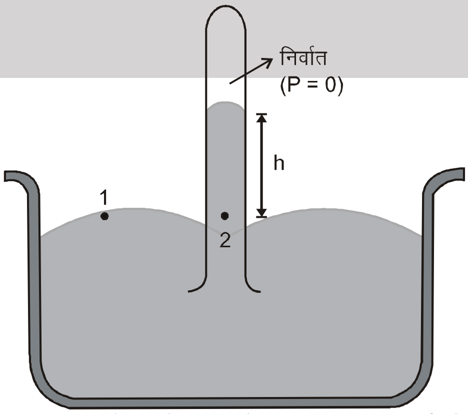
$P_1 \neq P_2$
$P_3 = P_4$ तथा $P_5 = P_6$
यद्यपि $P_3 = P_4$

$\therefore \quad P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2$ या $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ या $h \propto \dfrac{1}{\rho}$

4. टॉरिसेली प्रयोग (वायुदाबमापी) :

यह एक यंत्र है जो वायुमण्डलीय दाब मापन में उपयोग में आता है। दाबमापी में कोई भी द्रव भरकर उपयोग में ले सकते हैं, लेकिन इसके लिए पारे का चयन करते हैं क्योंकि इसके घनत्व के कारण उपयुक्त आकार का उपकरण बनना सम्भव हो सका।

$P_1 = P_2$
यहाँ, P_1 = वायुमण्डलीय दाब (P_0)
तथा $P_2 = 0 + \rho gh = \rho gh$
यहाँ ρ = पारे का घनत्व

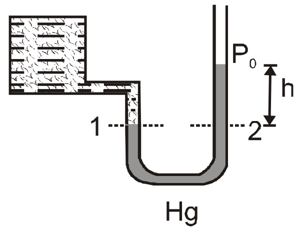


अतः पारादाबमापी वायुमण्डलीय दाब (P_0) को सीधे ही पारे स्तम्भ की ऊँचाई से दर्शाता है।
उदाहरण के लिए यदि पारे दाबमापी में पारे की ऊँचाई 760 mm है तब वायुमण्डलीय दाब होगा

$$P_0 = \rho gh = (13.6 \times 10^3)(9.8)(0.760) = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

5. मेनोमीटर (दाबान्तरमापी) :

यह एक यंत्र है जो पात्र के अंदर दाब मापन में उपयोग में आता है। U-आकार की नली में अक्सर पारा भरा होता है



$P_1 = P_2$

यहाँ P_1 = पात्र में गैस का दाब (P)

तथा P_2 = वायुमण्डलीय दाब $(P_0) + \rho gh$

$P = P_0 + h\rho g$

इसे निम्न प्रकार भी लिख सकते हैं

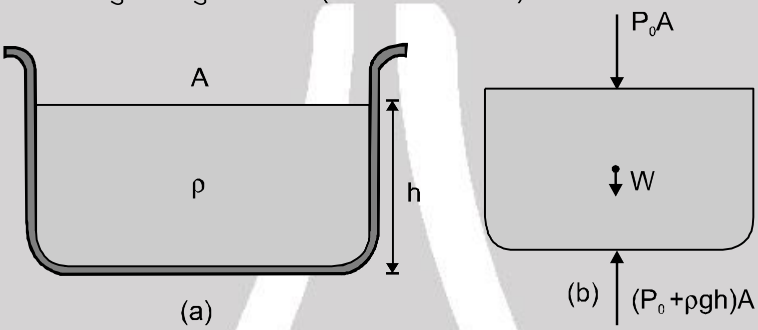
$P - P_0$ = गेज दाब $= \rho gh$

यहाँ, U-नली में उपयोग किए गए द्रव का घनत्व ρ है।

अतः h के मापन से हम पात्र में परम (या गेज) दाब ज्ञात कर सकते हैं।

6. द्रव का मुक्त वस्तु आरेख :

चित्र (b) के अनुसार द्रव के मुक्त वस्तु आरेख में (केवल ऊर्ध्वाधर बल) दर्शाते हैं। द्रव की साम्यावस्था के लिए



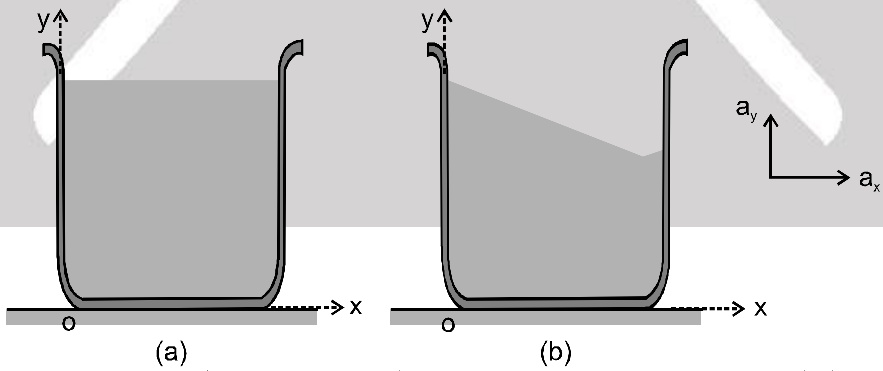
नीचे की ओर कुल बल = ऊपर की ओर कुल बल

$\therefore \quad P_0A + W = (P_0 + \rho gh)A$ या $W = \rho ghA$

7. त्वरित द्रव में दाबांतर

चित्र (a) में दर्शाये अनुसार बीकर में विरामावस्था में रखे एक द्रव को लेते हैं। इस स्थिति में हम जानते हैं कि क्षैतिज दिशा (x-दिशा) में दाब में कोई परिवर्तन नहीं होता है यह ऊपर की ओर y-दिशा में घटता है अतः हम समीकरण लिख सकते हैं।

तथा $\frac{dP}{dx} = 0$ तथा $\frac{dP}{dy} = \rho g$

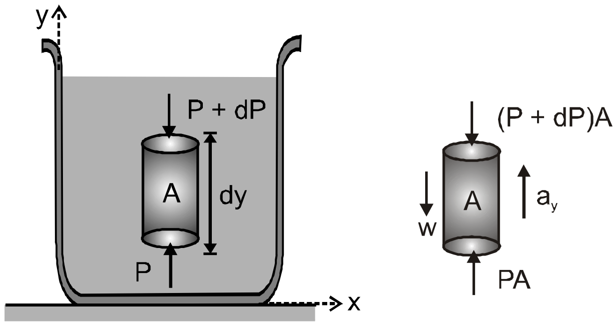


लेकिन मानिए कि बीकर त्वरित है तथा यह त्वरण के घटक a_x तथा a_y क्रमशः x व y दिशाओं में रखता है तब x व y दोनों दिशाओं के अनुदिश ताप घटता है। इस स्थिति में उपरोक्त समीकरण को निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$$\frac{dP}{dx} = -\rho a_x \text{ तथा } \frac{dP}{dy} = -\rho(g + a_y)$$

इन समीकरण को निम्न प्रकार व्युत्पन्न कर सकते हैं, मानिए कि एक बीकर ρ घनत्व के किसी द्रव से भरा हुआ है तथा यह धनात्मक y -अक्ष के अनुदिश ऊपर की ओर a_y त्वरण से त्वरित है, माना कि चित्रानुसार द्रव का एक छोटा अवयव क्षेत्रफल A व लम्बाई dy का है, जिसका मुक्त वस्तु आरेख बनाते हैं। इस अवयव के लिए गति की समीकरण से,

$PA - W - (P + dP)A$ = (द्रव्यमान)(a_y) या $-W - (dP)A = (A\rho\, dy)(a_y)$

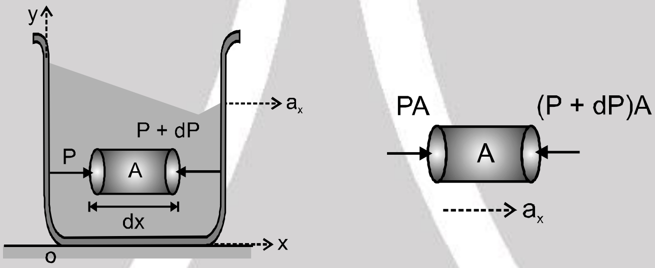


(a)

या $-(A\rho g\, dy) - (dP)\, A = (A\rho\, dy)(a_y)$ या $\frac{dP}{dy} = -\rho(g + a_y)$

इसी प्रकार यदि बीकर धनात्मक x-अक्ष के अनुदिश a_x त्वरण से त्वरित है, चित्र में दर्शाये गए द्रव अवयव के लिए गति की समीकरण से $PA - (P + dP)\, A$ = (द्रव्यमान) (a_x)

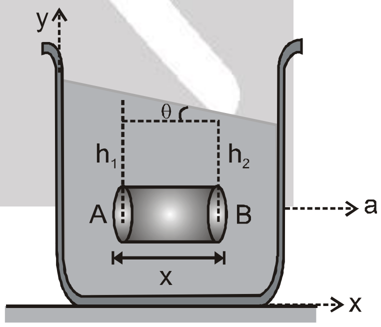
या $-(dP)\, A = (A\rho\, dx)\, a_x$ या $\frac{dP}{dx} = -\rho a_x$



(a)

8. क्षैतिज दिशा में त्वरित द्रव की मुक्त सतह

मानिए कि बीकर में रखा द्रव जो क्षैतिज दिशा में 'a' त्वरण से त्वरित है। माना द्रव में A व B दो बिन्दु हैं जो समान क्षैतिज रेखा पर x दूरी द्वारा पृथक्कृत है। इस स्थिति में हम देखते हैं कि



$$\frac{dP}{dx} = -\rho a$$

या $dp = \rho a\, dx$

सही सीमा में इसके समाकलन से हम प्राप्त करते हैं कि

$$P_A - P_B = \rho a x$$

तत्पश्चात् $P_A = P_0 + \rho g h_1$

तथा $P_B = P_0 + \rho g h_2$

समीकरण (iii) में रखने पर

$$\rho g\, (h_1 - h_2) = \rho a x$$

$$\frac{h_1 - h_2}{x} = \frac{a}{g} = \tan\theta$$

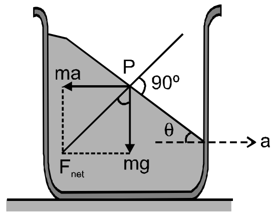
$$\tan\theta = \frac{a}{g}$$

अन्य हल

माना कि द्रव की सतह के बिन्दु P पर m द्रव्यमान का एक द्रव का कण है। त्वरित निर्देश तन्त्र से, इस पर दो बल कार्यरत हैं

(i) छद्म बल (ma) (ii) भार (mg)

जैसा कि हम पहले बता चुके हैं साम्यावस्था में परिणामी बल सतह के लम्बवत् होता है



$\therefore \quad \tan\theta = \frac{ma}{mg}$ or $\tan\theta = \frac{a}{g}$

Solved Examples

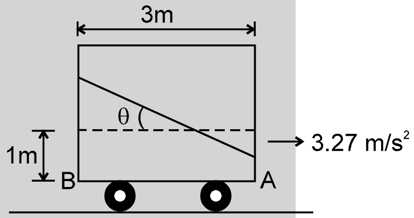
Example 8. एक खुला आयताकार टैंक 1.5 मीटर चौड़ा, 2 मीटर गहरा व 3 मीटर लम्बा है तथा आधा जल से भरा हुआ है। इसको लम्बाई की दिशा के अनुदिश क्षैतिज त्वरण 3.27 मी०/सैक०² से त्वरित करते है। टैंक के प्रत्येक सिरे पर पानी की ऊँचाई ज्ञात करो। [g = 9.81 मी०/सैक०²]

Solution : $\tan\theta = \frac{a}{g} = \frac{1}{3}$

कोने 'A' पर गहराई = 1 – 1.5 tanθ = 0.5 मीटर

कोने 'B' पर गहराई

= 1 + 1.5 tan θ = 1.5 मीटर



9. आर्किमिडीज का सिद्धान्त

यदि एक भारी वस्तु द्रव में डूबी हुई है, यह देखा जाता है कि इसका भार तुलनात्मक कम होता है जब यह वायु में होती है। इसका कारण है कि द्रव वस्तु पर ऊपर की ओर एक बल लगाता है जो उत्प्लावन बल कहलाता है। यह वस्तु द्वारा विस्थापित द्रव के भार के बराबर होता है।

एक वस्तु द्रव में आंशिक या पूर्ण रूप से डूबती है तो इस पर द्रव द्वारा ऊपर की ओर लगने वाला बल विस्थापित द्रव के भार के बराबर है

यह परिणाम आर्किमिडीज के सिद्धान्त के रूप में जाना जाता है

अतः, उत्प्लावन बल (F) का परिमाण, $F = V_i \rho_L g$

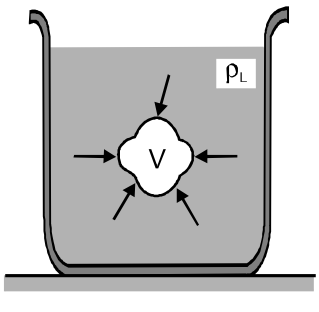
यहाँ, V_i = वस्तु का डूबा हुआ आयतन

ρ_L = द्रव का घनत्व

तथा g = गुरूत्व के कारण त्वरण

प्रमाण

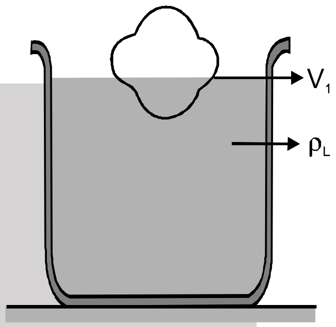
माना कि V आयतन की एक यादृच्छिक आकार की वस्तु का आयतन ρ_L घनत्व के द्रव से भरे एक पात्र में रखी हुई है। दर्शायी गई वस्तु पूर्ण रूप से डूबी हुई है, लेकिन प्रमाण के लिए यह आवश्यक नहीं है कि वस्तु पूर्ण रूप से डूबे। प्रारम्भ करने से पहले, वस्तु के डूबने के पहले की स्थिति की कल्पना करते हैं। अब वस्तु द्वारा घेरा गया परिक्षेत्र पहले द्रव से भरा हुआ था जिसका भार $V\rho_L g$ था। क्योंकि सम्पूर्ण द्रव जैसा कि द्रवस्थैतिक साम्यावस्था में था, द्रव पर ऊपर की ओर द्रव के कारण कुल बल (भिन्न–भिन्न गहराई पर दाब में अन्तर के कारण) उस क्षेत्र में भरे द्रव के भार के बराबर था।



अब, मानिए कि क्या होगा जब वस्तु द्रव को विस्थापित करती है। वस्तु के प्रत्येक बिन्दु पर समान स्थाननिर्धारण पर दाब का मान अपरिवर्तित है, जब प्रत्येक बिन्दु पर वस्तु थी। इसका कारण है कि किसी भी बिन्दु पर दाब केवल सतह से बिन्दु की गहराई पर निर्भर करता है। अतः वस्तु पर परिवेश द्रव द्वारा आरोपित बल ठीक उतना ही है जितना वस्तु की उस क्षेत्र में उपस्थिति के पहले था। लेकिन हम जानते हैं कि विस्थापित द्रव का भार $V\rho_L g$ है, अतः यह वस्तु पर आरोपित उत्प्लावन बल के बराबर भी है, इस प्रकार आर्किमिडीज का सिद्धान्त प्रमाणित होता है।

10. तैरने (Floatation) का नियम

एक वस्तु का आयतन V तथा घनत्व ρ_s है, ρ_L घनत्व के द्रव में तैर रही है। माना कि द्रव में डूबे हुए वस्तु के भाग का आयतन V_i है।



वस्तु की साम्यावस्था के लिए,

भार = उत्प्लावन

$\therefore \quad V\rho_s g = V_i\rho_L g$

$\therefore \quad \frac{V_i}{V} = \frac{\rho_s}{\rho_L}$

यह द्रव में डूबे हुए आयतन की भिन्न है .

द्रव में डूबे आयतन का प्रतिशत = $\frac{V_i}{V} \times 100 = \frac{\rho_s}{\rho_L} \times 100$

तीन सम्भावनाऐं हो सकती हैं :

(i) यदि $\rho_s < \rho_L$, द्रव में वस्तु का केवल कुछ अंश डूबे। यह अंश ऊपर समीकरण द्वारा दिया गया है

(ii) यदि $\rho_s = \rho_L$, दृढ़ वस्तु पूर्ण रूप से द्रव में डूब जायेगी। अतः वस्तु द्रव में तैरती रहती है जहाँ पर इसे छोड़ा जाता है।

(iii) यदि $\rho_s > \rho_L$, वस्तु डूब जायेगी।

द्रव के अंदर एक वस्तु का आभासी भार

यदि वस्तु द्रव में पूर्ण रूप से डूब जायेगी, इसका प्रभावी भार घट जाता है। इसके भार में कमी वस्तु पर लगे उत्प्लावन बल के तुल्य है। अतः

$W_{app} = W_{actual} -$ उत्प्लावन या $W_{app} = V\rho_s g - V\rho_L g$

यहाँ, V = वस्तु का कुल आयतन

ρ_s = वस्तु का घनत्व

तथा ρ_L = द्रव का घनत्व

अतः, $W_{app} = Vg(\rho_s - \rho_L)$

यदि द्रव जिसमें वस्तु डूबी है वह पानी है तब

$\frac{\text{वायु में भार}}{\text{भार में कमी}}$ = वस्तु का सापेक्ष घनत्व (R.D)

यह इस प्रकार है :

$$\frac{\text{वायु में भार}}{\text{भार में कमी}} = \frac{\text{वायु में भार}}{\text{उत्प्लावन}} = \frac{V\rho_s g}{V\rho_w g} = \frac{\rho_s}{\rho_w} = RD$$

त्वरित द्रव में उत्प्लावन बल

मानिए कि एक वस्तु ρ_L घनत्व के द्रव में डूबी हुई है जो $\vec{a}$ त्वरण से गतिशील लिफ्ट में रखा हुआ है। इस स्थिति में उत्प्लावन बल F हो जायेगा

$F = V\rho_L g_{eff}$

यहाँ, $g_{eff} = |\vec{g} - \vec{a}|$

उदाहरण के लिए, यदि लिफ्ट a त्वरण से ऊपर की ओर गतिशील है, g_{eff} का मान g + a होगा तथा यदि यह नीचे की ओर a त्वरण से गतिशील है, g_{eff} का मान g – a है। मुक्त रूप से गिरती लिफ्ट में g_{eff} शून्य है (चूंकि a = g) और अतः परिणामी उत्प्लावन बल शून्य है। यह होता है क्योंकि मुक्त रूप से गिरते किसी द्रव में वायु बुलबुले ऊपर नहीं उठते हैं (अन्यथा वह उत्प्लावन बल के कारण ऊपर की ओर गतिशील होते हैं)

Solved Examples

Example 9. बर्फ का घनत्व 900kg/m^3 है। बर्फ का एक टुकड़ा 1000 kg/m^3 घनत्व के पानी में तैर रहा है। पानी के बाहर बर्फ के टुकड़े के आयतन का अंश ज्ञात कीजिए।

Solution : माना V कुल आयतन है तथा V_i पानी में डूबे बर्फ के टुकड़े का आयतन है। बर्फ के टुकड़े के साम्यावस्था के लिए,

भार = उत्प्लावन

$\therefore \quad V\rho_i g = V_i \rho_w g$

यहाँ ρ_i = बर्फ का घनत्व = 900kg/m^3

तथा ρ_w = पानी का घनत्व = 1000kg/m^3

उपरोक्त समीकरण में रखने पर हम प्राप्त करते हैं

$$\frac{V_i}{V} = \frac{900}{1000} = 0.9$$

अर्थात् पानी के बाहर आयतन का अंश f = 1 – 0.9 = 0.1

Example 10. एक बर्फ का टुकड़ा काँच के पात्र में भरे पानी में तैर रहा है। पात्र में पानी का स्तर किस प्रकार परिवर्तित होगा जब बर्फ पिघल जाती है ?

Solution : माना पानी में तैरते बर्फ के टुकड़े का द्रव्यमान m है।

साम्यावस्था में, बर्फ के टुकड़े का भार = उत्प्लावन

$mg = V_i \rho_w g$

या $\quad V_i = \dfrac{m}{\rho_w}$

यहाँ, V_i पानी में डूबे बर्फ के टुकड़े का आयतन है।

जब बर्फ पिघलती है, माना बर्फ के द्रव्यमान m से पानी का V आयतन बनता है तब,

$$V_i = \frac{m}{\rho_w}$$

समीकरण (i) व (ii) से हम देखते हैं कि

$V_i = V$

अतः स्तर परिवर्तित नहीं होगा।

Example 11. एक बर्फ के टुकड़े में एक पत्थर जमा हुआ है तथा यह काँच के पात्र में भरे पानी में तैर रहा है। पात्र में पानी का स्तर किस प्रकार परिवर्तित होगा जब बर्फ पिघलती है ?

Solution : माना, m_1 = बर्फ का द्रव्यमान,

m_2 = पत्थर का द्रव्यमान

ρ_s = पत्थर का घनत्व

तथा ρ_w = पानी का घनत्व

साम्यावस्था में, जब बर्फ का टुकड़ा पानी में तैर रहा है, (बर्फ + पत्थर) का भार = उत्प्लावन

$(m_1 + m_2)g = V_i \rho_w g \qquad \therefore \qquad V_i = \dfrac{m_1}{\rho_w} + \dfrac{m_2}{\rho_w}$

यहाँ, V_i = डूबी हुई बर्फ का आयतन

जब बर्फ पिघलती है बर्फ का द्रव्यमान m_1 पानी में परिवर्तित होता है तथा m_2 द्रव्यमान का पत्थर पूर्ण रूप से डूब जाता है।

बर्फ के m_1 द्रव्यमान द्वारा बने पानी का आयतन, $V_1 = \dfrac{m_1}{\rho_w}$

पत्थर का आयतन (जो विस्थापित पानी के आयतन के बराबर भी है) $V_2 = \dfrac{m_2}{\rho_s}$

चूंकि, $\rho_s > \rho_w$ अतः, $V_1 + V_2 < V_i$

या, पानी के स्तर में कमी होगी।

Example 12. एक गहने का वायु में भार 50 g है तथा पानी में भार केवल 46 g है। मानिए कि सोने (gold) से इस गहने को बनाते समय इसमें कुछ ताँबा (copper) मिलाया जाता है। इसमें कॉपर की मात्रा ज्ञात कीजिए। सोने का विशिष्ट घनत्व 20 तथा ताँबा का 10 है।

Solution : माना कि गहने में ताँबा का द्रव्यमान m है तब इसमें साने का द्रव्यमान (50 – m) है।

ताँबे का आयतन $V_1 = \frac{m}{10}$ $\left(\text{आयतन} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{घनत्व}}\right)$

तथा सोने का आयतन $V_2 = \frac{50-m}{20}$

जब पानी में डूबता है ($\rho_w = 1 g/cm^3$)

भार में कमी = उत्प्लावन

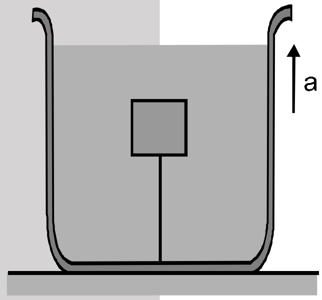
$\therefore \quad (50 - 46)g = (V_1 + V_2)\rho_w g$

या $\quad 4 = \frac{m}{10} + \frac{50-m}{20}$

या $\quad 80 = 2m + 50 - m$

$\therefore \quad m = 30g$

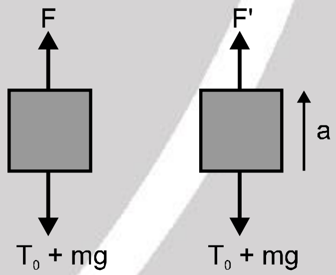
Example 13. द्रव (जिसका घनत्व ठोस के घनत्व से अधिक है) की सतह के नीचे एक डोरी द्वारा एक ठोस ब्लॉक बंधा हुआ है, डोरी में चित्रानुसार तनाव T_0 है जब निकाय विरामावस्था में है। डोरी में तनाव क्या होगा यदि निकाय a त्वरण से ऊपर की ओर गतिशील है ?



Solution : माना m ब्लॉक का द्रव्यमान है। प्रारम्भ में ब्लॉक के साम्यावस्था के लिए

$F = T_0 + mg$

यहाँ, F ब्लॉक पर उत्प्लावन बल है



लिफ्ट ऊपर की ओर त्वरित है, g_{eff}, g के स्थान पर g + a हो जाता है। अतः $F' = F\left(\frac{g+a}{g}\right)$

न्यूटन के द्वितीय नियम से $F' - T - mg = ma$

समीकरण (i), (ii) व (iii) को हल करने पर हम प्राप्त करते हैं

$T = T_0\left(1 + \frac{a}{g}\right)$

Example 14. 10 g द्रव्यमान का धातु का टुकड़ा ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से लटका हुआ है। स्प्रिंग अपनी सामान्य लम्बाई से 10 cm खींचते हुए टुकड़े को साम्यावस्था में रखती है। अब पानी से भरा हुआ बीकर टुकड़े के नीचे इस प्रकार रखा जाता है कि टुकड़ा पानी मे सम्पूर्ण डूब जाता है। स्प्रिंग में प्रसार ज्ञात करो ? धातु का घनत्व = 9000 kg/m³ है। g = 10 m/s² लें।

Solution : माना स्प्रिंग बल नियतांक k है। जब टुकड़ा हवा में लटका है तो साम्यावस्था की स्थिति में

$k (10 cm) = (0.01 kg) (10 m/s^2)$

या $\quad k (10 cm) = 0.1 N.$ .....(i)

धातु के टुकड़े का आयतन $= \frac{0.01kg}{9000kg/m^3} = \frac{1}{9} \times 10^{-5} m^3.$

यह विस्थापित पानी का आयतन भी है जब टुकड़े को पानी में डुबोया जाता है

उत्प्लावक बल = विस्थापित पानी का भार

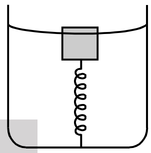
$= \frac{1}{9} \times 10^{-5}\ m^3 \times (1000\ kg/m^3) \times (10\ m/s^2) = 0.011$ N.

यदि स्प्रिंग में प्रसार x है, जब टुकड़े को पानी में डुबोया जाता है तो टुकड़े की साम्यावस्था की स्थिति से
$kx = 0.1\ N - 0.011\ N = 0.089$ N. .....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$x = \frac{0.089}{10}$ cm = 0.0089 cm.

Example 15. एक घनाकार प्लास्टीक का ब्लॉक जिसकी भुजा 3 cm है, पानी में तैर रहा है। घन की निचली सतह बीकर के पेंदे पर लगी हुई ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के मुक्त सिरे को छू रही है। ब्लॉक पर रखा जा सकने वाला अधिकतम भार ज्ञात करो जो कि इसको गीला नही करें। प्लास्टीक का घनत्व = 800 kg/m^3 तथा स्प्रिंग बल नियतांक = 100 N/m है। g = 10 m/s^2 लें।



Solution : ब्लॉक का विशिष्ट गुरूत्व = 0.8 है। अतः पानी के अन्दर डुबी हुई लम्बाई = 3 cm × 0.8 = 2.4 cm है। पानी के बाहर ऊँचाई = 3 cm – 2.4 = 0.6 cm है। माना बिना गीला किये रखा गया अधिकतम भार W है। इस स्थिति में ब्लॉक पानी में सम्पूर्ण डूब जाएगा। विस्थापित पानी का आयतन = ब्लॉक का आयतन = $27 \times 10^{-6}\ m^3$.

अतः उत्प्लावक बल $= (27 \times 10^{-6}\ m^3) \times 1(1000\ kg/m3) \times (10\ m/s^2) = 0.27$ N.

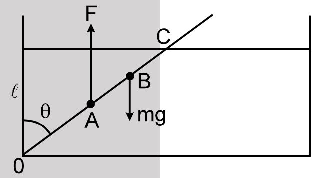
स्प्रिंग 0.6 cm सम्पीड़ित होगी तथा स्प्रिंग द्वारा ऊपर की तरफ आरोपित बल = 100 N/m × 0.6 cm = 0.6 N.

उत्प्लावक बल तथा स्प्रिंग बल दोनों मिलकर (ब्लॉक + अतिरिक्त द्रव्यमान) के भार को सन्तुलित करते है।

$W' = (27 \times 10^{-6}\ m) \times (800\ kg/m^3) \times (10\ m/s^2) = 0.22$ N.

अतः, W = 0.27 N + 0.6 N – 0.22 N = 0.65 N.

Example 16. 2ℓ लम्बाई व समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का एक लकड़ी का लट्ठा चित्रानुसार एक टंकी के एक सिरे से कीलकित है। टंकी जल से ℓ ऊँचाई तक भरी है। लट्ठे का विशिष्ट गुरूत्व 0.5 है। कोण θ ज्ञात करो जो लट्ठा ऊर्ध्वाघर से साम्यावस्था में बनाता है। ($\theta = 0$ वाली स्थिति को नहीं मानिए।)



Solution : लट्ठे पर कार्यरत बल चित्र में प्रदर्शित है। जल के तल की ऊँचाई ℓ है। लट्ठे की लम्बाई 2ℓ । लट्ठे का भार प्लांक के केन्द्र B पर कार्यरत है। यहां OB = ℓ । उत्प्लावक बल F बिन्दु A पर कार्यरत है। जो लट्ठे के डुबे हुए भाग OC का मध्य बिन्दु है।

यहाँ $OA = \frac{OC}{2} = \frac{\ell}{2\cos\theta}$.

माना लट्ठे की प्रति इकाई लम्बाई का द्रव्यमान ρ है।

इसका भार $mg = 2\ell\rho g$.

लट्ठे के OC भाग का द्रव्यमान $= \left(\frac{\ell}{\cos\theta}\right)\rho$

हटाये गये जल का द्रव्यमान $= \frac{1}{0.5}\ \frac{\ell}{\cos\theta}\ \rho = \frac{2\ell\rho}{\cos\theta}$.

उत्प्लावक बल F है, इसलिए $F = \frac{2\ell\rho g}{\cos\theta}$.

अब साम्यावस्था के लिए, O के सापेक्ष mg का बलाघूर्ण, O के सापेक्ष F के बलाघूर्ण को सन्तुलित करना चाहिए।

इसलिए, $mg\ (OB) \sin\theta = F(OA) \sin\theta$

या $(2\ell\rho)\ell = \left(\frac{2\ell\rho}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\ell}{2\cos\theta}\right)$

या $\cos^2\theta = \frac{1}{2}$ या $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, या $\theta = 45°$.

Example 17. द्रव्यमान m, त्रिज्या r तथा d घनत्व का एक लकड़ी बेलाकार गुटका, ρ घनत्व के जल में इसकी अक्ष को ऊर्ध्वाधर रखते हुए तैरता है। इसको थोड़ा नीचे विस्थापित किया जाता है। फिर छोड़ा जाता है। यदि गुटके की गति सरल आवर्त हो तो इसकी आवृति ज्ञात कीजिए।

Solution : माना साम्यावस्था में गुटके की h ऊँचाई जल के अन्दर डूबी है। यदि r बेलनाकार गुटके की त्रिज्या है तो इसका आयतन = $\pi r^2 h$। साम्यावस्था में तैरने के लिए,

$\pi r^2 h\rho g = W$ .....(i)

जहां ρ जल का घनत्व है एवं W गुटके का भार है।

अब माना कि ऊर्ध्वाधर गति के दौरान गुटका x दूरी और डुबोया जाता है। अब हटाये गये जल का आयतन $\pi r^2 (h + x)$ है। गुटके पर कार्यरत बल है, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर भार W एवं ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर उत्प्लवाक बल $\pi r^2(h + x) \rho g$।

साम्यावस्था स्थिति से x विस्थापन पर गुटके पर कुल बल –

$F = W - \pi r^2 (h + x)\rho g = W - \pi r^2 h\rho g - \pi r^2\rho xg$

(i) उपयोग करते हुए $F = -\pi r^2 \rho gx = -kx$, जहां $k = \pi r^2 \rho g$.

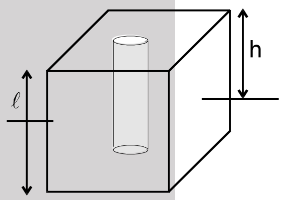
इस प्रकार, गुटका निम्न आवृति से सरल आवर्त गति करता है।

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi r^2 \rho g}{m}}.$$

Example 18. ऊँचाई 'ℓ' तथा घनत्व $\rho_{ice} = 0.9\rho_w$ के बर्फ के एक बड़े घनाकार पिण्ड के अक्ष पर एक बड़ा उर्ध्वाधर छेद है। यह पिण्ड झील में तैरता है। छेद से बाल्टी द्वारा पानी निकालने के लिए रस्सी की आवश्यक लम्बाई ज्ञात करो।

Solution : छिद्र को हटाते हुए बर्फ के घनाभ का क्षेत्रफल = A

बर्फ पिण्ड का भार = हटाये गये द्रव का भार



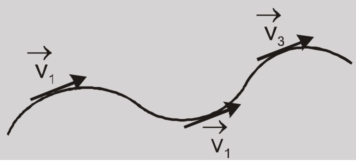
$A\rho_{ice}\ell g = A\rho_w(\ell - h)\, g$

$$\frac{9\ell}{10} = \ell - h \Rightarrow h = \ell - \frac{9\ell}{10} = \left(\frac{\ell}{10}\right)$$

11. द्रव का प्रवाह

धारारेखीय प्रवाह

यदि द्रव के कणों का वेग किसी बिन्दु पर समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है, प्रवाह धारारेखीय प्रवाह कहलाता है। धारारेखीय प्रवाह को स्थिर प्रवाह या परतीय प्रवाह भी कहते हैं। भिन्न–भिन्न बिन्दुओं पर वेग भिन्न हो सकता है। अतः चित्र में

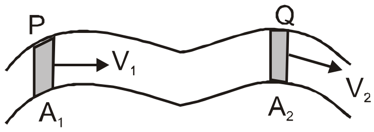


$\vec{v}_1$ = नियत, $\vec{v}_2$ = नियत, $\vec{v}_3$ = नियत

लेकिन $\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2 \neq \vec{v}_3$

12. सतत्ता का सिद्धान्त

यह दर्शाता है कि, जब असम्पीड्य तथा अश्यान द्रव असमरूप अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल की एक नली में धारारेखीय प्रवाह होता है, तब अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा प्रवाह के वेग का गुणनफल नली के प्रत्येक बिन्दु पर समान रहता है।



अतः, $A_1v_1 = A_2 v_2$

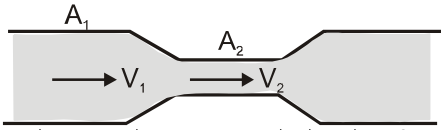
या Av = नियत या $v \propto \frac{1}{A}$

द्रव गतिकी में सततता की समीकरण द्रव्यमान संरक्षण के नियम पर आधारित है।

प्रमाण

माना एक नलिका से द्रव प्रवाहित है, के दो अनुप्रस्थ काट क्षेत्र P व Q के क्षेत्रफल A_1 व A_2 हैं। माना इन दो अनुप्रस्थ काट क्षेत्र पर चाल v_1 व v_2 है। तब असम्पीड्य द्रव में P से समयान्तराल Δt में गुजरने वाले द्रव का द्रव्यमान = Q से समान समयान्तराल Δt में गुजरने वाले द्रव का द्रव्यमान।

$\therefore \quad A_1 v_1 \rho \, \Delta t = A_2 v_2 \rho \Delta t \quad$ or $\quad A_1 v_i = A_2 v_2$



अतः नलिका के चौड़े क्षेत्र में द्रव का वेग कम होगा तथा सकड़े क्षेत्र में अधिक होगा।

या $\; v_2 > v_1$ चूंकि $A_2 < A_1$

Note : Av का गुणनफल आयतन प्रवाह दर $\dfrac{dV}{dt}$ है, वह दर जिससे नलिका के अनुप्रस्थ काट से आयतन गुजरता है।

अत : $\dfrac{dV}{dt}$ = आयतन प्रवाह दर = Av

द्रव्यमान प्रवाह की दर अनुप्रस्थ काट क्षेत्र से प्रति एकांक समय में प्रवाहित द्रव्यमान है। यह आयतन प्रवाह की दर $\dfrac{dV}{dt}$ का घनत्व (ρ) गुना होता है।

हम उस स्थिति के लिए सततता की समीकरण को साधारण रूप में बता सकते हैं जिसमें द्रव असम्पीडीत नहीं है। यदि खण्ड 1 व 2 पर घनत्व ρ_1 व ρ_2 है तब $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

अतः यह सम्पीडीत द्रव के लिए सततता की समीकरण है।

13. एक प्रवाहित द्रव की ऊर्जा

यहाँ एक प्रवाहित द्रव में तीन प्रकार की ऊर्जाऐं होती हैं।

(i) दाब ऊर्जा

यदि द्रव के A क्षेत्रफल पर दाब P है तथा द्रव इस दाब के कारण एक दूरी गतिशील होता है, तब द्रव की दाब ऊर्जा

= किया गया कार्य

= बल × विस्थापन = PAl

द्रव का आयतन Al है।

$\therefore$ द्रव के प्रति एकांक आयतन की दाब ऊर्जा = $\dfrac{PAl}{Al} = P$

(ii) गतिज ऊर्जा

यदि द्रव का m द्रव्यमान तथा आयतन V वेग v से प्रवाहित है, तब गतिज ऊर्जा $\dfrac{1}{2} mv^2$ है।

$\therefore$ द्रव के प्रति एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा = $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{m}{v}\right) v^2 = \dfrac{1}{2}\rho v^2$

यहाँ, ρ द्रव का घनत्व है।

(iii) स्थितिज ऊर्जा

यदि एक द्रव का द्रव्यमान m निर्देश रेखा (h = 0) से h ऊँचाई पर है तब इसकी स्थितिज ऊर्जा mgh है।

$\therefore$ द्रव के प्रति एकांक आयतन की स्थितिज ऊर्जा = $\left(\dfrac{m}{v}\right) gh = \rho gh$

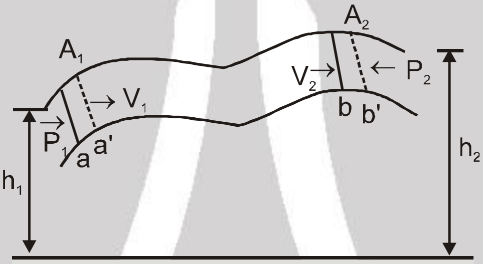
14. बरनोली का समीकरण

बरनोली का समीकरण है, **"आदर्श द्रव के लिए प्रति एकांक आयतन की कुल ऊर्जा (दाब + गतिज + स्थितिज) का योग नियत रहता है"**।

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{नियत } (J/m^3)$$

बरनोली समीकरण एक आदर्श (असम्पीडित तथा अश्यान) द्रव के प्रवाह के लिए दाब, प्रवाह की चाल तथा ऊँचाई में सम्बन्ध स्थापित करता है। द्रव का दाब ऊँचाई पर स्थैतिक स्थिति के अनुसार निर्भर करता है, तथा यह प्रवाह की चाल पर भी निर्भर करता है।

बरनोली समीकरण व्युत्पन्न करने के लिए, हम द्रव के एक भाग के द्रव अवयव पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाते हैं, द्रव का एक अवयव लेते हैं जो किसी प्रारम्भिक समय पर दो अनुप्रस्थ भाग a व b के मध्य स्थित है। ऊपरी व निचले सिरों पर चाल v_1 व v_2 है। छोटे समयान्तराल में द्रव प्रारम्भिक a से a' तक दूरी $aa' = ds_1 = v_1\,dt$ गति करता है तथा द्रव जो प्रारम्भ में b पर है b' तक दूरी $bb' = ds_2 = v_2dt$ गति करता है। दो सिरों के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल चित्रानुसार A_1 व A_2 हैं। द्रव असम्पीडित है अतः सततता की समीकरण से द्रव का आयतन dV अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से dt समय में समान गुजरता है। वह है, $dv = A_1\,ds_1 = A_2\,ds_2$



द्रव अवयव पर किया गया कार्य

अब इस अवयव पर dt समयान्तराल में किये गये कार्य की गणना करते हैं। दोनों सिरों पर दाब P_1 व P_2 हैं, a अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल पर बल $P_1\,A_1$ है तथा b पर बल $P_2\,A_2$ है। इस विस्थापन के दौरान परिवेश द्रव द्वारा द्रव अवयव पर किया गया कुल कार्य dW है,

$$dW = P_1A_1\,ds_1 - P_2A_2\,ds_2 = (P_1 - P_2)dV$$

स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

dt के प्रारम्भ पर a व a' के मध्य द्रव्यमान के लिए स्थितिज ऊर्जा $dmgh_1 = \rho\,(dV)gh_1$ है। dt के समाप्ति पर b व b' के मध्य द्रव्यमान के लिए स्थितिज ऊर्जा $(dm)gh_2 = \rho(dv)gh_2$ है। dt समयान्तराल में स्थितिज ऊर्जा में कुल परिवर्तन dU है,

$$dU = \rho(dV)\,g\,(h_2 - h_1)$$

गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

dt के प्रारम्भ पर a व a' के मध्य द्रव आयतन A_1ds_1 तथा द्रव्यमान $\rho A_1\,ds_1$ रखता है कि गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}\rho(A_1\,ds_1\,v_1^2)$ है। dt की समाप्ति पर b व b' के मध्य द्रव की गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}\rho(A_2\,ds_2\,v_2^2)$ है। dt समयान्तराल में गतिज ऊर्जा में कुल परिवर्तन dK है।

$$dK = \frac{1}{2}\rho(dV)(v_2^2 - v_1^2)$$

समीकरण (i), (ii) व (iii) के संयोजन से ऊर्जा की समीकरण $dW = dK + dU$
हम प्राप्त करते हैं,

$$(P_1 - P_2)\,dV = \frac{1}{2}\rho dV\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho\,(h_2 - h_1) \quad \text{या} \quad P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g\,(h_2 - h_1)$$

यह बरनॉली समीकरण है। यह दर्शाती है कि द्रव के एकांक आयतन पर परिवेश द्रव द्वारा किया गया कार्य, प्रवाह के दौरान प्रति एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन के योग के बराबर है। हम समीकरण (iv) को और अधिक सरलता से निम्न रूप में लिख सकते हैं :

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

पदाक्षर 1 व 2 नली के अनुदिश किन्हीं दो बिन्दुओं को निर्देशित करते हैं अतः हम इसे लिख सकते हैं

$\rho + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 =$ नियत

Note : जब द्रव गतिशील ($v_1 = 0 = v_2$) नहीं है, बरनॉली की समीकरण निम्न रूप में है

$P_1 + \rho gh_1 = \rho_2 + \rho gh_2$

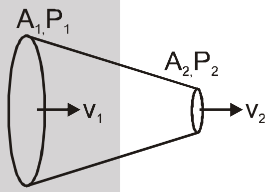
$\therefore \quad P_1 - P_2 = \rho g(h_2 - h_1)$

यह द्रव की विरामावस्था के लिए दाब का परिभाषित सम्बन्ध है।

Solved Examples

Example 19. शंकु आकार के एक पाइप से गुजरने वाले 1.25×10^3 kg/m^3 घनत्व के ग्लिसरीन के प्रवाह की दर की गणना कीजिए। यदि इसके सिरों की त्रिज्या क्रमशः 0.1m तथा 0.04m है एवं इसकी लम्बाई के सापेक्ष दाबांतर 10 N/m है।

Solution : सतत्ता की समीकरण से,



$A_1 v_1 = A_2 v_2$

या $\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \left(\frac{0.04}{0.1}\right)^2 = \frac{4}{25}$

बरनॉली समीकरण से,

$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

या $v_2^2 - v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}$ या $v_2^2 - v_1^2 = \frac{2 \times 10}{1.25 \times 10^3} = 1.6 \times 10^{-2}$ m^2/s

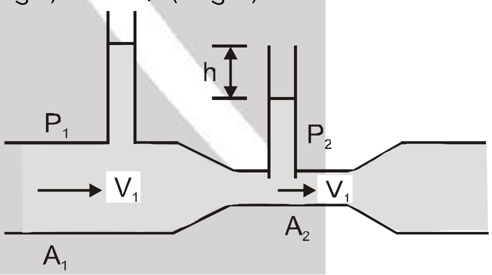
समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर, $v_2 \approx 0.128$ m/s

$\therefore$ पाइप से प्रवाहित आयतन प्रवाह की दर $Q = A_2v_2 = \left(\pi r_2^2\right)v_2 = \pi\,(0.04)^2\,(0.128) = 6.43 \times 10^{-4}$ m^3/s

15. बरनॉली समीकरण पर आधारित अनुप्रयोग

(a) वेंचुरीमीटर (धारा प्रवाह मापी)

चित्र में एक वेंचुरीमीटर दर्शाई गई है जो पाइप के असमरूप अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में प्रवाह की चाल मापन के उपयोग में आ रही है। हम बरनॉली समीकरण पाइप के चौड़े (बिन्दु 1) व सकड़े (बिन्दु 2) लगाते हैं तथा $h_1 = h_2$



$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

सतत्ता की समीकरण से $v_2 = \frac{A_1v_1}{A_2}$

मान रखने तथा पुनःव्यवस्थित करने पर हम प्राप्त करते हैं

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$

यह दाबान्तर ρgh, के बराबर भी है, जहाँ h दो नली के द्रव स्तरो में अंतर है।

समीकरण (i) में रखने पर हम प्राप्त करते हैं

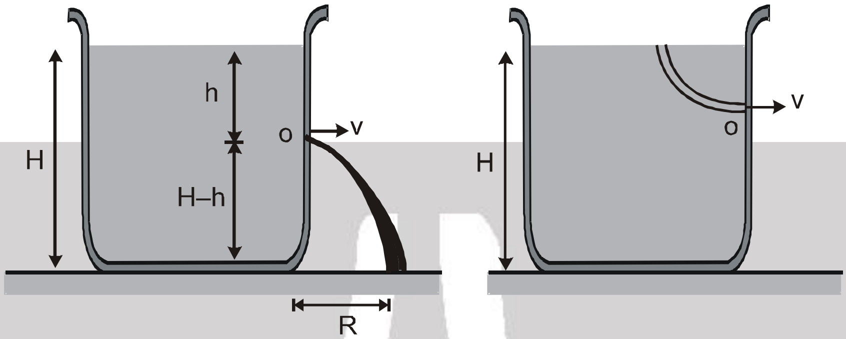
$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}}$$

द्रव प्रवाह दर या प्रति सेकण्ड बहने वाले द्रव व्यक्त किया जा सकता है,

$$\frac{dV}{dt} = A_1 v_1 = A_1\sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}}$$

(b) बहिस्त्राव (Speed of efflux)

मानिए कि एक पात्र में इसकी एक भुजा पर सुराख (orifice) O से द्रव की सतह h ऊँचाई पर है, इस सुराख से निष्कासित द्रव का वेग v है। बाहर आने वाले द्रव की चाल बहिस्त्राव कहलाता है। यदि पात्र की विमाऐं पर्याप्त रूप से बढ़ी है, द्रव का वेग इसकी सतह पर शून्य ले सकते हैं तथा वहाँ पर दाब सुराख O पर दाब के समान अर्थात् वायुमण्डलीय दाब है जो द्रव के प्रवाह में कोई सहायता नहीं करता है, अतः द्रव का प्रवाह शुद्ध रूप से स्वयं द्रव के स्थैतिक दाब के कारण होता है। अतः एक प्रवाह की नली चित्रानुसार ले सकते हैं जो द्रव की पृष्ठीय सतह से प्रारम्भ होती है तथा सुराख पर खत्म होती है। बरनॉली समीकरण के उपयोग से



द्रव की सतह पर प्रति एकांक आयतन की कुल ऊर्जा = KE + PE + दाब ऊर्जा = 0 + $\rho gh + P_0$

तथा सुराख पर प्रति एकांक आयतन की कुल ऊर्जा = KE + PE + दाब = $\frac{1}{2}\rho v^2 + 0 + P_0$

क्योंकि धारारेखीय प्रवाह में द्रव की कुल ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है अतः बरनॉली समीकरण से हम प्राप्त करते हैं।

$\rho gh + P_0 = \frac{1}{2}\rho v^2 + P_0$ या $v = \sqrt{2gh}$

टॉरिसेली दर्शाता है कि यह वेग द्रव के मुक्त रूप से सुराख से द्रव सतह की (h) ऊँचाई से गिरने पर प्राप्त होने के समान है। इसे टॉरिसेली का सिद्धान्त कहते हैं तथा यह इस प्रकार है कि "सुराख से निकलने वाले द्रव के बहिस्त्राव का वेग समान है, जैसा कि यह द्रव स्तर व सुराख के मध्य की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई से मुक्त रूप से गिरने पर प्राप्त करता है।''

16. परास (R)

मानिए कि सतह पर प्राप्त की गई परास R है

द्रव के ऊर्ध्वाधर गति को लेने पर,

$(H - h) = \frac{1}{2}gt^2$ या $t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$

अब द्रव के क्षैतिज गति को लेने पर,

$R = vt \quad R = \sqrt{2gh}\left(\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}\right)$ या $R = 2\sqrt{h(H-h)}$

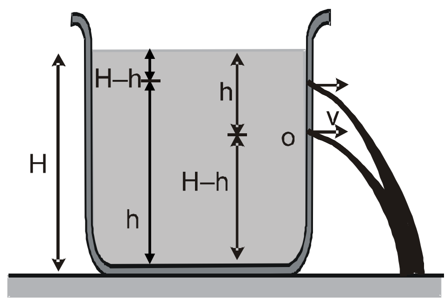
R के व्यंजक से निम्न निष्कर्ष निकाल सकते हैं,

(i) $R_h = R_{H-h}$

जैसा कि $R_h = 2\sqrt{h(H-h)}$

तथा $R_{H-h} = 2\sqrt{h(H-h)}$

यह $h = \frac{H}{2}$ पर अधिकतम हो सकता है तथा $R_{max} = H$ है।



प्रमाण : $R^2 = 4\,(Hh - h^2)$

R के अधिकतम होने के लिए $\frac{dR^2}{dh}$, = 0

या $H - 2h = 0$ या $h = \frac{H}{2}$

अतः R, $h = \frac{H}{2}$ पर अधिकतम है तथा $R_{max} = 2\sqrt{\frac{H}{2}\left(H - \frac{H}{2}\right)} = H$

टैंक के खाली होने में लिया गया समय

हम यहाँ टैंक के खाली होने में आवश्यक समय ज्ञात करना चाहते हैं, यदि टैंक की तली पर एक छिद्र बना हो। मानिए कि एक टैंक ρ घनत्व के द्रव से H ऊँचाई तक भरा हुआ है। टैंक की तली पर a अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का एक छोटा छिद्र बनाया जाता है। टैंक का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A है।

माना किसी समय पर टैंक का द्रव का स्तर y ऊँचाई पर है। इस समय पर बहिस्त्राव का वेग होगा।

$$v = \sqrt{2gy}$$

अब, इस समय छिद्र से प्रति सेकण्ड बाहर आने वाले द्रव का आयतन $\left(\frac{dV_1}{dt}\right)$ है।

टैंक में प्रति सेकण्ड आने वाले द्रव का आयतन $\left(\frac{dV_2}{dt}\right)$ है।

खाली होने में लिया गया समय $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_2}{dt}$

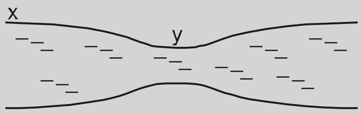
$\therefore \quad av = A\left(-\frac{dy}{dt}\right)$ $\qquad \therefore \quad a\sqrt{2gy} = A\left(-\frac{dy}{dt}\right)$

या $\int_0^t dt = \frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_H^0 y^{-1/2} - dy$

$\therefore \quad t = \frac{2A}{a\sqrt{2g}}\,[\sqrt{y}]_0^H$ $\qquad \therefore \quad t = \frac{A}{a}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

Solved Examples

Example 20. एक क्षैतिज नली में जल चित्रानुसार प्रवाहित होता है। जल का दाब x व y के मध्य 600 N/m^2 से परिवर्तित होता है। जहां अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल क्रमशः 3 cm^2 तथा 1.5 cm^2 है। नली से जल प्रवाह की दर ज्ञात करो।



Solution : माना x पर वेग = v_x एवं y पर वेग = v_y

सांतत्य की समीकरण से, $\frac{v_y}{v_x} = \frac{3cm^2}{1.5cm^2} = 2.$

बरनौली की समीकरण से,

$P_x + \frac{1}{2}\rho\, v_x^2 = P_y + \frac{1}{2}\rho v_y^2$

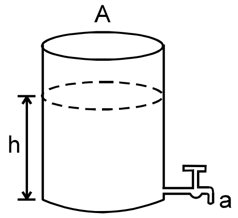
या $P_x - P_y = \frac{1}{2}\rho(2v_x)^2 - \frac{1}{2}\rho v_x^2 = \frac{3}{2}\rho v_x^2$

या $600\,\frac{N}{m^2} = \frac{3}{2}\left(1000\,\frac{kg}{m^3}\right)v_x^2$

या $v_x = \sqrt{0.4 m^2/s^2} = 0.63$ m/s.

प्रवाह की दर = (3 cm^2) (0.63 m/s) = 189 cm^3/s

Example 21. अनुप्रस्थ काट A का एक बेलनाकार पात्र 'h' ऊँचाई तक भरा है। पात्र की तली में स्थिति 'a' अनुप्रस्थ काट के नल से पानी बाहर आ सकता है। ज्ञात करो –



(a) नल खोलने के तुरन्त पश्चात् पानी का वेग।

(b) पानी से निकलने वाली धारा का गहराई h_0 पर अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 'a' के पदों में।

(c) समय जिसमें पात्र खाली हो जाएगा। (दिया है: $\left(\frac{a}{A}\right)^{1/2} = 0.02$, h = 20 cm, h_0 = 20 cm)

Solution : (1) तथा (2) के बीच बर्नोली समीकरण लगाने पर -

$$P_a + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

सत्तता के समीकरण से :

$$Av_1 = av_2,\ v_1 = \frac{av_2}{a} \qquad \Rightarrow \qquad \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

हल करने पर - $v_2 = \sqrt{\dfrac{2gh}{1-\dfrac{a^2}{A^2}}} = 2$ मी०/सैक० ....(1)

(b) (2) तथा (3) के बीच बरनौली समीकरण लगाने पर $\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_0 = \frac{1}{2}\rho v_3^2$

सत्तता के समीकरण से

$$av_2 = a'\,v_3 \ \Rightarrow\ v_3 = \frac{av_2}{a'}$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_0 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{av_2}{a'}\right)^2$$

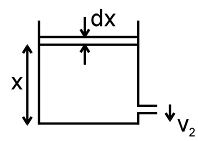
$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 + gh_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{a'}\right)^2 \times 2 \times 2$$

$$\left(\frac{a}{a'}\right)^2 = 1 + \frac{9.8 \times .20}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = 1.98 \Rightarrow a' = \frac{a}{\sqrt{1.98}}$$

(c) समीकरण (1) से पात्र में द्रव की किसी ऊँचाई 'h' पर नल से वेग

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{0.98}} = \sqrt{20h}$$

हम जानते है कि नल से निकलने वाले द्रव का आयतन = पात्र के द्रव में आयतन में कमी किसी भी अल्प समयान्तराल 'dt' के लिए –



$$av_2dt = -A \cdot dx$$

$$a\sqrt{20x}\,dt = -A\,dx$$

$$\int_0^t dt = -\frac{A}{a}\int_h^0 \frac{dx}{\sqrt{20x}}$$

$$t = \frac{A}{a\sqrt{20}}\left[2\sqrt{x}\right]_h^0$$

$$t = \frac{A}{a\sqrt{20}}\,2\sqrt{h} = \frac{A}{a} \times 2 \times \sqrt{\frac{h}{20}} = \frac{2A}{a}\sqrt{\frac{0.20}{20}} = \frac{2A}{a} \times 0.1$$

दिया है $\left(\frac{a}{A}\right)^{1/2} = 0.02$ या $\frac{A}{a} = \frac{1}{0.0004} = 2500$

इस प्रकार t = 2 × 2500 × 0.1 = **500 सैकण्ड**

Example 22. एक टैंक द्रव से H ऊँचाई तक भरा हुआ है। इस टैंक की तली पर एक छोटा छिद्र बनाया जाता है। माना कि प्रथम आधे भाग को खाली होने में लिया गया समय t_1 है तथा शेष आधे भाग को खाली होने में लिया गया समय t_2 है तब $\frac{t_1}{t_2}$ ज्ञात कीजिए।

Solution : उपरोक्त विवेचना में व्युत्पन्न की गई समीकरण में उपयुक्त सीमा रखने पर हम प्राप्त करते हैं

$$\int_0^{t_1} dt = -\frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_H^{H/2} y^{-1/2} dy$$

या $t_1 = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} [\sqrt{y}]_{H/2}^{H}$ या $t_1 = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \left[\sqrt{H} - \sqrt{\frac{H}{2}}\right]$ या $t_1 = \frac{A}{a}\sqrt{\frac{H}{g}}\left(\sqrt{2}-1\right)$

इसी प्रकार $\int_0^{t_2} dt = -\frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_{H/2}^{0} y^{-1/2} = dy$

या $t_2 = \frac{A}{a}\sqrt{\frac{H}{g}}$

हम प्राप्त करते हैं

$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{2}-1$ या $\frac{t_1}{t_2} = 0.414$

Note : यहाँ हम देखते हैं कि $t_1 < t_2$ है। यह होता है क्योंकि प्रारम्भ में दाब उच्च होता है तथा द्रव तेजी से बाहर निकलता है।

Exercise-1

✎ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

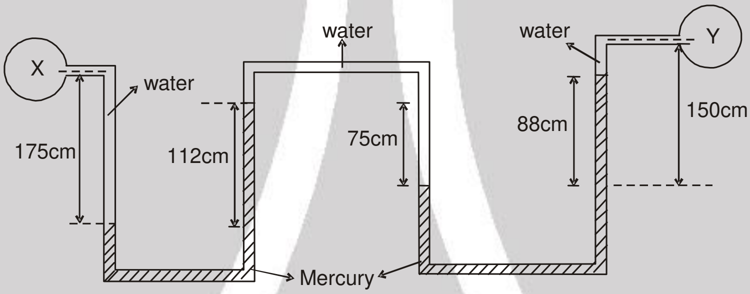
खण्ड (A) : दाब का मापन एवं गणना

A-1. हम एक सेव को धार रहित चाकू की तुलना में तीखे चाकू से आराम से काट लेते है। व्याख्या कीजिए ?

A-2. दाबमापी में पानी के स्थान पर पारे का प्रयोग क्यों करते है ?

A-3. एक द्रव की मुक्त सतह के 3 मीटर नीचे वायुदाब की तुलना में दाब आधिक्य $15 KN/m^2$ है। इसका घनत्व एवं विशिष्ट गुरूत्वीय घनत्व ज्ञात करो। [$g = 10\ m/sec^2$]

A-4.✎ दो U-नली दाबमापी चित्र में दिखाये अनुसार एक ही नलिका से जुड़े है। X व Y के मध्य दाबान्तर ज्ञात करो। पारे की आपेक्षिक घनत्व 13.6 लें। ($g = 10\ m/s^2$, $\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3$)



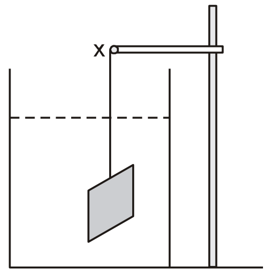
A-5. एक आयताकार पात्र जल व तेल के समान आतयन से भरा जाता है। तेल,जल से दुगुना हल्का है। यदि पात्र केवल तेल से भरा जाये तो यह दर्शाइये कि पात्र की प्रत्येक दीवार पर बल पाँचवें भाग से घट जायेगा। (इस तथ्य को ध्यान में रखें कि तेल पात्र के ऊपरी भाग में है।) (वायुदाब नगण्य है)

खण्ड (B) : आर्किमिडीज का सिद्वान्त एवं उत्प्लावक बल

B-1. एक लकड़ी के घन पर 200 gm द्रव्यमान रखा है यह जल में पूरा डूब कर ठीक तैर रहा है। जब द्रव्यमान हटा लिया जाता है तो साम्यावस्था पर घन 2 cm ऊपर उठ जाता है। घन की भुजा ज्ञात करों।

B-2.✎ जल के घनत्व के आधे घनत्व की एक बहुत छोटी ठोस गेंद गुरूत्व के प्रभाव में 19.6 m की ऊँचाई से मुक्त रूप से गिरती है फिर जल में प्रवेश करती है। गेंद कितनी गहराई तक जाएगी। पुनः जल की सतह तक आने में यह कितना समय लेगी? वायु प्रतिरोध व जल में श्यानता प्रभाव तथा पानी की सतह से टक्कर के कारण ऊर्जा हानि नगण्य मानिये। ($g = 9.8\ m/s^2$)

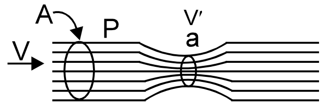
B-3. वर्गाकार आकृति की एक धातु की प्लेट चित्रानुसार बिन्दु x से लटकाई गई है। प्लेट जल में इस प्रकार डूबी है कि जल का तल प्लेट से पर्याप्त ऊँचाई पर है। बिन्दु 'x' तब नियत वेग से धीरे से ऊपर उठाया जाता है। बिन्दु 'x' के विस्थापन 's' के सापेक्ष डोरी में तनाव T में परिवर्तन का ग्राफ खींचिए।



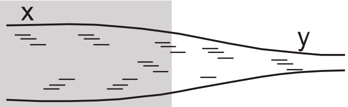
खण्ड (C) : सत्तता समीकरण व बरनॉली प्रमेय तथा उसके अनुप्रयोग

C-1. एक पाइप जो क्षैतिज में रखा है, के शंक्वाकार अनुप्रस्थ काट से 1.25×10^3 kg/m^3 घनत्व के ग्लिसरीन की प्रवाह दर की गणना करो यदि इसके सिरों की त्रिज्याएं 0.1m व 0.04 m एवं इसकी लम्बाई पर दाबान्तर 10 N/m^2 है।

C-2. चित्र के वेन्चुरी नली पर विचार कीजिए। माना कि क्षेत्रफल A, 5a के बराबर है, A पर दाब 2.0 atm (वायुमण्डलीय) है। 'A' पर वेग v व a पर वेग v' के मान की गणना करो जो 'a' पर दाब p' के मान को शून्य बना दे। यदि A पर व्यास 5.0 cm है तो इसके संगत आयतन प्रवाह दर ज्ञात करो। (परिघटना जब a पर p' लगभग शून्य के बराबर है गुहाहीकरण (cavitation) के रूप में जानी जाती है। पानी छोटे बुलबुलों के रूप में वाष्पित हो जाता है।) ($P_{atm} = 10^5$ N/m^2, $\rho = 1000$ kg/m^3).



C-3. परिवर्ती अनुप्रस्थ काट (चित्र) की क्षैतिज नली से जल प्रवाहित है। x व y पर अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल क्रमशः 40 mm^2 व 20 mm^2 है। यदि जल का 10 cc (घन सेमी) प्रति सैकण्ड x पर प्रवेश करता है। ज्ञात करो –
(i) x पर जल की चाल, (ii) y पर जल की चाल और (iii) दाबान्तर $P_x - P_y$.



C-4. माना कि उपरोक्त प्रश्न में नली को सिरे, x को ऊपर रखते हुए उर्ध्वाधर रखा जाता है परन्तु अन्य परिस्थितियां वैसी ही रहती है। x एवं y अनुप्रस्थ काट के मध्य दूरी 15/16 cm है। उपरोक्त प्रश्न के भाग (i), (ii) एवं (iii) दोहराइये। g = 10 m/s^2 लें।

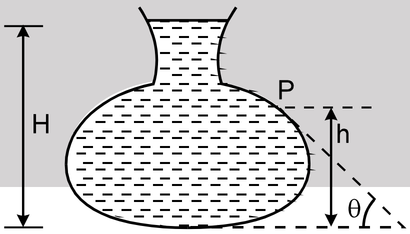
C-5. मानियें की उपरोक्त प्रश्न में नली को सिरे y को ऊपर रखते हुए उर्ध्वाधर रखा जाता है। जल y में 10 cm^3/s की दर से प्रवेश करता है। भाग (iii) को दोहराइये। ध्यान दें जैसे–जैसे जल नीचे आता है चाल घटती है।

C-6. माना कि वायुयान के पंख के अगले किनारे पर वायु विराम पर है एवं पंख की उपरी सतह के ऊपर वायु तेज चाल v से गुजर रही है। यदि वायु का घनत्व ρ है, तब धारा रेखीय प्रवाह में v का अधिकतम मान ज्ञात करो जब वायुमण्डलीय दाब p_{atm} है।

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

खण्ड (A) : दाब का मापन एवं गणना

A-1. चित्र में दिखायें बर्तन को ρ घनत्व के द्रव से भरा गया हैं। दीवार के P बिन्दु पर एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाला अभिलम्बवत् बल होगा।

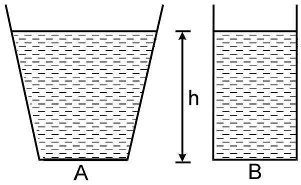


(A) $h\rho g$ (B) $H\rho g$ (C) $(H - h)\rho g$ (D) $(H - h)\rho g \cos\theta$

A-2. 10 m लम्बाई, 8 m चौड़ाई तथा 6m गहराई का टैंक पानी से पूरा भरा हुआ है। यदि पानी का घनत्व 1000 kg/m^3 है तो तली पर उत्पन्न बल (thrust) होगा। (g = 10 m s^{-2}) (वायुमण्डलीय दाब को नगण्य मानें)
(A) $6 \times 1000 \times 10 \times 80$ N (B) $3 \times 1000 \times 10 \times 48$ N
(C) $3 \times 1000 \times 10 \times 60$ N (D) $3 \times 1000 \times 10 \times 80$ N

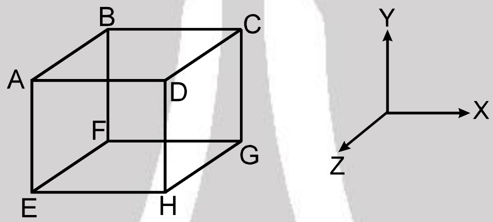
A-3. सर्विस स्टेशन पर काम में आने वाली किसी हाइड्रोलिक लिफ्ट के लिए बड़े और छोटे पिस्टन की त्रिज्याओं में अनुपात 20 : 1 है। 1500 kg द्रव्यमान की कार को उठाने के लिए छोटे पिस्टन पर भार रखना पड़ेगा।
(A) 3.75 kg (B) 37.5 kg (C) 7.5 kg (D) 75 kg.

A-4. तली पर पानी द्वारा F_A बल लगाया जाता है तथा B की तली पर पानी द्वारा F_B बल लगाया जाता है। यदि बर्तनों में भरे पानी का भार क्रमशः W_A और W_B है तो –



(A) $F_A > F_B$; $W_A > W_B$ (B) $F_A = F_B$; $W_A > W_B$ (C) $F_A = F_B$; $W_A < W_B$ (D) $F_A > F_B$; $W_A = W_B$

A-5.(i) एक घनाकार डिब्बा ABCDEFGH जिसमें एक आदर्श (अश्यान तथा असंपीड्य) द्रव्य पूर्णतः भरा है, जो कि गुरूत्वहीन स्थान पर निम्न त्वरण से गतिशील है। जहां a_0 एक धनात्मक नियतांक है तो चित्र में प्रदर्शित डिब्बे में वह अकेला बिन्दु जहाँ दाब अधिकतम है, होगा :



(A) B (B) C (C) E (D) F

(ii) पिछले प्रश्न में किस बिन्दु पर दाब न्यूनतम होगा –

(A) A (B) B (C) H (D) F

खण्ड (B) : आर्किमिडीज का सिद्धान्त व उत्प्लावक बल

B-1. बर्फ का घनत्व x gm/cc तथा पानी का घनत्व y gm/cc. है। यदि m gm बर्फ पिघलती है तो आयतन में परिवर्तन होगा (cc में)

(A) M (y – x) (B) (y – x)/m (C) mxy (x – y) (D) m (1/y – 1/x)

B-2. जब किसी पिण्ड को स्प्रिंग तुला से हवा में लटकाया जाता है तो इसका पाठ्यांक 60 N है। जब पिण्ड को पानी में पूरा डुबोया जाता है, तो पाठ्यांक 40 N हो जाता है तो पिण्ड का विशिष्ट गुरूत्व होगा।

(A) 3 (B) 2 (C) 6 (D) 3/2

B-3. एक V आयतन तथा σ_b घनत्व का पिण्ड, σ_l घनत्व के द्रव में ($\sigma_l > \sigma_b$) रखा गया है, पानी के अन्दर ब्लॉक को h ऊँचाई तक लाया जाता है, तो पिण्ड की गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि हागी।

(A) $\sigma_b Vgh$ (B) $(\sigma_b + \sigma_l)Vgh$ (C) $(\sigma_b - \sigma_l)Vgh$ (D) इनमें से कोई नहीं

B-4. एक स्टील का पिण्ड जिसका आकार 5 cm × 5 cm × 5 cm है, पानी में तौला जाता है। यदि स्टील का आपेक्षिक घनत्व 7 है तो इसका आभासी भार होगा।

(A) 6 × 5 × 5 × 5 gf (B) 4 × 4 × 4 × 7 gf (C) 5 × 5 × 5 × 7 gf (D) 4 × 4 × 4 × 6 gf

B-5. एक धातु का गोला, पानी और एक द्रव के अघुलनशील मिश्रण (जो एक दूसरे में मिल नही सकते) में ($\rho_w = 10^3$ kg/m^3, $\rho_L = 13.5 \times 10^3$) तैर रहा है। इस मिश्रण के आयतन का (1/5)th भाग द्रव में है, तथा शेष जल में हैं तो धातु का घनत्व है।

(A) 4.5×10^3 kg/m^3 (B) 4.0×10^3 kg/m^3 (C) 3.5×10^3 kg/m^3 (D) 1.9×10^3 kg/m^3

B-6. जब किसी तराजू से दो पिण्डों को पानी में लटकाया जाता है, तो साम्यावस्था में एक पिण्ड का द्रव्यमान 36 g और इसका घनत्व 9 g/cc. है। यदि दूसरे का द्रव्यमान 48 g हो तो इसका घनत्व होगा। जबकि दोनों संतुलन में हों।

(A) 4/3 (B) 3/2 (C) 3 (D) 5

B-7. किसी तैरते हुए पिण्ड की स्थायी साम्यावस्था के लिए, उत्प्लावन केन्द्र होना चाहिए–

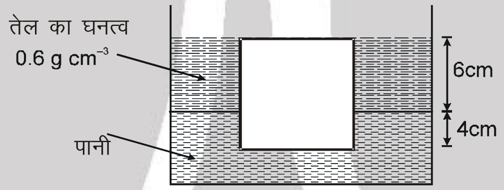
(A) गुरूत्व केन्द्र के ऊर्ध्वाधर ऊपर

(B) गुरूत्व केन्द्र के उर्ध्वाधर नीचे

(C) गुरूत्व केन्द्र की क्षैतिज रेखा में।

(D) कहीं भी

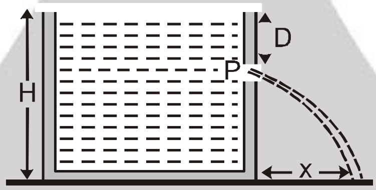
B-8. लकड़ी का एक 10 cm भुजा वाला एक घनाकार गुटका, चित्रानुसार तेल व जल की सतह पर चित्रानुसार तैर रहा है। तेल का घनत्व 0.6 g cm^{-3} व जल का घनत्व 1 g cm^{-3} है। गुटके का द्रव्यमान है–



(A) 706 g (B) 607 g (C) 760 g (D) 670 g

खण्ड (C) : सांतत्यता समीकरण एवं बरनौली सिद्धान्त व उसके अनुप्रयोग

C-1. किसी टंकी में H ऊँचाई तक पानी भरा हुआ है। पानी की ऊपरी सतह से D गहराई पर एक छेद P से पानी बाहर निकलता है। जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। क्षैतिज दूरी x, H और D के पदों में होगी –

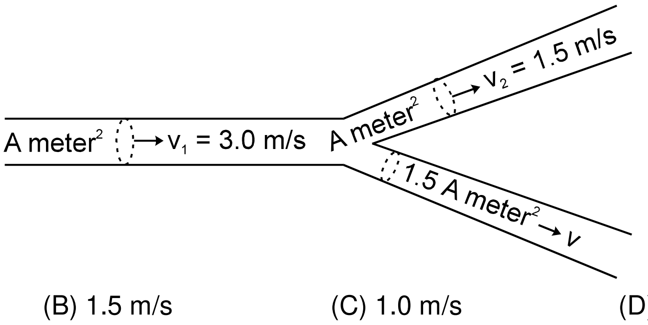


(A) $x = \sqrt{D(H-D)}$ (B) $x = \sqrt{\dfrac{D(H-D)}{2}}$ (C) $x = 2\sqrt{D(H-D)}$ (D) $x = 4\sqrt{D(H-D)}$

C-2. एक जड़वत बेलनाकार बर्तन पानी से H ऊँचाई तक भरा हुआ है। पानी की मुक्त सतह से h गहराई पर एक छेद किया गया है। अधिकतम क्षैतिज परास के लिए h का मान होगा–

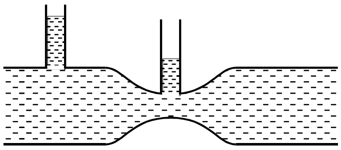
(A) H (B) 3H/4 (C) H/2 (D) H/4

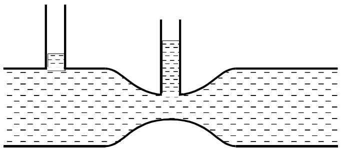
C-3. चित्र में दिखाये अनुसार एक असम्पीड्य द्रव क्षैतिज नली में बहता है तो द्रव का वेग 'v' है–

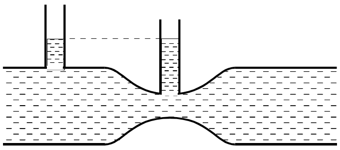


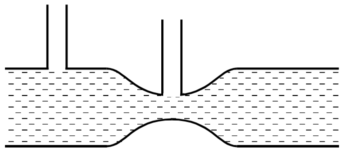
(A) 3.0 m/s (B) 1.5 m/s (C) 1.0 m/s (D) 2.25 m/s

C-4. एक द्रव जो कि सतत् रूप से क्षैतिज नलिका में चित्रानुसार बह रहा है का ऊर्ध्व नलियों में स्तर का सर्वोत्तम प्रदर्शन होगा

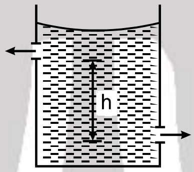
(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

C-5. ऊपर से खुले व द्रव से भरे टैंक में विपरीत दिशा में छोटे छोटे समान छेद है। चित्रानुसार दोनों छेदों के बीच ऊँचाई में अन्तर h है। जब पानी दोनों छेदों से बाहर जाता है तो टैंक पर आरोपित कुल क्षैतिज बल अनुक्रमानुपाती है :



(A) $h^{1/2}$ (B) h (C) $h^{3/2}$ (D) h^2

C-6. 0.4 मीटर ऊँचाई का एक बेलनाकार टैंक ऊपर से खुला है तथा इसका व्यास 0.16 मीटर है। इसमें 0.16 मीटर ऊँचाई तक पानी भरा हुआ है। इसके आधार में स्थित 5×10^{-3} मीटर अर्द्धव्यास के एक सूराख से इस टैंक को खाली होने में समय लगेगा–

(A) 46.26 sec. (B) 4.6 sec. (C) 462.6 sec. (D) 0.46 sec.

C-7. एक लम्बे बेलनाकार पात्र में 10m ऊँचाई तक पानी भरा हुआ है। इसकी वक्राकार सतह पर पानी द्वारा आरोपित बल, इसकी तली पर पानी द्वारा आरोपित बल के बराबर है। यदि वायुमण्डलीय दाब 10m पानी स्तंभ को संतुलित कर सकता हो तो पात्र की त्रिज्या क्या होगी। **[Olympiad 2014 (stage-1)]**

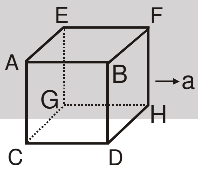
(A) 10 m (B) 15m (C) 5m (D) 25m

C-8. A अनुप्रस्थ काट क्षैत्रफल का पानी का फव्वारा एक प्लेट पर v वेग से लम्बवत् टकराता है। प्लेट फव्वारे की दिशा में V वेग से गतिशील है तो प्लेट पर आरोपित बल समानुपाती होगा– **[Olympiad 2015 (stage-1)]**

(A) v (B) v^2 (C) (v – V) (D) $(v – V)^2$

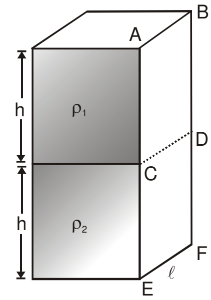
भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. एक घनाकार पात्र जो m द्रव्यमान के द्रव से पूरा भरा है, को क्षैतिज दिशा में चित्रानुसार a त्वरण दिया जाता है। द्रव के दाब के कारण सतहों पर लगने वाले बल का मिलाप इनके परिमाण से कीजिए–(न्यूनतम दाब को शून्य मानें।)



कॉलम I	**कॉलम II**
(A) सतह ABFE पर बल	(p) $\frac{ma}{2}$
(B) सतह BFHD पर बल	(q) $\frac{mg}{2}$
(C) सतह ACGE पर बल	(r) $\frac{ma}{2}+\frac{mg}{2}$
(D) सतह CGHD पर बल	(s) $\frac{ma}{2}$ +mg
	(t) $\frac{mg}{2}$ + ma

2. एक घनाकार पात्र में ρ_2 घनत्व का द्रव h ऊँचाई तक तथा ρ_1, घनत्व का द्रव भी h ऊँचाई तक चित्रानुसार भरा हुआ है।



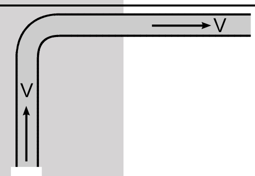
कॉलम I	कॉलम II
(A) सतह ABCD पर ρ_1 घनत्व वाले द्रव के कारण बल	(p) शून्य
(B) सतह ABCD पर ρ_2 घनत्व वाले द्रव के कारण बल	(q) $\frac{\rho_1 g h^2 \ell}{2}$
(C) सतह CDEF पर ρ_1 घनत्व वाले द्रव के कारण बल	(r) $\rho_1 g h^2 \ell$
(D) सतह CDEF पर केवल ρ_2 घनत्व वाले द्रव द्वारा बल	(s) $\frac{\rho_2 g h^2 \ell}{2}$

Exercise-2

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

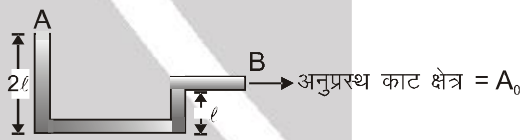
भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. चित्रानुसार एक आग बुझाने वाली मशीन ρ घनत्व का जल L आयतन की दर से प्रवाहित करती है। जल मशीन के पाईप में ऊर्ध्वाधर ऊपर चलता है। फिर 90° के घुमाव पर V चाल से क्षैतिज बाहर निकलता है। पाईप व नोजल का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल अन्त तक समान है। पाईप के कोने (घुमाव) पर जल द्वारा आरोपित बल है–



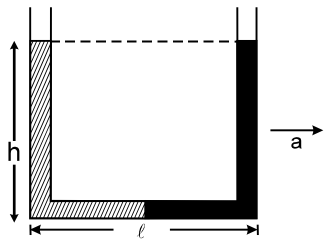
(A) ρVL (B) शून्य (C) $2\rho VL$ (D) $\sqrt{2}\rho VL$

2. चित्र में एक नली ऊर्ध्वाधर तल में स्थित है। इसको ρ घनत्व वाले द्रव से भर कर किनारे B को बन्द कर दिया जाता है तो द्रव के द्वारा नली के B किनारे पर लगने वाला बल होगा [वायुदाब को नगण्य मानें तथा ℓ की तुलना में नली की त्रिज्या को नगण्य मानें]



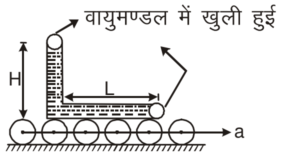
(A) 0 (B) $\rho g \ell A_0$ (C) $2\rho g \ell A_0$ (D) $\frac{\rho g \ell A_0}{2}$

3. एक U-नलिका के आधार की लम्बाई "ℓ" है इसमें द्रव जिनका घनत्व ρ तथा 2ρ है, के समान आयतन को चित्रानुसार भरा जाता है। यह 'a' त्वरण से क्षैतिज धरातल पर गति कर रही है। अगर दोनों द्रव सतहों (बाह्य वायुमण्डल में खुली हुई) के मध्य ऊँचाई में अन्तर शून्य हो तो ऊँचाई h का मान होगा :



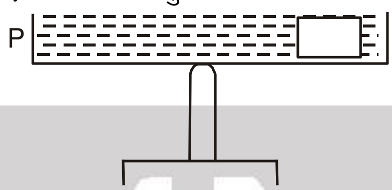
(A) $\frac{a}{2g}\ell$ (B) $\frac{3a}{2g}\ell$ (C) $\frac{a}{g}\ell$ (D) $\frac{2a}{3g}\ell$

4. एक संकरी नलिका में द्रव भरा हुआ है तथा यह बेलनों की श्रृंखला पर चित्रानुसार रखी हुई है। किन्ही भी सतहों के बीच फिसलन ना मानें। बेलनों का त्वरण क्या होगा ताकि द्रव नलिका के किसी भी सिरे से बाहर न निकल सके :



(A) $\frac{gH}{2L}$ (B) $\frac{gH}{L}$ (C) $\frac{2gH}{L}$ (D) $\frac{gH}{\sqrt{2}L}$

5. एक खुले पात्र P जिसमें ρ_w घनत्व का पानी भरा है, को एक उर्ध्व छड़ पर रखा जाता है तथा साम्यावस्था बनाये रखते है। एक ρ घनत्व के ब्लॉक को पात्र के एक सिरे में चित्रानुसार रखते है। पानी की गहराई, ब्लॉक की ऊँचाई से अधिक है–



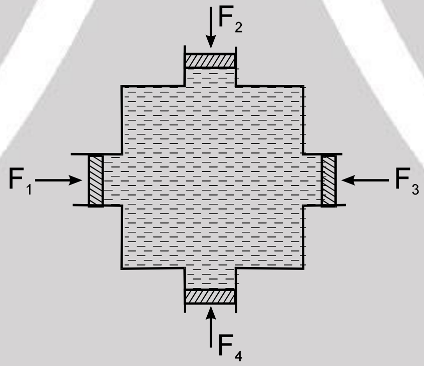
(A) साम्यावस्था बनी रहेगी, केवल यदि $\rho < \rho w$

(B) साम्यावस्था बनी रहेगी, केवल यदि $\rho \leq \rho w$

(C) ρ तथा ρw के मध्य सभी संबंधो के लिए साम्यावस्था बनी रहेगी।

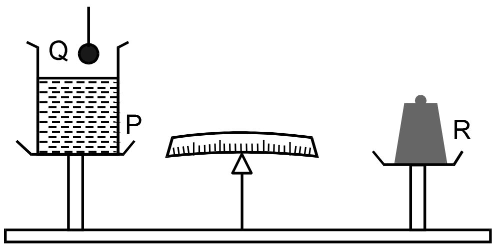
(D) साम्यावस्था बनाये रखना सम्भव नहीं है।

6. दर्शाये गये चित्र में एक सममित पात्र में जल भरा है। समान क्षेत्रफल A के चार पिस्टन चार खुले स्थानो पर जल को साम्यावस्था में रखते है। अब प्रत्येक पिस्टन पर अतिरिक्त बल F आरोपित किया जाता है। इसके कारण पात्र के केन्द्र पर दाब में वृद्धि है।



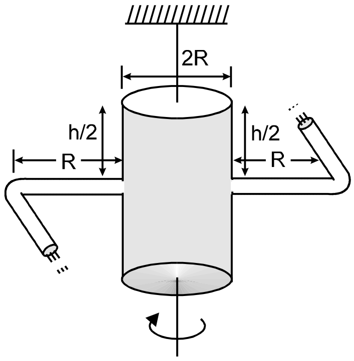
(A) $\frac{F}{A}$ (B) $\frac{2F}{A}$ (C) $\frac{4F}{A}$ (D) 0

7. चित्र में एक तुला सेतु (weighing - bridge) प्रदर्शित है। एक पलड़े पर पानी से भरा हुआ बीकर P रखा हुआ है तथा दूसरे पर सन्तुलन भार R रखा है। एक ठोस गेंद Q पानी के बाहर किसी धागे से लटक रही है। इसका आयतन 40 सेमी^{3} व भार 80 ग्राम है। यदि गेंद को पानी में पूरी तरह डुबाया जाये तो (गेंद बीकर को कही भी नहीं छूती है।) तो सन्तुलन भार R′ होगा।



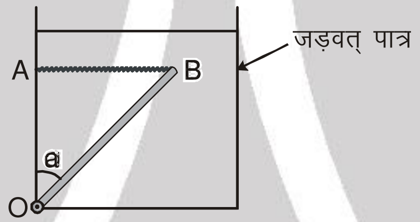
(A) R के बराबर (B) R से 40 gm कम (C) R से 40 gm ज्यादा (D) R से 80 gm ज्यादा

8. त्रिज्या 'R' व ऊँचाई 'h' का एक बेलनाकार डिब्बा द्रव से पूरा भरा है। L आकार व अल्प अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 'a' के दो क्षैतिज पाइप चित्रानुसार बेलन से जोड़ दिये जाते है अब पाईपों को खोला जाता है तथा द्रव पाईपों से विपरीत दिशा में क्षैतिज रूप से बाहर निकलने लगाता है। बाहर निकलने वाले द्रव के कारण निकाय पर आरोपित बलाघूर्ण है–



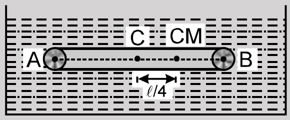
(A) $4agh\rho R$ (B) $8agh\rho R$
(C) $2agh\rho R$ (D) $agh\rho R$

9. एक समरूप छड़ OB जिसकी लम्बाई 1m, अनुप्रस्थ काट क्षैत्रफल 0.012 मी.^{2} तथा सापेक्ष घनत्व 2.0 है उर्ध्वतल में बिन्दु O के सापेक्ष घूर्णन के लिए स्वतन्त्र है। छड़ को एक क्षैतिज रस्सी AB जो महत्तम तनाव 45 न्यूटन सहन कर सकती है, के द्वारा प्रदर्शित अवस्था में रखा जाता है। छड़ तथा रस्सी का यह निकाय पानी में चित्रानुसार रखा जाता है। छड़ द्वारा उर्ध्वाधर से बनाये गये कोण α का अधिकतम मान क्या होगा ताकि रस्सी ना टूट सके–



(A) 45º (B) 37º (C) 53º (D) 60º

10. एक असमरूप बेलन जिसका द्रव्यमान m, लम्बाई ℓ तथा त्रिज्या r है, का द्रव्यमान केन्द्र, केन्द्र से $\ell/4$ दूरी पर तथा बेलन की अक्ष पर चित्रानुसार स्थित है। इस बेलन को समरूप घनत्व ρ के द्रव में रखा जाता है। द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष छड़ का जड़त्व आघूर्ण I है। चित्र में प्रदर्शित स्थिति से छड़ को छोड़ने के तुरन्त पश्चात् B बिन्दु के सापेक्ष बिन्दु A का कोणीय त्वरण होगा –



(A) $\frac{\pi\rho g\ell^2 r^2}{I}$ (B) $\frac{\pi\rho g\ell^2 r^2}{4I}$ (C) $\frac{\pi\rho g\ell^2 r^2}{2I}$ (D) $\frac{3\pi\rho g\ell^2 r^2}{4I}$

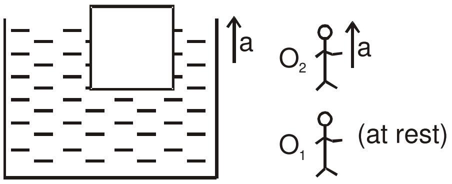
11. एक लोहे का गुटका 2°C पर जल से पूरी भरी बाल्टी के पेंदे पर रखा जाता है। जल गुटके पर उत्प्लावन बल लगाता है। यदि जल का ताप 1°C से बढ़ाया जाता है तो लोहे के गुटके का ताप भी 1°C बढ़ता है। गुटके पर जल द्वारा उत्प्लावन बल–

(A) बढ़ेगा (B) घटेगा (C) परिवर्तित नहीं होगा।
(D) उनके प्रसार गुणांक के मानों पर निर्भर करते हुए घट या बढ़ सकता है।

12. एक द्रव को एक बेलनाकार बर्तन में रखा गया है, जिसको उसकी अक्ष के परितः घुमाया जा रहा है। द्रव, बर्तन की दीवारों के सहारे ऊपर उठता है। यदि बर्तन का अर्द्धव्यास 0.05 मी तथा घूर्णन दर 2 चक्कर/सैकण्ड है, तो बर्तन के किनारे तथा केन्द्र के बीच द्रव की ऊँचाई में अन्तर होगा। (π^2 = 10) :

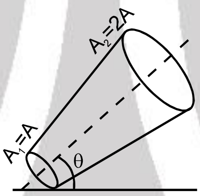
(A) 3 cm (B) 2 cm (C) 3/2 cm (D) 2/3 cm

13. एक ब्लॉक द्रव में आंशिक डुबा हुआ है तथा पात्र ऊपर की तरफ "a" त्वरण से त्वरित है। इस ब्लॉक को दो प्रेक्षकों O_1 और O_2 द्वारा प्रेक्षित किया जाता है, इनमें से एक स्थिर है तथा दूसरा प्रेक्षक "a" त्वरण से ऊपर की तरफ चित्रानुसार त्वरित है तो ब्लॉक पर आरोपित कुल उत्प्लावक बल होगा।



(A) O_1 और O_2 के लिए समान
(B) O_1 के लिए O_2 से ज्यादा
(C) O_2 के लिए O_1 से ज्यादा
(D) दिये गये आकडे पूर्ण नहीं है।

14. चित्र में नली का एक भाग प्रदर्शित है। द्रव अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1 से A_2 तक प्रवाहित होता है। ये दोनों अनुप्रस्थ काट क्षेत्र 'ℓ' दूरी पर स्थित है। A_2 भाग से प्रवाहित द्रव का वेग $\sqrt{\frac{g\ell}{2}}$ है। यदि A_1 तथा A_2 पर दाब समान हो तो नली द्वारा क्षैतिज से बनाया गया कोण होगा।

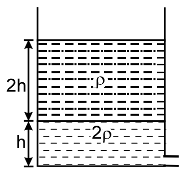


(A) 37º
(B) $\sin^{-1}\frac{3}{4}$
(C) 53º
(D) $\cos^{-1}\frac{3}{4}$

15. एक जड़्वत पात्र जिसमें 'h' ऊँचाई तक द्रव भरा है की तली में एक छेद है। द्रव का उपरी भाग तथा तली में स्थित छिद्र वायुमण्डल में खुले हैं। छिद्र का क्षैत्रफल 'a' तथा ऊपरी सतह का क्षैत्रफल 'A' है। जैसे ही द्रव छिद्र से बाहर आता है तो–

(A) द्रव की ऊपरी सतह g त्वरण के साथ त्वरित होती है।
(B) द्रव की ऊपरी सतह $g\frac{a^2}{A^2}$ त्वरण के साथ त्वरित होती है।
(C) द्रव की ऊपरी सतह $g\frac{a}{A}$ मन्दन के साथ मन्दित होती है।
(D) द्रव की ऊपरी सतह $\frac{ga^2}{A^2}$ मन्दन के साथ मन्दित होती है।

16. 2ρ तथा ρ घनत्व के दो भिन्न–भिन्न द्रवों से चित्रानुसार भरे हुए पात्र के छोटे छिद्र से बहने वाले द्रव का वेग है :

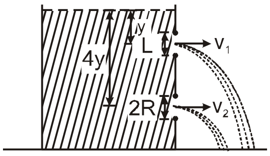


(A) $\sqrt{6gh}$
(B) $2\sqrt{gh}$
(C) $2\sqrt{2gh}$
(D) $\sqrt{gh}$

17. दो पाइप P और Q जिनके व्यास 2×10^{-2} m तथा 4×10^{-2} m है, दोनों को श्रेणी क्रम में जोड़ कर पानी की सप्लाई से जोड़ दिया जाता हैं। पाइप P से बहने वाले पानी का वेग होगा–

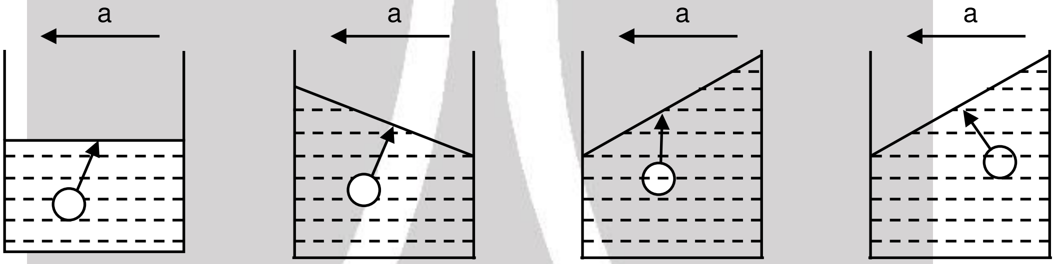
(A) Q का चार गुना
(B) Q का दुगुना
(C) Q का 1/2 गुना
(D) Q का 1/4 गुना

18. एक बड़ी खुली टंकी की दीवारों में दो छेद है। ऊपरी सिरे से गहराई y पर L भुजा का वर्गाकार छेद तथा 4y गहराई पर R त्रिज्या का वृत्ताकार छेद है। जब टंकी को पूरी तरह पानी से भर दिया जाता है तो दोनों छेदों से प्रति सेकण्ड बराबर पानी बाहर निकलता है R का मान होगा। **[JEE - 2000, 2/105]**



(A) $\frac{L}{\sqrt{2\pi}}$ (B) $2\pi L$ (C) L (D) $\frac{L}{2\pi}$

19. बायीं तरफ नियत त्वरण a से गतिशील कार के अंदर पानी से भरा हुआ एक कप रखा हुआ है। पानी के अंदर एक छोटा वायु बुलबुला स्थित है। पानी की सतह के आकार तथा बुलबुले की गति की दिशा के संदर्भ में कौनसा चित्र सही है। **[Olympiad (Stage-1) 2016]**



(A) (B) (C) (D)

(A) A (B) B (C) C (D) D

20. दो समरूप ठोस ब्लॉक A तथा B दो अलग–अलग पदार्थो के बने है। ब्लॉक A एक द्रव में इसके आधे आयतन के साथ डूबा हुआ है। जब ब्लॉक B को A के ऊपर रखते है, तो संयोजन ठीक द्रव में तैरता हुआ पाया गया। द्रव के घनत्वों, A के पदार्थ तथा B के पदार्थ का अनुपात दिया गया है – **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

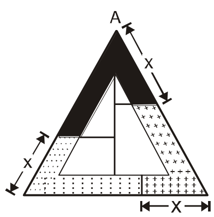
(A) 1 : 2 : 3 (B) 2 : 1 : 4 (C) 2 : 1 : 3 (D) 1 : 3 : 2

21. 10 cm बाहरी त्रिज्या तथा 9 cm आन्तरिक त्रिज्या का एक खोखला गोला 0.8 विशिष्ठ गुरूत्व वाले द्रव में आधा डूबा हुआ तैरता है। गोले के पदार्थ का घनत्व है – **[Olympiad (Stage-1) 2017]**

(A) 0.84g cm^{-3} (B) 1.48g cm^{-3} (C) 1.84g cm^{-3} (D) 1.24g cm^{-3}

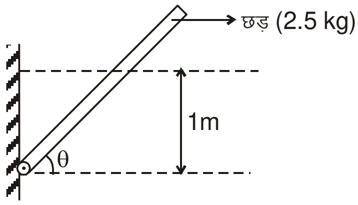
भाग - II : एकल एवं द्वि–पूर्णांक मान प्रकार (SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE)

1. ℓ = 3m भुजा लम्बाई की समबाहु त्रिभुजाकार बन्द नली में समान आयतन के तीन द्रव भरे हुए है जोकि मिश्रित नहीं है तथा इसकी निम्नतम भुजा को क्षैतिज रखते हुए उर्ध्वाधर व्यवस्थित किया गया है तो चित्र में 'x' (मीटर में) का मान ज्ञात करो यदि द्रवों के घनत्व समान्तर श्रेणी (A.P.) में है।

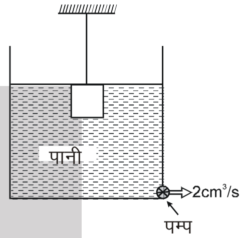


2. 10 m लम्बी व 2m गहरी खुली टंकी 0.80 आपेक्षिक घनत्व के तेल से 1.5 m ऊँचाई तक भरी है। टंकी विराम से 10 m/sec की चाल तक एक समान रूप से त्वरित होती है। तेल के छलके बिना यह चाल कितने कम से कम समय (सैकण्ड में) में प्राप्त की जा सकती है। [g = 10m/s^2]

3. वर्गाकार अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (5 cm × 5 cm) एवं '4m' लम्बाई की एक छड़ का भार 2.5 kg है एवं नीचे दिये गये चित्र में साम्यावस्था में दिखाई गई है। साम्यावस्था में इसका झुकाव कोण (डिग्री में) ज्ञात करो जब जल की सतह निलम्बन बिन्दु से 1 m ऊपर है।

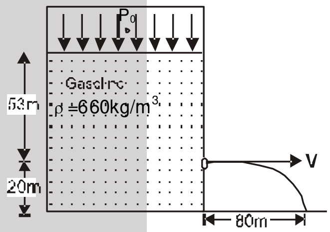


4. चित्र में 10 सेमी० भुजा का घनाकार ब्लॉक दिखाया गया है जिसका आपेक्षिक घनत्व 1.5 है। यह 10^{-6} मी०^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के तार द्वारा लटका हुआ है। तार की तनन सामर्थ्य 7×10^6 न्यूटन/मी०^2 है। इस ब्लॉक को 200 सेमी०^2 तलीय क्षेत्रफल वाले बीकर में रखा जाता है तथा प्रारम्भ में अर्थात् t = 0, पर पानी का ऊपरी स्तर और ब्लॉक सम्पाती है। पात्र की तली के कोने पर एक पम्प लगा हुआ है जो कि 2 सेमी०^3 प्रति सैकण्ड पानी नियत रूप से बाहर फैंकता है तो वह समय जब तार टूट जाएगा (20)α (सेकण्ड में) है। α का मान ज्ञात करो।



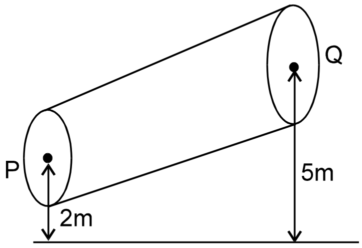
5. एक क्षैतिज तल पर बेलनाकार पात्र रखा है। इसमें 2 मीटर ऊचाँई तक पानी भरा हुआ है। पात्र की एक ओर की दीवार में तल के निकट वृत्ताकार सूराख है। इस सूराख में एक प्लग लगा है। अब यदि सूराख से प्लग हटा दिया जाय तो सूराख के व्यास का न्यूनतम मान $\frac{x}{10\sqrt{\pi}}$ मीटर होने पर पात्र फर्श पर गति करने लग जाता है तब x का मान ज्ञात कीजिए। क्षैतिज तल तथा पात्र के तल के मध्य घर्षण गुणांक 0.4 है तथा पानी और पात्र का कुल द्रव्यमान 100 kg है।

6. एक टैंक मे गैसोलीन भरकर बंद कर दिया जाता है तथा चित्र में गैसोलीन P_0 दाब पर भरी हुई है। भरी हुई गैसोलीन का घनत्व 660 kg m^{-3} है। एक आदमी टैंक पर गोली चलाता है जिसके कारण गैसोलिन स्तर से 53 m नीचे एक छोटा छिद्र हो जाता है। तल से गैसोलिन स्तर 73 m ऊँचा है। गैसोलिन की धारा छिद्र से बाहर आकर प्रारम्भ में टैंक से 80 m दूरी पर जमीन पर गिरती है। यदि गैसोलीन स्तर के ऊपर दाब $(1.39)\alpha \times 10^5$ N/m^2 है तब α का मान ज्ञात करो। साधारण वायुमण्डलीय दाब 10^5 Nm^{-2} है।

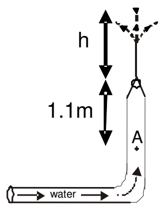


7. नगण्य द्रव्यमान व एक समान परिच्छेद क्षेत्रफल A के बड़े व खुले हुए बर्तन की तली के समीप, इसकी दीवार पर परिच्छेद क्षेत्रफल $\frac{A}{100}$ का एक सूराख है। बर्तन को एक चिकने क्षैतिज फर्श पर रखा गया है तथा इसमें ρ घनत्व व m_0 द्रव्यमान का द्रव भरा है। मानते हुए कि सूराख से समय t = 0 पर द्रव क्षैतिज दिशा में प्रवाह आरम्भ करता है पात्र का त्वरण $\frac{x}{10}$ m/s^2 है, तब x होगा – **[JEE - 1997 Cancel, 5/100]**

8. नियत घनत्व 1000 kg/m^3 का एक अ–श्यान द्रव (non–viscous liquid),परिवर्ती परिच्छेद क्षेत्रफल की एक नली में धारा–रेखीय (streamline) रूप से प्रवाहित हो रहा है। नली को ऊर्ध्व तल में झुकाकर रखा गया है, जैसा चित्र में दिखाया गया है। 2 मीटर व 5 मीटर ऊचाँईयों पर स्थित बिन्दुओं P व Q पर नली के परिच्छेद क्षेत्रफल क्रमशः 4×10^{-3} m^2 तथा 8×10^{-3} m^2 है। बिन्दु P पर द्रव का वेग 1 मी०/सै० है। यदि द्रव के P से Q तक प्रवाहित होने में, दाब द्वारा प्रति एकांक आयतन के लिए किया गया कार्य (1161) α जूल/m^3 है तो α ज्ञात करो। (g = 9.8 m/s^2) **[JEE - 1997, 5/100]**



9. पाईप व नोजल से प्रवाहित पानी चित्र में प्रदर्शित है। A बिन्दु पर पाईप का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल, नोजल से चार गुना है। बिन्दु A पर पानी का दाब 41 × 10^3 न्यूटन मी०$^{-2}$ (गैज) है। यदि नोजल से ऊपर वह ऊँचाई, h जहां तक पानी की धारा जाएगी, x/10 मीटर हो, तो x ज्ञात करो? इस प्रक्रम में उत्पन्न हानियां नगण्य है। [g = 10 मी०/सैक०^2]

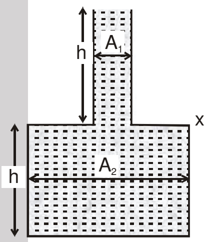


भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1. पानी की टंकी में एक हवा का बुलबुला तली से ऊपर आता है। निम्न में से सही कथन है।
(A) चूंकि तली पर ऊपरी सिरे की अपेक्षा दाब कम है इसलिए बुलबुला ऊपर आता है
(B) चूंकि तली पर ऊपरी सिरे की अपेक्षा दाब अधिक है इसलिए बुलबुला ऊपर आता है
(C) ऊपर आने पर बुलबुले का आकार बढ़ जायेगा।
(D) ऊपर आने पर बुलबुले का आकार घट जायेगा।

2. स्थिर द्रव में दाब प्रवणता प्रदर्शित होती है। (z–दिशा ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर तथा x दिशा क्षैतिज में है, d द्रव्य का घनत्व है):
(A) $\frac{\partial p}{\partial z} = -dg$ (B) $\frac{\partial p}{\partial x} = dg$ (C) $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ (D) $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$

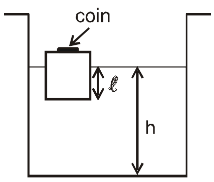
3. चित्र में दिखाये पात्र के दो अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1 व A_2 है। ρ घनत्व का एक द्रव दोनों भागों में प्रत्येक को h ऊचाँई तक भरते है। वायुमण्डलीय दाब को नगण्य मानने पर –
(A) पात्र के आधार पर दाब 2 h ρ g है।
(B) पात्र में द्रव का भार 2 h ρ gA_2 के बराबर है।
(C) पात्र के आधार पर द्रव द्वारा लगाया गया बल 2 h ρ g A_2 है।
(D) X तल पर पात्र की दीवारें द्रव पर, बल h ρ g ($A_2 - A_1$) नीचे की ओर लगाती है।



4. 0.92kg द्रव्यमान व 10 सेमी० लम्बी भुजा का लकड़ी का एक घनाकार पिण्ड पानी से भरे एक ऐसे पात्र में तैरता है जिसमें पानी के ऊपर 4 cm तक 0.6 आपेक्षिक घनत्व वाला तेल भरा हुआ है। जब घन इसकी चार भुजाओं को ऊर्ध्वाधर रखते हुये साम्यावस्था में आता है तो
(A) इसका 1 cm, तेल के मुक्त पृष्ठ के ऊपर होगा।
(B) इसका 5 cm, पानी के अन्दर होगा।
(C) इसका 2 cm, तेल व पानी की उभयनिष्ठ सतह के ऊपर होगा।
(D) इसका 8 cm, पानी के अन्दर होगा।

5. उत्प्लावन बल के सन्दर्भ में निम्न कथन दिये गये है, असत्य विकल्पों का चयन कीजिए : (द्रव, एक समान घनत्व का है)
(A) उत्प्लावन बल सम्बन्धित वस्तु के द्रव के अन्दर विन्यास पर निर्भर करता है।
(B) उत्प्लावन बल डूबी हुई वस्तु के घनत्व पर निर्भर करता है।
(C) उत्प्लावन बल इस तथ्य पर निर्भर करता है कि निकाय पृथ्वी पर है या चन्द्रमा पर।
(D) उत्प्लावन बल वस्तु (पूरी तरह से द्रव में डूबी हुई) की द्रव के अन्दर गहराई पर निर्भर करता है।

6. एक लकड़ी का गुटका जिसके उपर एक सिक्का रखा हुआ है चित्रानुसार पानी में तैर रहा है। दूरियाँ ℓ तथा h चित्र में प्रदर्शित है कुछ समय बाद सिक्का पानी में गिर जाता है तो **[JEE-2002 (Screening), 3/105]**

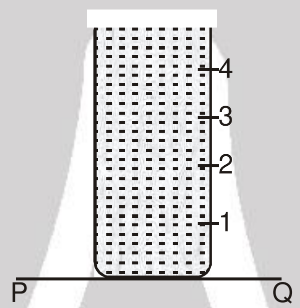


(A) ℓ घटेगा तथा h बढ़ेगा। (B) ℓ बढ़ेगा तथा h घटेगा।
(C) ℓ और h दोनों बढ़ेगें। (D) ℓ और h दोनों घटेंगें।

7. 2000 kg/m³ घनत्व तथा 10 kg द्रव्यमान का गुटका 100 N/m स्प्रिंग नियतांक वाली स्प्रिंग से लटका हुआ है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा दृढ़ आधार से जुड़ा हुआ है। गुटका 1000 kg/m³ घनत्व वाले द्रव में सम्पूर्ण डुबा हुआ है। यदि गुटका साम्या अवस्था स्थिति में हो तो –

(A) स्प्रिंग में प्रसार 1 cm है।
(B) गुटके पर कार्यरत उत्प्लावक बल का परिमाण 50 N है।
(C) स्प्रिंग स्थितिज ऊर्जा 12.5 J है।
(D) गुटके पर कार्यरत स्प्रिंग बल का परिमाण गुटके के भार से ज्यादा है।

8. 90 cm ऊँचा एक बेलनाकार पात्र इसकी पूरी ऊँचाई तक भरा है। इसमें चित्रानुसार चार छिद्र 1, 2, 3, 4 है जो क्षैतिज तल PQ से क्रमशः 20cm, 30 cm, 40 cm व 50 cm की ऊचाँईयों पर है। अधिकतम क्षैतिज दूरी पर गिरने वाला जल पात्र के किस छिद्र से निकल रहा है ?

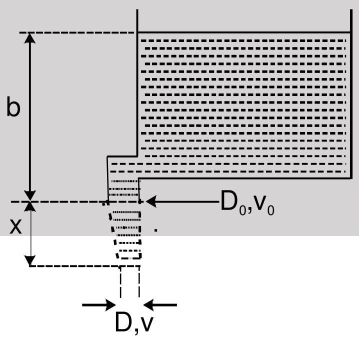


(A) छिद्र नम्बर 4 (B) छिद्र नम्बर 3 (C) छिद्र नम्बर 2 (D) छिद्र नम्बर 1

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद-1

चित्र को प्रेक्षित करने पर यह दिखाई दे रहा है कि पानी की धारा का व्यास नलिका से गिरने के बाद कम होता जा रहा है। नलिका का आन्तरिक व्यास D_0 तथा यह एक बड़े पानी के पात्र से जुड़ी है। पानी की सतह नलिका से b ऊचाँई पर है। पतले पानी के बेलन की धारा की गतिकी को ध्यान में रखते हुए निम्न प्रश्नों का उत्तर दो (पृष्ठ तनाव व पानी की धारा का प्रतिरोध नगण्य मानो, $\rho_{\text{पानी}}$ = पानी का घनत्व।)



1. धारा के प्रवाह (बहाव) के काट क्षेत्र से दिए गए बिन्दु से इकाई समय में बहने वाले पानी का द्रव्यमान, पानी की चाल v के फलन के रूप में होगा।

(A) $v \rho_w \pi D^2/4$ (B) $v\rho_w(\pi D^2/4 - \pi D_0^2/4)$ (C) $v \rho_w \pi D^2/2$ (D) $v \rho_w \pi D_0^2/4$

2. निम्न में से कौनसी समीकरण इस तथ्य को दर्शाती है कि नलिका से बहने वाले पानी की दर व्यास D तथा वेग v से बहने वाली धारा पर एक समान होगी (अर्थात् D, D_0, v_0 तथा v के रूप में होगा) :

(A) $D = \frac{D_0 v_0}{v}$ (B) $D = \frac{D_0 v_0^2}{v^2}$ (C) $D = \frac{D_0 v}{v_0}$ (D) $D = D_0\sqrt{\frac{v_0}{v}}$

3. पानी की चाल v की समीकरण नलिका से नीचे दूरी x के फलन के रूप में होगी–

(A) $v = \sqrt{2gb}$ (B) $v = [2g\,(b + x)]^{1/2}$ (C) $v = \sqrt{2gx}$ (D) $v = [2g\,(b - x)]^{1/2}$

4. धारा के व्यास D की समीकरण x तथा D_0 के रूप में होगी–

(A) $D = D_0\left(\frac{b}{b+x}\right)^{1/4}$ (B) $D = D_0\left(\frac{b}{b+x}\right)^{1/2}$ (C) $D = D_0\left(\frac{b}{b+x}\right)$ (D) $D = D_0\left(\frac{b}{b+x}\right)^{2}$

5. इस प्रयोग को करने के बाद विद्यार्थी प्रेक्षित करता है कि $D_0 = 1$ cm तथा $x = 0.3$ m की नलिका के लिए धारा का व्यास $D = 0.9$ cm है तो इस स्थिति में पानी सतह की नलिका से ऊँचाई b क्या होगी।

(A) 5.7 cm (B) 57 cm (C) 27 cm (D) 2.7 cm

अनुच्छेद-2

एक व्यक्ति के शरीर का वसा अवयव मापने का एक तरीका है जल में उसका भार तौल कर। यह तरीका कारगर है, क्योंकि वसा जल से हल्की होने के कारण तैरने की कोशिश करती है। दूसरी ओर पेशीयाँ व हड्डियां अधिक घनत्व के कारण डूबने की कोशिश करती है। जल के अन्दर आपका ''भार'' ज्ञात करके व साथ ही जल के बाहर वास्तविक भार ज्ञात करके आपके शरीर के आयतन का वह प्रतिशत आसानी से अनुमानित किया जा सकता है जो वसा से बना है। यह केवल अनुमान है, क्योंकि यह माना गया है कि आपका शरीर केवल दो पदार्थों से बना है, वसा (कम घनत्व) एवं अन्य सभी (अधिक घनत्व)। जल के अन्दर व बाहर दोनों ओर ''भार'' स्प्रिंग तुला द्वारा मापा जाता है। भार के दोनों ओर उल्टे कोमा यह दर्शाते हैं कि पैमाने पर पढ़ा गया माप आपका वास्तविक भार अर्थात गुरूत्व द्वारा आपके शरीर पर आरोपित बल नहीं है, परन्तु पैमाने पर नीचे की ओर परिणामी बल का माप है।

6. राम व श्याम का भार समान है जब जल के बाहर मापा जाता है। जब जल के अन्दर मापा जाता है, तो यह पाया जाता है कि राम का भार श्याम के भार से अधिक है, तो हम कह सकते हैं कि -

(A) राम का वसा अवयव श्याम से अधिक है।
(B) श्याम का वसा अवयव राम से अधिक है।
(C) राम व श्याम दोनों का वसा अवयव समान है।
(D) इनमें से कोई नहीं।

7. दो विभिन्न स्थितियों में स्प्रिंग तुला द्वारा राम को तौला जा रहा है। पहले जब वह पूर्ण रूप से जल में डूबा था और दूसरी बार जब वह जल में आंशिक डूबा है, तो -

(A) प्रथम स्थिति में पाठ्यांक अधिक होगा (B) दूसरी स्थिति में पाठ्यांक अधिक होगा
(C) दोनों स्थिति में पाठ्यांक समान होगा (D) पाठ्यांक प्रयोग की व्यवस्था पर निर्भर करेगा

8. नमकीन (खारा) जल, स्वच्छ जल से अधिक सघन है। यदि राम पहले नमकीन पानी में पूरे डूबा है और फिर स्वच्छ जल में पूरा डूबा हो और दोनों समय भार लिया जाये तो -

(A) नमकीन जल में पाठ्यांक कम होगा (B) नमकीन जल में पाठ्यांक अधिक होगा
(C) दोनों स्थिति में पाठ्यांक समान होगा (D) पाठ्यांक अधिक या कम हो सकता है।

9. 165 Kg द्रव्यमान के एक आदमी जिसका 1/4 भाग आयतन वसा (आपेक्षिक घनत्व 0.4) का तथा शेष आयतन आपेक्षिक घनत्व $\frac{4}{3}$ का बना हुआ है, का भार पानी के अन्दर स्प्रिंग तुला से मापा जाता है, तो स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक है–

(A) 15 N (B) 65 N (C) 150 N (D) 165 N

10. उपरोक्त प्रश्न में यदि स्प्रिंग काट दी जाए तो काटने के तुरन्त पश्चात् आदमी का त्वरण है

(A) शून्य (B) 1 m/s^2 (C) 9.8 m/s^2 (D) 0.91 m/s^2

Exercise-3

✍ चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

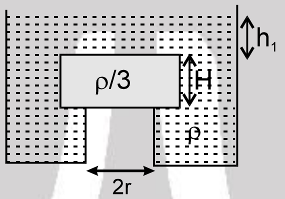
* चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है।

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

अनुच्छेद-1

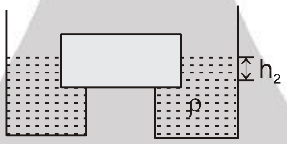
जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, एक लकड़ी का बेलन जिसका व्यास 4r, ऊचाँई H तथा घनत्व $\rho/3$ है, यह 2r व्यास के टैंक के छिद्र (मुहाने) पर रखा है। यह टैंक द्रव से भरा है जिसका घनत्व ρ है –

1.✍ धीरे–धीरे द्रव सतह घटने लगती है और जब द्रव सतह बेलन से h_1 ऊचाँई पर होती है। लकड़ी का गुटका ऊपर की ओर गति करने लगता है तो h_1 के किस मान के लिए गुटका ऊपर जायेगा। **[IIT-JEE 2006, 5/184]**



(A) $\frac{4H}{9}$ (B) $\frac{5H}{9}$ (C) $\frac{5H}{3}$ (D) वही रहेगी

2.✍ उपरोक्त प्रश्न में बाह्य बल द्वारा गुटके की स्थिति को बनाये रखते है तथा द्रव सतह को कम किया जाता है। यदि बाह्य बल घटकर शून्य हो जाये तो ऊचाँई h_2 ज्ञात करो। **[IIT-JEE 2006, 5/184]**



(A) $\frac{4H}{9}$ (B) $\frac{5H}{9}$ (C) वही रहेगी (D) $\frac{2H}{3}$

3.✍ अब यदि द्रव सतह की ऊँचाई h_2 से भी कम हो जाये तो– **[IIT-JEE 2006, 5/184]**

(A) बेलन ऊपर की ओर गति नहीं करेगा तथा अपनी वास्तविक स्थिति में बना रहेगा।

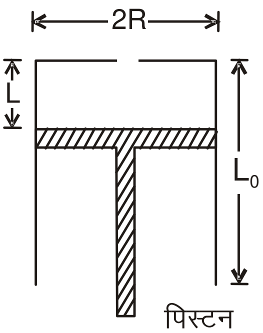
(B) $h_2 = H/3$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।

(C) $h_2 = H/4$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।

(D) $h_2 = H/5$ के लिए बेलन पुनः ऊपर की ओर गति प्रारम्भ करेगा।

अनुच्छेद-2

ऊष्मा के चालक पदार्थ से बने जडवत बेलन की त्रिज्या R तथा ऊँचाई L_0 है। बेलन नीचे से खुला है और इसके ऊपरी सिरे में एक छोटा छेद है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, एक पिस्टन जिसका द्रव्यमान M है, ऊपरी सतह से L दूरी पर स्थित है। वायुमण्डलीय दाब P_0 है। **[IIT-JEE 2007, 4 × 3/184]**



पिस्टन

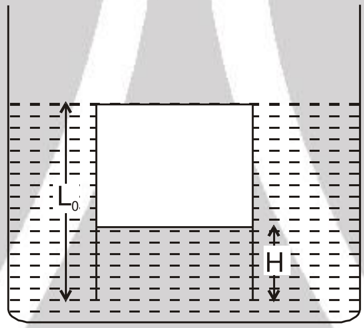
4. अब, पिस्टन को बाहर की ओर धीरे–धीरे खींचा जाता है और ऊपर से 2L दूरी पर पकड़कर रखा जाता है। तब, बेलन में ऊपरी सिरे तथा पिस्टन के बीच के भाग में दाब होगा –

(A) P_0 (B) $\frac{P_0}{2}$ (C) $\frac{P_0}{2} + \frac{Mg}{\pi R^2}$ (D) $\frac{P_0}{2} - \frac{Mg}{\pi R^2}$

5. जब पिस्टन ऊपरी सिरे से 2L दूरी पर है, तब ऊपर के सिरे में स्थित छेद को बन्द कर दिया जाता है। पिस्टन को ऐसी जगह लाकर छोड़ा जाता है जहाँ वह संतुलन में रह सकता है। इस स्थिति में ऊपरी सिरे से पिस्टन की दूरी है।

(A) $\left(\frac{2P_0\pi R^2}{\pi R^2 P_0 + Mg}\right)(2L)$ (B) $\left(\frac{P_0\pi R^2 - Mg}{\pi R^2 P_0}\right)(2L)$ (C) $\left(\frac{P_0\pi R^2 + Mg}{\pi R^2 P_0}\right)(2L)$ (D) $\left(\frac{P_0\pi R^2}{\pi R^2 P_0 - Mg}\right)(2L)$

6. पिस्टन को बेलन से पूरी तरह से निकाल दिया जाता है। छेद को बन्द कर दिया जाता है। पानी के एक टैंक को बेलन के नीचे लाया जाता है और ऐसी स्थिति में रखा जाता है कि टैंक में पानी की सतह चित्रानुसार बेलन की ऊपरी सतह के ही तल मे हो। पानी का घनत्व ρ है। संतुलन की स्थिति में बेलन में स्थित पानी के स्तम्भ की ऊँचाई H संतुष्ट करती है।



(A) $\rho g (L_0 - H)^2 + P_0 (L_0 - H) + L_0P_0 = 0$ (B) $\rho g (L_0 - H)^2 - P_0 (L_0 - H) - L_0P_0 = 0$

(C) $\rho g (L_0 - H)^2 + P_0 (L_0 - H) - L_0P_0 = 0$ (D) $\rho g (L_0 - H)^2 - P_0 (L_0 - H) + L_0P_0 = 0$

7. **वक्तव्य-1 :** बगीचे के होज पाईप से तेजी से निकलती हुई पानी की धारा एक फव्वारे के समान फैलती है, जब पाईप को ऊर्ध्वाधर (vertically upwards) दिशा में रखा जाता है। परन्तु पाईप को उर्ध्वाधर नीचे की (vertically downwards) दिशा में रखने पर धारा पतली हो जाती है। **[IIT-JEE 2008, 3/162]**

तथा

वक्तव्य-2 : एक असम्पीड्य तरल (incompressible fluid) के धारा रेखीय प्रवाह (steady flow) की दिशा में, तरल की आयतन प्रवाह दर (volume flow rate) नियत रहती है।

(A) वक्तव्य-1 सत्य है , वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।

(B) वक्तव्य-1 सत्य है , वक्तव्य-2 सत्य है; वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।

(D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है।

8. **कॉलम II** में पाँच निकाय दिये गये है। इनमें से प्रत्येक निकाय में दो वस्तुऐं X तथा Y है, और एक बिन्दु P है। **कॉलम I** में X, Y या दोंनों के लिए कुछ तथ्य दिये गये है। इन तथ्यों को उचित निकायों से मेल करवायें।

कॉलम I

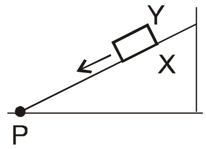
(A) X के द्वारा Y पर लगने वाले बल का मान स्थायी Mg है।

(B) X की गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा लगातार बढ़ रही है।

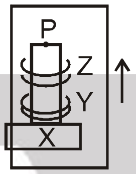
(C) निकाय X + Y की यांत्रिक ऊर्जा लगातार घट रही है।

(D) वस्तु Y के भार का बिन्दु P के सापेक्ष बलाघूर्ण शून्य है।

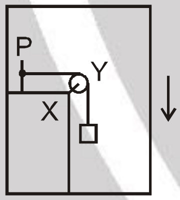
कॉलम II

(p)


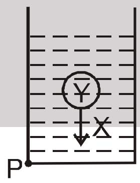
द्रव्यमान M का ब्लॉक Y, एक आनत तल X पर छोड़ा गया है और वह एकसमान गति से नीचे सरक रहा है।

(q)


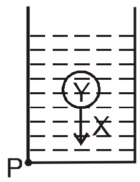
द्रव्यमान M के दो चुम्बक छल्ले Y तथा Z को एक घर्षणरहित ऊर्ध्वाधर प्लास्टिक स्टेण्ड पर रखा गया है, और वे एक दूसरे को प्रतिकर्षित कर रहे है। Y छल्ला स्टेण्ड X पर स्थित है और Z उसके ऊपर हवा में लटका है। P स्टेण्ड X का सबसे ऊपरी बिन्दु है और छल्लों के अक्ष पर स्थित है। यह निकाय एक लिफ्ट में रखा है जो एकसमान गति से ऊपर जा रही है।

(r)


द्रव्यमान m_0 वाली घिरनी Y को क्लैम्प X के द्वारा मेज पर जड़ित किया गया है। मेज से जुड़े एक स्टेण्ड के बिन्दु P से बांध कर और घिरनी Y के ऊपर से गुजर कर एक रस्सी से द्रव्यमान M के ब्लॉक को लटकाया गया है। यह निकाय एक लिफ्ट में रखा है जो एकसमान गति से नीचे जा रही है।

(s)


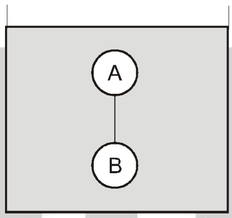
द्रव्यमान M का गोला Y एक स्थिर पात्र में रखे श्यानताहीन द्रव X में रखा जाता है। द्रव में छोड़ने के बाद यह गोला नीचे जाने लगता है।

(t)


द्रव्यमान M का गोला Y एक स्थिर पात्र में रखे श्यान द्रव X में रखा जाता है। द्रव में छोड़ने के बाद यह गोला अपने सीमान्त वेग से गिर रहा है।

9. एक बेलनाकार बर्तन, जिसकी लम्बाई 500 mm है, की तली में एक छोटा सा छिद्र है। प्रयोग के आरम्भ में इस छिद्र को बन्द करके बर्तन में ऊचाँई H तक पानी भर दिया गया है। अब बर्तन को ऊपर से पक्का बन्द कर दिया जाता है। इसके पश्चात् छिद्र को खोल देने पर थोड़ा पानी बाहर आ जाता है। जब पानी बाहर आना बन्द हो जाता है, तब पानी की ऊँचाई बर्तन के तल से 200 mm पाई जाती है। छिद्र को खोल देने से पानी के तल में उसकी आरम्भिक ऊचाँई से कितनी कमी हुई ? (**अपना उत्तर mm में दें**) [इस प्रयोग में पृष्ठ–तनाव के कारण होने वाले प्रभावों का विचार न करें। वायुमण्डलीय दाब = 1.0×10^5 N/m^2, पानी का घनत्व = 1000 kg/m^3, गुरूत्वीय त्वरण = 10 m/s^2] **[IIT-JEE 2009, 4/160, –1]**

10*. समान आयतन परन्तु असमान घनत्वों d_A तथा d_B वाले दो ठोस गोले A व B एक धागे से जोड़े गये हैं। वे दोनो d_F घनत्व के एक द्रव में डूबे हुए हैं। साम्य अवस्था में वे दोनों चित्र में दिखाये अनुसार हैं और धागे में तनाव है। गेंदों को इस अवस्था में रहने के लिए जरूरी है कि **[IIT-JEE 2011, 4/160]**



(A) $d_A < d_F$ (B) $d_B > d_F$ (C) $d_A > d_F$ (D) $d_A + d_B = 2d_F$

11*. एक R त्रिज्या घनत्व ρ वाले ठोस गोलक को एक द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ा गया है। इस स्प्रिंग का बल नियतांक k है। स्प्रिंग के दूसरे सिरे को दूसरे ठोस गोलक से जोड़ा गया है जिसकी त्रिज्या R व घनत्व 3ρ है। पूर्ण विन्यास को 2ρ घनत्व के द्रव में रखा जाता है और इसको साम्यावस्था में पहुँचने दिया जाता है। सही प्रकथन है/हैं–

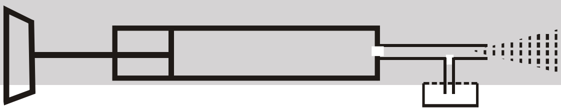
[JEE (Advanced)-2013, 3/60, –1]

(A) स्प्रिंग की नेट दैर्ध्यवृद्धि $\frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$ है। (B) स्प्रिंग की नेट दैर्ध्यवृद्धि $\frac{8\pi R^3 \rho g}{3k}$ है।

(C) हल्का गोलक आंशिक रूप से डूबा हुआ है। (D) हल्का गोलक पूर्ण रूप से डूबा हुआ है।

प्रश्न संख्या 12 और 13 के लिए अनुच्छेद

चित्र में दिखाई गई पिचकारी में एक पिस्टन वायु को एक चंचु (nozzle) द्वारा बाहर धकेलता है। चंचू के समाने एकसमान अनुप्रस्थ काट वाली पतली नली लगी है। नली का दूसरा सिरा द्रव से भरे एक छोटे पात्र में है। जब पिस्टन वायु को चंचू से बाहर धकेलता है, तब पात्र में द्रव उठकर चंचू में आ जाता है और फुहार के रूप में बाहर निकलता है। चित्र में दिखाई गई पिचकारी में पिस्टन तथा चंचू की त्रिज्याएँ क्रमशः 20mm तथा 1 mm है। पात्र का ऊपरी भाग वातावरण (atmosphere) में खुला है।



12. पिस्टन को 5mms^{-1} की गति से धकेलने पर चंचू से बाहर वाली वायु की गति है। **[JEE (Advanced)-2014, 3/60, –1]**

(A) 0.1ms^{-1} (B) 1ms^{-1} (C) 2ms^{-1} (D) 8ms^{-1}

13. वायु तथा द्रव का घनत्व क्रमशः ρ_a और ρ_ℓ मानिये। पिस्टन की एक नियत गति के लिए द्रव का भी दर (आयतन प्रति समय) से फुहार होता है। वह दर नीचे दिये गये विकल्पों में से किसके अनुक्रमानुपाती है ?

[JEE (Advanced)-2014, 3/60, –1]

(A) $\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_\ell}}$ (B) $\sqrt{\rho_a \rho_\ell}$ (C) $\sqrt{\frac{\rho_\ell}{\rho_a}}$ (D) ρ_ℓ

14. एक व्यक्ति जल से भरा एक पात्र लेकर लिफ्ट में खड़ा है। पात्र की साइड के निचले तल में एक छिद्र है। जब लिफ्ट विरामावस्था में है, तब छिद्र से बाहर आने वाले जल की धारा व्यक्ति से d = 1.2 m दूर लिफ्ट के फर्श पर गिरती है। लिफ्ट की गति की विभिन्न अवस्था सूची-I में दी गई है, तथा वह दूरी जहाँ जल की धारा फर्श पर गिरती है, सूची-II में दी गई है। सूची-I को, सूची-II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिए

[JEE (Advanced) 2014, 3/60, –1]

	सूची - I		**सूची - II**
P.	लिफ्ट ऊपर की दिशा में त्वरित गति से गतिशील है।	**1.**	d = 1.2 m
Q.	लिफ्ट त्वरित गति से नीचे की ओर गतिशील है और उसके त्वरण का मान गुरूत्वीय त्वरण से कम है।	**2.**	d > 1.2m
R.	लिफ्ट ऊपर की ओर एकसमान चाल से गतिमान है।	**3.**	d < 1.2 m
S.	लिफ्ट स्वतंत्र रूप से गिर रही है।	**4.**	पात्र से जल बाहर नहीं आएगा।

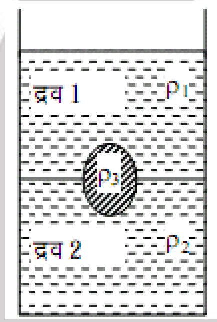
कोड़ :

(A) P-2, Q-3, R-2, S-4 (B) P-2, Q-3, R-1, S-4 (C) P-1, Q-1, R-1, S-4 (D) P-2, Q-3, R-1, S-1

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. कोई जार दो अमिश्रणीय द्रवों 1 तथा 2 जिनके घनत्व क्रमशः ρ_1 तथा ρ_2 हैं से भरा है। घनत्व ρ_3 के पदार्थ से बनी कोई ठोस गेंद इस जार मे गिरायी गई। यह चित्र में दर्शाए अनुसार साम्यावस्था स्थिति में आ जाती है।

[AIEEE 2008, 4/300]

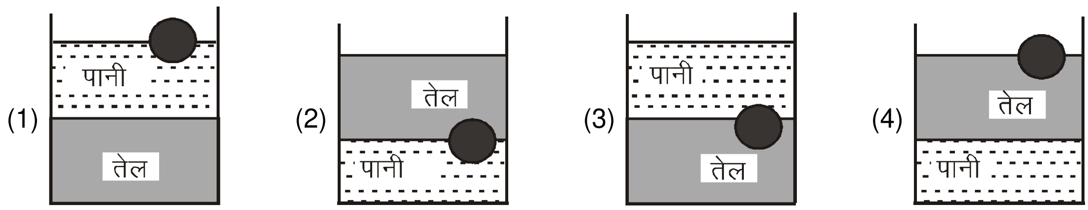


निम्नलिखित में से ρ_1, ρ_2 तथा ρ_3 के लिए कौनसा कथन सही है ?

(1) $\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$ (2) $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ (3) $\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$ (4) $\rho_3 < \rho_1 < \rho_2$

2. घनत्व ρ के पदार्थ से एक गेंद बनी है जहाँ $\rho_{तेल} < \rho < \rho_{पानी}$ और $\rho_{तेल}$ और $\rho_{पानी}$ क्रमशः तेल एवं पानी के घनत्व दर्शाते हैं। तेल एवं पानी अमिश्रणीय है। इस तेल और पानी के मिश्रण में उपर्युक्त गेंद यदि साम्यावस्था में है, तब निम्नलिखित में से कौनसा चित्र इसकी साम्यावस्था स्थिति को दर्शाता है ?

[AIEEE 2010, 4/144]]



3. आन्तरिक व्यास 8×10^{-3} m वाले एक टोंटी से पानी लगातार प्रवाहित हो रहा है। जैसे ही पानी टोंटी से बाहर आता है, पानी का वेग 0.4 ms^{-1} है। टोंटी के नीचे 2×10^{-1} m की दूरी पर पानी की धार का व्यास इसके लगभग है :

[AIEEE - 2011, 4/120, –1]

(1) 5.0×10^{-3} m (2) 7.5×10^{-3} m (3) 9.6×10^{-3} m (4) 3.6×10^{-3} m

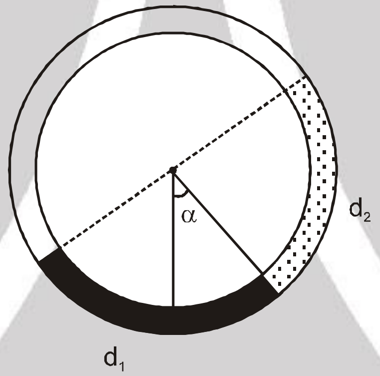
4. भुजा 'ℓ' के एक लकड़ी के घन (लकड़ी का घनत्व 'd') को घनत्व 'ρ' के एक द्रव में इस प्रकार तैराया जाता है कि उसका ऊपरी और निचला पृष्ठ क्षैतिज रहे। यदि घन को थोड़ा सा दबाकर छोड़ दिया जाए वह आवर्तकाल 'T' से सरल आवर्त गति करता है। तब 'T' का मान है **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) $2\pi\sqrt{\frac{\ell d}{\rho g}}$ (2) $2\pi\sqrt{\frac{\ell \rho}{dg}}$ (3) $2\pi\sqrt{\frac{\ell d}{(\rho - d)g}}$ (4) $2\pi\sqrt{\frac{\ell \rho}{(\rho - d)g}}$

5. लम्बाई L, द्रव्यमान M और अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A वाले एक समान बेलन को इसकी लम्बाई ऊर्ध्वाधर रखते हुए एक द्रव्यमानविहीन कमानी द्वारा एक नियत बिंदु से इस प्रकार लटकाया गया है कि साम्यावस्था स्थिति में इसका आधा भाग घनत्व σ के द्रव में डूबा रहें। जब यह साम्यावस्था में हैं, तब कमानी में विस्तार x_0 है :**[JEE (Main) 2013, 4/120,–1]**

(1) $\frac{Mg}{k}$ (2) $\frac{Mg}{k}\left(1-\frac{LA\sigma}{M}\right)$ (3) $\frac{Mg}{k}\left(1-\frac{LA\sigma}{2M}\right)$ (4) $\frac{Mg}{k}\left(1+\frac{LA\sigma}{M}\right)$

6. एक वृत्ताकार नली ऊर्ध्वाधर तल में है। दो द्रव, जो एक दूसरे से मिश्रित नहीं होते तथा जिनका घनत्व d_1 एवं d_2 हैं, नली में भरे गये हैं। प्रत्येक द्रव केन्द्र पर 90° का कोण अंतरित करता हैं। उनके अंतः पृष्ठ को जोड़ने वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से α कोण बनाती हैं। अनुपात $\frac{d_1}{d_2}$ है : **[JEE(Main) 2014, 4/120, –1]**



(1) $\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$ (2) $\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$ (3) $\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}$ (4) $\frac{1+\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

Answers

EXERCISE-1

भाग - I

खण्ड़ (A) :

A-1. तीखा चाकू धार रहित चाकू की तुलना में अधिक दाब आरोपित करता है क्योंकि सम्पर्क क्षेत्रफल कम है।

A-2. इसकी आपेक्षिक घनत्व अधिक है।

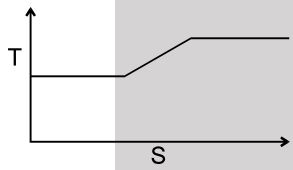
A-3. 500 kg/m^3 , 0.5

A-4. यदि g = 10m/s^2 , 253200 N/m^2

खण्ड़ (B) :

B-1. 10 cm **B-2.** 19.6 m, 4 sec

B-3.



खण्ड़ (C) :

C-1. 6.43×10^{-4} m^3/s

C-2. $v = \frac{10}{\sqrt{6}}$ m/s = 4.1 m/s; $v' = \frac{50}{\sqrt{6}}$ m/s = 21 m/s ; Av = 8.1×10^{-3} m^3 /sec

C-3 (i) 25 cm/s, (ii) 50 cm/s (iii) 93.75 N/m^2

C-4. (i) 25 cm/s, (ii) 50 cm/s (iii) शून्य

C-5. 187.5 N/m^2

C-6. $v_{max} = \left(\frac{2p_{atm}}{\rho}\right)^{1/2}$

भाग - II

खण्ड़ (A) :

A-1.	(C)	**A-2.**	(A)	**A-3.**	(A)
A-4.	(B)	**A-5.**	(i) (A), (ii) (C)		

खण्ड़ (B) :

B-1.	(D)	**B-2.**	(A)	**B-3.**	(A)
B-4.	(A)	**B-5.**	(C)	**B-6.**	(C)
B-7.	(A)	**B-8**	(C)		

खण्ड़ (C)

C-1.	(C)	**C-2.**	(C)	**C-3.**	(C)
C-4.	(A)	**C-5.**	(B)	**C-6.**	(A)
C-7.	(B)	**C-8.**	(D)		

भाग - III

1. $A \rightarrow p$; $B \rightarrow q$; $C \rightarrow t$; $D \rightarrow s$

2. $A \rightarrow q$; $B \rightarrow p$; $C \rightarrow r$; $D \rightarrow s$

EXERCISE-2

भाग - I

1.	(D)	**2.**	(B)	**3.**	(B)
4.	(A)	**5.**	(B)	**6.**	(A)
7.	(C)	**8.**	(A)	**9.**	(B)
10.	(B)	**11.**	(A)	**12.**	(B)
13.	(A)	**14.**	(B)	**15.**	(D)
16.	(B)	**17.**	(A)	**18.**	(A)
19.	(D)	**20.**	(C)	**21.**	(B)

भाग - II

1.	1	**2.**	10	**3.**	30
4.	5	**5.**	2	**6.**	2
7.	2	**8.**	25	**9.**	32

भाग - III

1.	(BC)	**2**	(AC)	**3.**	(ACD)
4.	(CD)	**5.**	(ABD)	**6.**	(D)
7.	(BC)	**8.**	(AB)		

भाग - IV

1.	(A)	**2.**	(D)	**3.**	(B)
4.	(A)	**5.**	(B)	**6.**	(B)
7.	(B)	**8.**	(A)	**9.**	(C)
10.	(D)				

EXERCISE-3

भाग - I

1.	(C)	**2.**	(A)	**3.**	(A)
4.	(A)	**5.**	(D)	**6.**	(C)
7.	(A)				

8. (A) $\rightarrow$ (p), (t) ; (B) $\rightarrow$ (q), (s), (t); (C) $\rightarrow$ (p), (r), (t); (D) $\rightarrow$ (q)

9.	6	**10.**	(ABD)	**11.**	(AD)
12.	(C)	**13.**	(A)	**14.**	(C)

भाग – II

1.	(3)	**2.**	(2)	**3.**	(4)
4.	(1)	**5.**	(3)	**6.**	(3)

High Level Problems (HLP)

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. d घनत्व की गेंद को क्षैतिज ठोस सतह पर छोड़ा जाता है। यह प्रत्यास्थ रूप से उछलती है तथा वापस अपनी वास्तविक स्थिति t_1 समय में प्राप्त करती है। अगली बार d_L घनत्व के द्रव सतह पर टकराने से पहले गेंद को समान ऊचाँई से छोड़ा जाता है – **[JEE-1992, 8 Marks]**

(a) यदि $d < d_L$, हो तो गेंद को जहां से छोड़ा गया था, उस वास्तविक स्थिति को प्राप्त करने में लिये गये समय t_2 के लिए व्यंजक (d, t_1 और d_L के पदों में) ज्ञात करो।

(b) क्या गेंद की गति सरल आवृत्त गति होगी ?

(c) यदि $d = d_L$, हो तो गेंद की चाल द्रव के अन्दर गहराई पर कैसे निर्भर करेगी ? सभी घर्षण तथा दूसरे मंदक बल नगण्य है। द्रव की गहराई को अत्यधिक मान सकते है ?

2. दो एक समान बेलनाकार नलिया उनके आधार एक ही तल पर है। दोनों में चित्रानुसार ρ घनत्व का द्रव भरा है। प्रथम पात्र में द्रव की ऊँचाई h_2 तथा दूसरी नली में द्रव की ऊँचाई h_1 है। इनके आधारों का क्षेत्रफल A है। जब दोनों नलियों को आपस में जोड़ा जाता है तब इनमें द्रव का तल समान करने में गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो?

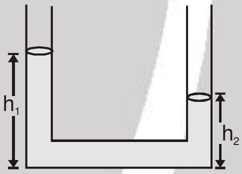


Figure (1)

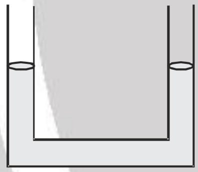
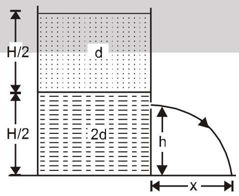


Figure (2)

3. एक बेलनाकार लकड़ी की छड़ जिसकी लम्बाई L, त्रिज्या R तथा घनत्व ρ है, के एक सिरे पर m द्रव्यमान (आयतन नगण्य) धातु का छोटा टुकड़ा जुड़ा है। यह छड़ σ ($>\rho$) घनत्व वाले द्रव में साम्यावस्था की स्थिति में उर्ध्वाधर तैर सके तो इसके लिए m का न्यूनतम मान (दिये गये प्राचलों के पदों में) ज्ञात कीजिए। **[JEE - 1999, 10/100]**

4. क्षैतिज सतह पर रखे हुए वृहद् परिच्छेद क्षेत्रफल A के एक बर्तन के अन्दर d तथा 2d घनत्व के दो अमिश्रणीय, अश्यान (non–viscous) एवम् असम्पीड्य (incompressible) द्रव भरे है। प्रत्येक द्रव की ऊचाँई $\frac{H}{2}$ है, जैसा चित्र में दिखाया गया है। कम घनत्व का द्रव P_0 दाब के वायुमण्डल में खुला है। **[JEE - 1995, 5 + 5M]**

(a) $L\left(L<\frac{H}{2}\right)$ लम्बाई का एक समरूप (homogenous) ठोस बेलन, जिसका परिच्छेद क्षेत्रफल $\frac{A}{5}$ है इस बर्तन में इस प्रकार डुबोया जाता है कि यह द्रव–द्रव अर्न्तसतह पर तैरता है तथा इसकी $\frac{L}{4}$ लम्बाई अधिक घनत्व के द्रव में है। ज्ञात करो



(i) ठोस का घनत्व D तथा (ii) बर्तन की तली पर कुल दाब।

(b) बेलन को हटाकर वापस प्रारम्भिक स्थिति प्राप्त की जाती है। बर्तन की ऊर्ध्व दीवार पर $h\left(h<\left(\frac{H}{2}\right)\right)$ ऊँचाई पर s (s << A) क्षेत्रफल का एक सूक्ष्म सूराख किया जाता है। ज्ञात करो।

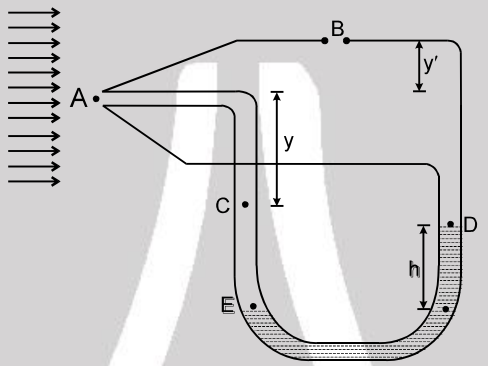
(i) छेद पर द्रव प्रवाह की प्रारम्भिक चाल।

(ii) द्रव द्वारा चली गई प्रारम्भिक क्षैतिज दूरी x तथा

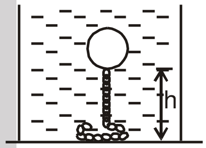
(iii) द्रव द्वारा चली गई अधिकतम प्रारम्भिक क्षैतिज दूरी x_m के लिये छेद किस ऊचाँई h_m पर किया जाना चाहिए ? x_m भी ज्ञात कीजिए। [इन गणनाओं में वायु प्रतिरोध नगण्य मान लो]

5. 'S' अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा 'h' ऊँचाई का एक पात्र पारे से पूर्णतः भरा हुआ है। अब पात्र को बन्द किया जाता है तथा इसमें 'S/n' (जहाँ 'n' धनात्मक नियतांक है) अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का छिद्र तली में किया जाता है। कितने समय पश्चात् पारा छिद्र से पूर्णतया बाहर आ जायेगा। [वायुमण्डलीय दाब को पारे के स्तम्भ की h_0 ऊँचाई के बराबर मानिए : $h > h_0$]

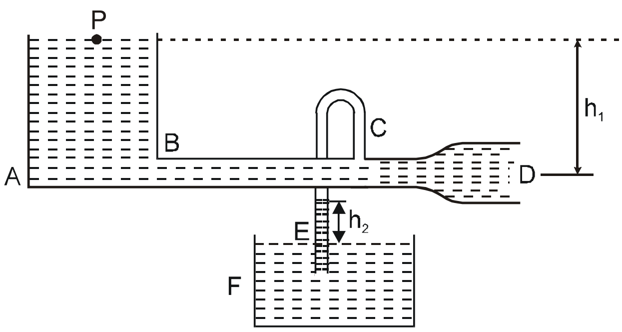
6. एक पिटोट नलिका चित्र में प्रदर्शित है। हवा चित्रानुसार चल रही है। प्रवेश मार्ग A पर वायु विरामावस्था पर लाई जाती है। जबकि इसकी चाल खुले मार्ग B से ठीक ऊपर अपरिवर्तित रहती है। U नलिका में ρ_m घनत्व का पारा भरा हुआ है। पिटॉट नलिका के सापेक्ष हवा की चाल ज्ञात करो। A तथा B के मध्य ऊँचाईयों का अन्तर नगण्य मानें तथा वायु के घनत्व ρ_a लीजिये।



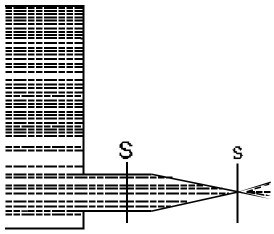
7. 'λ' रैखिक द्रव्यमान घनत्व की लोहे की जंजीर का एक सिरा, m द्रव्यमान के गोले से बंधा है जिसका विशिष्ट घनत्व 1/3 है। जंजीर का दूसरा सिरा मुक्त है। गोले को जंजीर के साथ गहरी झील में डुबोया जाता है। यदि लोहे का विशिष्ट घनत्व 7 है, तो तली से ऊँचाई 'h' क्या होगी, जिस पर गोला साम्यावस्था मे तैरेगा (यह मानिये कि चेन का जो हिस्सा झील की तली पर रखा हुआ है वह ऊपरी हिस्से पर नगण्य बल आरोपित करता है) :



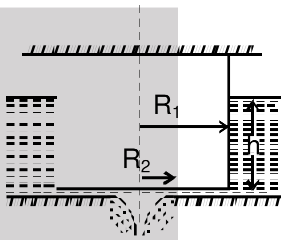
8. दो बहुत बड़े टेंको A व F में समान द्रव भरा हुआ है। टेंक A के निचले तल से निकलने वाले क्षैतिज पाईप BCD पर एक मिलान बिन्दु C है तथा एक ऊर्ध्वाधर पाईप E जिसमें वायु भरी हुयी है, का एक सिरा मिलान बिन्दु C पर खुलता है। जबकि दूसरा सिरा टेंक F के द्रव में डूबा हुआ है। श्यानता नगण्य व प्रवाह धारा रेखीय मानें। यदि C पर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल, D पर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल का आधा हो और D, A में भरे द्रव की सतह के नीचे h_1 दूरी पर हो तो पाईप E में कितनी ऊँचाई h_2 तक द्रव चढ़ेगा। अपना उत्तर h_1 के पदों में दीजिये। [ऊँचाई के साथ वायुमण्डलीय दाब में परिवर्तन नगण्य मानें। टेंको की सतह के ऊपर वायुमण्डल है तथा D भी वायुमण्डल में खुला हुआ है]



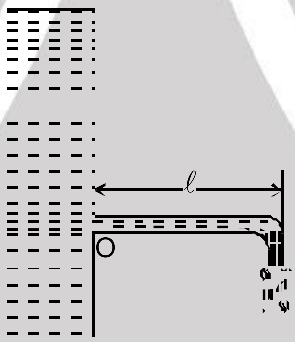
9. एक चौड़े खुले टैंक की पार्श्व दीवार चित्रानुसार एक संकरी नलिका रखती है जिससे पानी बाहर प्रवाहित होता है। नलिका का अनुप्रस्थ काट क्षैत्रफल $S = 3.0\ cm^2$ से $s = 1.0\ cm^2$ तक कम हो जाता है। टैंक में पानी का स्तर नलिका की तुलना में $h = 4.6\ m$ ऊँचा है। पानी की श्यानता नगण्य है। टैंक से नलिका को बाहर खींचने वाले बल का क्षैतिज घटक ज्ञात कीजिऐ।



10. आदर्श द्रव से युक्त एक चौड़े पात्र के क्षैतिज तल पर R_1 त्रिज्या का एक गोल छिद्र है जिस पर चारों ओर से बंद एक बेलन स्थित है, जिसकी त्रिज्या $R_2 > R_1$ है। बेलन व पात्र की तली के मध्य अन्तर (clearance) बहुत छोटा है, द्रव घनत्व ρ है। छिद्र (तथा बेलन) के अक्ष से दूरी r के फलन के रूप में निकास में द्रव का स्थैतिक दाब ज्ञात कीजिऐं, यदि द्रव की ऊँचाई h है।



11. समकोण पर मुड़ी एक नलिका के अनुदिश एक बड़े टैंक से पानी बाहर की ओर प्रवाहित होता है, नलिका की आंतरिक त्रिज्या $r = 0.50\ cm$ है। नलिका के क्षैतिज भाग की लम्बाई $\ell = 22\ cm$ है। पानी की प्रवाह दर $Q = 0.50$ लीटर प्रति सैकण्ड है। बिन्दु O के सापेक्ष नलिका की दीवारो पर कार्यरत् प्रवाहित पानी के प्रतिक्रिया बलों का आघूर्ण ज्ञात कीजिऐं।



HLP Answers

1. (a) $\dfrac{t_1 d_L}{d_L - d}$ (b) नहीं (c) $v = g\dfrac{t_1}{2}$ = नियत

2. $\dfrac{gA\rho}{4}(h_1 - h_2)^2$ **3.** $m \ge \pi r^2 L\,(\sqrt{\rho\sigma} - \rho)$

4. (a) (i) घनत्व = $\dfrac{5}{4}d$

(ii) दाब = $P_0 + \dfrac{1}{4}(6H + L)\,dg$

(b) (i) $v = \sqrt{\dfrac{g}{2}(3H - 4h)}$ (ii) $x = \sqrt{h(3H - 4h)}$

(iii) $x_{max} = \dfrac{3}{4}H$, $h_{max} = \dfrac{3H}{8}$

5. $t = n\sqrt{\dfrac{2}{g}(h - h_0)}$ **6.** $v = \sqrt{\dfrac{2(\rho_m - \rho_a)gh}{\rho_a}}$

7. $\dfrac{7m}{3\lambda}$ **8.** $h_2 = 3h_1$

9. $F = \rho gh\,(S - s)^2/S = 6N$

10. $p = p_0 + \rho gh\,(1 - R_1^2/r^2)$, जहाँ $R_1 < r < R_2$, p_0 वायुमण्डलीय दाब हैं।

11. $N = \rho\ell Q^2/\pi r^2 = 0.7$ N.m.