HINT & SOLUTION OF RIGID BODY DYNAMICS
EXERCISE-1

PART - I
भाग - I

A-1. $\omega_i = 0$ $\quad$ $t = 5$ sec $\quad$ $\theta = 50\,(2\pi)$ rad.

$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$(50)\,(2\pi) = 0 + \frac{1}{2}\alpha\,(5)^2$

$(50)\,(2\pi) = 0 + \frac{25\alpha}{2}$

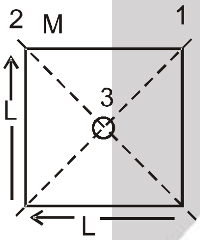
$\alpha = \frac{(50)(2\pi)(2)}{25} = 4\,(2\pi) = 4$ rev/ se^2

$\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$\omega_f = 0 + 4(5) = 20$ rev/ se

A-2. When initial angular velocity equel to the final angular velocity then
जब प्रारिम्भक कोणीय वेग, अन्तिम कोणीय वेग के बराबर है तब
(K.E. i = K.E. f)
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$
$-20 = 20 - 2t$
$-40 = -2t$
$t = 20$ sec

B-1.

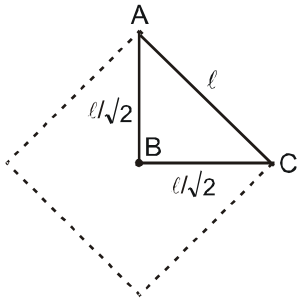


using perpendiculer theorem लम्बबत् अक्ष प्रमेंय से $(I_3 = I_2 + I_1)$
both diagonals divides square plate in symmatrical way so $I_1 = I_2$
दोनो विकर्ण वर्गाकार प्लेट को सममित रूप से विभाजित करते है अतः $I_1 = I_2$

$I_3 = 2I_2 = 2I_1$

$I_1 = \left(\frac{I_3}{2}\right)$ $\qquad$ $I_3 = \left(\frac{ML^2}{6}\right)$ $\qquad$ $I_1 = \left(\frac{ML^2}{12}\right)$

B-2.



Assuming a square plate ACDE of mass 4M having centre B.

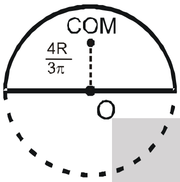
माना पूर्ण वर्गाकार प्लेट ACDE का कुल द्रव्यमान 4M है। तथा इसका केन्द्र B पर है

$I_B = \frac{(4M)\ell^2}{6}$

Moment of inertia of plate ABC प्लेट ABC का जड़त्व आघूर्ण

$I_B' = \frac{1}{4}.\left(\frac{4M\ell^2}{6}\right) = \frac{M\ell^2}{6}$

B-3.



$I_0 = \left(\frac{mR^2}{2}\right)$

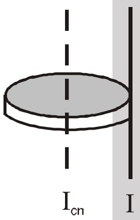
$I_0 = I_{cm} + md^2$

$\frac{mR^2}{2} = I_{cm} + m\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$

$\Rightarrow I_{cm} = \frac{mR^2}{2} - m\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$

$I_{CM} = \left[\frac{MR^2}{2} - M\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2\right]$

B-4.



$I = I_{cm} + md^2$

$I = \frac{mr^2}{2} + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2 = mK^2 \Rightarrow \quad (K = \sqrt{\frac{3}{2}}\, r)$

C-1. $\vec{F}_1 = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 6\hat{k}$ at point बिन्दु (1, 1, 0) पर

$\vec{F}_2 = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ at point बिन्दु (0, 1, 2) पर

$r_0(-1,0,1)$

$\vec{r}_1 = (1\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k}) - (-\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k})$

`

$\vec{r}_1 = \left(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right)$

$\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \left(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right) \times \left(2\hat{i} - 5\hat{j} - 6\hat{k}\right)$

$\vec{\tau}_1 = (-10\hat{k} + 12\hat{j} - 2\hat{k} - 6\hat{i} - 2\hat{j} - 5\hat{i})$

$\vec{\tau}_1 = (-11\hat{i} + 10\hat{j} - 12\hat{k})$

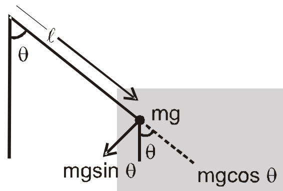
$\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \times (-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$

Total कुल $\quad \vec{\tau}_T = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$

$\vec{\tau}_T = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) \times (2\hat{i} - 5\hat{j} - 6\hat{k}) + (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \times (-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$

$\vec{\tau}_T = (-14\hat{i} + 10\hat{j} - 9\hat{k})$

C-2.



torque of mg about point of suspension is : निलम्बन बिन्दु के सापेक्ष mg का बलाघूर्ण

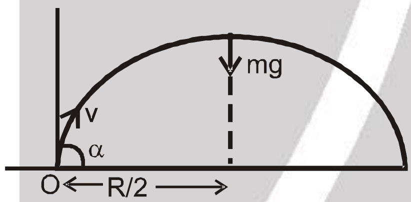
$\tau = (mg \sin\theta)\ (\ell)$

(When bob is at the lowest position $\tau = 0$) (जब गेंद निम्नतम स्थिति पर है तब $\tau = 0$)

Torque is maximum when string is horizontal that is $\theta = 90^o$

जब $\theta = 90^o$ अर्थात डोरी क्षैतिज होगी तब बलाघूर्ण अधिकतम होगा।

C-3.

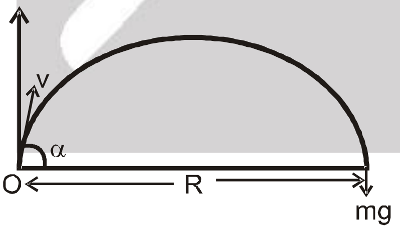


$\tau_0 = mg\ R/2 \qquad = mg\left(\frac{v^2 \sin 2\alpha}{2g}\right)$

$\tau_0 = mg\ \frac{v^2 \sin 2\alpha}{2g} = \left(\frac{mv^2 \sin 2\alpha}{2}\right)$

$\tau_0 = (mv^2 \sin\alpha \cos\alpha)$

(b)



$\tau_0 = mgR$

$= (2mv^2 \sin\alpha \cos\alpha)$

C-4. Net torque on the system about O

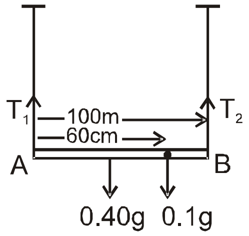
O के परित: निकाय पर बलाघुर्ण

$\tau_0 = F_1 . b + F_2 .b - F_3.a$

$= (F_1 + F_2)\ b - F_3 a$

$= (11 + 9)\ 0.2 - 10 \times 0.1$

$= 3\ N - m$



using force balance बल संतुलन के लिए

$T_1 + T_2 = 0.4\text{ g} + 0.1\text{ g} = 0.5\text{ g} = 5$

Torque about any point should be zero for rotation equilibrium.

घूर्णन साम्यावस्था के लिए किसी बिन्दु के सापेक्ष बलाघूर्ण शून्य होना चाहिए

$\tau_A = 0$

$(T_2 \times 100\text{ cm}) = (0.4\text{ g})(50\text{ cm}) + (0.1\text{ g})(60\text{ cm})$

$T_2 = (0.4 \times 10 \times 0.5) + (0.1 \times 10 \times 0.6) = 2.6\text{ N}$

$T_2 = 2.6\text{ N}$

$T_1 = 2.4\text{ N}$

D-2. The F.B.D. of rod is as shown

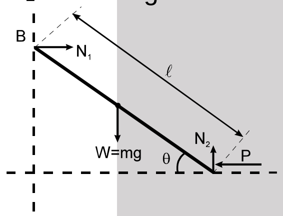
छड़ का FBD चित्रानुसार होगा

For rod to be in translational equilibrium

छड़ के स्थानान्तारित साम्यावस्था के लिए

$N_1 = P$ ....(1)

$N_2 = W = mg$ ....(2)



For rod to be in rotational equilibrium, net torque on rod about any axis is zero.

छड़ के घूर्णन साम्यावस्था के लिए किसी भी अक्ष के सापेक्ष छड़ का कुल बलआघूर्ण शून्य होगा।

$\therefore$ Net torque on rod about B is zero

B के सापेक्ष कुल बलआघूर्ण शून्य है।

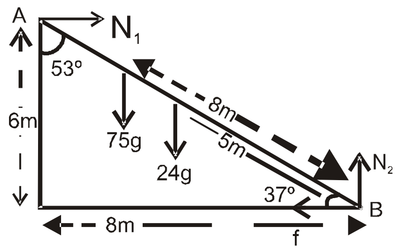
i.e., $mg\,\frac{\ell}{2}\cos\theta - N_2\,\ell\cos\theta + P\,\ell\sin\theta = 0$ ....(3)

from equation (2) and (3) solving we get

समीकरण (2) व (3) को हल करने पर

$$P = \frac{mg}{2}\cot\theta$$

D-3.



For translational equilibrium स्थानान्तरीय साम्यावस्था के लिये

$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$

$N_1 = f$ $N_2 = 75g + 24g = 99g = 990\text{ N}$

Rotational equilibrium $\tau = 0$ (about any point)

घूर्णन साम्यावस्था में $\tau = 0$ (किसी भी बिन्दु के सापेक्ष)

$\tau_B = 0$

$N_1 \times 6 = 24g\ (5\cos 37^o) + 75g\ (8\cos 37^o)$

$N_1 \times 6 = 24g\ (5 \times \frac{4}{5}) + 75g\ (8 \times \frac{4}{5})$

$N_1 \times 6 = (96g + 480\ g)$

$N_1 = 96g = 960\ N$

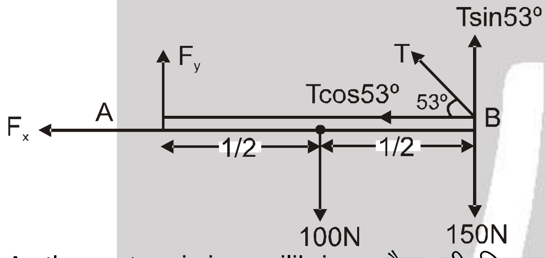
$f = N_1$

$\mu N_2 = N_1$

$\mu = \frac{N_1}{N_2} = \frac{96g}{99g} = \frac{32}{33}$

Ans. 990 N, 960 N , $\frac{32}{33}$

D-4. F.B.D. of Rod छड का



As the system is in equilibrium. जैसा की निकाय संतुलन में है।

$\sum F_x = 0$

$F_x + T\sin 53^o = 0$ ....(i)

$\sum F_x = 0$

$F_y + T\sin 53^o - 100 - 150 = 0$

$F_y + T\sin 53^o = 250$ ....(ii)

$\sum Z_A = 0$

$\Rightarrow \quad T\sin 53\ (i) - 100 \times \frac{1}{2} - 150 \times 1 = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{4T}{5} = 200 \quad \Rightarrow \quad T = 250\ N$

From eqn (i) $F_x = -T\cos 53$

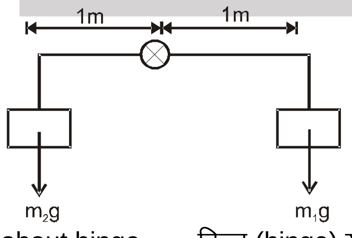
समीकरण (i) से $F_x = -T\cos 53$

$= -250 \times \frac{3}{5} = -150\ N$

From eqn (ii) $F_y = 250 - T\sin 53 = 50\ N$

समीकरण (ii) से $F_y = 250 - T\sin 53 = 50\ N$

E-1. **(a)**



Torque about hinge हिन्ज (hinge) या कीलकीत बिन्दु के सापेक्ष बलाघूर्ण

$(m_1g - m_2g)\left(\frac{\ell}{2}\right) = I.\ \alpha$

$$\alpha = \frac{(m_1 - m_2)g(\ell/2)}{m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}$$

$$\alpha = \frac{2(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2)\,\ell}$$

$$\alpha = \frac{2(6-3)10}{2(6+3)} = \frac{10}{3} \text{ rad/sec}^2$$

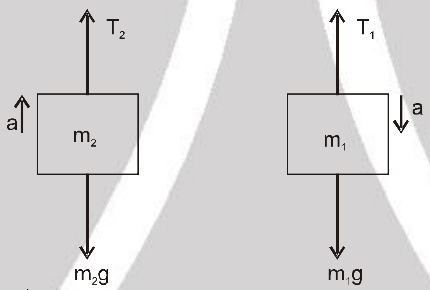
(b) If mass of rod is 3 Kg Torque about hinge यदि छड का द्रव्यमान 3 Kg है तो कीलकीत बिन्दु के सापेक्ष बलाघूर्ण

$$(m_1g - m_2g)\,\frac{\ell}{2} = I'\alpha'$$

$$\alpha' = \frac{(m_1 - m_2)g\left(\frac{\ell}{2}\right)}{\left[m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \frac{m_3\ell^2}{12}\right]}$$

$$\alpha' = \frac{2(m_1 - m_2)g}{\ell\left[m_1 + m_2 + \frac{m_3}{3}\right]}$$

$$= \frac{2(6-3)10}{2\left[6+3+\frac{3}{3}\right]} = 3 \text{ rad/s}^2$$



For m_1 block m_1 ब्लॉक के लिए

$m_1g - T_1 = m_1a$

$$T_1 = \left(m_1g - \frac{m_1\ell\alpha}{2}\right)$$

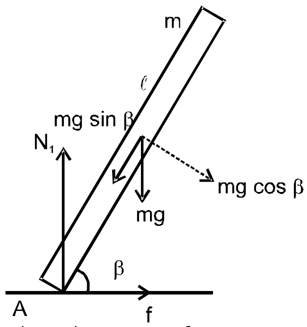
$$T_1 = 60 - \frac{6\times2\times3}{2} = 42 \text{ N}$$

For m_2 block m_2 ब्लॉक के लिए

$T_2 - m_2g = m_2a$

$$T_2 = m_2g + m_2\,\frac{\ell\alpha}{2} = 30 + \frac{3\times2\times3}{2} \qquad T_2 = 39 \text{ N}$$

E-2.



Torque about A के सापेक्ष बलाघूर्ण

$\tau = I\,\alpha$

$(mg\cos\beta)\ \frac{\ell}{2} = \frac{m\ell^2}{3}\ \alpha$

$\alpha = \frac{3g\cos 60}{2\ell} = \left(\frac{3g}{4\ell}\right)$

using Newton 2nd law   न्यूटन के द्वितीय नियम के उपयोग से

$mg - N = (ma_y)$

$N = (mg - ma_y)$ $a_y : \alpha\left(\frac{\ell}{2}\cos\beta\right)$

$N = \left(mg - m\alpha\frac{\ell}{2}\cos\beta\right)$

$N = mg - m\ \frac{3g}{4\ell}\ \frac{\ell}{2}\ \cos 60 = mg - \frac{3mg}{6} = \left(\frac{13mg}{16}\right)$

$f = (m\ a_x)$

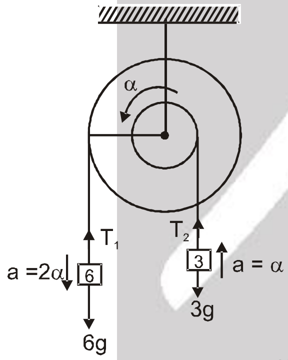
$f = m\left(\alpha\frac{\ell}{2}\sin\beta\right)$

$f = m\left(\frac{3g}{4\ell}\right)\left(\frac{\ell}{2}\right)\ \sin 60$

$f = \frac{3mg}{4\ell}\ \frac{\ell}{2}\ \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(f = \frac{3\sqrt{3}}{16}mg\right)$

E-3. Let α be the angular acceleration of the pulley system.
α घिरनी निकाय का कोणिय त्वरण है–



For 6 kg block   6 kg ब्लॉक के लीये

$6\ g - T_1 = 6\ (2\alpha)$ ....(i)

for 3 kg block

3 kg ब्लॉक के लीये

$T_2 - 3g = 3\alpha$ ....(ii)

for pulley system घिरनी निकाय के लिये

$\Rightarrow\quad 2T_1 - T_2 = I\alpha = 3\alpha$ ....(iii)

From equation (i) and (ii) putting the values of T_1 and T_2.

समीकरण (i) तथा (ii) से T_1 तथा T_2 के मान रखने पर

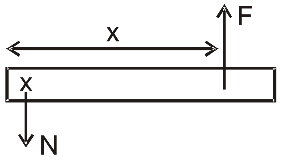
$\Rightarrow\quad 2[6g - 12\alpha] - [3g + 3\alpha] = 3\alpha$

$\Rightarrow\quad 12\ g - 24\alpha\ - 3g - 3\alpha = 3\alpha$

$\Rightarrow\quad 30\ \alpha\ - 9g$

$\Rightarrow\quad \alpha = \frac{90}{30} = 3\ \text{rad/s}^2$ **Ans.**

E-4. $Fx = \dfrac{M\ell^2}{3}\alpha$

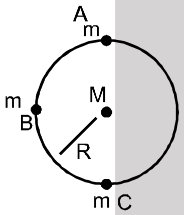


$F - N = M\ \dfrac{\ell}{2}\alpha$

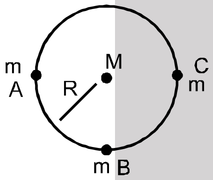
$N = F - M\dfrac{\ell}{2}\left(\dfrac{3Fx}{M\ell^2}\right)$

$N = F\ \left(1 - \dfrac{3}{2}\dfrac{x}{\ell}\right)$

F-1.



After rotating 90º   90º से घूर्णन के बाद



Using Energy conservation ऊर्जा संरक्षण के उपयोग से

$U_i + K_i = U_f + K_f$

$(2mg\,R + mg\,R + 0 + 0) = mg\,R + O + mg\,R + \dfrac{1}{2}\ I\omega^2$

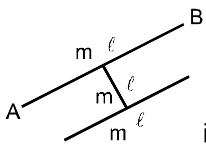
$3mg\,R = 2mg\,R + \dfrac{1}{2}\ I\omega^2 \quad \Rightarrow \quad (mg\,R = \dfrac{1}{2}\ I\omega^2)$

$2mg = \left(\dfrac{MR}{2} + 3mR\right)\ \omega^2$

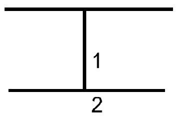
$\omega^2 = \left(\dfrac{4mg}{MR + 6mR}\right)$

$\omega = \sqrt{\dfrac{4mg}{MR + 6mR}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 0.1 \times 10}{1 \times 0.5 + 6 \times 0.1 \times 0.5}} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{5}\ \text{rad/s}$

F-2.



initial positial   प्रारिम्भक स्थिती



final position अन्तिम स्थिति

Using Energy conservation ऊर्जा सरक्षंण से

$K_i + U_i = K_f + U_f$

$0 + 3mg\ \frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\ I\omega^2$

$I = (I_1 + I_2)$

$[I = \frac{m\ell^2}{3} + m\ell^2]$

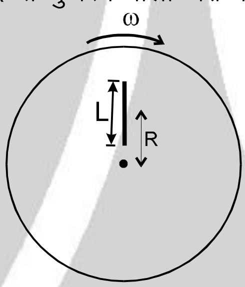
$3mg\ \frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{3} + m\ell^2\right)\omega^2 + 0$

$3g\ell = \left(\frac{\ell^2}{3} + \ell^2\right)\omega^2$

$3g = \frac{4\ell}{3}\ \omega^2$

$\omega = \sqrt{\frac{9g}{4\ell}}$

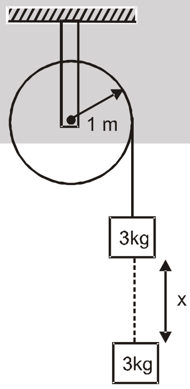
F-3. Moment of inertia of the rod w.r.t. the axis through centre of the disc is : (by parallel axis theorem).
छड़ का जड़त्व आघूर्ण चकती के केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष (समान्तर अक्ष प्रमेय से)



$I = \frac{mL^2}{12} + mR^2$

& K.E. of rod w.r.t. disc (चकती के परित छड़ की गतिज ऊर्जा) = $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left[R^2 + \frac{L^2}{12}\right]$ **Ans.**

F-4. When the block is descended through x, let its velocity be V.
from energy conservation
जब ब्लॉक x नीचे तब इसकी चाल V मानें तो ऊर्जा संरक्षण के नियम से.



$mgx = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}\ mv^2$ $\qquad$ $mgx = \frac{1}{2}\ I\left(\frac{V}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}\ mv^2$

$\Rightarrow \qquad 2mgx = V^2\left[\frac{I}{r^2} + m\right]$

Putting all given values दिये गये मान रखने पर V = 2 m/s

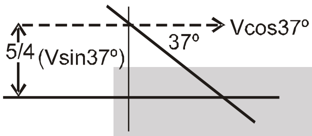
G-1. $\left(\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}\right)$ $\qquad \vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{L} = \left(\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k}\right) \times \left(4\hat{i} + 6\hat{j}\right)$ $\qquad \vec{p} = (4\hat{i} + 6\hat{j})$

$\vec{L} = 6\hat{k} - 4\hat{k} = 2\hat{k}$ kgm^2/s $\qquad \vec{r} = \left(\hat{i} + \hat{j} + o\hat{k}\right)$

G-2. $3x + 4y = 5$

$\left(y = \frac{-3x}{4} + \frac{5}{4}\right)$

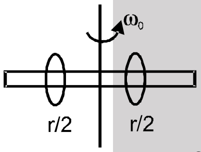


$P = mv$
$= 2 \times 8 = 16$ (kg – m/s)

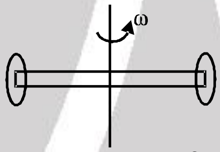
$L = (5/4) \times mv \cos 37^\circ$

$L = 5/4 \times 2 \times 8 \times \frac{4}{5} = 16$ kg m^2/s

G-3.



initial position प्राम्भिक स्थिती



Final position अन्तिम स्थिती

No external torque so $\vec{L}$ = cont. $\qquad$ कोई बाह्य बलाघूर्ण नही है $\vec{L}$ = नियत रहेगा

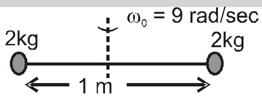
$L_i = L_f$

$(I_i\omega_0 = I_f\omega_0)$

$$\left(I + \frac{mr^2}{4} + \frac{mr^2}{4}\right)\omega_0 = (I + mr^2 + mr^2)\omega$$

$$\left[\omega = \left(\frac{I + \frac{mr^2}{2}}{I + 2mr^2}\right)\omega_0\right]$$

G-4. $\left[\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}\right]$



$d\vec{L} = \left(\vec{\tau}_{ext}\, dt\right)$

$\left(\vec{r} \times \vec{F}\right) = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad d\vec{L} = \left(\vec{r} \times \vec{F}\right)dt$

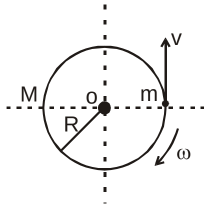
$(L_f - L_i) = \int (F\, r\, dt)$

$(I\omega_f - I\omega_i) = (r\, F\, t)$

$I(\omega - 9) = (0.5)(10)(0.20)$

$$\omega - 9 = \frac{0.5 \times 10 \times 0.20}{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1 \qquad \omega = 10 \text{ rad/s.}$$

G-5.



Angular momentum conservation about O 'O' के सापेक्ष कोणीय संवेग संरक्षण से

$I\omega = mvR$

$\frac{MR^2}{2}\omega = mvR$

$MR\omega = 2mv$

$v = \left(\frac{MR\omega}{2\ \ m}\right)$

With respect to bord man's rotation v + ωR velocity so in one rotation when velocity v + ωR angle taken by man (2π).

बोर्ड के सापेक्ष व्यक्ति का घूर्णन वेग v + ωR है अतः एक घूर्णन में जब वेग v + ωR है तब व्यक्ति द्वारा तय किया गया कोण (2π) होगा।

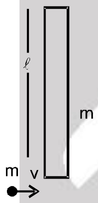
$t = \left(\frac{2\pi R}{V + \omega R}\right)$

Angular velocity bord is ω so at the same time angle covered by disc = ω . $t = \left(\frac{2\pi}{\omega R + V}\omega R\right)$.

बोर्ड का कोणीय वेग ω है अतः समान समय में चकती द्वारा तय किया गया कोण = ω . $t = \left(\frac{2\pi}{\omega R + V}\omega R\right)$.

$$\frac{2\pi\omega R}{\frac{MR\omega}{2m} + \omega R} = \left(\frac{4\pi m}{M + 2m}\right)$$

G-6.



external torque about hinge is zero, so कीलंकीत बिन्दु के सापेक्ष बाह्य बलाघूर्ण शून्य है अतः

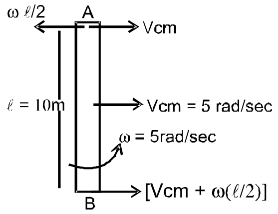
$\vec{L}$ = constant नियत

$L_i = L_f$

$mv\,\ell = I\,\omega$

$$\omega = \frac{mv\ell}{I} = \frac{mv\ell}{\frac{m\ell^2}{3} + m\ell^2} = \frac{3mv\ell}{4m\ell^2} = \left(\frac{3v}{4\ell}\right)$$

H-1



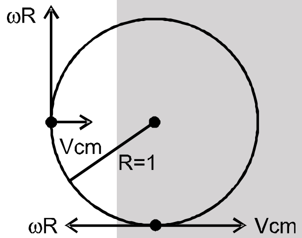
$V_A \quad = (V_{cm} - \omega\ \ell/2)$

$\quad\quad = 50 - 5 \times 5 = 25$ m/s

$V_B \quad = \left(V_{cm} + \omega\frac{\ell}{2}\right)$

$\quad\quad = 50 + 25 = 75$ m/s

H-2



$V_{cm} - \omega R = V_P$

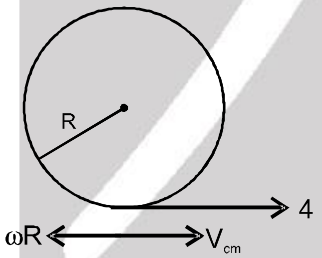
$V_{cm} - 3 \times 1 = 1$

$V_{cm} = 4$ m/sec $\hat{i}$

$V_A = Vcm\ \hat{i} + \omega R\ \hat{j}$

$\Rightarrow \quad V_A = (4\hat{i} + 3\hat{j})$

H-3



$V_{cm} - \omega R = V$

$V_{cm} = V + \omega R$

$V_{cm} = 4 + 3 \times 1 = 7$m/s

H-4 (a) $v_A \sin\theta = v_0 \cos\theta$

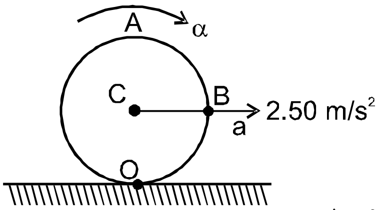
$v_A = \frac{v_0}{\tan\theta} = \frac{4v_0}{3}$

(b) $\omega = \frac{v_0 \sin\theta + v_A \cos\theta}{\ell} = \frac{3v_0 + 4\left(\frac{4v_0}{3}\right)}{5\ell} = \frac{9v_0 + 16v_0}{15\ell} = \frac{5v_0}{3\ell}$

(c) $v_x = \frac{\ell}{2}\left(\frac{v_{Ax} + v_{Bx}}{\ell}\right) = \frac{v_0}{2}$

$v_y = \frac{1}{2}\left(v_{Ay} + v_{By}\right) = \frac{2v_0}{3}$

H-5.

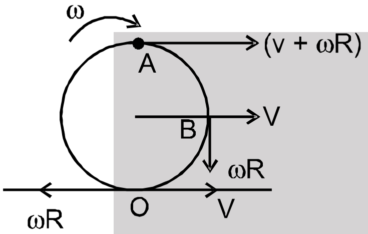


$a = \alpha R$ (Pure rolling) शुद्ध लोटनी गति

$v = u + at \qquad \Rightarrow (v = at)$

For pure rolling = ($v = \omega R$) शुद्ध लोटनी गति के लिये

(a) After 2 sec (a) 2 sec बाद

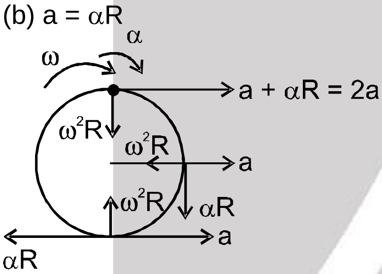


$V_A = V + \omega R = 2V = 2at$

$V_B = V_i + \omega R(-j) = (\sqrt{2}\,V) = \sqrt{2}\ at$

$V_0 = V - \omega R = 0$

(b) $a = \alpha R$



$a_A = 2a\,\hat{i} + \omega^2 R(-\hat{j})$

$a_A = 2a\,\hat{i} + \frac{\omega^2 R^2}{R}(-\hat{j})$

$a_A = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{4a^2t^2}{R}\right)^2}$

$\sqrt{4a^2 + \frac{16a^4t^4}{R^2}}$

$a_A = 2a\sqrt{1 + \frac{4a^2t^4}{R^2}}$

$a_B = (a - \omega^2 R)\,\hat{i} + (\alpha R)(-\hat{j})$

$a_B = \left(a - \frac{4a^2t^2}{R}\right)\hat{i} + a(-\hat{j})$

$a_C = \omega^2 R$

$a_C = \frac{v^2}{R} = \left(\frac{a^2t^2}{R}\right)$

I-1. $(v = \omega R)$

Using energy conservation ऊर्जा सरंक्षण से

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgh = \frac{3mv^2}{4} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

I-2. Total KE कुल गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\omega^2 \qquad 6$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mv^2 = \frac{7}{10}mv^2$$

I-3. For linear motion :

रेखीय गति के लिए

$$mg - T = ma \qquad ....(i)$$

For angular motion :

धुर्णी गति के लिए

$$T.R. = \left(\frac{mR^2}{2}\right)\alpha$$

$$T = \frac{mR\alpha}{2} \qquad ....(ii)$$

For no sliping :

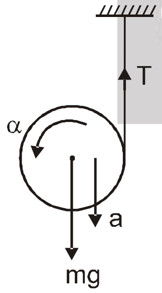
कोई फिसलन नहीं है अतः

$$a = R\alpha \qquad ....(iii)$$

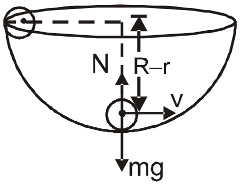
From equation (i), (ii) & (iii)

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) से

$$a = \frac{2}{3}g$$



I-4.



Let R & r be the radii of hemispherical bowl & disc respectively
From energy conservation,
R तथा r क्रमशः अर्द्धगोले तथा चकती की त्रिज्याएं है तो ऊर्जा संरक्षण नियम से

$$mg(R-r) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

For pure rolling,
शुद्ध लोटनी गति के लिए

$$v = r\omega$$

$$mg(R-r) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$mg(R-r) = \frac{3}{4}mv^2 \quad ....(i)$$

From FBD of bottom :
नीचे के लिए FBD से

$$N - mg = \frac{mv^2}{(R-r)} \quad ....(ii)$$

From equ. (i) & (ii),
समीकरण (i) व (ii) से

$$N = \frac{7}{3}mg$$

I-5. Let v_1 & v_2 be minimum speed of ring of bottom & top of cylindrical part
माना v_1 तथा v_2 बैलन के तलीय तथा उच्चतम बिन्दु पर वलय की चाल है।

At top of path
सबसे ऊपर के बिन्दु पर

$$N + mg = \frac{mv_2^2}{(R-r)}$$

for minimum speed न्यूनतम चाल के लिए N = 0

$$v_2^2 = g(R-r) \quad .... (i)$$

From energy conservation between bottom & top point of cylindrical part
बैलनाकार भाग के उच्चतम व निम्नतम बिन्दु के मध्य ऊर्जा संरक्षण नियम से

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 = 2mg(R-r) + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2$$

For pure rolling शुद्ध लोटनी गति के लिए $\omega_1 = \frac{v_1}{r}$, $\omega_2 = \frac{v_2}{r}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}(mr^2)\frac{v_1^2}{r^2} = 2mg(R-r) + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}(mr^2)\frac{v_2^2}{r^2}$$

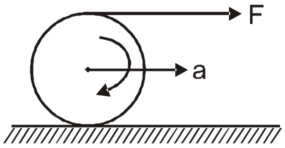
$$\Rightarrow mv_1^2 = 2mg(R-r) + mv_2^2 \quad .... (ii)$$

from equation (i) & (ii) समीकरण (i) व (ii) से

$$\Rightarrow mv_1^2 = 2mg(R-r) + mg(R-r)$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{3g(R-r)}$$

I-6.



For linear motion,

$$F = ma \qquad ....(i)$$

For angular motion,

$$F.R. = \left(\frac{2}{5}mR^2\right)\alpha$$

$$\alpha = \frac{5F}{2mR} \qquad ....(ii)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$2\pi = 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{5F}{2mR}\right)t^2$$

$$t^2 = \left[\frac{8\pi mR}{5F}\right]$$

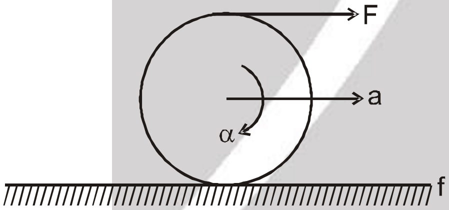
Distance covered by sphere during one full rotation

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m}\right)\left(\frac{8\pi mR}{5F}\right)$$

$$S = \frac{4\pi R}{5}$$

I-7.



For linear motion
रेखीय गति के लिए

$$F + f = ma \qquad ....(i)$$

for angular motion
घुर्णी गति के लिए

$$(F - f)\,R = \left(\frac{2}{3}mR^2\right)\alpha \qquad .... (ii)$$

for pure rolling $a = R\alpha$ .... (iii)
शुद्ध लोटनी गति के लिए

From equation (i) (ii) & (iii) समीकरण (i) (ii) व (iii) से

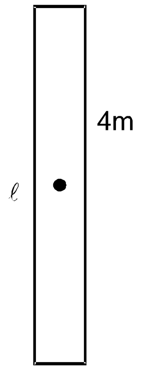
$$\frac{F+f}{F-f} = \frac{3}{2}$$

$\Rightarrow$ $F = 5f$

$F_{max} = 5f_{max}$

$F_{max} = 5\mu mg = 20$ N

J-1



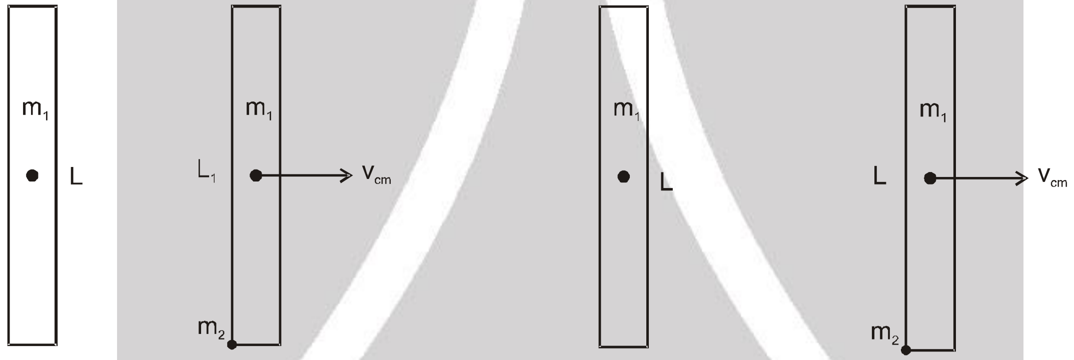
Torque about centre of mass of external force is zero. द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बाह्य बलो का बलाघूर्ण शून्य है।

$L_i = L_f$

$mv\,\frac{\ell}{2} = 4m\left(\frac{\ell^2}{12}\right).\,\omega$

$\Rightarrow \left(\omega = \frac{3v}{2\ell}\right)$

J-2.



(a) $P_i = m_2v$

$P_f = (m_1 + m_2)\,V_{cm}$

$m_2v = (m_1 + m_2)\,V_{cm}$

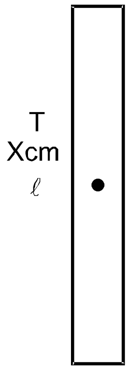
$V_{cm} = \left(\frac{m_2v}{m_1+m_2}\right)$

(b) $v^1 = (u - V_{cm})$

$V^1 = v - \frac{m_2u}{m_1+m_2} = \left(\frac{m_1u}{m_1+m_2}\right)$

(c) $V^1 = -V_{cm} = \left(\frac{-m_1u}{m_1+m_2}\right)$

(d) $X_{cm} = \frac{m_1(0)+m_2\left(\frac{L}{2}\right)}{(m_1+m_2)} = \frac{m_2L}{2(m_1+m_2)}$



$L^1 = \frac{L}{2} - \frac{m_2 L}{2(m_1+m_2)} \quad \Rightarrow \quad L^1 = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 L}{m_1+m_2}\right)$

momentum of particle कण का संवेग

$\Rightarrow P_i = \left[m_2(u - V_{cm})L^1 = m_2 \frac{1}{2}\frac{m_1 L}{2(m_1+m_2)}\left(u - \frac{m_2 u}{m_1+m_2}\right)\right] = \left(\frac{m_2 m_1^2 u}{2(m_1+m_2)}\right)$

Momentum for rod छड के लिये संवेग $= m_1 V_{cm} \times L_{cm} = \frac{m_1 L}{2}\frac{m_2^2 u}{(m_1+m_2)^2}$

(e) For particle : कण के लिये

$I_1 = m_2 L^2 = \frac{m_2 m_1^2 L^2}{4(m_1+m_2)^2}$

$I_2 = \frac{m_1 L^2}{12} + m_1\left(\frac{m_2 L}{2(m_1+m_2)}\right)^2$

$I = I_1 + I_2$

$= \frac{m_1(m_1+4m_2)L^2}{12(m_1+m_2)}$

(f) Velocity of centre of mass द्रव्यमान केन्द्र का वेग

$= \left(\frac{m_2 v}{m_1+m_2}\right)$

Using angular momentum conservation कोणीय संवेग सरंक्षण से

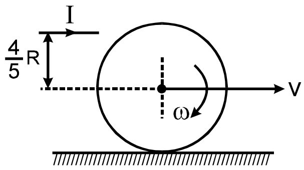
$m_2 v \times L_{cm} = I_{cm}\,\omega$

$= m_2 u \frac{m_1 L}{2(m_1+m_2)} = I_{cm}\,.\omega$

$= m_2 u \frac{m_1 L}{2(m_1+m_2)} = \frac{m_1(m_1+4m_2)L^2}{12(m_1+m_2)} \times \omega$

$\Rightarrow \quad \omega = \frac{6m_2 v}{(m_1+4m_2)L}$

J-3. V & ω are linear and angular velocity after giving impulse I.
V व ω क्रमशः आवेग I देने के बाद रेखिय और कोणिय वेग है।



Applying impulse momentum equuation
आवेग संवेग समीकरण में

$$I = mV$$

Applying angular momentum equation wrt centre →
केन्द्र के सापेक्ष कोणीय संवेग समीकरण लागू करने पर

$$I \times \frac{4}{5}R = \frac{2}{5}MR^2\omega$$

$$\omega = \frac{2I}{MR}$$

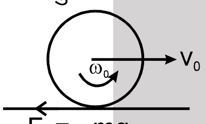
(a) Time taken लगा समय = $\frac{\text{angle tranversed}}{\text{angular velocity}}$ $\frac{\text{बना हुआ कोण}}{\text{कोणीय वेग}}$

$$t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi mR}{2I}$$

(b) Displacement of COM during same time = v.t
द्रव्यमान केन्द्र का समान समय में विस्थापन = v.t

$$= \frac{I}{m} = \frac{\pi mR}{2I}$$

J-4. Kinetic energy can become zero only for the case shown in figure ;
चित्रानुसार केवल निम्न स्थिति के लिए गतिज ऊर्जा शून्य होगी



$F_f = \mu mg$

Torque equation :
बलाघूर्ण समीकरण

$$(\mu mg).R = \frac{MR^2}{2}.\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{2\mu g}{R}$$

Therefore अतः , $t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{\omega_0 R}{2\mu g}$ ....(1)

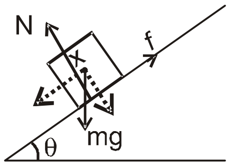
For translational motion स्थानान्तरित गति के लिए :

$t = \frac{v_0}{\mu g}$ ....(2)

From (1) & (2) समीकरण (1) व (2) से : $\frac{\omega_0 R}{2\mu g} = \frac{v_0}{\mu g}$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{2v_0}{R} = \frac{2(10)}{0.2} = 100 \text{ rad/sec.}$$ **Ans.**

K-1.



Force balance बल सन्तुलित करने पर

$N = mg\cos\theta$

$f = mg\sin\theta$

Torque balance (about centre of mass)

द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण सन्तुलित करने पर

$Nx = f \times \frac{a}{2} = \frac{amg\sin\theta}{2}$ and $x = \frac{a \quad mg\sin\theta}{2mg\cos\theta} = \frac{a\tan\theta}{2}$

Torque of normal force अभिलम्ब बल का बलाघूर्ण $Nx = mg\sin\theta\ \frac{a}{2}$

PART - II

भाग - II

A-1. $\omega_0 = 3000$ rad/min

$\omega_0 = \frac{3000}{60}$ rad/sec = (50 rad/sec)

t = 10 sec

$\omega_f = 0$

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$\theta = 50 - \alpha\,(10)$

$\alpha = 5$ rad/sec2

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\ \alpha\ t^2$

$\theta = (50)\,(10) + \frac{1}{2}\ (-10)\,(10)^2$

$\theta = 500 - 250 = 250$ rad

A-2. $V = \omega R$

$V = 10 \times 0.2 = 2$m /sec.

B-1. $m_A = (\sigma.\pi r^2.t)$

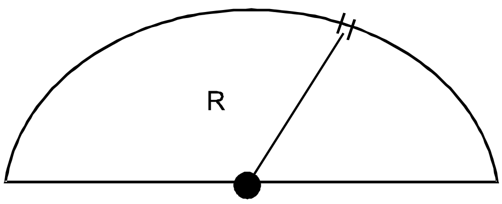
$m_B = \sigma.\pi\ (2r)^2\ (t/2) = (\sigma 2\pi\rho^2 t)$

$m_B > m_A$

$R_B > R_A$

so, $I_B > I_A$

B-2.



$I = \int dmr^2$

$I = r^2 \int dm\ = r^2\ m = mr^2$

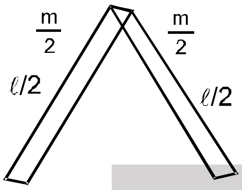
B-3. $\sigma_B > \sigma_A$ $\qquad I_B > I_A$

so, If the axes are parallel अतः यदि अक्ष समान्तर है तो $I_A < I_B$

B-4. $I_2 = I_1 + Md^2$ Then अतः $I_2 > I_1$

B-5. Moment of inertia of the elliptical disc should be less than that of a circular disc having radius equal to the major axis of the elliptical disc. Hence (D)
दीर्घ वृत्तीय चक्ती का जड़त्व आघूर्ण इसकी अर्द्धदीर्घ अक्ष के समान त्रिज्या वाली वृत्तीय चकती के जड़त्व आघूर्ण से कम होता है। Hence (D)

B-6.

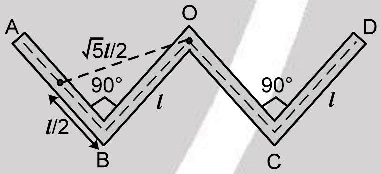


$I_0 = I_1 + I_2$

$$I_0 = \frac{(m/2)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{3} + \frac{(m/2)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{3} = \frac{m\ell^2}{12}$$

B-7. $I_x + I_y = I_z \qquad 2I_x = I_z$
$\therefore \qquad I_l = 2 \times 200 = 400$ gm cm^2

B-8. The given structure can be broken into 4 parts
दी गई सरंचना को 4 भागो में तोडने पर



For AB के लिए $I = I_{CM} + m \times d^2 = \frac{m\ell^2}{12} + \frac{5m}{4}\ell^2$; $I_{AB} = \frac{4}{3}ml^2$

For BO के लिए $I = \frac{m\ell^2}{3}$

$\therefore$ For composite frame : (by symmetry)
सम्पूर्ण निकाय के लिये : (सममिती से)

$$I = 2[I_{AB} + I_{OB}] = 2\left[\frac{4m\ell^2}{3} + \frac{m\ell^2}{3}\right] = \frac{10}{3}ml^2]$$

B-9. Pearpendicular axis theorem लम्बवत् अक्ष प्रमेय

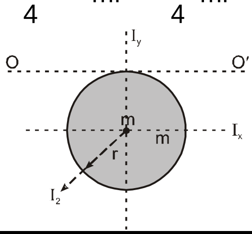
$$I_2 = I_x + I_y = \frac{mr^2}{2}$$

from symmetry सममिति से $I_x = I_y$

$\Rightarrow \qquad I_x = \frac{mr^2}{4}$

Perallel axis theorem समान्तर अक्ष पर

$$I_{oo'} = I_x + mr^2 = \frac{mr^2}{4} + mr^2 = \frac{5}{4}mr^2$$



B-10. Taking mass of plate m = $\frac{M}{6}$ प्लेट का द्रव्यमान m है तो = $\frac{M}{6}$

Then MI of two plates through which the axis is passing = $\frac{m\ a^2}{6} \times 2 = \frac{m\ a^2}{3}$

अक्ष के सापेक्ष दो प्लेटो का जडत्व आर्घूण = $\frac{m\ a^2}{6} \times 2 = \frac{m\ a^2}{3}$

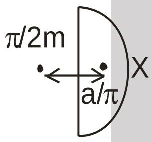
M.I of 4 plates having symmetrical position from the axis
सममित स्थिती के लिये 4 प्लेटो का अक्ष सापेक्ष जडत्च आर्घूण

$$= 4 \times \left[\frac{m\ a^2}{12} + m\left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = 4 \times \left[\frac{m\ a^2}{3}\right]$$

Total MI कुल जडत्व आर्घूण = $\frac{4\ m\ a^2}{3} + \frac{m\ a^2}{3} = \frac{5\ m\ a^2}{3}$

using $\frac{M}{6}$ = m के उपयोग से = MI = $\frac{5\ Ma^2}{18}$

B-11. $I_{Rat} = \frac{ma^2}{12} + m\left(\frac{a}{2}\right)^2$



$$= \frac{ma^2(1+3)}{12} = \frac{ma^2}{3}$$

$$I_{Ring} = \frac{\pi}{2}m\left\{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}+\frac{a}{\pi}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{\pi m}{2}$$

$$= \frac{\pi ma^2}{2}\left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{\pi}\right\}$$

$$= \frac{\pi ma^2}{2}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right\}$$

$$\text{Inet.} = \frac{4ma^2}{3} + 2\pi ma^2\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\right\}$$

$$= ma^2\left\{\frac{4}{3} + \pi + 2\right\} = \frac{ma^2\{10 + 3\pi\}}{3}$$

C-1. $\vec{F_1}$ = 2i + 3j + 4k

$\vec{F_2}$ = –2i – 3j – 4k

Net force $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ the body is in translational equilibrium.

कुल बल $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ तो वस्तु स्थानान्तरण गति की साम्यवस्था में रहेगी।

$\vec{r_1}$ = 3i + 3J + 4k $\quad$ $\vec{r_2}$ = i

$\vec{\tau_1} = \vec{r_1} \times \vec{F_1}$

$= (3\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}) \times (2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})$

$\vec{\tau}_1 = 9\hat{k}-12\hat{j}-6\hat{j}+12\hat{i}+8\hat{j}-12\hat{i}$

$\vec{\tau}_1 = -4\hat{j}+3\hat{k}$

$\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\hat{i}) \times (-2\hat{i}-3\hat{j}-4\hat{k})$

$= -3\hat{k} + 4\hat{j}$

$\left(\vec{\tau}_1+\vec{\tau}_2 = -4\hat{i}+3\hat{k}-3\hat{k}+4\hat{j} = 0\right)$

body in rotational equilibrium वस्तु घूर्णन साम्यावस्था में है।

C-2. $F = 4\hat{i} - 10\hat{j}$

$\vec{r} = (-5\hat{i} - 3\hat{j})$

$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$

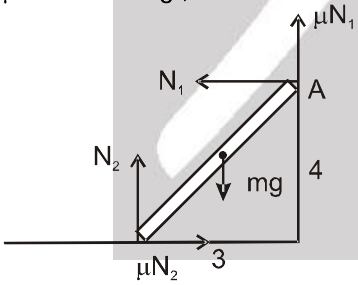
$= (-5\hat{i} - 3\hat{j}) \times (4\hat{i} - 10\hat{j})$

$= 50\hat{k} + 12\hat{k} = 62\hat{k}$

C-3. torque of a couple is always remains constant about any point
किसी बलयुग्म का बलार्घूण हमेशा किसी भी बिन्दु के सापेक्ष नियत रहता है।

D-1. Torque about O
O के सापेक्ष बलाघूर्ण
F × 40 + F × 80 – (F × 20 + F × 60)
In clockwise direction
दक्षिणावर्त के दिशा में
= F × 40

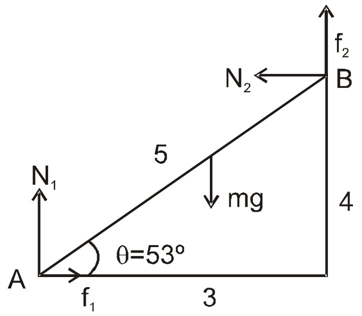
D-2. $N_1 = \mu N_2$,
$\mu N_1 + N_2 = mg$, $\tau_A = o \Rightarrow$



$3N_2 - 4N_1 - \frac{3}{2}mg = o$

Hence अतः $\mu = \frac{1}{3}$ **Ans.**

Aliter



Using force balance बल सन्तुलन के उपयोग से

$f_1 = -\mu N_1$ $\quad\quad$ $N_1 + f_2 = mg$ ——(1)

$f_2 = \mu N_2$ $\quad\quad$ $N_2 = f_1$

$N_2 = \mu N_1$ ——(2)

Using aq (1) समीकरण (1) से

$N_1 + \mu N_2 = mg$

$N_1 + \mu N_1 = mg$

$N_1 + \left(\frac{mg}{1+\mu^2}\right)$

torque about point B $\Rightarrow \tau_B = 0$ $\quad\quad$ For rotational equilibrium

बिन्दु B के सापेक्ष बलार्घूण $\Rightarrow \tau_B = 0$ $\quad\quad$ घूर्णन साम्यावस्था के लिये

$f_1 \times 4 + mg\ (5/2 \cos 53^o) = 3N_1$

$4\mu N_1 + \frac{3mg}{2} = 3N_1$

$\frac{3mg}{2} = (3 - 4\mu)\ N_1$

$\frac{3mg}{2} = (3-4\mu)\left(\frac{mg}{1+\mu^2}\right)$

$\frac{3}{2} = \left(\frac{3-4\mu}{1+\mu^2}\right)$

$3 + 3\mu^2 = 6 - 8\mu$

$3\mu^2 + 8\mu - 3 = 0$

$3\mu^2 + 9\mu - \mu - 3 = 0$

$3\mu(\mu + 3) - 1\ (\mu + 3)$ $\quad \Rightarrow \quad$ $(\mu = 1/3)$

D-3 As shown in FBD $\rightarrow$ Equation in verticle direction $N_A + N_B = mg$

Taking moments about 'A'

FBD में $\rightarrow$ ऊर्ध्वाधर दिशा में $N_A + N_B = mg$

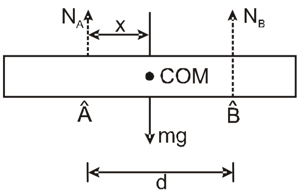
'A' के परितः आघूर्ण लेने पर

$mg.x = d.N_B$

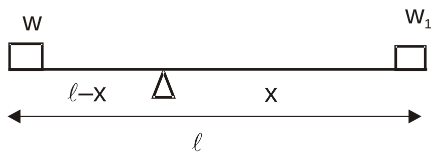
$N_B = \frac{mg.x}{d}$

$N_A = mg - N_B$

$N_A = mg - \frac{mg\ x}{d} = mg\ .\left(\frac{d-x}{d}\right) = w\left(1 - \frac{x}{d}\right)$



D-4



weight of object वस्तु का द्रव्यमान = w

$w(\ell - x) = w_1 x$ ....(i)

If weight is kept in another pan then :
यदि द्रव्यमान दूसरे पात्र में रखा जाये तब

$w_2(\ell - x) = wx$ ....(ii)

By (i) & (ii) समीकरण (i) व (ii) से

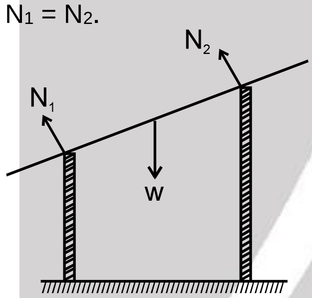
$\frac{w}{w_2} = \frac{w_1}{w}$ $\Rightarrow$ $w_2 = w_1 w_2$

$w = \sqrt{w_1 w_2}$

D-5. Balancing torque about the centre of the rod :
छड़ के केन्द्र के सापेक्ष बलार्घूण को सन्तुलित करने पर

$N_1 . \frac{\ell}{4} - N_2 . \frac{\ell}{4} = 0$

$\Rightarrow$ $N_1 = N_2$.



E-1. $\tau = I\alpha$

$\tau_A = \tau_B$

$I_A \alpha_A = I_B \alpha_B$

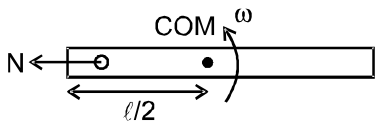
$I_A < I_B$

$\alpha_A > \alpha_B$

$\omega_A > \omega_B$

E-2. Body is rotating uniformly so resultant force on particale is centripetal force which is horizontal and intercecting the axis of rotation.
वस्तु एकसमान से घूर्णन कर रही है अतः कण पर लगने वाला परणामी बल अभिकेन्द्रीय बल है जो कि क्षैतिज है तथा घूर्णन अक्ष को काटता है।

E-3.



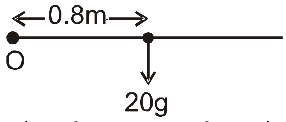
$N = \left(m\omega^2 \frac{\ell}{2}\right)$

E-4. Initial velocity of each point onthe rod is zero so angular velocity of rod is zero.
Torque about O

$\tau = I\,\alpha$

$$20g\,(0.8) = \frac{m\ell^2}{3}\alpha \;\Rightarrow\; 20g\,(0.8) = \frac{20(1.6)^2}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{3\ \ g}{3.2} = \alpha = \text{angular acceleration} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{15\ \ g}{16}$$

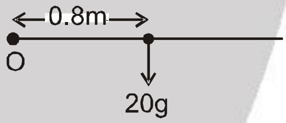


हलः छड़ पर प्रत्येक बिन्दु का प्रारम्भिक वेग शून्य है इसलिये छड़ का कोणीय वेग शून्य होगा।
O के परितः आघूर्ण

$\tau = I\,\alpha$

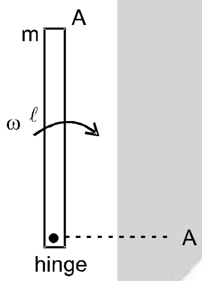
$$20g\,(0.8) = \frac{m\ell^2}{3}\alpha \;\Rightarrow\; 20g\,(0.8) = \frac{20\ \ (1.6)^2}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3\ \ g}{3.2} = \alpha = \text{कोणीय त्वरण} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{15\ \ g}{16}$$



E-5. Beam is not at rotational equilibrium, so force exerted by the rod (beam) decreases
छड घूर्णन साम्यावस्था में नही है अतः छड़ द्वारा लगने वाला बल घटेगा।

F-1.



using energy conservation ऊर्जा सरंक्षण से

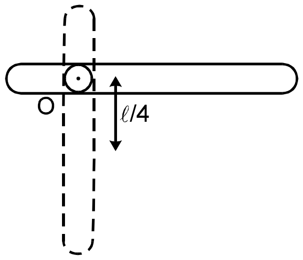
$$mg\,\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\,I\omega^2$$

$$mg\,\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{m\ell^2}{3}\,\omega^2$$

$$\ell = 1\text{m} \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$$

$$V_A = \omega\ell = \sqrt{3g} = \left(\sqrt{3g}\right)$$

F-2. By energy conservation ऊर्जा सरंक्षण से :

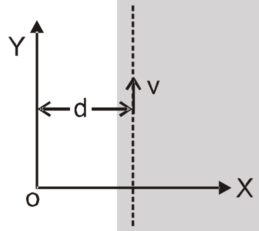


$mg\frac{\ell}{4} = \frac{1}{2}.\left(\frac{7}{48}m\ell^2\right)\omega^2$ $\quad$ $[I_{(about\ O)} = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2]$

$I_0 = \frac{7}{48}m\ell^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{24g}{7\ell}}$ **Ans.**

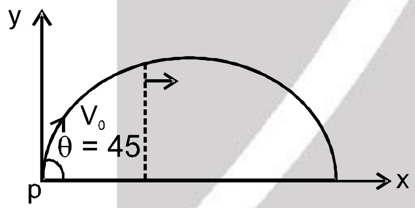
G-1. $\tau = \frac{dL}{dt} = \frac{4A_0 - A_0}{4} = \left(\frac{3A_0}{4}\right)$

G-2.



$\Rightarrow$ L = (mvd) = constant becouse v = const. and d = const.
$\Rightarrow$ L = (mvd) = नियत क्योकि v = नियत है तथा d = भी नियत है।

G-3.



$x = v_0 \cos 45^o \times t = \frac{v_0 t}{\sqrt{2}}$

$\tau = mgx = \frac{mgv_0 t}{\sqrt{2}} = \frac{dL}{dt}$

$\Rightarrow L = \frac{mgv_0}{\sqrt{2}}\int_0^{v_0/g} t \ dt = \frac{mv_0^3}{2\sqrt{2}\ g}$

G-4. No external torque so L = constant;
कोई बाह्य बलाघूर्ण नही है अतः L = नियत रहेगा।

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$(MR^2\omega) = (MR^2+2mR^2)\ \omega^2$

$\Rightarrow \omega^2 = \left(\frac{M\omega}{M+2m}\right)$

G-5. external torque बाह्य बलाघूर्ण $\vec{\tau}_{ext} = 0$

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

when he stretches his arms I

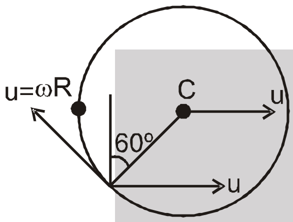
जब यह अपनी भुजा को फैलाता है, तो I बढ जाता है अतः,

so अतः $I_1 < I_2$

then तब $(\omega_1 > \omega_2)$

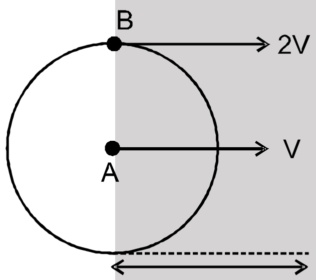
so, (L = constant) अतः (L = नियत रहेगा)

H-1.



For pure rolling शुद्ध लोटनी गति के लिये $\omega R = u$, $v = \sqrt{u^2 + u^2 - 2uu\frac{1}{2}} = u$

H-2.

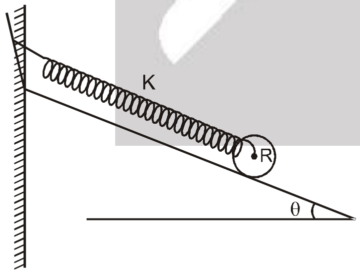


When A point travels ℓ distance then B point 2ℓ so, 2ℓ length of string passes through the hand of the boy .

जब बिन्दु A ℓ दूरी तय करता है तब B 2ℓ दूरी तय करेगा अतः बच्चे के हाथ से 2ℓ लम्बाई की रस्सी गुजरेगी।

H-3. Using Energy conservation, ऊर्जा संरक्षण से

(at maximum distance अधिकतम दूरी पर $V = 0$ $V_0 = 0$)



$\frac{1}{2}Kx^2 = (mg\ x \sin\theta)$

$x = \left(\frac{2mg\ \sin\ \theta}{K}\right)$

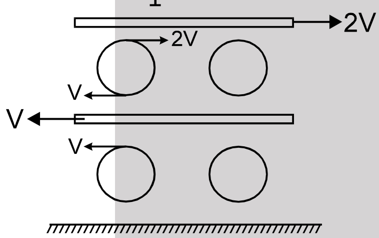
H-4. ***(A)*** *Since there is no slipping at any interface, the velocities of bottom and upper most point of lower and upper cylinder are shown in figure.*
क्योकि यहाँ किसी भी सम्पर्क सतह पर फिसलन नही है अतः निचे वाले और ऊपर वाले बेलन के निम्नतम और उच्चतम बिन्दु के लिए वेग चित्रानुसार होगे

Angular velocity of upper cylinder = $\frac{2V+V}{2R} = \frac{3V}{2R}$
ऊपर वाले बेलन के लिए कोणीय वेग

Angular velocity of lower cylinder = $\frac{V-0}{2R} = \frac{V}{2R}$
निचे वाले बेलन के लिए कोणीय वेग

The ratio is $\frac{3}{1}$

अतः अनुपात $\frac{3}{1}$ है।



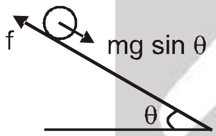
H-5. $20 = V_{cm} + wR$

$20 = 10 + \omega\left(\frac{\ell}{2}\right)$

$10 = \frac{\omega}{2}$ $(\omega = 20 \text{ rad / se})$

I-1. Disc is in pure rolling and external forces are zero after smooth surface, so pure rolling continue.
चकती शुद्ध लौटनी गति कर रही है तथा बाह्य बल शून्य है अतः चिकनी सतह के बाद शुद्ध लौटनी चालू रहेगी।

I-2.



$mg\sin\theta - f = ma$

$a = \left[\frac{mg\sin\theta - f}{m}\right]$ ....(i)

a is same for each body. (प्रत्येक वस्तु के लिए a समान है)

$f.R = I\alpha$

$\alpha = \frac{f.R}{mk^2}$

For solid sphere $k^2 = \frac{2}{5}R^2$ is minimum there fore α is maximum hence, k.E. for solid sphere will be max at bottom.

ठोस गोले के लिए $k^2 = \frac{2}{5}R^2$ न्यूनतम है अतः α अधिकतम होगा। अतः गतिज ऊर्जा भी ठोस गोले के लिए अधिकतम होगी।

I-3. $a = \left(\dfrac{g\sin\theta}{1+\dfrac{k^2}{R^2}}\right)$

For solid sphere ठोस गोले के लिये $\Rightarrow \dfrac{k^2}{R^2} = \dfrac{2}{5}$

For hollow sphere खोखले गोले के लिये = $\dfrac{2}{3}$ $mR^2 = mk^2$

$\dfrac{k^2}{R^2} = \dfrac{2}{3}$

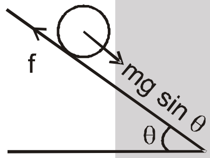
so अतः $k_s < k_H$

then तब $a_s > a_H$

(so speed of solid sphere is greater then hollow sphere)

(अतः ठोस गोले की चाल, खोखले गोले से ज्यादा होगी)

I-4.



mg sin θ – f = ma

$a = \dfrac{mg\ \sin\ \theta - f}{m}$

a is equal for each body so all the object will reach at same time.

a सभी वस्तुओ के लिए समान है अतः सभी वस्तु समान समय में पहुचेगी।

I-5. a = (g tan θ) so net force along the indined plane is zero so it will continue in pure rolling with constant angular velocity.

a = (g tan θ) अतः नततल के अनुदिश कुल बल शून्य है अतः यह शृद्ध लोटनी गति (अचर कोणीय वेग से) करता रहेगा।

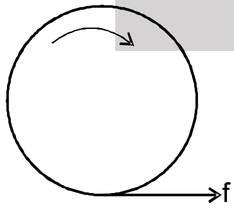
I-6. There is no relative motion between sphere and plank so friction force is zero then no any change in motion of sphere and plank.

यहाँ गोले और प्लांक के मध्य कोई सापेक्षिक गति नही है अतः घर्षण बल शून्य तथा गोले ओर प्लांक की गति में कोई परिर्वतन नही होगा।

I-7. Due to linear velocity body will move forward before pure rolling.

रेखीय वेग के कारण वस्तु शुद्व लोटनी गति से पहले आगे की ओर गति करेगी।

I-8.



Friction will at forward dir so body will always move in forward dir.

घर्षण आगे की ओर लगेगा, अतः वस्तु हमेशा आगे की ओर गति करेगी।

I-9. From energy conservation ऊर्जा संरक्षण से $\dfrac{1}{2}mv^2\left(1+\dfrac{k^2}{r^2}\right) = mgh = mg\left(\dfrac{3v^2}{4g}\right)$

$$K = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$\therefore$ Body is a disc वस्तु चकती है।

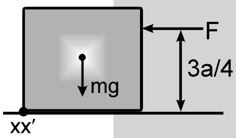
J-1. As the inclined plane is smooth, the sphere can never roll rather it will just slip down.
Hence, the angular momentum remains conserved about any point on a line parallel to the inclined plane and passing through the centre of the ball.
चूंकि नत समतल चिकना है अतः गोला घूर्णी गति न करके रेखीय गति करेगा, अतः कोणीय संवेग नतसमतल के समान्तर तथा किसी भी बिन्दु के परितः संरक्षित रहेगा।

J-2. Conservation of angular momentum about C.O.M. of m and loop of mass m gives
m द्रव्यमान और m द्रव्यमान की वलय के द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष कोणीय संवेग संरक्षण से

$$\frac{mVR}{2} = \left[\left\{m \;\; R^2 + m\left(\frac{R}{2}\right)^2\right\} \; + \; m\left(\frac{R}{2}\right)^2\right] \omega$$

$\Rightarrow \quad V = 3\,\omega R \quad \Rightarrow \quad \omega = \dfrac{V}{3R}$ **Ans. (B)**

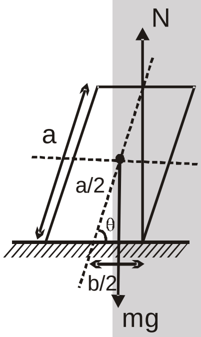
K-1.



For topling about edge xx′
xxके सापेक्ष पलटने के लिए

$F_{min.}\ \dfrac{3a}{4} = mg\ \dfrac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad F_{\,min.} = \dfrac{2mg}{3}$

K-2.

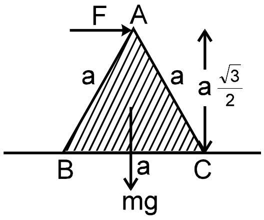


The block will not topple if mg acts from within the base area of the block. So,
यदि ब्लॉक नही पलटता है तो mg सदैव आधार की लम्बाई के अन्दर से गुजरना चाहिए, अतः

$$\frac{a}{2}\cos\theta \le \frac{b}{2} \;\Rightarrow\; \cos\theta \le \frac{b}{a}$$

K-3. The tendency of rotating will be about the pont C. For minimum force, the torque of F about C has to be equal to the torque of mg about C.
प्रिज्म की बिन्दु C के प्रति घूर्णन गति करने की प्रवृति है। न्यूनतम बल के लिये F का बिन्दु C के परितः आघूर्ण mg का C के परितः आघूर्ण के बराबर होना चाहिए

$\therefore \quad F\left(a\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = mg\left(\dfrac{a}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad F = \dfrac{mg}{\sqrt{3}}$ **Ans.**



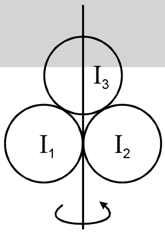
PART - III
भाग - III

1. Since all forces on disc pass through point of contact with horizontal surface, the angular momentum of disc about point on ground in contact with disc is conserved. Also the angular momentum of disc in all cases is conserved about any point on the line passing through point of contact and parallel to velocity of centre of mass.
The K.E. of disc is decreased in all cases due to work done by friction.
From calculation of velocity of lowest point on disc, the direction of friction in case A, B and D is towards left and in case C is towards right.
The direction of frictional force cannot change in any given case.
चूंकि चकती पर सभी बल क्षैतिज सतह से इसके सम्पर्क बिन्दु से गुजरते है, चकती के जमीन के साथ सम्पर्क बिन्दु के परितः कोणीय संवेग संरक्षित रहता है। सम्पर्क बिन्दु से जाने वाली रेखा पर तथा द्रव्यमान केन्द्र के वेग के समान्तर, किसी बिन्दु के परितः सभी स्थितियों में चकती का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।
सभी स्थितियों में घर्षण के द्वारा किये गये कार्य के कारण चकती की गतिज ऊर्जा घट जाती है। चकती पर न्यूनतम बिन्दु के वेग की गणना से, स्थिति A, B तथा D में घर्षण की दिशा बांयी ओर है तथा स्थिति C में दांयी ओर है।
किसी दी गई स्थिति में घर्षण बल की दिशा बदल नही सकती है।

2. (A) Speed of point P changes with time
(B) Acceleration of point P is equal to $\omega_2 x$ (ω = angular speed of disc and x = OP). The acceleration is directed from P towards O.
(C) The angle between acceleration of P (constant in magnitude) and velocity of P changes with time. Therefore, tangential acceleration of P changes with time.
(D) The acceleration of lowest point is directed towards centre of disc and remains constant with time
(A) बिन्दु P की चाल समय के साथ बदलती है।
(B) बिन्दु P का त्वरण $\omega^2 x$ (ω = डिस्क की कोणीय चाल तथा x = OP) के बराबर हो तो त्वरण P से O की दिशा में होगा।
(C) P के त्वरण (परिमाण में नियत) तथा P के वेग के बीच का कोण समय के साथ परिवर्तित होता है, इसलिये P का स्पर्शरेखीय त्वरण समय के साथ बदलता है।
(D) निम्नतम बिन्दु का त्वरण (disc) के केन्द्र की दिशा में होता है तथा समय के साथ स्थित रहता है।

EXERCISE-2
PART - I

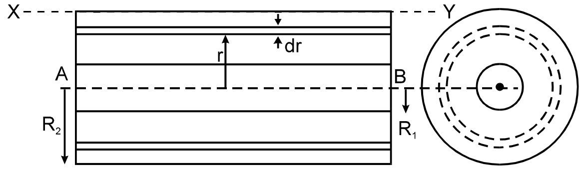
1. $I = I_1 + I_2 + I_3$
$I_1 = I_2 = 3/2\ mr^2$
$I_3 = mr^2/2$ $\therefore$ $I = I_1 + I_2 + I_3 = 7/2\ mr^2$



Moment of inertia = $3mk^2$ where k is radius of gyration.
जडत्व आर्घूण = $3mk^2$ जहां k घूर्णन त्रिज्या है।

$3mk^2 = \frac{7}{2}mr^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{7}{6}}\,r$

2.



Taking cylindrical element of radius r and thickness dr
r त्रिज्या तथा dr मोटाई का एक बेलनाकार अवयव लेने पर

$$dm = \frac{M}{\pi(R_2^2 - R_1^2)\ \ell} \times (2\pi r\ \ell\ dr)$$

$$I_{AB} = \int dI_{e\ell} = \int dm\ \ r^2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2M}{(R_2^2 - R_1^2)} . r^3\ \ dr = \frac{1}{2}M\ \ (R_2^2 + R_1^2)$$

Using parallel axis theorem   समान्तर अक्ष प्रेमय से

$$I_{XY} = \frac{1}{2}M\ \ (R_2^2 + R_1^2) + MR_2^2 = \frac{M}{2}(3R_2^2 + R_1^2)$$

3. In equilibrium, torques of forces mg and Mg about an axis passing through O balance each other.
साम्यवस्था में, mg तथा Mg बलों का बलाघूर्ण O से पारित अक्ष के सापेक्ष एक दूसरे को सन्तुलित कर देता है अतः

$$mg. \frac{L}{2}\cos 30° = Mg\ \frac{L}{2}\cos 60° \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{m} = \sqrt{3}$$

4. $\vec{F}_{net} = (400 - 100)\hat{i} + (200 + 200)\hat{j} = 300\hat{i} + 400\hat{j} \ \Rightarrow |\vec{F}| = 500$ N

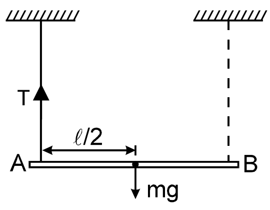
Angle made by $\vec{F}_{net}$ with the vertical is $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{300}{400}\right) = 37°$

$\vec{F}_{net}$ द्वारा उर्ध्वाधर के साथ बनाया गया कोण $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{300}{400}\right) = 37°$

also τ = 500 R therefore point of application of the resultant force is at a distance R from the centre.
Hence (C).
तथा τ = 500 R है, अतः वह बिन्दु जहॉ पर परणामी बल का उपयोग किया जाये केन्द्र से R दूरी पर होगा।
Hence अतः (C) सही है।

5. Immediately after string connected to end B is cut, the rod has tendency to rotate about point A.
Torque on rod AB about axis passing through A and normal to plane of paper is
B सिरे से जुडी रस्सी को काटने के तुरन्त बाद, छड की बिन्दु A के सापेक्ष घूर्णन करने की प्रवृत्ति होगी .
A से गुजरने वाली तथा कागज के तल के लम्बबत् अक्ष के सापेक्ष छड AB का बलाघूर्ण

$$\frac{m\ell^2}{3}\ \alpha = mg\frac{\ell}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{3g}{2\ell}$$



Aliter : Applying Newton's law on center of mass
वैकल्पिक हल : द्रव्यमान केन्द्र पर न्यूटन के नियम से
$mg - T = ma$ .....(i)
Writing $\tau = I\alpha$ about center of mass
$\tau = I\alpha$ द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष

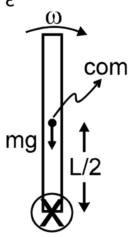
$T\ \frac{\ell}{2} = \frac{m\ell^2}{12}\alpha$ ....(ii)

Also तथा $a = \frac{\ell}{2}\alpha$ ....(iii)

From (i) , (ii) and (iii)   सभी (i) , (ii) और (iii) से

$$\alpha = \frac{3g}{2\ell}$$

6. For the circular motion of com :
द्रव्यमान केन्द्र की वृत्तीय गति के लिए



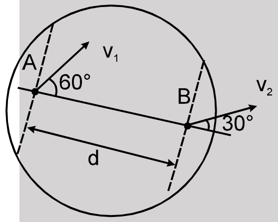
$$mg = m\left(\frac{L}{2}\right)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

Note : Since the reaction at the end is zero, the gravitational force will have to provide the required centripetal force.
नोट : चूंकि सिरे पर प्रतिक्रिया शून्य है अतः गुरूत्वाकर्षण बल पर्याप्त अभिकेन्द्रीय बल देगा।

7. For rigid body separation between two point remains same.
द्रढ वस्तु के किन्ही दो बिन्दुओ के मध्य दूरी समान रहती है।

$v_1 \cos 60° = v_2 \cos 30°$

$$\frac{v_1}{2} = \frac{\sqrt{3}\ v_2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{3}\, v_2$$



$$\omega_{disc} = \left|\frac{v_2 \sin 30° - v_1 \sin 60°}{d}\right| = \left|\frac{\frac{v_2}{2} - \frac{\sqrt{3}v_1}{2}}{d}\right| = \left|\frac{v_2 - \sqrt{3} \times \sqrt{3}v_2}{2d}\right| = \frac{2v_2}{2d} = \frac{v_2}{d}$$

$$\omega_{disc} = \frac{v_2}{d}$$

8. **(a, b)** Let α be the angular acceleration of rod and a be acceleration of block just after its release.
माना छड़ का कोणीय त्वरण α है तथा इसके छोड़े जाने के तुरन्त बाद ब्लॉक का त्वरण a है।

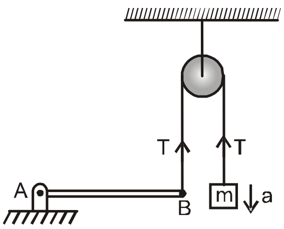
$\therefore$ $mg - T = ma$ ..... (1)

$T\ell - mg\frac{\ell}{2} = \frac{m\ell^2}{3}\alpha$ .... (2)

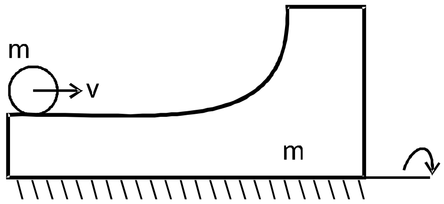
and तथा $a = \ell\alpha$ .... (3)

Solving we get हल करने पर, हम प्राप्त करते हैं

$T = \frac{5\ mg}{8}$ and तथा $\alpha = \frac{3g}{8\ell}$



9.



When ball at maximum height block and ball has equal velocity
जब गेंद ऊचॉई पर है तब ब्लॉक और गेंद का वेग समान होगा। अधिकतम
So Using momentum conservation
अतः संवेग सरंक्षण से

$P_i = mv$

$P_f = 2mv_0$ (v_0 final velocity) (v_0 अन्तिम वेग है)

$P_i = P_t$

$mv = 2\,mv_0$

$V_0 = \left(\frac{V}{2}\right)$

Using energy conservation ऊर्जा सरंक्षण से

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,I\omega^2 + \frac{1}{2}\,2mv_0^2 + mgh$$

$(I = mR^2)$

$v = \omega R$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,2mv_0^2 + 2mgh$$

$$v^2 - 2\frac{v^2}{4} = 2gh$$

$$\left(h` = \frac{v^2}{4g}\right)$$

10. As torque = change in angular momentum
क्योकि बलार्घूण = कोणीय संवेग में परीर्वतन

$\therefore$ $F\Delta t = mv$ (Linear) (रेखीय) ..... (1)

and और $\left(F\cdot\frac{\ell}{2}\right)\Delta t = \frac{m\ell^2}{12}\cdot\omega$ (Angular) (कोणीय) ..... (2)

Dividing: (1) and (2) (1) और (2) करने पर

$2 = \frac{12v}{\omega\ell}$ $\Rightarrow$ $\omega = \frac{6v}{\ell}$

Using का उपयोग से $S = ut$:

Displacement of COM is द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन $\frac{\pi}{2} = \omega t = \left(\frac{6v}{\ell}\right)t$ and और $x = vt$

Dividing भाग देने पर $\frac{2x}{\pi} = \frac{\ell}{6}$

$\Rightarrow$ $x = \frac{\pi\ell}{12}$ $\Rightarrow$ Coordinate of A will be A के निर्देशांक निम्न होगे $\left[\frac{\pi\ell}{12} + \frac{\ell}{2},\ 0\right]$

Hence (D). अतः (D) सही है।

11. Conserving the angular momentum : about the hinge
किलक के परीतः कोणीय संवेग संरक्षित करने पर :

$$mua = \left[\frac{m(a^2+4a^2)}{12}+\frac{5}{4}ma^2\right]\omega \Rightarrow \omega = \frac{3}{5}\frac{u}{a} \text{ Ans.}$$

12. Since the work done is independent of the information about which point the rod is rotating, by work-energy theorem the kinetic energy will also be independent of the same. Hence (B)
क्योंकि किया गया कार्य इस सूचना पर निर्भर नहीं करता कि छड़ किस बिन्दु के सापेक्ष घूर्णन करती है। अतः कार्य ऊर्जा प्रमेय से गतिज ऊर्जा भी इस पर निर्भर नहीं करती। अतः (B) सही है।

13. For (rod + particle) system :
(छड़ + कण) निकाय के लिए :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{3}\right)\left(\frac{v^2}{\ell^2}\right) + \frac{1}{2}mv^2 = 2\,mg\left(\frac{3\ell}{2}\right)$$

[Since, com will finally reach a height $2\left(\frac{3\ell}{4}\right)$]

[क्योंकि, द्रव्यमान केन्द्र अन्त में $2\left(\frac{3\ell}{4}\right)$ ऊँचाई पर पहुँचेगा] $\Rightarrow v = \sqrt{4.5\ g\ell}$

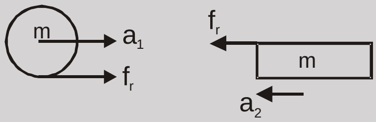
14. By conservation of angular momentum about hinge O.
किलकीत बिन्दु O के परितः कोणीय संवेग संरक्षणसे

$$L = I\omega$$

$$mv\frac{d}{2} = \left[\frac{Md^2}{12}+m\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]\omega \Rightarrow \frac{mvd}{2} = \left(\frac{md^2}{2}+\frac{md^2}{4}\right)\omega$$

$$\frac{mvd}{2} = \frac{3}{4}md^2\omega \Rightarrow \frac{2}{3}\frac{v}{d} = \omega$$

15. FBD for sphere & block गोले और ब्लॉक के लिए FBD



$a_1 = \frac{f_r}{m} = \frac{\mu mg}{m}$ $a_2 = \frac{f_r}{m} = \frac{\mu mg}{m}$

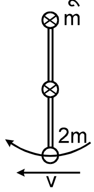
$\vec{a}_1 = \mu g\hat{i}$ $\vec{a}_2 = -\mu g\hat{i}$

$\vec{a}_{rel} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 = 2\mu g\hat{i}$

$a_{rel} = 2\mu g.$

16. Decrease in PE = Increase in rotational K.E

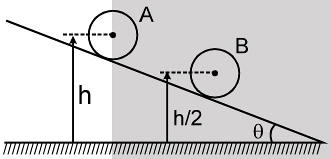
स्थितिज ऊर्जा में कमी= घूर्णन गतिज ऊर्जा में वृद्धि



$$\Rightarrow \quad 2mg.\frac{3\ell}{4} - mg.\frac{\ell}{4} = \frac{1}{2}I.\omega^2 = \frac{1}{2}\left[m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 + 2m\left(\frac{3\ell}{4}\right)^2\right]\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{40g}{19\ell}} \text{ and } v_1 = \frac{\ell}{4}\omega = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}} \text{ and } v_2 = \frac{3\ell}{4}\omega = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{40g\ell}{19}}$$

17.



Just before collision Between two Balls

दोनों गेदों के मध्य टक्कर के तुरन्त बाद

Potential energy lost by Ball A = kinetic energy gained by Ball A.

गेंद A की स्थितिज ऊर्जा मे कमी = गेंद A गतिज ऊर्जा में वृद्धि

$$mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}mR^2 \times \left(\frac{v_{cm}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}mv_{cm}^2 = \frac{1}{5}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}mv_{cm}^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{7}mgh = mv_{cm}^2 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{mgh}{7} = \frac{1}{5}mv_{cm}^2$$

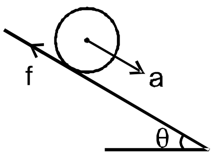
After collision only translational kinetic energy is transfered to ball B

टक्कर के बाद केवल स्थानान्तरण गतिज ऊर्जा गेंद B को स्थानान्तरित होगी।

So just after collision rotational kinetic energy of Ball A = $\frac{1}{5}mv_{cm}^2 = \frac{mgh}{7}$

अतः टक्कर के तुरन्त बाद गेंद A की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{5}mv_{cm}^2 = \frac{mgh}{7}$

18.



Torque about COM द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण

$f.R = I \cdot \alpha$ $(a = \alpha R)$

$$f.R = \frac{mR^2}{2}\frac{a}{R} = \left(\frac{mR^2}{2} \cdot R\right) \Rightarrow \left(f = \frac{ma}{2}\right)$$

19. $f = 4\ ma$ .... (1)

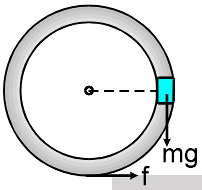
$(mg - f)r = (3\,mr^2 + mr^2)\ \alpha$

$mg - f = 4\ ma$ .... (2)

from (1) and (2)

$\Rightarrow$ 8 ma = mg

$\Rightarrow\ a = \frac{g}{8}\ \ \Rightarrow\ \alpha = \frac{g}{8\ r}$



20. **(B)** Here, $u = V_0,\ \omega_0 = -\frac{V_0}{2R}$

At pure rolling ; (शुद्ध घूर्णीय गति के लिए)

$$V = V_0 - \left(\frac{F_f}{m}\right)t$$

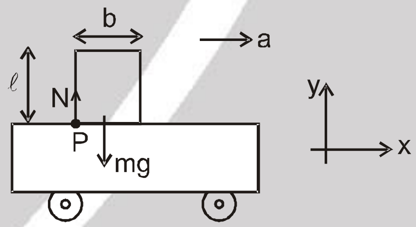
& $\frac{V}{R} = -\frac{V_0}{2R} + \left(\frac{F_f}{m.R}\right)t$ (In pure rolling $V = R\omega$) (शुद्ध घूर्णीय गति के लिए $V = R\omega$)($\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{F_f.R}{mR^2}$)

$\Rightarrow\ V_0 - V = V + \frac{V_0}{2}$

$\Rightarrow\ 2V = \frac{V_0}{2}\ \ \Rightarrow\ \ V = \frac{V_0}{4}$ **Ans.**

21. For maximum a, normal reaction will shift to left most position.

अधिकतम त्वरण के लिए अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल बांये किनारे पर स्थानान्तरित हो जायेगा

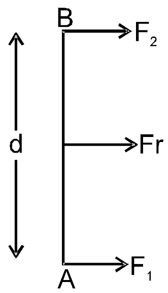


for rotational equilibrium τ_P = = 0 [in frame of truck]

घूर्णन साम्य अवस्था के लिए τ_P = = 0 [ट्रक के निर्देश तंत्र में]

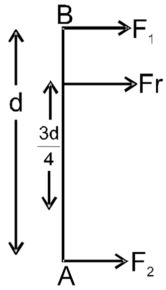
$ma\ \frac{\ell}{2} = mg\frac{b}{2}\ \Rightarrow\ a = \frac{gb}{\ell}$

22.



Torque about point A बिन्दु A के सापेक्ष बलाघूर्ण

$T_A = Fr\left(\frac{d}{2}\right) + F_2\ (d)$



$\tau_A^1 = Fr\left(\frac{3d}{4}\right) + F_1(d)$

$(F_1 + F_2)\ \frac{d}{2} + F_2d = (F_1 + F_2)\left(\frac{3d}{4}\right) + F_1d$

$\frac{F_1+F_2}{2} + F_2 = \left(\frac{3}{4}F_1+\frac{3}{4}F_2+F_1\right)$

$\frac{F_1}{2} - \frac{3}{4}F_1 - F_1 = \left(\frac{3}{4}F_1+F_2-\frac{F_2}{2}\right)$

$\left(\frac{-F_1}{4}-F_1\right) = \left(\frac{-F_2}{4}-\frac{F_2}{2}\right)$

$\frac{5F_1}{4} = \frac{3F_2}{4}$

$5F_1 = 3F_2$

$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{3}{5}\right)$

23._ μr_0^2

24._ No dissipative forces so total mech energy is conserved

$(3 + 1)gx - 2gx = \frac{1}{2}(3+1+2)v^2$

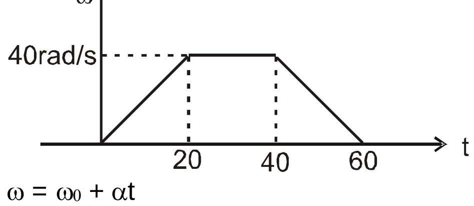
$\Rightarrow \quad 2gx = 3v^2$

$\Rightarrow \quad 2gv = 6v\frac{dv}{2dt}$

$\Rightarrow \quad \frac{dv}{dt}=\frac{g}{3}$

PART - II

1. $\omega_0 = 0$ $\alpha = 2\text{rad/se}^2$ t = 20 sec



$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\omega = 0 + 2 \times 20 = 40$

Area of graph is equal to total angular displacement ग्राफ का क्षेत्रफल कुल कोणीय विस्थापन के तुल्य है।

$\theta = 1/2\ (60 + 20) \times 40 = 1600$ rad

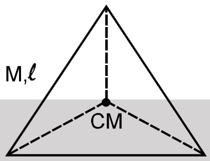
2. $e = \dfrac{v_{ss}}{\sqrt{2\ gh}}$, $v_{ss} = 0.6\sqrt{2gh}$

$v_{sb} = 0.4\ \sqrt{2gh}$

$$\omega = \frac{v_{ss} - v_{sb}}{\ell} = \frac{0.2\sqrt{2\times 9.8\times 0.1}}{1} = 0.2 \times \sqrt{1.96} = 0.2 \times 1.4 = 0.28 \text{ rad/sec.}$$

3. MI of the system w.r.t an axis $\perp$ to plane & passing through one corner

तल के लम्बबत् तथा निकाय के एक किनारे से पास होती हुयी किसी अक्ष के सापेक्ष जडत्व आर्घूण।



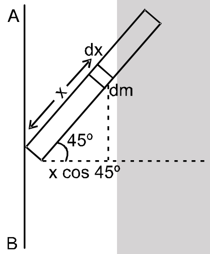
$$= \frac{ML^2}{3} + \frac{ML^2}{3} + \left[\frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{\sqrt{3}\ L}{2}\right)^2\right]$$

$$= \frac{2ML^2}{3} + \left[\frac{ML^2}{12} + \frac{3ML^2}{4}\right] = \frac{2ML^2}{3} + \frac{10\ ML^2}{12} = \frac{3ML^2}{3} = \frac{18ML^2}{12} = \frac{3}{2}ML^2$$

Now अब $3/2\ ML^2 = 3k^2M$

$k = \dfrac{\ell}{\sqrt{2}}$ **[Ans.** $\dfrac{\ell}{\sqrt{2}}$ **]**

4. linear density रेखीय घनत्व $\lambda = m/\ell$

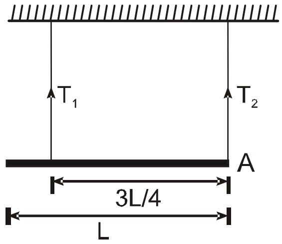


$$dm = \left(\frac{m}{\ell}dx\right)$$

$$I_{AB} = \int dm \cdot x^2 = \int_0^{\ell} \frac{m}{\ell}dx \cdot (x\ \ \cos\ \ 45)^2$$

$$\frac{m}{\ell}\int_0^{\ell} \frac{x^2}{2}\ \ dx = \frac{m}{2\ell}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^{\ell} = \left(\frac{m\ell^2}{6}\right)$$

5.



$\tau_A = 0$

$T_1 \times \dfrac{3L}{4} - mg\ \dfrac{L}{2} = 0$ ....(1)

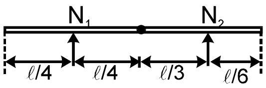
$T_1 = \frac{2mg}{3}$

$T_1 + T_2 = mg$ ....(2)

$T_2 = \frac{mg}{3}$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{1}$ **Ans.**

6.

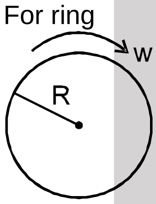


For rotational equilibrium घूर्णन साम्यावस्था के लिये

$N_1 \times \frac{\ell}{4} = N_2 \times \frac{\ell}{3}$

$N_1 : N_2 = 4 : 3$

7. For ring



$\tau = \mu\, mgR = mR^2\alpha$

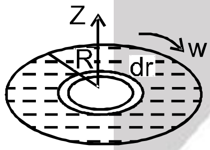
$\alpha = \frac{\mu g}{R}$

$\omega = \omega_0 - \alpha t$

$o = \omega_0 - \alpha t$

$t = \frac{\omega_0 R}{\mu g}$

For disc



$\sigma = \left(\frac{m}{\pi R^2}\right)$

For small ring friction force छोटी वलय के लिये घर्षण बल

$df_r = \mu(2\pi r dr \sigma)g$

Torque of the friction घर्षण का बलाघूर्ण

$\tau = (-r df_r) = -2\pi\mu\sigma g r^2 dr$

$\tau = -2\pi\mu\sigma g \int_0^R r^2 dr = -\frac{2}{3}\pi\mu\sigma g R^3$

For rotation about z-axisz-अक्ष के सापेक्ष घूर्णन के लिये axis

$(\tau = I\alpha)$

$-\frac{2}{3}\pi\mu\sigma g R^3 = \frac{(\pi R^2)(\sigma)}{2} R^2 \alpha$

$\alpha = \left(\frac{-4\mu g}{3R}\right)$

From equation of motion

गति के समीकरण से

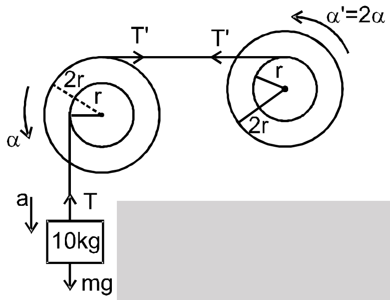
$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$0 = \omega_0 + \left(\frac{-4\mu g}{3R}\right)t \qquad \Rightarrow \qquad t = \left(\frac{3R\omega_0}{4\mu g}\right)$

Ratio = 4:3

n = 4

8.



$mg - T = ma = m\alpha r$ ....(i)

$\{a = \alpha r\}$

$T\times r - T' \times 2r - \frac{mgr}{4} = mr^2\alpha$ ... (ii)

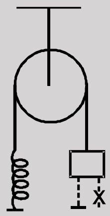
$T'\times r - \frac{mgr}{4} = mr^2\,(2\alpha)$ ....(iii)

Solivng $T' = \frac{mg}{3} = 10N$

9. Using energy conservation ऊर्जा संरक्षण से

$mgh = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$

String does not slip रस्सी फिसलती नही है



So $(V = \omega r)$

$mg\,x = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}mv^2$

x = 0.1m $I = 0.1$ kg – m² r = 0.1 m K = 100 N/m

m = 11 kg

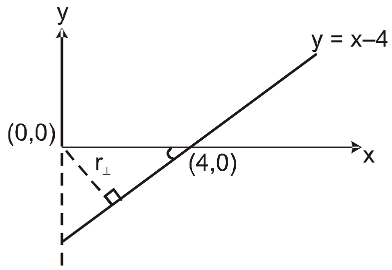
$11 \times 10 \times 0.1 = 1/2 \times 100 \times (0.1)^2 + 1/2 \times 0.1\,\frac{V^2}{(0.1)^2} + 1/2 \times 11 \times V^2$

$22 = 1 + 10\,V^2 + 11\,V^2$

$21\,V^2 = 21$

$V = 1$ m/s

10.



$\tau = \frac{dL}{dt} = 4\sqrt{2}$

from figure चित्र से $\quad r_{\perp} = 2\sqrt{2}$ m

Hence अतः $\tau = r_{\perp}F$

$4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.F \quad \therefore \quad F = 2$ N **Ans.**

11. Let velocity of c.m. of sphere be v. The velocity of the plank = 2v.
माना गोले के द्रव्यमान केन्द्र का वेग v है। तथा प्लांक का वेग 2v है।

Kinetic energy of plank = $\frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2mv^2$

प्लांक की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2mv^2$

Kinetic energy of cylinder = $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}mR^2\omega^2\right)$

बेलन की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}mR^2\omega^2\right)$

$$= \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}.\frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore \quad \frac{\text{K.E. of plank}}{\text{K.E. of sphere}} \quad \frac{\text{प्लांक की गतिज ऊर्जा}}{\text{गोले की गतिज ऊर्जा}} = \frac{2mv^2}{\frac{3}{4}mv^2} = \frac{8}{3}$$

12. due to hitting of the ball, the angular impulse received by the rod about the CM is equal to $\left(J\frac{\ell}{2}\right)$ If ω is the angular velocity then

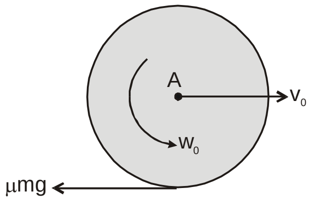
गेंद की टक्कर के कारण छड़ पर कोणीय आवेग काम करेगा तथा छड के द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष इसका मान $\left(J\frac{\ell}{2}\right)$ होगा। यदि कोणीय वेग ω है तो

$$\frac{m\ell^2}{12}.\omega = \left(J\frac{\ell}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \omega = \left(\frac{6J}{m\ell}\right)$$

Hence the force exerted by one half on the other half = $\left(\frac{m}{2}\right)a_c = \left(\frac{m\omega^2\ell}{8}\right) = \frac{9J^2}{2m\ell} = (9N)$

अतः आधे भाग द्वारा दूसरे आधे भाग पर लगाया गया बल = $\left(\frac{m}{2}\right)a_c = \left(\frac{m\omega^2\ell}{8}\right) = \frac{9J^2}{2m\ell} = (9N)$

13.



Torque about point A बिन्दु A के सापेक्ष बल–आघूर्ण

$(\mu\, mg)\, R = \frac{2}{5} mR^2.\alpha$

$\alpha = \left(\frac{5}{2}\frac{\mu g}{R}\right)$

v = u + at

$0 = v_0 - \mu gt$

$t = \left(\frac{v_0}{\mu g}\right)$

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$0 = \omega_0 - \frac{5\mu g}{2P} \cdot \frac{v_0}{\mu g}$

$\omega_0 = \frac{5v_0}{2R}$

14. Motion of rod is purely translational net torque about C.M of the rod should be equal to zero
छड़ की गति शुद्ध स्थानान्तरित गति है तथा छड़ के द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष कुल बलार्घुल शून्य है अतः

$F_1 \frac{\ell}{2} = F_2 \left(\frac{\ell}{2} - a\right)$

$\frac{F_1}{F_2} = \left(1 - \frac{a}{\ell/2}\right)$

For translational motion of rod छड़ की स्थानान्तरित गति के लिये

$F_2 - F_1 = ma'$

$1 - \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{ma'}{F_2}\right)$

$2a/\ell = \frac{ma'}{F_2} \Rightarrow \ell = \frac{2aF_2}{ma'} = (1m)$

15. Since the two bodies have same mass and collide head-on elastically, the linear momentum gets interchanged.
Hence just after the collision 'B' will move with velocity 'v_0' and 'A' becomes stationary but continues to rotate at the same initial angular velocity $\left(\frac{v_0}{R}\right)$. Hence, after collision.

क्योंकि दोनों वस्तुओं का द्रव्यमान बराबर है और दोनों सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करते हैं, इसलिए उनका संवेग आपस में बदल जाता है। अतः संवेग आपस में बदल जाता है।

अतः टक्कर के ठीक बाद 'B' , 'v_0' वेग से गति करता है तथा 'A' रूक जाता है, परन्तु उसी कोणीय वेग $\left(\frac{v_0}{R}\right)$ से घूर्णन करता है। अतः टक्कर के बाद

$(K.E.)_B = \frac{1}{2} mv_0^2$

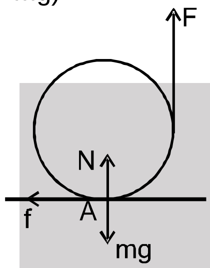
and और $(K.E.)_A = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}mR^2\right) \cdot \left(\frac{v_0}{R}\right)^2$

$\Rightarrow \quad \frac{(K.\ E.)_B}{(K.\ E.)_A} = \frac{3}{2}$

Note : Sphere 'B' will not rotate, because there is no torque on 'B' during the collision as the collision is head-on.

नोट : गोला 'B' घूर्णन नहीं करेगा, क्योंकि 'B' पर टक्कर के दौरान बल आघूर्ण नहीं है, क्योंकि टक्कर सम्मुख है ,

16. $(F + N = mg)$ ——(i)



$\tau_A = F.R = \frac{3mR^2}{2}\alpha$ ——(ii)

For maximum α

अधिकतम α के लिये

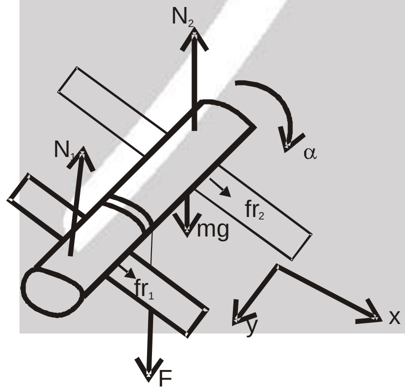
$N = 0$

$(F = mg)$

$mg \cdot R = \frac{3}{2}mR^2\alpha$

$\Rightarrow \quad \left[\alpha = \left(\frac{2g}{3R}\right)\right]$

17.



Using Newten`s second law in y and x dir.

x और y दिशा में न्यूटन के द्वितीय नियम से

$fr_1 + fr_2 = (mw_c)$ $\longrightarrow$ x dir ——(i)

$N_1 + N_2 - mg - F = 0$ $\longrightarrow$ y dir

$N_1 + N_2 = mg + F$ ——(ii)

Torque about axis of cylinder बेलन की अक्ष के सापेक्ष बलार्घूण

$FR - (fr_1 + fr_2)R = \frac{mR^2}{2}\alpha = \frac{mR^2}{2}\left(\frac{w_c}{R}\right)$

pure rolling शुद्ध लोटनी गति $\left(\frac{w_c}{R} = \alpha\right)$

$fr_1 + fr_2 \le \mu\,(N_1 + N_2)$ ——(i)

from eq[1] सभी 1 से

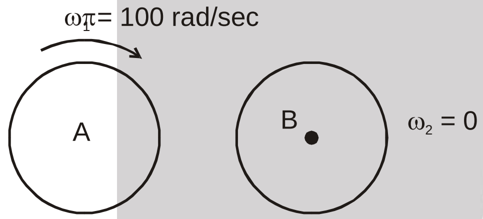
$$F \le \left(\frac{3\mu gm}{2-3K}\right)$$

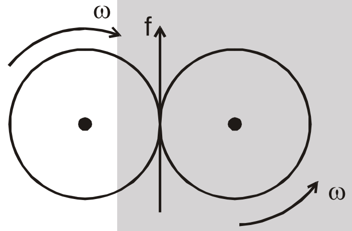
$$F_{max} = \left(\frac{3\mu gm}{2-3K}\right) = 10\text{ N}$$

$$w_{c\,max} = \frac{\mu(N_1+N_2)}{m}$$

$$= \frac{\mu}{m}\,(mg + F_{max}) = \frac{\mu}{m}\,(mg + \left(\frac{3\mu mg}{2-3K}\right) = \left(\frac{2\mu g}{2-3\mu}\right) = \frac{20}{3}\text{ m/s}^2$$

18.





$(a_1 = a_2)$

$fR = I\alpha_1$ $fR = I\alpha_2$

$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow = 2\pi$ rad/sec^2

For A cylinder बेलन A के लिए : $\omega = \omega_0 - \alpha t$

$\omega = 100\pi - 2\pi t$ ...(i)

For B cylinder बेलन B के लिए $\omega = \omega_0 - \alpha t$ $\omega_0 = 0$

$\omega = \alpha t$

$\omega = 2\pi\, t$ ....(ii)

From (i) and (ii) समीकरण (i) तथा (ii) से $\omega = 100\,\pi - \omega$

$2\omega = 100\pi$

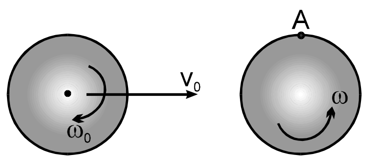
$\omega = 50\pi$

From (ii) equation समीकरण (ii) से $50\,\pi = 2\,\pi t$

t = 25 sec

19. Conserving angular momentum about A

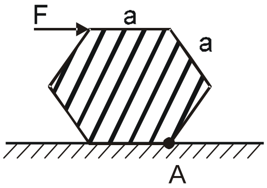
A के सापेक्ष कोणीय सवेग सरक्षण से



$$Mv_0R - \frac{MR^2}{2}\,\omega_0 = \left(\frac{MR^2}{2} + MR^2\right)\omega \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{2}{3}\left(\frac{v_0}{R} - \frac{\omega_0}{2}\right) = 12\text{ rad/s}$$

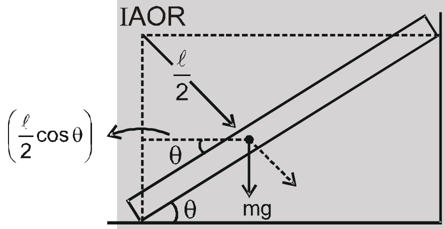
[Ans.: $\frac{2}{3}\left(\frac{v_0}{R} - \frac{\omega_0}{2}\right)$ **]**

20. For toppling of block about A ; A के परितः ब्लॉक को पलटने के लिए



$\Rightarrow \quad \tau_{net} = 0 \Rightarrow F.\ \sqrt{3}\,a = mg.\ \frac{a}{2} \quad \Rightarrow F = \frac{mg}{2\sqrt{3}} = 20\text{ N}$

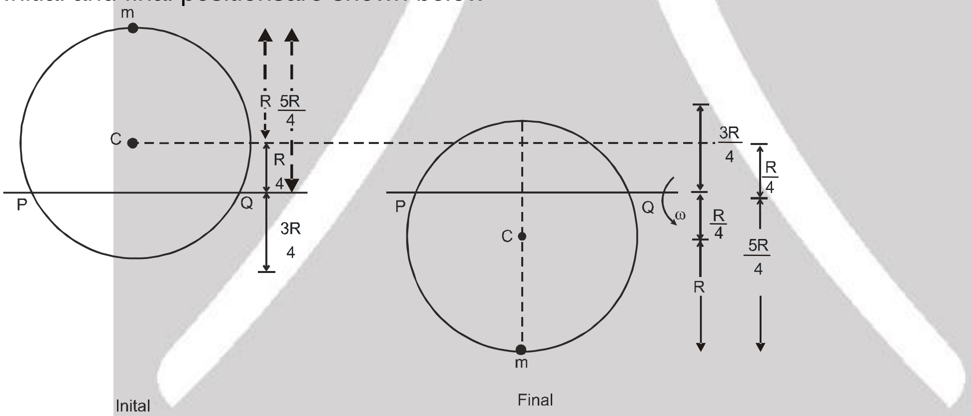
21. $(mg)\left(\frac{\ell}{2}\cos\theta\right) = I\alpha$



$$mg\left(\frac{\ell}{2}\cos\theta\right) = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{m\ell^2}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \left(\frac{3g\ell\cos\theta}{2}\right) = 9\text{ rad/s}^2$$

22. Initial and final positionsare shown below



Decrease in potential energy of mass 'm' = $mg\left\{2\times\frac{5R}{4}\right\} = \frac{5mgR}{2}$

Decrease in potential energy of disc = $mg\left\{2\times\frac{R}{4}\right\} = \frac{mgR}{2}$

Therefore, total decrease in potential energy of system

$= \frac{5mgR}{2} + \frac{mgR}{2} = 3\text{ mgR}$

Gain in kinetic energy of system $= \frac{1}{2}I\,\omega^2$

Where I = moment of inertia of system (disc + mass) about axis PQ.
= moment of inertia of disc + moment of inertia of mass

$$= \left[\frac{mR^2}{4} + m\left(\frac{R}{4}\right)^2\right] + m\left(\frac{5R}{4}\right)^2$$

$$I = \frac{15mR^2}{8}$$

From conservation of mechanical energy -
Decrease in potential energy = Gain in kinetic energy

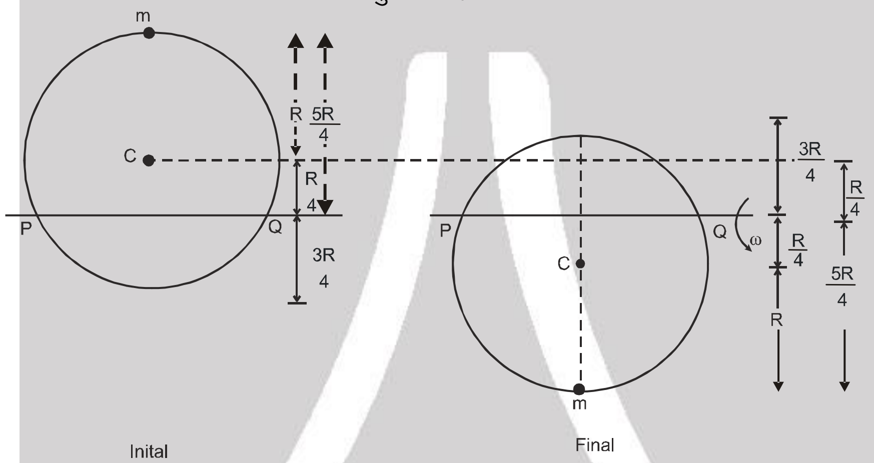
$$\therefore \quad 3\ mgR = \frac{1}{2}\left(\frac{15mR^2}{8}\right)\omega^2 \qquad \omega = \sqrt{\frac{16g}{5R}}$$

Therefore, linear speed of particle at its lowest point

$$v = \left(\frac{5R}{4}\right)\omega = \frac{5R}{4}\sqrt{\frac{16g}{5R}}$$

or $\quad v = \sqrt{5\ gR}$ **Ans.**

Sol. प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थितियाँ नीचे दर्शाये अनुसार है।



'm' द्रव्यमान की स्थितिज ऊर्जा में कमी $= mg\left\{2\times\frac{5R}{4}\right\} = \frac{5mgR}{2}$

चकती की स्थितिज ऊर्जा में कमी $= mg\left\{2\times\frac{R}{4}\right\} = \frac{mgR}{2}$

अतः निकाय की कुल स्थितिज ऊर्जा घटती है –

$$= \frac{5mgR}{2} + \frac{mgR}{2} = 3\ mgR$$

गतिज ऊर्जा में वृद्धि $= \frac{1}{2} I\,\omega^2$

यहाँ I = निकाय (चकती + द्रव्यमान) PQ अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण है।

= चकती का जड़त्व आघूर्ण + द्रव्यमान का जड़त्व आधूर्ण

$$= \left[\frac{mR^2}{4} + m\left(\frac{R}{4}\right)^2\right] + m\left(\frac{5R}{4}\right)^2$$

$$I = \frac{15mR^2}{8}$$

यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण से -
स्थितिज ऊर्जा में कम = गतिज ऊर्जा में वृद्धि

$$\therefore \quad 3\ mgR = \frac{1}{2}\left(\frac{15mR^2}{8}\right)\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{16g}{5R}}$$

इसलिए, बिन्दु का कण की रेखीय चाल

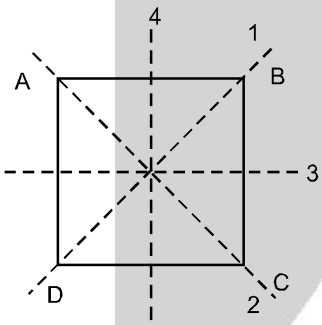
$$v = \left(\frac{5R}{4}\right)\omega = \frac{5R}{4}\sqrt{\frac{16g}{5R}} \qquad \text{या} \qquad v = \sqrt{5\ gR}$$ **Ans.**

PART - III

1*. All points in the body, in plane perpendicular to the axis of rotation revolve in concentric circles. All points lying on circle of same radius have same speed (and also same magnitude of acceleration) but different directions of velocity (also different directions of acceleration)
Hence there cannot be two points in the given plane with same velocity or with same acceleration.
As mentioned above, points lying on circle of same radius have same speed.
Angular speed of body at any instant w.r.t. any point on body is same by definition.
वस्तु में घूर्णन अक्ष के लम्बवत् तल पर सभी बिन्दु संकेन्द्रीय वृत्तों में परिभ्रमण करते हैं। समान त्रिज्या के वृत्त पर सभी बिन्दुओं की समान चाल (तथा त्वरण का भी समान परिमाण) हैं लेकिन वेग की दिशा (त्वरण की दिशा भी) भिन्न हैं।
इसलिये दिये गये तल में दो ऐसे बिन्दु संभव नही है जिनका वेग (तथा त्वरण भी समान) समान हो।
ऊपर यह बताया गया है कि समान त्रिज्या की वृत्त पर बिन्दुओं की समान चाल है।
किसी क्षण पर वस्तु की कोणीय चाल वस्तु पर स्थित किसी बिन्दु के सापेक्ष परिभाषा से समान होती है।

2. Sphere is rotating about a diameter
गोला, व्यास के सापेक्ष घूर्णन कर रहा हैं अतः
so अतः, $a = \alpha R$
but, R is zero for particles on the diameter.
लेकिन व्यास पर स्थित बिन्दुओ के लिये R शून्य होगा

3*.

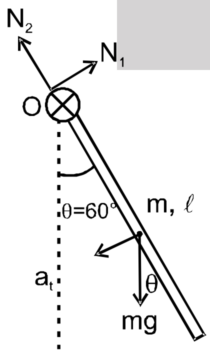


Using perpendicular theorem लम्बबत् अक्ष प्रमेस से

$I_0 = I_4 + I_3$ $\qquad$ $I_3 = I_4$
$I_0 = I_1 + I_2$ $\qquad$ $I_2 = I_1$
$\qquad\qquad\qquad$ $I_3 = I_2$

So, ($I_0 = I_1 + I_3$)

4*.



(A) $mg\,\dfrac{\ell}{2}\,\sin 60° = \dfrac{m\ell^2}{3}\,\alpha$

$\alpha = \dfrac{3\sqrt{3}g}{4\ell}$

(B) $N_2 - mg\cos 60° = 0 \Rightarrow N_2 = \dfrac{mg}{2}$

$mg\sin 60 - N_1 = m\dfrac{\alpha\ell}{2}$

$mg\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{m}{2}\ .\ \dfrac{3\sqrt{3}g}{4} = N_1$

$N_1 = \dfrac{mg\sqrt{3}}{8}$

$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \sqrt{\left(\dfrac{mg\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{19}mg}{8}$

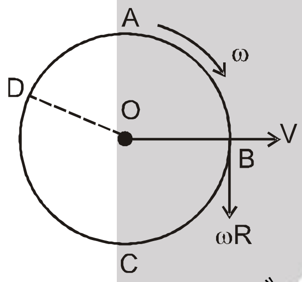
(C) $mg\dfrac{\ell}{2}\ (1 - \cos 60°) = \dfrac{1}{2}I\omega^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{m\ell^2}{3}\omega^2$

$\omega = \sqrt{\dfrac{3g}{2\ell}}$

(D) $N - mg = \dfrac{m\omega^2\ell}{2}$

$N = \dfrac{7}{4}\ mg$

5*.



For pure rolling शुद्ध लौटनी गति के लिए

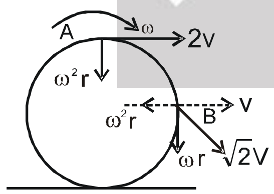
$V = \omega R$

$V_A = 2V$

$V_B = \sqrt{2}\ V$

$(V_C = 0)$

6*.

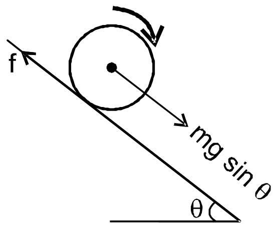


$R_A = \dfrac{(2v)^2}{\omega^2 r} = \dfrac{4v^2}{\omega^2 r} = \dfrac{4v^2 r}{v^2} = 4r$

$R_B = \dfrac{(\sqrt{2}V)^2}{\left(\dfrac{\omega^2 r}{\sqrt{2}}\right)} = \left(\dfrac{2v^2}{\omega^2 r}\sqrt{2}\right)$

$R_B = \dfrac{2v^2\sqrt{2}r}{\omega^2 r^2} = \dfrac{2\sqrt{2}r\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = (2\sqrt{2}r)$

7*.



$mg \sin\theta - f = ma$ –(i)

Torque about com   द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण

$fR = I\alpha$

$fR = \frac{2}{5}\, mR^2 \,.\, \alpha$ For pure rolling शुद्ध लोटनी गति के लिये $a = \alpha R$

$f = \frac{2}{5} m\, (\alpha R)$

$f = \frac{2}{5}\, m\, (\alpha R) = \left(\frac{2}{5} ma\right)$

$mg \sin\theta - \frac{2}{5} ma = ma$

$mg \sin\theta = \frac{2}{5}\, ma + ma = \frac{7ma}{5}$

$a = \left(\frac{5g \sin\theta}{7}\right)$

$f = \frac{2}{5} m \left(\frac{5g \sin\theta}{7}\right) = \left(\frac{2mg \sin\theta}{7}\right)$

$f = \mu N$

$\mu = \frac{f}{N} = \frac{2mg \sin\theta}{7mg \cos\theta} = \left(\frac{2}{7} \tan\theta\right)$

(b) torque about com द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष बलाघूर्ण

$f.R = \frac{2}{5}\, mR^2 \,.\alpha$

$\mu NR = \frac{2}{5}\, mR^2.\, \alpha$

$\left(\frac{1}{7} \tan\theta\right)$ $(mg \cos\theta)\, R = \frac{2}{5}\, mR^2\, \alpha$

$\alpha = \frac{5g \sin\theta}{14R}$

$mg \sin\theta - f = ma$

$mg \sin\theta - \frac{1}{7} \tan\theta \,.\, mg \cos\theta = ma$

$mg \sin\theta - \frac{1}{5}\, mg \sin\theta = ma$

$a = \left(\frac{6}{7} g \sin\theta\right)$

$\left[K.E = \left(\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2\right)\right]$

$v^2 = u^2 + 2as$

$v^2 = 0 + 2\ \frac{6}{7}\ g \sin\theta\ \ell$

$v^2 = \left(\frac{12}{7} g\ \sin\ \theta\ \ell\right)$

$s = ut + \frac{1}{2}\ at^2$

$\ell = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{7}\ g \sin\theta\ t^2$

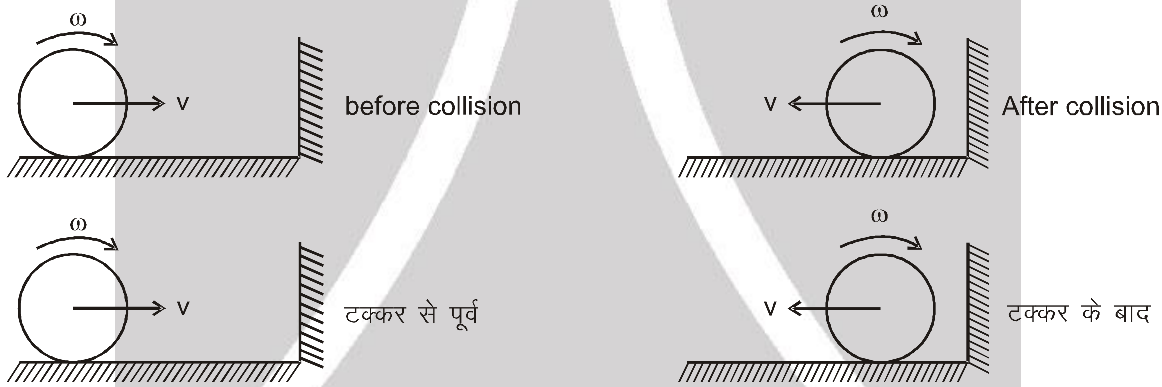
$t = \left(\frac{7\ell}{3g\sin\theta}\right)^{½}$

$K.E. = \frac{1}{2}m\left(\frac{12}{7}g\sin\theta\ell\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{5g\sin\theta}{14R}\right)^2\left(\frac{7\ell}{3g\sin\theta}\right)$

$K.E. = \frac{6}{7}mg\sin\theta\ell + \frac{5}{84}\ mg\sin\theta\ \ell$

$K.E. = \frac{11}{12}mg\sin\theta\ell$.

8.



velocity of COM after collision is V friction will act such that ω = o at some intant after some time ($V = \omega R$)
टक्कर के बाद, द्रव्यमान केन्द्र का वेग V है तथा घर्षण इस तरह लगता है कि कुछ समय बाद किसी क्षण पर ω = o अर्थात ($V = \omega R$) होगा।

9*. $\vec{\tau} \times \vec{L}$
then तब

angle between $\vec{\tau}$ and $\vec{L}$ may be 0° or 180°

so अतः $\left(\vec{L}\right)$ may increase or decrease का मान बढ या घट सकता है।

10.* In absence of external force linear momentum and angular momentum remains const.
बाह्य बल की अनुपस्थिती में रेखीय संवेग और कोणीय संवेग नियत रहता है।

11.* External force will act at hinge so linear momentum of system will not remain const. but torque of external force is zero about hinge so $\vec{L}$ = const., collision is elastic so K.E = const.
बाह्य बल कीलकीत (hinge) पर कार्य करता है अतः निकाय का रेखीय संवेग नियत नही रहेगा लेकिन बाह्य बल का बलाघूर्ण शून्य है अतः $\vec{L}$ = नियत रहेगा। तथा टक्कर प्रत्यास्थ है अतः गतिज ऊर्जा नियत होगी।

12.* at the moment when ring is placed friction will act between them due to relative motion. Friction is internal force between them so angular momentum of system is conserved.
जब वलय को रखा जाता है उस समय उनके मध्य सापेक्षिक ग ति के कारण घर्षण बल लगता है तथा इनके मध्य घर्षण आन्तरिक बल है अतः निकाय का कोणीय संवेग नियत रहेगा।

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$$\frac{mR^2}{2}\ \omega_0 = \left(\frac{mR^2}{2} + mR^2\right)\omega$$

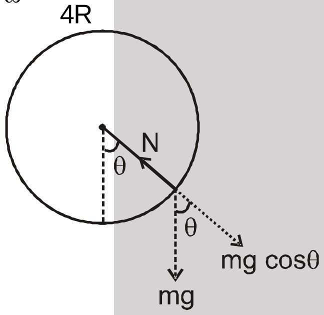
$$\omega = \frac{\omega_0}{3}$$

13*. By angular momentum conservation ;
कोणीय संवेग सरंक्षण से

$$L = I\ \omega \Rightarrow mv\frac{R}{2} + mvR = 2mR^2\omega$$

$$\frac{3}{2}mvR = 2mR^2\omega$$

$$\omega = \frac{3v}{4R}$$



Also at the time of contact ;
सम्पर्क के समय पर

$$mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$

$$\therefore\ N = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{R}$$

when it ascends θ decreases so $\cos\theta$ increases and v decreases.
जब यह बढ़ता है तो θ कम होता है अतः $\cos\theta$ बढ़ेगा और v घटेगा।

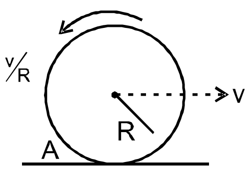
$\therefore$ $mg\cos\theta$ is increasing and $\frac{mv^2}{R}$ is decreasing

$\therefore$ $mg\cos\theta$ बढ़ेगा और $\frac{mv^2}{R}$ घटेगा।

$\therefore$ we can say N increases as wheel ascends.

$\therefore$ जैसे ही पहिया निचे आयेगा N बढ़ेगा।

14*.



If we take moment at A then external torque will be zero, initial angular momentem = final angular momentum.

यदि किसी क्षण A पर बाह्य बलाघूर्ण शून्य है तो प्रारम्भिक कोणीय संवेग = अन्तिम कोणीय संवेग

$MvR - I\omega = Mv_0R$

$MvR - \frac{2}{3}MR^2\frac{v}{R} = Mv_0R$

$v_0 = \left(\frac{v}{3}\right)$

(b) Again after some time pure rolling starts
पुनः कुछ समय बाद शुद्ध लोटनी गति शुरू हो जाती है।

$Mv_0R = \frac{2}{3}MR^2 \times \frac{v'}{R} + Mv'R$

$M\left(\frac{v}{3}\right)R = \frac{2}{3}MR^2 + \frac{v'}{R}Mv'R$

$v' = \left(\frac{v}{5}\right)$

15*. **[Hint :** The light rod will exert a force on the particle B only along its lengths]
[Hint : हल्की छड़ कण B पर केवल उसकी लम्बाई के अनुदिश बल लगाएगी**]**
before collision angular momentum about COM :
टक्कर से पूर्व द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष कोणीय संवेग

$L_i = 2mu\frac{\ell}{2} - mu\frac{\ell}{2} = \frac{mu\ell}{2}$

$L_f = 2m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\omega + 2m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\omega = m\ell^2\omega$

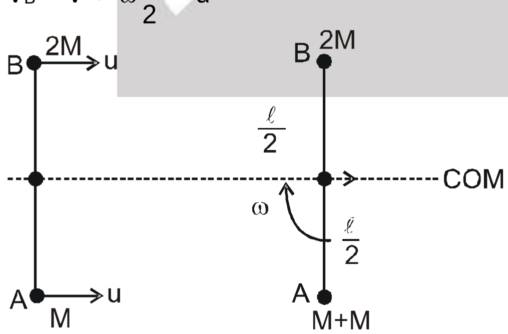
$L_i = L_f \quad \Rightarrow \omega = \frac{u}{2\ell}$

Linear momentum रेखीय संवेग
$P_i = 3Mu$
$P_t = 4MV$

$P_i = P_f \Rightarrow V = \frac{3}{4}u$

$V_A = V - \omega\frac{\ell}{2} = \frac{3u}{4} - \frac{u}{2\ell}\frac{\ell}{2} = \frac{u}{2}$

$V_B = V + \omega\frac{\ell}{2} = u$

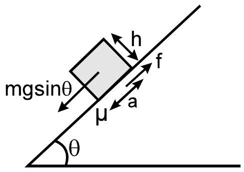


16*. For no slipping फिसलन न होने के लिए

$\mu mg\cos\theta \geq mg\sin\theta$ ....(1)

For toppling लुढ़कने के लिए

$mg\sin\theta\ \frac{h}{2} \geq mg\cos\theta\frac{a}{2}$ ....(2)

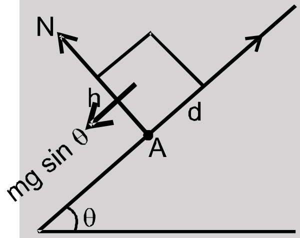


for minimum μ (by dividing) न्यूनतम μ के लिए (भाग देने पर)

$\mu.\ \frac{2}{a} = \frac{2}{h}$

$\mu_{min} = \frac{a}{h}$ **Ans. a/h**

Sol.(2)



If यदि $f > mg\sin\theta$

$\mu mg\cos\theta > mg\sin\theta$

$(\mu > \tan\theta)$ block will topple before sliding अतः फिसलने से पहले ब्लांक पलट जोयगा।

torque about point A $\tau_A = 0$ बिन्दु A के सापेक्ष बलार्घूण $\tau_A = 0$

$mg\sin\theta\left(h/2\right) = mg\cos\theta\frac{a}{2}$

$\tan\theta = \left(a/h\right)$

$\mu > \left(a/h\right)$

If यदि $\mu > \tan\theta$ (block will slide) (ब्लॉक फिसलेगा)

17. $\frac{3Mg}{2} + \frac{Mg}{2} - Mg = Ma$

$a = g\uparrow$

$\tau = I\propto$

$\frac{3Mg}{2}R - \frac{Mg}{2}R = \frac{MR^2}{2}\cdot\propto$

$2Mg \qquad \propto = \frac{2g}{R}$

$\frac{dL}{dt} = \tau = MgR$

PART – IV

1. Let the angular speed of disc when the balls reach the end be ω. From conservation of angular momentum
जब गेंद चकती के किनारे पर पहुँच जाती है उस समय उसकी कोणीय चाल ω है। कोणीय संवेग संरक्षण से

$$\frac{1}{2}mR^2\,\omega_0 = \frac{1}{2}\,mR^2\,\omega + \frac{m}{2}R^2\,\omega + \frac{m}{2}R^2\,\omega \qquad \text{or} \qquad \omega = \frac{\omega_0}{3}$$

2. The angular speed of the disc just after the balls leave the disc is

$$\omega = \frac{\omega_0}{3}$$

Let the speed of each ball just after they leave the disc be v.
From conservation of energy

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v^2$$

solving we get

$$v = \frac{2R\omega_0}{3}$$

NOTE : $v = \sqrt{(\omega R)^2 + v_r^2}$; v_r = radial velocity of the ball

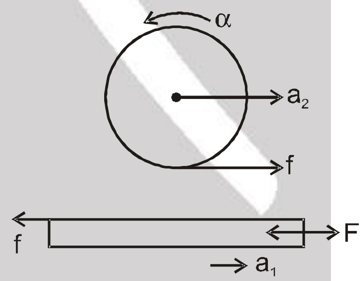
हल: जब गेंद चकती को ठीक छोड़ने वाली होती है उस समय चकती की कोणीय चाल $\omega = \frac{\omega_0}{3}$ है।
तथा चकती को छोड़ने के ठीक बाद गेंद की चाल v है तब ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v^2$$

हल करने पर, $v = \frac{2R\omega_0}{3}$

NOTE : $v = \sqrt{(\omega R)^2 + v_r^2}$; v_r = गेंद का त्रिज्य वेग

4 to 6. The free body diagram of plank and disc is



Applying Newton's second law

$F - f = Ma_1$ .... (1)

$f = Ma_2$ .... (2)

$FR = \frac{1}{2}MR^2\,\alpha$ .... (3)

from equation 2 and 3

$$a_2 = \frac{R\alpha}{2}$$

From constraint $a_1 = a_2 + R\alpha$

$\therefore$ $a_1 = 3a_2$ .... (4)

Solving we get $a_1 = \frac{3F}{4M}$ and $\alpha = \frac{F}{2MR}$

If sphere moves by x the plank moves by L + x. The from equation (4)

$$L + x = 3x \qquad \text{or} \qquad x = \frac{L}{2}$$

तख्ते व चकती का FBD न्यूटन के द्वितीय नियम से

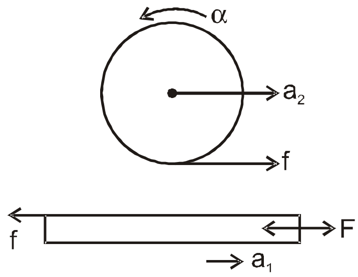
$F - f = \frac{1}{2}Ma_1$ .... (1)

$f = Ma_2$ .... (2)

$FR = MR^2\,\alpha$ .... (3)

समीकरण 2 व 3 से

$$a_2 = \frac{R\alpha}{2}$$



प्रतिबन्धित गति से $a_1 = a_2 + R\alpha$

$\therefore\ a_1 = 3a_2$ .... (4)

हल करने पर $a_1 = \frac{3F}{4M}$ and तथा $\alpha = \frac{F}{2MR}$

यदि गोला x चलता है तो तख्ता L + x चलता है तो समीकरण (4) से

$L + x = 3x$ या $x = \frac{L}{2}$

EXERCISE-3

PART – I

भाग - I

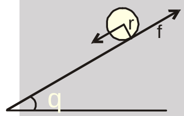
1. $2/5\ MR^2 = 1/2\ Mr^2 + Mr^2$

$\therefore$ $2/5\ MR^2 = 3/2\ Mr^2$

$$r^2 = \frac{4}{15}R^2$$

$$r = \frac{2R}{\sqrt{15}}$$

2.*



necessary torque for rolling $\tau = fr$, (frictional force provides this torque)

as $mg \sin\theta - f = ma$

but $a = r\alpha$ $\Rightarrow$ $mg \sin\theta - f = mr\alpha$

as $\tau = fr = I\alpha$ $\Rightarrow$ $\alpha = fr/I$

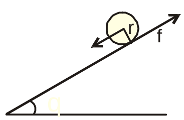
$\therefore$ $mg \sin\theta - f = mrfr/I = 5f/2$ $\left(I = \frac{2mr^2}{5}\right)$

$\therefore$ $mg \sin\theta = \frac{7f}{2}$

thus friction increases the torque in hence the angular velocity and decreases the linear velocity.

If θ decreases friction will decrease.

Sol.



लुढ़कने के लिए आवश्यक बलाघूर्ण $\tau = fr$, (घर्षण बल यह बलाघूर्ण प्रदान करता है)

क्योंकि $mg \sin\theta - f = ma$

परन्तु $a = r\alpha$ $\Rightarrow$ $mg \sin\theta - f = mr\alpha$

क्योंकि $\tau = fr = I\alpha$ $\Rightarrow$ $\alpha = fr/I$

$\therefore$ mg sin θ – f = mrfr/I = 5f/2 $\left(I = \frac{2mr^2}{5}\right)$

$\therefore$ mg sin θ = $\frac{7f}{2}$

इस प्रकार घर्षण बलाघूर्ण के द्वारा कोणीय वेग को बढ़ाता है व रेखीय वेग को घटाता है।
यदि θ घटता है घर्षण घटेगा।

3*. As total mechanical energy at points A,B and C will be constant

$\therefore$ $\varepsilon_A = \varepsilon_B = \varepsilon_C$

$\Rightarrow$ $mgh_A + K_A = K_B = mgh + K_C$

$\therefore$ $K_B > K_A$ $(mgh_A + K_A = K_B)$

and $K_B > K_C$ $(mgh_C + K_C = K_B)$

Also $h_A - h_C = \frac{K_C - K_A}{mg}$ when $mgh_A + K_A = mgh_C + K_C$

if $h_A > h_C$ $\Rightarrow$ $K_C > K_A$ (if LHS is positive then RHS have to be positive)

Sol. क्योंकि कुल यांत्रिक ऊर्जा बिन्दु A,B व C पर नियत होगी।

$\therefore$ $\varepsilon_A = \varepsilon_B = \varepsilon_C$ $\Rightarrow$ $mgh_A + K_A = K_B = mgh + K_C$

$\therefore$ $K_B > K_A$ $(mgh_A + K_A = K_B)$

तथा $K_B > K_C$ $(mgh_C + K_C = K_B)$

यदि $h_A - h_C = \frac{K_C - K_A}{mg}$ जब $mgh_A + K_A = mgh_C + K_C$

यदि $h_A > h_C$ $\Rightarrow$ $K_C > K_A$

(यदि LHS धनात्मक है तो RHS भी धनात्मक होना चाहिए)

4. (As collision is elastic)

$\therefore$ $F = \frac{dP}{dt} = \frac{2mV}{1} = 2mV$

$\therefore$ torque about hinge = $2mV \times \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{4}\right) \times 100$

$= 2mV\ \frac{3b}{4} \times 100 = Mg\frac{b}{2}$

$\therefore$ V = 10 m/s

Sol. क्योंकि टक्कर प्रत्यास्थ है

$\therefore$ $F = \frac{dP}{dt} = n \times \left(a \times \frac{b}{2}\right) \times 2mV$

कीलक के परितः बलाघूर्ण को संतुलित करने पर,

$\therefore$ कीलक के परितः बलाघूर्ण $= n \times \left(a \times \frac{b}{2}\right) \times (2mv)\ \frac{3b}{4} = Mg \times \frac{b}{2}$

इन मानों को प्रतिस्थापित करने पर हम पाते है,

$\therefore$ V = 10 m/s

5. $\frac{1}{2} \times I \times (2\omega)^2 = \frac{1}{2}kx_1^2$

$\frac{1}{2} \times 2I \times \omega^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \sqrt{2}$

6. Apply conservation of angular momentum
रेखीय संवेग संरक्षण नियम लगाने पर

$(I \times 2\omega) + (2I \times \omega) = (I + 2I)\,\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4\omega}{3}$

For Disc A चकती A के लिये

$\tau\, t = I \times (2\omega - \omega') \Rightarrow \tau = \frac{2I\omega}{3t}$

7. प्रारम्भिक गतिज उर्जा $k_1 = \frac{1}{2} \times I \times (2\omega)^2 + \frac{1}{2} \times 2I \times \omega^2$

अन्तिम गतिज उर्जा $k_2 = \frac{1}{2} \times I \times \omega'^2 + \frac{1}{2} \times 2I\,\omega'^2$

गतिज उर्जा में ह्रास $= k_1 - k_2 = \frac{I\omega^2}{3}$

8. From the conservation of energy
loss in KE of body = Gain in potential energy

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mg\frac{3}{4}\frac{v^2}{g}$$

on solving

$I = \frac{mr^2}{2}$ $\therefore$ The body is a disc

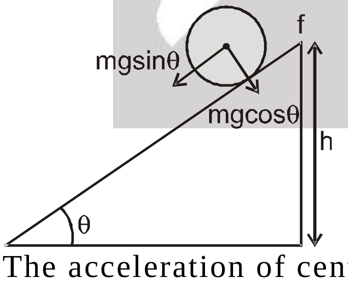
Sol. ऊर्जा संरक्षण नियम से
वस्तु की गतिज उर्जा में ह्रास = स्थितिज उर्जा में वृद्धि

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{3}{4}\frac{v^2}{g}mg$$

हल करने पर $I = \frac{mr^2}{2}$ $\therefore$ वस्तु चकती है

9. If torque external = 0, then angular momentum = constant = $I\omega$
यदि बाह्य बलाघूर्ण = 0, तो कोणीय संवेग = नियत = $I\omega$

10.

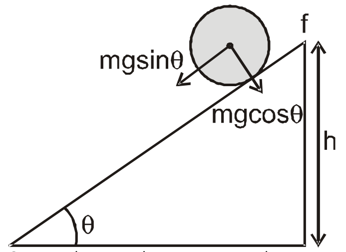


The acceleration of centre of mass of either cylinder

$a = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$ where K is radius of gyration.

So acceleration of centre of hollow cylinder
is less than that of solid cylinder.
Hence time taken by hollow cylinder will be more.
So statement-1 is wrong.
Ans. (D)

Sol.



किसी बेलन के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण

$a = \dfrac{g\sin\theta}{1+\dfrac{K^2}{R^2}}$ जहाँ K घूर्णन त्रिज्या है।

इसलिये खोखले बेलन के केन्द्र का त्वरण ठोस बेलन के केन्द्र के त्वरण से कम है। अतः खोखले बेलन द्वारा लिया गया समय अधिक है। इसलिये कथन -1 असत्य है।

Ans. (D)

11. (A) Since there in no resultant external force, linear momentum of the system remains constant.

(B) Kinetic energy of the system may change.

(C) Angular momentum of the system may change as in case of couple, net force is zero but torque is

not zero. Hence angular momentum of the system is not constant.

(D) Potential energy may also change.

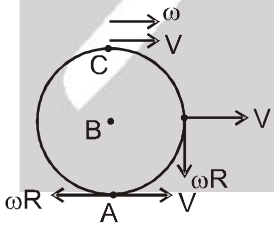
Sol. (A) चुंकि परिणामी बाह्य बल नही है निकाय का रेखीय संवेग नियत रहेगा,

(B) निकाय की गतिज ऊर्जा परिवर्तित हो सकती है।

(C) निकाय का कोणीय संवेग परिवर्तित हो सकता है जैसा कि बल युग्म की स्थिति में, कुल बल शून्य होता है किन्तु बल आघूर्ण शून्य नही होता है। अतः निकाय का कोणीय संवेग नियत नही होता है।

(D) स्थितिज ऊर्जा भी परिवर्तित हो सकती है।

12*.



$\vec{V}_A = V(\hat{i}) + \omega R(-\hat{i})$; $\vec{V}_B = V\hat{i}$; $\vec{V}_C = V\hat{i} + \omega R\hat{i}$

$\vec{V}_C - \vec{V}_A = 2\omega R\hat{i}$

$2\left[\vec{V}_B - \vec{V}_C\right] = 2\ [\ V(\hat{i}) - V(\hat{i}) - \omega R(\hat{i})] = -2\omega R(\hat{i})$

Hence अतः $\vec{V}_C - \vec{V}_A = -2(\vec{V}_B - \vec{V}_C)$

so इसलिए $|\vec{V}_C - \vec{V}_A| = |2(\vec{V}_B - \vec{V}_C)|$

$\vec{V}_C - \vec{V}_B = \omega R(\hat{i})$

$\vec{V}_B - \vec{V}_A = \omega R(\hat{i})$

$\vec{V}_C - \vec{V}_B = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

Hence अतः $\vec{V}_C - \vec{V}_A = 2\omega R(\hat{i})$

$\vec{V}_C - \vec{V}_B = \vec{V}_B - \vec{V}_A$;

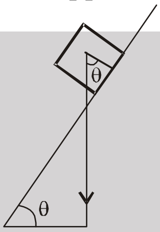
$4\vec{V}_B = 4V(\hat{i}) = 4\omega R\ (\hat{i})$

Hence अतः $\vec{V}_C - \vec{V}_A = 2(\vec{V}_B)$

13. Angle of repose $\theta_0 = \tan^{-1}\mu = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60^o$

$\tan\theta = \frac{5}{15/2} = \frac{2}{3}$. $\theta < 45^o$.

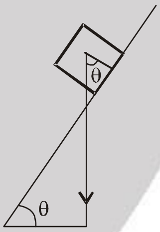
Block will topple before it starts slide down.



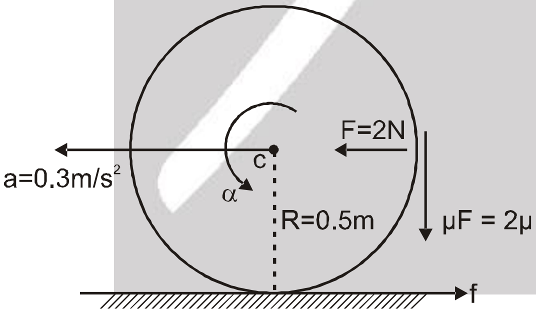
Solution : विश्रान्ति कोण $\theta_0 = \tan^{-1}\mu = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60^o$

$\tan\theta = \frac{5}{15/2} = \frac{2}{3}$. $\theta < 45^o$.

ब्लॉक के नीचे फिसलने से पहले यह पलट जायेगा



14.



II द्वित्तिय नियम Law $\Rightarrow$ $2 - f = 2\ [0.3]$

$\Rightarrow$ $f = 2 - 0.6$

$f - 1.4\ Nx$ ...(i)

$a = R\alpha$

$\Rightarrow$ $0.3 = \alpha\ [0.5]$

$\Rightarrow$ $\alpha = \frac{3}{5}$ rad/s ...(ii)

$\tau_c = I_c\ \alpha$

$\Rightarrow$ $fR - 2\mu R = mR^2\ \alpha$

$f - 2\mu = mR\alpha$

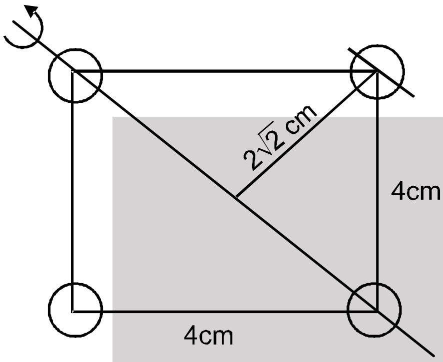
$$1.4 - 2\mu = \frac{2}{2}\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$1.4 - 0.6 = 2\mu$$

$$0.8 = 2\mu \quad \Rightarrow \quad \mu = 0.4 = \frac{P}{10}$$

$\therefore$ P = 4 **Ans.**

15.



$$I = \left(\frac{2}{5}MR^2\right) 2 + \left(\frac{2}{5}MR^2 + Mx^2\right) 2$$

$$= \left(\frac{2}{5}MR^2\right) 2 + \left(\frac{2}{5}MR^2\right) 2 + (Mx^2)\,2$$

$$= 4\left(\frac{2}{5}MR^2\right) + 2mx^2$$

$$= \frac{8}{5}MR^2 + 2mx^2$$

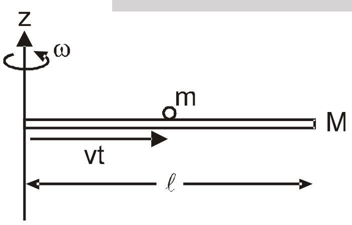
$$= \left[\frac{8}{5}\times 0.5 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 2\times(0.5)\times(4\times 2)\right]10^{-4}$$

$$= \left[\frac{5}{5} + 8\right] \times 10^{-4}$$

$= 9 \times 10^{-4} = N \times 10^{-4}$

So, N = 9 **Ans.**

16.



$L = [m(vt)^2]\omega$

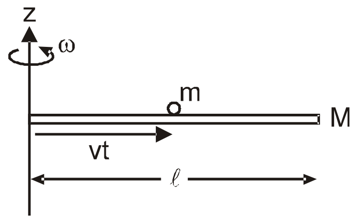
$L = mv^2\omega t^2$

So $\tau = \frac{dL}{dt} = 2mv^2\omega t$

$\tau \propto t$

$\Rightarrow$ straight line passing through (0, 0)

Sol.



$L = [m(vt)^2]\omega$

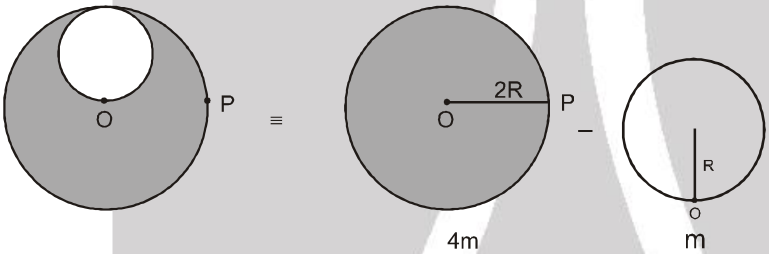
$L = mv^2\omega t^2$

So $\quad \tau = \dfrac{dL}{dt} = 2mv^2\omega t$

$\tau \propto t$

$\Rightarrow$ straight line passing through (0, 0)

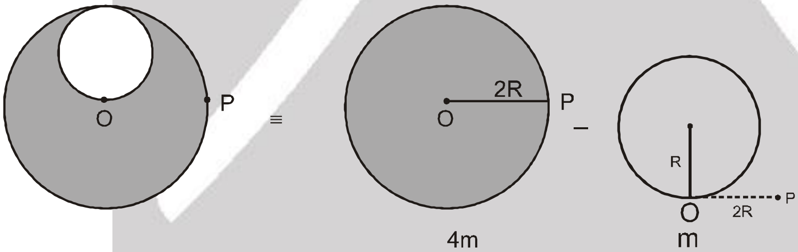
18.



$$I_0 = \frac{(4m)\ (2R)^2}{2} - \frac{3}{2} mR^2$$

$$= mR^2\left[8 - \frac{3}{2}\right]$$

$$= \frac{13}{2} mR^2$$



$$I_P = \frac{3}{2}\ (4m)\ (2R)^2 - \left[\frac{mR^2}{2} + m[(2R)^2 + R^2]\right]$$

$$= 24\ mR^2 - \frac{11}{2} mR^2$$

$$= \frac{37}{2} mR^2$$

$$\frac{I_P}{I_O} = \frac{\frac{37}{2}}{\frac{13}{2}} = \frac{37}{13} \approx 3$$

Ans. 3

19. Angular Velocity of rigid body about any axes which are parallel to each other is same . So angular velocity is ω .

Angular Velocity of rigid body about any axes which are parallel to each other is same . So angular velocity is ω.

20. Since z- coordinate of any particle is not changing with time so axis must be parellel to z axis.

चूकि किसी कण का z निर्देशांक समय के साथ परिवर्तित नहीं होता है अतः अक्ष z-अक्ष के समान्तर होगी

21. $I_P > I_Q$

$a_P = \dfrac{g \ \sin\theta}{I_P + mR^2}$

$a_Q = \dfrac{g \ \sin\theta}{I_Q + mR^2}$

$a_P < a_Q \Rightarrow V = u + at \Rightarrow t \propto \dfrac{1}{a}$

$t_P > t_Q$

$V^2 = u^2 + 2as \Rightarrow v \propto a \ \Rightarrow V_P < V_Q$

Translational K.E. = $\dfrac{1}{2}mV^2 \ \Rightarrow \text{TR KE}_P < \text{TR KE}_Q$

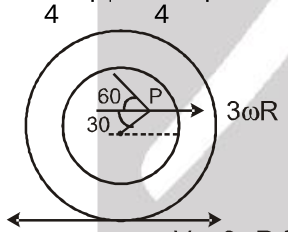
स्थान्तरित गतिज ऊर्जा K.E. = $\dfrac{1}{2}mV^2 \ \Rightarrow \text{TR KE}_P < \text{TR KE}_Q$

$V = \omega R \qquad \Rightarrow \omega \propto V \Rightarrow \omega_P < \omega_Q$

22.* $V_0 = 3\omega R\,\hat{i}$

$V_P\ (3\omega R \dfrac{\omega R}{2} - \cos 60^o)\ \hat{i} \ + \dfrac{\omega R}{2} \ \sin 60\,\hat{j}$

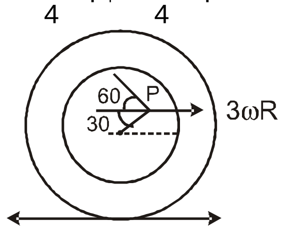
$= \dfrac{11\omega R}{4}\hat{i} + \dfrac{\sqrt{3}\omega R}{4}\hat{i}$



Sol. $V_0 = 3\omega R\,\hat{i}$

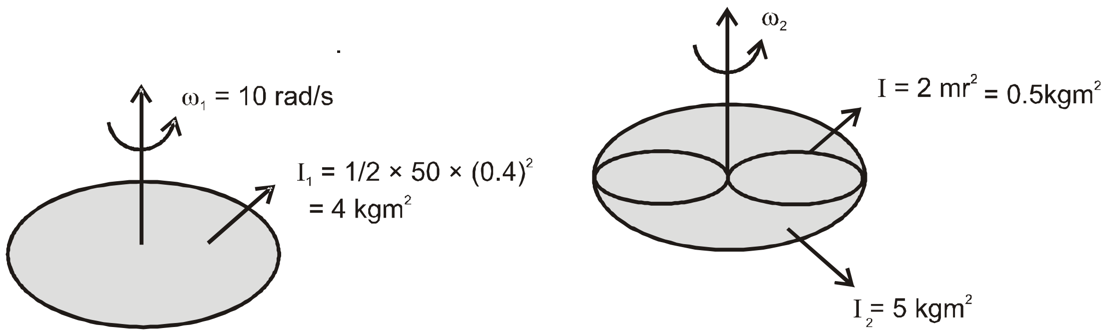
$V_P\ (3\omega R - \dfrac{\omega R}{2} \ \cos 60^o)\ \hat{i} \ + \dfrac{\omega R}{2} \ \sin 60\,\hat{j}$

$= \dfrac{11\omega R}{4}\hat{i} + \dfrac{\sqrt{3}\omega R}{4}\hat{i}$



Ans. (A,B)

23.



$I_1\,\omega_1 = I_2\,\omega_2$

$\omega_2 = \dfrac{I_1}{I_2}\omega_1 = \dfrac{4}{5} \times 10$ rad/s $= 8$ rad/s

24.* Since rod is about to slip so both friction will be limiting

$f_1 = \mu_1 N_1$

$f_2 = \mu_2 N_2$

In option (A)(D) $\mu_1 = 0$

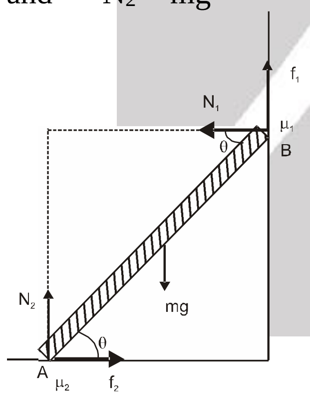
Net torque about A should be zero

$mg\cos\theta\,\dfrac{\ell}{2} = N_1 \sin\theta\,\ell$

$\Rightarrow \quad N_1 = \dfrac{mg\cot\theta}{2}$

$\Rightarrow \quad N_1\tan\theta = \dfrac{mg}{2}$

and $\quad N_2 = mg$



(B) $\quad \mu_2 = 0$

There is no force to balance N_1 so rod can not remain in equilibrium

(C) $\quad N_1 = \mu_2 N_2$

$N_2 + \mu_1 N_1 = mg$

$N_2 + \mu_1\,\mu_2\,N_2 = mg$

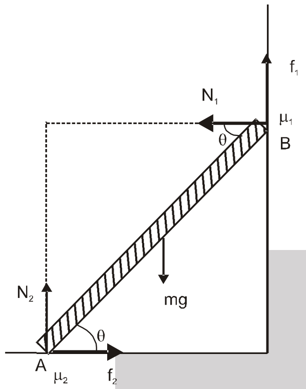
$N_2 = \dfrac{mg}{1+\mu_1\mu_2}$

Hindi चूंकि छड़ फिसलती है अतः दोनों घर्षण सीमान्त होंगे

$f_1 = \mu_1 N_1$

$f_2 = \mu_2 N_2$

विकल्प (A)(D) में $\mu_1 = 0$



A के सापेक्ष कुल बलाघूर्ण शून्य होना चाहिये

$$mg\cos\theta\,\frac{\ell}{2} = N_1 \sin\theta\,\ell$$

$\Rightarrow$ $N_1 = \dfrac{mg\cot\theta}{2}$

$\Rightarrow$ $N_1\tan\theta = \dfrac{mg}{2}$

तथा $N_2 = mg$

(B) $\mu_2 = 0$

यहाँ N_1 को संतुलित करने के लिये कोई बल नहीं है अतः छड़ साम्यावस्था में नहीं रह सकती है।

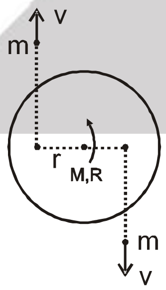
(C) $N_1 = \mu_2 N_2$

$N_2 + \mu_1 N_1 = mg$

$N_2 + \mu_1\,\mu_2\,N_2 = mg$

$N_2 = \dfrac{mg}{1+\mu_1\mu_2}$

25. Applying conservation of angular momentum. कोणीय संवेग संरक्षण लगाने पर

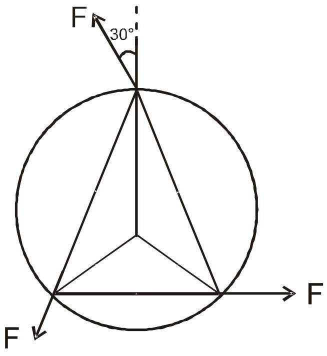


$$2mvr - \frac{MR^2}{2}\;\omega = 0$$

$$\omega = \frac{4mvr}{MR^2}$$

$$\omega = \frac{(4)\;(5\times10^{-2})\;(9)\left(\frac{1}{4}\right)}{45\times10^{-2}\times\frac{1}{4}} \qquad \Rightarrow \qquad \omega = 4 \text{ rad/s}$$

26.



$$\omega = \frac{\int \tau dt}{\tau} = \frac{\int_0^t 3F\sin 30° R \quad dt}{I} = \frac{3. \quad (0.5) \quad (0.5) \quad (0.5) \quad (1)}{\frac{1.5(0.5)^2}{2}} = 2 \text{ rad/s}$$

27. Final kinetic energy of both discs is same

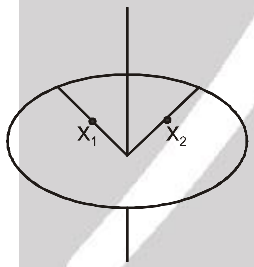
$$\left[\frac{3}{2}\right]\frac{1}{2}m(3)^2 + mg\,(30) = \frac{3}{2}\frac{1}{2}mv_2^2 + mg(27)$$

$$\frac{3}{4}.\,9 + 300 = \frac{3}{4}v_2^2 + 270$$

$$\frac{27}{4} + 30 = \frac{3}{4}v_2^2 \Rightarrow \qquad v_2^2 = 9 + 40 \Rightarrow v_2 = 7$$

28. By conservation of angular momentum

कोणीय संवेग संरक्षण से



$$MR^2\,\omega = \left(MR^2 + \frac{M}{8}\frac{9R^2}{25} + \frac{Md^2}{8}\right)\frac{8\omega}{9}$$

$$R^2 = \left(\frac{200R^2 + 9R^2 + 25d^2}{8 \times 25}\right)\frac{8}{9}$$

$$225\,R^2 - 209\,R^2 = 25\,d^2$$

$$d = \frac{16R^2}{25}$$

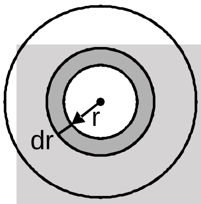
$$d = \frac{4R}{5}$$

29. Consider a shell of radius r and thickness dr

$dI = \frac{2}{3}\ (\rho.4\pi r^2 dr)r^2$

$I = \int dI$

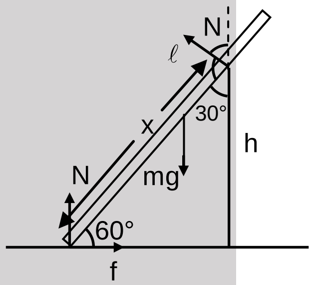
$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{\int_o^R \frac{2}{3}k\frac{r^5}{R^5}.4\pi r^2 dr \quad r^2}{\int_o^R \frac{2}{3}k\frac{r}{R}4\pi r^2 dr \quad r^2} = \frac{6}{10}$$



30. balancing torque about lowest point

निम्नतम बिन्दु के परितः बलाघूर्ण संतुलन के द्वारा

$$N\frac{h}{\sin 60^\circ} = mg\frac{\ell}{2}\cos 60^\circ \qquad ......(1)$$



x sin 60 = h

$$N + \frac{N}{2} = mg$$

$$\frac{3}{2}N = mg \Rightarrow N = \frac{2mg}{3}$$

$$\frac{2mg}{3\sqrt{3}} \quad 2h = \frac{mg\ell}{4}$$

$$\frac{h}{\ell} = \frac{3\sqrt{3}}{16}$$

$$f = N \sin 60^\circ = \frac{2mg}{3}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{mg}{\sqrt{3}} = \frac{1.6\times 10}{\sqrt{3}}$$

31.* $\vec{r} = \alpha t^3\hat{i} + \beta t^2\hat{j}$

$\vec{v} = \alpha 3t^2\hat{i} + \beta 2t\hat{j}$

$\vec{v} = \frac{10}{3}\times 3\times 1^2\,\hat{i} + 5\times 2\times 1\,\hat{j}$

$\vec{v} = 10 \quad \hat{i} + 10 \quad \hat{j}$

$\vec{L} = m(\vec{r}\times\vec{v})$

$\vec{L} = 0.1 \quad [\alpha\hat{i} + \beta\hat{j}]\times \quad [10\hat{i} + 10\hat{j}]$

$\vec{L} = 0.1[10\times\hat{k} - 10\beta\hat{k}]$

$\vec{L} = 0.1 \quad [10\times\frac{10}{3} - 10\times 5] \quad \hat{k}$

$\vec{L} = 0.1 \quad \frac{100}{3} - 50] \quad \hat{k}$

$= 0.1 \left[\frac{-50}{3}\right]\hat{k}$

$\vec{a} = \alpha 6t\hat{i} + \beta 2\hat{j}$

$\vec{F} = m\vec{a} = [0.1][\frac{10}{3} \times 6 \quad \hat{i} \quad + \quad 5 \times 2 \quad \hat{j}]$

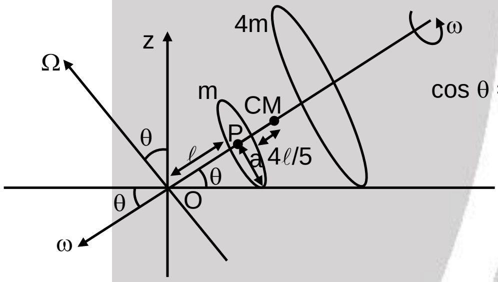
$\vec{F} = 0.1[20\hat{i} + 10\hat{j}] \; = \; 2\hat{i} + \hat{j}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = (\alpha\hat{i} + \beta\hat{j}) \times (2\hat{i} + \hat{j})$

$= \; a\hat{k} - 2\beta\hat{k}$

$= \frac{10}{3}\hat{k} - 10\hat{k} = \frac{-20}{3}\hat{k}$

32.*



$\cos\theta = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{24}}{5}$

(D) Velocity of point P : $a\omega = \ell\Omega$ then

बिन्दू P का वेग : $a\omega = \ell\Omega$ तो

$\Omega = \frac{a\omega}{\ell}$ = Angular velocity of C.M. w.r.t point O.

$\Omega = \frac{a\omega}{\ell}$ = द्रव्यमान केन्द्र का बिन्दु O के सापेक्ष कोणीय वेग

Angular velocity of C.M. w.r.t z axis = $\Omega \cos\theta$

द्रव्यमान केन्द्र को z अक्ष के सापेक्ष कोणीय वेग = $\Omega \cos\theta$

$\omega_{C.M.-z} = \frac{a\omega}{\ell}\frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{a\omega}{\sqrt{24}a}\frac{\sqrt{24}}{5}$

$\omega_{CM-z} = \frac{\omega}{5}$

(B) $L_{D-CM} = \frac{ma^2}{2}\omega + \frac{4m(2a)^2}{2}\omega = \frac{17ma^2\omega}{2}$

(C) $L_{CM-O} = (5m)\left[\frac{9\ell}{5}\Omega\right]\frac{9\ell}{5} = \frac{81m\ell^2\Omega}{5} = \frac{81m\ell^2}{5} \times \frac{a\omega}{\ell}$

$L_{CM-O} = \frac{81m\ell a\omega}{5} = \frac{81\sqrt{24}a^2m\omega}{5}$

(A) $L_Z = L_{CM-0}\cos\theta - L_{D-CM}\sin\theta$

$= \frac{81\sqrt{24}}{5}a^2m\omega \times \frac{\sqrt{24}}{5} - \frac{17ma^2\omega}{2} \times \frac{1}{\sqrt{24}} \quad = \frac{81 \times 24ma^2\omega}{25} - \frac{17ma^2\omega}{2\sqrt{24}}$

33. $mr\omega^2 = ma$

$a = r\omega^2$

$$\frac{vdv}{dr} = r\omega^2$$

$$\int_0^v vdv = \omega^2 \int_{R/2}^{r} rdr$$

$$v = \omega\sqrt{r^2 - \frac{R^2}{4}}$$

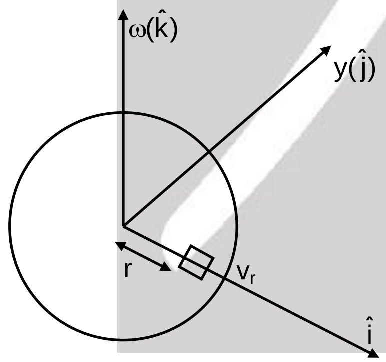
$$\int_{R/2}^{r} \frac{dr}{\sqrt{r^2 - \frac{R^2}{4}}} = \int_0^t \omega dt \qquad .....(1)$$

Assume माना : $r = \frac{R}{2}\sec\theta$

$dr = \frac{R}{2}\sec\theta\tan\theta\, d\theta$

$$\int \frac{\frac{R}{2}\sec\theta\tan\theta d\theta}{\sqrt{\frac{R^2}{4}\tan^2\theta}} = \int_0^t \omega dt \ ; \ \omega t = \ell n\left[\frac{2r}{R} + \frac{\sqrt{4r^2 - R^2}}{R}\right] \ ; \quad r = \frac{R}{4}\left[e^{\omega t} + e^{-\omega t}\right]$$

34.



$$\vec{F}_{rot} = \vec{F}_{in} + 2m(v_{rot}\hat{i}) \times \omega\hat{k} + m(\omega\hat{k} \times r\hat{i}) \times \omega\hat{k}$$

$$mr\omega^2\hat{i} = \vec{F}_{in} + 2mv_{rot}\omega(-\hat{j}) + m\omega^2 r\hat{i}$$

$$\vec{F}_{in} = 2mv_r\omega\hat{j} \qquad ......(1)$$

$$r = \frac{R}{4}\left[e^{\omega t} + e^{-\omega t}\right]$$

$$\frac{dr}{dt} = v_r = \frac{R}{4}\left[\omega e^{\omega t} - \omega e^{-\omega t}\right] \qquad ; \qquad \vec{F}_{in} = 2m\frac{R\omega}{4}\left[e^{\omega t} - e^{-\omega t}\right]\omega\hat{j}$$

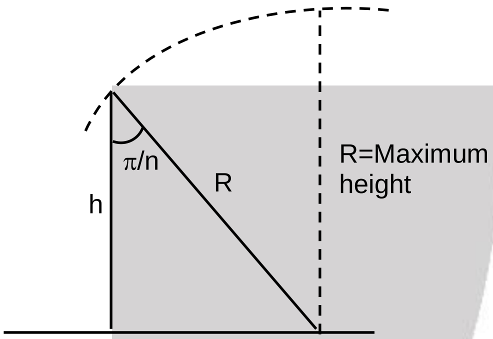
$$\vec{F}_{in} = \frac{mR\omega^2}{2}\left[e^{\omega t} - e^{-\omega t}\right]\hat{j}$$

Also reaction is due to disc surface then

इस प्रकार चकती की सतह द्वारा भी प्रतिक्रिया आरोपित हो तो

$$\vec{F}_{reaction} = \frac{mR\omega^2}{2}\left[e^{\omega t} - e^{-\omega t}\right]\hat{j} + mg\hat{k}$$

35.

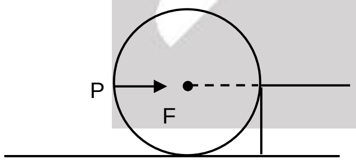


$$\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{h}{R}$$

$$\Delta = R – h = \frac{h}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} - h$$

$$= h\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - 1}\right]$$

36.



$\tau = 0$, it can never climb, so option (A) is incorrect.

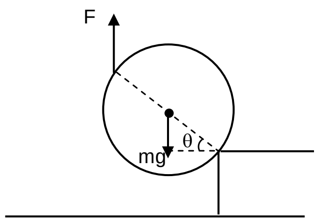
(B) Wheel can climb, so option (B) is incorrect.

(C) $\tau = F(2R\cos\theta) – mgR\cos\theta$

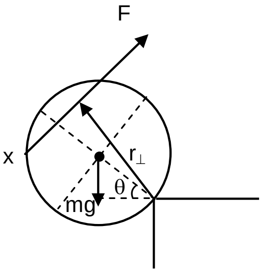
$\tau \propto \cos\theta$

since when θ increases, τ decreases.

So its correct.

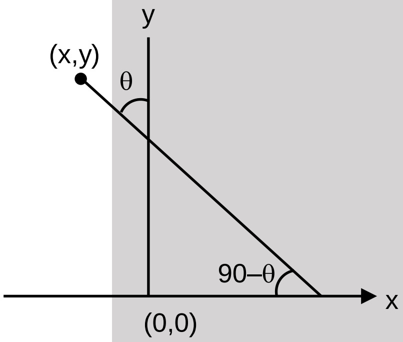


(D)



$\tau = Fr_\perp - mgR\cos\theta$; τ increases with θ

37.

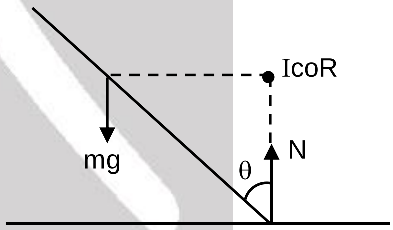


$x = -\frac{\ell}{2}\sin\theta$

$y = \ell\cos\theta$

$\frac{y^2}{\ell^2} + \frac{4x^2}{\ell^2} = 1$

Path of A is ellipse A का पथ दीर्घ वृत्त है।



$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta = \left(\frac{m\ell^2}{12} + m\frac{\ell^2}{4}\sin^2\theta\right)\alpha = \frac{m\ell^2}{12}\left(1+3\sin^2\theta\right)\alpha$

$\alpha = \frac{6g\sin\theta}{\ell(1+3\sin^2\theta)}$

torque w.r.t. B के सापेक्ष बल आघूर्ण $= \frac{m\ell^2}{3}\alpha$

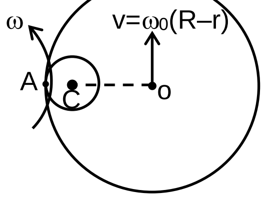
$= \frac{m\ell^2}{3}\left(\frac{6g\sin\theta}{1+3\sin^2\theta}\right)$

(c) $y_{cm} = \frac{L}{2}(1-\cos\theta)$

(D) midpoint will fall vertically downwards मध्य बिन्दु ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिरेगा।

38. **Finger and ring will have same ω.**

Point C is instantanious axis of rotation



$$KE = \frac{1}{2}\left[\frac{MR^2}{2} + M(R-r)^2\right]\omega_0^2$$

40*. m = 1kg

$$m\vec{a} = \vec{F} = t\hat{i} + \hat{j}$$

(1) $\vec{a} = t\hat{i} + \hat{j}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = t\hat{i} + \hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{t^2}{2}\hat{i} + t\hat{j} = \frac{1}{2}\hat{i} + \hat{j}$$

$$\vec{s} = \frac{t^3}{6}\hat{i} + \frac{t^2}{2}\hat{j}$$

$$\vec{s}(t=1) = \frac{1}{6}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \left[\frac{1}{6}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right] \times \left[\hat{i} + \hat{j}\right]$$

$$= \frac{1}{6}(\hat{i} \times \hat{j}) + \frac{1}{2}(\hat{j} \times \hat{i}) = \frac{1}{6}\hat{k} - \frac{1}{2}\hat{k} = \frac{-2}{6}\hat{k} = -\frac{1}{3}\hat{k}$$

$|\tau| = \frac{1}{3}$ at t = 1 sec

$|\tau| = \frac{1}{3}$, t = 1 sec पर

41. $a_{cm} = \dfrac{g\sin\theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$

$$a_{ring} = \frac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1+1} = \frac{\sqrt{3}g}{4}$$

$$a_{disc} = \frac{\frac{\sqrt{3}g}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{g}{\sqrt{3}}$$

$$t_{ring} = \sqrt{\dfrac{2.\dfrac{2h}{\sqrt{3}}}{\dfrac{\sqrt{3}g}{4}}} = \sqrt{\dfrac{4h}{\sqrt{3}}\dfrac{4}{\sqrt{3}g}} = \sqrt{\dfrac{16h}{3g}}$$

$$t_{disc} = \sqrt{\dfrac{2.\dfrac{2h}{\sqrt{3}}}{\dfrac{g}{\sqrt{3}}}} = \sqrt{\dfrac{4h}{\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{3}}{g}} = \sqrt{\dfrac{4h}{g}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\dfrac{16h}{3g}} - \sqrt{\dfrac{4h}{g}} = \sqrt{\dfrac{h}{g}}\left(\sqrt{\dfrac{16}{3}} - \sqrt{4}\right)$$

$$= \sqrt{\dfrac{h}{g}}\left(\dfrac{4}{\sqrt{3}} - 2\right)$$

$$= 2\sqrt{\dfrac{h}{g}}\left(\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = 2\sqrt{\dfrac{h}{3}} = 1$$

$$= \sqrt{\dfrac{h}{3}} = \dfrac{1}{2} \qquad \Rightarrow \qquad h = \dfrac{3}{4} = 0.75\text{m}$$

42. (P) $\vec{v}$ = constant नियत $\vec{a} = 0$ P $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 5
(Q) $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ path of the particle is elliptical कण का पथ दीर्घवृताकार है Q $\rightarrow$ 2, 5;
(R) $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ path of the particle is circular कण का पथ वृताकार है R $\rightarrow$ 2, 3, 4, 5
$|\vec{v}|$ = constant नियत
(S) $\vec{a}$ = constant नियत S $\rightarrow$ 5

PART - II
भाग - II

1. $L_i = L_r$
$mR^2\omega = (mR^2 + 2MR^2)\omega'$
$\omega' = \left(\dfrac{m\omega}{m+2M}\right)$

2. $I = 2m\,(\ell/\sqrt{2})^2 + m(\sqrt{2}\ell)^2 = 3m\ell^2$

3. $I_{AC} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M\ell^2}{6}\right) = \dfrac{M\ell^2}{12}$, $\quad I_{EF} = \dfrac{M\ell^2}{12}$, $I_{AC} = I_{EF}$

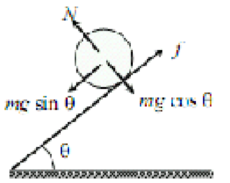
4. $mg\sin\theta - f = ma_{CM}$ ....(i)

$f.R = I\alpha$ ....(ii)

$a_{CM} = R\alpha$ ....(iii)

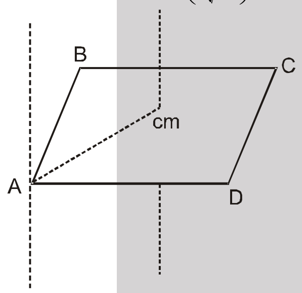
On solving (i),(ii) & (iii)

$$a_{CM} = \frac{g\sin\theta}{1+\frac{I}{MR^2}}$$



5. Central force is directed towards a point, therefore torque of the central force is zero.

6. $I_A = I_{cm} + m\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{ma^2}{6} + \frac{ma^2}{2} = \frac{2}{3}\ ma^2$



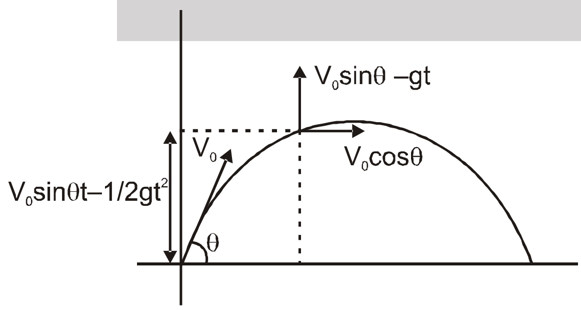
7. **Ans. (3)**

$$\frac{1}{2}\ I\omega^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{3}\right)\ \omega^2 = mgh$$

$$h = \frac{\omega^2\ell^2}{6g}$$

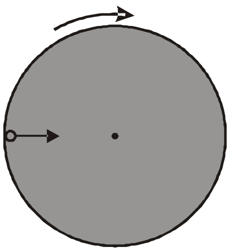
8.



कोणीय संवेग angular momentum $= m\left\{(v_0\sin\theta - gt)(V_0\cos\theta t) - (V_0\cos\theta)\left(V_0\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2\right)\right\}$

$$= -\frac{1}{2}mg\ V_0\ t^2\cos\theta_0\ \hat{k}$$

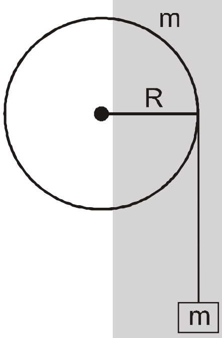
9.

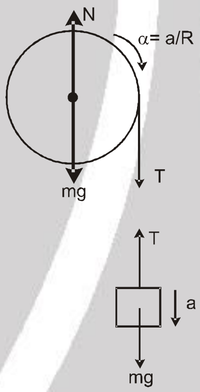


From angular momentum conservation about vertical axis passing through centre. When insect is coming from circumference to center. Moment of inertia first decrease then increase. So angular velocity inecrease then decrease.

केन्द्र से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष कोणीय संवेग संरक्षण से जब कीड़ा परिधि से केन्द्र की ओर आ रहा है। जड़त्व आघूर्ण पहले घटता है तथा फिर बढ़ता है। अतः कोणीय वेग पहले बढ़ेगा तथा फिर घटेगा।

10.





$mg - T = ma$

$TR = \dfrac{mR^2\alpha}{2}$

$T = \dfrac{mR\alpha}{2} = \dfrac{ma}{2}$

$mg - \dfrac{ma}{2} = ma$

$\dfrac{3ma}{2} = mg$

$a = \dfrac{2g}{3}$ **Ans.**

11. To reverse the direction $\int \tau d\theta = 0$ (work done is zero)

दिशा के व्युत्क्रम के लिए $\int \tau d\theta = 0$ (किया गया कार्य शून्य है)

$\tau = (20\,t - 5t^2)\,2 = 40t - 10t^2$

$\alpha = \dfrac{\tau}{I} = \dfrac{40t - 10t^2}{10} = 4t - t^2$

$\omega = \int_0^t \alpha dt = 2t^2 - \dfrac{t^3}{3}$

ω is zero at ω शून्य है

$2t^2 - \dfrac{t^3}{3} = 0$

$t^3 = 6t^2$

$t = 6$ sec. पर

$\theta = \int \omega \ dt$

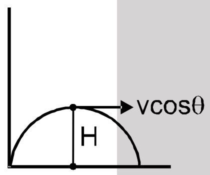
$= \int_0^6 (2t^2 - \frac{t^3}{3})dt$

$\left[\frac{2t^3}{3} - \frac{t^4}{12}\right]_0^6 = 216\left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right] = 36$ rad.

No of revolution $\frac{36}{2\pi}$ Less than 6

चक्करों की संख्या $\frac{36}{2\pi}$, 6 से कम है।

12.

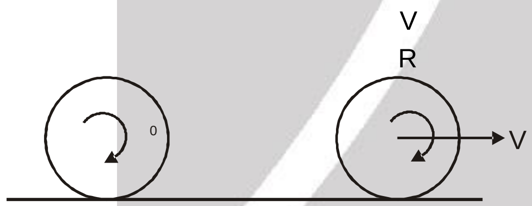


$L_0 = Pr_{\perp}$

$L_0 = mv\cos\theta\ H$

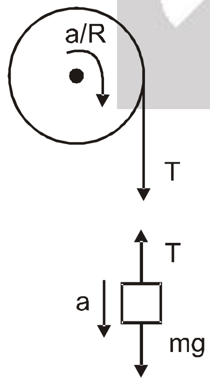
$= mg\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{v^2 \sin^2 30^o}{2g} = \frac{\sqrt{3}mv^3}{16g}$

13.



$mr^2\omega_0 = mvr + mr^2 \times \frac{v_0}{r}$

14.

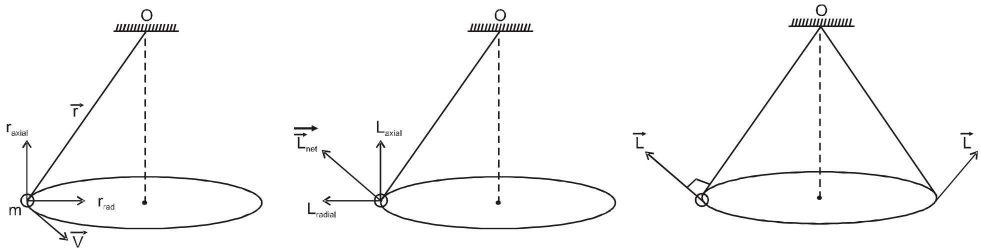


$mg - T = ma$ .....(1)

$T.R = mR^2 \frac{a}{R}$ .....(2)

$\frac{g}{2} = a$ **Ans (2)**

15.



Angular momentum of the pendulum about the suspension point 'O' is

$\vec{L} = m \; (\vec{r} \times \vec{v})$

Then $\vec{r}$ can be resolved into two components, radial component r_{rad}, and axial component r_{axial}. Due to r_{rad}, L will be axial and due to r_{axial}, L will be radially outwards as shown.

So net angular momentum will be as shown in figure whoose value will be constant ($|L| = mv\ell$). But its direction will change as shown in the figure.

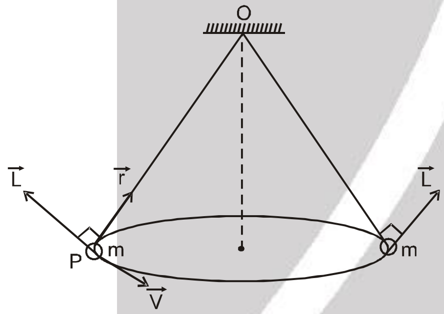
बिन्दु 'O' के सापेक्ष पेंडुलम का कोणीय संवेग

$\vec{L} = m \; (\vec{r} \times \vec{v})$

$\vec{r}$ को दो घटक में वियोजित किया जा सकता है। जो क्रमशः त्रिज्यीय r_{rad} , अक्षीय r_{axial} होंगे। r_{rad} के कारण L अक्ष के अनुदिश होगा जबकि r_{axial} के कारण L त्रिज्यीय दिशा में बाहर की ओर होगा।

चित्र में प्रदर्शित है अतः कोणीय संवेग का कोई परिमाण ($|L| = mv\ell$) नियत रहेगा किन्तु इसकी दिशा परिवर्तित होगी।

Short Solution



Angular momentum of the pendulum about the suspension point 'O' will have a constant magnitude :

(L) = mv (op) but its direction will change as shown in the figure.

बिन्दु 'O' के सापेक्ष कोणीय संवेग का परिमाण नियत (L) = mv (op) है लेकिन इसकी दिशा लगातार चित्रानुसार बदलेगी।

16. AB = 2R

$a\sqrt{3} = 2R$

$a = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$

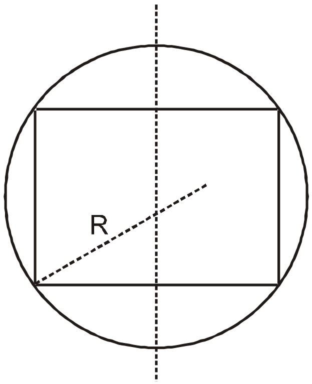
Mass of cube घन का द्रव्यमान $= \dfrac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \left(\dfrac{2R}{\sqrt{3}}\right)^3$

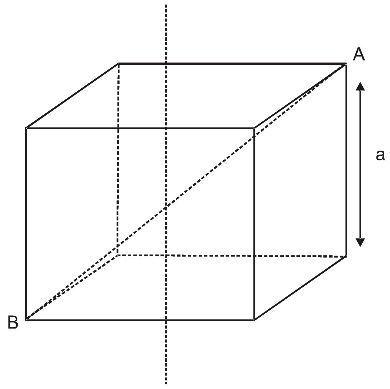
$= \dfrac{3M}{4\pi R^3} \cdot \dfrac{8R^3}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2M}{\sqrt{3}\pi}$

Moment of inertia of cube about given axis is

दी गई अक्ष के परितः घन का जड़त्व आघूर्ण

$= \dfrac{ma^2}{6}$





17. From C to D

C से D तक

$\vec{L}_0 = mv\left[\frac{R}{\sqrt{2}} + a\right]\ \hat{k}$

from B to C

B से C तक

$\vec{L}_0 = mv\left[\frac{R}{\sqrt{2}} + a\right]\ \hat{k}$

from D to A

D से A तक

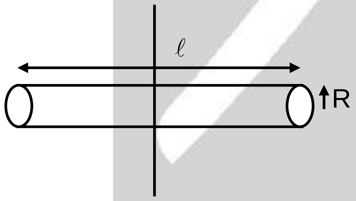
$\vec{L}_0 = \frac{mv}{\sqrt{2}}R\left(-\ \hat{k}\right)$

from A to B

A से B तक

$\vec{L}_0 = \frac{mv}{\sqrt{2}}R\left(-\ \hat{k}\right)$

18. $I = \frac{M\ell^2}{12} + \frac{MR^2}{4}$



$= \frac{M\ell^2}{12} + \frac{M}{4} \times \frac{M}{\rho\pi\ell}$; $M = (\pi R^2 \ell)\rho \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{\rho\pi\ell} = R^2$

$\frac{dI}{d\ell} = \frac{M}{12}(2\ell) - \frac{M^2}{4\rho\pi}\left(\frac{1}{\ell^2}\right) = 0$

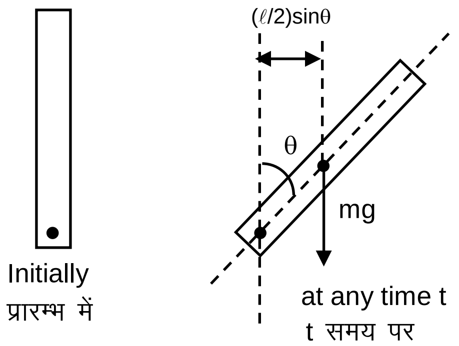
$\frac{\ell}{6} = \frac{M}{4\rho\pi\ell^2}$

$\ell^3 = \frac{3M}{2\rho\pi} = \frac{3}{2\rho\pi} \times \pi R^2 \ell\rho$

$\frac{\ell^2}{R^2} = \frac{3}{2}$

$\frac{\ell}{R} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

19.



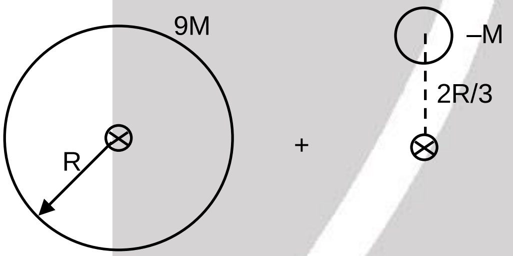
$$mg\sin\theta\frac{\ell}{2}=\frac{m\ell^2}{3}\alpha$$

$$\frac{3g}{2\ell}\sin\theta=\alpha$$

20. $I_p = I_0 + 7M(3R)^2$

$$=\left(\frac{MR^2}{2}+6\left(\frac{MR^2}{2}+M(2R)^2\right)\right)+7M(3R)^2=\frac{181}{2}MR^2$$

21.



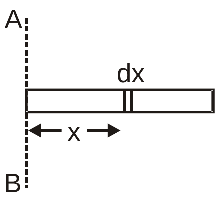
[Using negative mass concept] ऋणात्मक द्रव्यमान सिद्वान्त का उपयोग करने पर

$$I=\frac{9MR^2}{2}-\left[\frac{M\left(\frac{R}{3}\right)^2}{2}+M\left(\frac{2R}{3}\right)^2\right]$$

$$= MR^2\left[\frac{9}{2}-\frac{1}{18}-\frac{4}{9}\right]=4MR^2$$

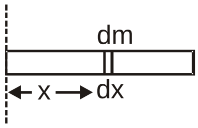
HIGH LEVEL PROBLEMS (HLP)

1. (i)

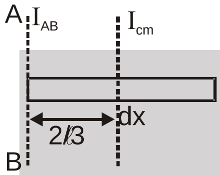


$I_{AB} = \int dmx^2$ $\qquad$ $I_{AB} = \int_0^{\ell} ax^3dx = \left(\frac{a\ell^4}{4}\right)$

(ii)



$$x_{cm} = \frac{\int_0^{\ell} ax^2 dx}{\int_0^{\ell} ax\, dx} = \left(\frac{2}{3}\ell\right)$$



$$I_{AB} = I_{cm} + m\left(\frac{2}{3}\ell\right)^2$$

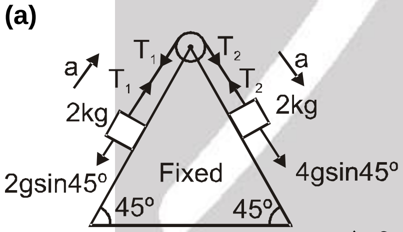
$$I_{cm} = I_{AB} - \frac{4m\ell^2}{9}$$

$$m = \int_0^{\ell} ax \; dx = \frac{a\ell^2}{2}$$

$$I_{cm} = \frac{a\ell^4}{4} - \frac{2a\ell^4}{9}$$

$$\left[I_{cm} = \frac{a\ell^4}{36}\right]$$ **Ans.**

2. **(a)**



For 2kg mass, 2 kg द्रव्यमान के लिए

$T_1 - 2g \sin 45^o = 2a$ ......(i)

For 4kg mass 4 kg द्रव्यमान के लिए

$4g \sin 45^o - T_2 = 4a$ .....(ii)

For pulley, घिरनी के लिए

$r(T_2 - T_1) = I\alpha = I(a/r)$ .....(iii) $\left(I = \left(\frac{mr^2}{2}\right)\right)$

From eq. (i),(ii) and (iii) समीकरण (i), (ii) व (iii) से

$$a = \frac{(4-2)g\sin\theta}{\left(4+2+\frac{I}{r^2}\right)}$$

$$a = \frac{(4-2)\times 10\times 1/\sqrt{2}}{\left(4+2+\frac{0.5}{0.01}\right)}$$

$a = 0.248 = (0.25 \text{ m/s}^2)$

(b) $m_1 = 4kg$ $m_2 = 2kg$

$\mu = 0.2$ (between inclined plane and 2kg block) (2 kg ब्लॉक व नत तल के अनुदिश)

$I = 0.5\ kg\text{-}m^2$ $r = 0.1\ m$

$m_1 g\sin\theta - T_2 = m_1 a$ ....(i)

$T_1 - (m_2 g\sin\theta + \mu m_2 g\cos\theta) = m_2 a$ ....(ii)

$r(T_1 - T_2) = I.\alpha = \left(I\dfrac{a}{r}\right)$ ....(iii)

From eq. (i),(ii) and (iii) समीकरण (i), (ii) व (iii) से

$m_1 g\sin\theta - (m_2 g\sin\theta + \mu m_2 g\sin\theta) + \dfrac{Ia}{r^2} = m_1 a + m_2 a$

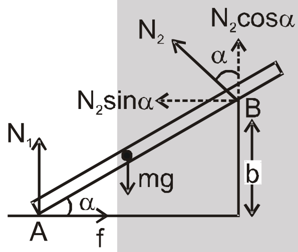
Put values : मान रखने पर

$4g\sin45^o - (2g\sin45^o + 0.2\ 2g\sin45^o) + \dfrac{0.5}{0.01}a = 6a$

$\Rightarrow$ $27.80 - (13.69 + 6.95) = 56a$

$=$ $a = \dfrac{7}{56} = (0.125\ m/s^2)$.

3.



$N_2 \sin\alpha = f$ ——(i)

$N_1 + N_2\cos\alpha = mg$ ——(ii)

Torque about point A बिन्दु A के सापेक्ष बलार्घूण

$(N_2\cos\alpha)\left(\dfrac{b}{\tan\alpha}\right) + N_2\sin\alpha\ b = mg\ a/2\ \cos\alpha)$

$N_2 = \dfrac{(mga\cos\alpha\ \ \sin\alpha)}{2b}$

$N_2\cos\alpha = \dfrac{(mga\cos^2\alpha\ \ \sin\alpha)}{2b}$

From equn. समीकरण ....(ii) से

$N_1 = mg - N_2\cos\alpha = mg - \dfrac{mga\cos^2\alpha\sin\alpha}{2b}$

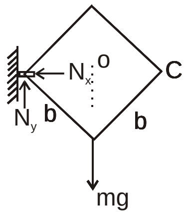
$N_1 = mg\ \dfrac{(2b - a\cos^2\alpha\sin\alpha)}{2b}$

$N_2\sin\alpha = \mu N_1$

$\mu = \dfrac{N_2\sin\alpha}{N_1}$

$\mu = \dfrac{\dfrac{mg\ \ a\cos\alpha\sin^2\alpha}{2b}}{\dfrac{mg(2b - a\cos^2\alpha\sin\alpha)}{2b}}$ $\Rightarrow \mu = \left[\dfrac{a\cos\alpha\ \cdot\ \sin^2\alpha}{2b - a\cos^2\alpha\sin\alpha}\right]$

4.



$$mg\left(b/\sqrt{2}\right) = I\,\alpha\ ,\ I = \frac{mb^2}{6} + m\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \qquad I = \frac{mb^2}{6} + \frac{mb^2}{2} = \frac{mb^2}{2}\left(1+\frac{1}{3}\right)$$

$$I = \frac{2mb^2}{3}$$

Hence अत: $\dfrac{mgb}{\sqrt{2}} = \dfrac{2mb^2}{3}\ \alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{3g}{2\sqrt{2}b}$

Acc^n of corner C = $\sqrt{b^2+b^2}\ \alpha = \dfrac{3g}{2}$

Acceleration of O in horizontal direction is zero So $N_x = 0$

क्षेतिज दिशा में त्वरण शून्य है अत:

C भाग का त्वरण = $\sqrt{b^2+b^2}\ \alpha = \dfrac{3g}{2}$

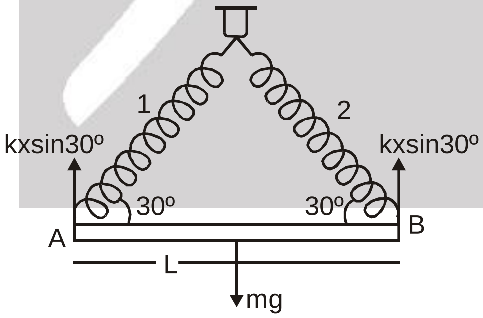
O बिन्दु का वेग शून्य है। इसलिए $N_x = 0$

$$mg - N_y = m\ \frac{b}{\sqrt{2}}\ \alpha$$

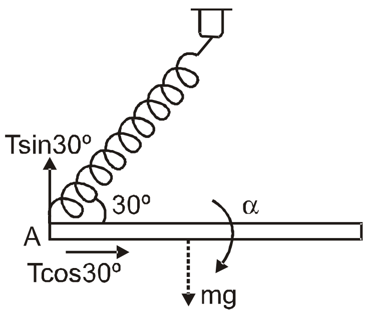
$$= m\ \frac{b}{\sqrt{2}}\left(\frac{3g}{2\sqrt{2}\ b}\right) = \frac{3\ mg}{4}$$

$$\therefore \qquad N_y = \frac{mg}{4}$$

5. **(a)**



(i)



Before cutting काटने के पहले 2k xsin30º = mg

kx = mg (T = kx = mg)

After cutting काटने के बाद

(ii) Torque about COM COM के सापेक्ष बल आघूर्ण

$$(T\sin 30^\circ) \times \frac{\ell}{2} = I\alpha$$

$$\frac{mg\ell}{4} = \frac{m\ell^2}{12}.\alpha$$

$$\alpha = \left(\frac{3g}{\ell}\right) \text{ (clockwise) (दक्षिणावृर्त्त)}$$

(b) acceleration of point A A बिन्दु का त्वरण

$$ma_x = T\cos 30^\circ$$

$$a_x = \frac{mg\sqrt{3}}{2m} = \frac{\sqrt{3}g}{2} = a_{AC} \rightarrow$$

$$mg - T\sin 30^\circ = ma_y$$

$$mg - \frac{mg}{2} = ma_y$$

$$a_{Ay} = \left(-\frac{g}{2}\right) + \frac{\alpha\ell}{2} = -\frac{g}{2} + \frac{3g}{2} = (g)\ (\uparrow)$$

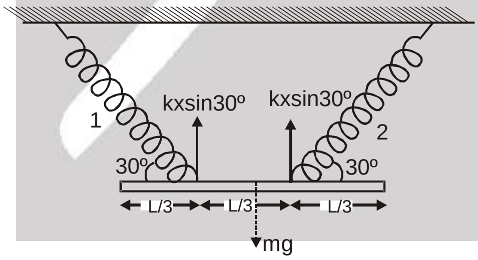
$$a_A = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \hat{j}\right) g$$

(c) $$a_{Bx} = \frac{\sqrt{3}}{2} g \rightarrow$$

$$a_{By} = \left(\frac{g}{2}\right) + \frac{\alpha\ell}{2} = 2g\ (\downarrow)$$

$$a_B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - 2\hat{j}\right) g$$

(ii)

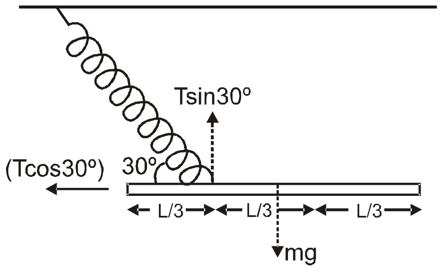


Before cutting काटने के पहले

$$mg = 2kx\sin 30^\circ = kx = T$$

$$T = mg.$$

After cutting काटने के बाद



(a) Torque about COM   COM के सापेक्ष बल आघूर्ण

$$(T\sin 30^\circ)\left(\frac{\ell}{6}\right) = I.\alpha$$

$$(mg)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\ell}{6}\right) = \frac{m\ell^2}{12}.\alpha$$

$$\alpha = \left(\frac{g}{\ell}\right) \text{ (cw).}$$

(b) $(T\cos 30^\circ) = ma_x$

$$mg\ \frac{\sqrt{3}}{2} = ma_x$$

$$a_x = \left(\frac{\sqrt{3}g}{2}\right)$$

$$a_{Ax} = \frac{\sqrt{3}g}{2}(-\hat{i})$$

$$mg - \frac{ma}{2} = ma_y$$

$$a_y = \frac{g}{2}\ (-\hat{j})$$

$$a_{Ay} = (a_y - \alpha\frac{\ell}{2}) = \left(\frac{g}{2}\right) - \frac{g}{\ell}\left(\frac{\ell}{2}\right) = 0$$

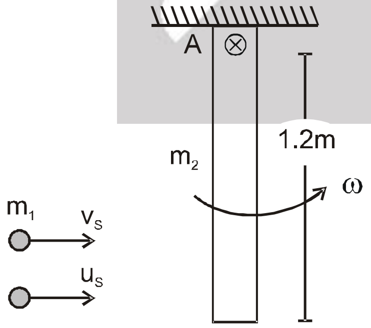
$$\vec{a}_A = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}g\hat{i}\right)$$

(c) $\vec{a}_{cx} = -\frac{\sqrt{3}}{2}g\hat{i}$

$$\vec{a}_{cy} = -\left(\frac{g}{2} + \alpha\frac{\ell}{2}\right)\hat{j} = -g\hat{j}$$

$$a_c = a_{cx}\hat{i} + a_{cy}\hat{j} = -.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}g\hat{i} + g\hat{j}\right)$$

6.



Angular momentum about point A

$L_i = m_1v_s\ell$ (u_s : Final velocity of ball after collision)

A बिन्दु के सापेक्ष कोणीय संवेग :

$L_i = m_1v_s\ell$ (u_s : टक्कर के बाद गेंद का अंतिम वेग)

$$L_f = \frac{m_2\ell^2}{3}\omega + m_1u_s\ell$$

$$L_i = L_f$$

$$(m_1 v_s \ell = \frac{m_2 \ell^2 .\omega}{3} + m_1 u_s \ell)$$

$$2 \times 5 = \frac{8 \times 1.2 \times \omega}{3} b + (2 \times u_s)$$

$$10 = \frac{32 \quad \omega}{10} + 2u_s \qquad .... \text{(i)}$$

Coefficient of restitution प्रत्यावस्थान गुणांक

$$e = \frac{\omega\ell - u_s}{v_s}$$

$$0.8 = \frac{\omega\ell - u_s}{v_s}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{\omega \quad (1.2) - u_s}{5}$$

$$4 = \frac{6\omega}{5} - u_s$$

$$u_s = \left(\frac{6\omega - 20}{5}\right) \qquad .... \text{(ii)}$$

Put equation (ii) in equation (i)
समीकरण (ii) को समीकरण (i) में रखने पर

$$10 = \frac{32\omega}{10} + 2\left(\frac{6\omega - 20}{5}\right)$$

$$10 = \frac{32\omega}{10} + \frac{12\omega - 40}{5}$$

$$100 = 32\omega + 24\omega - 80$$

$$\omega = \frac{45}{14}$$

Put ω in equation (ii)
ω को समीकरण (ii) में रखने पर

$$u_s = \left(\frac{6\omega - 20}{5}\right)$$

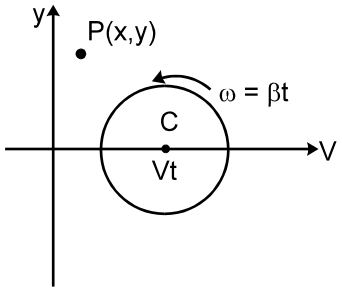
$$u_s = \frac{6\left(\frac{45}{14}\right) - 20}{5}$$

$$u_s = \frac{270 - 280}{14 \times 5} = -\frac{10}{14 \times 5} = \left(-\frac{1}{7}\right)$$

So direction is $(\leftarrow)$ $u_s \left(\frac{1}{7}\right)$

इसलिए दिशा $(\leftarrow)$ $u_s \left(\frac{1}{7}\right)$

7. (a)



Let coordinates of instantaneous axis of rotation be P(x,y).
then velocity of P w.r.t. ground is zero.
माना ताक्षणिक घूर्णन अक्ष के निर्देशांक P(x,y).
तब P का वेग C के सापेक्ष शून्य है।

$\Rightarrow \quad \vec{\omega} \times \overrightarrow{CP} + v\hat{i} = 0$

$\Rightarrow \quad b\,t\,(\hat{k}) \times [(x - v \quad t) \quad \hat{i} + y\hat{j}] + v\hat{i} = 0$

$\Rightarrow \quad x = vt$

and $\quad \beta yt = V$

from these eliminating t

और $\beta yt = V$

उपरोक्त समीकरण से t को हटाने पर

$\frac{\beta y}{v} . \frac{x}{\upsilon} = 1 \qquad$ or $\qquad xy = \frac{v^2}{\beta}$

$\Rightarrow$ locus of P is a Hyperbola.

$\Rightarrow$ अतः P का बिन्दुपथ अतिपरवलय होगा

(b) Here coordinate at point C = $\left(\frac{1}{2}Nt^2,\ 0\right)$

(b) C बिन्दु के निर्देशांक = $\left(\frac{1}{2}Nt^2,\ 0\right)$

$\therefore \quad \vec{\omega} \times \overrightarrow{CP} + v\hat{i} = 0$

$\Rightarrow \quad \omega\hat{k} \times \left[(x - \frac{1}{2}w \quad t^2)\hat{i} + y\hat{j}\right] + w \quad t\hat{i} = 0 \ \Rightarrow \ x = \frac{1}{2}w \quad t^2$

$\omega y = w\,t$

from these eliminating t,

t को हटाने पर

$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}w \left(\frac{\omega}{w}\right)^2 y^2$

$\Rightarrow \quad x = \frac{\omega^2}{2 \quad w} y^2$

Eqn. of parabola.

समीकरण परवलय की है।

8. $a = \alpha R$

$mg \sin 30^0 - T = ma$ ....(1)

or और $\frac{mg}{2} - T = ma$ ....(2)

$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{TR}{\frac{1}{2}MR^2}$

$\alpha = \frac{2T}{MR}$ ....(3)

Solving Equations (1), (2) and (3) for T, we get

T के लिए समीकरण (1), (2) तथा (3) को हल करने पर

$$T = \frac{1}{2}\frac{M\,mg}{M+2m}$$

Substituting the value, we get

$$T = \left(\frac{1}{2}\right)\left\{\frac{(2)(0.5)(9.8)}{2+(0.5)(2)}\right\} = 1.63 \text{ N}$$

$T = 1.63$ N

(ii) From Eq. (3) , angular retardation of drum

$$\alpha = \frac{2T}{MR} = \frac{(2)(1.63)}{(2)(0.2)} = 8.15 \text{ rad/s}^2$$

or linear retardation of block

$$a = R\alpha = (0.2)\ (8.15) = 1.63 \text{ m/s}^2$$

At the moment when angular velocity of drum is

$$\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$$

The linear velocity of block will be

$$v_0 = \omega_0 R = (10)\ (0.2) = 2 \text{ m/s}$$

Now, the distance (s) travelled by the block until it comes to rest will be given by

मान रखने पर हम प्राप्त करेंगे

$$T = \left(\frac{1}{2}\right)\left\{\frac{(2)(0.5)(9.8)}{2+(0.5)(2)}\right\} = 1.63 \text{ N}$$

$T = 1.63$ N

समीकरण (iii) से ड्रम का कोणीय मंदन

$$\alpha = \frac{2T}{MR} = \frac{(2)(1.63)}{(2)(0.2)} = 8.15 \text{ rad/s}^2$$

ब्लॉक का रेखीय मंदन

$$a = R\alpha = (0.2)\ (8.15) = 1.63 \text{ m/s}^2$$

वह क्षण जब ड्रम का कोणीय वेग

$$\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$$

ब्लॉक का रेखीय वेग

$$v_0 = \omega_0 R = (10)\ (0.2) = 2 \text{ m/s}$$

अब ब्लॉक द्वारा तय दूरी जब तक यह विराम में नहीं आ जाये

$s = \frac{v^2_0}{2a}$ [Using $v^2 = v_0^2 - 2as$ with $v = 0$]

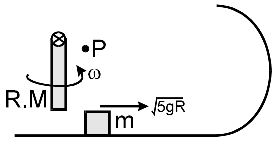
$s = \frac{v^2_0}{2a}$ [$v^2 = v_0^2 - 2as$ का उपयोग करने पर $v = 0$]

$= \frac{(2)^2}{2(1.63)}$ m

or या $s = 1.22$ m

Ans. (a) 1.633 N (b) 1.224 m **[JEE - 1994]**

9. Minimum velocity required by block 'm' to complete the motion in $\sqrt{5gR}$



conserving mech. energy

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\,.\,\frac{R}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{MgR}{I}}$$

Cons. angular momentum wrt P before & after collision.

$$I\omega = m.R\sqrt{5gR}$$

$$I\sqrt{\frac{MgR}{I}} = mR\sqrt{5gR}$$

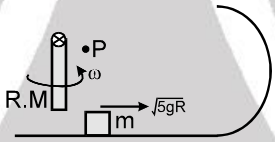
$$MgRI = m^2R^2\,5gR$$

putting $I = \frac{ML^2}{3}$

$$\frac{M}{m} = \sqrt{15}$$

Ans. : $\frac{M}{m} = \sqrt{15}$

Sol. ब्लॉक 'm' को पूरा एक चक्कर लगाने के लिए न्यूनतम वेग $\sqrt{5gR}$ होना चाहिए।



यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg - \frac{R}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{MgR}{I}}$$

बिन्दु P के सापेक्ष टक्कर तथा टक्कर के बाद कोणीय संवेग संरक्षण से

$$I\omega = m.R\sqrt{5gR}$$

$$I\sqrt{\frac{MgR}{I}} = mR\sqrt{5gR}$$

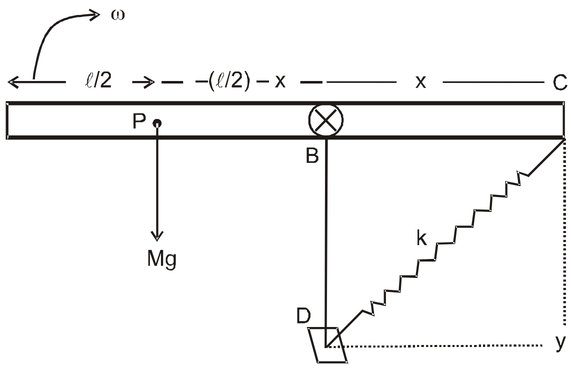
$$MgRI = m^2R^2\,5gR$$

$I = \frac{ML^2}{3}$ रखने पर

$$\frac{M}{m} = \sqrt{15}$$

Ans. : $\frac{M}{m} = \sqrt{15}$

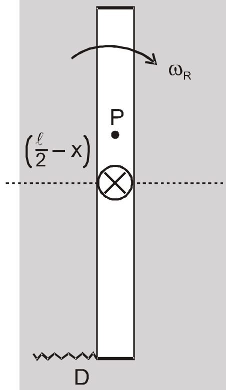
10. (i)



L = Natural length of spring

L = स्प्रिंग को बिना खोली अवस्था में लम्बाई

(ii)



(a) By energy conservation from (i) to (ii)

(a) (i) तथा (ii) में ऊर्जा संरक्षण से

$$\left[\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}I\omega_1^2 + mg\left(\frac{\ell}{2} - x\right)\right] \quad \text{............ (i)}$$

$$I = I_{cm} + \left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2,$$

$$I = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2 \quad \text{............ (ii)}$$

$$\left(x = \sqrt{x^2 + y^2} - L\right) \quad \text{............ (iii)}$$

Put equation (ii) and (iii) in equation (i)

समीकरण (ii) तथा (iii) को (i) में रखने पर

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}K\left(\sqrt{x^2 + y^2} - L\right)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2\right)\omega_1^2 + mg\left(\frac{\ell}{\alpha} - x\right)$$

$x = 150$ mm, $y = 20$ mm, $\ell = 450$ mm, $K = 300$ N/m

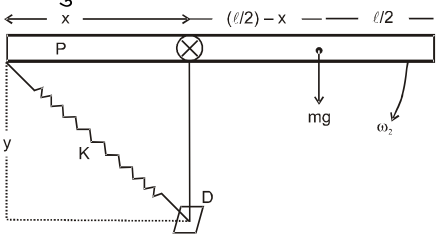
$m = 3$ kg, $\omega = 4$ rad/sec

Put all the data समीकरण में मान रखने पर

$$\omega_1 = \frac{2}{3}\sqrt{86} \text{ rad/sec}$$

(b) rotating to 180° condition is

(b) 180° घुमाने पर



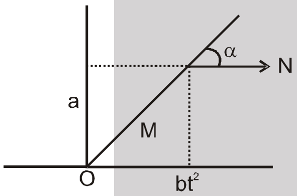
This is like a initial condition so $\omega_2 = \omega$

ω_2 = 4 rad / sec

यह प्रारम्भिक स्थिति की तरह है, अतः $\omega_2 = \omega$

ω_2 = 4 rad / sec.

11.



Force moment relative to point O

O बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण

$$\vec{N} = \frac{d\vec{M}}{dt} = 2\vec{b}t$$

Let the angle between $\vec{M}$ and $\vec{N}$

माना $\vec{M}$ तथा $\vec{N}$ के बीच कोण

$\alpha = 45^o$ at $t = t_0$

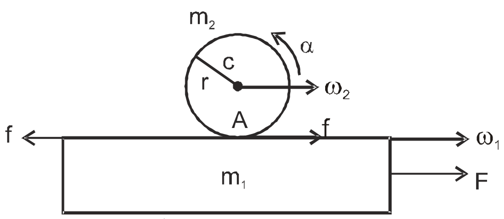
Then तब $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\vec{M} \;.\; \vec{N}}{|\vec{M}|\;|\vec{N}|} = \frac{(\vec{a}+\vec{b}t_0^2).2\vec{b}t_0}{\sqrt{a^2+b^2t_0^4}\quad 2bt_0}$

$$= \frac{2b^2t_0^3}{\sqrt{a^2+b^2t^4}\;\;.\;\;2bt_0} = \frac{bt_0^2}{\sqrt{a^2+b^2t_0^4}}$$

Solving हल करने पर, $t_0 = \sqrt{\frac{a}{b}}$ (as t_0 cannot be nagative) (t_0 ऋणात्मक नहीं हो सकता)

Therefore अतः $\vec{N} = 2\vec{b}t_0 = 2\vec{b}\sqrt{\frac{a}{b}}$

12.



α = कोणीय त्वरण

α = कोणीय त्वरण

तख्ते के लिए

$F - f = m_1\omega_1$ .... (i)

गोले के लिए बल आघूर्ण C बिन्दु के सापेक्ष

$$fr = I_c\alpha = \frac{2}{5}m_2r^2\alpha \qquad .... (ii)$$

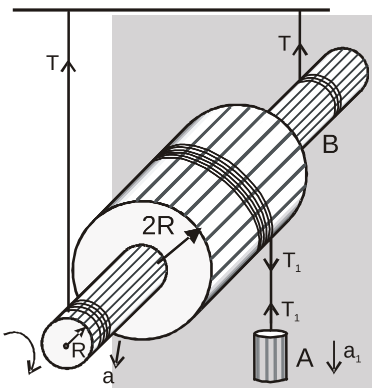
माना ω_2 गोले के द्रव्यमान केन्द्र का कोणीय त्वरण A बिन्दु पर है।

$$(\omega_1 = \omega_2 + \alpha r) \qquad .... (iii)$$

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) से

$$\omega_1 = \frac{F}{\left(m_1 + \frac{2}{7}m_2\right)} \qquad \text{तथा} \qquad \omega_2 = \left(\frac{2}{7}\omega_1\right)$$

13.



For cylinder बेलन के लिए

$$Mg + T_1 - 2T = Ma \qquad ......(i)$$

Torque about axis of rotation घूर्णन अक्ष के सापेक्ष बल आघूर्ण

$$2TR + T_1(2R) = I.\alpha = \left(I \quad . \quad \frac{a}{R}\right) ....(ii) \qquad (a = \alpha R)$$

For weight A A भार के लिए

$$mg - T_1 = ma_1$$

No slipping between pulleys and thread

घिरनी व डोरी के मध्य कोई फिसलन नहीं है।

$$a_1 = a + \alpha(2R) = (3a) \qquad ....(iii)$$

From equation (i), (ii) and (iii)

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) से

$$\left\{a_1 = \frac{3(M+3m)\ \ g}{\left(M + 9m + \frac{I}{R^2}\right)}\right\}$$

14. Velocity of end A at the moment it strikes ground = $\sqrt{2gh}$ **.** If velocity of COM of rod just after collision v′ and angular velocity acquired by the rod is ω clockwise as shown then using equation for coefficient of restitution velocity of approach = velocity of sep. (applied at point A).

$$\sqrt{2gh} = v' + \frac{L}{2}\omega\cos\theta \qquad ....(1)$$

Angular momentum can be conserved about A just before collision & after collision as only impulsive force will be acting at A only.

$$\sqrt{2gh}\ M\ \frac{L}{2}\ \cos\theta = I_{cm}\ \omega - Mv'\ \frac{L}{2}\ \cos\theta \quad ....(2)$$

Putting value of $\omega = (\sqrt{2gh} - v')\ \dfrac{2}{L\cos\theta}$

from (1)

$$\sqrt{2gh}\ M.\ \frac{L}{2}\ \cos\theta = \frac{ML^2}{12}\ (\sqrt{2gh}\ - v')\ \frac{2}{L\cos\theta} - Mv'\frac{L}{2}\ \cos\theta$$

$$\frac{L}{6\cos\theta}v' + \frac{L\cos\theta v'}{2} = \frac{L\sqrt{2gh}}{6\cos\theta}\ \frac{\sqrt{2gh}}{2}\quad L\cos\theta$$

$$v'\left[\frac{1+3\cos^2\theta}{6\cos\theta}\right] = \frac{(1-3\cos^2\theta)}{6\cos\theta}\ \sqrt{2gh}$$

$$v' = \left(\frac{1-\cos^2\theta}{1+3\cos}\right)\sqrt{2gh}$$

COM will of at maximum height when its velocity becomes zero during upward motion.

$$O = v'^2 - 2g\ H$$

$$H = \frac{v'^2}{2g} = \left(\frac{1-3\cos^2\theta}{1+3\cos^2\theta}\right)^2 h.$$

[Ans.: $H = \left(\frac{1-3\cos^2\theta}{1+3\cos^2\theta}\right)^2 h;\ h = \frac{49\pi\ell}{144}$]

Sol. A भाग की धरातल से टकराते समय वेग $= \sqrt{2gh}$

यदि टक्कर के ठीक बाद द्रव्यमान केन्द्र का वेग v′ हो छड़ द्वारा प्राप्त कोणीय वेग ω दक्षिणावर्त दिशा में चित्रानुसार है। प्रत्यावस्थता गुणांक की समीकरण का उपयोग करने पर पास आने का वेग = दूर जाने का वेग (A बिन्दु पर)

$$\sqrt{2gh} = v' + \frac{L}{2}\omega\cos\theta \qquad ....(1)$$

क्योंकि A बिन्दु पर आवेगित बल कार्यरत है। इसलिए A बिन्दु के सापेक्ष टक्कर के पहले तथा टक्कर के बाद कोणीय संवेग संरक्षण से

$$\sqrt{2gh}\ M\ \frac{L}{2}\ \cos\theta = I_{cm}\ \omega - Mv'\ \frac{L}{2}\ \cos\theta \quad ....(2)$$

$\omega = (\sqrt{2gh}\ - v')\ \frac{2}{L\cos\theta}$ का मान रखने पर

समीकरण (1) से

$$\sqrt{2gh}\ M.\ \frac{L}{2}\ \cos\theta = \frac{ML^2}{12}\ (\sqrt{2gh}\ - v')\frac{2}{L\cos\theta} - Mv'\frac{L}{2}\ \cos\theta$$

$$\frac{L}{6\cos\theta}v' + \frac{L\cos\theta v'}{2} = \frac{L\sqrt{2gh}}{6\cos\theta}\ \frac{\sqrt{2gh}}{2}\quad L\cos\theta$$

$$v'\left[\frac{1+3\cos^2\theta}{6\cos\theta}\right] = \frac{(1-3\cos^2\theta)}{6\cos\theta}\ \sqrt{2gh}$$

$$v' = \left(\frac{1-\cos^2\theta}{1+3\cos}\right)\sqrt{2gh}$$

द्रव्यमान केन्द्र ऊपर जाते समय अधिकतम ऊचाई पर होगा जब उसका वेग शून्य हो जाएगा।

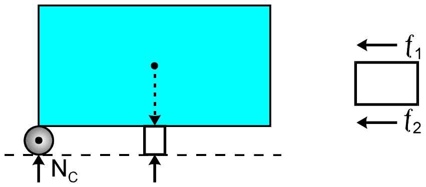
$$O = v'^2 - 2g\ H$$

$$H = \frac{v'^2}{2g} = \left(\frac{1-3\cos^2\theta}{1+3\cos^2\theta}\right)^2 h.$$

[Ans.: $H = \left(\frac{1-3\cos^2\theta}{1+3\cos^2\theta}\right)^2 h;\ h = \frac{49\pi\ell}{144}$]

15. $N_C + N_B = 250$

$N_B - x = 250 \times 3$



$N_B = \dfrac{750}{x}$

$f_1 = \dfrac{750}{x}\mu$

$f_2 = \left[\dfrac{750}{x} + 25\right] \mu$

workdone against friction

घर्षण के विरूद्ध किया गया कार्य

$$W = \int (f_1 + f_2)\ dx = \int_3^{4.5} \left(\frac{1500}{x} \times 0.3 + 7.5\right) dx = 450\ \ell n \frac{3}{2} + 7.5\,(4.5 - 3)$$

$= 450 \times 0.41 + 7.5 \times 1.5$

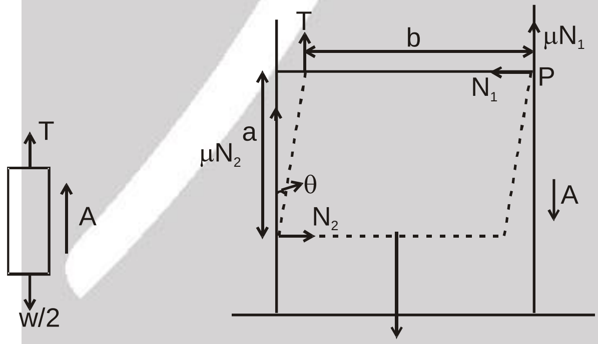
$\dfrac{1}{2}mv^2 = 400 \times 1.5 - 195.75$

$v^2 = (600 - 195.75) \times \dfrac{2}{2.5} = 161.7 \times 2 = 323.4$

$v = 18.52$ m/sec.

16. θ is very small θ बहुत छोटा है।

$\theta \approx 0^o$



Force balance in horizontal direction

क्षैतिज दिशा में बल संतुलित करने पर

$N_1 = N_2$

balancing torque about point P

P बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण संतुलित करने पर

For θ to be very small we can directly write

$T.b + \mu N_2 b - \dfrac{Wb}{2} - N_2 a = 0$

Force in y direction if acceleration of windows is A

यदि खिड़की का त्वरण A हो तो y दिशा में बल

$w - \mu N_1 - \mu N_2 - T = \dfrac{wA}{g}$ ... (ii)

For block ब्लॉक के लिए

$$T - \frac{W}{2} = \frac{WA}{2g}$$

$$T = \left(\frac{W}{2} + \frac{WA}{2g}\right) \qquad \text{.... (iii)}$$

Put equation (iii) in equation (i)
समीकरण (iii) को समीकरण (i) में रखने पर

$$\frac{W}{2}b + \frac{W}{2g}Ab + \mu N_1 b = N_1 a + \frac{Wb}{2}$$

$$\frac{WAb}{2g} = N_1 (a - \mu b)$$

$$N_1 = \left\{\frac{WAb}{2g\ (a-\mu b)}\right\} \qquad \text{..... (iv)}$$

Put N_1 and T in equation (ii)
N_1 तथा T का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$W - 2\mu\left(\frac{WAb}{2g\ (a-\mu b)}\right) - \frac{W}{2} - \frac{WA}{2g} = \frac{WA}{g}$$

$$\frac{W}{2} - \frac{\mu\ WAb}{g\ (a-\mu b)} = \frac{3WA}{2g}$$

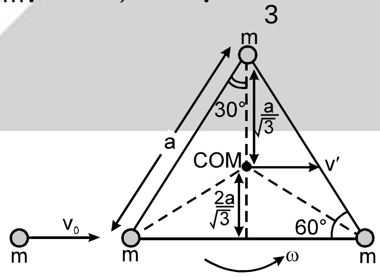
$$1 - \frac{2\mu\ Ab}{g\ (a-\mu b)} = \frac{3A}{g}$$

$$g\ (a - \mu b) = (2\mu b + 3a - 3\mu b)A$$

$$A = \frac{(a-\mu b)\ g}{(3a-\mu b)} \ \textbf{Ans.}$$

17. After collision, let COM move by velocity v′ and system starts rotating by angular velocity ω about COM.
Using cons. of linear momentum
टक्कर के बाद, माना COM, V वेग से गति करता है, और निकाय COM के सापेक्ष ω कोणीय वेग से घुमाना प्रारम्भ कर देता है। रेखीय संवेग संरक्षण लगाने पर

$$mv_0 = 3mv' \qquad \Rightarrow \qquad v' = \frac{v_0}{3}$$



conserving angular momentum about COM
COM के सापेक्ष कोणीय संवेग संरक्षण लगाने पर

$$mv_0 . \frac{a}{2\sqrt{3}} = I\omega = \left(\frac{ma^2}{3} \times 3\right).\omega = ma^2\omega$$

$$\omega = \frac{v_0}{2\sqrt{3}\ a}$$

(a) Time to complete half revolution. आधा चक्कर पूरा करने में लगा समय

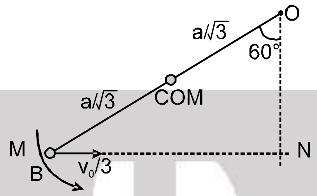
$$t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{2\sqrt{3}\ a\pi}{v_0}$$

(b) Particle 'B' completes half cycle during this duration. It's position const. COM in shown.

इस अन्तराल में कण 'B' आधा चक्कर पूरा करता है। इसकी स्थिति में COM दिखाई गई स्थिति

Disp. of B in x-direction = Disp. due to linear motion of COM
+ Disp. due to Angular motion.

x-दिशा में B का विस्थापन = COM के रेखीय गति के कारण विस्थापन + कोणीय गति के कारण विस्थापन



$$x_B = \frac{v_0}{3}.t + MN$$

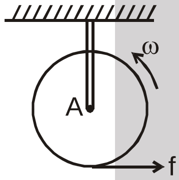
$$= \frac{v_0}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}\quad a\pi}{v_0} + \frac{2a}{\sqrt{3}}.\cos 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}a\pi + a$$

Disp. in Y-direction Y दिशा में विस्थापन

$$Y_B = \frac{2a}{\sqrt{3}}\cos 60° \qquad = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Total displacement कुल विस्थापन $= \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$

18.



f = μ mg

Torque about A

A बिन्दु के सापेक्ष बल आघूर्ण

$$R(\mu\, mg) = \frac{mR^2}{2}\cdot\alpha$$

$$\frac{2\mu g}{R} = \alpha$$

$$\frac{2\times 0.25\times 10}{R} = \alpha$$

$$\alpha = \left(\frac{5}{R}\right)$$

at constant angular speed

नियत कोणीय चाल पर

$$\omega = \left(\frac{v}{R}\right)$$

$$\left(\frac{v}{R}\right)^2 = 2\alpha\quad(2\pi n)$$

$$n = \left(\frac{v^2}{4\alpha\pi R^2}\right) = \frac{18\times 18}{4\times 5.R.\pi}$$

$n = \left(\frac{18\times18}{20.R.\pi}\right) = \frac{18\times18}{20\times75\times10^{-3}\times\pi}$

$n = \frac{18\times18\times10^3}{20\times75\times\pi} = \left(\frac{6\times18\times10^3}{20\times\pi\times20}\right)$

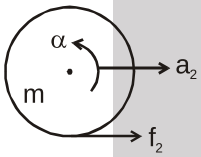
$n = \left(\frac{6\times18\times4}{\pi\times2}\right)$

$n = \frac{36\pi6}{\pi} = \frac{216}{\pi}$

Number of revolutions executed by the disk before it comes at constant angular velocity $n = \left(\frac{216}{\pi}\right)$.

नियत कोणीय वेग पर आने से पहले चकती द्वारा लगाये गये चक्करों की संख्या $n = \left(\frac{216}{\pi}\right)$.

19.



Friction on plate due to ground $f_1 = 7.5 \times 0.2 \times 10 = 15$
सतह के कारण प्लेट पर घर्षण $f_1 = 7.5 \times 0.2 \times 10 = 15$
$25 - 15 - f_2 = 1.5\, a_1$
$f_2 = 6a_2$
$10 = 1.5\, a_1 + 6a_2$ ....(i)
$f_2 \,.\, r = mr^2 \,.\, \alpha$
$\Rightarrow \quad f_2 = ma_2$ ...(ii)
$f_2 = ma_1 - ma_2$
$a_2 + r\alpha = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 - a_2 = a_2$
$\Rightarrow \quad a_2 = a_1 - a_2$
$\Rightarrow \quad a_1 = 2a_2$

$10 - 3a_1 = 1.5\, a_1$

$\Rightarrow \quad a_1 = \frac{100}{45} = \frac{20}{9}$

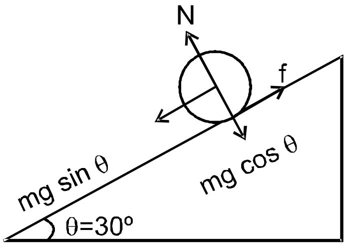
$a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{20}{18}$

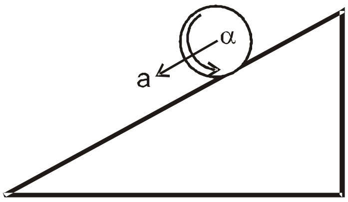
$v_1 = a_1 t = \frac{20}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{3}$ (Plate) (प्लेट)

$v_2 = a_2 t = \frac{20}{18} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$ (pipe). (पाइप)

$\omega_2 = \frac{v_2}{r} = \frac{5}{6} x \frac{1000}{\frac{160}{2}} = 10.42 \quad rad/s$ (pipe) (पाइप)

20. Under the given conditions only possibility is that friction is upwards and it accelerates downwards as shown below :





The equations of motion are :

$$a = \frac{mg \ \sin\theta \ - \ f}{m} = \frac{mg \ \sin \ 30^{\circ} \ - \ f}{m} = \frac{g}{2} - \frac{f}{m} \qquad ......(1)$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{fR}{I} = \frac{2f}{mR} \qquad ......(2)$$

For rolling (no slipping)

$a = R\alpha$ or $g/2 - f/m = 2f/m$

$\therefore \quad \frac{3f}{m} = g/2$ or $f = mg/6$

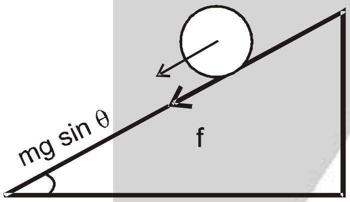
(1) $\quad f \le f_{max}$

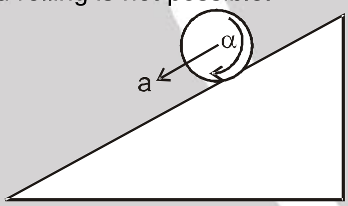
$\le \mu \text{ mg} \cos 30^{\circ} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \text{ mg}$

(2) Other possibilities which are not feasible are as follows :

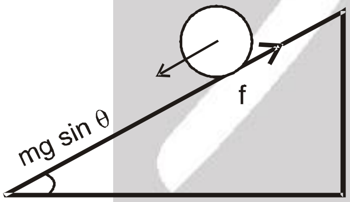
(a) Friction is downwards.

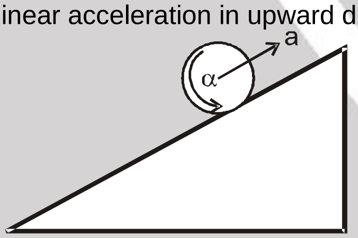
In this case a and α will be as shown and rolling is not possible.





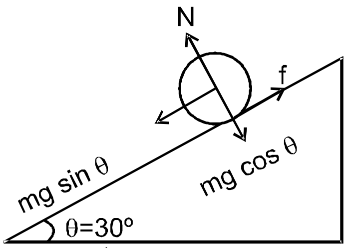
(b) Friction is upwards and the disc has linear acceleration in upward direction.

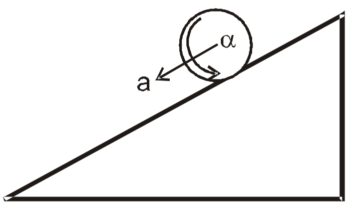




In this case also rolling is not possible.

Sol. दी गई शर्त के अन्तर्गत केवल यही सम्भव है कि घर्षण ऊपर की ओर व त्वरण नीचे की ओर है जैसा नीचे दर्शाया गया है।





गति की समीकरण है –

$$a = \frac{mg \ \sin\theta \ - \ f}{m} = \frac{mg \ \sin \ 30^{\circ} \ - \ f}{m} = \frac{g}{2} - \frac{f}{m} \qquad ......(1)$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{fR}{I} = \frac{2f}{mR} \qquad ......(2)$$

घूर्णन (बिना फिसले) के लिए

$a = R\alpha$ or $g/2 - f/m = 2f/m$

$\therefore \quad \frac{3f}{m} = g/2$ या $f = mg/6$

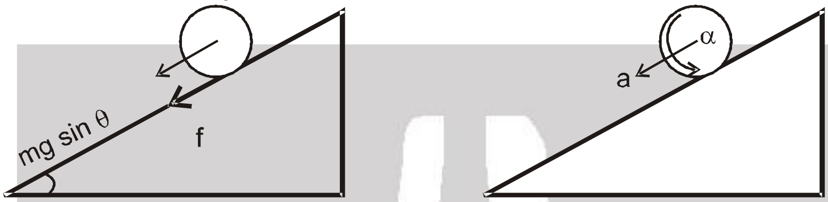
(1) $\quad f \le f_{max}$

$\le \mu\, mg \cos 30^o \le \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\, mg$

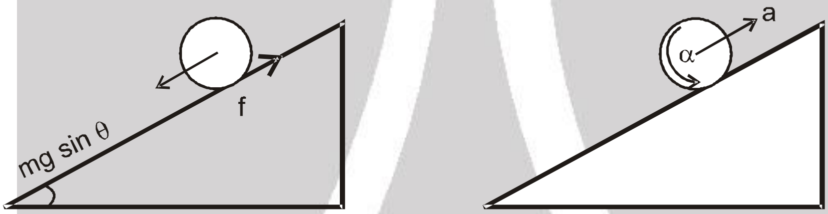
(2) अन्य सम्भावनाऐं जो सम्भव नहीं है निम्न है –

(a) घर्षण नीचे की ओर है।

इस स्थिति में a व α दर्शाये अनुसार है।

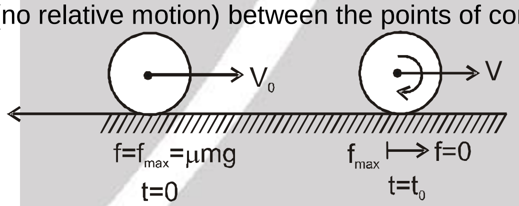


(b) चकती पर घर्षण ऊपर की ओर व रेखीय त्वरण ऊपर की ओर

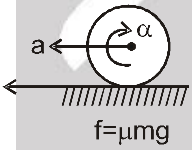


इस स्थिति में घूर्णन सम्भव नहीं है।

21. Between the time t = 0 to t = t_0. There is forward sliding, so friction, f is leftwards and maximum i.e., μ mg. For time t > t_0, friction f will become zero, because now pure rolling has started i.e., there is no sliding (no relative motion) between the points of contact.



So, for time t < t_0



Linear retardation, $\alpha = \frac{f}{m} = \mu g$ ($f = \mu$ mg)

and angular acceleration, $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{f\ R}{\frac{1}{2}mR^2} = \frac{2\mu g}{R}$

Now let V be the linear velocity and ω, the angular velocity of the disc at time $t = t_0$ then

$V = V_0 - at_0 = V_0 - \mu g t_0$ ......(1)

and $\quad \omega = \alpha\, t_0 = \frac{2\mu g t_0}{R}$ ......(2)

For pure rolling to take place

$V = R\omega$

i.e., $V_0 - 2\mu t_0 = 2\mu t_0$

$\Rightarrow$ $t_0 = \frac{V_0}{3\ \mu\ \ g}$

Substituting in Eq. (1), we have

$$V = V_0 - \mu g \left(\frac{V_0}{3\ \mu\ \ g}\right)$$

$$V = \frac{2}{3} V_0$$

Work done by friction

For $t \le t_0$, linear velocity of disc at any time t is $V = V_0 - \mu gt$ and angular velocity is $\omega = \alpha t = \frac{2\mu gt}{R}$. From work-energy theorem, work done by friction upto time t = Kinetic energy of the disc at time t – Kinetic energy of the disc at time t = 0

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} mV_0^2$$

$$= \frac{1}{2} m [V_0 - \mu gt]^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{2\mu gt}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} mV_0^2$$

$$= [mV_0^2 + m\mu^2g^2t^2 - 2mV_0\mu gt + 2m\mu^2g^2t^2 - mV_0^2]$$

or $$W = \frac{m\mu gt}{2} [3\mu gt - 2V_0]$$

For $t > t_0$, friction force is zero i.e., work done by friction is zero. Hence, the energy will be conserved. Therefore, total work done by friction over a time t much longer then t_0 is total work done upto time t_0 (because beyond the work done by friction is zero) which is equal to

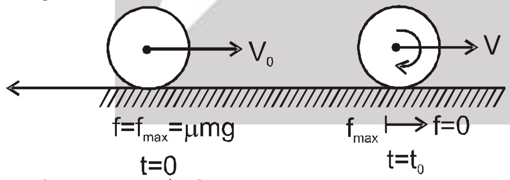
$$W = \frac{m\mu gt_0}{2} [3\mu gt_0 - 2V_0]$$

Substituting $t_0 = V_0/3\mu g$, we get

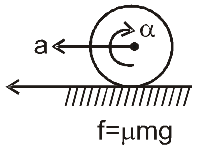
$$W = \frac{mV_0}{6} [V_0 - 2V_0]$$

$$W = -\frac{mV_0^2}{6}$$

Sol. $t = 0$ से $t = t_0$ समय के मध्य, यहाँ आगे की ओर फिसलन हो रही है। इसलिए घर्षण f बांयी ओर है एवं अधिकतम है। अर्थात् μ mg है। $t > t_0$, समय के लिए, घर्षण f शून्य है। क्योंकि शुद्ध घूर्णन गति प्रारम्भ हो गई है। अर्थात् यहाँ सम्पर्क बिन्दुओं के मध्य कोई फिसलन (सापेक्ष गति) नहीं है।



इसलिए $t < t_0$ के लिए



रेखीय त्वरण , $\alpha = \frac{f}{m} = \mu g \ (f = \mu\ mg)$

और कोणीय त्वरण, $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{f\ \ R}{\frac{I}{2}mR^2} = \frac{2\mu g}{R}$

अब V रेखीय वेग है और ω कोणीय वेग है। तब $t = t_0$ चकती का

$$V = V_0 - at_0 = V_0 - \mu gt_0 \qquad ......(1)$$

और $\quad \omega = \alpha\, t_0 = \frac{2\mu g t_0}{R}$ ......(2)

शुद्ध घूर्णन के लिए

$$V = R\omega$$

अर्थात् $\quad V_0 - 2\mu t_o = 2\mu t_o$

$\Rightarrow \quad t_0 = \frac{V_0}{3\ \mu\ g}$

समीकरण (1), में रखने पर, हम प्राप्त करते है

$$V = V_0 - \mu g \left(\frac{V_0}{3\ \mu\ g}\right)$$

$$V = \frac{2}{3}\, V_0$$

घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य

$t \le t_0$ के लिए, किसी समय t पर चकती का रेखीय वेग $V = V_0 - \mu gt$ है और कोणीय वेग $\omega = at = \frac{2\mu gt}{R}$ है। कार्य ऊर्जा प्रमेय से, t समय में घर्षण द्वारा किया गया कार्य = t समय पर चकती की गतिज ऊर्जा – समय (t = 0) पर चकती की गतिज ऊर्जा

$\therefore \quad W = \frac{1}{2}\, mV^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} mV_0^2$

$= \frac{1}{2} m\, [V_0 - \mu gt]^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} mR^2\right)\left(\frac{2\mu gt}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} mV_0^2$

$= \frac{1}{2}\, [mV_0^2 + m\mu^2 g^2 t^2 - 2mV_0\mu gt + 2m\mu^2 g^2 t^2 - mV_0^2]$

या $\quad W = \frac{m\mu gt}{2}\, [3\mu gt - 2V_0]$

$t > t_0$ पर से लिए, घर्षण बल शून्य है। घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है। अतः ऊर्जा संरचित रहेगी।
इसलिए, t समय मे घर्षण द्वारा किया गया कार्य t_0 तक किया गया कुल कार्य है। (क्योंकि इसके बाद घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है।)

$$W = \frac{m\mu g t_0}{2}\, [3\mu g t_0 - 2V_o]$$

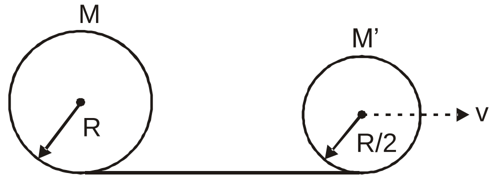
$t_0 = V_0/3\mu g$, रखने पर हम प्राप्त करते है

$$W = \frac{mV_0}{6}\, [V_0 - 2V_0]$$

$$W = -\frac{mV_0^2}{6}$$

22. Let M be the mass of unwound carpet. Then ,
माना बिना मूड़ी दरी का द्रव्यमान M तब

$$M' = \left(\frac{M}{\pi R^2}\right) \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{M}{4}$$



From conservation of mechanical energy :
यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण नियम से

$$MgR - M' g \frac{R}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{4}\right) v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

or या $MgR - \left(\frac{M}{4}\right) g \left(\frac{R}{2}\right) = \frac{Mv^2}{8} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \times \frac{M}{4} \times \frac{R^2}{4}\right)\left(\frac{v}{R/2}\right)^2$

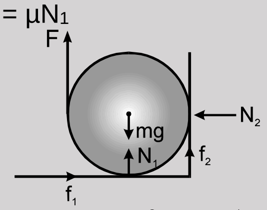
or या $\frac{7}{8} MgR = \frac{3Mv^2}{16}$ $\quad\therefore\quad$ $v = \sqrt{\frac{14\ Rg}{3}}$

23. When F is maximum equation. of rotational equilibrium.
जब F अधिकतम है तब घूर्णन साम्यावस्था समीकरण

$F.R. = \mu\ (N_1 + N_2)\ R$ ....(1)

For equilibrium in horizontal direction
क्षतिज दिशा में साम्यावस्था के लिए

$f_1 = N_2 = \mu N_1$ ....(2)



In vertical direction ऊर्ध्व दिशा के लिए

$F + N_1 = mg$

$F = \mu\ [(mg - F) + \mu\ (mg - F)]$

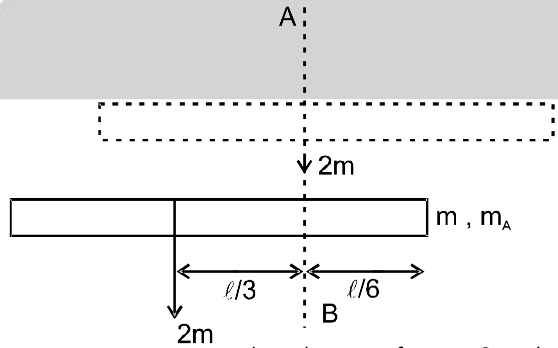
$\frac{1}{2}\left[(mg - F) + \frac{1}{2}(mg - F)\right]$ $\quad\left[\text{putting } \mu = \frac{1}{2}\right]\left[\mu = \frac{1}{2} \text{ रखने पर}\right]$

$F\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right] = \frac{3}{4} mg$

$F = \frac{3}{8}\ mg = \frac{3}{8} w$

[Ans.: 3w/8]

24. As fly moves to other end C.M must remains at same position so straw shifts left.
जैसे ही कीट (मच्छर) दुसरे सिरे की ओर गति करेगा द्रव्यमान केन्द्र उसी स्थिती पर रहेगा जिससे (straw) छड बायी तरफ स्थानान्तरित होगी।



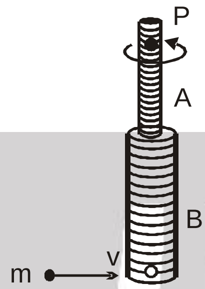
Torque about AB is balanced AB के सापेक्ष बलार्घूण सन्तुलित है।

$2mg\left(\frac{\ell}{3}\right) = (m + m_A)g\left(\frac{\ell}{6}\right)$

$4m = m + m_A$

$m_A = 3m$

25. System is free to rotate but not free to translate. During collision, net torque of the system (rod A + rod B + mass m) about point P is zero.
निकाय घूर्णन करने के लिए स्वतन्त्र है लेकिन स्थानान्तिरित गति के लिए स्वतन्त्र नही है। सम्पूर्ण निकाय (छड A + छड B + द्रव्यमान m) का बिन्दु P के सापेक्ष बलाघूर्ण शून्य है।
Therefore, angular momentum of system before collision = Angular momentum of system just after collision. (About P). Let ω be the angular velocity of system just after collision, then
अतः टक्कर से पूर्व निकाय का कोणीय संवेग = टक्कर के बाद निकाय का कोणीय संवेग (बिन्दु P के सापेक्ष).माना टक्कर के तुरन्त बाद निकाय का कोणीय वेग ω है तब



$L_i = L_f$

$\Rightarrow$ $mv\,(2l) = \ell\omega$

Here, ℓ = moment of inertia of system about P
यहां , ℓ = बिन्दु P के सापेक्ष निकाय का जडत्व आघूर्ण

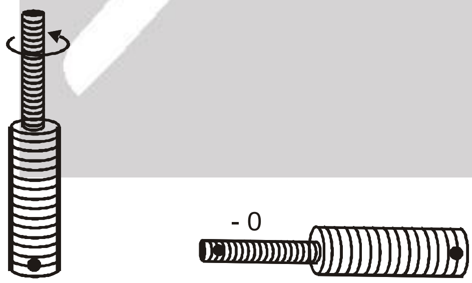
$$= m\,(2\ell)^2 + m_A\,(\ell^2\,/\,3) + m_B\left[\frac{\ell^2}{12}+\left(\frac{\ell}{2}+\ell\right)^2\right]$$

Given दिया है : $\ell = 0.6$ m, m = 0.05 kg, m_A = 0.01 kg and और m_B = 0.02 kg
Substituting the values, we get
मानो का प्रतिस्थापन करने पर
$I = 0.09$ kg–m^2
Therefore, from Eq. (1) अतः समीकरण (1) से

$$\omega = \frac{2mv\ell}{I} = \frac{(2)(0.05)(v)(0.6)}{0.09}$$

$$\omega = 0.67\,v \qquad ....(2)$$

Now after collision, mechanical energy will be conserved.
अब टक्कर के बाद यान्त्रिक ऊर्जा संरक्षण से



Therefore, decrease in rotational KE = increase in gravitational PE
अतः घूर्णन गतिज ऊर्जा में कमी = गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

or या $\frac{1}{2}I\omega^2 = mg\,(2\ell) + m_A\,g\left(\frac{\ell}{2}\right) + m_B\,g\left(\ell+\frac{\ell}{2}\right)$

or या $\omega^2 = \frac{g\ell(4m+m_A+3\,m_B)}{I}$

$$= \frac{(9.8)(0.6)(4\times0.05+0.01+3\times0.02)}{0.09} = 17.64\ (\text{rad /s})^2$$

$\therefore$ $\omega = 4.2$ rad/s ....(3)

Equating Eqs. (2) and (3) , we get   समीकरण (2) और (3) की तुलना करने पर

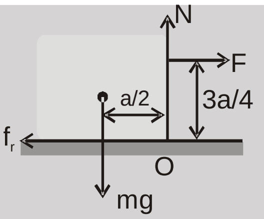
$$v = \frac{4.2}{0.67} m/s$$

or या $v = 6.3$ m/s

26. (i) In the limiting case normal reaction will pass through O. The cube will tip about O if torque of Fabout O exceeds the torque of mg.

(i) सीमान्त अवस्था में, अभिलम्ब प्रतिक्रिया 'O' से गुजरती है। तथा घन O के सापेक्ष लुढक जायेगा यदि F का O के साथ बलाघूर्ण mg के बलाघूर्ण से ज्यादा है तो–

Hence अतः $F\left(\frac{3a}{4}\right) > mg\left(\frac{a}{2}\right)$



or या $F > \frac{2}{3}$ mg

therefore, minimum value of F is $\frac{2}{3}$ mg.

अतः F का न्यूनतम मान $\frac{2}{3}$ mg होगा।

(ii) In this case since it is not acting at COM, toppling can occur even after body started sliding because of increasing the the torque of F about COM.hence $\mu_{min} = 0$,

(ii) इस स्थिति में क्योकि यह COM, पर कार्य नही कर रहा है अतः यदि वस्तु फिसलना शुरू कर देती है उसके बाद भी वस्तु पलट जायेगी क्योकि द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष F का बलाघूर्ण बढता है। अतः $\mu_{min} = 0$,

(iii) Now body is sliding before toppling, O is not I.A.R., torque equation can not be applied across it. It can now be applied about COM.

(iii) यदि वस्तु पलटन से पहले फिसलती है तो, O, I.A.R. नही है। तथा इसके सापेक्ष बलाघूर्ण सभी नही लगा सकते। बलाघूर्ण सभी COM के सापेक्ष लगायी जा सकती है।

$F \times \frac{a}{4} = N \times \frac{a}{2}$ .... (1)

N = mg .... (2)

from (1) and (2)   सभी (1) और (2) से

F = 2 mg

(iv) $F > \frac{2}{3}$ mg .... (1) (from sol. (i))

N = mg ....(2)

$F = \mu_s N = \mu_s mg$ .... (3) from (1) and (2)   सभी (1) और (2) से

$\mu_s = \frac{2}{3}$

27. **(a)** The distance of centre of mass (COM) of the system about point A will be :

$$r = \frac{\ell}{\sqrt{3}}$$

Therefore the magnitude of horizontal force exerted by the hinge on the body is

F = centripetal force

or $F = (3m)\, r\omega^2$

or $F = (3m)\left(\frac{\ell}{\sqrt{3}}\right)\omega^2$

or $F = \sqrt{3}\, m\ell\omega^2$ **Ans.**

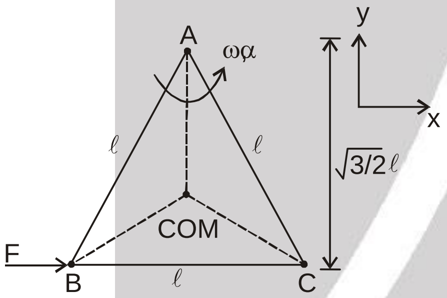
(b) Angular acceleration of system about point A is

$$\alpha = \frac{\tau_A}{I_A}$$

$$= \frac{(F)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\ell\right)}{2m\ell^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\,F}{4m\ell}$$

Now acceleration of COM along x-axis is



$\alpha_x = r\alpha = \left(\frac{\ell}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{4\,m\ell}\right)$

or $a_x = \frac{F}{4m}$

Now let F_x be the force applied by the hinge along x-axis. Then :

$F_x + F = (3m)\, a_x$

or $F_x + F = (3m)\left(\frac{F}{4m}\right)$

or $F_x + F = \frac{3}{4}F$ or $\mathbf{F_x = -\frac{F}{4}}$ **Ans.**

Further if F_y be the force applied by the hinge along y-axis. Then :

F_y = centripetal force

or $F_y = \sqrt{3}\, m\ell\omega^2$ **Ans.**

Sol. **(a)** निकाय के गुरूत्वीय केन्द्र का बिन्दु A से दूरी होगी :

$$r = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

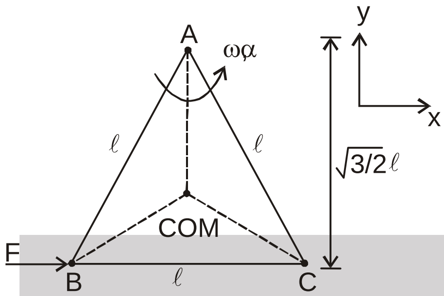
अतः कीलक द्वारा वस्तु पर आरोपित क्षैतिज बल का मापांक होगा -

F = अभिकेन्द्रीय बल या $F = (3m)\, r\omega^2$

या $F = (3m)\left(\frac{\ell}{\sqrt{3}}\right)\omega^2$ या $F = \sqrt{3}\, m\ell\omega^2$ **Ans.**

(b) बिन्दु A के सापेक्ष निकाय का कोणीय त्वरण -

$$\alpha = \frac{\tau_A}{I_A} = \frac{(F)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\ell\right)}{2m\ell^2} = \frac{\sqrt{3}\,F}{4m\ell}$$



COM का x अक्ष के अनदिश त्वरण -

$$\alpha_x = r\alpha = \left(\frac{\ell}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{4\,m\ell}\right) \text{ या } a_x = \frac{F}{4m}$$

माना x अक्ष के अनुदिश कीलक द्वारा बल F_x है तो :

$F_x + F = (3m)\,a_x$

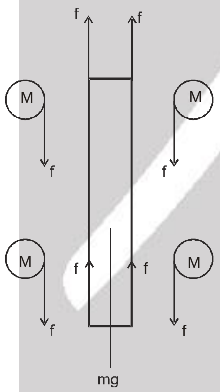
या $F_x + F = (3m)\left(\frac{F}{4m}\right)$ या $F_x + F = \frac{3}{4}F$ or $F_x = -\frac{F}{4}$ **Ans.**

यदि y अक्ष के अनुदिश कीलक द्वारा F_y बल है तो :

F_y = अभिकेन्द्रीय बल

या $F_y = \sqrt{3}\; m\ell\omega^2$ **Ans.**

28. (i)



(a) $mg - 4f = ma$ .... (i)

$fR = I\alpha = \frac{Ia}{R}$

$fR^2 = Ia$

$fR^2 = \frac{MR^2}{2}\,a$

$f = \left(\frac{Ma}{2}\right)$

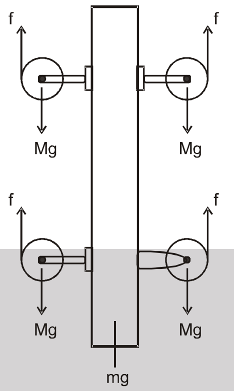
$mg = \left(\frac{4Ma}{2} + ma\right) = (2M + m)a$ M = 2kg, m = 5 kg

$a = \frac{5g}{9}\ (\downarrow)$

(b) If यदि $M = 0$
$f = 0$
$mg = ma$
$a = g(\downarrow)$

(c) $m = 0$
$mg = (2M + m)\,a$
$0 = a$
$a = 0$

(ii)



(a) $(m + 4M)g - 4f = (m + 4M)a$
Torque about centre of disk ($\alpha = a / R$)
चकती के केन्द्र के सापेक्ष बल आघूर्ण ($\alpha = a / R$)

$$f \cdot R = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a}{R}$$

$$f = \left(\frac{Ma}{2}\right)$$

$(m + 4M)\,g - 2Ma = (m + 4M)\,a$
$(m + 4M)\,g = (m + 6M)\,a$
$(5 + 8)\,g = (5 + 12)\,a$

$$a = \left(\frac{13g}{17}\right)(\downarrow)$$

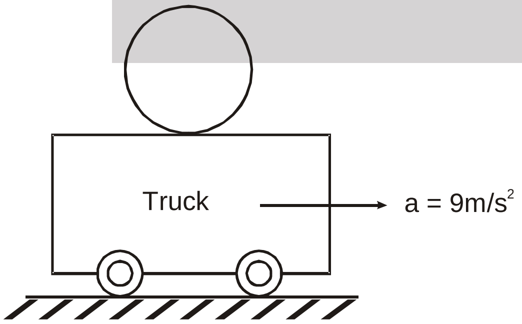
(b) If यदि $M = 0$
$mg = ma$
$a = g(\downarrow)$

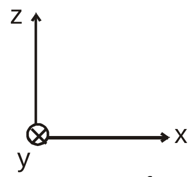
If यदि $M = 0$
$4Mg = 6Ma$

$$a = \frac{2g}{3}\ (\downarrow)$$

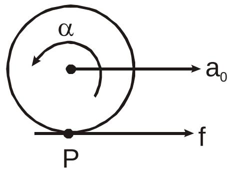
29. Given mass of disc $m = 2Kg$ and radius $R = 0.1$ m
चकती का दिया गया द्रव्यमान $m = 2Kg$ और त्रिज्या $R = 0.1$ m

(i) FBD of any one disc is किसी एक चकती का FBD

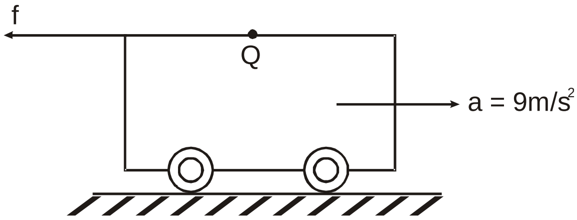




Frictional force on the should be in forward direction. चकती पर घर्षण बल आगे की और होना चाहिए।



Let a_0 be the acceleration of COM of disc α the angular acceleration about its COM. Then –
माना कि COM का त्वरण a_0 है व इसका COM के सापेक्ष कोणीय त्वरण α है। तब चकती के –



$a_0 = \frac{f}{m} = \frac{f}{2}$ ......(i)

$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{f.\ R}{\frac{1}{2}mR^2} = \frac{2f}{mR} = \frac{2f}{2 \times 0.1} = 10\,f$ ....(2)

Since there is no slipping between disc and truk therfore. चूंकि यहाँ चकती व ट्रक के मध्य फिसलन नहीं है।
Acceleration of point P = Acceleration of point Q
P बिन्दु का त्वरण = Q बिन्दु का त्वरण

$\therefore$ $a_0 + R\alpha = a$

or या $\left(\frac{f}{2}\right) + (0.1)(10\,f) =$

or या $\frac{3}{2} f = a \quad f = \frac{2a}{3} = \frac{2 \times 9.0}{3}$ N

$\therefore$ f = 6N

Since this force is acting in positive x-direction. चूंकि यह बल धनात्मक x-दिशा में कार्यरत है।
Therefore, in vector form अतः सदिश रूप में

$\vec{f} = (6\,\hat{i})$ N **Ans. 3 (i)**

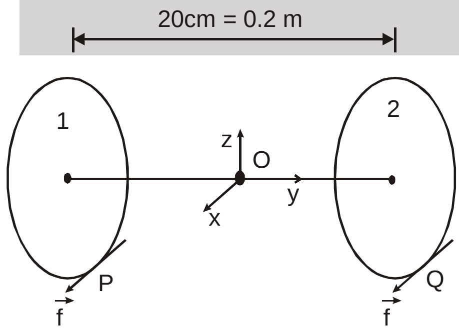
(ii) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{f}$

Here $\vec{f} = (6\,\hat{i})$ N (for both the discs

यहाँ $\vec{f} = (6\,\hat{i})$ N (दोंनो चकती के लिए

$\vec{r}_P = \vec{r}_1 = 0.1\,\hat{j} - 0.1\,\hat{k}$ and और

$\vec{r}_Q = \vec{r}_2 = 0.1\,\hat{j} - 0.1\,\hat{k}$ and और



Therefore, frictional torque on disk 1 about O (centre of mass)
अतः चकती 1 पर O द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष घर्षण बल आघूर्ण –

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{f} = (-0.1\,\hat{j} - 0.1\,\hat{k}) \times (6\,\hat{i})$ N-m

$= (0.6\,\hat{k} - 0.6\,\hat{j})$

or या $\quad \vec{r}_1 = 0.6\,(\hat{k} - \hat{j})$ N-m $\Rightarrow 0.6\,(\hat{k} - \hat{j})$

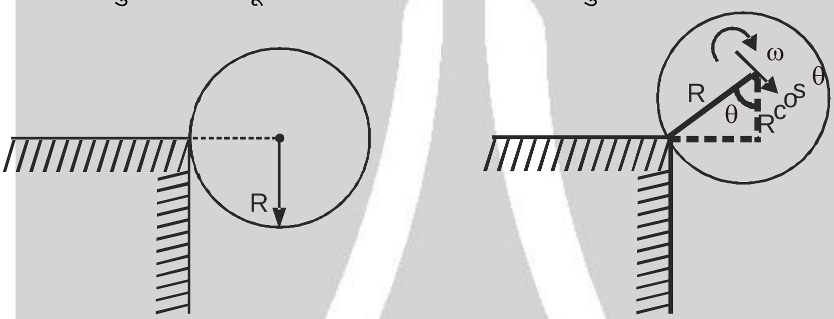
and तथा $\quad |\vec{r}_1| = \sqrt{(0.6)^2 + (0.6)^2} = 0.85$ N-m

Similarly, इस प्रकार $\quad \vec{r}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{f} = (0.1\hat{j} - 0.1\hat{k}) \times (6\hat{i})$ N-m

$\vec{r}_1 = 0.6\,(-\hat{j} - \hat{k})\,0.6 \Rightarrow (\hat{k} - \hat{j})$

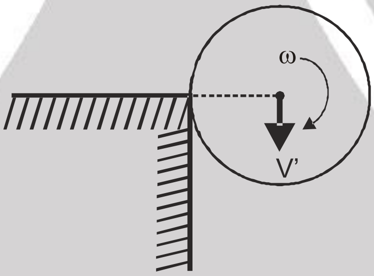
and और $\quad |\vec{r}_2| = |\vec{r}_1| = 0.85$ N-m **Ans. 3 (ii)**

30. (a) The cylinder rotates about the point of contact. Hence, the machanical energy of the cylinder will be conserved i.e.,
(a) बेलन सम्पर्क बिन्दु के सापेक्ष घूर्णन कर रहा है अतः बेलन की कुल यान्त्रिक ऊर्जा संरक्षित रहेगी



$\therefore \quad (PE + KE)_1 = (PE + KE)_2$

$\therefore \quad mgr + 0 = mgr\cos\theta + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$



but $\omega = v / R$ (No slipping at point of contact.)
लेकिन $\omega = v / R$ (सम्पर्क बिन्दु पर कोई फिसलन नही है)

and और $\quad I = \frac{1}{2}mv^2$

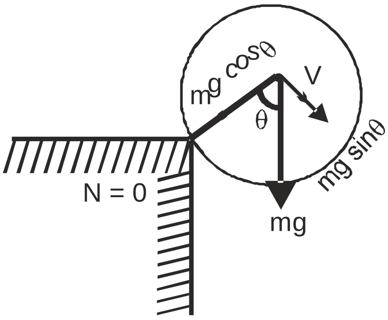
Therefore, अतः

$$mgR = mgR\cos\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right) + \frac{1}{2}mv^2$$

or या $\quad \frac{3}{4}v^2 = gR\,(1 - \cos\theta)$

or या $\quad v^2 = \frac{4}{3}gR\,(1 - \cos\theta)$

or या $\quad \frac{v^2}{R} = \frac{4}{3}gR\,(1 - \cos\theta)$ ....(1)



At the time of leaving contact, normal reaction N = 0 and $\theta = \theta_c$ hence,
सम्पर्क छोडते समय अभिलम्ब् प्रतिक्रिया N = 0 और $\theta = \theta_c$ अतः

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

or या $$\frac{v^2}{R} = g\cos\theta \qquad \text{...........(2)}$$

From Eqs. (1) and (2) समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{4}{3}g\,(1-\cos\theta_c) = g\cos\theta_c$$

or या $$\frac{7}{4}\cos\theta_c = 1$$

or या $$\cos\theta_c = 4/7$$

or या $$\theta_c = \cos^{-1}(4/7)$$

(b) $v = \sqrt{\frac{4}{3}gR(1-\cos\theta)}$ [From Eq. (1)] [समीकरण (1) से]

At the time of losing contact सम्पर्क छोडने के समय पर

$$\cos\theta = \cos\theta_c = 4/7$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{4}{3}gR\left(1-\frac{4}{7}\right)}$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{7}gR}$$

Therefore, speed of COM of cylinder just before losing contact is $\sqrt{\frac{4}{7}gR}$

अतः बेलन के द्रव्यमान केन्द्र की सम्पर्क छोडने के तुरन्त पहले चाल $\sqrt{\frac{4}{7}gR}$

Therefore, rotational kinetic energy अतः घूर्णन गतिज ऊर्जा $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$

or या $$K_R = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\frac{v^2}{R^2}$$

$$= \frac{1}{4}mv^2$$

$$= \frac{1}{4}m\left(\frac{4}{7}gR\right)$$

or या $$K_R = \frac{mgR}{7}$$

Now, once the cylinder losses its contact, N = 0, i.e., the frictional force , which is responsible for its rotation, also vanishes. Hence, its rotational kinetic energy now becomes constant, while its translational kinetic energy increases.

अब बेलन एक बार सम्पर्क छोडता है तब N = 0, अर्थात घर्षण बल जो इसे घूर्णन कराता है, भी समाप्त हो जायेगा। अतः इसकी घूर्णन गतिज ऊर्जा नियत हो जायेगी तथा स्थानान्तिरित गतिज ऊर्जा बढेगी ।

Applying conservation ऊर्जा संरक्षण से

decrease in gravitational PE = Gain in rotational KE + translational KE

गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में कमी = घूर्णन गतिज ऊर्जा में वृद्धि + स्थानान्तरित गतिज ऊर्जा

$\therefore$ Translational KE (K_T) = Decrease in gravitational PE – K_R

$\therefore$ स्थानान्तरित गतिज ऊर्जा (K_T) = गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में कमी – K_R

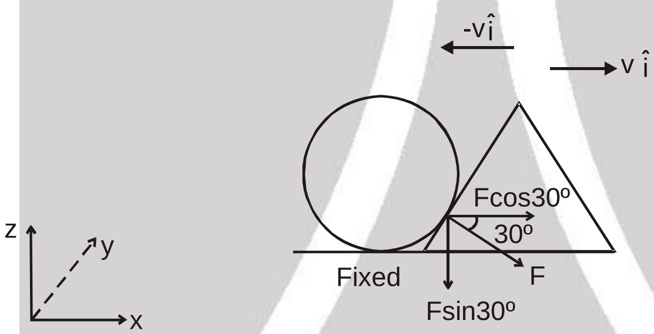
or या $\quad K_T = (mgR) - \dfrac{mgR}{7} = \dfrac{6}{7}\,mgR$

From Eqs. (3) and (4) समीकरण (3) और (4) से

$$\frac{K_T}{K_R} = \frac{\frac{6}{7}mgR}{\frac{mgR}{7}}$$

or या $\quad \dfrac{K_T}{K_R} = 6$

31. **(a)**



(i) Since the collision is elastic, the wedge will return with velocity v .

Now -

Linear impulse in x-direction = change in momentum in x - direction.

$\therefore \quad (F\cos 30^o)\Delta t = mv - (mv) = 2\,mv$

$\therefore \quad F = \dfrac{2mv}{\Delta t \cos 30^o} = \dfrac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}$

$\therefore \quad F = \dfrac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}$

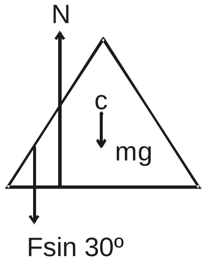
$\therefore \quad \vec{F} = F\cos 30^o\,\hat{i} - (F\sin 30^o)\,\hat{k}$

or $\quad \vec{F} = \left(\dfrac{2mv}{\Delta t}\right)\hat{i} - \left(\dfrac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{k}$ **Ans. 3a (i)**

(ii) Taking the equilibrium of wedge in vertical (z) direction during collision

$N = mg + F\sin 30^o$

$N = mg + \dfrac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}$



or in vector form

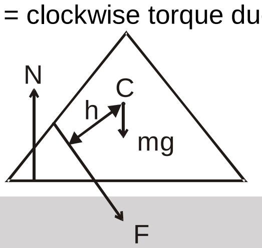
$$\vec{N} = \left(mg + \frac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{k}$$

Ans. 3a (ii)

(b) For rotational equilibrium of wedge (about COM)

anticlockwise torque of F

= clockwise torque due to N



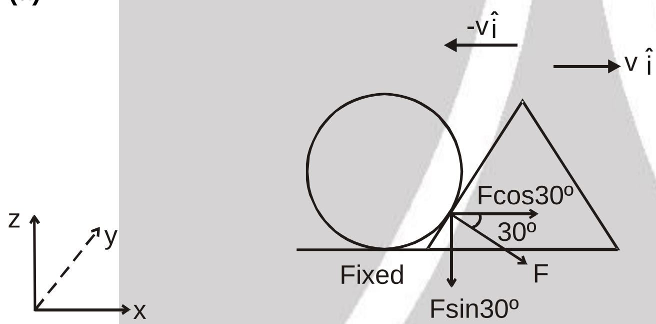
$\therefore$ magnitude of torque of N about COM = magnitude of torque of F about COM

= F.h

$$|\vec{\tau}_N| = -\left(\frac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{j}$$

Ans. 3 (b)

Sol. **(a)**



(i) चूंकि टक्कर प्रत्यास्थ है, वेज v वेग से वापस लौटेगा।

अब

x-दिशा में रेखीय आवेग = x–दिशा में संवेग में परिवर्तन

$\therefore \quad (F \cos 30^o)\Delta t = mv - (mv) = 2\,mv$

$\therefore \quad F = \dfrac{2mv}{\Delta t \cos 30^o} = \dfrac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}$

$\therefore \quad F = \dfrac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}$

$\therefore \quad \vec{F} = F\cos 30^o\,\hat{i} - (F \sin 30^o)\,\hat{k}$

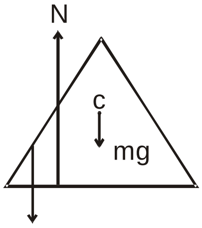
या $\quad \vec{F} = \left(\dfrac{2mv}{\Delta t}\right)\hat{i} - \left(\dfrac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{k}$ **Ans. 3a (i)**

(ii) ऊर्ध्वाधर में वेज का साम्यावस्था लेने पर

(z) दिशा में टक्कर के दौरान

$N = mg + F \sin 30^o$

$N = mg + \dfrac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}$



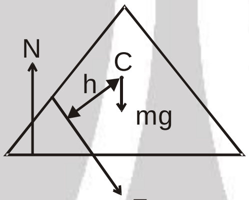
या सदिश रूप में

$$\vec{N} = \left(mg + \frac{2mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{k}$$ **Ans. 3a (ii)**

(b) वेज के घूर्णन साम्यावस्था (COM के सापेक्ष) के लिए

F का वामावर्त बल आघूर्ण

= N के कारण दक्षिणावर्त बल आघूर्ण

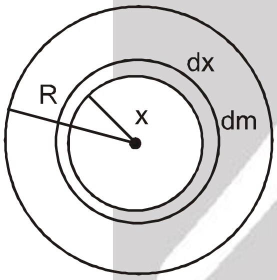


∴ COM के सापेक्ष N के बल आघूर्ण का परिमाण = F का COM के सापेक्ष बल आघूर्ण का परिमाण

= F.h

$$|\vec{\tau}_N| = \left(\frac{4mv}{\sqrt{3}\Delta t}\right)\hat{k}$$ **Ans. 3 (b)**

32.



$dm = (2\pi x dx)\sigma$

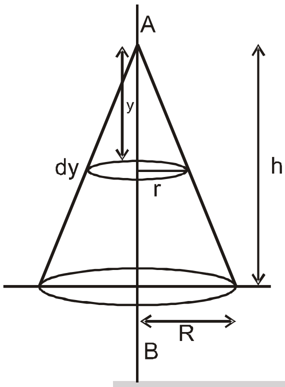
$$I = \int dm \cdot x^2 = \int_0^R (2\pi x dx)\sigma . x^2$$

$$I = 2\pi \int_0^R x^3 \sigma dx$$

$$I = 2\pi \int_0^R x^3 \cdot (\alpha + \beta x) dx = 2\pi \left[\int_0^R \alpha \; x^3 dx + \int_0^R \beta \; x^4 dx \right.$$

$$I = 2\pi \left(\frac{\alpha R^4}{4} + \frac{\beta R^5}{5}\right)$$

33.



$$\frac{h}{R} = \frac{y}{r}$$

$$r = \frac{R}{h}\, y$$

$$dm = \rho\,(\pi r^2 dy)$$

$$dI_{AB} = \frac{1}{2}\,(dm)\, r^2$$

$$I_{AB} = \int_{y=0}^{h} \frac{1}{2}\left(\rho\pi r^2 dy\right)\; r^2$$

$$= \frac{\rho\pi}{2}\,\frac{R^4}{h^4}\left[\frac{h^5}{5}\right]$$

$$= \frac{\pi}{10} R^4\, h.\left[\frac{m}{\frac{1}{3}\pi R^2 h}\right] \;..........\; \left(\because \quad \rho = \frac{m}{\frac{1}{3}\pi R^2 h}\right)$$

$$= \frac{3}{10} mR^2$$

34. $N = \vec{r} \times \vec{F} = (a\hat{i} + b\hat{j}) \times (A\hat{i} + B\hat{j})$

$= (AB - bA)\ \hat{k}$

Also, $N = |\vec{F}|.r_1$

$$\Rightarrow r_1 = \left(\frac{|\vec{F}|}{N}\right)^{-1} = \left(\frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{(aB - bA)}\right)^{-1}$$

Ans. $N = (aB - bA)k$, where k is the unit vector of the z axis $= |aB - bA| / \sqrt{A^2 + B^2}$

$N = (aB - bA)k$, जहाँ k z अक्ष के अनुदिश एंकाक सदिश है $= |aB - bA| / \sqrt{A^2 + B^2}$

35. $\lambda = \left(\frac{m}{\ell}\right)$

$m_1 = \lambda x = \left(\frac{m}{\ell}\right) x$

$(a = \alpha R)$

$m_1 g - T = m_1 a$ .... (i)

$$T R = \left(\frac{MR^2}{2}\right) \alpha + (m - m_1)(R^2)\alpha \qquad ....(ii)$$

$$T = \frac{MR}{2}\alpha + (m - m_1) R \alpha$$

$$T = \frac{Ma}{2} + (m - m_1) a$$

$$m_1 g - \frac{Ma}{2} - (m - m_1) a = m_1 a$$

$$m_1 g - \frac{Ma}{2} - ma + m_1 a = m_1 a$$

$$m_1 g = \left(\frac{Ma}{2} + ma\right) \qquad \alpha = \frac{2m_1 a}{(M + 2m)}$$

$$\alpha = \frac{2\left(\frac{mx}{\ell}\right)g}{(M + 2m)R} \Rightarrow \left(\alpha = \frac{2mgx}{(M + 2m)\ell R}\right)$$

36. (a) About the axis of rotation of rod, the angular momentum of the system is conserved velocity of the flying bullet is V
(a) छड़ की घूर्णन अक्ष के सापेक्ष निकाय का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है तथा गोली का वेग V है तो

$$mv\ell = \left(m\ell^2 + \frac{M\ell^2}{3}\right)\omega$$

$$\omega = \frac{mv}{\left(m + \frac{M}{3}\right)\ell} = \left(\frac{3mv}{M\ell}\right) \qquad (m <<< M) \qquad .... (i)$$

conservation of mechanical energy of the system (rod + bullet)
निकाय (छड़ + गोली) की कुल यांत्रिक ऊर्जा सरंक्षण से

$$\frac{1}{2}\left(m\ell^2 + \frac{M\ell^2}{3}\right)\omega^2 = (M+m)g\,\frac{\ell}{2}\,(1 - \cos\alpha) \qquad \text{——(ii)}$$

From (i) and (ii) समीकरण (i) और (ii) से

$$V = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{2g\ell}{3}}\ \sin \alpha/2$$

(b) $\Delta P = \left[m\ (\omega\ell) + M\ \left(\omega\frac{\ell}{2}\right)\right] - mv$ From v and w v और w से

$$\Delta P = \frac{1}{2}\,mv = \left(M\sqrt{\frac{g\ell}{6}}\sin \alpha/2\right)$$

$$mvx = \left(\frac{M\ell^2}{3} + mx^2\right)\omega'$$

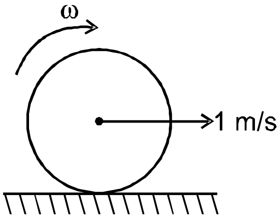
$$\omega' = \frac{3mvx}{M\ell^2}$$

final momentum अन्तिम संवेग

$$p_f = mx\ \omega' + \int_0^\ell y\omega'\ \frac{M}{\ell}\ dy = \frac{M}{2}\ \omega'\ell = \frac{3}{2}mv\frac{x}{\ell}$$

$$\Delta p = p_f - p_i = mv\left(\frac{3x}{2\ell} - 1\right) = 0 \qquad \Rightarrow \left(x = \frac{2}{3}\ell\right)$$

38.



R = 0.5m

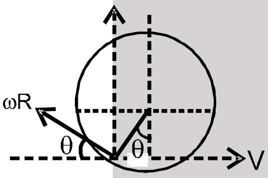
V = ωR = (For pure rolling) (शुद्ध लोटनी गति के लिये)

(linear acceleration = 0) (रेखीय त्वरण = 0)

rolls with out slipping so यह बिना फिसले लुढकेगा अतः

acc. only centripetal acc. त्वरण केवल अभिकेन्द्रीय त्वरण होगा।

$a_A = \frac{v^2}{R}$



V = ωR

$V_A = (V - V\cos\theta)\ \hat{i} + V\sin\theta\ \hat{j}$

$V_A = \sqrt{(v - v\cos\theta)^2 + (v\sin\theta)j}$

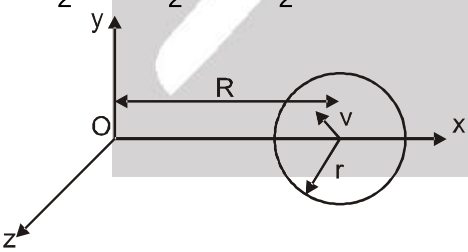
$V_A = (2V\sin\theta/2)$ $\qquad\qquad \theta = \omega t$

$\frac{ds}{dt} = 2\,V\sin\theta\backslash 2 = 2\,V\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$

$\int_0^s ds = \int_O^{2\pi/\omega} 2v\ \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)dt = \frac{8v}{\omega} = (8R)$

39. We know K.E. from fixed axis relation is given by :

$K = \frac{1}{2}I_{xx}\omega_x^2 + \frac{1}{2}I_{yy}\omega_y^2 + \frac{1}{2}I_{zz}\omega_z^2$



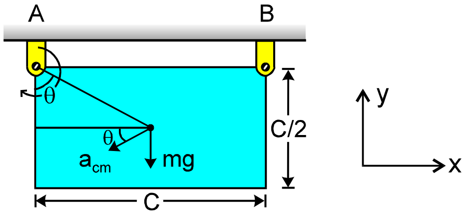
$\omega_x = \frac{v}{r},\ \omega_y = \frac{v}{R}\quad \&\quad \omega_z = 0$

Then $K = \frac{1}{2}I_{xx}\omega_x^2 + \frac{1}{2}I_{yy}\omega_y^2 + 0$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}mr^2 + mR^2\right]\left[\frac{v}{R}\right]^2$

$K = \frac{7}{10}mv^2\left(1 + \frac{2}{7}\frac{r^2}{R^2}\right)$

40. **(i) (a)** $I_{CM} = M\left[\frac{C^2}{12} + \frac{C^2}{4 \times 12}\right] = \frac{5MC^2}{12 \times 4}$



$I_A = I_{CM} + Mx^2$

$I_A = \frac{5MC^2}{12 \times 4} + \frac{5MC^2}{16} = \frac{20MC^2}{48}$

$I_A \rightarrow \quad mg \times \frac{C}{2} = I_A\,\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{6g}{5C}$

(b) $a_{cm} = \alpha x = \frac{6g}{5C} \times \frac{\sqrt{5}C}{4} = \frac{6g}{5C}x$

$a_x = -a_{cm}\cos\theta = -\frac{6g}{5C}x.\frac{C}{4.x} = -\frac{6g}{20}$

$= -0.3\,g$

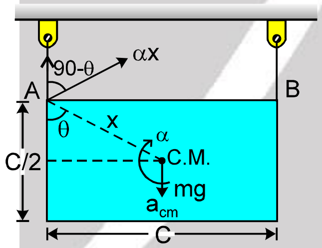
$a_g = -a_{cm}\sin\theta = -\frac{6g}{5C}x \;.\; \frac{C/2}{x}$

$= -0.6\,g$

$a = -0.3g\,\hat{i} - 0.6g\,\hat{j}$

(ii) (a) $Mg - T = M a_{cm}$ .... (1)

$I_{CM} \rightarrow$



$T \times \frac{C}{2} = \frac{5MC^2}{48}\alpha \quad \Rightarrow \quad T = \frac{5MC}{24}\alpha$ .... (2)

As $a_A = 0$

(we know : acc. along the string is zero) (हम जानते है कि रस्सी के अनुदिश त्वरण शून्य है)

$a_{cm} - \alpha x\cos(90 - \theta) = 0$

$a_{cm} = \alpha x \sin\theta = ax.\,\frac{C}{2x}$

$a_{cm} = \frac{\alpha C}{2}$ .... (3)

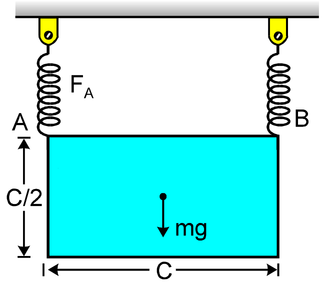
$T = \frac{5MC}{24}\frac{2a_{cm}}{C} = \frac{5Ma_{cm}}{12}$ .... (4)

$Mg = Ma_{cm} + \frac{5Ma_{cm}}{12}$

$= \frac{17Ma_{cm}}{12}, \quad a_{cm} = \frac{12g}{17}\downarrow$

(a) $\alpha = \frac{2a_{cm}}{C} = \frac{24g}{17C}$

(iii)



(a) $\tau_{cm} = \frac{mg}{2} \times \frac{C}{2} = I_{cm}\alpha$

$$\frac{mg\ C}{4} = \frac{5\ MC^2}{48}\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{12\ g}{5\ C}$$

(b) $F_A = \frac{Mg}{2}$

$$Mg - F_A = m\,a_{cm} \quad \Rightarrow \quad a_{cm} = \frac{g}{2} = 0.5g \downarrow$$

41. $I\,\omega_i + mvr = I\omega_{i+1} + m\,v'\,r \qquad \tau = \frac{10}{3}mr^2$

$$e = -\left(\frac{\omega_{i+1}\ r - v'}{\omega_i\ r - v}\right) = 1$$

$\omega_{i+1}r - v' = v' - \omega_i r$

$v' = (\omega_{i+1} + \omega_i)\,r - v$

$I\,\omega_i + mvr = I\omega_{i+1} + mr\left[\left(\omega_{i+1} + \omega_i\right)\ r - v\right]$

$I\,\omega_i + mvr = I\omega_{i+1} + mr^2\,\omega_{i+1} + mr^2\,\omega_i - mvr$

$(I - mr^2)\ \omega_i + 2mvr = (I + mr^2)\,\omega_{i+1}$

$$\frac{7mr^2}{3}\ \omega_i + 2mvr = \frac{13mr^2}{3}\ \omega_{i+1}$$

$$mr^2\,\omega_{i+1} = \frac{7}{13}\ mr^2\,\omega_i + \frac{6}{13}\ mvr$$

$$\omega_{i+1} = \frac{7}{13}\ \omega_i + \frac{6}{13}\ \frac{v}{r}$$

(b) $\omega = \frac{v}{r}$ after this no further collision occurs

(c) $\omega_2 = \frac{6v}{13r}$

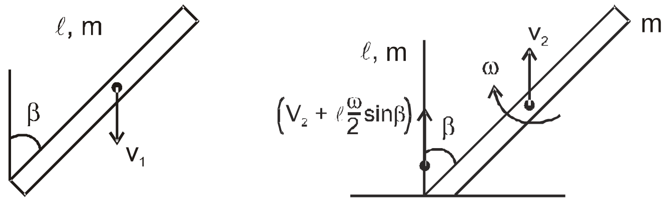
$$\omega_3 = \frac{7}{13}\left(\frac{6v}{13r}\right) + \frac{6v}{13r}$$

$$\omega_4 = \left(\frac{7}{13}\right)^2 \frac{6v}{13r} + \frac{6v}{13r} \times \frac{7}{13} + \frac{6v}{13r}$$

$$\omega_{i+1} = \frac{v}{r}\left(1 - \left(\frac{7}{13}\right)^i\right)$$

(d) ω^* will remain same as in case b.

42.



Before collision After collision

Coefficient of restitution प्रत्यावस्थान गुणांक

$$e = 1 = \frac{\left(V_2 + \ell\frac{\omega}{2}\sin\beta\right)}{V_1}$$

$\left(V_1 = V_2 + \frac{\ell\omega}{2}\sin\beta\right)$ ..... (i)

angular momentum about point A

बिन्दु A के सापेक्ष कोणीय संवेग

$L_i = mV_1\frac{\ell}{2}\sin\beta$

$L_f = L_{CM} + L_A = \left(I_{CM}\omega - mV_2\frac{\ell}{2}\sin\beta\right)$

$L_i = L_f$

$mV_1\frac{\ell}{2}\sin\beta = \frac{m\ell^2}{12}\omega - mV_2\frac{\ell}{2}\sin\beta$ ..... (ii)

Put equation (i) in (ii) equation समीकरण (ii) में (i) को रखने पर

$mV_1\frac{\ell}{2}\sin\beta = \frac{m\ell^2}{12}\omega - m\left(V_1 - \frac{\ell\omega}{2}\sin\beta\right)\frac{\ell}{2}\sin\beta$

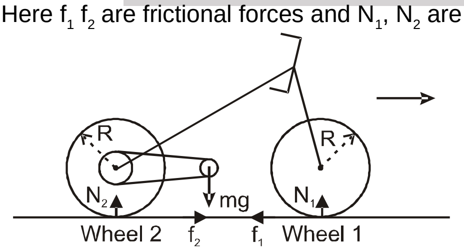
$mV_1\frac{\ell}{2}\sin\beta$

$= \frac{m\ell^2}{12}\omega - mV_1\frac{\ell}{2}\sin\beta + \frac{m\ell^2}{4}\omega\sin^2\beta$

$\left(mV_1\ell\sin\beta = \frac{m\ell^2}{12} + \frac{m\ell^2}{4}\omega\sin^2\beta\right)$

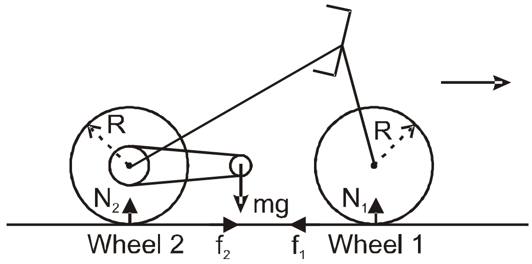
$V_1\sin\beta = \frac{\ell}{12} + \frac{\ell}{4}\omega\sin^2\beta$ $\left[\omega = \frac{V_1\ (12\sin\beta)}{3\sin^2\beta + 1}\right]$

43. (a) Here f_1 f_2 are frictional forces and N_1, N_2 are normal reactions



(b) $a = \frac{\tau}{MR^2 + 2I}R$ (c) $a \le \frac{\mu g/2}{(1-\mu/4)}$ (d) $a_m = 2g/3$

(a) Here f_1 f_2 are frictional forces and N_1, N_2 are normal reactions



(b) $a = \frac{\tau}{MR^2 + 2I}R$ (c) $a \le \frac{\mu g/2}{(1-\mu/4)}$ (d) $a_m = 2g/3$