



HINTS & SOLUTIONS OF WAVE ON A STRING

EXERCISE-1

भाग - I

- A-1.** (a) आयाम $A = 10 \text{ mm}$
 (b) तरंग संख्या $k = 5\pi \text{ cm}^{-1}$
 (c) तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{5} \text{ cm}$
 (d) आवृत्ति $f = \frac{\omega}{2\pi} = 30 \text{ Hz}$
 (e) आवर्तकाल $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{30} \text{ s}$
 (f) तरंग का वेग $u = f\lambda = 12 \text{ cm/s.}$

- A-2.** $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\phi$
 $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}, A_1 = Y_m, A_2 = Y_m$
 $Y^2 = Y_m^2 + Y_m^2 + 2Y_m^2 \times \cos \frac{\pi}{2}$
 $Y^2 = Y_m^2 + Y_m^2 \quad [Y = \sqrt{2} Y_m = 1.41 Y_m]$

- A-3.** (a) $\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ Rad/sec}$ रेडियन/सेकण्ड
 (b) $\lambda \times 5 = 20 \quad \lambda = 4 \text{ m} \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/m}$

(c) $y = 12 \times 10^{-2} \sin (\omega t - kx + \phi)$
 $= 12 \times 10^{-2} \sin (10 \pi t - \frac{\pi}{2} x + \phi)$
 $t = 0 \quad \text{पर} \quad x = 0 \quad \& \quad y = 0$
 $0 = \sin \phi$
 $\therefore \phi = 0 \text{ या } \pi$
 $\frac{\partial y}{\partial x} = 12 \times 10^{-2} \left(-\frac{\pi}{2} \right) \cos (100 \pi t - \frac{\pi}{2} x + \phi)$
 $t = 0 \quad \text{पर} \quad x = 0$
 $\frac{\partial y}{\partial x} = -12 \times 10^{-2} \left(\frac{\pi}{2} \right) \cos \phi$
 $\frac{\partial y}{\partial x}$ धनात्मक होना चाहिए।

$\therefore \phi = \pi$
 $y = 12 \times 10^{-2} \sin (10 \pi t - \frac{\pi}{2} x + \pi)$
 $= 12 \times 10^{-2} \sin (\frac{\pi}{2} x - 10 \pi t)$

(d) $V_{\max} = A\omega$
 $= 12 \times 10^{-2} \times 10 \pi$
 $= 1.2 \pi = \frac{6}{5} \pi$

(e) $A_{\max} = A\omega^2$
 $= 12 \times 10^{-2} \times 10\pi \times 10 \pi$
 $= 12 \pi^2$





A-4. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8-2} = \frac{\pi}{3}$

$\therefore K = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{3 \times 6} = \frac{\pi}{18}$

$\therefore y = 0.5 \sin \left[\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{18}x + \phi \right]$

$t = 2$ पर, $x = 8$, $y = 0$

$\therefore \phi = \frac{7\pi}{9}$

$\therefore y = 0.5 \sin \left[\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{18}x + \frac{7\pi}{9} \right]$

- A-5.** (a) D, E, F $\Rightarrow$ (ढाल = -ve $\Rightarrow v_p = +ve$)
 (b) A, B, H $\Rightarrow$ (ढाल = +ve $\Rightarrow v_p = -ve$)
 (c) At C, G, [ढाल = 0]
 (d) At A, E [ढाल]

B-1. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \left(\frac{1350}{5 \times 10^{-3}} \right)^{\frac{1}{2}} = 300 \sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

B-2. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{20 \times 2.5}{5 \times 10^{-3}}} = 100 \text{ m/sec}$

$t = \frac{D}{v} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} \text{ sec}$

- B-3.** निचले सिरे का

$V = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} = f\lambda \quad \dots\dots(1)$

अब शीर्ष पर

$V_1 = \sqrt{\frac{mg + \mu\ell g}{\mu}} = f\lambda' \quad \dots\dots(2)$

$\mu\ell = M = \text{रस्सी का द्रव्यमान}$

समीकरण (1) व (2) से

$\lambda' = \sqrt{\frac{m+M}{m}} \lambda = \sqrt{\frac{2+8}{2}} \lambda = \sqrt{5} \lambda = \frac{3}{10\sqrt{5}} \text{ m}$

- B-4.** $T/2 = 5 \text{ m sec.}$ (T आवर्त काल है)

$T = 10 \text{ m sec.}$

$\therefore f = \frac{1}{10} (\text{m sec.})^{-1} = 100 \text{ sec}^{-1}$

$\frac{\lambda}{2} = 2 \text{ cm}, \quad \lambda = 4 \text{ cm}, \quad v = \lambda f = 100 \times 0.04 = 4 \text{ m/sec}$





B-5. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{A\rho}}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

B-6. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4 \times (10+6)}{1.6 \times 10^{-3}}} = 200 \text{ m/sec}$

$$V_{\text{pulley, ground}} = V_{\text{p, string}} + V_{\text{string, ground}} = 200 + 40 = 240 \text{ m/s}$$

C-1. (a) $f = 50 \text{ Hz}$

$$\mu = \frac{180 \times 10^{-3}}{6} = 3 \times 10^{-2} \text{ Kg/m}$$

$$2A = 15 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$A = 7.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$4\lambda = 6 \quad \lambda = 3/2 \text{ m मी.} \quad \text{और} \quad v = f\lambda = 75 \text{ m/sec}$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \quad \text{also} \quad K = \frac{\omega}{v} = \frac{4\pi}{3}$$

यदि कला नियतांक ϕ है तो

$$\therefore \text{ समीकरण } y = 7.5 \times 10^{-2} \sin \left[100\pi t - \frac{4\pi}{3} x + \phi \right]$$

(b) $P_{\text{av}} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu v = \frac{2025}{32} \pi^2 \simeq 625 \text{ w}$

C-2. $P_{\text{av.}} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu v$

$$P_{\text{av.}} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu \sqrt{T/\mu}$$

मान रखने पर $P_{\text{av}} = 50 \text{ mw}$

$v = \sqrt{T/\mu}$ का प्रयोग करो

D-1. परावर्तित तरंग का समीकरण

$$y = \left(\frac{80a}{100} \right) \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(vt + x + \frac{\lambda}{2} \right)$$

$\left(\frac{\lambda}{2} \right)$ पथान्तर जोड़ा गया है क्योंकि परावर्तन ठोस सतह से हुआ है)

(जैसाकि सतह दृढ़ है)

D-2. (a) $a_{\text{Net, पुल्य}} = 0$

(b) $a_{\text{Net, पुल्य}} = a_1 + a_2 = 0.15 + 0.15 = 0.3$





D-3. $V = f \lambda$

$$V = 100 \times 2 = 200 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$(a) \frac{2\pi}{T} \times \Delta t = \frac{2\pi \times 0.01}{0.01} = 2\pi$$

$$(b) \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$(c) \quad a = a_1 + a_2 = 4 \text{ mm}$$

$$a = a_1 - a_2 = 0$$

E-1. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{25}{\frac{100 \times 10^{-3}}{10}}} = 50$

$$\therefore v_0 = \frac{v}{2L} = \frac{50}{2 \times 10} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$\therefore v_1 = 2v_0 = 5 \text{ Hz}$$

$$v_2 = 3v_0 = 7.5 \text{ Hz}$$

E-2. (a) $V = \sqrt{\frac{150}{7.2 \times 10^{-3}}} = \frac{250}{\sqrt{3}} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \simeq 144 \text{ m/s}$

$$(b) \frac{3\lambda}{2} = 90 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm}$$

$$(c) V = f \lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{250 \times 100}{\sqrt{3} \times 60} = \frac{1250}{3\sqrt{3}} \text{ Hz}$$

E-3. $\frac{4\lambda}{2} = 1.5$

$$\lambda = 0.75 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{10 \times 10 \times 1.5}{15 \times 10^{-3}}} = 100 \text{ m/s}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100}{0.75} = \frac{400}{3} \text{ Hz}$$

E-4. (a) $A_{\text{net}} = 0.5 \sin \frac{\pi}{3} x$

$$= 0.5 \sin \frac{\pi}{3} (1.5) = 0.5 \text{ cm}$$

लेकिन घटक तरंग का आयाम A है।

$$(b) 2A = 0.5$$

$$A = 0.25 \text{ cm}$$

$$K = \frac{\pi}{3} \text{ तथा } \omega = 40\pi \Rightarrow f = 20 \text{ Hz}$$

$$\therefore V = \frac{\omega}{K} = 120 \text{ cm/sec}$$

$$(c) d = \frac{\lambda}{2} = \frac{V}{2f} = 3 \text{ cm}$$

$$(d) x = 1.5 \text{ cm पर}$$

$$t = \frac{9}{8} \text{ sec}$$





$$y = 0.5 \sin \left(\frac{\pi}{3} \times 1.5 \right) \cos 40\pi \times \frac{9}{8}$$

$$= 0.5 \sin \frac{\pi}{2} \cos 45\pi$$

$$= 0.5 (-1) = -0.5$$

अतः कण ऋणात्मक सीमान्त स्थिति पर होगा अर्थात् चाल शून्य होगी

E-5.



(a)

$$2\lambda = \ell$$

$$4f_0 = 400 \Rightarrow f_0 = 100 \text{ Hz}$$

(b)



$$\frac{7\lambda}{2} = \ell$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{7}$$

$$\frac{v}{f} = \frac{2\ell}{7}$$

$$\therefore f = 7 \frac{v}{2\ell} = 700 \text{ Hz}$$

E-6.

$$(i) y_1 = 1.5 \cos \left(\frac{\pi x}{20} + 72\pi t \right)$$

$$y_2 = 1.5 \cos \left(\frac{\pi x}{20} - 72\pi t \right)$$

(ii) निस्पंद $\Rightarrow$

$$\frac{\pi x}{20} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$$

$$x = (2n+1) 10 \Rightarrow x = 10, 30, 50, \dots$$

$$(iii) \text{ प्रस्पंद } \Rightarrow \frac{\pi x}{20} = n\pi \Rightarrow x = 20n \Rightarrow x = 0, 20, 40, 60, \dots$$

E-7.

क्योंकि A सिरा मुक्त है अतः प्रस्पंद बनेगा।

$$\therefore \ell = \frac{\lambda_1}{4}$$

अब यदि आधार को 10 cm दांयी तरफ खिसकाया जाता है तो इससे संधि पर निस्पंद बनेगा।

$$\therefore \ell = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \left(\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} \right)$$

क्योंकि V समान है अतः यदि तरंगदैर्घ्य को आधा किया जाता है तो आवृत्ति दुगुनी हो जायेगी अर्थात् 240 Hz

भाग - II

A-1.

$$\text{As } \frac{5\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{314}{4}$$

$$\omega = KV \frac{2\pi}{8 \times 10^{-2}} \times 350 = 27475$$

$$\therefore y = 0.05 \sin \left(\frac{314}{4} x - 27475t \right)$$



Resonance
Educating for better tomorrow

Corporate Office : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) – 324005

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in

Toll Free : 1800 200 2244 | 1800 258 5555 | CIN: U80302RJ2007PLC024029

ADVST - 5



A-2. $y = \frac{1}{1+x^2} \quad (t=0)$

$$y = \frac{1}{1+(x-2v)^2} \quad (t=2)$$

तुलना करने पर

$$x - 2v = x - 1$$

$$v = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

A-3. $V_{p_{\max}} = A\omega = Y_0 2\pi f = 4V_0$

$$Y_0 2\pi f = 4 \left(\frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} \right) \therefore \lambda = \frac{\pi Y_0}{2}$$

A-4. α, β, A, x और t समीकरण में रखे।

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 0.56 \text{ cm}^{-1}$$

$$2\pi f = 12 \text{ sec}^{-1}$$

$$\alpha x + \beta t + \frac{\pi}{6} = \frac{12.56 \times 180}{3.14} + 30 = 750^\circ$$

$$y = 7.5 \text{ cm} \sin 750^\circ = 3.75 \text{ cm.}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A\beta \cos \left(\alpha x + \beta t + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= 7.5 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 77.94 \text{ cm/sec.}$$

A-5. $\omega = 2\pi f = 4\pi \text{ sec}^{-1}$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\therefore y = 0.5 \cos (2\pi x + 4\pi t)$$

A-6. नावों के मध्य दूरी $= \lambda/2 = 10 \text{ m}$

$$\Rightarrow \lambda = 20 \text{ m}$$

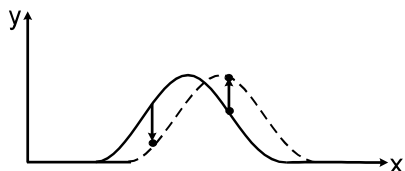
$$\text{समयान्तराल, } T = 4 \text{ sec.}$$

$$\therefore V = \lambda/T = 20 \text{ m} / 4 \text{ sec.} = 5 \text{ m/s.}$$

A-7. $R_A = \frac{V}{V_A}, R_B = \frac{V}{V_B}$

$$\text{as } V_A > V_B, R_A < R_B$$

A-8. (B)



बिन्दुगत स्पंद आकृति, कुछ समय बाद की स्थिति को दर्शाती है। वेग की दिशा कणों के विस्थापन के अनुसार निर्धारित की जाती है।

$x = 1.5$ पर ढाल धनात्मक है।

$x = 2.5$ पर ढाल ऋणात्मक है।



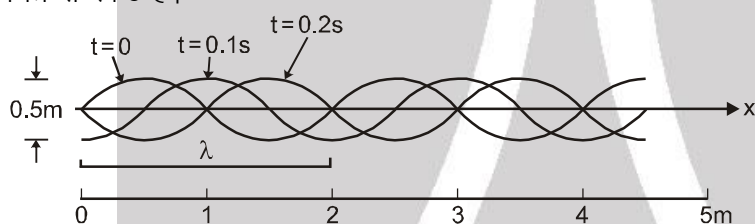


A-9. $v = f \lambda$
 $= \frac{54}{60} \times 10 = 9 \text{ m/sec.}$

B-1. $V \propto \sqrt{T}$
 $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{2T}{T}} = \sqrt{2}$

B-2. $V_{AB} = \sqrt{\frac{6.4g}{10 \times 10^{-3}}} = \sqrt{6400} = 80 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
 $V_{CD} = \sqrt{\frac{3.2g}{8 \times 10^{-3}}} = \sqrt{4000} = 20 \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
 $V_{DE} = \sqrt{\frac{1.6g}{10 \times 10^{-3}}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ m/s}$

B-3. चित्र से स्पष्ट है।



B-4. $50 = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \dots\dots\dots(1)$
 $52 = \sqrt{\frac{m(g^2 + a^2)^{1/2}}{\mu}} \dots\dots\dots(2)$
 (1) व (2) को हल करे
 $\therefore a = 4.1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

C-1. $p_0 = A_0^2 \omega_0^2 \mu v$
 $\frac{p_0}{2} = A^2 \omega^2 \mu v$
 $\therefore 2 = \frac{A_0^2 \omega_0^2}{A^2 \omega^2}$
 $\therefore \text{As, } \omega = \omega_0 \text{ आवृत्ति समान रहती है।}$
 $\therefore A = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$

C-2. परिभाषा से

C-3. $\text{As } \langle P \rangle = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu v \text{ मान रखने पर}$
 $90 = 2 \times 10 \times f^2 \times 25 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{100}{4 \times 10^{-2}}}$
 $\Rightarrow f = 30 \text{ Hz}$



C-4. $P \propto A^2 \quad \frac{P}{0.40} = \frac{4^2}{2^2} \Rightarrow P = 1.6 \text{ वॉट}$

D-1. परिभाषा से

D-2. परिभाषा से

D-3. आयाम $A_1 + A_2$ से $A_1 - A_2$ के बीच परिवर्तित होगा।

D-4. परावर्तित तरंग उत्कर्मित है इसलिए दूसरी रस्सी सघन है अतः चाल कम होगी।

D-5. $A_{\text{net}}^2 = (y_m + y_m)^2$ for $\phi = 0$
 $\therefore A_{\text{net}} = 2y_m \Rightarrow I_{\text{net}} \propto A_{\text{net}}^2 \propto 4y_m^2 \Rightarrow 4I$
 जहाँ $\Rightarrow$ किसी एक तरंग की तीव्रता

D-6. B तथा G के मध्य पथान्तर λ है।

D-7.



परिणामी आयाम $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \mu\text{m}$

E-1. जैसा कि $x = 0$ एक निस्पंद है $\Rightarrow$ इसलिये अप्रगामी तरंग होना चाहिए $y = 2a \sin kx \sin \omega t$
 अब हल करें

E-2. $\frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 350$ और $\frac{n+1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 420$
 $\therefore \frac{n}{n+1} = \frac{350}{420} \Rightarrow n = 5 \quad \therefore \frac{5\lambda}{2} = \ell \Rightarrow \lambda = \frac{2\ell}{5}$
 $\frac{v}{f} = \frac{2\ell}{5}$
 $\Rightarrow \frac{v}{2\ell} = \frac{f}{5}$
 $\Rightarrow f' = \frac{f}{5} = 70 \text{ Hz}$

E-3. At $x_1 = \frac{\pi}{3K}$ and $x_2 = \frac{3\pi}{2K}$
 निस्पंद नहीं बनेंगे क्योंकि x_1 और x_2 में से कोई भी $\sin kx = 0$ नहीं देता है।

$\therefore \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{7\pi}{6K}$

$\therefore \phi_1 = \pi$ और $\phi_2 = K\Delta x = \frac{7\pi}{6}$

$\therefore \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{6}{7}$



E-4.
$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{A\rho}} = \sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}} = \sqrt{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

E-5. $f = \frac{4V}{2L} \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} = \frac{L}{2} = 40 \text{ cm}$

E-6. $\mu = \frac{m}{\ell} = \rho A$

$$\therefore m_1 = \rho \pi r^2 \ell$$

$$m_2 = \rho 4 \pi r^2 \ell$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{T/\mu_1}}{\sqrt{T/\mu_2}}$$

माना प्रथम तथा द्वितीय तार में क्रमशः P लूप (loops) तथा q लूप (loops) बनते हैं।

$$\therefore \frac{p}{2\ell} v_1 = \frac{q}{2\ell} v_2 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{1}{2}$$

E-7. $y = a \sin \omega t \cos Kx$
 $y = 1/2 (2a \sin \omega t \cos Kx)$
 $\therefore$ घटक तरंग का आयाम $a/2$ है।

भाग-III

1. y तथा कण के वेग $\frac{\partial y}{\partial t}$ के लिए $x = 0$ तथा $t = 0$ के प्रयोग से। (a) के लिए $x = 0$ तथा $t = 0$ पर $y = 0$ है। $\frac{\partial y}{\partial t} > 0$ अर्थात् धनात्मक अतः (R) से सम्बन्धित है।
2. (A) लूपों (लम्बाई $\lambda/2$) की संख्या सम या विषम होने पर क्रमशः निस्पन्द व प्रस्पन्द मध्य पर बनता है। एक ही समान लूप में कणों के मध्य कलान्तर शून्य तथा समीपवर्ती लूप के कणों के साथ कलान्तर π होगा। (B) तथा (D) लूपों की संख्या पूर्णांक नहीं होगी अतः मध्य पर न तो विस्पन्द, नहीं प्रस्पन्द बनेगा। एक ही समान लूप में कणों के मध्य कलान्तर शून्य तथा समीपवर्ती लूप के कणों के साथ कलान्तर π होगा।

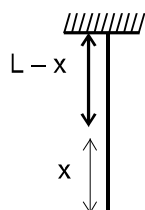
EXERCISE-2

भाग - I

1. $\frac{AB \text{ का नाप}}{CD \text{ का नाप}} = \frac{\lambda}{T} = V$
2. सभी तरंगों के लिए v समान है
चित्र से $\lambda_1 = \lambda_3 < \lambda_2$
अतः $\omega_1 = \omega_3 > \omega_2$
3. $V_\omega = \frac{\omega}{k} = \frac{420}{21} = 20 \quad \therefore V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 20$
 $\Rightarrow T = (20)^2 \mu = (20)^2 \times 0.2 = 80 \text{ N}$



4.



स्पन्द के लिए ;

$$V = \sqrt{\frac{\mu x g}{\mu}} = \sqrt{xg} = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{xg} \Rightarrow \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} = \sqrt{g} \int_0^t dt$$

$$t = 2\sqrt{\frac{x}{g}}$$

कण के लिए

$$L - x = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2(L-x)}{g}}$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\Rightarrow \therefore x = \frac{L}{3} \quad \text{तल से}$$

5.

यदि $T = mg = v\rho g$

$$\therefore f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 300 \quad \dots(1)$$

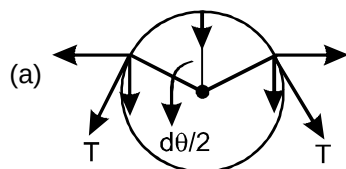
$$\text{अब } T' = mg - f_b = v\rho g - \frac{V}{2} g.$$

$$T' = v g \left(\frac{2\rho - 1}{2} \right)$$

$$\therefore f' = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{v g (2\rho - 1)}{\mu}} \quad \dots\dots(2)$$

$$\therefore \frac{f'}{f} = \left(\frac{2\rho - 1}{2\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad f' = 300 \left(\frac{2\rho - 1}{2\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

6.



$$2T \sin \frac{d\theta}{2} = dm \cdot \omega^2 R$$

$$2T \frac{d\theta}{2} = \frac{m}{\ell} R d\theta \cdot \omega^2 R$$

$$T = \frac{m \omega^2 R^2}{\ell}$$

$$\therefore V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{\ell}}} = \omega R \quad \therefore V = \frac{\omega L}{2\pi}$$





$$(b) \quad V_{P/R} = \frac{\omega L}{2\pi}$$

$$V_{P/G} - V_{R/G} = \frac{\omega L}{2\pi} \Rightarrow V_{P/G} - \frac{\omega L}{2\pi} = \frac{\omega L}{2\pi}$$

$$\therefore V_{P/G} = 2 \left(\frac{\omega L}{2\pi} \right) \quad V_{P/G} = \frac{\omega L}{\pi}$$

$$(c) \quad V_{P/R} = \frac{\omega L}{\pi} \quad V_{P/G} - \left(-\frac{\omega L}{2\pi} \right) = \frac{\omega L}{2\pi}$$

$$\therefore V_{P/G} = 0$$

7. तरंग की मानक समीकरण को सन्तुष्ट करने पर

$$8. \quad \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 384 \quad \frac{n-1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 288$$

$$\therefore \frac{n}{n-1} = \frac{4}{3}$$

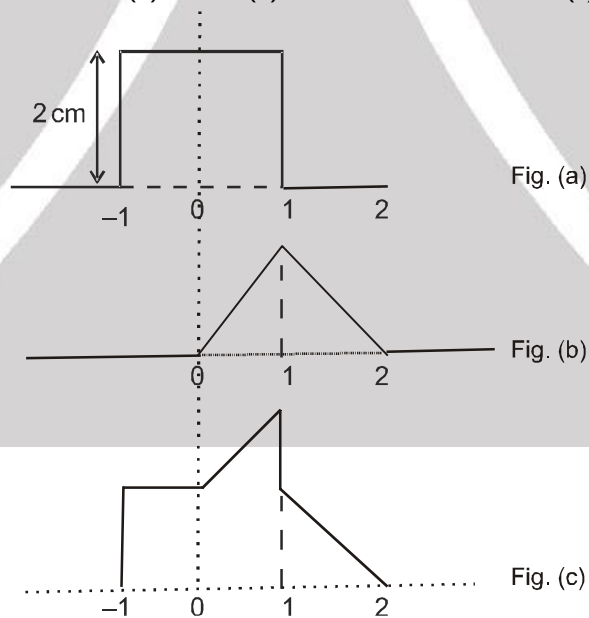
$$\therefore n = 4 \text{ Now अब ; } 4 \left(\frac{V}{2L} \right) = 384$$

$L = 75 \text{ cm}$ रखें

$$\therefore V = 144 \text{ m/sec.}$$

9. परिभाषा से

10. $t = 2$ सेकण्ड पर दोनों स्पंदों को चित्र (a) व चित्र (b) में अध्यारोपण के बाद चित्र (c) में बताया गया है।



11. परावर्तित किरण उल्टी होगी यदि यह परावर्तन सघन माध्यम से हुआ है। दीवार नीचे के दिशा में बल लगाती है।



12. जैसे $y = A \sin (Kx - \omega t + 30^\circ)$ आपतित तरंग के लिए

अब, परावर्तित तरंग के लिए : ऊर्जा $\propto$ आयाम²

$$\therefore Y = 0.8 A \sin (-Kx - \omega t + 30 + 180)$$

$$Y = 0.8 A \sin (-Kx - \omega t + 210)$$

$$Y = -0.8 A \sin (Kx + \omega t - 210)$$

$$Y = -0.8 A \sin [Kx + \omega t - 30 - 180]$$

$$Y = 0.8 A \sin [180 - (Kx + \omega t - 30)]$$

$$Y = 0.8 A \sin (Kx + \omega t - 30)$$

13. $K = 0.025 \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = \frac{2\text{cm}}{0.025}$

आवश्यक लम्बाई $= \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{0.025} = 40 \text{ cm}$

14. $\frac{\omega}{K} = V_\omega$ कोई भी घटक समीकरण के लिए

15. 

$$n_1 = \frac{v}{2\ell_1}$$

$$n_2 = \frac{v}{2\ell_2}$$

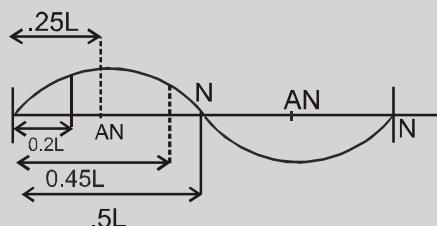
तथा $n = \frac{v}{2\ell}$ (तार की पूर्ण लम्बाई के लिए)

As $\ell = \ell_1 + \ell_2 + \dots$

$$\frac{v}{2n} = \frac{v}{2n_1} + \frac{v}{2n_2} + \dots$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots$$

16. यह स्पष्ट है कि 0.2 L पर कण का आयाम अधिक है तथा 0.45 L, 0.5 L पर कण निस्पन्द पर होंगे तथा 0.25 पर प्रस्पन्द होगा।



17. $f = \frac{1}{2 \times 40} \sqrt{\frac{mg}{\mu}} = 256 \quad \dots\dots(1)$

$f = \frac{1}{2 \times 22} \sqrt{\frac{mg - f_b}{\mu}} = 256 \quad \dots\dots(2)$

$$\frac{mg - f_b}{mg} = \left(\frac{22}{40}\right)^2$$

$$\frac{v(1)g}{v\sigma g} = \frac{40^2 - 22^2}{40^2}$$

$$\sigma = \frac{40^2}{40^2 - 22^2}$$





$$18. \quad f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 1} \sqrt{\frac{\frac{YA}{\ell} \cdot \Delta \ell}{\rho A}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9 \times 10^{10} \times 5 \times 10^{-14}}{9 \times 10^3}} = 35 \text{ Hz}$$

$$19. \quad \text{क्योंकि, } T = \frac{YA}{20} \cdot 4 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2 \times 24} \sqrt{\frac{YA}{20} \cdot \frac{4}{\mu}} \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{और } T' = \frac{YA}{20} \cdot 6 \Rightarrow v' = \frac{1}{2 \times 26} \sqrt{\frac{YA}{20} \cdot \frac{6}{\mu}} \quad \dots\dots(2)$$

$$\therefore \frac{v'}{v_0} = \frac{24}{26} \sqrt{\frac{6}{4}} \quad \therefore v' > v_0$$

$$20. \quad \lambda \propto v \propto \sqrt{T}$$

$$\therefore \frac{1}{2.2} = \sqrt{\frac{mg - \text{upthrust}}{mg}} = \sqrt{1 - \frac{1}{(r.d)}}$$

जहाँ $r.d = \text{आपेक्षिक घनत्व} = 1.26$

भाग - II

$$1. \quad V_{\max} = A\omega = 5 \Rightarrow A \frac{2\pi}{4} = 5$$

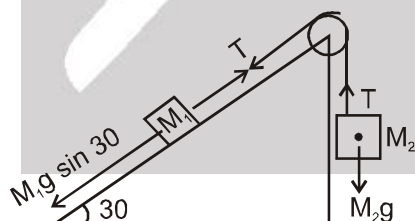
$$\Rightarrow A = \frac{10}{\pi} \text{ cm.}$$

$$2. \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 20 \text{ m/s}$$

$$s = vt$$

$$t = 0.03 \text{ sec.}$$

3.



$$T = M_2g = M_1g \sin 30 \Rightarrow M_1 = 2M_2$$

$$\text{अब } v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{M_2g}{9.8 \times 10^{-3}}}$$

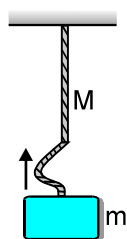
$$100 = \sqrt{\frac{M_2}{10^{-3}}} \Rightarrow M_2 = 10 \text{ kg}$$

$$\therefore M_1 = 20 \text{ kg}$$





4.



$f = \left(\frac{v}{\lambda} \right)$ न्यूनतम बिन्दु पर

$$f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

$f^1 = \frac{v^1}{\lambda^1}$ उच्चतम बिन्दु पर

$$f^1 = \frac{1}{\lambda^1} \sqrt{\frac{(M+m)g}{\mu}}$$

$f^1 = f$: स्त्रोत की आवृत्ति में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

$$\frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{mg}{\mu}} = \frac{1}{\lambda^1} \sqrt{\frac{(M+m)g}{\mu}} \Rightarrow \left[\lambda^1 = \lambda \sqrt{\frac{M+m}{m}} \right] \quad (D)$$

5.

(a) $\mu = Kx = \frac{dM}{dx}$

$$\int_0^M dM = \int_0^L Kx \, dx$$

$$M = \frac{KL^2}{2}$$

$$\text{and } K = \frac{2M}{L^2}$$

(b) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{Kx}} = \frac{dx}{dt} \int_0^L \sqrt{x} \, dx = \sqrt{\frac{F}{K}} \int_0^t dt$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{4L^3}{9} \cdot \frac{K}{F}} = \sqrt{\frac{4L^3}{9F} \cdot \frac{2M}{L^2}} = \sqrt{\frac{8ML}{9F}}$$

6.

$2f = 6, \quad f = 3, \quad T = \frac{1}{3} \text{ sec}, \quad v = 3 \text{ m/sec}$

$$3 = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

$$x = vt$$

$$3 = 3t \Rightarrow t = 1$$

$$\text{कुल समय} = t + \frac{3T}{4}$$

$$= 1 + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ sec.}$$





7. $\frac{\lambda_1}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$ $\lambda_2 = \ell$

$\therefore \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 2$



$$T_1 = 4T_2 \quad \text{---(1)}$$

$$T_1 + T_2 = 60$$

$$\therefore T_1 = 48 \text{ N}$$

$$T_2 = 12 \text{ N}$$

दाये सिरे के सापेक्ष बलाघूर्ण लेने पर

$$48 \times 0.4 = 48 \times (0.4 - x) + 0.2 \times 12$$

T_1 और T_2 का मान रखने पर

$$\therefore x = 5 \text{ cm} \therefore \text{i. e } 5 \text{ cm} \quad \text{बांयी तरफ से 5 cm}$$

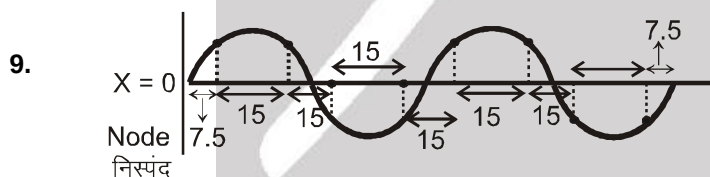
8. तीसरे अधिस्वरक के लिए $\frac{4\lambda}{2} = \ell$

$$\Rightarrow 2\lambda = \ell \Rightarrow \lambda = \frac{\ell}{2}$$

जैसे की $x = 0$ एक निस्पंद है

$$\therefore A_{s.w.} = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$= a \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{3} \right) = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$



(a) $\therefore X = 7.5$ $\lambda = 60$

$$\therefore A_{s.w.} = 3.5 = A \sin Kx$$

$$3.5 = A \sin \left(\frac{2\pi}{60} 7.5 \right) \Rightarrow A = 3.5 \sqrt{2} \text{ mm}$$

$$\therefore A = 3.5 \sqrt{2} \text{ mm}$$

(b) 3वाँ अधिस्वरक $\Rightarrow$ जो कि रस्सी की 120 cm लम्बाई घेरता है।





10. ऊर्जा $E = \int_0^{\ell} \frac{1}{2} dm v^2 = \int_0^{\ell} \frac{1}{2} dm A_x^2 \omega^2$

$$= \int_0^{\ell} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\ell} \right) dx A^2 \sin^2 kx \omega^2$$

$$= \int_0^{\ell} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\ell} \right) A^2 \omega^2 \sin^2 kx dx$$

$$= \frac{1}{4} m A^2 \omega^2$$

$$\text{As } \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{v}{2\ell} = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T\ell}{m}}$$

$$\therefore \text{ऊर्जा} = \frac{1}{4} m a^2 \frac{\pi^2}{\ell^2} \frac{T\ell}{m} = \frac{a^2 \pi^2 T}{4\ell}$$

11. $A_i = 5 \text{ A}$

$$A_r = 3 \text{ A}$$

जैसे कि यह आंशिक अप्रगामी तरंग है।

$$\therefore A_{\text{निसंद}} = A_i - A_r = 2 \text{ A}$$

$$\text{और } A_{\text{प्रसंद}} = A_i + A_r = 8 \text{ A}$$

12. Use ; $n = \frac{2}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

13. $L = 1 \text{ m}$

$$M = 0.04 \text{ kg}$$

$$\mu = \frac{M}{L} = 0.04 \text{ kg/m}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{400}{0.04}} = 100 \text{ m/sec}$$

मूल आवृत्ति के लिये

$$L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L = 4 \text{ m}$$

$$\therefore f_1 = \frac{100}{4} = 25 \text{ Hz}$$

$$(i) \frac{\lambda_1}{4} = L = 1$$

$$\lambda_1 = 4 \text{ m}$$

$$(ii) \frac{3\lambda_2}{4} = L = 1$$

$$\lambda_2 = \frac{4}{3} \text{ m}$$

$$(iii) \frac{5\lambda_3}{4} = L$$

$$\lambda_3 = \frac{4}{5} \text{ m}$$





14. $\ell = 90\text{cm} = 0.9\text{m}$

$$\mu = \frac{44 \times 10^{-3}}{0.9} = \left(\frac{44 \times 10^{-3}}{90 \times 10^{-2}} \right)$$

$$f = \frac{4v}{2L} = \left(\frac{2v}{L} \right) \Rightarrow 60 = \left(\frac{2v}{\ell} \right)$$

$$v = \frac{60\ell}{2} = 30\ell = 30 \times 0.9 = 27$$

$$\sqrt{\frac{T}{\mu}} = 27$$

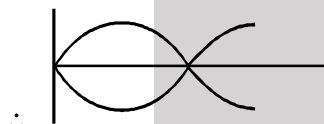
$$T = (27 \times 27 \times \mu) = 27 \times 27 \times \frac{44 \times 10^{-3}}{90 \times 10^{-2}}$$

$$(T = 36 \text{ N})$$

15. $\frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 90$

$$\frac{n+1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 150 \Rightarrow \frac{n+2}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 210$$

$$\therefore \frac{n}{n+1} = \frac{90}{150} \Rightarrow n = 1.5$$



$$\therefore \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 90 = \frac{n}{2\ell} v$$

$$\frac{v}{2\ell} = \frac{90}{n} = \frac{90}{1.5} = 60$$

$$\therefore \frac{v}{4\ell} = 30$$

(b) $\frac{3v}{4L} = 90$ और $\frac{5v}{4\ell} = 150$

$$\text{और } \frac{7v}{4\ell} = 210$$

(c) overtones are 1st, 2nd, 3rd

(d) $\frac{v}{4 \times 0.8} = 30 \Rightarrow v = 96 \text{ m/sec.}$

16. $f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{YA\alpha\Delta T}{\mu}}$

मान रखने पर

$$f = 11$$





$$17. \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4.5 \times 10^7}{0.05}}$$

$$\frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{4.5 \times 10^7}{0.05}} = 420 \quad \text{---(1)}$$

$$\frac{n+1}{2\ell} \sqrt{\frac{4.5 \times 10^7}{0.05}} = 490 \quad \text{---(2)}$$

$$\text{समीकरण (1) व (2) } \Rightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{6}{7} \Rightarrow n = 6$$

$$\text{समीकरण (1) में } n \text{ का मान रखने पर } \therefore \frac{6}{2\ell} 3 \times 10^2 = 420$$

$$\ell = \frac{30000}{140} \quad \ell = \frac{1500}{7} = 214 \text{ cm}$$

18. प्रारंभ में

$$T = mg$$

$$f = 10 f_0 = 10 \frac{v}{2\ell}$$

$$f = \frac{10}{2\ell} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}} \quad \text{.....(1)}$$

$$\text{अन्त में ; } v = \frac{11}{2\ell} \sqrt{\frac{mg - f_b}{\mu}} \quad \text{.....(2)}$$

$$1 = 2 \Rightarrow 100 mg = 121 (mg - f_b)$$

$$100 m = 121m - 121 V \rho_w$$

$$100 V \sigma = 121 V \sigma - 121 V \rho_w$$

(ब्लॉक का घनत्व σ है)

$$21/\sigma = 121 / \rho_w (\rho_w = 1)$$

$$\sigma = \frac{121}{21} = 5.8 \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$$

19. माना स्टील के तार में लूपों की संख्या P तथा एलुमिनियम तार में लूपों की संख्या Q है

$$\therefore \frac{P}{2\ell_s} \sqrt{\frac{T}{\mu_s}} = \frac{Q}{2\ell_{Al}} \sqrt{\frac{T}{\mu_{Al}}}$$

$$\therefore \frac{P}{Q} = \frac{4}{3} \quad \text{.....(1)}$$

निम्नतम आवृत्ति $P = 4$

$$f = \frac{4}{2 \times \frac{80}{100}} \sqrt{\frac{40}{10^{-6} \times 7.8 \times 10^3}} \quad f = 180 \text{ Hz}$$

$$20. \quad f_1 = \frac{1}{2\ell_1} \sqrt{\frac{T\ell_1}{m}} \quad f_2 = \frac{1}{2\ell_2} \sqrt{\frac{T\ell_2}{m}}$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} = \sqrt{\frac{\ell_1(1-20\alpha)}{\ell_1}}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = (1 - 10\alpha) \quad (\text{द्विपद प्रमेय से, ताप परिवर्तन अल्प मानते हुये})$$

$$\alpha = \frac{f_2 - f_1}{10f_2} = 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$





भाग - III

- 1*. मानक समीकरण
- 2*. $y = a \sin(\omega t + Kx)$ से तुलना करने पर
- 3*. $y = A \sin(\omega t - Kx)$ से तुलना करने पर
- 4*. तरंग की मानक समीकरण को सन्तुष्ट करता है।
- 5*. $y = A \cos(\omega t - kx)$ समीकरण से तुलना करने पर
 $\omega = 500 \text{ s}^{-1}$, $k = 0.025 \text{ m}^{-1}$,
 $v = \frac{500}{0.025} = 2 \times 10^4 \text{ m/s}$
 $\lambda = \frac{500}{0.025} = 80 \pi \text{ m}$
 $y = A \cos(\omega t - kx)$ से तुलना करें

6*. $V_{\max} = A\omega = \frac{v}{10} \Rightarrow 10^{-3} 2\pi f = \frac{10}{10}$
 $\Rightarrow f = \frac{1000}{2\pi} \text{ Hz}$
 अब $V = f\lambda$ से λ ज्ञात करो

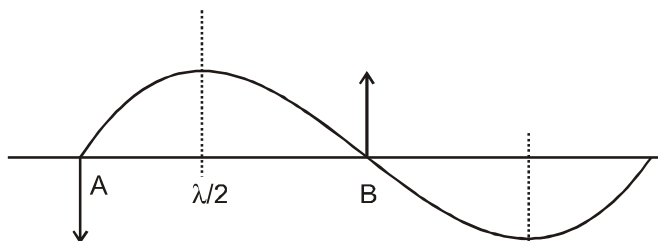
7*. $v \propto \sqrt{T}$
 $f \propto \sqrt{T}$
 $\frac{f}{f+15} = \left(\frac{T}{T + \frac{21T}{100}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{10}{11}$
 $11f = 10f + 150$
 $f = 150 \text{ Hz}$

8. $y_1 = A \sin(2\pi f t - kx)$
 $2\pi f = \omega$
 $y_2 = 3A \sin(2\pi f t + kx)$
 अध्यारोपण के कारण ($y = y_1 + y_2$)
 $\Rightarrow y = (A \sin(\omega t - kx) + 3A \sin(\omega t + kx))$
 $y = (4A \cos kx \sin \omega t - 2A \sin kx \cos \omega t)$
 इसलिए पथ के इस बिन्दु पर औसत विस्थापन शून्य है।
 $A^1 \sin \phi = 2A \sin kx$
 $A^1 \cos \phi = 4A \cos kx$
 $A^1 = \sqrt{4A^2 \sin^2 kx + 16A^2 \cos^2 kx}$
 इसलिए A^1 , x (स्थिति) के साथ परिवर्तित होता है।





9*.



A व B बिन्दु विपरित दिशा में गतिशील है, A व B का विस्थापन स्तर बराबर होगा।

11*. अध्यारोपण का सिद्धान्त उपयोग में लाये।

12*. $y = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cos(kx)$ से तुलना करेंi.e. $y = A \sin \omega t \cos Kx$ $\omega = 50\pi$, $k = 10\pi$, $v = 5 \text{ m/s}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi$$

$$\lambda = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{प्रस्पन्द की स्थिति} = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda$$

$$= 0, 0.1, 0.2, 0.3$$

$$\text{निस्पन्द की स्थिति} = 0.05, 0.15, 0.25,$$

13*. $y = A \sin Kx \cos \omega t$ से तुलना करें14*. $\ell = 1 \text{ m}$ $\varepsilon = 10 \sin(80\pi t - 4\pi x)$

द्वितीय तरंग के अध्यारोपण के लिए

$$\varepsilon_2 = 10 \sin(80\pi t + 4\pi x)$$

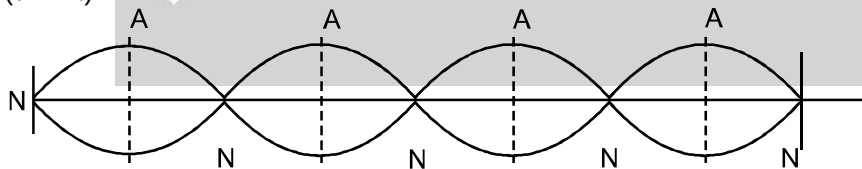
$$\text{अप्रगामी तरंग का आयाम} = 2A = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$$

$$K = 4\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ m}$$

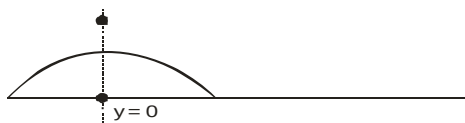
$$\ell = 1 \text{ m}$$

$$(\ell = 2\lambda)$$



कुल (N = 5)

15.

 v_{max} at $y = 0$ So K_{max} at $y = 0 \Rightarrow C$ So $\text{max}^m \text{P.E.}$ at $y = 0$ $\Rightarrow D$ 

Resonance
Educating for better tomorrow

Corporate Office : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) – 324005

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in

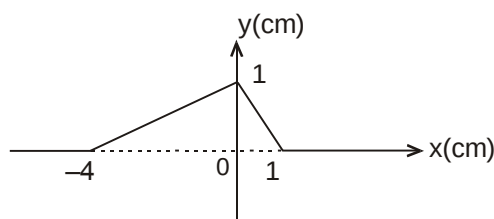
Toll Free : 1800 200 2244 | 1800 258 5555 | CIN: U80302RJ2007PLC024029

ADVST - 20



भाग - IV

1. $t = 0$ पर स्पंद की आकृति



यह त्रिभुजाकार स्पन्द है।

स्पन्द का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [(4 \times 1) + (1 \times 1)]$$

$$= \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

2. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 10 \text{ m/s}$

तरंग समीकरण के हल से किसी समय पर डोरी के एक भाग के विस्थापन को ज्ञात करते हैं।

$$y = f(x, t) = \begin{cases} \frac{(x - vt)}{4} + 1 & vt - 4 < x \leq vt \text{ के लिए} \\ -(x - vt) + 1 & vt < x < vt + 1 \text{ के लिए} \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

$v = 1000 \text{ cm/s}$, $t = 0.01 \text{ s}$ के प्रयोग से

$$vt = 10 \text{ cm}$$

चूंकि $(vt - 4) < (x = 7 \text{ cm}) < vt$

$$y = \frac{1}{4} (7 - 10) + 1 = \frac{1}{4} \text{ cm} = 0.25 \text{ cm}$$

3. अनुप्रस्थ वेग = $\frac{\partial y}{\partial t}$

$$t = 0.015 \text{ s पर, } vt = 15 \text{ cm}$$

$$x = 13 \text{ cm के लिए } (vt - 4) < x < vt$$

अतः

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{v}{4} = -250 \text{ cm/s}$$

Sol. $f = 120$ $A = \frac{1}{2} \times 10^{-2}$

$$V_{\omega} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 100 \text{ and}$$

$$\mu = 90 \times 10^{-3} \text{ Kg met}$$

$$V_{P_{\max}} = A\omega = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times 2\pi \cdot 120 = 1.2 \pi$$





4. $(T_y)_{\max} = (T \sin \theta)_{\max} = (T \tan \theta)_{\max}$

$$= T \left(\frac{\delta_y}{\delta_x} \right)_{\max} = T \frac{V_{p_{\max}}}{V_w}$$

$$= \frac{900 \times 1.2\pi}{100} = 10.8\pi \text{ N}$$

5. $P_{\max} = 4\pi^2 f^2 A^2 \mu v = 12.96\pi^2 \text{ watt}$

6. $P_{\min} = 0$

जब न्यूनतम शक्ति स्थानान्तरण हो रहा तब विस्थापन $= \frac{1}{2} \text{ cm}$

7-9 रस्सी BC का माध्यम ज्यादा सघन है। परावर्तित तथा पारगमित तरंग के मध्य कलान्तर π होगा।

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_t} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \quad \text{अब} \quad \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{4}{9} \quad (\text{अतः}) \quad \frac{\lambda_r}{\lambda_t} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{A_r}{A_t} = \frac{\frac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} A_i}{\frac{2v_2}{v_1 + v_2} A_i} = \frac{v_2 - v_1}{2v_2} = \frac{1}{4}$$

EXERCISE-3

भाग - I

1. कण का अधिकतम वेग $v_{\max} = \omega A = 3 \text{ m/s}$

कण का अधिकतम त्वरण

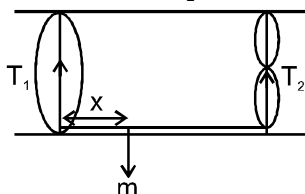
$$a_{\max} = v_{\max} \omega = \omega \times 3 = 90 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \omega = 30 \text{ s}^{-1} \Rightarrow A = \frac{3}{\omega} = \frac{3}{30} = 0.1 \text{ m}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \quad [\text{जहाँ } v \text{ तरंग की चाल है}]$$

$$\text{रस्सी में तरंग की समीकरण } y = 0.1 \sin \left(30t \pm \frac{3}{2}x + \phi \right) \quad [\text{जहाँ } \phi \text{ प्रारम्भिक कला है}]$$

2. $\frac{\lambda_1}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$

$$\lambda_2 = \ell \Rightarrow \therefore \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2$$



$$\frac{v_1/f}{v_2/f} = 2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2 = \sqrt{\frac{T_1/\mu}{T_2/\mu}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 4 \quad \text{---(1)}$$

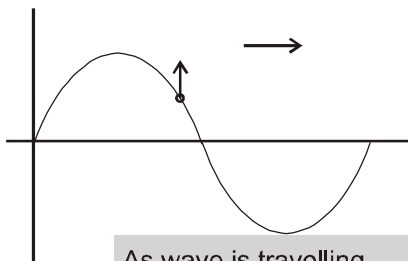
P के सापेक्ष बलाघूर्ण : $T_1 x = T_2 (\ell - x)$

$$\ell - x = 4x \quad x = \ell/5$$





3. $V = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$
 $V_P = 2\pi f \sqrt{A^2 - y^2}$
 $V_P = 2\pi \left(\frac{V}{\lambda} \right) \sqrt{A^2 - y^2} = \frac{2\pi}{0.5} \times 0.1 \sqrt{(0.1)^2 - (0.05)^2}$



As wave is travelling
in +ve direction

$$V_P = \frac{\sqrt{3}\pi}{50} \text{ m/s}$$

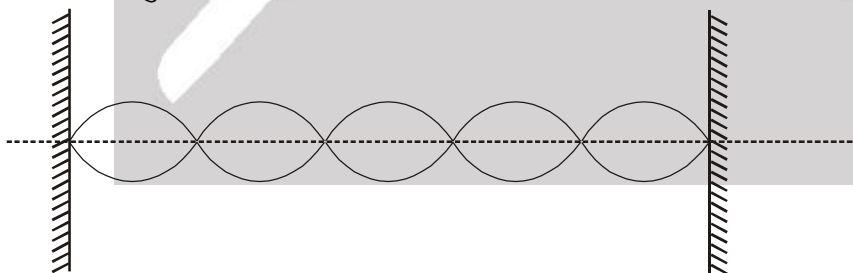
Ans. (A)

4. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{0.5}{10^{-3}/0.2}} = 10 \text{ m/sec.}$
 $v = f\lambda$
 $10 = (100)\lambda \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$
 दो उत्तरोत्तर निस्पन्दों के मध्य दूरी = $\frac{\lambda}{2} = 5 \text{ cm}$

Ans. 5

5. $A_{eq} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \phi}$
 $A_{eq} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2(4)(3)\cos \frac{\pi}{2}}$
 $A_{eq} = 5.$

6. (A) यहाँ पर 5 पूर्ण लूप है।
निस्पन्दों की कुल संख्या = 6



(B) $\omega = 628 \text{ sec}^{-1}$

$$k = 62.8 \text{ m}^{-1} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{10}$$

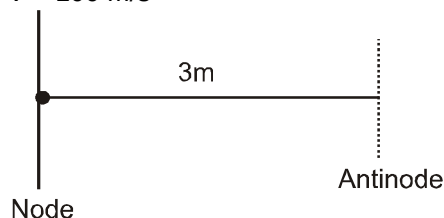
$$v_w = \frac{\omega}{k} = \frac{628}{62.8} = 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$L = \frac{5\lambda}{2} = 0.25$$

(C) $2A = 0.01 = \text{प्रस्पन्दों का अधिकतम आयाम}$

(D) $f = \frac{v}{2\ell} = \frac{10}{2 \times 0.25} = 20 \text{ Hz.}$



7. $V = 100 \text{ m/s}$ 

Node

Antinode

सम्भव कम्पन की विधा

$$\ell = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{12}{(2n+1)} \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12/(2n+1)} = \frac{(2n+1)\pi}{6}$$

$$\omega = vk = 100 (2n+1) \frac{\pi}{6} = \frac{(2n+1) 50\pi}{3}$$

यदि	$n = 0$	$k = \frac{\pi}{6}$	$\omega = \frac{50\pi}{3}$
	$n = 1$	$k = \frac{5\pi}{6}$	$\omega = \frac{250\pi}{3}$
	$n = 7$	$k = \frac{5\pi}{2}$	$\omega = 250\pi$

8.* $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, अतः किसी भी स्थिति में दो स्पंदों की चाल समान होगी, इसलिये दोनों स्पंदों द्वारा लिया गया समय समान होगा।

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda \propto V$, जब स्पंद 1, A पर पहुंचेगा तो उसकी चाल घटेगी इसलिये तरंगदैर्घ्य λ घटेगा।
मध्य बिन्दु पर, वेग का मान बराबर होगा परन्तु दिशा विपरीत होगी। इसलिए वेग विपरीत दिशा में होगा।

भाग - II

1. $(n+1) \frac{v}{2\ell} = 420 \dots\dots(1)$

$\frac{nv}{2\ell} = 315 \dots\dots(2)$

$(1) - (2) \frac{v}{\mu} = 105 \text{ Hz} \quad f_{\min} = 105 \text{ Hz}$

2. $\frac{2\pi}{\lambda} \pi = \alpha \quad \alpha = \frac{2\pi}{0.08} = 25\pi \quad \frac{2\pi}{T} = \beta \quad \beta = \frac{2\pi}{2} = \pi$

3. समीकरण से

$f = \frac{1}{0.04}$ and $\lambda = 0.5 \Rightarrow V = \frac{1}{0.04} \times 0.5 = \frac{25}{2}$

by $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \left(\frac{25}{2}\right)^2 = \frac{T}{0.04} \Rightarrow T = \frac{625}{4} \times 0.04$

$T = 6.25 \text{ N}$



Resonance®
Educating for better tomorrow

Corporate Office : CG Tower, A-46 & 52, IPIA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) – 324005

Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in

Toll Free : 1800 200 2244 | 1800 258 5555 | CIN: U80302RJ2007PLC024029

ADVST - 24



4. $y(x,t) = e^{-[\sqrt{a}x + \sqrt{b}t]^2}$

यह अनुप्रस्थ तरंग है

$$y(x,t) = e^{-(ax+bt)^2}$$

चाल $v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

तथा तरंग ऋणात्मक $-x$ दिशा से गति कर रही है।

5. $Y = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx)$

$Y = 2A \sin \omega t \cos kx$ अप्रगामी तरंग

निस्पन्द के लिए $\cos kx = 0$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (2n+1) \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore x = \frac{(2n+1)\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

6. $f = \frac{v}{2\ell} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{Ad}}$

तथा $Y = \frac{T\ell}{A\Delta\ell} \Rightarrow \frac{T}{A} = \frac{Y\Delta\ell}{\ell} \Rightarrow f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{Y\Delta\ell}{\ell d}}$

$$\ell = 1.5\text{m}, \frac{\Delta\ell}{\ell} = 0.01, d = 7.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$y = 2.2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

हल करने के पश्चात्

$$f = \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{10^3}{3} \text{ Hz.}$$

$$f \approx 178.2 \text{ Hz.}$$

Ans. (2)

7. माना एकांक लम्बाई का द्रव्यमान λ है।

$$x = \ell$$

$$x$$

$$x = 0$$

$$T = \lambda g x$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\lambda}} = \sqrt{gx}$$

$$v^2 = gx,$$

$$a = \frac{v dv}{dx} = \frac{g}{2}$$

$$\ell = \frac{1}{2} \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4\ell}{g}} = 2\sqrt{2} \text{ sec}$$

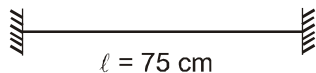




HIGH LEVEL PROBLEMS (HLP)

विषयात्मक प्रश्न

1.



$$f_1 = 420 = \frac{nv}{2L}$$

$$f_2 = 315 = \frac{mv}{2L}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{420}{315} = \frac{n}{m} \quad (\text{यहाँ } n \text{ तथा } m \text{ पूर्णांक हैं})$$

$$\text{अतः } n = 4, m = 3$$

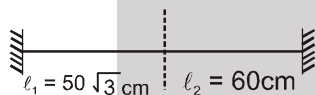
कोई अनुनादी आवृत्ति नहीं है अतः ।

$$420 = \frac{4v}{2L}$$

$$f_2 = \frac{v}{2L} = \left(\frac{420}{4} \right) = 105 \text{ Hz न्यूनतम अनुनादी के आवृत्ति के लिए।}$$

$$V = (105)(2L) = 105 \times 2 \times 0.75 = 105 \times \frac{3}{2} = 157.5 \text{ m/sec.}$$

2.



स्टील एल्युमिनियम

$$T = 104$$

$$\sigma_1 = 7.8 \text{ gm/cm}^3 \quad \sigma_2 = 2.6 \text{ gm/cm}^3$$

$$A_1 = A_2 = 1 \text{ mm}^2$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{T}{\sigma_1 A_1}} = \sqrt{\frac{104}{7.8 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-6}}}$$

$$V_1 = \left(\frac{200}{\sqrt{3}} \right) \text{ m/sec.}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{T}{\sigma_2 A_2}} = \sqrt{\frac{104}{2.6 \times 10^{-3}}}$$

$$= 2 \times 10^2 \text{ m/sec.}$$

न्यूनतम आवृत्ति के लिए

$$f_1 = f_2$$

$$\frac{n_1 V_1}{2L_1} = \frac{n_2 V_2}{2L_2}$$

$$\frac{n_1 \times 200}{2 \times \sqrt{3} \times 50\sqrt{3}} = \frac{n_2 \times 200}{2 \times 60 \times 1}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{5}{2} \right) \right]$$

अतः न्यूनतम आवृत्ति

$$f_2 = \frac{n_2 V}{2L} = \frac{2 \times 200}{2 \times 0.6} = \frac{1000}{3} \text{ Hz}$$



Resonance®
Educating for better tomorrow

Corporate Office : CG Tower, A-46 & 52, IPHA, Near City Mall, Jhalawar Road, Kota (Raj.) – 324005

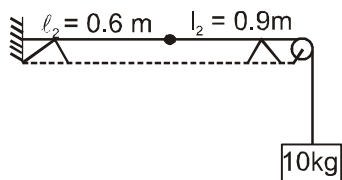
Website : www.resonance.ac.in | E-mail : contact@resonance.ac.in

Toll Free : 1800 200 2244 | 1800 258 5555 | CIN: U80302RJ2007PLC024029

ADVST - 26



3.



$$A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}, T = 10g = 100 \text{ N}$$

$$\sigma_1 = 2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^2 \quad \sigma_2 = 1.04 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{100}{1 \times 10^{-6} \times 2.6 \times 10^3}} = \frac{10^3}{\sqrt{26}} \text{ m/sec}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{100}{1 \times 10^{-6} \times 1.04 \times 10^4}} = \frac{10^3}{2\sqrt{26}}$$

$$f_1 = f_2$$

$$\frac{n_1 \times 10^3}{2 \times 0.6 \sqrt{26}} = \frac{n_2 \times 10^3}{2 \times 2 \times 0.9 \sqrt{26}} \left[\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{3} \right]$$

$$\text{न्यूनतम आवृत्ति} = \frac{n_1 v_1}{2L_1} = \frac{1 \times 10^3}{\sqrt{26} \times 2 \times 0.6}$$

$$= \frac{10^4}{12\sqrt{26}} = 162 \text{ vibration/sec.}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{1}{3} \right)$$

एक तरफ 1 लूप तथा दूसरी तरफ 3 लूप है।



इसलिए सिरों पर स्थित निस्पंद को छोड़कर कुल 3 निस्पंद होंगे।

4.

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

यदि लम्बाई नियत है।

$$\frac{f'}{f} = \left(\frac{T'}{T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f' = f + 6, \quad T' = T + 0.44 T = 1.44 T$$

$$\frac{f+6}{f} = \sqrt{\frac{1.44T}{T}}$$

$$f = 30 \text{ Hz}$$

यदि तनाव नियत है।

$$\frac{f''}{f} = \frac{\ell}{1.20\ell}$$

$$f'' = \frac{f}{1.2} = \frac{300}{12}$$

$$f'' = 25 \text{ Hz}$$

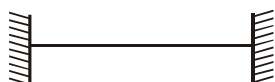
$$\Delta f = f'' - f = 25 - 30 = -5 \text{ Hz}$$

अतः मूल आवृत्ति 5 Hz कम हो जायेगी।





5.



यदि ताप घटता है तो तार में तनाव बढ़ता है तथा v बढ़ता है।

$$v_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$F = \mu v_1^2$$

$$\Delta F = YA \alpha \Delta T$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{F + \Delta F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F + YA \alpha \Delta T}{\mu}}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{YA \alpha \Delta T}{\mu}$$

$$\frac{YA \alpha \Delta T}{(m/\ell)} = v_2^2 - v_1^2$$

$$\frac{Y \alpha \Delta T}{\rho} = v_2^2 - v_1^2$$

$$\alpha = \frac{\rho (v_2^2 - v_1^2)}{Y \Delta T}$$

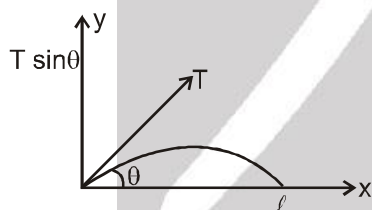
6.

$$V_1 = \sqrt{\frac{10}{4 \times 10^{-3}}} = 50 \text{ m/sec}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{10}{16 \times 10^{-3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{10^4}{16}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ m/sec}$$

7.



$$F_y = T \sin \theta = T \tan \theta$$

$$= T \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$y = A \sin (\omega t - kx)$$

$$= 0.02 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{0.50 \times 2} x \right)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -0.02 \times 2\pi \cos (\omega t - 2\pi x)$$

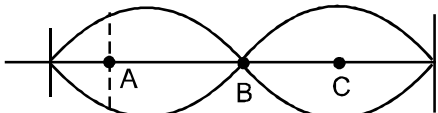
$$\text{At } x = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -0.02 \times 2\pi \cos \omega t$$

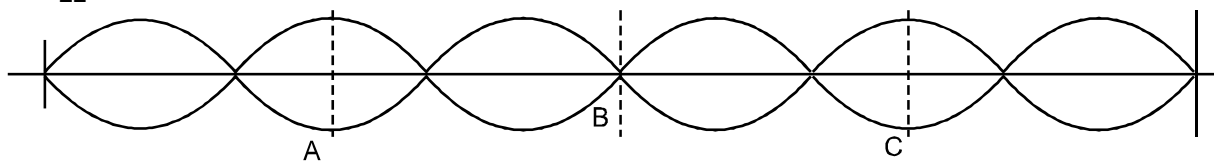
$$\left[\frac{\partial y}{\partial x} \right]_{\max} = 0.02 \times 2\pi$$

$$F_y = \left[T \frac{\partial y}{\partial x} \right] = 0.02 \times 2\pi \times 10 = \frac{2\pi}{5} \text{ N}$$



8.  (n = 2)

$$f_1 = \frac{2v}{2L} \quad \text{--- (i)}$$



n = 6

$$f_2 = \frac{6v}{2L} \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{6v/2L}{2v/2L} = 3$$

$$f_2 = 3f_1 = 3 \times 100 = (300 \text{ Hz})$$

9. $f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
जैसा कि F व μ अचर है।

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$L_2 = \frac{f_1}{f_2} L_1 = \frac{90}{135} \times 180 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$$

अतः डोरी को एक सिरे से 120 cm पर दबाना चाहिए।

10. $\ell = 90 \text{ cm} = 0.9 \text{ m}$

$$\mu = \frac{4}{90} \text{ gm/cm}$$

$$= \frac{4}{900} \text{ Kg/m}$$

$$f = 125$$

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$125 = \frac{1}{2 \times 0.9} \sqrt{\frac{T \times 900}{4}}$$

$$T = 225 \text{ N}$$

11. $n_1 = \frac{1}{2L_1} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$$n_2 = \frac{1}{2L_2} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$n_3 = \frac{1}{2L_3} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$n_1 : n_2 : n_3 : 1 : 2 : 3$$

$$n_2 = 2n_1$$

$$n_3 = 3n_1$$





$$L_2 = \frac{n_1}{n_2} L_1 = \left(\frac{L_1}{2}\right)$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1.21$$

$$L_1 + \frac{L_1}{2} + \frac{L_1}{3} = 1.21$$

$$L_1 \left(\frac{6+3+2}{6}\right) = 1.21$$

$$L_1 \left(\frac{11}{6}\right) = 1.21$$

$$L_1 = \frac{6 \times 121}{11 \times 100} = \frac{6 \times 11}{100} = 0.66 \text{ m}$$

$$L_2 = \frac{L_1}{2} = \frac{0.66}{2} = 0.33 \text{ m}$$

$$L_3 = \frac{L_1}{3} = \frac{0.66}{3} = 0.22 \text{ m}$$

12.

$$y_p = 2 \sin(100\pi t + 30^\circ)$$

$$y = 2 \sin \left[100\pi \left(t - \frac{25}{50} \right) + 30^\circ \right] = 2 \sin(100\pi t - 50\pi + 30^\circ)$$

$$z = 3 \sin \left[100\pi \left(t - \frac{75}{50} \right) + 60^\circ \right]$$

$$= 3 \sin(100\pi t - 150\pi + 60^\circ) = 3 \sin(100\pi t + 60^\circ)$$

$$\vec{r}_{(\text{in mm})} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

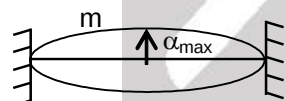
$$= 25000\hat{i} + 2\sin(100\pi t + 30^\circ)\hat{j} + 3\sin(100\pi t + 60^\circ)\hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2 \times 100\pi \cos(100\pi t + 30^\circ)\hat{j} + 3 \times 100\pi \cos(100\pi t + 60^\circ)\hat{k}$$

$$\vec{v}_{(\text{in m/s})} = 0.2\pi \cos(100\pi t + 30^\circ)\hat{j} + 0.3\pi \cos(100\pi t + 60^\circ)\hat{k}$$

't' समय पर कलान्तर = 30° है जो कि बिन्दु 'P' पर मिलने के बाद हमेशा नियत रहता है।

13.



अप्रगामी तरंग की समीकरण

$$y = \alpha_{\max} \sin kx \cos \omega t$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -\alpha_{\max} \sin kx \sin \omega t$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -\alpha_{\max} \omega \sin kx \sin \omega t$$

(a) अधिकतम वेग के लिए $\sin \omega t = 1$

$$\text{तब } V_y = -\alpha_{\max} \omega \sin kx$$

तब गतिज ऊर्जा

$$dk = \frac{1}{2} (dm) V_y^2$$

$$dk = \frac{1}{2} (\mu dx) \alpha_{\max}^2 \omega^2 \sin^2 kx$$





$$\int dk = \frac{1}{2} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \int_0^{\lambda/2} \sin^2 kx dx$$

$$k = \frac{1}{2} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$K = \frac{1}{4} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2$$

(b) dx लम्बाई की पट्टी के लिए औसत गतिज ऊर्जा :

$$\langle dk \rangle = \langle \frac{1}{2} dm v^2 \rangle = \langle \frac{1}{2} (\mu dx) (\alpha_{\max} \omega \sin kx \sin \omega t)^2 \rangle$$

$$\langle dk \rangle = \frac{1}{2} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \sin^2 kx dx \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{4} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \sin^2 kx dx$$

सभी अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा

$$\langle k \rangle = \frac{1}{4} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \langle \sin^2 kx \rangle$$

$$\langle k \rangle = \frac{1}{8} \mu \alpha_{\max}^2 \omega^2 \text{ Ans.}$$

(i) एवं (ii) से :

$$dE = dU + dk$$

$$dE = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 [\sin^2 kx \sin^2 \omega t + \cos^2 kx \cos^2 \omega t] dx \quad \dots (iii)$$

(dx) भाग पर dE का औसत मान

$$\langle dE \rangle = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 [\sin^2 kx \langle \sin^2 \omega t \rangle + \cos^2 kx \langle \cos^2 \omega t \rangle] dx$$

$$\langle dE \rangle = \frac{1}{4} \mu a^2 \omega^2 [\sin^2 kx + \cos^2 kx] dx$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \mu a^2 \omega^2 \int_0^{\lambda/2} dx = \frac{1}{4} \mu a^2 \omega^2 \frac{\lambda}{2}$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{8} \mu a^2 \omega^2 \lambda \quad \dots (iv)$$

$$\text{साथ ही } \rho = \frac{\mu}{s} \text{ तथा } \lambda = \frac{2\pi}{K} \text{ रखने पर } \dots (iv)$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \pi s \rho \frac{(a\omega)^2}{K} \text{ Ans.}$$

विश्लेषण :

(i) से गतिज ऊर्जा पर :

$$dk = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t dx$$

निस्पंद बिन्दु पर : $\sin kx = 0$

तब $dk = 0$ (always at each time)

प्रस्पंद बिन्दु पर : $\sin kx = \pm 1$

$$\text{तब } dk = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t dx$$

यह समीकरण यह दर्शाती है कि गतिज ऊर्जा परिवर्ती होगी तथा यह अधिकतम होगी जब $\sin \omega t = 1 \Rightarrow \cos \omega t = 0$

तब डोरी के कण माध्य स्थिति पर होंगे

(ii) से स्थितिज ऊर्जा पर :

$$dU = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t dx$$

निस्पंद बिन्दु पर : $\sin kx = 0 \Rightarrow \cos kx = \pm 1$





अतः निस्पंद बिन्दु पर सदैव स्थितिज ऊर्जा अधिकतम तथा प्रस्पंद बिन्दु पर न्यूनतम होगी।
प्रस्पंद बिन्दु पर :

$$dU = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t dx$$

निस्पंद बिन्दु पर स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होगी जब

$$\cos \omega t = 1 \quad \text{तथा इस क्षण सभी कण चरम स्थिति पर होंगे।}$$

विश्लेषण :

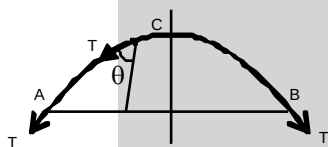
(iii) से दो निस्पंदों के मध्य ऊर्जा

$$E = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \left[\sin^2 \omega t \int_0^{\lambda/2} \sin^2 kx dx + \cos^2 \omega t \int_0^{\lambda/2} \cos^2 kx dx \right]$$

$$E = \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \left[\frac{\lambda}{4} \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t \frac{\lambda}{4} \right]$$

$$E = \frac{a^2 \omega^2 \lambda}{8} \mu = \text{नियत, समय पर निर्भर नहीं करती}$$

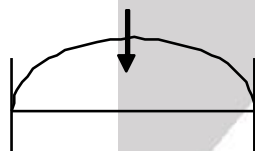
ऊर्जा दो निस्पंदों के मध्य परिबद्ध है
यांत्रिकी के साथ व्याख्या



यहाँ बिन्दु A तथा B निस्पंद बिन्दु है जिनके विस्थापन शून्य है अतः तनाव द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा तथा यह ऊर्जा संरक्षित रहेगी।

बिन्दु C के लिए : तनाव का घटक कार्य करता है तथा प्रत्येक आधे चक्र में तनाव द्वारा किया गया कार्य शून्य होगा अतः ऊर्जा प्रत्येक आधे चक्र में संरक्षित होगी।

तरीका : 2



चूँकि दो निस्पंदों के मध्य ऊर्जा प्रत्येक क्षण पर संरक्षित रहती है अब जब डोरी माध्य स्थिति पर होती है तब स्थितिज ऊर्जा शून्य होती है अतः कुल ऊर्जा माध्य स्थिति पर गतिज ऊर्जा के बराबर होगी।

माध्य स्थिति पर :

$$E = U + K$$

$$\text{यहाँ } U = 0$$

$$\text{अब } K = \sum \frac{1}{2} (dm) v^2$$

$$K = \sum \frac{1}{2} (\mu dx) v^2 \quad \dots (i)$$

$$\text{अब } v = \frac{dE}{dt} = -a\omega \sin kx \sin \omega t$$

$$(i) \text{ से : } K = \sum \frac{1}{2} (\mu dx) a^2 \omega^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t \quad \dots (ii)$$

$$\text{माध्य स्थिति पर } \epsilon = 0 \Rightarrow \cos \omega t = 0 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$$



(ii) से

$$K = \sum \frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \sin^2 kx \, dx$$

$$\frac{1}{2} \mu a^2 \omega^2 \int_0^{\lambda/2} \sin^2 kx \, dx = \frac{a^2 \omega^2 \mu \lambda}{8}$$

$$E = K = \frac{a^2 \omega^2 \mu \lambda}{8} \quad \text{रखने पर} \quad \mu = \rho s \text{ and } \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$E = \frac{1}{4} \pi s \rho \frac{(a\omega)^2}{k}$$

