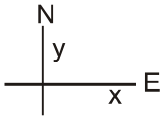
Hints & Solution of Relative Motion

EXERCISE # 1

भाग - I

A-1. $\vec{V}_A = 15 m/sec\,\hat{j}$ $\vec{V}_B = 25 m/sec(-\hat{j})$



(a) $\vec{V}_B - \vec{V}_A = -40\hat{j}$ i.e., 40 m/sec दक्षिण की तरफ = 144 km/hr दक्षिण की तरफ

(b) $0 - \vec{V}_B = 25$ m/sec $\hat{j}$ i.e., 25 m/sec उत्तर की तरफ = 90 km/hr उत्तर की तरफ

(c) $\vec{V}_{M.G} = 15\hat{j} - \frac{18\times5}{18}\hat{j} = 10\hat{j}$ i.e., 10 m/sec उत्तर की तरफ = 36 km/hr उत्तर की तरफ

(d) $\vec{V}_{M.B} = 10\hat{j} - (-25)\hat{j} = 35\hat{j}$ i.e., 35 m/sec उत्तर की तरफ = 126 km/hr उत्तर की तरफ

A-2. $d = \upsilon_r t$ where υ_r is the relative velocity $d = \upsilon_r t$ जहाँ υ_r सापेक्षिक वेग है

$\frac{3}{60\times60} = \frac{0.075}{40+v}$ 120 + 3v = 270   3v = 150   v = 50 $\frac{km}{h}$

A-3. A का B के सापेक्ष वेग

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ = 10 – 5 = 5 m/s

अतः A द्वारा, B से मिलने में लगा समय

$t = \frac{100}{v_{AB}} = \frac{100}{5} = 20$ sec.

A-4. $v_r = 25 - 15 = 10 m/s$ तथा $a_r = -1 m/s^2$ अतः $v^2 = u^2 + 2as$

$S = \frac{100}{2\times1} = 50m$

B-1. $\vec{v}_A = 4\hat{i}$, $\vec{v}_B = -3\hat{j}$

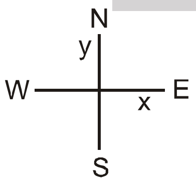
$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{V}_B = 4\hat{i} - (-3\hat{j}) = 4\hat{i} + 3\hat{j}$

$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{V}_A = -3\hat{j} - 4\hat{i}$

$|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ मात्रक $|\vec{v}_{BA}| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ मात्रक

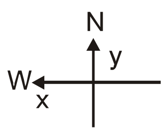
B-2. $\vec{V} = 12\hat{i} + 5\hat{j}$ $|\vec{V}| = \sqrt{12^2+5^2} = 13$ m/sec

$\tan\theta = \frac{5}{12}$ पूर्व से उत्तर की तरफ

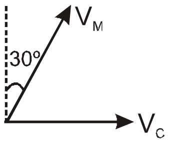


B-3. (a) $V_{G,B} = 0 - 20 = -20$ m/sec पूर्व की तरफ

(b) $V_A = 15$ m/sec $V_B = 20$ m/sec $|\vec{V}_A - \vec{V}_B| = \sqrt{20^2+15^2}$



B-4.

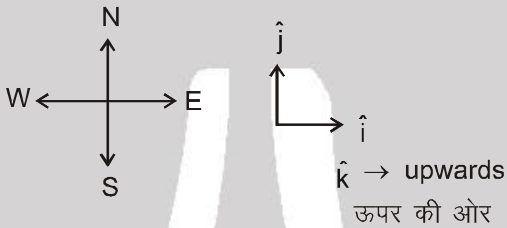


$\vec{V}_M - \vec{V}_C = 5 \sin 30\,\hat{i} + 5 \cos 30°\,\hat{j} - 10\,\hat{i}$ $\quad \vec{V}_{MC} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\hat{j} - 7.5\hat{i}$

चाल = $|\vec{V}_M - \vec{V}_C| = \sqrt{\frac{25\times3}{4} + \frac{225}{4}} = 5\sqrt{3}$ km/hr **Ans**

$\tan\theta = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{7.5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\theta = 30°$ पश्चिम से उत्तर की तरफ. **Ans**

B-5. $V_{ship} = \sqrt{2}\,\hat{j} + 1\hat{i} + 1\hat{k} = \hat{i} + \sqrt{2}\,\hat{j} + \hat{k}$



C-1. $V_S + V_r = 16$ $\qquad V_S - V_r = 8$

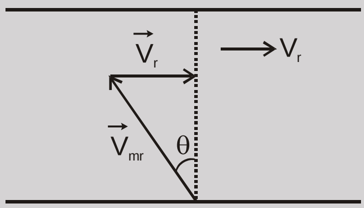
$\Rightarrow \quad V_S = 12$ km/hr $\qquad \Rightarrow \quad V_r = 4$ km/hr

C-2. (I) (a) $\frac{d}{\upsilon_{mR}} = \frac{1}{4}$ hr

(b) नदी प्रवाह के अनुदिश विस्थापन = $\upsilon_r t = \frac{3}{4}$ km

C-3. दिया है $\vec{V}_r = 5$ m/min

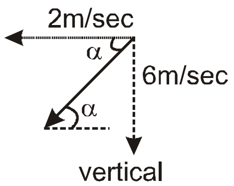
$\vec{V}_{mr} = 10$ m/min



$\sin\theta = \frac{\vec{V}_r}{\vec{V}_{mr}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30°$ (उत्तर से पश्चिम)

D-1.

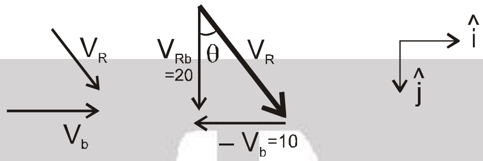


$\tan\alpha = 6/2 = 3$ $\qquad\qquad \alpha = \tan^{-1} 3$

D-2. $V_{RM} = V_R - V_M$

$V_R = V_{Rb} + V_b = 20\hat{j} + 10\hat{i}$

$\tan\theta = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$



$|V_r| = \sqrt{(20)^2 + (10)^2} = 10\sqrt{5}$ m/s

ऊर्ध्वाधर से $\tan^{-1} 1/2$ कोण बनाते हुए

Ans. $10\sqrt{5}$ m/s

D-3. $\vec{V}_m = 2\hat{i}$

$\vec{V}_r = \upsilon_x\hat{i} + \upsilon_y\hat{j}$

$\vec{\upsilon}_{r,m} = (\upsilon_x - 2)\hat{i} + \upsilon_y\hat{j} = \upsilon_y\hat{j}$

$\therefore \qquad \upsilon_x = 2$ m/sec

$\vec{v}'_m = 4\hat{i}$

$\vec{\upsilon}'_{r,m} = \vec{\upsilon}_r - \vec{\upsilon}'_m$

$= (\upsilon_x - 4)\hat{i} + \upsilon_y\hat{j} = -2\hat{i} + \upsilon_y\hat{j}$

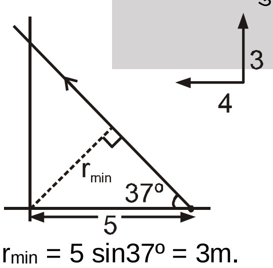
$\tan 45^\circ = \upsilon_y/2$

$\upsilon_y = 2$

अतः $\vec{\upsilon}_r = 2\hat{i} + 2\hat{j}$ अतः $\tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$

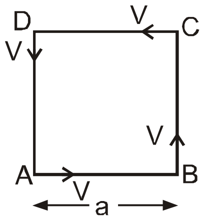
$\upsilon_r = 2\sqrt{2}$ m/sec.

E-1. उनके सापेक्षिक वेग चित्रानुसार है



$r_{min} = 5\sin 37^\circ = 3$m.

E-2.



B का A के सापेक्ष वेग = v

इसलिए लिया गया समय = a/v.

भाग - II

A-1. जहाज के सापेक्ष गोले का त्वरण = g + a (नीचे की ओर)

तथा चाल = 700 – 500 = 200 (ऊपर की ओर)

गोले से टकराने से बचने के लिए

$h > \frac{u_{rel}^2 - v_{rel}^2}{2(g+a)}$ ⇒ $1000 > \frac{(200)^2 - (0)^2}{2(g+a)}$

$g + a > 20$ ⇒ $a > 10\ m/s^2$

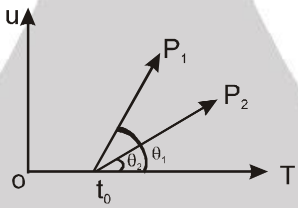
A-2. $\upsilon_1 = 50 - gT$ $\upsilon_2 = -50 - gT$ $v_r = \upsilon_1 - \upsilon_2 = 100$ m/sec

A-3. $\upsilon_1 = C_1$ रेखा की ढाल = नियतांक

$\upsilon_2 = C_2$ रेखा की ढाल = नियतांक

$\upsilon_1 - \upsilon_2 \neq 0$ लेकिन नियतांक

A-4. $\upsilon - t$ ग्राफ का ढाल = त्वरण



$\upsilon_1 = a_1 (t - t_0) = \tan\theta_1 t - \tan\theta_1 t_0$

$\upsilon_2 = a_2 (t - t_0) = \tan\theta_2 t - \tan\theta_2 t_0$

$\upsilon_r = \upsilon_1 - \upsilon_2 = (\tan\theta_1 - \tan\theta_2)\, t - t_0 (\tan\theta_1 - \tan\theta_2)$

इसलिए v_r लगातार बढ़ता है।

A-5. प्रारम्भिक सापेक्षिक वेग

$u_r = 50 - (-50) = 100$

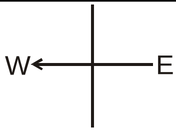
$a_r = 20 - (20) = 0$

$s_r = \upsilon_r t + 1/2\, a_r t^2$

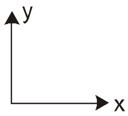
$100 = 100\, t$ $t = 1$ hr

$s_A = 50 (1) + 1/2 (20) (1)^2 = 60$ km.

A-6.

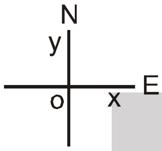


$\vec{V}_A = -500\,\hat{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{GA} + \vec{V}_A = V_{GAS}$



$\vec{V}_{GA} = 1500\,\hat{i} \quad \Rightarrow \quad 1500\,\hat{i} - 500\,\hat{i} = 1000\,\hat{i}$

B-1.



$\vec{V}_r = 50(-\hat{j}) - 50\hat{i} = 50(-\hat{i} - \hat{j})$

दक्षिण–पश्चिम में

B-2. $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$

$|\vec{V}_{12}| = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos\theta}$

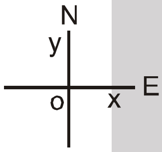
यदि $\cos\theta = -1$

$|\vec{V}_{12}|_{max} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2}$

$|\vec{V}_{12}|_{max} = (V_1 + V_2)$

अतः $|\vec{V}_{12}|$ अधिकतम है जब $\cos\theta = -1$ और $\theta = \pi$

B-3.



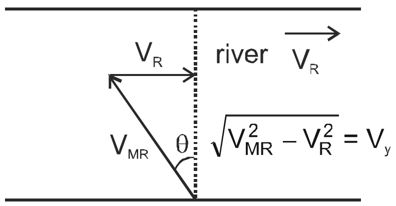
$\vec{V}_1 = 10\hat{i}$

$\vec{V}_2 = v\sin 30\hat{i} + v\cos 30\hat{j} = \frac{\upsilon}{2}\hat{i} + \frac{\upsilon\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \left(\frac{\upsilon}{2} - 10\right)\hat{i} + \frac{\upsilon\sqrt{3}}{2}\hat{j} = \frac{\upsilon\sqrt{3}}{2}\hat{j}$

$\therefore \quad \upsilon/2 - 10 = 0 \quad$ or $\quad \upsilon = 20$

C-1. 15 min = 1/4 hr.



$t = \frac{d}{V_y} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{V_{MR}^2 - V_R^2}} \quad = \frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{5^2 - V_R^2}}$

$\Rightarrow \quad V_R = 3$ km/h

C-2. $V_{\text{नाव, नदी}}$ = 9 km/hr.

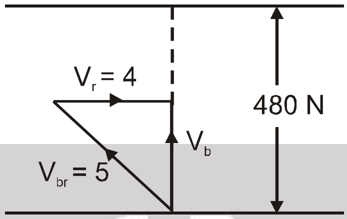
$V_{\text{नदी, धरातल}}$ = 12 km/hr.

$V_{\text{नाव, धरातल}} = (12\hat{i} + 9\hat{j})$ km/hr

$V_{\text{नाव, धरातल}} = \sqrt{12^2 + 9^2}$ = 15 km/hr.

C-3. $V_b = \sqrt{5^2 - 4^2}$ = 3 m/s

$t = \frac{480}{3}$ = 160 s



C-4. माना हवा का वेग

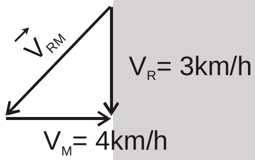
$(240 + v_1)\ 1/2 = 150 \Rightarrow v_1 = 60$

and $v_2 \times 1/2 = 40 \Rightarrow v_2 = 80$

so $v_{air} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ = 100 km/hr

$\tan\theta = \frac{v_1}{v_2}$ $\theta = 37^o$ दक्षिण से पश्चिम की ओर

D-1.



$V_{RH} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}$ = 5 km/h **Ans.**

D-2. $\vec{V}_r = \upsilon_y j$

$\vec{\upsilon}_m = 5\hat{i}$

$\vec{V}_r - \vec{V}_m = (-5)\hat{i} + \upsilon_y\hat{j}$

$\tan\theta = 1 = \upsilon_y/5$

so υ_y = 5 km/hr

D-3. $\vec{V}_r = 10\hat{j}$

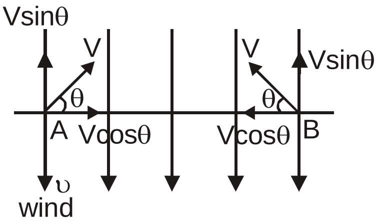
$\vec{V}_c = \upsilon\hat{i}$

$\vec{V}_r - \vec{V}_c = 10\hat{j} - \upsilon\hat{i}$

$|\vec{V}_r - \vec{V}_c| = \sqrt{10^2 + \upsilon^2}$ = 20

$\upsilon = 10\sqrt{3}$

D-4. विस्थापन (drift) नहीं होने के लिये :



$V \sin\theta = \upsilon$

$\sin\theta = \frac{\upsilon}{V}$ $\therefore$ $t = t_{AB} + t_{BA}$

$t = \frac{2\ell}{V\cos\theta} = \frac{2\ell}{V\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{V^2}}}$

$t = \frac{2\ell}{\sqrt{V^2 - \upsilon^2}}$

E-1. A तथा B टकराते है, यदि $\frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|} = \pm\frac{\vec{V}_B - \vec{V}_A}{|\vec{V}_B - \vec{V}_A|}$

$= \frac{4\hat{i} + 4\hat{j}}{4\sqrt{2}} = \pm \frac{(x-3)\hat{i} - 4\hat{j}}{|[(x-3)^2 + 4^2]^{1/2}|}$

तुलना करने पर,

$x - 3 = -4 \quad \Rightarrow \quad x = -1.$

ALTERNATE:

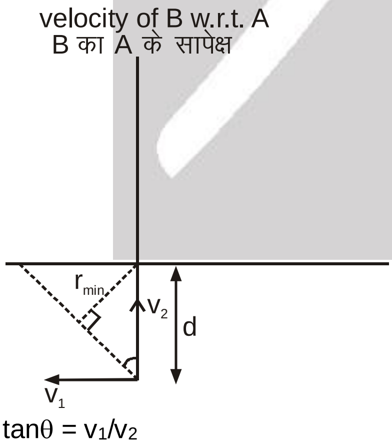
$\vec{r}_{AB} = -4\hat{i} - 4\hat{j}$

$\vec{v}_{AB} = (3 - x)\hat{i} + 4\hat{j}$

टक्कर के लिए $\vec{r}_{AB}$ व $\vec{v}_{AB}$ के मध्य कोण π होना चाहिए

$= \frac{-4}{3-x} = \frac{-4}{4} - 1 \quad \Rightarrow \quad x = -1$

E-2.



$\tan\theta = v_1/v_2$

$r_{min} = d \sin\theta = d \cdot \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$.

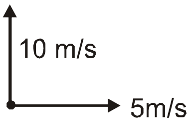
भाग - III

1. सभी स्थितियों में, वेग और कुल बल (प्रेक्षक के निर्देश फ्रेम में) के मध्य कोण 0° और 180° के मध्य है, अतः पथ परवलयिक होगा।

2. (A) $V_{BA} = 10 + 10 = 20$

इसलिए 2 सेकण्ड में B तथा A के बीच की दूरी = 2 × 20 = 40 m

(B)

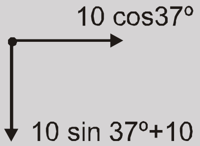


$\vec{V}_{BA} = 5\hat{i} - 10\hat{j}$

$\Rightarrow \quad |V_{BA}| = \sqrt{25+100} = 5\sqrt{5}$

2 सैकण्ड पश्चात् A तथा B की दूरी = $10\sqrt{5}$ m

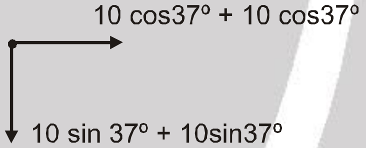
(C) $\vec{V}_{BA}$:-



so $|\vec{V}_{BA}| = 8\sqrt{5}$

इसलिए 2 सेकण्ड में B तथा A के बीच की दूरी = 2 × $8\sqrt{5}$ = $16\sqrt{5}$

(D) $\vec{V}_{BA}$: -



so $|\vec{V}_{BA}| = 20$

इसलिए 2 सेकण्ड में B तथा A के बीच की दूरी = 2 × 20 = 40 m.

EXERCISE # 2

भाग - I

1. किन्हीं दो कारों के मध्य सापेक्ष वेग (1^{st} or 2^{nd}) and 3^{rd} car = u + 30

जहाँ u = तीसरी कार का वेग

सापेक्ष विस्थापन = 5 km

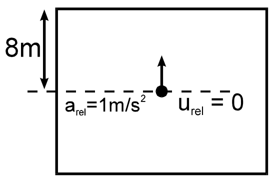
समयान्तराल = 4 min.

$\therefore \quad u + 30 = \frac{5}{4}$ km/min $= \frac{5 \times 60}{4}$ km/h = 75 $\Rightarrow$ u = 45 km/h

2. $V_{rel} = \frac{S_{rel}}{t} = \frac{1000}{100} = 10$ m/s.

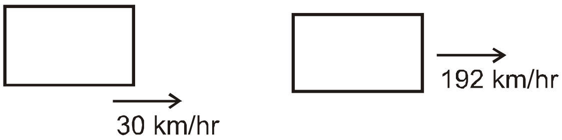
$\therefore \quad V_S - V_B = 10 \quad \Rightarrow \quad V_S = 10 + V_B = 10 + 10 = 20$ m/s. **Ans.**

3. लिफ्ट के सापेक्ष सिक्के का प्रारम्भिक वेग व त्वरण क्रमशः 0 m/s व 1 m/s^2 ऊपर की ओर है।



$\therefore \quad 8 = \frac{1}{2}(1)\, t^2$ या t = 4 second

4.



30 km/h $= \frac{25}{3}$ m/s , 192 km/hr $= \frac{160}{3}$ m/s

नाल चाल (Muzzle speed) = रिवाल्वर के सापेक्ष गोली का वेग

= गाड़ी के सापेक्ष गोली का वेग

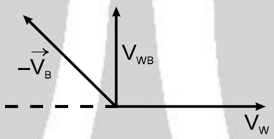
$150 = V_b - V_v$

$150 = V_b - \frac{25}{3} \Rightarrow V_b = \frac{475}{3}$ m/s (धरातल के सापेक्ष)

अब चोर की गाड़ी से गोली जिस चाल से टकराती है।

= गाड़ी के सापेक्ष गोली का वेग $= V_{bc} = V_b - V_c = \frac{475}{3} - \frac{160}{3} = \frac{315}{3} = 105$ m/s **Ans.**

5. झण्डा, हवा की बस के सापेक्ष दिशा में लहरायेगा।



और $\vec{V}_{WB} = \vec{V}_W - \vec{V}_B = \vec{V}_W + (-\vec{V}_B)$

(दो सदिशों का योगफल हमेशा उनके मध्य स्थित होता है।)

$(-\vec{V}_B)$ की दिशा उत्तर व पश्चिम के मध्य किसी दिशा में होनी ही चाहिए। अतः बस दक्षिण पूर्व के मध्य किसी दिशा में गति करेगी।

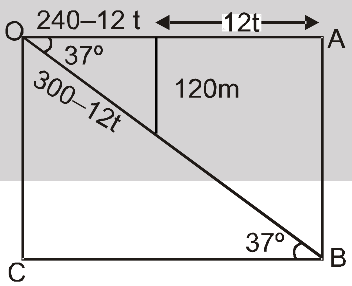
6. माना $\hat{i}$ तथा $\hat{j}$ क्रमशः पूर्व तथा उत्तर की दिशा में एकांक सदिश हैं।

$\therefore \vec{V}_{DC} = 20\hat{j}$, $\vec{V}_{BC} = 20\hat{i}$ तथा $\vec{V}_{BA} = -20\hat{j}$

$\therefore \vec{V}_{DA} = \vec{V}_{DC} + \vec{V}_{CB} + \vec{V}_{BA} = 20\hat{j} - 20\hat{i} - 20\hat{j} = -20\hat{i}$

$\therefore \vec{V}_{DA} = -20\hat{i}$

7. P तथा Q की स्थिति जब वे गति प्रारम्भ करने के t समय बाद 120 m की दूरी पर है।



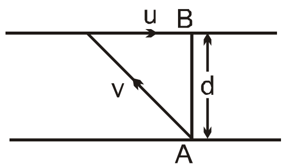
y-दिशा के अनुदिश Q की प्रारम्भिक चाल 12cos37°

बाद में यह बढ़कर 15cos37° = 12 m/s हो जाती है।

प्रारम्भ में Q, y-दिशा में इससे कम वेग से चल रहा था, अतः यह बिन्दु O पर बाद में पहुँचेगा

इसलिये P बिन्दु O पर पहले पहुँचता है।

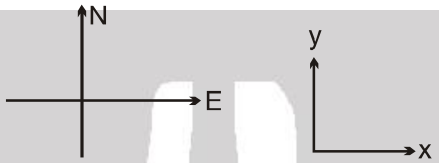
8. माना v = स्थिर जल में व्यक्ति की चाल तथा
u = नदी के पानी की चाल



$\Rightarrow \quad t = \dfrac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} \qquad \Rightarrow \quad v^2 - u^2 = \dfrac{d^2}{t^2}$

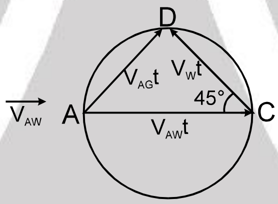
$\Rightarrow \quad T = \dfrac{d}{v+u} \qquad \Rightarrow \quad (v+u)^2 = \dfrac{d^2}{T^2} \qquad \Rightarrow \quad \dfrac{(v+u)^2}{v^2 - u^2} = \dfrac{t^2}{T^2}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{v+u}{v-u} = \dfrac{t^2}{T^2}$



$\Rightarrow \quad \dfrac{(v+u)+(v-u)}{(v+u)-(v-u)} = \dfrac{t^2 + T^2}{t^2 - T^2} \qquad \Rightarrow \quad \dfrac{v}{u} = \dfrac{t^2 + T^2}{t^2 - T^2}$

9. वायु की अनुपस्थिति में A पहुँचता है C पर और वायु चलने पर यह समान समय में D पर पहुँचता है। अतः वायु C से D की ओर विक्षेपित करती है अतः वायु CD दिशा में चलनी चाहिए।

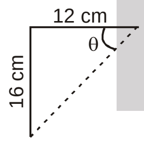


$\vec{V}_{AG} = \vec{V}_{AW} + \vec{V}_{WG} \qquad \Rightarrow \quad \vec{V}_{AG}t = \vec{V}_{AW}t + \vec{V}_{WG}t$

$AC = \vec{V}_{AW}t$

$CD = \vec{V}_{WG}t$

10. $V_{R/G(x)} = 0$, $V_{R/G(y)} = 10$ m/s
माना कि आदमी का वेग = v



$\tan\theta = \dfrac{16}{12} = \dfrac{4}{3}$

तब, $v_{R/man} = v$ (आदमी के विपरित)
दी गई स्थिति के लिए :

$\tan\theta = \dfrac{V_{R/M(y)}}{V_{R/M(x)}} = \dfrac{10}{v} = \dfrac{4}{3} \qquad \Rightarrow \quad V = \dfrac{10 \times 3}{4} = 7.5$ **Ans.**

11. $T = \dfrac{2(5)}{10} = 1\text{sec}$

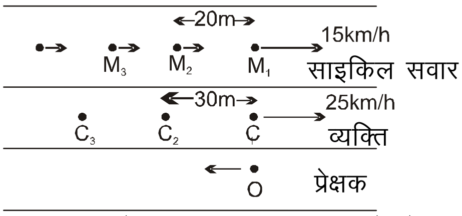
h = 50 + 3(1) = 53m

भाग - II

1. माना, प्रेक्षक की चाल u है

व्यक्ति और प्रेक्षक के मध्य सापेक्ष वेग = u + 15 km/h.

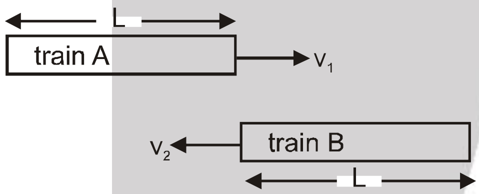
साइकिल चालक और प्रेक्षक के मध्य सापेक्ष वेग = u + 25 km/h.



अतः एक व्यक्ति और एक साइकिल चालक को एक ही समय पर मिलने के लिये

$$\frac{20m}{(u+15)km/h} = \frac{30m}{(u+25)km/h} \quad \Rightarrow \quad u = 5$$

2.



$t_1 = 3 = \frac{2L}{v_1+v_2} \quad \Rightarrow \quad v_1 + v_2 = \frac{2L}{3}$ ....(i)

$t_2 = 2.5 = \frac{2L}{1.5v_1+v_2} \quad\quad 1.5\, v_1 + v_2 = \frac{4L}{5}$ ....(ii)

(i) व (ii) से

$v_1 = \frac{4L}{15}$; $v_2 = \frac{2L}{5}$

अब, $t_3 = \frac{2L}{|v_1 - v_2|} = \frac{2L}{2L/15} = 15$ sec.

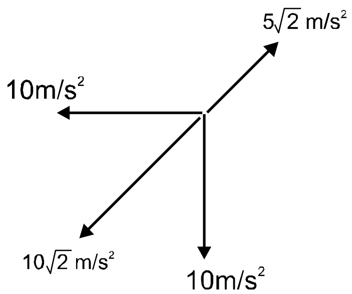
3. B, C को t समय में पकड़ता है तो = $\frac{d}{u-10}$

इस समय में A व C के बीच अलगाव d से बढ़ जायेगा इसलिए

$(10 - 5) \times \frac{d}{(u-10)} = d$

u = 15 m/s

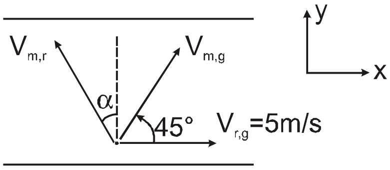
4.



व्यक्ति के सापेक्ष

5. $\vec{V}_{m,g} = \vec{V}_{m,r} + \vec{V}_{r,g}$

जैसे कि परिणामी वेग नदी के बहाव से 45° पर है।



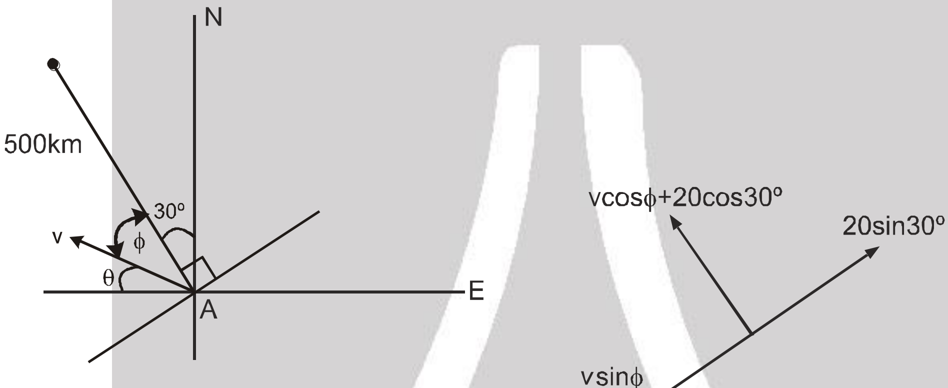
अर्थात $V_{r,g} - V_{m,r} \sin\alpha = V_{m,g} \cos 45°$ ....(1)

तथा $\frac{60m}{V_{mr}\cos\alpha} = 6$ sec. ....(2)

(1) व (2) को हल करने पर

$V_{m,r} = 5\sqrt{5}$ m/s

6.



Velocity of plane w.r.t. ground

हवाईजहाज का जमीन के सापेक्ष वेग AB के अनुदिश है इसलिए वेग का (रेखा AB के साथ) लम्बवत घटक शून्य है।

$v \sin\phi = 20 \sin 30°$

$\sin\phi = \frac{10}{150} = \frac{1}{15}$

$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{1}{15}\right)$

7. माना v = बारिश का वास्तविक वेग और θ = ऊर्ध्वाधर के साथ कोण :

चित्र A के अनुसार

$v \sin\theta = 7 + v \cos\theta . \tan 37° = 7 + 3/4\, v \cos\theta$

$\Rightarrow \quad 4v \sin\theta - 3v\cos\theta = 28$ ....(1)

चित्र B के अनुसार

$25 = v\sin\theta + v\cos\theta . \tan 37° = v\sin\theta + 3/4\, v\cos\theta$

$\Rightarrow \quad 4v\sin\theta + 3v\cos\theta = 100$ ....(2)

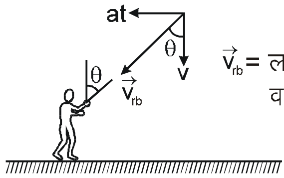
समीकरण (1) व (2) को हल करने पर

v = 20m/s and θ = 53°

8. किसी समय t पर लड़के को बारिश की चाल चित्र में दर्शाये अनुसार प्रतीक होगी।

$\tan\theta = \frac{at}{v}$

लड़के को छाता दर्शाये अनुसार ऊर्ध्व से θ कोण पर पकड़ना चाहिए।



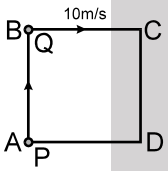
∴ $\tan\theta = \frac{at}{v}$ $\qquad \sec^2\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v}$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{a}{v\sec^2\theta} = \frac{a}{v[1+\tan^2\theta]} = \frac{a}{v\left[1+\frac{a^2t^2}{v^2}\right]} = \frac{av}{v^2+a^2t^2} = \frac{2\times2}{4+4t^2} = \frac{1}{1+t^2}$$

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1+t^2}$ **Ans.** $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1+t^2}$

अब, t = 5 sec पर $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{26}$

9.



a = side of square = 8m

वे मिलेंगे जब Q, P से 8 × 3 m अधिक विस्थापित होता है।

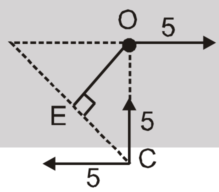
⇒ सापेक्ष विस्थापन = सापेक्ष वेग × समय

8 × 3 = (10 – 2) t ⇒ t = 3 sec **Ans. 3 sec**

10. 12:00 PM पर व्यक्ति की स्थिति को चित्रानुसार बताया गया है। जिससे कि OC = 5 × $\frac{3}{2}$ km = $\frac{15}{2}$ km

C पर स्थित व्यक्ति का O पर स्थित व्यक्ति के सापेक्ष वेग, CE के अनुदिश होगा, जिससे $\tan\theta = \frac{5}{5} = 1$

∴ θ = 45°

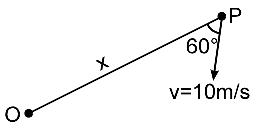


∴ न्यूनतम दूरी = QS = OQ sin 45° = $\frac{15}{2\sqrt{2}}$ km **Ans.**

अतः लगा समय = $\frac{PS}{5\sqrt{2}} = \frac{15}{2\sqrt{2}\times5\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$ hr.

अतः व्यक्ति 12:45 PM पर पास होगा **Ans.**

11.



P और O के पहुँचने का वेग → $\frac{dx}{dt}$ = v cos 60° = 5 m/s

यह देखा जा सकता है कि पहुँचने का वेग सदैव नियत है।

∴ P, O के बाद पहुँचता है = $\frac{100}{5}$ = 20 sec.

भाग - III

1. प्रारम्भिक सापेक्ष वेग

$u_r = 20 - (0) = 20$ m/s

सापेक्ष त्वरण

$a_r = 0$

t समय बाद उनके मध्य सापेक्ष वेग

$v_r = u_r + a_r .t$

= 20m/s

= नियतांक

⇒ (A) सही है।

⇒ क्योंकि ये समान ऊँचाई से फैंके गये हैं

⇒ अतः धरातल पर पहुँचने पर चाल समान होगीं

⇒ समान KE से वे धरातल से टकरायेंगे।

⇒ (B) सही है।

जहाँ से पहले पत्थर को फैंका जाता है, वहाँ से समान ऊँचाई को तय करने में पहले पत्थर द्वारा लगा समय

$\frac{2u}{g} = \frac{2 \times 20}{10}$

∴ दो पत्थर जब A पर हैं और नीचे आ रहे हैं, तब उनके मध्य समयान्तराल = 4 – 2 = 2 s.

अतः इन दोनों के मध्य सापेक्ष वेग नियत है। अतः धरातल से टकराते समय, उनका समयान्तराल = 2s.

⇒ C सही है

विकल्प (D) ऊर्जा संरक्षण से सही है।

2. पहली स्थिति के लिए (जब लिफ्ट त्वरण 'a' से ऊपर की ओर जा रही है)

$t_1 = \frac{2v}{g+a}$ ....(i)

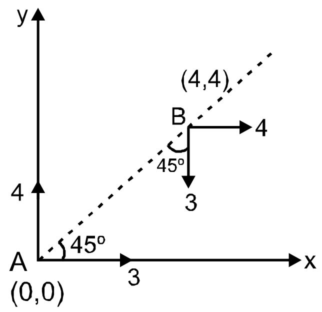
दूसरी स्थिति के लिए (जब लिफ्ट त्वरण 'a' से नीचे की ओर जा रही है)

$t_2 = \frac{2v}{g-a}$ ....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को सरल करने पर

$V = \frac{g t_1 t_2}{t_1 + t_2}$ और $a = g\left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 + t_2}\right)$

3.



$v_{BA} = v_B - v_A$

$= [4\hat{i} - 3\hat{j}] - [3\hat{i} + 4\hat{j}] = \hat{i} - 7\hat{j}$

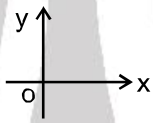
$v_{app} = 4 \cos45^o + 3 \cos45^o + 3 \cos45^o - 4 \cos45^o$

$= 6 \cos45^o$

$= 3\sqrt{2}$ m/s

4. $u_T = 15$ m/s (ट्रक का वेग)

परास = 60 m



परास = ट्रक द्वारा चली गई दूरी = $u_T \times T$

$\Rightarrow$ $60 = 15 \times T$ $\Rightarrow$ T = 4s = (बॉल का) उड्डयन काल

$T = \dfrac{2u_y}{g}$ जहाँ u_y = (जमीन के सापेक्ष) बॉल के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक

$\therefore$ $\dfrac{T \times g}{2} = u_y$ i.e. $u_y = \dfrac{4 \times 10}{2} = 20$ m/s

अब ट्रक का वेग = u_x = (जमीन के सापेक्ष) बॉल के वेग का क्षैतिज घटक

$\Rightarrow$ $u_x = 15$ m/s (जमीन के सापेक्ष)

यह इसलिए है क्योंकि दोंनो नियत वेग से क्षैतिज दिशा में समान समय में समान क्षैतिज दूरी तय करती है।

अब, ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = V_{BT} तो $V_{BTx} = V_{Bx} - V_{Tx}$

अर्थात्, (x–अक्ष के अनुदिश) ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = (पृथ्वी के सापेक्ष x–अक्ष के अनुदिश) बॉल का वेग – ट्रक का वेग (x–अक्ष के अनुदिश)

$\therefore$ $V_{BT\,x} = 15 - 15 = 0$

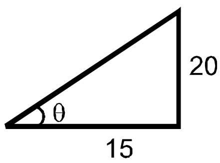
इसी प्रकार, $V_{BT\,y} = V_{By} - V_{Ty} = 20 - 0$

$V_{BTy} = 20$ m/s.

$\Rightarrow$ $\vec{V}_{BT} = \vec{V}_{BTx} + \vec{V}_{BTy} = 0 + 20$ m/s $\hat{j}$

$\Rightarrow$ ट्रक के सापेक्ष बॉल का वेग = 20 m/s ऊपर की ओर

बॉल का वेग, $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$ $\vec{V} = 15\hat{i} + 20\hat{j}$

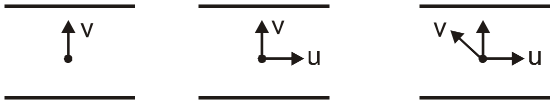


$\tan\theta = 4/3$ $\theta = 53^o$

$\therefore$ चाल = $|\vec{V}| = \sqrt{15^2 + 20^2} = 5\sqrt{3^2 + 4^2} = 25$ m/s

(जमीन के सापेक्ष बॉल का वेग) = 25 m/s क्षैतिज के साथ 53^o के कोण पर (चित्रानुसार)

5. नदी की चाल u है तथा जल के सापेक्ष नाव की चाल v है।



नाव A नदी–निर्देश तन्त्र नाव A जमीन–निर्देश तन्त्र नाव B जमीन–निर्देश तन्त्र

जमीन से प्रेक्षित नाव A की चाल = $\sqrt{u^2 + v^2}$

जमीन से प्रेक्षित नाव B की चाल = $\sqrt{v^2 - u^2}$

नदी के निर्देश तन्त्र में, नाव A तथा B की चाल समान होगी।

6. (A) गेंद का वास्तविक वेग = 40 m/s (ऊपर की ओर)

$h_{max} = h_i = f_f = 10 + \dfrac{(40)^2}{2 \times 10}$ h = 90 m

(B) लिफ्ट से अधिकतम ऊँचाई = $\dfrac{(30)^2}{2 \times 10}$ = 45 m

(C) गेंद दुबारा लिफ्ट से टकरायेगी जब गेंद का विस्थापन = लिफ्ट का विस्थापन

$40\,t - 1/2 \times 10 \times t^2 = 10 \times t$

$\Rightarrow$ t = 6s.

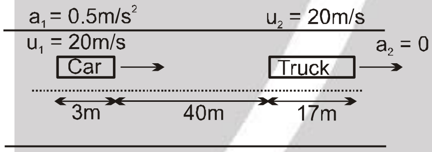
(D) लिफ्ट के सापेक्ष गेंद की गति = 30 m/s नीचे की ओर धरती के सापेक्ष गति = 30 – 10 = 20 m/s

भाग - IV

Sol.(1 to 3)

1. ट्रक के सापेक्ष कार का विस्थापन

x_r = 40 + 17 + 3 + 40 = 100 m.

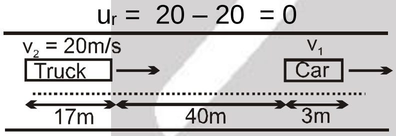


t = 0

प्रारम्भ में

कार और ट्रक का प्रारम्भिक सापेक्ष वेग

u_r = 20 – 20 = 0



t = t

अन्ततः

कार और ट्रक का सापेक्ष त्वरण

$a_r = 0.5 - 0 = 0.5\ m/s^2$

माना आवश्यक समय = t $\therefore$ अतः गति के द्वितीय समीकरण से

$x_r = u_r.t + 1/2\, a_r.t^2$

$\Rightarrow$ $100 = 0 + 1/2 \times 0.5 \times t^2$ $\Rightarrow$ t = 20 sec.

2. कार द्वारा तय दूरी

$x_c = ut + 1/2\, at^2$

$= 20 \times 20 + 1/2 \times 0.5 \times 20^2 = 500m$

3. कार की अन्तिम चाल

= u + at

= 20 + 0.5 × 20 = 30m/s.

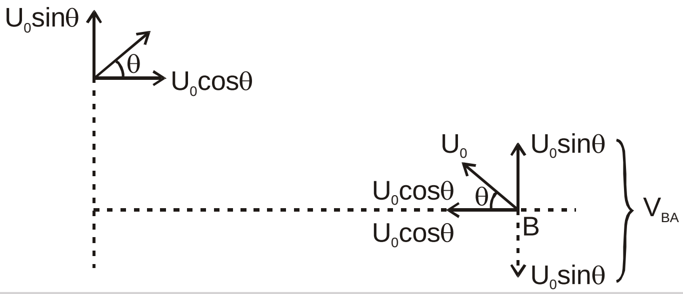
Sol. (4 & 5)

किसी प्रक्षेप्य का पथ, अन्य प्रक्षेप्य द्वारा देखने पर सरल रेखीय प्रतीत होता है।

$V_A = u\cos\theta\,\hat{i} + (u\sin\theta - gt)\,\hat{j}$. $V_{AB} = (2u\cos\theta)\,\hat{i}$

$V_B = -u\cos\theta\,\hat{i} + (u\sin\theta - gt)\,\hat{j}$.

$a_{BA} = g - g = 0$



ऊर्ध्वाधर घटक $u_0\sin\theta$ परस्पर निरस्त हो जायेंगे। सापेक्ष वेग केवल क्षैतिज होगा, जिसका मान $2u_0\cos\theta$ है। अतः B क्षैतिज में A के सापेक्ष बायीं तरफ, नियत चाल $2u_0\cos\theta$ तय करेगा और न्यूनतम दूरी h होगी।

6. इस दूरी को तय (पार) करने में लगा समय $\dfrac{S_{rel}}{V_{rel}} = \dfrac{\ell}{2u_0\cos\theta}$.

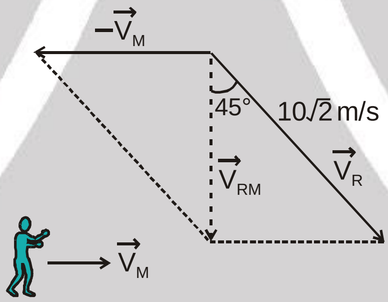
Sol.(7 to 9)

पहले case में :

चित्र से यह स्पष्ट है कि

$\vec{V}_{RM}$, 10 m/s ऊर्ध्वाधर है और

$\vec{V}_M$, 10 m/s दांयी ओर है।

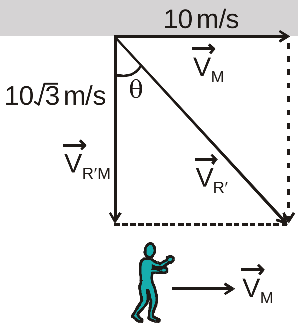


दूसरे case में :

दौड़ते हुए आदमी से देखने पर बारिश का वेग $\sqrt{3}$ गुना है।

∴ अतः बारिश का नया वेग $\vec{V}_{R'} = \vec{V}_{R'M} + \vec{V}_M$

∴ वह कोण जो वर्षा ऊर्ध्वाधर से बनाती है।



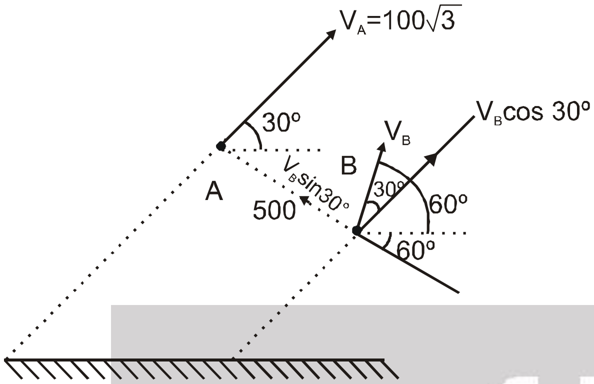
$\tan\theta = \dfrac{10}{10\sqrt{3}}$ या $\theta = 30°$

∴ कोण में परिवर्तन = 45 – 30 = 15°.

EXERCISE # 3

भाग - I

1.



A की गति की रेखा के लम्बवत् सापेक्ष गति के लिये

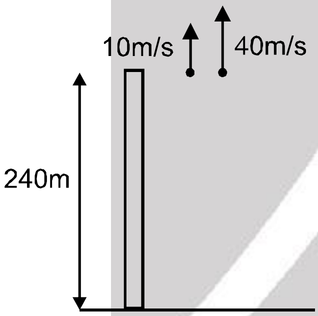
$V_A = 100\sqrt{3} = V_B \cos 30^\circ$

$\Rightarrow \quad V_B = 100$ m/s

$t_0 = \dfrac{50}{V_B \sin 30^\circ} = \dfrac{500}{200 \times \frac{1}{2}} = 5\,\text{sec}$ **Ans.**

भाग - II

1.



$-240 = 10\,t - 1/2 \times 10t^2$

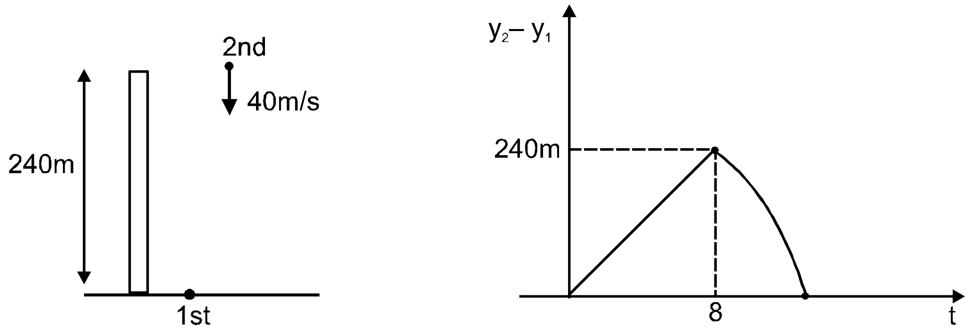
$5t^2 - 10t - 240 = 0$

$t^2 - 2t - 48 = 0$

$t^2 - 8t + 6t - 48 = 0$

$t = 8, -6$

प्रथम कण 8 सैकण्ड पर जमीन से टकरायेगा। 8 सैकण्ड तक सापेक्ष वेग 30 m/s है तथा सापेक्षिक त्वरण शून्य है। 8 सैकण्ड पश्चात् सापेक्षिक वेग का परिमाण 12 सैकण्ड तक बढेगा जब तक द्वितीय कण सतह से टकराता है।



2. $\vec{V}_r = 40\hat{i} + 50\hat{j}$

$\vec{r}_r = -80\hat{i} - 150\hat{j}$

$t_{min} = \frac{|\vec{V}_r . \vec{r}_r|}{|\vec{V}_r|^2} = \frac{10700}{4100} = \frac{107}{41}$ = 2.6 sec.

3. $X_1 = -3t^2 + 8t + 10$

$\vec{v}_1 = (-6t + 8)\hat{i} = 2\hat{i}$

$Y_2 = 5 - 8t^3$

$\vec{v}_2 = -24t^2\hat{j}$

$\sqrt{v} = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = |-24\hat{j} - 2\hat{i}|$

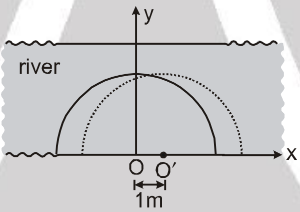
$\sqrt{v} = \sqrt{24^2 + 2^2}$

v = 580

HIGH LEVEL PROBLEMS (HLP)

1. **Method - 1**

यदि नदी शांत है, आदमी 1 सैकण्ड में मूल बिन्दु O से 3 मीटर दूरी पर होगा। 1 सैकण्ड बाद आदमी जहाँ पर पहुँच सकता है के सभी संभव बिन्दु का बिन्दुपथ 3 मीटर की त्रिज्या का अर्द्धवृत्त है जिसका केन्द्र O है। (चित्र में दर्शाया गया बिन्दुकित अर्द्धवृत्त) नदी 1 m/s की चाल से बह रही है। अतः यहाँ स्थिति में अतिरिक्त विस्थापन 1 m/s × 1 sec = 1m दांयी ओर है। अतः 1 सैकण्ड बाद सभी संभावित स्थितियां का दिया गया बिन्दुपथ दांयी और दर्शाये अनुसार विक्षेपित हो जायेगा।



अतः t = 1 सैकण्ड पर आदमी की सम्भावित स्थितियों का बिन्दुपथ केन्द्र O′ (1m, 0m) पर त्रिज्या 3 का बिन्दुपथ है

∴ सभी बिन्दुओं के बिन्दुपथ का समीकरण है।

$(x - 1)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$

या $(x - 1)^2 + y^2 = 9$

Method - 2

माना आदमी सापेक्ष वेग x अक्ष से 'θ' कोण बनाता है तब

समय t पर

$x = (3\cos\theta + 1)\,t$

और $y = 3\sin\theta\, t$

$\Rightarrow$ $(x - t)^2 + y^2 = (3\cos\theta)^2 t^2 + (3\sin\theta)^2 t^2$

$(x - t)^2 + y^2 = 9t^2$

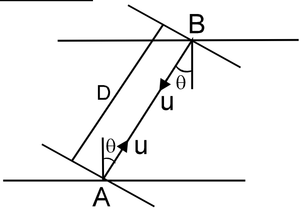
t = 1 sec पर समीकरण होगी

$(x - 1)^2 + y^2 = 9$

2. (a) $\frac{D}{2u}$

(b) $v_r = u$

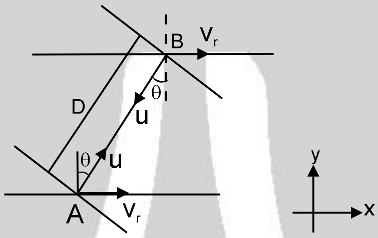
Sol. (a)



नदी के सापेक्ष हल करने पर, दोनों तैराक एक–दूसरे की ओर 'u' वेग से गति करेगें
उनको जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश समीप पहुँचने का वेग = $u - V_r \sin\theta + u + V_r \sin\theta = 2u$

अतः समय $t = \frac{D}{2u}$ **Ans.**

(b) एक दूसरे के लम्बवत पथ के लिए उनके सतह के सापेक्ष वेग सदिश परस्पर लम्बवत होने चाहिए दर्शाये अनुसार अक्ष लेने पर
अतः मिलने में लिया गया समय है।



$\vec{V}_A = (u \sin\theta + v_r)\,\hat{i} + u\cos\theta\hat{j}$

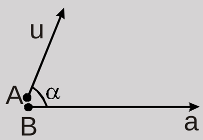
$\vec{V}_B = (v_r - u \sin\theta)\,\hat{i} - u\cos\theta\hat{j}$

v_A व v_B के लम्बवत होने के लिए $\vec{V}_A . \vec{V}_B = 0$

$(u \sin\theta + v_r)(v_r - u\sin\theta) - u^2\cos^2\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad v_r = u$

नदी की चाल, तैराक की नदी के सापेक्ष चाल के बराबर होनी चाहिए।

3. माना कण A एक समान वेग से गतिशील है और कण B समान त्वरण से गतिशील है।
किसी समय, B का A के सापेक्ष वेग है।



$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_{BG} - \vec{V}_{AG} = (\vec{a})t - \vec{u}$

$V_{BA} = \left|\vec{V}_{BA}\right| = \sqrt{u^2 + a^2t^2 - 2uat\cos\alpha}$

न्यूनतम सापेक्ष वेग के लिए

$\frac{dv_{BA}}{dt} = 0$

$\Rightarrow \quad 2a^2t - 2ua\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad t = \frac{u\cos\alpha}{a}$

$(V_{BA})_{least} = \sqrt{u^2 + u^2\cos^2\alpha - 2u^2\cos^2\alpha}$

$(V_{BA})_{least} = u \sin\alpha$

किसी समय $t = \frac{u\cos\alpha}{a}$

दो कणों के मध्य दूरी

$s_{BA} = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$= \sqrt{\left(-u\cos\alpha t + \frac{1}{2}at^2\right)^2 + (u\sin\alpha t)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{u^2\cos^2\alpha}{a} + \frac{u^2\cos^2\alpha}{2a}\right) + \left(\frac{u^2\sin\alpha\cos\alpha}{a}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{u^4\cos^4\alpha}{4a^2} + \frac{u^4\sin^2\alpha\ \ \cos^2\alpha}{a^2}}$$

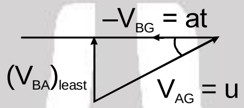
$$= \frac{u^2\cos\alpha}{2a}\sqrt{\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha}$$

$$s_{BA} = \frac{u^2\cos\alpha}{2a}\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$$

वैकल्पिक विधि :

$(V_{BA})_{least} = u\sin\alpha$

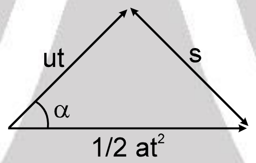
किसी समय B का A के सापेक्ष न्यूनतम वेग



$u\cos\alpha = at$

$$t = \frac{u\cos\alpha}{a}$$

समय t पर A व B के मध्य दूरी के लिए



कोज्या सूत्र से

$$s = \sqrt{u^2t^2 + \left(\frac{1}{2}at^2\right)^2 - 2(ut)\left(\frac{1}{2}at^2\right)\cos\alpha}$$

$= \frac{u^2\cos\alpha}{2a}\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$, $t = \frac{u\cos\alpha}{a}$ प्रयोग करने पर

Ans. (a) $(v_{rel})_{least} = u\sin\alpha$ **(b) दूरी =** $\frac{u^2\cos\alpha}{2a}\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$

4. रेलगाडी के निर्देश तंत्र में A तथा B के बीच की दूरी नियत रहती है जो कि $\ell = 350$ है। इसलिये रेलगाडी के निर्देश तंत्र में दोनो घटनाओ के बीच की दूरी $AB = \ell = 350$ m है।

धरातल के सापेक्ष इन दो बिन्दुओं के बीच दूरी

$d = \ell + x_1 - x_2$

$= \ell + \frac{1}{2}\omega t^2 - \frac{1}{2}\omega(t+\tau)^2$

$= \ell - \omega\tau\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \simeq 240$ m

इन दो घटनाओं के बीच समय अन्तराल = τ = 60 sec.

निर्देश तन्त्र का वेग $V = \frac{240}{60}$ = 4 m/s.

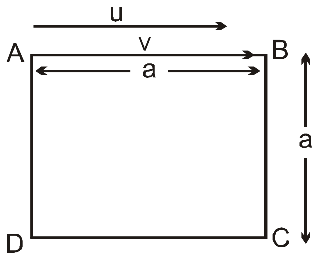
5. (a) AB के अनुदिश सापेक्ष वेग $\rightarrow u + v$

$BC \rightarrow \sqrt{v^2 - u^2}$

$CD \rightarrow v - u$

$DA \rightarrow \sqrt{v^2 - u^2}$

$\therefore$ लगा समय



$$t = \frac{a}{v+u} + \frac{a}{\sqrt{v^2-u^2}} + \frac{a}{v-u} + \frac{a}{\sqrt{v^2-u^2}}$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{v^2-u^2}} + a\left(\frac{1}{v+u} + \frac{1}{v-u}\right)$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{v^2-u^2}} + a\left(\frac{v+u+v-u}{v^2-u^2}\right)$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{v^2-u^2}} + \frac{2av}{v^2-u^2}$$

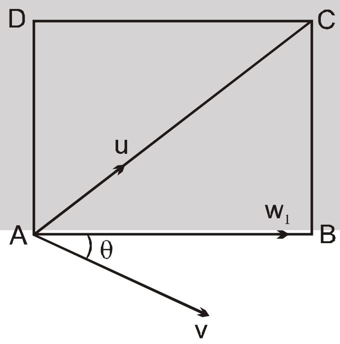
$$= 2a\left[\frac{\sqrt{v^2-u^2}+v}{v^2-u^2}\right]$$

$$t = 2a\left[\frac{v+\sqrt{v^2-u^2}}{v^2-u^2}\right]$$

$$t = \frac{2a}{v^2-u^2}\left[v+\sqrt{v^2-u^2}\right]$$

(b) **AB के अनुदिश**

माना w_1 परिणामी वेग है

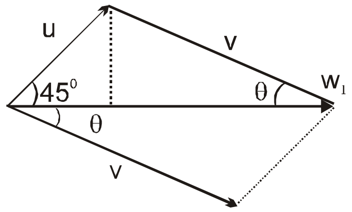


$$w_1 = \frac{u}{\sqrt{2}} + v\cos\theta$$

$$= \frac{u}{\sqrt{2}} + v\sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$= \frac{u}{\sqrt{2}} + v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}}$$

इसी तरह हम बता सकते हैं



BC के अनुदिश परिणामी वेग

$$w_2 = v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}} - \frac{u}{\sqrt{2}}$$

CD के अनुदिश परिणामी वेग

$$w_3 = v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}} - \frac{u}{\sqrt{2}}$$

DA के अनुदिश परिणामी वेग

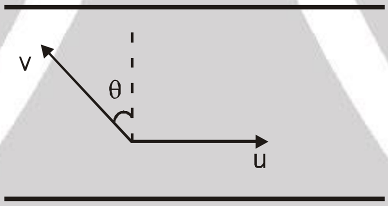
$$w_4 = \frac{u}{\sqrt{2}} + v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}}$$

$\therefore$ **अतः कुल समय :–**

$$t = \frac{a}{w_1} + \frac{a}{w_2} + \frac{a}{w_3} + \frac{a}{w_4}$$

$$= \frac{2a}{\frac{u}{\sqrt{2}} + v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}}} + \frac{2a}{v\sqrt{1-\frac{u^2}{2v^2}} - \frac{u}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}a\sqrt{2v^2-u^2}}{v^2-u^2}$$

6. माना आदमी AB रेखा के साथ θ कोण पर तैरता है तो इसका वेग जमीन के सापेक्ष किसी समय t पर चित्रानुसार है।



y-अक्ष के अनुदिश

$$V_y = V\cos\theta = 5\cos\theta$$

इसलिये नदी को पार करने में लगा समये $t = \frac{d}{5\cos\theta}$ ....(i)

x-अक्ष के अनुदिश

$$V_x = u - V\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \frac{t}{2} - 5\sin\theta$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \left(\frac{t}{2} - 5\sin\theta\right)dt$$

$$x = \frac{t^2}{4} - 5t\sin\theta$$

x = 0 पूरी गति के लिए

$$\Rightarrow \quad \frac{t^2}{4} - 5t\sin\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 20\sin\theta \quad ....(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$100\cos\theta\sin\theta = d = 48$ m

$\sin 2\theta = \frac{24}{25} \Rightarrow 2\theta = \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$

$2\theta = 74^\circ \Rightarrow \theta = 37^\circ$

$2\theta = 106^\circ \Rightarrow \theta = 53^\circ$

समीकरण (ii) से

$\theta = 37^\circ$ के लिये $\Rightarrow$ t = 12 sec

$\theta = 53^\circ$ के लिये $\Rightarrow$ t = 16 sec

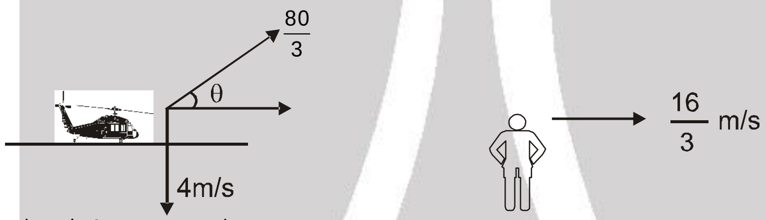
आदमी का y-निर्देशांक

$y = 5t\cos\theta$ ....(iii)

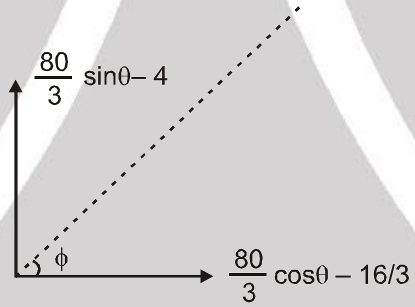
$x = \frac{y^2}{100\cos^2\theta} - y\tan\theta$

समीकरण (ii) तथा (iii) से $x = \frac{y^2}{64} - \frac{3y}{4}$

7. हैलीकॉप्टर तथा बच्चे का वेग चित्रानुसार है।



बच्चे के सापेक्ष हैलीकॉप्टर का वेग



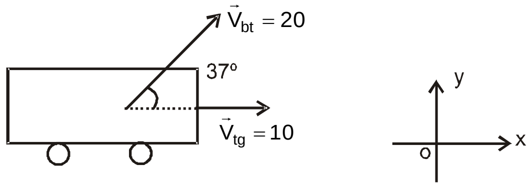
$\tan\phi = \frac{\frac{80}{3}\sin\theta - 4}{\frac{80}{3}\cos\theta - \frac{16}{3}} = \frac{600}{800}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 37^\circ$

क्षैतिज वेग $= \frac{80}{3}\cos\theta - \frac{16}{3} = \frac{80}{3}\cos 37^\circ - \frac{16}{3} = 16$ m/s

So time taken लिया गया समय $= \frac{800}{16} = 50$ sec.

8. $t = 0$



$\vec{v}_{bg} = \vec{v}_{bt} + \vec{v}_{tg}$

$\vec{v}_{bt} = 20 \cos 37^o \hat{i} + 20 \sin 37^o \hat{j}$

$= 20 \times \frac{4}{5} \hat{i} + 20 \times \frac{3}{5} \hat{j}$

$= 16\hat{i} + 12\hat{j}$

$\vec{v}_{tg} = 10\hat{i}$

$\therefore \quad \vec{v}_{bg} = 26\hat{i} + 12\hat{j}$

At $t = 0$ $\quad x_b = 0 \quad x_t = 0$

(माना वे t समय पश्चात् मिलेंगे)

$X_{b(t)} - X_{b(0)} = 26\,t$

$X_{train(t)} - X_{train(o)} = 10t + \frac{1}{2}at^2$

(माना गेंद t समय पश्चात् ट्रेन में लौटेगी)

$\therefore \quad t = \frac{2.v_y}{g}$

$t = \frac{2 \times 12}{10} = \frac{12}{5}\,s$

$X_{b(t)} = X_{train\,(t)}$

$\therefore \quad 26.t = 10\,t + \frac{1}{2}at^2$

$16 = \frac{1}{2}at$

$\frac{32}{t} = a = \frac{40}{3}\ m/s^2$

$V_{train(t)} = 10 + at.$

$V_{train\,(t)} = 10 + \frac{40}{3} \times \frac{12}{5} = 10 + 32 = 42\ m/s$

9. माना t समय बाद A बिन्दु P पर और B बिन्दु Q पर है। कुल समय T है। अतः t समय बाद उनके वेग

$V_A = at \quad ....(1)$

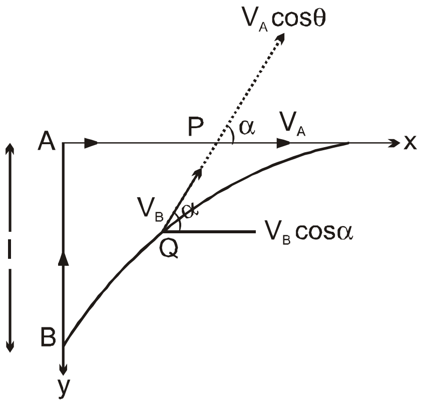
$V_B = bt \quad ...(2)$

माना दूरी PQ = x.

PQ के अनुदिश सामीप्य वेग

$= V_B - V_A \cos\alpha$

$\Rightarrow \quad -\frac{dx}{dt} = V_B - V_A \cos\alpha = bt - at\cos\alpha$



$\Rightarrow \quad -\int_{\ell}^{0} dx = \int_0^T (bt - at\cos\alpha)dt$

$\Rightarrow \quad \ell = \frac{bT^2}{2} - a\int_0^T t\cos\alpha\, dt$ .... (3)

x- अक्ष के अनुदिश गति के लिये :

$\int_0^T V_B \cos\alpha\, dt = \frac{1}{2}aT^2$

$\int_0^T bt\cos\alpha\, dt = \frac{1}{2}aT^2$

$\Rightarrow \quad \int_0^T t\cos\alpha\, dt = \frac{1}{2}\frac{aT^2}{b}$ .... (4)

समीकरण (3) में रखने पर

$\ell = \frac{bT^2}{2} - a \times \frac{1}{2}\frac{aT^2}{b}$

$\Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{\ell b}{b^2 - a^2}}$

अब B द्वारा तय दूरी

$s = \int_0^T V_B\, dt = \int_0^T bt\, dt = \frac{1}{2}bT^2$

$\Rightarrow \quad s = \frac{1}{2}b.\frac{2\ell b}{b^2 - a^2} = \frac{\ell b}{b^2 - a^2}$ **Ans.**

10. v = स्थिर जल में धावक का वेग = 2.5 km/hr.

u = बहाव का वेग = 2 km/hr.

तैराक 1 के लिए

बिन्दु B तक पहुँचने में लगा समय

$t = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}}$ .... (1)

तैराक 2 के लिये

v_0 = किनारे के अनुदिश चलने का वेग

C तक पहुँचने में लगा समय

$t_1 = \frac{d}{v}$

C से B तक आने में लगा समय

$t_2 = \dfrac{d\frac{u}{v}}{v_0} = \dfrac{ud}{v\,v_0}$

$\therefore$ कुल समय

$t = t_1 + t_2$

$= \dfrac{d}{v} + \dfrac{ud}{v\,v_0}$ .... (2)

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{d}{v} + \frac{ud}{v\,v_0}$$

$\Rightarrow \quad v_0 = \left(\dfrac{\sqrt{v^2 - u^2}}{v - \sqrt{v^2 - u^2}}\right) \times u$

रखने पर ; $v = 2.52.5$ km/hr $\Rightarrow$ $v_0 = 3$ km/hr.

11. हम प्राप्त करते हैं

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$ ...(1)

सदिश आरेख से [समीकरण (1)] एवं त्रिभुज के गुणधर्म के उपयोग से

$v'^2 = v_0^2 + v^2 - 2v_0 v \cos(\pi - \phi)$

or, $v' = \sqrt{v_0^2 + v^2 + 2v_0 v \cos\phi} = 40$ km/hr ...(2)

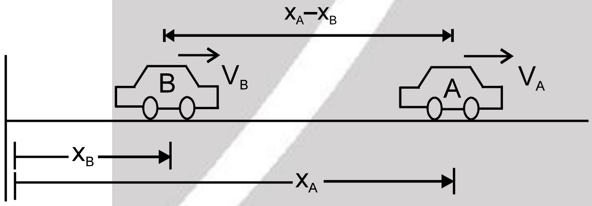
and $\dfrac{v'}{\sin(\pi - \phi)} = \dfrac{v}{\sin\theta}$ or, $\sin\theta = \dfrac{v\sin\phi}{v'}$

or $\theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{v\sin\phi}{v'}\right)$

(2) के उपयोग से v व d का मान रखने पर

$\theta = 19°$

12.



दिये अनुसार

$(V_A - V_B) \propto x_A - x_B$

$(V_A - V_B) = K(x_A - x_B)$

जब $x_A - x_B = 10$ हम रखते है $V_A - V_B = 10$

हम प्राप्त करते है

$10 = K10 \Rightarrow K = 1$

$\Rightarrow V_A - V_B = (x_A - x_B)$.........(1)

अब मान कि

$x_A - x_B = y$ ....(2)

दोनों और 't' से सपेक्ष अवकलन करने पर

$\Rightarrow \dfrac{dx_A}{dt} - \dfrac{dx_B}{dt} = \dfrac{dy}{dt}$

⇒ (1) तथा (2) का उपयोग करने पर

$$\frac{d(x_A - x_B)}{dt} = x_A - x_B$$

$$\frac{d(x_A - x_B)}{x_A - x_B} = dt$$

$$\Rightarrow \left[\ell n(x_A - x_B)\right]_{10}^{20} = t$$

t = (log$_e$2) sec आवयक उत्तर

13. (a)

कण तथा ब्लॉक के त्वरण चित्रानुसार है

ब्लॉक के सापेक्ष कण का त्वरण

= कण का त्वरण – ब्लॉक का त्वरण

$= (g \sin\theta\,\hat{i} + g\cos\theta\,\hat{j}) - (g\sin\theta\,\hat{i}) = g\cos\theta\,\hat{j}$

इसलिए ब्लॉक के सापेक्ष कण की गति प्रक्षेप गति होगी

अन्तर केवल यह होगा की g के स्थान पर $g\cos\theta$ होगा

$\therefore$ PQ = परास (R) = $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g\cos\theta}$

PQ = $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g\cos\theta}$ **Ans.**

(b) जमीन के सापेक्ष कण का क्षेतिज विस्थापन शून्य है, अर्थात् जमीन के सापेक्ष कण का प्रारम्भिक वेग केवल ऊर्ध्वाधर है या कण के वेग का क्षेतिज घटक शून्य है।

माना नत तल पर ब्लॉक का वेग v नीचे की ओर है

ब्लॉक के सापेक्ष कण का वेग= $u\cos(\alpha+\theta)\,\hat{i} + u\sin(\alpha+\theta)\,\hat{j}$

ब्लॉक का वेग = $-v\cos\theta\,\hat{i} - v\sin\theta\,\hat{j}$

$\therefore$ जमीन के सापेक्ष कण का वेग = $\{u\cos(\alpha+\theta) - v\cos\theta\} + \{u\sin(\alpha+\theta) - v\sin\theta\}\,\hat{j}$

जैसा कि हमने देखा कि कण का वेग का क्षेतिज घटक शून्य है, इसलिए

$u\cos(\alpha+\theta) - v\cos\theta = 0$

या $v = \frac{u\cos(\alpha+\theta)}{\cos\theta}$ (नत तल पर नीचे की ओर)

$v = \frac{u\cos(\alpha+\theta)}{\cos\theta}$ **Ans.**

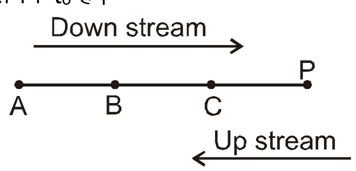
14. t = 0 पर राफ्ट तथा मोटर बोट बिन्दु A पर स्थित है। राफ्ट का वेग पानी के वेग के समान है क्योंकि राफ्ट नदी के पानी में तैर रहा है।

$t = \tau = 60$ min पर मोटरबोट बिन्दु P पर तथा राफ्ट बिन्दु B पर है।

अतः A से B तक पहुंचने में राफ्ट द्वारा लिया गया समय = P से A तक पहुंचने में मोटरबोट द्वारा लिया गया समय

$t = \tau + t_0$ पर दोनों बिन्दु C पर मिलते है।

अतः, C से B तक पहुंचने में राफ्ट द्वारा लिया गया समय मोटरबोट द्वारा C से P तक धारा के विपरीत पहुंचने में लिये गये समय के बराबर होगा। माना कि यह समय t_0 है।



माना

v_A = मोटरबोट का वेग,

v_B = धारा का वेग = राफ्ट का वेग

$\therefore$ धारा की दिशा में,

v_c = पानी के सापेक्ष मोटरबोट का वेग

$\therefore \quad v_0 = v_A - v_B$

$\therefore \quad v_A = v_0 + v_B$

$\therefore \quad \tau = \dfrac{AP}{v_A} = \dfrac{AP}{v_0 + v_B}$

परन्तु AB = राफ्ट द्वारा समय $\tau = v_B\tau$ में तय की गई दूरी

धारा के विपरीत दिशा में,

$v_0 = v_A + v_B$

$\therefore \quad v_A = v_0 - v_B$

अतः, PC = मोटरबोट द्वारा धारा के विपरीत दिशा में समय t_0 में तय की गई दूरी = $(v_0 - v_B)\, t_0$

BC = राफ्ट द्वारा समय t_0 में तय की गई दूरी = v_Bt_0

चित्र के अनुसार

$\because \quad AP - PC = AC = \ell$

अथवा $\quad (v_0 + v_B)\,\tau - (v_0 - v_B)\, t_0 = \ell$

अथवा $\quad v_0t + v_B\, t - v_0t_0 + v_Bt_0 = \ell$ ....(i)

$\because \; AB + BC = \ell$

अथवा $\quad v_Bt + v_Bt_0 = \ell$

अथवा $\quad v_B = \dfrac{\ell}{\tau + t_0}$ ....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) द्वारा $\quad v_0t + v_Bt - v_0t_0 + v_Bt_0 = \ell$

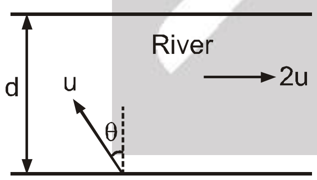
अथवा $\quad v_0\tau + \dfrac{\ell}{\tau + t_0}\tau - v_0t_0 + \dfrac{\ell}{t_0 + \tau}t_0 = \ell$ अथवा $\quad v_0\tau^2 + \tau\ell - v_0t_0^2 + \ell t_0 = \ell\,(\tau + t_0)$

अथवा $\quad v_0\tau^2 - v_0t_0^2 = \ell\,(\tau + t_0) - \tau\ell - t_0\ell$ अथवा $\quad \tau = t_0$

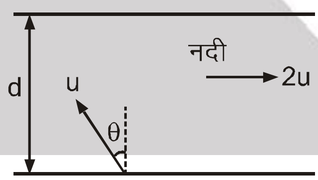
(i) के अनुसार

$v_0\tau + v_B\tau - v_0t_0 + v_Bt_0 = \ell \Rightarrow \quad \tau = t_0$ रखने पर $\quad v_B = \dfrac{\ell}{2\tau}$

15.



Let river velocity is 2u



माना नदी का वेग 2u

नदी को पार करने में लगा समय $t = \dfrac{d}{u\cos\theta}$

बहाव $x = (2u - u\sin\theta)t = (2u - u\sin\theta)\dfrac{d}{u\cos\theta}$

बहाव $x = (2\sec\theta - \tan\theta)d$

$\dfrac{dx}{d\theta} = (2\sec\theta\tan\theta - \sec^2\theta)d = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\tan\theta = \sec\theta$

$\theta = 30^o$ नदी की धारा के साथ

नदी की धारा के साथ कोण $30^o + 90^o = 120^o$.