तरंग प्रकाशिकी (WAVE OPTICS)

1. अध्यारोपण का सिद्धान्त :

जब दो या दो से अधिक तरंगे एक बिन्दु से क्रमागत गुजरती है तो बिन्दु में विचलन प्रत्येक तरंगों के विचलन से दिया जाता है। जबकि अन्य तरंग अनुपस्थित है। डोरी में तरंगो का मतलब विचलन से है। जबकि ध्वनि तरंगों में इसका मतलब दाब परिवर्तन से है। जबकि विद्युत चुम्बकीय तरंगों में इनका मतलब वि.चु.क्षे. व चु.क्षे. से है। जब दो प्रकाश तरंगे एक ही दिशा में किसी बिन्दु पर अध्यारोपित होती है तो अध्यारोपण क्षेत्र में प्रकाश की तीव्रता में बदलाव आता है। इसे तरंगों का व्यतिकरण कहते है।

1.1 दो तरंगों का अध्यारोपण :

(किसी बिन्दु पर दो तरंगों का अध्यारोपण जो एक ही आवृति की है।)

$x_1(t) = a_1 \sin \omega t$ तथा $x_2(t) = a_2 \sin (\omega t + \phi)$

प्रत्येक तरंग के कारण होने वाले विस्थापन को दिखाती है। यह मानते हुए कि सभी तरंगे एक ही दिशा में है। अध्यारोपण के सिद्धान्त से

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$= a_1 \sin \omega t + a_2 \sin (\omega t + \phi)$

$= A \sin (\omega t + \phi_0)$

जहाँ $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 . a_2 \cos \phi$ .....(1.1)

तथा $\tan \phi_0 = \dfrac{a_2 \sin\phi}{a_1 + a_2 \cos\phi}$ .....(1.2)

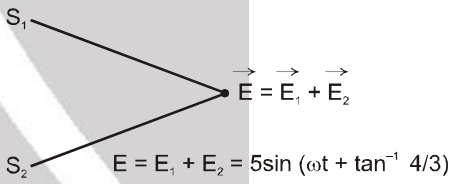
Solved Examples

Example 1. S_1 और S_2 दो प्रकाश स्त्रोत हैं। जो एक बिन्दु P पर विचलन दिखाते है। $E_1 = 3\sin \omega t$, $E_2 = 4 \cos \omega t$, यह मानते हुए $\vec{E}_1$ व $\vec{E}_2$ कि एक ही लाईन पर है। दोनों के अध्यारोपण का परिणामी क्या होगा।

Solution : $E = 3 \sin\omega t + 4 \sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$

$A^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4) \cos \dfrac{\pi}{2} = 5^2$

$\tan\phi_0 = \dfrac{4\sin\frac{\pi}{2}}{3 + 4\cos\frac{\pi}{2}} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow \phi_0 = 53^\circ$ $E = 5\sin[\omega t + 53^\circ]$



1.2 चलती हुई तरंगों का अध्यारोपण, पथान्तर :

माना S_1 और S_2 दो स्रोत जो कि तरंगे उत्पन्न कहते है। (विचलन y_1 और y_2 से दियाा जाता है)

किसी बिन्दु P पर

$y_1 = a_1 \sin (\omega t - kx_1 + \theta_1)$

$y_2 = a_2 \sin (\omega t - kx_2 + \theta_2)$

$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + \Delta\phi)$

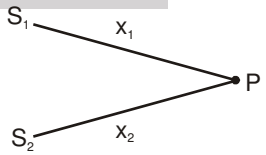


Figure: 1.3

यहां कलान्तर,

$\Delta\phi = (\omega t - kx_1 + \theta_1) - (\omega t - kx_2 + \theta_2) = k(x_2 - x_1) + (\theta_1 - \theta_2) = k\Delta p - \Delta\theta$ जहाँ $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

यहाँ $\Delta p = \Delta x$ पथान्तर है।

कलान्तर, पथान्तर के कारण = k (पथान्तर)

जहाँ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \Delta\phi = k\Delta p = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ ..... (1.3)

संपोषी व्यतिकरण के लिए

$\Delta\phi = 2n\pi$, $n = 0, 1, 2$ ..... या $\Delta x = n\lambda$

$A_{max} = A_1 + A_2$

तीव्रता, $\sqrt{I_{max}} = \sqrt{I_1} + \sqrt{I_2} \Rightarrow I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$ .....(1.4)

विनाशी व्यतिकरण के लिए

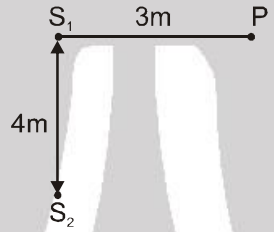
$\Delta\phi = (2n + 1)\pi$, $n = 0, 1, 2$ ..... या $\Delta x = (2n + 1)\lambda/2$

$A_{min} = |A_1 - A_2|$

तीव्रता $\sqrt{I_{min}} = |\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}| \Rightarrow I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$ .....(1.5)

Solved Example

Example 2.



S_1 एवं S_2 प्रत्येक 'f' आवृत्ति के दो कला सम्बद्ध स्त्रोत है। ($\theta_1 = \theta_2 = 0^o$). $V_{sound} = 330$m/s. आवृत्ति 'f' ज्ञात करो।
(i) ताकि P पर सम्पोषी व्यतिकरण हो (ii) ताकि P पर विनाशी व्यतिकरण हो

Solution : सम्पोषी व्यतिकरण के लिए

$K\Delta x = 2n\pi$

$\frac{2\pi}{\lambda} \times 2 = 2n\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2}{n}$

$V = \lambda f \Rightarrow V = \frac{2}{n} f \qquad f = \frac{330}{2} \times n$

विनाशी व्यतिकरण के लिए $K\Delta x = (2n + 1)\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}.2 = (2n + 1)\pi$

$\frac{1}{\lambda} = \frac{(2n+1)}{4} \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{330 \times (2n+1)}{4}$

Example 3. दो स्त्रोतों से प्रकाश जो प्रत्येक एक समान आवृति का है। एक ही दिशा में गुजर रहा है। परन्तु तीव्रता 4 : 1 के अनुपात में है। तो अधिकतम और न्यूनतम तीव्रता का अनुपात होगा।

Solution : $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + 1}{\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} - 1}\right)^2 = \left(\frac{2+1}{2-1}\right)^2 = 9 : 1.$

2. तरंगाग्र

पानी में पत्थर फेंकने के बाद पृष्ठ पर फैलती हुई एक तरंग की कल्पना करें किसी भी समय सतह का चित्रण वृत्ताकार वलय प्रदर्शित करता है जिस पर विक्षोभ अधिकतम होगा। स्पष्टतः वृत्त पर स्थित सभी बिन्दु समान कला में दोलन करते हैं। क्योंकि स्त्रोत से समान दूरी पर होंगे। इस प्रकार का बिन्दुओं का बिन्दु पथ जो समान कला में दोलन करता है। तरंगाग्र का उदाहरण है।

एक तरंगाग्र नियत कला का पृष्ठ होता है। जिस चाल से तरंगाग्र स्त्रोत से दूर जाता है, कला चाल कहलाती है। तरंग की ऊर्जा तरंगाग्र के लम्बवत् गति करता है।

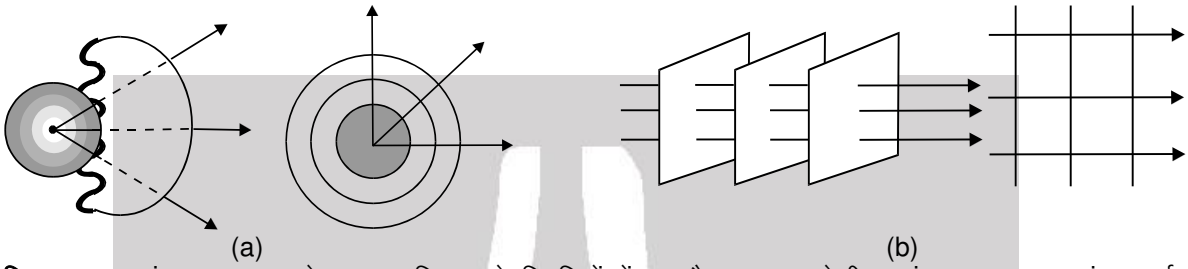
चित्रानुसार किसी बिन्दु स्त्रोत के कारण तरंगाग्र गोलीय व त्रिविमिय होता है। ऊर्जा सीधी रेखा के अनुदिश स्त्रोत से बाहर की तरफ जाती है। गोलीय तरंगाग्र की त्रिज्या यह रेखाऐं तरंग होती है। यदि हम किसी तरंगाग्र के युग्म तरंग के बीच की दूरी नापे तो यह नियत रहती है।

(i) किरण तरंगाग्र के लम्बवत् होती है।

(ii) किसी किरण के अनुदिश एक तरंगाग्र से दूसरे तरंगाग्र का जाने का समय समान रहता है।

यदि हम गोलीय तरंगाग्र के छोटे से भाग को स्त्रोत से अधिक दूरी पर देखें तो यह समान्तर तल तरंगाग्र दिखाई देता है। किरणें तरंगाग्र के लम्बवत् तथा एक दूसरे के समानांतर होती है। इसे समतल तरंग कहते है तथा चित्र 2.1 (b) में दर्शाया गया है।

यदि एक रेखीय स्त्रोत जैसे स्लिट (झिर्री) को इसके पीछे एक अन्य प्रकाश स्त्रोत से प्रकाशित किया जाये तो बेलनाकार तरंगाग्र प्राप्त होता है। स्त्रोत से अधिक दूरी पर इसे भी समतल तरंगाग्र की तरह मानते हैं।



चित्र : 2.1 : तरंगाग्र तथा उनके अनुरूप किरण दो स्थितियों में (a) फैलता हुआ गोलीय तरंग (b) समतल तरंग। बाई ओर चित्र में त्रिविमीय तरंग (प्रकाश) दर्शाता है। दांयी ओर चित्र में तरंग द्वि–विमीय तरंग दर्शाता है। (पानी की सतह पर)

3. कला सम्बन्द्ध

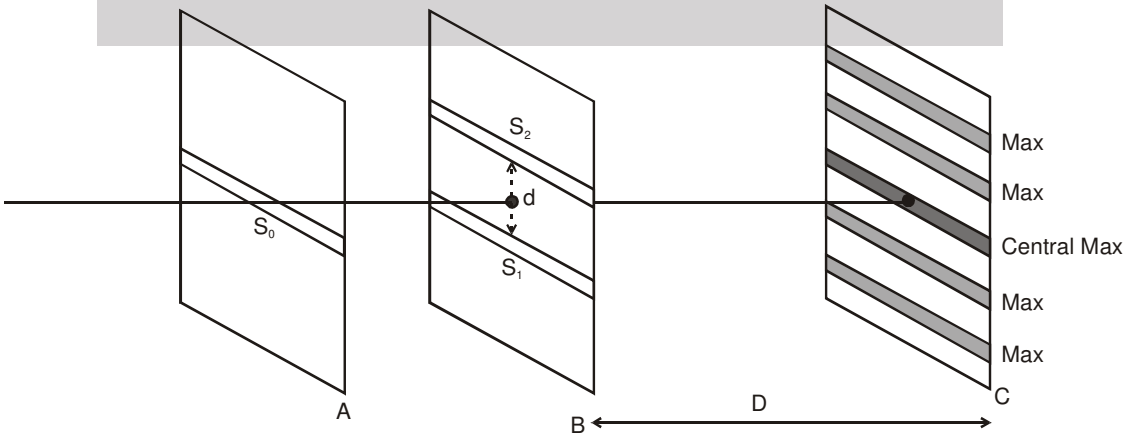
प्रकाश के दो ऐसे स्त्रोत जिनसे उत्सर्जित प्रकाश तरंगो की आवृत्ति (तरंगदैर्ध्य या आवर्तकाल) समान हो तथा जिनके मध्य समय के सापेक्ष कलान्तर नियत रहे कलासम्बन्द्ध स्त्रोत कहलाते हैं।

साधारण प्रकाश स्त्रोत में, प्रकाश अलग–अलग परमाणु से उत्सर्जित होता है। प्रत्येक परमाणु 1 नेनों सेकण्ड अन्तराल में प्रकाश उत्सर्जित करते हैं। यदि परमाणु एक ही अवस्था में प्रकाश उत्सर्जित करें तो विभिन्न परमाणु से आने वाले प्रकाश में अलग–अलग प्रारम्भिक कलान्तर होगा परन्तु इन परमाणु के प्रकाश में केवल 1 नेनों सेकण्ड के लिए एक समान कलान्तर होगा। इसलिए व्यतिकरण प्रारूप 1/1 करोड़ सेकण्ड में बदलता रहेगा। परन्तु हमारी आंख केवल 1/10 सेकण्ड के बदलाव को देख सकती है इसलिए हम पर्दे पर एक समान तीव्रता का प्रकाश देखेंगे जो अलग–अलग तीव्रता का जोड़ होगा। ऐसे स्त्रोतों को कलासम्बन्द्ध स्त्रोत कहते हैं। ऐसे दो अलग–अलग स्त्रोत से आने वाले प्रकाश दण्ड की कला में कोई सम्बन्द्ध नहीं होता इसलिए यह व्यतिकरण नहीं दिखाती ऐसे स्त्रोत के लिए परिणामी तीव्रता किसी भी बिन्दु पर

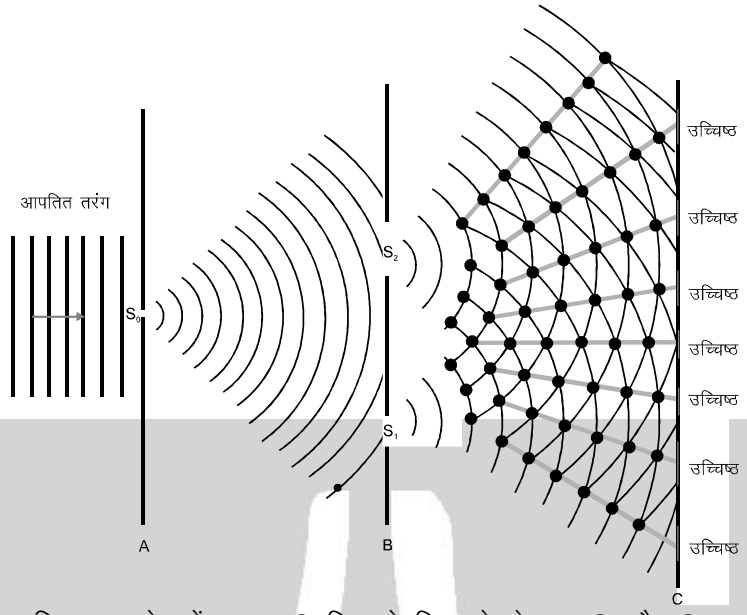
$$I = I_1 + I_2 \qquad .....(3.1)$$

4. यंग का द्विस्लिट प्रयोग

1802 में थामस यंग ने स्थित व्यतिकरण उत्पन्न करने के लिए एक प्रयोग दिया यह एक तरंगाग्र का दो भाग में विभाजन था। यह दो तरंगाग्र ऐसे दिखाई देते हैं जैसे किसी दो स्त्रोत जिनमें एक समान कलासम्बन्द्ध से लिये गए हों। जब इनमें व्यतिकरण होता है तो एक समान स्थित व्यतिकरण प्रारूप दिखाई देता है।



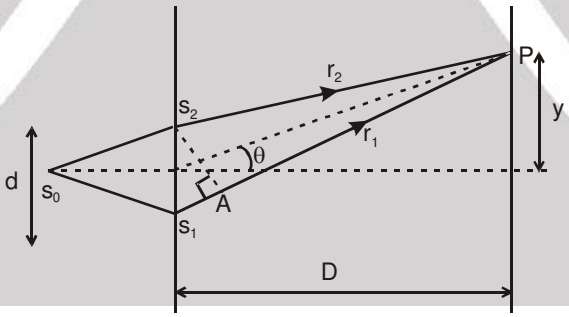
चित्र : 4. 1 : स्थित व्यतिकरण उत्पन्न करने के लिए S_0 स्त्रोत को S_1 और S_2 स्त्रोत में विभाजित करने का यंग का प्रयोग



चित्र 4.2 : यंग के व्यतिकरण प्रयोग में प्रकाश S_0 छिद्र से निकलने के बाद S_1 और S_2 पर आपतित होता है। दो स्त्रोत (S_1, S_2) से B व C के बीच के क्षेत्र में अध्यारोपित होता है। जो हम पर्दे C पर देख सकते हैं और पर्दे C पर व्यतिकरण प्रारूप दिखाई देता है।

4.1 व्यतिकरण प्रारूप का विश्लेषण :

हम इस प्रयोग मे इस तरह की अवस्था रखते है कि S_1 और S_2 से जाने वाला प्रकाश एक समान कला कोण में हो। परन्तु P पर प्रकाश S_2 के कारण, P पर प्रकाश S_1 से एक समान कोण में नहीं होता है। क्योंकि S_1 अधिक दूरी करता है। हम पढ़ चुके है कि कला अन्तर, पथान्तर के कारण होता है। यदि पथान्तर शून्य और एक समान हो तो कला अन्तर शून्य होता है। इसलिए प्रकाश एक समान कला में आता है। सम्पोषी व्यक्तिकरण होता है। परन्तु यदि प्रकाश एक समान कला में नहीं होता, पथान्तर विराम गुणनफल $\lambda/2$ का है तो विनाशी व्यक्तिकरण होता है। इसलिए पथान्तर से बिन्दु P पर तीव्रता ज्ञात की जा सकती है।



चित्र : 4.3

पथान्तर $\Delta p = S_1P - S_2P = \sqrt{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2 + D^2} - \sqrt{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2 + D^2}$ .....(4.1)

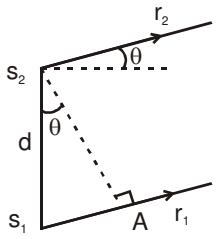
लगभग मापन :

D >> d, इसलिए हम कह सकते है कि $\vec{r}_1$ तथा $\vec{r}_2$ एक ही दिशा में समान्तर कोण मुख्य अक्ष से θ कोण पर है।

अब $S_1P - S_2P = S_1A = = S_1S_2 \sin\theta$

$\Rightarrow$ पथान्तर = $d \sin\theta$ .....(4.2)

लगभग मापन II : यदि θ बहुत कम हो तो $y << D$, $\sin\theta = \tan\theta = \frac{y}{D}$



चित्र : 4.4

अतः पथान्तर $\Delta x = \frac{dy}{D}$ .....(4.3)

अधिकतम के लिए (सम्पोषी व्यतिकरण),

$\Delta p = n\lambda$

$\Rightarrow \quad y = \frac{n\lambda D}{d}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ .....(4.4)

यहां $n = 0$ केन्द्रीय उच्चिष्ठ के लिए हों

$n = \pm 1$ 1st उच्चिष्ठ

$n = \pm 2$ 2nd उच्चिष्ठ

निम्निष्ठ के लिए (विनाशी व्यतिकरण)

$$\Delta p = \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{3\lambda}{2} \pm \frac{5\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \begin{cases} (2n-1)\frac{\lambda}{2} & n = 1, 2, 3..... \\ (2n+1)\frac{\lambda}{2} & n = -1, -2, -3..... \end{cases}$$

साथ ही साथ, $y = \begin{cases} (2n-1)\frac{\lambda D}{2d} & n = 1, 2, 3..... \\ (2n+1)\frac{\lambda D}{2d} & n = -1, -2, -3..... \end{cases}$ .....(4.5)

यहां $n = \pm 1$ प्रथम निम्निष्ठ के लिए

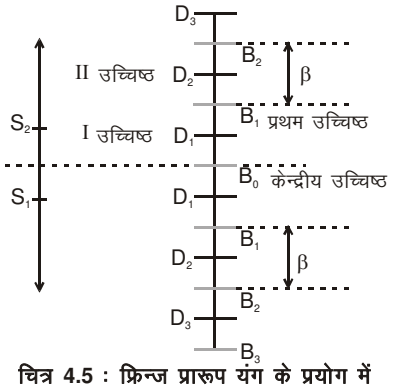
$n = \pm 2$ साथ ही साथ दूसरे निम्निष्ठ के लिए

4.2 फ्रिंज चौड़ाई :

दो लगातार काली या चमकीली फ्रिन्जो के मध्य की दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई कहलाती है।

फ्रिंज चौड़ाई $\beta = \frac{\lambda D}{d}$ .....(4.6)

- यह तरंगदैर्ध्य के समानुपाती और दो स्रोत के बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।



चित्र 4.5 : फ्रिन्ज प्रारूप यंग के प्रयोग में

4.3 व्यतिकरण फ्रिन्ज का अधिकतम क्रम :

$y = \frac{n\lambda D}{d}$, n = 0, ± 1, ± 2 ..... उच्चिष्ठ व्यतिकरण के लिए परन्तु n को नही ले सकते जो कि लगभग मापन (II) का पालन नहीं करता है। यदि θ छोटा हो तो

या $y << D \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{D} = \frac{n\lambda}{d} << 1$

अतः ऊपर वाले सूत्र (4.4 & 4.5) अधिकतम/न्यूनतम व्यतिकरण के लिए उपयोगी है।

$$n << \frac{d}{\lambda}$$

यदि $n \frac{d}{\lambda}$ के बराबर हो तो पथान्तर को समीकरण 4.3 से नही 4.2 से लेते हैं। अतः उच्चिष्ठ के लिए

$$\Delta p = n\lambda \quad \Rightarrow \quad d\sin\theta = n\lambda \quad \Rightarrow \quad n = \frac{d\sin\theta}{\lambda}$$

अधिकतम क्रम के व्यतिकरण के लिए उच्चिष्ठ $\Rightarrow n_{max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right]$ .... (4.7)

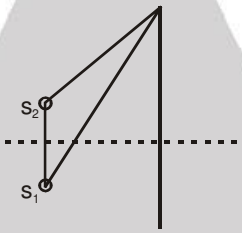
जहाँ [अधिकतम गुणांक फलन है]

अधिकतम निमनिष्ठ $n_{min} = \left[\frac{d}{\lambda} + \frac{1}{2}\right]$ .....(4.8)

वैकल्पिक विधि

$\Delta p = S_1P - S_2P$

$\Delta p \le d \quad \Rightarrow \quad \Delta p_{max} = d$



चित्र : **4.6**

(त्रिभुज की तीसरी भुजा दोनो भुजा के अन्तर से अधिक होती है।)

4.4 तीव्रता :

यदि प्रकाश तरंग का विद्युत क्षेत्र वाला भाग किसी बिन्दु P पर (चित्र : 4.3) S_1 और S_2 से पहुँचता है जो समय के साथ बदलता है।

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

और $E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi)$

यहाँ $\phi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

यदि दोनों की तीव्रता एक समान हो तो (I_0) तरंग का आयाम E_0 भी समान होगा। इसलिए परिणामी विद्युत क्षेत्र किसी बिन्दु P पर

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \sin \omega t + E_0 \sin (\omega t + \phi) = E_0' \sin (\omega t + \phi')$$

जहाँ $E_0'^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0 \cdot E_0 \cos \phi = 4 E_0^2 \cos^2 \phi/2$

परिणामी तीव्रता बिन्दु P पर,

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \qquad .....(4.9)$$

$I_{max} = 4I_0$ when $\frac{\phi}{2} = n\pi$, $\quad n = 0, \pm1, \pm2, ...,$

$I_{min} = 0$ when $\frac{\phi}{2} = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi \quad n = 0, \pm1, \pm2$ ....

यहां $\phi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ यदि $D >> d$, $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$

यदि $D >> d$ & $y << D$, $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\frac{y}{D}$

यदि दोनों स्रोत I_1 और I_2 अलग–अलग तीव्रता के होंतो –

माना $E_1 = E_{01} \sin \omega t$ और $E_2 = E_{02} \sin(\omega t + \phi)$

परिणामी तीव्रता बिन्दु P पर, $E = E_1 + E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$

जहां $E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\phi$

परिणामी तीव्रता बिन्दु P पर,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi \qquad .....(4.10)$$

Solved Examples

Example 4. यंग के प्रयोग में D = 1m, d = 1mm और λ = 1/2 mm

(i) पर्दे पर पहली और केन्द्रीय उच्चिष्ठ के बीच की दूरी क्या होगी।

(ii) उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ का क्रम क्या होगा।

Solution : (i) $D >> d$ अतः $\Delta P = d\sin\theta$ $\frac{d}{\lambda} = 2$,

स्पष्ट है कि, $n << \frac{d}{\lambda} = 2$ n के किसी भी मान के लिए सम्भव नहीं है।

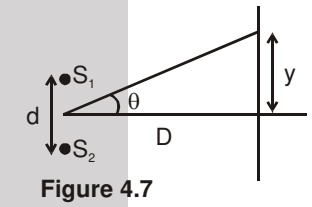
Figure 4.7

अतः $\Delta p = \frac{dy}{D}$ नहीं उपयोग कर सकते

पहली उच्चिष्ठ के लिए $\Delta p = d\sin\theta = \lambda$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = 30º$

अतः $y = D\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ meter



(ii) अधिकतम पथान्तर $\Delta P_{max} = d = 1$ mm

$\Rightarrow$ उच्चिष्ठ का अधिकतम क्रम, $n_{max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right] = 2$ और निम्निष्ठ का अधिकतम क्रम $n_{min} = \left[\frac{d}{\lambda} + \frac{1}{2}\right] = 2$

उच्चिष्ठ का योग $= 2n_{max} + 1^* = 5$ *(केन्द्रीय उच्चिष्ठ)

निम्निष्ठ का योग $= 2n_{min} = 4$

Example 5. एकवर्णीय प्रकाश तरंगदैर्ध्य 5000 Å यंग के प्रयोग में उपयोग लेते हैं। स्लिट चौड़ाई d = 1mm, स्लिट और पर्दे के बीच की दूरी D = 1m यदि दोनो स्लिट पर तीव्रता क्रमशः $I_1 = 4I_0$, $I_2 = I_0$, है तो

(i) फ्रिन्ज चौड़ाई β क्या होगी।

(ii) केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 5^{th} निम्निष्ठ के बीच की दूरी

(iii) $y = \frac{1}{3}$ mm पर तीव्रता

(iv) पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ से 1000^{th} उच्चिष्ठ की दूरी

(v) पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ स 5000^{th} उच्चिष्ठ की दूरी

Solution : (i) $\beta = \frac{\lambda D}{d} = \frac{5000\times10^{-10}\times1}{1\times10^{-3}} = 0.5$ mm

(ii) $y = (2n-1)\frac{\lambda D}{2d}$, $n = 5 \Rightarrow y = 2.25$ mm

(iii) At $y = \frac{1}{3}$ mm, $y << D$

अतः $\Delta p = \frac{d.y}{D}$

$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta p = 2\pi\frac{dy}{\lambda D} = \frac{4\pi}{3}$

अब परिणामी तीव्रता $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi$

$= 4I_0 + I_0 + 2\sqrt{4I_0^2}\cos\Delta\phi = 5I_0 + 4I_0\cos\frac{4\pi}{3} = 3I_0$

(iv) $\frac{d}{\lambda} = \frac{10^{-3}}{0.5\times10^{-6}} = 2000$

$n = 1000$ is not $<< 2000$

अतः अब $\Delta p = d\sin\theta$ ले सकते हैं

अतः, $d\sin\theta = n\lambda = 1000\,\lambda \Rightarrow \sin\theta = 1000\,\frac{\lambda}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$

$y = D\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ meter

(v) अधिकतम उच्चिष्ठ का क्रम $n_{max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right] = 2000$

अतः, $n = 5000$ सम्भव नहीं है।

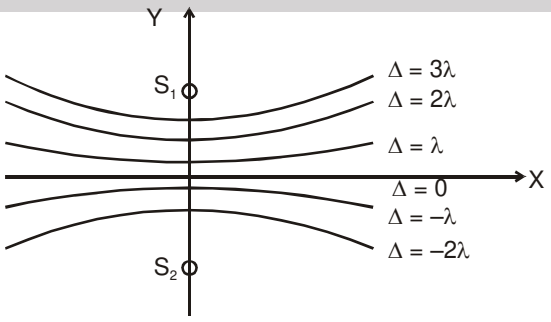
5. यंग के प्रयोग में व्यतिकरण फ्रिन्ज का आकार YDSE

हमने फ्रिंजो के आकार का अध्ययन किया है। जब यंग प्रयोग में दो स्लिट स्रोत के स्थान पर बिन्दु स्रोत लिए है। फ्रिंजें इस तरह विस्थापित होती हैं कि स्रोतों के बीच पथान्तर नहीं बदलता है।

$S_2P - S_1P = \Delta =$ अचर .....(5.1)

यदि $\Delta = \pm\frac{\lambda}{2}$, यह 1st निम्निष्ठ है

यदि $\Delta = \pm\frac{3\lambda}{2}$ यह 2nd निम्निष्ठ है



चित्र : 5.1

यदि $\Delta = 0$ मुख्य उच्चिष्ठ,

यदि $\Delta = \pm\lambda$, 1st उच्चिष्ठ

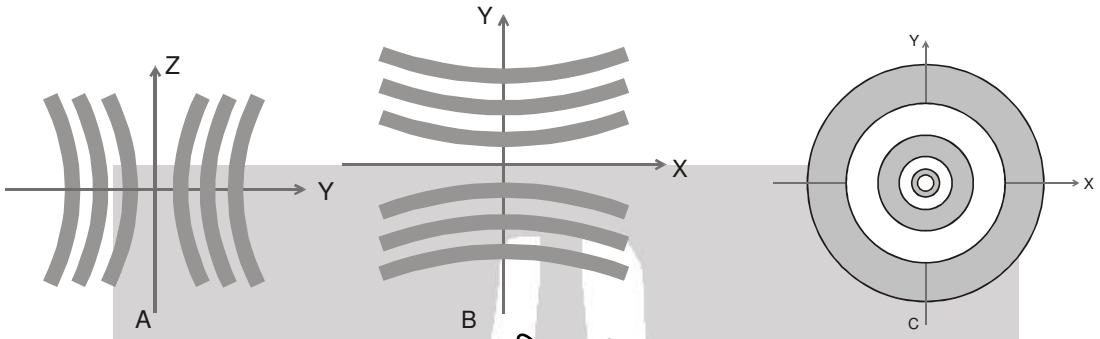
समीकरण (5.1) **दो केन्द्रीय बिन्दु S_1 और S_2 का अति परवलय दिखाती है।**

व्यक्तिकरण जो इस पर्दे पर देखते हैं। वह अतिपरवलय का भाग है। जब अतिपरवलय को S_1S_2 अक्ष पर घुमाया जाता है।

A. यदि पर्दा X-अक्ष के लम्बवत् हो तो, YZ तल में फ्रिंज अतिपरवलय होगी जहाँ सरल रेखा मुख्य अक्ष से गुजरती है।

B. यदि पर्दे XY तल में है तो फ्रिंज अतिपरवलय होगी।

C. यदि पर्दा Y अक्ष के लम्बवत् हो तो XZ तल में फ्रिंज एक ही मुख्य अक्ष से बनने वाले वृत्त होंगे। जिनकी मुख्य अक्ष S_1S_2 होगी। मुख्य फ्रिंज चमकीली होगी यदि $S_1S_2 = n\lambda$ और काली होगी यदि $S_1S_2 = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$.



चित्र : 5.2

6. यंग का प्रयोग श्वेत प्रकाश के लिए :

मुख्य उच्चिष्ठ सफेद होगी यदि सभी तरंगदैर्ध्य वाला प्रकाश संपोषी व्यक्तिकरण दिखाता है। परन्तु इसके नीचे और ऊपर मुख्य उच्चिष्ठ रंगीन होगी। यदि P पर्दे पर कोई बिन्दु हो तो -

$$S_2P - S_1P = \frac{\lambda_{\text{बैंगनी}}}{2} = 190 \text{ nm},$$

यहाँ बैंगनी प्रकाश के लिए विनाशी व्यक्तिकरण देता है।

यदि $S_2P - S_1P = \frac{\lambda_{\text{लाल}}}{2} = 350 \text{ nm},$

यहाँ पर विनाशी व्यतिकरण होगा और इस बिन्दु पर बैंगनी लाल होगी। केन्द्रीय श्वेत फ्रिन्ज से दूर रंगीन फ्रिंज दिखाई देना बंद हो जाती है, क्योंकि इन बिन्दुओं पर बहुत तरंग दैर्ध्य वाली तरंगे (प्रकाश तरंग) एक साथ संपोषी व्यतिकरण दिखाती है। इसलिए हम एक समान श्वेत प्रकाश प्राप्त करते हैं।

$$S_2P - S_1P = 3000 \text{ nm},$$

संपोषी व्यतिकरण होगी यदि $\lambda = \frac{3000}{n}$ nm.

बिल्कुल विनाशी व्यतिकरण लाल प्रकाश के लिए होगा और इस स्थिति पर रेखा बैगनी होगी।

दृश्य क्षेत्र में यह तरंगदैर्ध्य 750 nm (लाल), 600 nm (पीला), 500 nm (हरा–पीला), 428.6 nm (बैंगनी) होगी। स्पष्ट है कि इस प्रकार का प्रकाश श्वेत दिखाई देता है अतः श्वेत प्रकाश से हम केन्द्रीय फ्रिन्ज श्वेत प्राप्त करेंगे यदि पथान्तर शून्य है। साथ ही साथ इसके दोनों और रंगीन प्रकाश फ्रिन्ज होगी जल्दी ही श्वेत प्रकाश में बदल जाती है।

साधारण व्यतिकरण जो एकवर्णीय प्रकाश स्त्रोत के साथ किया गया है। इसमें एक ही प्रकार की बहुत सी फ्रिन्जे प्राप्त होती है इसलिए इसमें अन्तर देखना बहुत कठिन होता है कि कौनसी केन्द्रीय उच्चिष्ठ है। इसलिए केन्द्रीय उच्चिष्ठ के लिए श्वेत प्रकाश का उपयोग करते हैं।

Solved Examples

Example 6. एक प्रकाश तरंग जो 6000Å और 4500Å की बनी हुई है। यंग स्लिट प्रयोग में जिसकी पर्दे से दूरी D = 1m और स्रोतों के बीच की दूरी d = 1 mm लिया जाता है तो निम्ननिष्ठ दूरी मुख्य उच्चिष्ठ से क्या होगी जहाँ चमकीली फ्रिंज दोंनो तरंगदैर्ध्य के एक साथ आने से बनती है।

Solution: $\beta_1 = \frac{\lambda_1 D}{d} = \frac{6000 \times 10^{-10} \times 1}{10^{-3}} = 0.6 \text{ mm}$

$\beta_2 = \frac{\lambda_2 D}{d} = 0.45$ mm

माना n_1वें उच्चिष्ठ λ_1 और n_2 वें उच्चिष्ठ λ_2 के लिए एक साथ y स्थिति पर मिलती है तो

तो, $y = n_1\beta_1 = n_2\beta_2 =$ LCM of β_1 और β_2

$\Rightarrow$ y = LCM of 0.6 mm और 0.45 mm

y = 1.8 mm **Ans.**

इस स्थिति पर 3rd उच्चिष्ठ 6000 Å के लिए और 4th उच्चिष्ठ 4500 Å के लिए एक साथ मिलती है।

Example 7. सफेद प्रकाश जो यंग प्रयोग मे लिया जाता है। D = 1m और d = 0.9 mm प्रकाश पर्दे पर y = 1 mm स्थिति पर पहुँचता है जो प्रिज्म से गुजरता है और स्प्रेक्टम बनता है तो वह कौन–कौन सी तरंगदैर्ध्य होगी जो स्प्रेक्टम नहीं होगी।

Solution : $\Delta p = \frac{yd}{D} = 9 \times 10^{-4} \times 1 \times 10^{-3}$ m = 900 nm

निम्निष्ठ के लिए $\Delta p = (2n-1)\lambda/2 \Rightarrow \lambda = \frac{2\Delta P}{(2n-1)} = \frac{1800}{(2n-1)}$

$= \frac{1800}{1}, \frac{1800}{3}, \frac{1800}{5}, \frac{1800}{7}$ .....

600 nm और 360 nm दृश्य परास में आती है। इसलिए यह तरंगदैर्ध्य स्पेक्ट्रम में नहीं होगी।

7. सरल रेखीय पथ और प्रकाशीय पथ :

प्रकाश तरंग द्वारा किसी माध्यम तय दूरी उस तरंग के लिए सरल रेखीय दूरी कहलाती है। (Δx) माना एक प्रकाश तरंग जिसे समीकरण

$E = E_0 \sin(\omega t - kx + \phi)$

यदि प्रकाश तरंग Δx, दूरी तय करती है तो कला में अन्तर $k\Delta x = \frac{\omega}{v}\Delta x$, जहाँ ω आवृति जो माध्यम पर निर्भर नहीं करती है। परन्तु v, प्रकाश तरंग का वेग माध्यम पर निर्भर करता है। $v = \frac{c}{\mu}$

इसलिए कलान्तर $\Delta\phi = k\Delta x = \frac{\omega}{c}(\mu\Delta x)$

इससे यह पता चलता है कि किसी भी प्रकाश तरंग के द्वारा किसी μ अपवर्तनांक वाले माध्यम में Δx दूरी तय करने पर होने वाला कलान्तर, इसी तरंग का शून्य माध्यम में $\mu\Delta x$ दूरी तय करने से हुए कलान्तरके बराबर होता है।

अतः $[\Delta x_{\text{माध्य}} = \mu\Delta x_{\text{शून्य माध्य}}]$

$\mu\Delta x$ को प्रकाशीय पथान्तर कहते है। इसलिए कलान्तर और प्रकाशीय पथान्तर में सम्बन्ध

अतः $\Delta\phi = \frac{\omega}{c}\Delta x_{\text{प्रकाश}} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta x_{\text{प्रकाश}}$ .... (7.1)

जहां λ_0 = तरंगदैर्ध्य (शून्य माध्यम से)

यदि रेखीय पथान्तर में सम्बन्ध्य देखे तो

$\Delta\phi = \frac{\omega}{c}(\mu\Delta x) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ .....(7.2)

जहाँ λ = किसी माध्यम से प्रकाश तरंग की तरंगदैर्ध्य ($\lambda = \frac{\lambda_0}{\mu}$).

7.1 फ्रिंज का विस्थापन :

यदि किसी स्लिट (स्रोत) से निकलने वाले प्रकाश के पथ में यदि कोई μ, अपवर्तनांक और t मोटाई की पट्टिका रख दी जाये तो प्रकाशीय पथ S_1P $t(\mu - 1)$ से बढ़ जाता है। अतः S_1, S_2 स्लिट से आने वाली प्रकाश तरंग के बीच पथान्तर जब यह तरंगे किसी बिन्दु P पर मिलती है।

$\Delta p = S_2P - (S_1P + t(\mu - 1)) = (S_2P - S_1P) - t(\mu - 1)$

$\Rightarrow \Delta p = d \sin\theta - t(\mu - 1)$ यदि $d << D$

और $\Delta p = \frac{yd}{D} - t(\mu - 1)$ यदि $y << D$

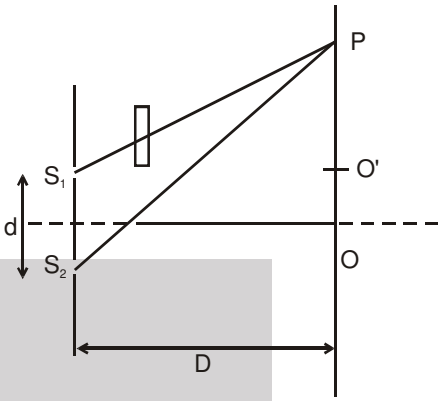
मुख्य चमकीली फ्रिंज के लिए

$\Delta p = 0 \Rightarrow \frac{yd}{D} = t(\mu - 1).$

$y = OO' = (\mu - 1)t \frac{D}{d} = (\mu - 1)\, t \,.\, \frac{\beta}{\lambda}$

अतः सम्पूर्ण फ्रिंज प्रतिरूप एक समान दूरी से विस्थापित हो जाता है।

$\Delta = (\mu - 1) \,.\, \frac{D}{d} = (\mu - 1)t \, \frac{\beta}{\lambda}$.



चित्र : **7.1**

* अतः पट्टिका ऊपर वाली स्लिट के पथ पर रखे तो फ्रिंज स्प्रेक्टम ऊपर की ओर विस्थापित हो जाता है और यदि नीचे की ओर रखा जाये तो, नीचे की ओर विस्थापित हो जाता है।

Solved Examples

Example 8. यंग प्रयोग में यदि d = 1mm और D = 1m, पट्टिका (t = 1μm, μ = 3) और (t = 0.5 μm, μ = 2) की दोंनो स्लिटों (स्रोतों) के पथ में रख दी जाये तो फ्रिंज के स्प्रेक्टम में कितना विस्थापन होगा।

Solution : प्रकाश तरंग का पथ S_1 स्रोत से $S_1P + 1\mu m\,(2 - 1) = S_2P + 0.5\ \mu m$

इसी तरह पथ S_2 स्रोत से $S_2P + 0.5\ \mu m\,(2 - 1) = S_2P + 0.5\ \mu m$

पथान्तर : $\Delta p = (S_2P + 0.5\ \mu m) - (S_1P + 2\mu m) = (S_2P - S_1P) - 1.5\ \mu m. = \frac{yd}{D} - 1.5\ \mu m$

मुख्य चमकीली फ्रिंज के लिए $\Delta p = 0$

$\Rightarrow \quad y = \frac{1.5\mu m}{1mm} \times 1m = 1.5\ mm.$

फ्रिंज स्प्रेक्टम 1.5 mm ऊपर की ओर विस्थापित की जाती है। **Ans.**

8. यंग का प्रयोग कोणीय प्रकाश तरंग के तिर्यक आपतन के लिए :

यदि यंग के प्रयोग में प्रकाश तरंग किसी कोण θ_0 समान समिति वाले अक्ष से स्लिट पर आपतित होती है। तो मुख्य अक्ष से ऊपर वाले बिन्दु, (माना P_1)

$\Delta p = d \sin\theta_0 + (S_2P_1 - S_1P_1)$

$\Rightarrow \Delta p = d \sin\theta_0 + d\sin\theta_1$ (If $d << D$)

तथा अक्ष से नीचे वाले बिन्दु

and for points below O on the screen, (माना P_2)

$\Delta p = |(d\sin\theta_0 + S_2P_2) - S_1P_2|$

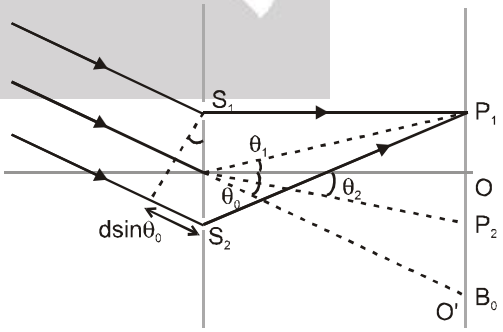
$= |d \sin\theta_0 - (S_1P_2 - S_2P_2)|$

$\Rightarrow \Delta p = |d \sin\theta_0 - d \sin\theta_2|$ (if $d << D$)

हम मुख्य उच्चिष्ठ प्राप्त करेंगे यदि, $\Delta p = 0$.

$(d \sin\theta_0 - d \sin\theta_2) = 0$

इसलिए $\theta_2 = \theta_0$.



चित्र: **8.1**

यह O' बिन्दु है। चित्र में

इसलिए पथान्तर

$$\Delta p = \begin{cases} d(\sin\theta_0 + \sin\theta) - \text{चित्र O से ऊपर वाले बिन्दु के लिए} \\ d(\sin\theta_0 - \sin\theta) - \text{चित्र O और O' से ऊपर वाले बिन्दु के लिए} \\ d(\sin\theta + \sin\theta_0) - \text{चित्र O' से नीचे वाले बिन्दु के लिए} \end{cases} \quad \text{.....(8.1)}$$

Solved Examples

Example 9. यंग प्रयोग में यदि D = 1m, d = 1mm, तरंगदैर्ध्य 500 nm वाला प्रकाश किसी कोण 0.57º (सममित अक्ष के साथ) पर आपतित होता है। यदि मुख्य बिन्दु O पर्दे पर हो तो

(i) मुख्य उच्चिष्ठ की स्थिति क्या होगी। (ii) तीव्रता बिन्दु O पर (I_0 से सम्बन्धित)

(iii) मुख्य उच्चिष्ठ और O के बीच कितनी अधिकतम फ्रिंज है।

Solution : (i) $\theta = \theta_0 = 0.57^\circ$

$$\Rightarrow y = -D\tan\theta - D\theta = -1 \text{ meter} \times \left(\frac{0.57}{57}\text{rad}\right)$$

$$\Rightarrow y = -1\text{cm}.$$

(ii) बिन्दु 0 पर, $\theta = 0$

इसलिए $\Delta p = d\sin\theta_0 - d\theta_0 = 1\text{ mm} \times (10^{-2}\text{ rad})$

$= 10{,}000\text{ nm} = 20 \times (500\text{ nm}) \Rightarrow \Delta p = 20\lambda$

इसलिए बिन्दु O , 20th उच्चिष्ठ से सम्बन्धित है।

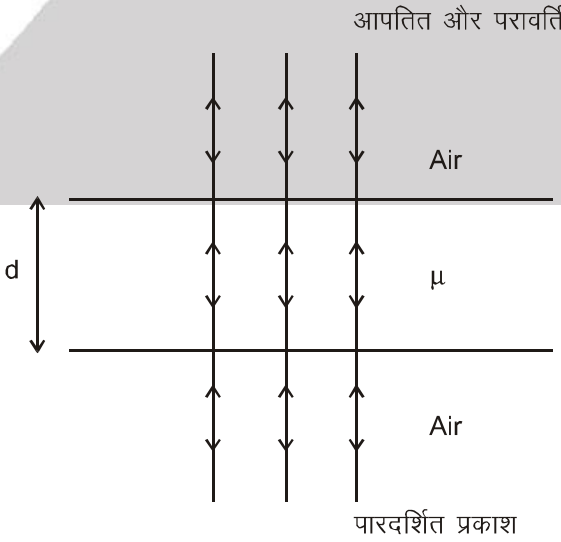
$\Rightarrow$ अतः तीव्रता बिन्दु O पर = I_0

(iii) 19 उच्चिष्ठ (O और मुख्य उच्चिष्ठ के बीच)

9. पतली फिल्म के कारण व्यतिकरण

यंग प्रयोग में दो कलासम्बद्ध वाले स्रोत एक असंगत कलासम्बद्ध से तरंगाग्र के विभाजन से प्राप्त करते हैं। यहाँ हम ऐसे ही स्रोत आयाम विभाजन से प्राप्त करते है। (परावर्तित और अपवर्तित तरंग से)

जब एक एकल तल वाली तरंग समान्तर तल में (एक समान दिशा में किसी पतली फिल्म पर आपतित होती है। जिसकी मोटाई d है तो तरंग ऊपर वाली सतह से परावर्तित होती है। साथ ही साथ नीचे वाली सतह से भी परावर्तित होती है।



चित्र **: 9.1**

अतः नीची वाली सतह से परावर्तित होने वाली तरंग ऊपर वाली सतह से $2\mu d$ पथ ज्यादा लेती है जहां μ माध्यम का अपवर्तनांक है।

यदि फिल्म को हवा में रख दिया जाए तो ऊपरी सतह से परावर्तित होने वाली तरंग (सघन माध्यम) π का कलान्तर देती है। जबकि नीचे वाली सतह (विरल माध्यम) से परावर्तित होने वाली तरंग में कोई कलान्तर नहीं होता है।

इसलिए संपोषी और विनाशी व्यतिकरण, परावर्तित होने वाली तरंग के लिए

$2\mu d = n\lambda$ विनाशी व्यतिकरण

तथा $2\mu d = (n + \frac{1}{2})\lambda$ संपोषी व्यतिकरण ....(9.1)

जहाँ $n = 0, 1, 2$ .....,

तथा λ = तरंगदैर्ध्य (हवा में)

व्यतिकरण पारदर्शी तरंगों में भी होगा इसलिए संपोषी और विनाशी व्यतिकरण के लिए स्थिति समीकरण 9.1 से अलग होगी।

$$\text{i.e. } 2\mu d = \begin{cases} n\lambda & \text{समपोषी व्यतिकरण के लिए} \\ (n+\frac{1}{2}\lambda) & \text{विनाशी व्यतिकरण के लिए} \end{cases} \quad ....(9.2)$$

इसे ऊर्जा के संरक्षण (जब भेजने वाली तरंग की तीव्रता परावर्तित होने वाली तरंग तीव्रता से कम हो) हल कर सकते है। स्रोत से पारदर्शित तरंग और परावर्तन के बाद पारदर्शित तरंग से अलग होगा तो फ्रिन्जों को विपर्यास भेजने वाली तरंग में अच्छी नहीं होगी। इस कारण पतली फिल्म के कारण व्यतिकरण परावर्तित प्रकाश में ही देखा जा सकता है।

समीकरण (9.1) में हमने यह माना है कि पतली फिल्म के चारों ओर का माध्य विरल है। जबकि पतली फिल्म सघन माध्य देती है।

यदि माध्य दोनों ओर सघन माध्य हो तो ऊपरी सतह से परावर्तन के बाद तरंग में कोई कलान्तर नहीं होगा। जबकि नीचे वाली सतह से परावर्तन के बाद तरंग में π का कलान्तर होगा। इसलिए संपोषी और विनाशी व्यतिकरण समीकरण 9.1 से दे सकते है।

इस स्थिति में संपोषी और विनाशी व्यतिकरण समीकरण 9.2 से दे सकते हैं 9.1 से नहीं।

Solved Examples

Example 10. सफेद प्रकाश, एक समान तीव्रता और तरंगदैर्ध्य 430–690 nm, का पानी की पतली फिल्म पर 90º कोण पर आपतित होता है। जिसका माध्य की पारगम्यता $\mu = 1.33$ और मोटाई $d = 320$ nm, है जो हवा में है। किस तरंगदैर्ध्य के लिए प्रकाश तरंग परावर्तित होगी ताकि देखने पर चमकीला प्रकाश दिखाई दें ?

Solution : इस प्रयोग की एक चित्र (9.1), से देख सकते है। जिससे समीकरण (9.1) अधिकतम व्यतिकरण देती है। इसलिए हल करने पर

$$\lambda = \frac{2\mu d}{m+1/2} = \frac{(2)(1.33)(320nm)}{m+1/2} = \frac{851nm}{m+1/2}$$

$m = 0$ पर $\lambda = 1700$ nm, जो कि $m = 1$, $\lambda = 567$ nm, पीला–हरा प्रकाश जो दृश्य प्रकाश क्षेत्र के बीच में होगा और $m = 2$, $\lambda = 340$ nm, इसलिए तरंगदैर्ध्य जिस पर प्रकाश चमकीला दिखई देता है।

$\lambda = 567$ nm. **Ans.**

Example 11. एक काँच का लैन्स जिस पर एक तरफ (MgF_2) की फिल्म बनी हुई है। जो लैन्स की ओर परावर्तन को कम कर देती है। माध्यम की पारगम्यता $\mu = 1.38$ (MgF_2) के लिए, कांच के लिए $\mu_g = 1.50$ है। फिल्म की मोटाई कितनी होगी जो दृश्य स्पैक्ट्रम ($\lambda = 550$nm) के बीच में परावर्तन को हटा दे यह मानते हुए कि प्रकाश 90^0 पर आपतित होता है।

Solution : यहाँ स्थिति चित्र 9.1 से अलग है अतः $n_3 > n_2 > n_1$.

n_3 कांच का अपवर्तनांक

$n_2 = MgF_2$ का अपवर्तनांक

m_1 = हवा का अपवर्तनांक

A बिन्दु पर परावर्तन π का कलान्तर देता है परन्तु B बिन्दु पर भी π का कलान्तर है। परावर्तन जो कांच से अच्छा नहीं है उसको पतली फिल्म के द्वारा हटा दिया जाता है। इसलिए MgF_2 की पतली फिल्म जिसकी मोटाई इसके लिए उपर्युक्त हो ली जाती है। जो तरंगदैर्ध्य का कलान्तर दे। अतः फिल्म में पथान्तर 2L होगा जो कि तरंगदैर्ध्य का विषमगुणांक है।

$2L = (m + 1/2)\lambda_{n2}$,

$\lambda n_2 = \lambda/n_2$,

$2n_2 L = (m + 1/2)\lambda$.

हमें कम मोटाई की फिल्म चाहिए इसलिए L छोटा होना चाहिए यदि m = 0 है तो फिल्म मोटाई कम होगी। अतः

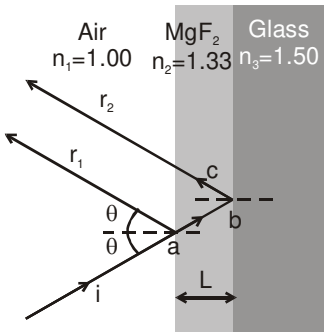
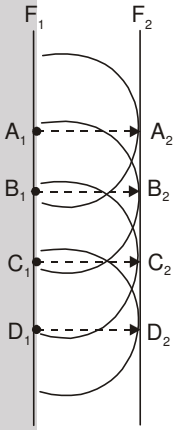


Figure : 9.2

$$L = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550\,nm}{(4)(1.38)} = 96.6\ nm \qquad \textbf{Ans.}$$

10. हाइजेन संरचना के अनुसार :



चित्र : 10.1

हाइजेन एक डच भौतिकी और अन्तरीक्ष शास्त्री था, ने एक बहुत ही अच्छा रेखीय सुझाव तरंग गतिकी पर दिया। उसने माना कि उसने पानी में सात तरंगो बहुत बार देखा है। जब एक छड़ पानी में रख दी जाती है और आवर्त गति कराते है तो यह तरंग उत्पन्न करती है, क्योंकि पानी की सतह दो विमीय वाली है। अतः तरंग्राय वृत्त होगा ना कि गोलाकार, वृत्त के हर एक बिन्दु पर पानी ऊपर–नीचे होता है। हाइगेन का विचार था कि हम हर नये स्रोत पर यह प्रयोग देख सकते है। हाइड्रोजन के अनुसार जो भी परिणाम हमने देखा यदि उसे जोड़ा जाये तो यह दूसरी तरंगे होगी। यह चित्र

(i) t = 0, समय पर F_1, एक तरंगाग्र है। F_1 माध्यम के उन भागों से अलग होता है। जहाँ कोई व्यवधान नहीं है तथा जहां तरंग पहले पंहुच चुकी है।

(ii) F_1 का प्रत्येक बिन्दु नये स्रोत की तरह व्यवहार करता है तथा गोलीय तरंगाग्र उत्सर्जित करता है। 't' समय के बाद इनमें प्रत्येक की त्रिज्या vt होगी यह गोले द्वितीयक तरंगाग्र है।

(iii) t, समय पश्चात् व्यवधान द्वितीयक तरंगाग्र द्वारा तय किये गये क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर पंहुचेगा। इसी क्षेत्र की सीमा नया तरंगाग्र F_2 होगा F_2 प्रत्येक गोले पर स्पर्श रेखा है।

(iv) बिन्दु A_1 F_1 पर तथा A_2 F_2 पर द्वितीयक तरंग्रग स्पर्श करता है। A_1 को F_1 से A_2 को F_2 से रेखा द्वारा जोड़ते है। हाइमेन के अनुसार A_1 A_2 किरण है। यह तरंगाग्र F_1 व F_2 के लम्बवत् है तथा इनकी लम्बाई vt है। इससे पता चलता है कि किरण तरंगाग्र के लम्बवत् होता है। किन्हीं दो तरंगाग्र के बीच की दूरी तय करने में प्रकाश को समान समय लगता है। हमारे अनुसार माध्यम के प्रत्येक बिन्दु पर चाल 'v' होगी। अतः हम कह सकते है कि दो तरंगाग्र के बीच की दूरी समान होती है।

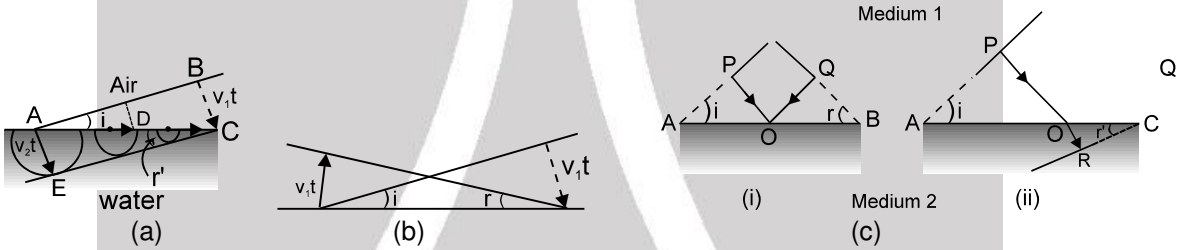
(v) इसी तरह F_2 बनता है व इसके t समय बाद F_3 बनता है तथा यह चलता रहता है। इस हाइजेन संरचना कहते है। किसी समय तरंगाग्र F_1 है तथा F_2, t समय बाद है रेखा A_1A_2. B_1B_2 F_1 व F_2 दोनो के लम्बवत् है तथा किरण को प्रदर्शित करता है। हाइजेन संरचना पानी पर बनी तरंगो से आसानी से समझ सकते है। प्रत्येक दोलित कण अपने पास वाले कण को भी दोलन करवाता है। इसलिए यह द्वितीयक स्रोत की तरह व्यवहार करता है।

10.1 परावर्तन तथा अपवर्तन

हाइजेन के निर्माण के नये रूप से हम प्रकाश के परावर्तन तथा अपवर्तन को समझ सकते हैं। चित्र (a) में एक तरंगाग्र दोनो माध्यमों को अलग करने वाली सतह पर इससे 'i' कोण बनाती है उदाहरण के तौर पर हवा तथा पनी दोनों माध्यमों में कला वेग v_1 और v_2 है। हम देखतें है कि आपतित तरंगाग्र बिन्दु A स्तर पर टकराता है अभी भी बिन्दु B को BC = AC sin i, की दूरी तय करनी हैं तथा यह $t = BC/v_1 = AC (\sin i) / v_1$ समय लेती है। t समय पश्चात एक दूसरा तरंगाग्र जिसकी त्रिज्या v_2t है, A से (केन्द्र के रूप में) माध्यम 2 में घूमता है। द्वितीय तंरगाग्र जो C से (केन्द्र के रूप में) प्रारम्भ होती है, की त्रिज्या शून्य होनी चाहिए। हमें एक तरंगाग्र और जो कि D बिन्दु से निकलती है तथा A तथा C के

मध्य है दिखाई देता है। इसकी त्रिज्या v_2t से कम है। इस प्रकार माध्यम 2 में तरंगाग्र एक रेखा है जो कि C से होकर गुजरती है तथा उस वृत्त पर स्पर्श रेखा है। जिसका केन्द्र A पर है, हम देखते है कि इस अपरिवर्तित तरंगाग्र का सतह से बनाया गया कोण 'r' है $AE = v_2t = AC \sin r'$ से प्रदर्शित किया जाता है। इस प्रकार $t = AC (\sin r'}/v_2$, 't' के लिए दोनों समीकरणों की तुलना करने पर हमें अपवर्तन का नियम $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$ के रूप में मिलता है। एक ऐसी ही तस्वीर चित्र (b) मे प्रदर्शित है। जो कि परावर्तित तरंग के लिए है यह पुनः माध्यम 1 में गति करती है। इस स्थिति में परावर्तित तरंग के द्धारा सतह के साथ बनाया गया कोण r से प्रदर्शित होता है तथा हम यह पाते है कि i = r यह याद रखिए कि दोनों परावर्तन तथा अपवर्तन के लिए द्वितीय तरंगाग्र भिन्न समय पर प्रारम्भ होगा। इसकी पहले वाली समीकरण से तुलना करते है। जहां पर हम इन्हें समान समय पर प्रारम्भ करते है।

पहले के समीकरण एक अच्छी भौतिक तस्वीर प्रदर्शित करते है कि किस प्रकार परावर्तित तरंग द्वितीय तरंगाग्र से बनती है। इस प्रकार हम परावर्तन तथा अपवर्तन के नियम को समझते है। इस तथ्य को उपयोग में लाते हुए कि भिन्न–भिन्न तरंगो के अनुदिश प्रकाश को एक तरंगाग्र से दूसरे तरंगाग्र तक जाने में लगा समय होगा। जब समान्तर किरण समतल सतह पर गिरती है तो इसके बाद आपतित तथा परावर्तित तरंगाग्र को चित्र में दिखाया गया है। एक तरंग POQ दोनों परावर्तित तथा अपवर्तित तरंगाग्र के लम्बवत् दिखाया गया है। आयतन कोण i तथा परावर्तन कोण r को अभिलम्ब के साथ बनाये गये कोण के रूप में परिभाषित करते है। चित्र (c) में दिखाये अनुसार ये तरंगाग्र तथा सतह के मध्य कोण है।



चित्र : 10.2

चित्र (a) हाइजेन निर्माण के लिए अपवर्तन तरंग (b) परावर्तन तरंग (c) तरंगाग्रो के मध्य संचरण के समय की गणना के लिये (i) परावर्तन के लिए तथा (ii) अपवर्तन के लिये।

अब हमे किरण के अनुदिश एक तरंगाग्र से दूसरे तरंगाग्र तक जाने में लगा कुल समय निकालना है। चित्र (c), से प्रकाश को P से Q तक जाने का समय होगा।

$$= \frac{PO}{v_1} + \frac{OQ}{v_1} = \frac{AO \sin i}{v_1} + \frac{OB \sin r}{v_1} = \frac{OA \sin i + (AB - OA)\sin r}{v_1} = \frac{AB \sin r + OA(\sin i - \sin r)}{v_1}$$

आपतित तरंगाग्र के अभिलम्ब भिन्न किरणें सतह पर बिन्दु O पर टकराती है। अतः इस प्रकार OA के विभिन्न मान होते है। जबकि सभी किरणों के लिए समय समान होना चाहिए तो समीकरण का दाहिना भाग OA से स्वतंत्र होता है। ऐसा होने के लिए यह आवश्यक है। कि OA का मान समीकरण में शून्य होना चाहिए। अतः $\sin i = \sin r$ हम इस प्रकार परावर्तन का नियम i = r प्राप्त करते है। चित्र भी माध्यम 1 को माध्यम 2 से विभाजित करने वाली समतल सतह पर अपवर्तन को प्रदर्शित करता है। आपतित तथा अपवर्तित तरंगाग्र सतह के साथ i तथा r' कोण बनाते हुए प्रदर्शित है। r' कोण अपवर्तन कोण कहलाता है। इनके लम्बवत् किरणों को भी दर्शाया गया है। हम किरण के अनुदिश दो तरंगाग्र के मध्य दूरी तय करने मे लिया गया समय ज्ञात करते है।

$$\text{P से R मे लिया गया समय} = \frac{PO}{v_1} + \frac{OR}{v_2} = \frac{OA \sin i}{v_1} + \frac{(AC - OA)\sin r'}{v_2} = \frac{AC \sin r'}{v_2} + OA\left(\frac{\sin i}{v_1} - \frac{\sin r'}{v_2}\right)$$

यह समय फिर से इस किरण से स्वतन्त्र होना चाहिए जिसे हमने माना था। OA का गुणज इस समीकरण मे शून्य होना चाहिए। इसलिए $\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}$

जहाँ माध्यम 2 का माध्यम 1 के सापेक्ष अपवर्तनांक है। यह स्नेल का नियम है जो हम पहले ही सीख चुके है। n_{21} पहले माध्यम मे वेग (v_1) तथा दूसरे माध्यम मे वेग (v_2) का अनुपात है। यह समीकरण स्नैल का अपवर्तन का नियम कहलाता है।

अगर पहला माध्यम निर्वात है तो $= \frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{c}{v_2} n_2$

जहां n_2 माध्यम 2 का निर्वात के सापेक्ष अपवर्तनांक है। यह माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक है। ऐसा ही समीकरण प्रथम माध्यम n_1 के निरपेक्ष अपवर्तनांक के लिए है। समीकरण से $n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{c}{n_1}\right) / \left(\frac{c}{n_2}\right) = \frac{n_2}{n_1}$

हवा का निरपेक्ष अपवर्तनांक 1.0003, है जो कि 1 के नजदीक है। इसलिए सभी प्रायोगिक उद्धेश्यों के लिए सभी माध्यमो का अपवर्तनांक हवा के सापेक्ष लिया जा सकता है। पानी के लिए $n_1 = 1.33$, जिसका मतलब $v_1 = \frac{c}{1.33}$, होगा जो निर्वात में प्रकाश के वेग का .75 गुना है, पानी में प्रकाश के वेग के लिये फोकाउ ने तरंग सिद्धान्त से यही व्यवहार प्रतिपादित किया था। एक बार हम अपवर्तन तथा परावर्तन के नियम पता लगा कर प्रिज्म, लैन्स तथा दर्पण को समझ सकते है। इनके बारे में हम पिछले अध्याय में अध्ययन कर चुके है। यहां हम तीन स्थितियों में तरंगाग्र के बारे में अध्ययन करेंगे।

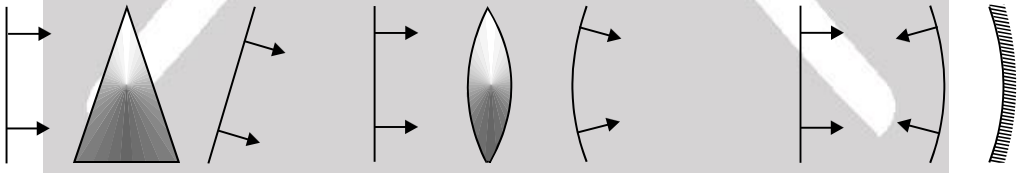
(i) माना कि एक समतल तरंग पतले प्रिज्म से गुजरती है। साफ तौर पर, आने वाले तरंगाग्र का वह हिस्सा जो कांच के ज्यादा मोटे हिस्से से गुजरता है वह ज्यादा देर से जाता है। क्योंकि कांच में प्रकाश ज्यादा धीमी गति से चलता है। यह निर्गत तरंगाग्र में झुकाव को स्पष्ट करता है।

(ii) इसी प्रकार आने वाली समतल तरंग का मध्य भाग जो उत्तल लैन्स के सबसे मोटे भाग में से निकलता है सबसे ज्यादा देरी से पहुंचता है निकलने वाला तरंगाग्र केन्द्र पर दब जाता है। यह गोलीय होता है तथा फोकस पर मिलता है।

(iii) एक अवतल दर्पण इसी प्रकार का प्रभाव उत्पन्न करता है। तरंगाग्र के केन्द्र को परावर्तन के पश्चात् ज्यादा दूरी तय करनी पड़ती है। अगर किनारे से तुलना करे। यह फिर से गोलीय तरंगाग्र को उत्पन्न करती है।

(iv) अवतल लैन्स तथा उत्तल दर्पण को समय देरी के व्यक्तत्य से इसी प्रकार समझा जा सकता है। एक गुण जो तरंगाग्र से स्पष्ट है कि वस्तु पर स्थित किसी बिन्दु से प्रतिबिम्ब पर स्थित संगत बिन्दु तक जाने में समान समय लगता है चाहे यह किसी भी किरण के अनुदिश मापा जाय।

उदाहरण के लिए जब एक उत्तल लैन्स प्रकाश को फोकस करते हुए वास्तविक प्रतिबिम्ब बनाता है। तो यह देखा जा सकता है कि केन्द्र से जाने वाली किरणें छोटी होती है। लेकिन काँच में धीमी गति के कारण लैंस के किनारे के नजदीक लिया समय एक जैसा होता है।



चित्र : 10.3

11. विभेदन क्षमता (R.P.)

किसी स्त्रोत के प्रकाश विवर्तन के कारण अत्यधिक संख्या में प्रतिबिम्ब प्राप्त होते है। यदि दो स्त्रोत के बीच की दूरी इस प्रकार हो की इनके केन्द्रीय उच्चिष्ठ एक दूसरे पर अतिव्यापित नही हो तो इनके प्रतिरूप आसानी से पहचाने जा सकते है। और किसी प्रकाशिक यंत्र की विभेदन क्षमता दो पड़ौसी बिन्दुओं को अलग–अलग देखने की क्षमता के रूप में परिभाषित होती है।

रेखीय R.P. = $d / \lambda D$

यहॉ D = प्रेक्षित दूरी

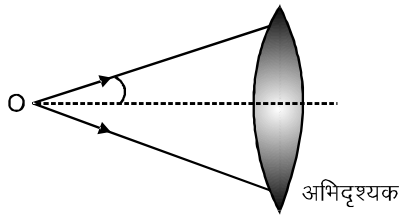
कोणिय R.P. = d / λ d = दो बिन्दुओं के मध्य दूरी

(1) सूक्ष्मदर्शी : सूक्ष्मदर्शी की स्थिति में दो रेखाओं के मध्य न्यूनतम् दूरी जिस पर रेखाओं को ठीक विभेदित किया जा सके। विभेदन सीमा (RL) कहलाती है। तथा इसका व्युत्क्रम विभेदन क्षमता (RPO) कहलाता है।

R.L. = $\dfrac{\lambda}{2\mu\sin\theta}$ तथा R.P. = $\dfrac{2\mu\sin\theta}{\lambda}$ $\Rightarrow$ R.P. $\propto \dfrac{1}{\lambda}$

λ = वस्तुओं को प्रकाशित करने के लिए प्रयुक्त प्रकाश की तंरगदैर्ध्य

μ = वस्तु तथा अभिदृश्यक के मध्य माध्यम का अपवर्तनांक



θ = बिन्दुवत वस्तु के शंकु का अर्द्धकोण, $\mu \sin\theta$ = गणितिय द्वारक

(2) खगोलीय दूरदर्शी (Astronomical telescope) : दो समीपवर्ती वस्तुओं के पृथक तथा आवर्धित प्रतिबिम्ब बनाने की खगोलीय दूरदर्शी की योग्यता इसकी विभेदन क्षमता कहलाती है। दो समीपवर्ती वस्तुओं के मध्य की न्यूनतम दूरी जिसके लिए दूरदर्शी पृथक प्रतिबिम्ब बना सकता है, विभेदन सीमा कहलाती है।

दूरदर्शी की कोणीय विभेदन सीमा $\theta = \dfrac{1.22\lambda}{d}$ द्वारा दी जाती है।

जहाँ λ = प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है।

d = अभिदृश्यक लैंस के द्वारक का व्यास है।

विभेदन क्षमता विभेदन सीमा की व्युत्क्रम होती है।

$\therefore$ विभेदन क्षमता = $\dfrac{d}{1.22\lambda}$

(i) चुंकि विभेदन क्षमता $\propto$ d। अतः दूरदर्शी की विभेदन क्षमता वस्तु लैंस के द्वारक का व्यास बढ़ाने पर बढ़ती है।

(ii) चुंकि विभेदन क्षमता $\propto \dfrac{1}{\lambda}$

अतः, दूरदर्शी की विभेदन क्षमता प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य बढ़ाने पर घटती है।

(iii) दूरदर्शी की विभेदन क्षमता अभिदृश्यक लैंस की फोकस दूरी पर निर्भर नहीं करती है। अतः अभिदृश्यक लैंस की फोकस दूरी बढ़ाने पर विभेदन क्षमता अपरिवर्तित रहती है।

Solved Miscellaneous Problems

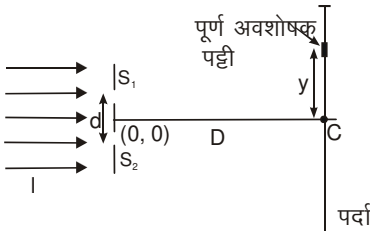
Problem 1. दो प्रकाश तरंगे $E_1 = 2 \sin (100\,\pi t - kx + 30^{\circ}$ तथा $E_2 = 3 \cos (200\,\pi t - k'x + 60^{\circ}$ से दी जाती हैं। तो पहली व दूसरी तरंगों की तीव्रता में अनुपात है।

(A) $\dfrac{2}{3}$ (B*) $\dfrac{4}{9}$ (C) $\dfrac{1}{9}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

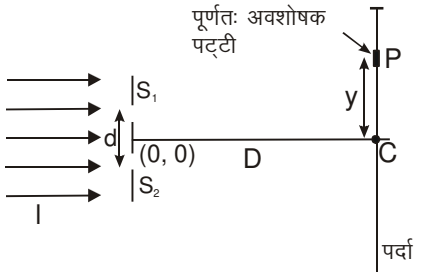
Answer : **(B)**

Solution : $I \propto A^2$ $\therefore \dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{2^2}{3^2} = 4/9$

Problem 2. चित्र में दिखाये अनुसार दो पतली स्लिट S_1 व S_2 है। एक बहुत छोटी पूर्ण अवशोषक पट्टी 'C' से 'y' दूरी पर स्थित है। C स्क्रीन पर स्थित वह बिन्दु है जो S_1 व S_2 में समान दूरी पर है। माना $\lambda << d << D$ जहां λ, d और D का सामान्य अर्थ है। जब S_2 को ढक लिया जाता है तो प्रकाश द्वारा पट्टी पर बल 'f' है और जब दोनों स्लिट खुली होती है तो पट्टी पर बल 2f है तो न्यूनतम धनात्मक 'y' (<< D) निर्देशांक λ, d तथा D के पदों में होगा।



Solution : माना S_1 व S_2 प्रत्येक के कारण P पर तीव्रता I_0 है।
जब दोनों स्रोतों से आने वाली तरंगे P पर अध्यारोपित होती है तो परिणामी तीव्रता



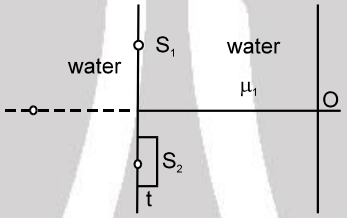
$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi y}{\beta}$ जहां $\beta = \frac{\lambda D}{d}$

P पर बल प्रत्येक के कारण लगने वाले बल का दुगुना होगा।

अतः $I = 2I_0$

$\therefore \cos^2 \frac{\pi y}{\beta} = \frac{1}{2}$ या $\frac{\pi y}{\beta} = \frac{\pi}{4}$ या $y = \frac{\beta}{4} = \frac{\lambda D}{4d}$ **Ans.**

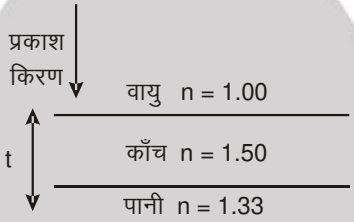
Problem 3. यंग द्विस्लिट प्रयोग पानी (μ_1) में किया जाता है। t मोटाई की काँच की पट्टिका μ_2, S_2 के पथ में रखी जाती है तो O पर कलान्तर का परिमाण होगा : (मानों कि 'λ' वायु में प्रकाश की तरंग दैर्ध्य है) S_1 व S_2 के सापेक्ष O सममित है।



(A) $\left|\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}-1\right)t\right|\frac{2\pi}{\lambda}$ (B) $\left|\left(\frac{\mu_1}{\mu_2}-1\right)t\right|\frac{2\pi}{\lambda}$ (C*) $|(\mu_2-\mu_1)t|\frac{2\pi}{\lambda}$ (D) $|(\mu_2-1)t|\frac{2\pi}{\lambda}$

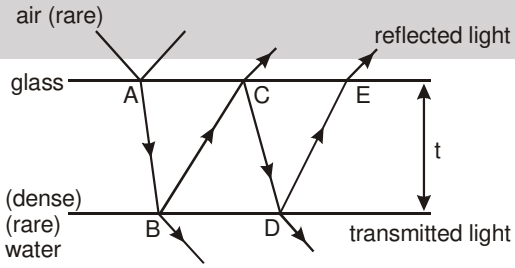
Solution : पथान्तर $\Delta x = (\mu_2 - \mu_1)t \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2 - \mu_1)t$ अतः (C)

Problem 4. एक प्रकाश की किरण काँच की पतली परत पर अभिलम्बवत आपतित है। काँच की न्यूनतम मोटाई क्या होगी ताकि परावर्तित प्रकाश विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करें। (λ_{air} = 600 nm) ?



(A) 50 nm (B) 100 nm (C) 150 nm (D*) 200 nm

Solution : परावर्तित प्रकाश के पीले रंग के लिए किरण A, C, E से λ = 600 के लिए विपरित कला में होगी।



या $\delta = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$ या $2\mu_g t - \frac{\lambda}{2} = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$

या $t = \frac{n\lambda}{2\mu_g}$ या $t_{min} = \frac{\lambda}{2\mu_g} = 200$ nm

Problem 5. दो ध्रुवण क्रिस्टल एक दुसरे के क्रॉस (लम्बवत्) रखें है। जब इनमें से एक 60° के कोण पर घूमा दिया जाये तो आपतित अध्रुवित प्रकाश का कितना प्रतिशत ध्रुवण क्रिस्टलों से पारगमित हो जायेगा।

(A) 50% (B) 62.5 % (C*) 37.5% (D) 12.5 %

Solution : प्रारम्भ में ध्रुवित क्रिस्टल एक दूसरे को काट रहें तथा इनकी ध्रुर्वण दिशाओं के मध्य कोण 90º है। जब इनमें से एक 60º को घूमाया जाता है, तो अब उनकी ध्रुवण दिशा कोण 30º पर हो जाती है।

मानाकि अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता = I_0 है।

यह समतल ध्रुवित प्रकाश दूसरे ध्रुवित क्रिस्टल से गुजरता है, तो तीव्रता $I_2 = I_1 \cos^2\theta$

θ = ध्रुर्वण दिशाओं के मध्य कोण

$I_1 = \frac{1}{2}I_0$ $\theta = 30º$ अतः $I_2 = I_1 \cos^2 30º \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{3}{8}$

$\therefore$ प्रतिशत पारगमन $= \frac{I_2}{I_0} \times 100 = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$

Problem 6. **(a)** आँख की पुतली का व्यास व्यक्ति से व्यक्ति तक परिवर्तित होता है तथा प्रतिदिप्ति पर निर्भर करता है। यह मानिये कि इसका औसत मान 2 mm है। तरंगदैर्ध्य 550 nm के लिए मानव आँख की कोणीय विभेदन सीमा ज्ञात कीजिए तथा यह भी मानिये कि विभेदन केवल विवर्तन द्वारा प्रतिबन्धित है।

(b) सूचनाओं को प्रयुक्त करते हुए उपरोक्त को ज्ञात कीजिए। वह अधिकतम दूरी जहाँ तक आँख उसकी ओर आने वाली कार के दो हेड–लाइटों जिनके मध्य दूरी 1.5 m है, को विभेदित करने में समर्थ हो सके।

Solution : **(a)** वृत्ताकार द्वारक पर विवर्तन के लिए कोणीय विभेदन सीमा को निम्न प्रकार व्यक्त कर सकते है।

$\theta_R = 1.22\frac{\lambda}{d}$

[d द्वारक का व्यास है।]

यहाँ $\lambda = 550 \text{ nm} = 550 \times 10^{-9}$ m

$d = 2\text{mm} = 2 \times 10^{-3}$ m

$\therefore \quad \theta_R = 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-3}}$ रेड़ियन

$= 3.35 \times 10^{-4}$ रेड़ियन

$= 1.92 \times 10^{-2}$ डिग्री

$\therefore \quad \theta_R = 1.15'$ (मिनट)

(b) दो हेड़–लाइटों के मध्य आँख द्वारा अन्तरित कोण,

$\theta \approx \frac{1.5}{D}$ [अल्प θ के लिए]

हेड़लाइटे विभेदित नहीं हो सकती

यदि $\theta < \theta_R$ या यदि $\frac{1.5}{D} < 3.35 \times 10^{-4}$

[$\theta_R = 3.35 \times 10^{-4}$ रेड़ियन. SI निकाय में कोण रेडियन में मापा जाता है।]

$\therefore \quad D > \frac{1.5}{3.35 \times 10^{-4}}$

$\Rightarrow \quad D > 4477.6$ m

यहाँ विभेदन के लिए अधिकतम दूरी 4477.6 m है।

Problem 7. 10 mW शक्ति तथा 7000Å तरंगदैर्ध्य का एक लेंजर पुँज के द्वारक का व्यास 3mm है। यदि यह 5 cm फोकस दूरी के लेंस द्वारा फोकसीत किया जाता है तब प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल तथा तीव्रता ज्ञात कीजिए।

Solution : वृत्ताकार द्वारक पर विवर्तन के सिद्धान्त के अनुसार

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{d} = 1.22 \times \frac{7\times10^{-7}}{3\times10^{-3}} = 2.85\times10^{-4}\text{rad}$$

अब, यदि r लैंस द्वारा इसके फोकस पर बनाये गये प्रतिबिम्ब की त्रिज्या है, $\theta = (r/f)$

$r = f\theta = (5 \times 10^{-2}) \times (2.85 \times 10^{-4}) = 14.25 \times 10^{-6}$ m

तथा, $A = \pi r^2 = 3.14\ (14.25 \times 10^{-6})^2 \simeq 6.4 \times 10^{-10}\ m^2$

तथा, $I = \frac{E}{St} = \frac{P}{S} = \frac{10\times10^{-3}}{6.4\times10^{-10}} = 15.6\frac{MW}{m^2} = 1.56\frac{kW}{cm^2}$

Problem 8. समतल ध्रुवित तथा अध्रुवित प्रकार का मिश्रण ध्रुवक शीट पर अभिलम्बवत् गिरता है। आपतित पुंज की दिशा के परितः ध्रुवक शीट को घुमाने पर पारगमित तीव्रता 4 के गुणक से परिवर्तित होती है। आपतित पुंज में ध्रुवित तथा अध्रुवित घटक की क्रमशः तीव्रताओं I_p तथा I_0 का अनुपात ज्ञात कीजिए। अब ध्रुवक शीट की अक्ष को 45° के कोण की दिशा में स्थिर करते है। जब पारगमित तीव्रता अधिकतम है, तब पारगमित पुंज की कुल तीव्रता I_0 के पदों में ज्ञात कीजिए।

Solution : अध्रुवित प्रकाश की पारगमित तीव्रता ध्रुवक शीट के सभी विन्यासों के लिए नियत होगी, जबकि ध्रुवित प्रकाश की तीव्रता मेलस के नियम द्वारा व्यक्त होगी।

$I'_p = I_p.\cos^2\theta$

यह मानिये कि ध्रुवित तथा अध्रुवित घटकों की पारगमित तीव्रता क्रमशः I'_p तथा I'_0 है।

$\theta = \pi/2$ के लिए, $I'_p = 0$ तथा $\theta = 0°$ के लिए, $I'_p = I_p$ जबकि सभी विन्यासों के लिए $I'_0 = \frac{I_0}{2}$

दी गई शर्त से,

$I_{max} = I_P + \frac{I_0}{2}$ जब $\theta = 0°$

तथा $I_{min} = \frac{I_0}{2}$ जब $\theta = \pi/2$

$\therefore\quad I_P + \frac{I_0}{2} = 4 . \frac{I_0}{2}$ या $I_P = \frac{3I_0}{2}$

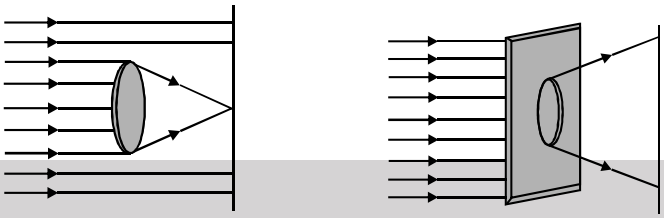
अर्थात्, $\frac{I_P}{I_0} = \frac{3}{2}$

$\theta = 45°$ के लिए, $I = I_P \cos^2 45° + \frac{I_0}{2}$

$= \frac{3I_0}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{I_0}{2} = \frac{5I_0}{4}$ **Ans.**

प्रकाश का विवर्तन

किसी तंरग का किसी द्वारक या अवरोधक के तीक्ष्ण किनारों से मुड़कर उसके ज्यामितीय छाया में फैलने वाले को विवर्तन कहते है। तरंग का सरल रेखीय संचरणसे विचलन भी विवर्तन कहलाता है।



diffraction from obstacle
(अवरोध से विवर्तन)

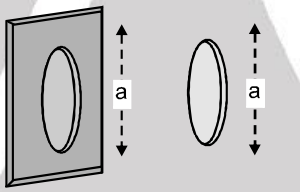
diffraction from aperture
(द्वारक से विवर्तन)

विवर्तन ग्रिमाल्डी द्वारा खोजा गया था।

सैद्धान्तिक रूप से फ्रेनेल द्वारा समझाया गया।

विवर्तन सभी प्रकार की तंरगो में संभव है। अर्थात् यांत्रिक या विद्युत चुम्बकीय तंरगे विवर्तन प्रदर्शित करती है। विवर्तन दो घटकों निर्भर करता है।

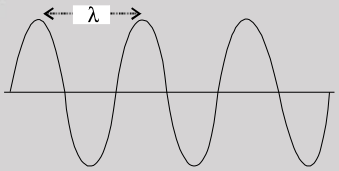
(i) अवरोधक या द्वारक के आकार पर



aperture
(द्वारक)

obstacle
(अवरोधक)

(ii) तरंग की तंरगदैर्ध्य पर



विवर्तन की शर्त, अवरोधक या द्वारक का आकार तरंग की तरंगदैर्ध्य के लगभग बराबर होना चाहिए।

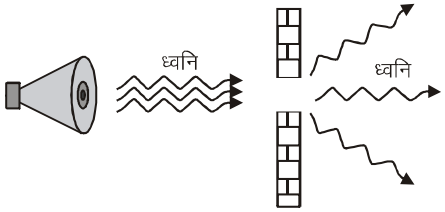
$$\lambda \lesssim a \qquad \frac{a}{\lambda} \lesssim 1$$

यदि अवरोधक का आकार प्रकाश की तरंगदैर्ध्य से ज्यादा होगा तो प्रकाश की रेखीय गति प्रेक्षित होती है।

प्रयोगिक रूप से प्रेक्षित किया गया कि अवरोधक या द्वारक का आकार 50 λ से ज्यादा हो तो अवरोधक या द्वारक विवर्तन प्रदर्शित नही करता है।

10^{-7}m कोटि की तंरगदैर्ध्य का प्रकाश साधारण अवरोधक के लिए विवर्तन प्रदर्शित नही करता है तथा ये सरल रेखा पर गति करता हुआ प्रतीत होता है। ध्वनि तंरगे प्रकाश तंरगो की तुलना में ज्यादा विवर्तन प्रदर्शित करती है। क्योंकि ध्वनि तरंगो की तंरगदैर्ध्य ज्यादा (16 mm से 16 m) होती है। इसलिए हमारे दैनिक जीवन में यह अवरोधक द्वारा साधारण रूप से विवर्तित होती है।

पराश्रव्य तंरगो का विवर्तन भी आसानी से प्राप्त नही होता है। जबकि ध्वनि का विवर्तन आसानी से प्राप्त होता है, क्योंकि इनकी तरंगदैर्ध्य 1 cm के लगभग होती है। रेडियों तंरगों का विवर्तन साधारणतया प्रेक्षित होता है, क्योंकि इनकी तरंगदैर्ध्य ज्यादा (2.5 m से 250 m) होती है। X-किरणे क्रिस्टली से आसानी से विवर्तित होती है।



खिड़की से ध्वनि का विवर्तन

विवर्तन के प्रकार

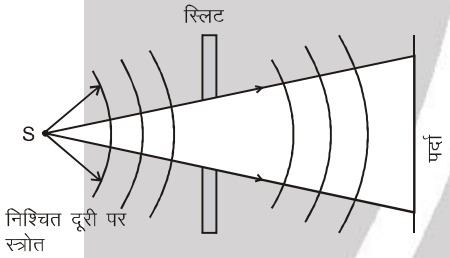
(i) यहॉ पर प्रकाश का दो प्रकार का विवर्तन होता है :

(a) फ्रेनेल विवर्तन (b) फ्रानहॉफर विवर्तन

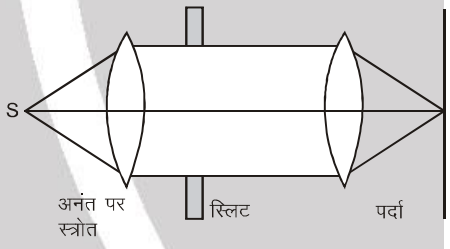
(a) फ्रेनेल विवर्तन

जब प्रकाश स्त्रोत तथा प्रेक्षण बिन्दु दोनों विवर्तन उत्पन्न करने वाले द्वारक या अवरोध से सीमित दूरी पर स्थित हो तो विवर्तन फ्रेनेल विवर्तन कहलाता है। फ्रेनेल विवर्तन में आपतित व विवर्तित तरंगाग्र, गोलीय अथवा बेलनाकार होते है।

Example :- सीधे किनारों पर विवर्तन, छोटी अपारदर्शी चकती, संकीर्ण तार पर विवर्तन



फ्रेनल विवर्तन



फ्रॉनहाफर विवर्तन

(b) फ्रानहॉफर विवर्तन

जब प्रकाश स्त्रोत एवं प्रेक्षण बिन्दु दोनों की विवर्तन उत्पन्न करने वाले अवरोध द्वारक से प्रभावी दूरी अनन्त हो अर्थात् आपतित तथा विवर्तित तरंगाग्र दोनों समतल हो तो इस प्रकार से प्राप्त विवर्तन फ्रानहॉफर विवर्तन कहलाता है।

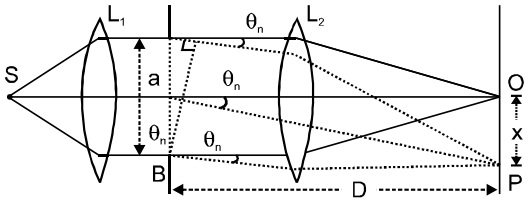
उदाहरण : एकल स्लिट से विवर्तन, द्विस्लिट से विवर्तन एवं विवर्तन ग्रेटिंग, फ्रानहॉफर विवर्तन के उदाहरण है।

फ्रेनेल तथा फ्रानहॉफर विवर्तन में अन्तर

	फ्रेनल विवर्तन	फ्रॉनहाफर विवर्तन
(a)	स्त्रोत तथा पर्दा दोनों की अवरोधक से निश्चित दूरी पर होते है।	स्त्रोत तथा पर्दा दोनों की अवरोधक से दूरी अनन्त होती है।
(b)	आपतित तथा विवर्तित तंरग्राग गोलीय या बेलनाकार आकृत्ति में होते है।	आपतित तथा विवर्तित तंरग्राग स्त्रोत से अनन्त दूरी होने के कारण समतलीय होते है।
(c)	कुछ समय विवर्तन प्रतिरूप का केन्द्र चमकीला और कुछ समय काला प्राप्त होता है। यह अवरोधक के आकार तथा प्रेक्षण बिन्दू की दूरी पर निर्भर करता है।	विवर्तन प्रतिरूप का केन्द्र हमेशा चमकीला प्राप्त होता है।
(d)	विवर्तन प्रतिरूप प्राप्त करने के लिए लैंस या दर्पण का प्रयोग नही करते है।	इसके लिए लैंस का प्रयोग किया जाता है।
(e)	अलग'–अलग अर्द्धावृत्ति कटिबन्ध से आने वाली तरंगों का आयाम अलग–अलग होता है।	अलग'–अलग अर्द्धावृत्ति कटिबन्ध से आने वाली तरंगो का आयाम समान होता है।

एकल स्लिट से फ्रानहॉफर विवर्तन

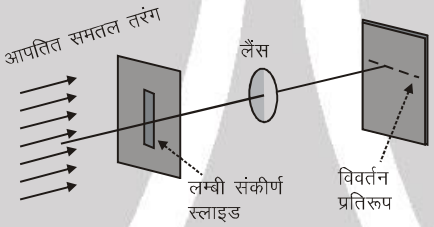
a चौड़ाई की एकल स्लिट AB है, AB स्लिट पर समतल तंरग्राग आपतित है। AB के प्रत्येक भाग से निर्गत द्वितीय तरंग्राग अक्षीय बिन्दू P मिलकर केन्द्रिय उच्चिष्ठ बनाता है। इस विवर्तन में केन्द्रिय उच्चिष्ठ की तीव्रता अधिकतम् प्राप्त होती है, यहॉ θ_n क्रमशः n^{th} निम्ननिष्ठ की दिशा को प्रदर्शित करता है। इसका पथान्तर BB' =a sin θ_n है।



n^{th} निम्ननिष्ठ के लिए $a \sin\theta_n = n\lambda$ $\quad\therefore\quad$ $\sin\theta_n \approx \theta_n = \frac{n\lambda}{a}$ (यदि θ_n अल्प हो।)

जब A तथा B से आने वाली द्वितीय तरंगो के मध्य पथान्तर $n\lambda$ या $2n\left[\frac{\lambda}{2}\right]$

या $\frac{\lambda}{2}$ के समगुणांक पर निम्ननिष्ठ प्राप्त होता है।



निम्ननिष्ठ के लिए $a \sin\theta_n = 2n\left[\frac{\lambda}{2}\right]$

जब A तथा B से आने वाली द्वितीय तरंगो के मध्य पथान्तर $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ हो।

या $\frac{\lambda}{2}$ के विषम गुणज पर उच्चिष्ठ प्राप्त होता है।

उच्चिष्ठ के लिए $a \sin\theta_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ यहॉ n = 1, 2, 3 .....

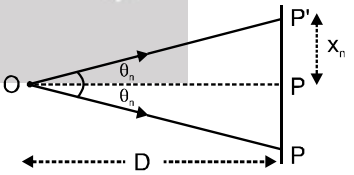
n = 1 → प्रथम उच्चिष्ठ के लिए तथा n = 2 → द्वितीय उच्चिष्ठ के लिए

केन्द्रिय उच्चिष्ठ के दोनों तरफ क्रमांगत रूप से एक के बाद एक निम्निष्ठ तथा उच्चिष्ट प्राप्त होते है।

निम्ननिष्ठ के लिए

यदि केन्द्रिय उच्चिष्ठ से nवीं निम्निष्ठ की दूरी = x_n

पर्दे से स्लिट की दूरी = D, स्लिट की चौड़ाई = a



पथान्तर $\delta = a\sin\theta_n = \frac{2n\lambda}{2} \Rightarrow \quad \sin\theta_n = \frac{n\lambda}{a}$

Δ POP' में $\tan\theta_n = \frac{x_n}{D}$ यदि θ_n हो तो $\Rightarrow \sin\theta_n \approx \tan\theta_n \approx \theta_n$

$X_n = \frac{n\lambda D}{a} \quad \Rightarrow \quad \theta_n = \frac{x_n}{D} = \frac{n\lambda}{a}$ केन्द्रिय उच्चिष्ठ के दोनों तरफ प्रथम निम्ननिष्ठ प्राप्त होता है।

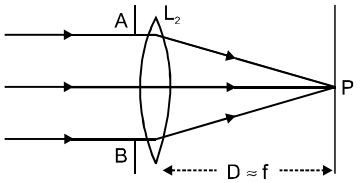
प्रथम निम्ननिष्ठ के लिए $x = \frac{D\lambda}{a}$ तथा $\theta = \frac{x}{D} = \frac{\lambda}{a}$

केन्द्रिय उच्चिष्ठ की रेखीय चौड़ाई $w_x = 2x \Rightarrow w_x = \frac{2d\lambda}{a}$

केन्द्रिय उच्चिष्ठ की रेखीय चौड़ाई $w_\theta = 2\theta = \frac{2\lambda}{a}$

विशेष स्थिति

लैंस L_2 को स्लिट AB के बहुत पास विस्थापित कर दिया जाता है।
इस स्थिति में स्लिट तथा पर्दे के मध्य दूरी लैंस L_2 की फोकस दूरी के लगभग बराबर हो जाती है। ($D \approx f$)



$\theta_n = \frac{x_n}{f} = \frac{n\lambda}{a} \quad \Rightarrow \quad x_n = \frac{n\lambda f}{a}$

$w_x = \frac{2\lambda f}{a}$ तथा केन्द्रिय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई $w_B = \frac{2x}{f} = \frac{2x}{a}$

फ्रिन्ज चौड़ाई

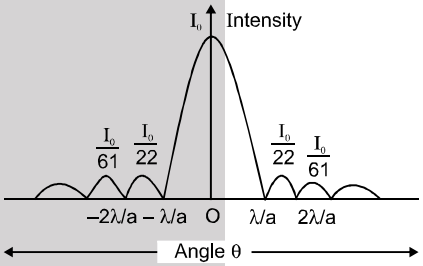
दो क्रमांगत उच्चिष्ठो (चमकीली फ्रिन्जें) या दो क्रमांगत निम्ननिष्ठ (काली फ्रिन्जें) के मध्य दूरी फ्रिन्ज चौड़ाई कहलाती है।

$\beta = x_{n+1} - x_n = (n+1)\frac{\lambda D}{a} - \frac{n\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$

फ्रानहॉफर विवर्तन में तीव्रता वक्र

फ्रानहॉफर विवर्तन में तीव्रता निम्न प्रकार निर्भर करती है $I = \left[\frac{2}{(2n+1)\pi}\right]^2 I_0$

I_0 = केन्द्रिय उच्चिष्ठ की तीव्रता
n = उच्चिष्ठ क्रमांक



प्रथम उच्चिष्ठ की तीव्रता $I_1 = d\theta \ \frac{4}{9\pi^2} I_0 \approx \frac{I_0}{22}$

द्वितीय उच्चिष्ठ की तीव्रता $I_2 = \frac{4}{25\pi^2} I_0 \approx \frac{I_0}{61}$

- स्लिट से प्राप्त हुई विवर्तन प्रतिरूप फ्रोन–हॉफर विवर्तन प्रतिरूप की तरह होता है जिसकों अगुलियों के बीच की जगह द्वारा प्राप्त कर सकते है। जब YDSE प्रयोग में दूरस्थ ट्यूब लाईट को देखा जाता है तो यह भी फ्रोन–हॉफर विवर्तन है।

मुख्य बिन्दु

- केन्द्रिय उच्चिष्ठ की चौड़ाई $\propto \lambda$, जो कि लाल प्रकाश के लिए ज्यादा तथा नीले रंग के लिए कम है।
  अर्थात् i.e., $w_x \propto \lambda$
  चूँकि as $\lambda_{blue} < \lambda_{red} \Rightarrow w_{blue} < w_{red}$
- फ्रोन–हॉफर विवर्तन प्राप्त करने के लिए द्वितीय लैंस (L_2) की फोकस दूरी का प्रयोग किया जाता है।
  $w_x \propto \lambda \propto f \propto 1/a$
  बारीक स्लीट के लिए चौड़ाई ज्यादा होती है।
- स्लिट की रेखीय चौड़ाई कम करने पर केन्द्रिय उच्चिष्ठ की चौड़ाई बढ़ती है।

विभेदन क्षमता (R.P.)

किसी स्त्रोत के प्रकाश विवर्तन के कारण अत्यधिक संख्या में प्रतिबिम्ब प्राप्त होते है। यदि दो स्त्रोत के बीच की दूरी इस प्रकार हो कि इनके केन्द्रीय उच्चिष्ठ एक दूसरे पर अतिव्यापित नही हो तो इनके प्रतिरूप आसानी से पहचाने जा सकते है। और किसी प्रकाशिक यंत्र की विभेदन क्षमता दो पड़ौसी बिन्दुओं को अलग–अलग देखने की क्षमता के रूप में परिभाषित होती है।

रेखीय R.P. = $d / \lambda D$ यहाँ D = प्रेक्षित दूरी
कोणिय R.P. = d / λ d = दो बिन्दुओं के मध्य दूरी

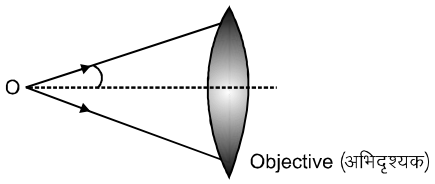
(1) सूक्ष्मदर्शी : सूक्ष्मदर्शी की स्थिति में दो रेखाओं के मध्य न्यूनतम् दूरी जिस पर रेखाओं को ठीक विभेदित किया जा सके। विभेदन सीमा (RL) कहलाती है तथा इसका व्युत्क्रम विभेदन क्षमता (RPO) कहलाता है।

$R.L. = \frac{\lambda}{2\mu\sin\theta}$ तथा $R.P. = \frac{2\mu\sin\theta}{\lambda} \Rightarrow R.P. \propto \frac{I}{\lambda}$

λ = वस्तुओं को प्रकाशित करने के लिए प्रयुक्त प्रकाश की तंरगदैर्ध्य

μ = वस्तु तथा अभिदृश्यक के मध्य माध्यम का अपवर्तनांक

θ = बिन्दुवत वस्तु के शंकु का अर्द्धकोण, $\mu \sin\theta$ = गणितिय द्वारक



(2) दूरदर्शी (Telescope) : दो दूरस्थ बिन्दुओं के मध्य न्यूनतम् कोणीय अन्तर ($d\theta$) जिनके प्रतिबिम्ब दूरदर्शी में एक दूसरे से अलग–अलग हो विभेदन सीमा (RL) कहलाती है। अतः विभेदन सीमा $d\theta = \frac{1.22\lambda}{a}$

तथा विभेदन क्षमता (RP) = $\frac{1}{d\theta} = \frac{a}{1.22\lambda} \Rightarrow R.P. \propto \frac{1}{2}$ यहाँ a = अभिदर्शक लैंस का द्वारक

व्यतीकरण तथा विवर्तन में अन्तर :

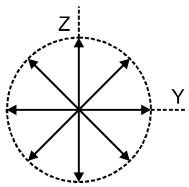
	व्यतिकरण		विवर्तन
(1)	यह दो अलग–अलग कला सम्बन्ध स्त्रोत से आने वाले तंरगों के अध्यारोपण की घटना है।	(1)	यह समान तरंग्राग के दो भिन्न–भिन्न भागों से आने वाली दो तंरगो के अध्यारोपण की घटना है।
(2)	व्यतीकरण प्रतिरूप में सभी चमकीली रेखाये समान चमकीली तथा समान दूरी पर स्थित होती है।	(2)	सभी चमकीली रेखाएँ समान रूप से चमकीली नहीं होती है तथा समान चौड़ाई की होती है। विवर्तन कोण के साथ चमकीलापन तथा चौड़ाई घटती है।
(3)	सभी काली रेखाएँ पूर्णरूप से काली होती है।	(3)	काली रेखाएँ पूर्णतः काली नही होती है तथा इन चमकीली रेखाओं की दिप्तता तथा चौड़ाई विवर्तन कोण के साथ घटती है।
(4)	व्यतीकरण में बैन्ड बहुत अधिक संख्या में होते है।	(4)	विवर्तन बैन्ड कुछ संख्या में होते है।

ध्रुवण

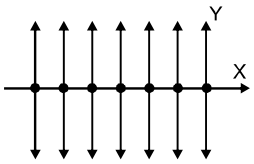
व्यतीकरण तथा विवर्तन प्रयोग प्रकाश की तंरग गति के बारे में बताता है। यह प्रयोग इस बारे में नही बताते है कि तंरग गति किस प्रकार की है। अर्थात् प्रकाश तरंग अनुदैर्ध्य है या अनुप्रस्थ है। ध्रुवण प्रकाश तंरग की अनुप्रस्थ प्रकृति के बारे में बताने में सहायता करता है।

अध्रुवीत प्रकाश

एक साधारण प्रकाश पूंज, प्रकाश स्त्रोत के परमाणुओं द्वारा उत्सर्जित अत्यधिक तंरगों द्वारा बना होता है। प्रत्येक परमाणु स्वंय विद्युत सदिश $\vec{E}$ के विन्यास के द्वारा तंरग उत्पन्न करता है। इसलिए $\vec{E}$ के कम्पन्न की सभी दिशाएँ समान रूप से सम्भव है।



X-अक्ष के अनुदिश संचरित अध्रुवित प्रकाश



अध्रुवित प्रकाश

परिणामी विद्युत चुम्बकीय तंरग, विलगित परमाणु स्त्रोत द्वारा उत्पन्न तरंगों के अध्यारोपण द्वारा प्राप्त होती है तथा इसको अध्रुवित प्रकाश करते है। इस साधारण या अध्रुवित प्रकाश में विद्युत सदिश के कम्पन्न सभी सम्भव दिशाओं में तरंग संचरण के लम्बवत् तल में होते है।

ध्रुवण

किसी तरंग के कम्पन्नों को तंरग संचरण के लम्बवत् तल में किसी विशिष्ट दिशा में सीमित करने की परिघटना को ध्रुवण कहते है।

ध्रुवीत प्रकाश में विद्युत सदिश के कम्पन्न प्रकाश संचरण के लम्बवत् तल मे प्राप्त होते है तथा तल में एक निश्चित दिशा में कंपन प्राप्त होते है। (सममित रूप से सभी सम्भव दिशाओं में प्राप्त नही होते है।)

ध्रुवण के पश्चात् कम्पन्न तंरग संचरण की दिशा के परितः असममीत हो जाते है।

ध्रुवक

टूरमेलिन क्रिस्टल

जब टूरमेलिन क्रिस्टल से प्रकाश गुजरता है तब क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर तल में प्रकाश के कम्पन्न शेष रहते है एवं प्रकाश कम्पन्न प्रकाशिक वेग के लम्बवत् तल में रहते है। इस कारण क्रिस्टल से निर्गत प्रकाश एक तलीय ध्रुवीत प्रकाश होता है।

निकॉल प्रिज्म

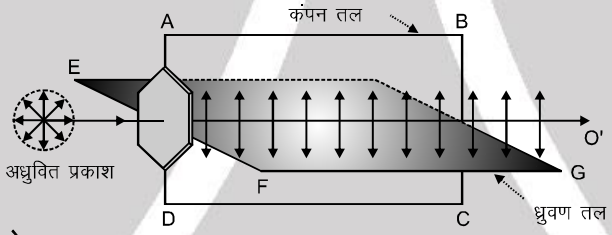
निकॉल प्रिज्म एक ऐसा प्रकाशिक उपकरण है जो समतलीय ध्रुवीत प्रकाश के उत्पादन एवं परीक्षण में उपयोग होता है।

ध्रुवक (Polaroid) (पॉलेराइड)

ध्रुवक एक प्रकार की सामान्य पतली वृत्तिय चकतीनुमा प्रिज्म के रूप में होता है जो प्रकाश को अवशोषित करके समतलीय ध्रुवीत तीव्र प्रकाश उत्पन्न करता है।

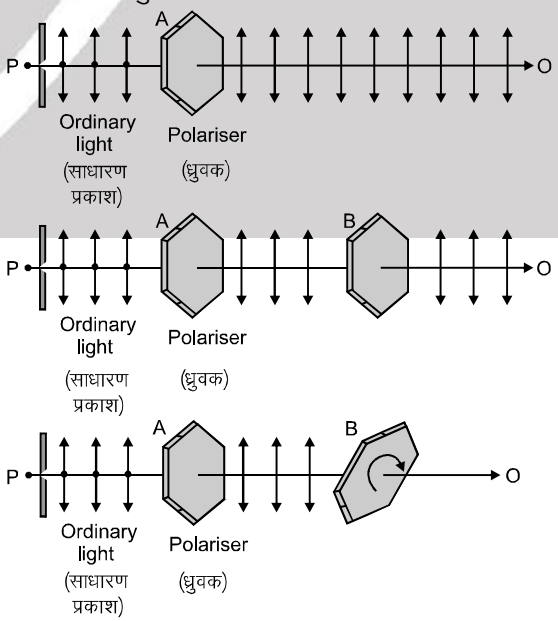
ध्रुवण तल तथा कंपन तल :

वह तल जिसमें प्रकाश सदिश के कंपन तथा इसके संचरण की दिशा स्थित होती है, कंपन तल कहलाता है। वह तल जो कंपन तल के लम्बवत् होता है, तथा जिसमें कोई भी कंपन प्राप्त नही होते है। ध्रुवण तल कहलाता है।



प्रकाश की ध्रुवण प्रयोग

दो टूरमेलिन क्रिस्टल लेकर इनको इनकी क्रिस्टल अक्ष के समान्तर काटते है। पहले क्रिस्टल A को रंगीन प्रकाश पुंज के पथ के लम्बवत् रखते है, निर्गत पुंज भी आंशिक रंगीन प्राप्त होता है।



क्रिस्टल A को PO के सापेक्ष घूमाने पर बाहर निकलने वाली पुंज के वर्ण तथा तीव्रता में कोई परिवर्तन नही आता है। अब दूसरा क्रिस्टल B भी लेने पर तथा इसे बाहर निकलने वाली पुंज के पथ में इस प्रकार रखे कि क्रिस्टल A के समान्तर हो तथा पुंज दोनों क्रिस्टल से निकलने के बाद वर्णिय रूप से परिवर्तित हो जाती है।

अब, क्रिस्टल B को PO के अक्ष के सापेक्ष घूमाने पर यह पाया जाता है, कि बाहर निकलने वाली बीम की तीव्रता घट जाती है। तथा जब दोनों क्रिस्टल की अक्ष लम्बवत् होती है तो B से कोई भी प्रकाश बाहर नही निकलता।

यदि B को आगे की ओर घूमाया जाता है। प्रकाश बाहर निकलता हुआ प्रतीत होता है, तथा तीव्रता अधिकतम् हो जाती है, जब इनकी अक्ष समान होती है। यह आगे भी इसी तरह से होता है जब B को 90º से घूमाया जाता है।

यह प्रयोग यह दर्शाता है कि प्रकाश अनुप्रस्थ होता है।

प्रकाश तरंगो का कंपन तरंग संचरण के लम्बवत् दिशा में होता है।

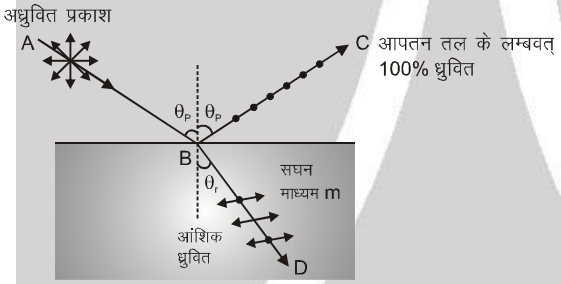
पहले क्रिस्टल A ने प्रकाश को ध्रुवीत किया है। इसलिए इसे ध्रुवीत क्रिस्टल कहा जाता है।

दूसरे क्रिस्टल B ने प्रकाश का विश्लेषण किया है इसे विश्लेषक कहा जाता है।

समतल ध्रुवीत प्रकाश प्राप्त करने के तरीके

परावर्तन से ध्रुवण

परावर्तन के द्वारा आसानी से समतल ध्रुवीत प्रकाश प्राप्त किया जा सकता है, यह तरीका मैलस ने 1808 में खोजा। यह साधारण प्रकाश सतह से परावर्तित होता है, तो परावर्तित प्रकाश आंशिक रूप से घ्रुवित हो जाता है। प्रकाश के परार्वतन के कारण ध्रुवण की कोटि अधिकतम् होगी। जब यह ध्रुवण कोण पर आपतित होता है।



जिसे ब्रेवेस्टर कोण भी कहा जाता है।

ध्रुवण कोण

वह कोण जिस पर प्रकाश आपतित होने पर प्रकाश पूर्ण रूप से समतल ध्रुवित हो जाता है, ध्रुवण कोण कहलाता है।

ब्रेवेस्टर का नियम

जेब अध्रुवित प्रकाश θ_P ध्रुवण कोण से विरल तथा सघन माध्यम जिसका अपवर्तनांक μ है, जहॉ $\mu = \tan\theta_P$ है, पर आपतित होता है तो परावर्तित प्रकाश पूर्ण रूप से ध्रुवित हो जाता है तथा परावर्तित, अपवर्तित तरंग एक दूसरे से लम्बवत् होती है, यह

सम्बन्ध ब्रेवेस्टर का नियम कहलाता है।

इस नियम के अनुसार पारदर्शित माध्यम पर ध्रुवण कोण की ढाल माध्यम के अपवर्तनांक के तुल्य होती है। $\mu = \tan\theta_P$

परावर्तन के कारण ध्रुवण की स्थिति में :

(i) यदि $i = \theta_P$ अपवर्तित प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित होगा।

(ii) यदि $i = \theta_P$ परावर्तित व अपवर्तित प्रकाश किरण एक दूसरे के लम्बवत् होगी।

(iii) यदि $i < \theta_P$ या $i > \theta_P$ परावर्तित व अपवर्तित दोनों किरण आंशिक रूप से ध्रुवित होगी।

स्नेल के नियम से $\mu = \dfrac{\sin\theta_P}{\sin\theta_r}$ .....(i)

ब्रेवेस्टर के नियम से $\mu = \tan\theta_O = \dfrac{\sin\theta_P}{\cos\theta_P}$ .....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से $\dfrac{\sin\theta_P}{\sin\theta_r} = \dfrac{\sin\theta_P}{\cos\theta_P} \Rightarrow \sin\theta_r = \cos\theta_P$

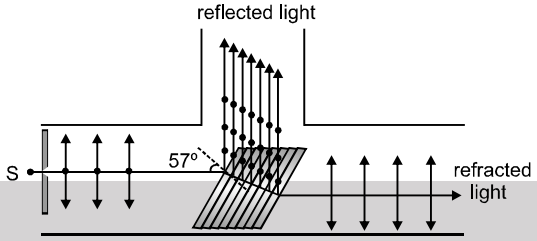
$\therefore$ $\sin\theta_r = \sin(90º - \theta_P) \Rightarrow \theta_r = 90º - \theta_P$ या $\theta_P + \theta_r = 90º$

अतः परावर्तित व अपवर्तित तरंग एक दूसरे के लम्बवत् है।

अपवर्तन के द्वारा

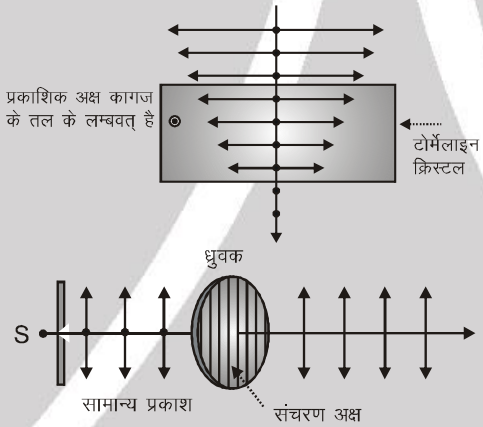
इस तरीके में 20 से 30 अतिसूक्ष्म स्लाइड से कॉच की पट्टिकाओं की एक फाइल बनाई जाती है तथा प्रकाश को 57º के ध्रुवण कोण पर आपतित कराया जाता है। ब्रेवेस्टर के अनुसार परावर्तित प्रकाश आपतित तल के लम्बवत् कम्पन रूप से समतल ध्रुवित हो जाता है तथा पारगमित प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित हो जाता है।

क्योंकि एक परावर्तन में लम्बवत् कंपन के रूप में 15% परावर्तित हो जाता है तथा अनेक स्लाइडों से गुजरने के बाद कागज के तल में कंपन के साथ प्रकाश समतल ध्रुवित हो जाता है।



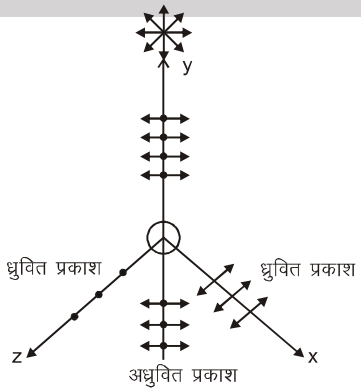
डाइक्लोजिम द्वारा

कुछ क्रिस्टल जैसे की टोर्मेलाइन (tourmaline) तथा आयडोसल्फेट (iodosulphate) की पट्टिका के पास इस प्रकार का गुण होता है। कि वह कंपन तल के लम्बवत् विशेष दिशा में प्रकाश को पूर्ण रूप से आवशोषित कर लेती है। प्रकाश का यह अवशोषण डाइक्लोजिम कहलाता है। अतः यदि अध्रुवित प्रकश आवश्यक मोटाई की पट्टिका से गुजारा जाता है, तो यह कंपन की पारगमन अक्ष के समान्तर समतल रूप से ध्रुवीत हो जाता है। ध्रुवित क्रिस्टल इस सिद्धान्त पर कार्य करता है।



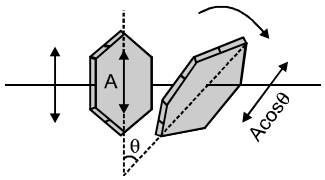
प्रर्कीणन के द्वारा :

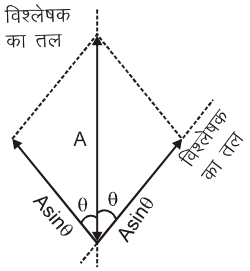
जब प्रकाश सूक्ष्म कण जैसे की धूल, तथा हवा के अणु आदि (जिनका आकार प्रकाश की तरंगदैर्ध्य की तुलना में अतिसूक्ष्म है।) पर आपतित होता है तो यह इलेक्ट्रॉन के द्वारा अवशोषित हो जाता है तथा बाद में सभी दिशाओं में उत्सर्जित हो जाता है। इस घटना को प्रर्कीणन कहा जाता है। प्रकाश का आपतित तरंग की दिशा के लम्बवत् प्रर्कीणन होने से समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न होता है।



मैलस का नियम

जब पूर्ण रूप से समतल ध्रुवीत प्रकाश विश्लेषक पर आपतित होता है तो बाहर निकलने वाली प्रकाश की तीव्रता निम्न प्रकार परिवर्तित होती है। $I \propto \cos^2\theta \Rightarrow I = I_0 \cos^2\theta$





(i) यदि $\theta = 0^\circ$ तब $I = I_0$ अधिकतम् मान (समान्तर स्थिति)

(ii) यदि $\theta = 90^\circ$ तब, $I = 0$ अधिकतम् मान (क्रोस स्थिति)

जब I_0 (= KA^2) तीव्रता का समतल ध्रुवीत प्रकाश ध्रुवण क्रिस्टल पर आपतित होता है जिसका कंपन आयाम A संचरण अक्ष से θ कोण बनाता है तो कंपन का वह घटक जो संचरण अक्ष के समान्तर हो $A\cos\theta$ होगा जबकि लम्बवत् घटक $A\sin\theta$ होगा।

ध्रुवण क्रिस्टल केवल संचरण अक्ष के समान्तर घटक को पारगमित कर देता है। अर्थात् $A\cos\theta$,

$\because$ $I_0 \propto A^2$

अतः बाहर निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता $I = K(A\cos\theta)^2 = KA^2\cos^2\theta$

यदि अध्रुवीत प्रकाश समतल ध्रुवीत प्रकाश में बदल जाता है तो उसकी तीव्रता आधी हो जाती है।

यदि प्रकाश द्वितीय ध्रुवित क्रिस्टल से गुजरता है तो :

$I_2 = I_1 \cos^2\theta$ θ = दोनो ध्रुवित क्रिस्टल की पारगमन अक्ष के मध्य का कोण

प्रकाशिय सक्रियता

जब समतल ध्रुवीत प्रकाश विशेष पदार्थ से गुजरता है तो बाहर निकलने वाले प्रकाश का ध्रुवण तल संचरण की दिशा से कुछ कोण पर घूम जाता है, यह प्रकाश का प्रकाशीय घूर्णन कहलाता है।

जो पदार्थ ध्रुवण तल का घूर्णन कर देते है। प्रकाशीय सक्रिय पदार्थ कहलाते है। जैसे कि शक्कर का विलयन शक्कर का क्रिस्टल सोडियम क्लोरेट आदि।

पदार्थ की प्रकाशिय सक्रियता ध्रुर्वण मीटर (polarimeter) की सहायता से विशिष्ट घूर्णन के रूप में परिभाषित की जाती है जिसके अनुसार 10 cm तथा इकाई सान्द्रता के विलयन द्वारा उत्पन्न किया गया घूर्णन दिये गये प्रकाश की तंरगदैर्ध्य तथा ताप पर इस प्रकार दिया जाता है।

विशिष्ट घूर्णन $\left[\alpha\right]_{t^\circ C}^{\lambda} = \dfrac{\theta}{L \times C}$ θ = L लम्बाई की सांन्द्रता पर घूर्णन

प्रकाशिय सक्रिय पदार्थ के प्रकार

(a) डैक्ट्रो रोटेट्री पदार्थ

ऐसे पदार्थ जो समतल ध्रुवित पदार्थ का दक्षिणावर्त दिशा में घूर्णन कर देते है।

(b) लेवियो रोटेट्री पदार्थ

ऐसे पदार्थ जो समतल ध्रुवित पदार्थ का वामावर्त दिशा में घूर्णन कर देते है।

प्रकाशिय घूर्णन की मात्रा क्रिस्टल की मोटाई, घनत्व तथा सान्द्रता पर लिये गये पदार्थ की तरंगदैर्ध्य व ताप के लिए निर्भर करती है।

घूर्णन प्रकाश की तंरगदैर्ध्य के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती के रूप में बदलता है।

ध्रुवण के उपयोग

- ध्रुवण तथा ब्रेवेस्टर के नियम $\mu = \tan\theta_P$ से अपारदर्शिक पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात किया जाता है
- गणना सूचक यंत्र तथा घड़ी में संख्यात्मक मान के वर्ण तरल क्रिस्टल के ध्रुवण के कारण प्राप्त किया जाता है। जिसे LCD कहा जाता है।
- CD प्लेयर में ध्रुवित लेजर पुंज का उपयोग CD की ध्वनि की उत्पन्न करने में सुई के रूप में किया जाता है।
- ध्रुवित प्रकाश का उपयोग त्रिविमिय फोटो के उत्पादन में किया जाता है।
- ध्रुवित प्रकाश का उपयोग प्रकाशिय प्रतिबल के विश्लेषक के रूप में किया जाता है।

Some Questions with their solutions

1. 6000Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश 24×10^{-5} cm चौड़ाई की स्लिट पर लम्बवत् आपतित है। केन्द्रिय उच्चिष्ठ से द्वितीय निम्ननिष्ठ की कोणीय स्थिति ज्ञात करों ?

Sol.1 $a \sin\theta = 2\lambda$ दिया है $\lambda = 6 \times 10^{-7}$ m, $a = 24 \times 10^{-5} \times 10^{-2}$ m

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{a} = \frac{2\times6\times10^{-7}}{24\times10^{-7}} \quad \therefore \quad \theta = 30^\circ$$

2. 6328Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश 0.2 mm चौड़ाई की स्लिट पर लम्बवत् आपतित है। 9 m दूरी पर स्थित पर्दे पर प्राप्त केन्द्रिय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई ज्ञात करों ?

Sol.2. दिया है। $\lambda = 6.328 \times 10^{-7}$ m, $a = 0.2 \times 10^{-3}$ m

$$w_\theta = \frac{2\lambda}{a} = \frac{2\times6.328\times10^{-7}}{2\times10^{-4}} \text{ radian} = \frac{6.328\times10^{-3}\times180}{3.14} = 0.36\equiv$$

4. एकल स्लिट प्रयोग में फ्रोन–हॉफर विवर्तन द्वारा प्राप्त प्रतिरूप 1m फोकस दूरी वाले लैंस के फोकस तल में प्राप्त होता है। स्लिट चौड़ाई 0.3 mm है। यदि केन्द्रिय उच्चिष्ठ से तीसरे निम्ननिष्ठ की दूरी 5 mm हो तो प्रकाश की तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो।

Sol.4 $x_n = \frac{nf\lambda}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax_n}{fn} = \frac{3\times10^{-4}\times5\times10^{-3}}{3\times1} = 5000\text{Å}$ $[\because n = 3]$

5. 6000Å तरंगदैर्ध्य का एक वर्णिय प्रकाश 12×10^{-5} mm चौड़ाई की स्लिट पर आपतित है तो फ्रोन–हॉफर प्रतिरूप में केन्द्रिय चमकीले उच्चिष्ठ की अर्द्धकोणीय चौड़ाई ज्ञात करो ?

Sol.5 $\because \sin\theta = \frac{\lambda}{a}$ θ = केन्द्रिय उच्चिष्ठ की अर्द्धकोणीय चौड़ाई

$a = 12 \times 10^{-5}$ cm, $\lambda = 6000$ Å $= 6 \times 10^{-5}$ cm $\therefore \sin\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{6\times10^{-5}}{12\times10^{-5}} = 0.50 \Rightarrow \theta = 30^\circ$

6. 6000 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश 0.30 mm चौड़ाई की स्लिट पर आपतित है। स्लिट से 2 m दूरी पर पर्दा स्थित है। तो ज्ञात करो। (a) पहली अदिप्त फ्रिन्ज की स्थिति (b) केन्द्रिय द्वितीय फ्रिन्ज की चौड़ाई

Sol.6 पहली फ्रिन्ज, केन्द्रिय चमकीले फ्रिन्ज के दोनों तरफ बनती है।

यहॉ $n = \pm 1$, $D = 2m$, $\lambda = 6000$ Å $= 6$ j 10^{-7} m

$\therefore \sin\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow a = 0.30 \text{ mm} = 3 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow a\sin\theta = n\lambda \Rightarrow \frac{ax}{D} = n\lambda$

(a) $x = \frac{n\lambda D}{a} \Rightarrow x = \pm\left[\frac{1\times6\times10^{-7}\times2}{3\times10^{-4}}\right] = \pm4 \times 10^{-3}$ m

धनात्मक तथा ऋणात्मक चिन्ह केन्द्रिय चमकीली फ्रिन्ज के दोनों तरफ अदिप्त फ्रिन्जों के संगत मान है।

(b) केन्द्रिय दिप्त फ्रिन्ज की चौड़ाई $y = 2x = 2 \times 4 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3}$ m $= 8$ mm

7. a चौड़ाई की स्लिट को 650 nm तरंगदैर्ध्य के एक वर्णीय प्रकाश से लम्बवत् आपतन द्वारा प्रकाशित किया जाता है। a का मान ज्ञात करो। जब

(a) प्रथम निम्ननिष्ठ यदि 30º विवर्तन कोण पर प्राप्त हो।

(b) प्रथम उच्चिष्ठ यदि 30 विवर्तन कोण पर प्राप्त हो।

Sol.7 (a) प्रथम निम्ननिष्ठ के लिए $\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$,

$\therefore \quad a = \frac{\lambda}{\sin\ \theta_1} = \frac{650\times10^{-9}}{\sin\ 30^\circ} = \frac{650\times10^{-9}}{0.5} = 1.3 \times 10^{-6}$ m

(b) प्रथम उच्चिष्ठ के लिए $\sin\theta_1 = \frac{3\lambda}{2a}$, $\quad \therefore \quad a = \frac{3\lambda}{2\sin\theta} = \frac{3\times650\times10^{-9}}{2\times0.5} = 1.95 \times 10^{-6}$ m

8. 6500 Å तरंगदैर्ध्य का लाल प्रकाश किसी दूरस्थ स्त्रोत द्वारा 0.50 mm चौड़ाई की स्लिट पर आपतित होता है। केन्द्रिय दीप्त के दोनों तरफ व्यतीकरण प्रतिरूप में पहले दो काले बैन्डों के मध्यदूरी क्या होगी। यदि स्लिट से पर्दे की दूरी 1.8 m है।

Sol.8 दिया है $\lambda = 6500Å = 65 \times 10^{-8}$ m, $a = 0.5$ mm $= 0.5 \times 10^{-3}$ m., $D = 1.8$ mm

9. एकल स्लिट विवर्तन प्रयोग में $\lambda_1 = 660$ nm तरंगदैर्ध्य के लिए प्रथम निम्निष्ट λ_2 तंरगदैर्ध्य के प्रकाश के प्रथम उच्चिष्ठ के साथ सम्पातित होता है। λ_2 का मान ज्ञात करो।

Sol.9 विवर्तन प्रतिरूप में निम्ननिष्ठ के लिए $\quad d\sin\theta = n\lambda$

प्रथम निम्ननिष्ट के लिए $\quad d\sin\theta_1 = (1)\lambda_1 \Rightarrow \sin\theta_1 = \frac{\lambda_1}{d}$

प्रथम उच्चिष्ट के लिए $\quad d\sin\theta_2 = \frac{3}{2}\lambda_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{3\lambda_2}{2d}$

यदि ये दोनों अतिव्यापीत हो तो $\quad \theta_1 = \theta_2$ or $\quad \sin\theta_1 = \sin\theta_2$

$\therefore \quad \frac{\lambda_1}{d} = \frac{3\lambda_2}{2d} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda_1 = \frac{2}{3} \times 660$ nm $= 440$ nm.

10. दो ध्रुवित क्रिस्टल एक दूसरे को काट रहें हैं। यदि इनमें से एक 60° के कोण पर घूमा दिया जाये तो कितने प्रतिशत अध्रुवित ध्रुवक से पारगमित हो जायेगा।

Sol.10 प्रारम्भ में ध्रुवित किस्टल एक दूसरे को काट रहें तथा इनकी ध्रुर्वण दिशाओं के मध्य कोण 90º है। जब इनमें से एक 60º से घूमाया जाता है, तो अब उनकी ध्रुवित दिशाओं के मध्य कोण 30º हो जाता है।

मानाकि अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता $= I_0$ है।

यह समतल ध्रुवित प्रकाश दूसरे ध्रुवित क्रिस्टल से गुजरता है, तो तीव्रता $I_2 = I_1\cos^2\theta$

θ = ध्रुर्वण दिशाओं के मध्य कोण

$I_1 = \frac{1}{2}I_0$ $\quad$ तथा $\quad \theta = 30^\circ$ so $\quad O_2 = I_1\cos^2 30^\circ \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{3}{8}$

$\therefore \quad$ प्रतिशत पारगमन $= \frac{I_2}{I_0} \times 100 = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$

11. आपतित प्रकाश का पानी ($\mu = 1.3$) की सतह पर कितने कोण पर आपतित हो जिससे कि इसका पूर्ण रूप से धूर्वण हो जाये?

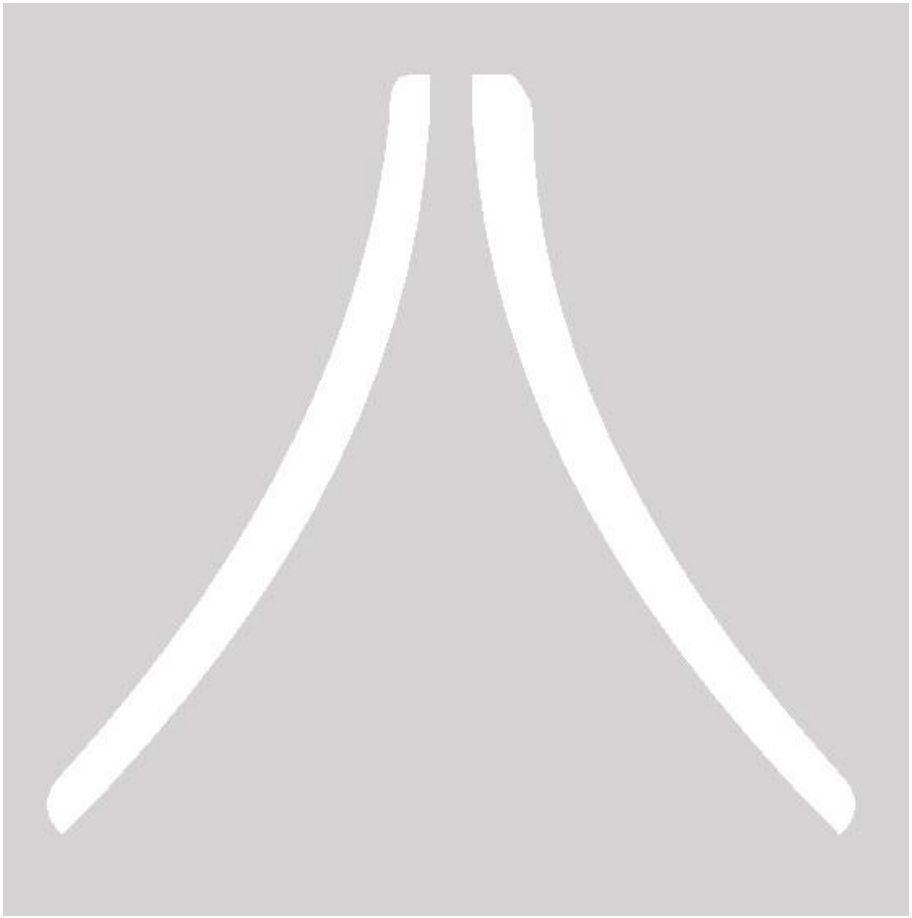
Sol.11 $\mu = 1.3$, $\quad$ ब्रेवेस्टर के नियम से $\theta_P = \mu = 1.3 \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 1.3 = 53^\circ$

12. जब प्रकाश की तरंग ध्रुर्वण कोण (56.3º) पर हवा–काँच सतह पर आपतित होती है तो किस कोण यह अपवर्तित हो जायेगी ?

Sol.12 ∵ $i_P + r_P = 90º$ ∴ $r_P = 90º - i_P = 90º - 56.3º = 33.7º$

13. ध्रुवित क्रिस्टल तथा विश्लेषक इस तरह से है कि प्रकाश अधिकतम पारगमित हो रहा है तो बाहर निकले वाले प्रकाश की तीव्रता क्या हो जब विश्लेषक को 60º कोण से घूमा दिया जाये।

Sol.13 मेलस के नियम के अनुसार $I = I = I_0 \cos^2\theta = I_0 \cos^2 60º = I_0 \left[\frac{1}{2}\right]^2 = \frac{I_0}{4}$



Exercise-1

चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

खण्ड (A) : अध्यारोपण का नियम, पथान्तर, तरंगाग्र और कला सम्बद्धता

A-1. I व 4I तीव्रता वाले दो स्त्रोत व्यतिकरण प्रयोग में उपयोग में लिये जाते है तो उस बिन्दु पर तीव्रता क्या होगी, जहाँ दोनों स्त्रोत से आने वाली तरंगे, निम्न कलान्तर पर अध्यारोपित होंगी। **[REE 1991, 3]**

(a) शून्य (b) $\frac{\pi}{2}$ तथा (c) π के कलान्तर से अध्यारोपित होती है।

A-2. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग पारदर्शी माध्यम से गुजरती है जिसे समीकरण $E_x(y,t) = E_{ox} \sin 2\pi\left[\frac{y}{5\times10^{-7}} - 3\times10^{14}t\right]$ SI मात्रक से दिया जाता है तो माध्यम का अपवर्तनांक क्या होगा ?

खण्ड (B) : यंग का प्रयोग एक वर्णी प्रकाश के साथ

B-1. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में निम्न संक्रियाओं के प्रत्येक के कारण व्यतिकरण फ्रिंजों की चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?
(a) यदि पर्दा स्लिटों के तल से दूर की ओर विस्थापित हो
(b) यदि एक वर्णी प्रकाश को दूसरे एक वर्णी प्रकाश जिसकी तरंगदैर्ध्य पहले से कम हो, से विस्थापित कर दिया जाए।
(c) दोंनों स्लिटों के मध्य की दूरी को बढ़ा दिया जाए।
(d) दोनों स्लिटों की चौड़ाई थोड़ी बढ़ा दी जाए।
[प्रत्येक संक्रिया में उल्लेखित प्राचल के अतिरिक्त अन्य सभी प्राचलों को अपरिवर्तित रखते हुये लिया जाये।]

B-2. दो स्लिट, जो एक दुसरे से 1 mm की दूरी पर है, इनको लाल रंग के प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है जिसकी तरंगदैर्ध्य 6.5×10^{-7} m है। स्लिटो से 1m की दूरी पर रखे पर्दे पर व्यतिकरण फ्रिंजे प्रेक्षित होती है केन्द्रीय उच्चिष्ठ के एक ओर तीसरी काली फ्रिंज और पांचवीं चमकीली फ्रिंज के बीच की दूरी क्या होगी।

B-3. यदि यंग के द्वि छिद्र प्रयोग में फ्रिंज चौड़ाई 0.4 mm है। यदि सम्पूर्ण उपकरण को पानी जिसका अपवर्तनांक (4/3) है, में ज्यामितीय व्यवस्था को बदले बिना डुबो दिया जाये तो अब नई फ्रिन्ज चौड़ाई क्या होगी ?

B-4. यंग का द्वि–छिद्र प्रयोग 6000 Å तरंगदैर्ध्य के नीले हरे प्रकाश के लिए किया जाता है। इस प्रयोग में कोणीय फ्रिंज चौड़ाई क्या होगी। यदि स्लिटों के बीच की दूरी 3.0×10^{-3} m है।

खण्ड (C) : यंग का प्रयोग बहुवर्णी प्रकाश के लिए

C-1. एक स्त्रोत जो 580 nm तथा 700 nm तरंगदैर्ध्य का प्रकाश उत्सर्जित करता है, को यंग के द्वि छिद्र (स्लिट) व्यतिकरण प्रयोग में उपयोग करते है। यदि स्लिटों के बीच की दूरी 0.20 mm और स्लिटो से 150 cm दूरी पर रखे पर्दे पर व्यतिकरण प्रेक्षित होता है तो दोनों तरंगदैर्ध्य वाले प्रकाश के लिए दोनों प्रथम उच्चिष्ठ (केन्द्रीय उच्चिष्ठ से आगे वाली उच्चिष्ठ) के बीच रेखीय दूरी क्या होगी।

खण्ड (D) : यंग का द्विछिद्र प्रयोग काँच की पट्टिका के साथ, प्रकाशीय पथ

D-1. एक फ्लिंट कांच पट्टिका और एक क्राउन कांच पट्टिका को एक द्विस्लिट प्रयोग के उपकरण की दो स्लिटों पर लगा दिया जाता है। पट्टिकाओं की मोटाई 0.40 mm और स्लिटो के बीच की दूरी 0.12 cm है। 480 nm तरंगदैर्ध्य का प्रकाश उपयोग किया जाता है जिसके लिए फ्लिंट कांच व क्राउन कांच के अपवर्तनांक क्रमशः 1.62 व 1.52 हैं। स्लिट से 1m दूरी पर पर्दे पर व्यतिकरण देखा जाता है। (a) फ्रिन्ज चौड़ाई क्या होगी ? (b) ज्यामितीय केन्द्र बिन्दु से निकटतम उच्चिष्ठ कितनी दूरी पर स्थित होगा ?

D-2. प्लेट की मोटाई क्या होगी जिस पर λ तरंगदैर्ध्य का प्रकाश लम्बवत् गिरने पर तरंगदैर्ध्य के एक चौथाई के बराबर प्रकाशित पथ उत्पन्न करता है। प्लेट का अपवर्तनांक μ हैं।

खण्ड (E) : यंग का प्रयोग तिर्यक आपतन और प्रयोग में कुछ अन्य परिवर्तन

E-1. एक समान्तर एक वर्णी तरंगदैर्ध्य λ का प्रकाश पुंज यंग के द्विस्लिट प्रयोग में प्रयुक्त किया जाता है। स्लिटों के बीच की दूरी d है तथा पर्दे को स्लिटों के तल के समान्तर तल में रखा जाता है। आपतित प्रकाश पुंज स्लिट के तल के अभिलम्ब से $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2d}\right)$ कोण बनाता है। एक पारदर्शी परत जिसका अपवर्तनांक μ व मोटाई $t = \frac{\lambda}{2(\mu-1)}$ है, एक स्लिट के सामने रखी जाती है, तो ज्यामितीय केन्द्र बिन्दु पर तीव्रता क्या होगी।

खण्ड (F) : पतली फिल्म के कारण व्यतिकरण

F-1. एक साबुन की पतली फिल्म जिसकी मोटाई 0.3μm है,काली दिखाई देती है जब इसे λ = 580 nm तरंगदैर्ध्य के अपवर्तित प्रकाश के द्वारा देखा जाता है तो साबुन के घोल का अपवर्तनांक क्या होगा यदि यह ज्ञात है कि इसका मान 1.3 तथा 1.5 के बीच है।

F-2. एक समान्तर प्रकाश पुँज जिसकी तरंगदैर्ध्य 560 nm है, एक पतली तेल फिल्म पर गिराया जाता है जिसका अपवर्तनांक 1.4 है। फिल्म की न्यूनतम मोटाई क्या होगी यदि यह प्रकाश को आंशिक रूप से पारगमित कर दें ?

खण्ड (G) : JEE (MAIN) के लिए

G-1. 'a' चौड़ाई की एक स्लिट को 6000 Å तरंगदैर्ध्य के प्रकाश द्वारा प्रतिदीप्त करते हैं। 'a' के किस मान के लिए :
(i) 30° के विवर्तन कोण पर प्रथम उच्चिष्ट बनेगा ?
(ii) 30° के विवर्तन कोण पर प्रथम निम्निष्ट बनेगा ?

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

खण्ड (A) : अध्यारोपण का नियम, पथान्तर, तरंगाग्र और कला सम्बद्धता

A-1. दो तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 4 : 1 है तो उनके आयाम में अनुपात होगा :
(A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 4 : 1 (D) 1 : 4

A-2. I तथा 4I तीव्रता के दो कलासम्बद्ध एक वर्णीय प्रकाश पुँज अध्यारोपित होते हैं तो परिणामी पुंज में अधिकतम और न्यूनतम सम्भव परिणामी तीव्रता होगी–
(A) 5I तथा I (B) 5I तथा 3I (C) 9I तथा I (D) 9I तथा 3I

खण्ड (B) : यंग का प्रयोग एक वर्णी प्रकाश के साथ

B-1. किसी व्यतिकरण प्रारूप में फ्रिन्जों में विपर्यास (contrast) निर्भर करता है :
(A) फ्रिन्ज चौड़ाई (B) तरंगदैर्ध्य
(C) स्त्रोतो की तीव्रता का अनुपात (D) स्त्रोत के बीच की दूरी

B-2. प्रारम्भ में व्यतिकरण वायु से भरे हुए कक्ष के अन्दर प्रायोगिक व्यवस्था के साथ प्रेक्षित होता है। अब कक्ष को निर्वातित किया जाता है। समान प्रकाश के स्त्रोत को प्रयुक्त करते हुए एक प्रेक्षक पाता है कि
(A) व्यतिकरण प्रतिरूप लगभग अनुपस्थित होता है चुंकि यह बहुत अधिक विसरित होता है
(B) व्यतिकरण प्रतिरूप में कोई परिवर्तन नहीं होता है।
(C) फ्रिंज चौड़ाई लगभग घटती है।
(D) फ्रिंज चौड़ाई लगभग बढ़ती है।

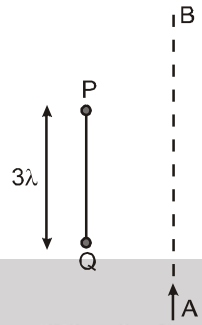
B-3. यंग के द्वि छिद्र प्रयोग में सोडियम लेम्प द्वारा उत्सर्जित पीले प्रकाश के स्थान पर नीला एक वर्णीय प्रकाश लेने पर क्या होगा यदि प्रकाश समान तीव्रता का हो –
(A) फ्रिन्ज चौड़ाई कम होगी। (B) फ्रिन्ज चौड़ाई बढ़ जाएगी।
(C) फ्रिन्ज चौड़ाई पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। (D) फ्रिन्ज की तीव्रता कम होगी।

B-4. यंग प्रयोग में D = 1 m, d = 1 mm तथा λ = 500 n m हो तो 1000वें उच्चिष्ठ की केन्द्रिय उच्चिष्ठ से दूरी होगी :
(A) 0.5 m (B) 0.577 m (C) 0.495 m (D) अस्तित्व में नहीं होगा।

B-5. यंग द्वि छिद्र प्रयोग में, d = 1 mm, λ = 6000 Å तथा D = 1 m है। दोनों स्लिट पर्दे पर एक समान तीव्रता उत्पन्न करती है तो पर्दे पर स्थित ऐसे दो बिन्दु के बीच की न्यूनतम दूरी क्या होगी जिन पर तीव्रता अधिकतम तीव्रता की 75% हो :

(A) 0.45 mm (B) 0.40 mm (C) 0.30 mm (D) 0.20mm

B-6. λ तरंगदैर्ध्य के दो कला सम्बद्ध प्रकाश स्त्रोत एक दूसरे से 3λ दूरी पर हैं। रेखा AB जो $-\infty$ से $+\infty$ तक है, पर बनने वाले निम्निष्ठ की कुल संख्या है :



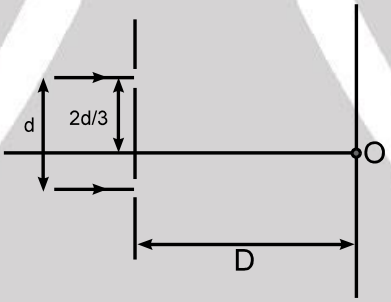
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

B-7. यंग के द्विछिद्र प्रयोग में जिस बिन्दु पर पथान्तर प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य का 1/6 है, उस बिन्दु पर तीव्रता I है। यदि I_0 अधिकतम तीव्रता को दर्शाता है तब अनुपात $\frac{I}{I_0}$ किसके बराबर होगा। **[Olympiad 2015 (stage-1)]**

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

खण्ड (C) : यंग का प्रयोग बहुवर्णी प्रकाश के लिए

C-1. चित्र में समान्तर श्वेत प्रकाश पुंज स्लिटो पर आपतित होती है तो यहाँ बिन्दु O से पर्दे पर निकटतम श्वेत बिन्दु की दूरी होगी: [यह मानते हुए कि d << D, λ << d]



(A) 0 (B) d/2 (C) d/3 (D) d/6

C-2. यंग का द्विछिद्र प्रयोग नीले और हरे प्रकाश के लिए किया जाता है जिनकी तरंगदैर्ध्य क्रमशः 4360 Å तथा 5460 Å है। यदि केन्द्रिय उच्चिष्ठ से 4 वे उच्चिष्ठ की दूरी X हो तो :

(A) X(नीले) = X(हरे) (B) X(नीले) > X(हरे) (C) X(नीले) < X(हरे) (D) $\frac{\text{X(नीले)}}{\text{X(हरे)}} = \frac{5460}{4360}$

खण्ड (D) : यंग का द्विछिद्र प्रयोग काँच की पट्टिका के साथ, प्रकाशीय पथ

D-1. यंग का द्वि स्लिट प्रयोग एकवर्णीय प्रकाश जिसकी तरंगदैर्ध्य 6000 Å है, के साथ किया जाता है। स्लिटे 2 mm दूरी पर है। फ्रिन्जों को स्लिटों से 10 cm की दूरी पर स्थित पर्दे पर देखा जाता है। अब एक पतली पारदर्शी पट्टिका जिसकी मोटाई 0.5 mm है, को किसी एक स्लिट के सामने रख दिया जाता है। यह देखा जाता है कि व्यतिकरण प्रारूप 5 mm से विस्थापित हो जाता है। पारदर्शी प्लेट का अपवर्तनांक होगा। **[REE 1985]**

(A) 1.2 (B) 0.6 (C) 2.4 (D) 1.5

D-2. यंग प्रयोग में दोनों स्लिट एक समान तीव्रता उत्पन्न करती है। एक 100 % पारदर्शी पतली फिल्म एक स्लिट के सामने रख दी जाती है। अब पर्दे पर निकाय के ज्यामितीय केन्द्र की तीव्रता प्रारम्भिक तीव्रता की 75% रह जाती है। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य 6000Å तथा $\mu_{\text{काँच}} = 1.5$ तो फिल्म की मोटाई नहीं हो सकती।

(A) 0.2 μm (B) 1.0 μm (C) 1.4 μm (D) 1.6 μm

खण्ड (E) : यंग का प्रयोग तिर्यक आपतन और प्रयोग में कुछ अन्य परिवर्तन

E-1. चित्र–1 तथा चित्र–2 में दर्शाएनुसार एक YDSE प्रयोग में झिर्रियों S_1 तथा S_2 के सम्मुख t_1 तथा t_2 मोटाई की पतली परतें रखी गई है। बिन्दु 'O' पर प्रथम प्रयोग में तथा द्वितीय प्रयोग में क्रमशः प्रथम निम्निष्ठ तथा द्वितीय उच्चिष्ठ पाये गए है। बिन्दु 'O' तथा 'S', S_1 तथा S_2 के सापेक्ष सममित है। यदि $\frac{t_2}{t_1} = \frac{x}{25}$ है, तो दोनों परतों के अपवर्तनांक समान है। तब 'x' का मान ज्ञात कीजिए।

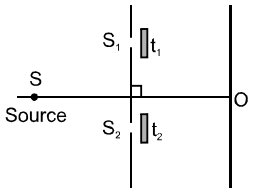


Figure-1

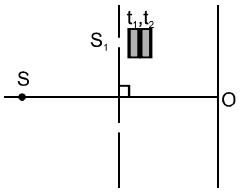
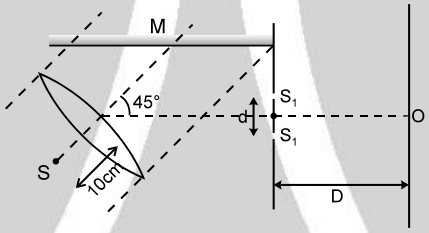


Figure-2

(A) 3 (B) 9 (C) 12 (D) 15

E-2. यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में स्लिटों के बीच को दूरी 'd' तथा स्लिट एवं पर्दे के बीच की दूरी 'D' है। लेन्स के मुख्य अक्ष तथा स्लिटों S_1 तथा S_2 के लम्बार्द्धक के बीच कोण 45º है। बिन्दुबत श्रोत 'S' लेन्स के फोकस पर रखा हैं तथा लेन्स का आकार d से बहुत बड़ा है। दर्पण M से केवल परावर्तित प्रकाश ही स्लिटों पर आपतित होता है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ की बिन्दु 'O' से दूरी होगी –



(A) D (B) $\frac{D}{\sqrt{3}}$ (C) $D\sqrt{3}$ (D) $\frac{D}{\sqrt{4}}$

खण्ड (F) : पतली फिल्म के कारण व्यतिकरण

F-1. श्वेत प्रकाश, एक काँच की पट्टिका (वायु में) जिसकी मोटाई 500 nm और अपवर्तनांक 1.5 है, पर अभिलम्बवत आपतित होता है। दृश्य क्षेत्र (400 nm – 700nm) में प्रकाश की वह तरंगदैर्ध्य (nm में) जो प्लेट के द्वारा पूर्ण रूप से परावर्तित हो जाती है -

(A) 450 (B) 600 (C) 400 (D) 500

खण्ड (G) : JEE (MAIN) के लिए

G-1. किसी रेखा छिद्र जिसकी चौडाई 0.15 cm है, को 5×10^{-5} cm तरंगदैर्ध्य के प्रकाश से प्रकाशित करने पर 2.1 m दूर रखे पर्दे पर प्राप्त विवर्तन प्रतिरूप की चौडाई होगी –

(A) 70 mm (B) 0.14 mm (C) 1.4 cm (D) 0.14 cm

G-2. एक दूरदर्शी के अभिदृश्यक का व्यास 1m है। इसकी प्रकाश तरंगदैर्ध्य 4538Å के लिए, विभेदन सीमा होगी।

(A) 5.54×10^{-7} rad (B) 2.54×10^{-4} rad (C) 6.54×10^{-7} rad (D) इनमें से कोई नहीं

G-3. जब I_0 तीव्रता का अध्रुवीत प्रकाश ध्रुवक परत पर आपतित होता है, तब प्रकाश की तीव्रता जो पारगमित नहीं होती है, होगी

(A) $\frac{1}{2}I_0$ (B) $\frac{1}{4}I_0$ (C) शून्य (D) I_0

G-4. एक एकल छिद्र विवर्तन प्रतिरूप लाल प्रकाश के पुंज के साथ प्राप्त किया जाता है। यदि लाल प्रकाश को नीले प्रकाश से प्रतिस्थापित किया जाये, तब क्या घटित होगा ?

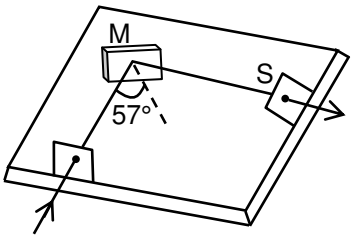
(A) विवर्तन प्रतिरूप में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

(B) विवर्तन फ्रिंजे संकीर्ण तथा एक साथ समूह के रूप में होती है।

(C) विवर्तन फ्रिंजे चौड़ी तथा एक साथ समूह के रूप में होती है।

(D) विवर्तन प्रतिरूप अप्रतीत होता है।

G-5. क्षैतिज मेज पर एक काँच की प्लेट को चित्रानुसार दर्शाया गया है। इस पर अभिलम्ब के साथ इसकी सतह से 57° के कोण पर अध्रुवीत प्रकाश का पुंज गिर रहा है। पर्दे S पर परावर्तित प्रकाश में विद्युत सदिश आपतन तल के सापेक्ष कम्पित होता है।



(A) ऊर्ध्वाधर तल में
(B) क्षैतिज तल में
(C) ऊर्ध्वाधर के साथ 45° के कोण पर बनाते हुए तल में
(D) क्षैतिज के साथ 57° के कोण पर बनाते हुए तल में

G-6. दो सफेद बिन्दु काले पेज पर 1 mm की दूरी पर स्थित है। वे 3 mm व्यास की पुतली की आँख द्वारा देखें जाते है। अधिकतम लगभग दूरी जहाँ तक इन बिन्दुओं को आंख द्वारा विभेदित किया जा सकता है ?
[प्रकाश की तरंगदैर्ध्य = 500 nm]
(A) 6m (B) 3m (C) 5m (D) 1m

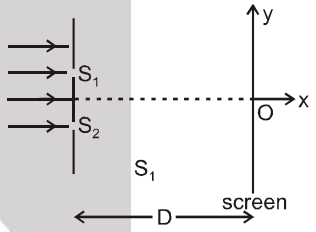
G-7. वृत्ताकार छिद्र से गुजरने वाला दृश्य प्रकाश पर्दे पर 0.1 mm त्रिज्या की विवर्तन चकती बनाता है। यदि X-किरण को समान व्यवस्था से गुजारा जाता है तब विवर्तन चकती की त्रिज्या होगी :
(A) zero (B) < 0.1 mm (C) 0.1 mm (D) > 0.1 mm

G-8. दूरदर्शी की विभेदन क्षमता अधिक होती है जब उसका अभिदृश्यक लैंस -
(A) अधिक फोकस दूरी का हो (B) कम फोकस दूरी का हो
(C) द्वारक का व्यास अधिक हो (D) द्वारक का व्यास कम हो

G-9. सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता निर्भर करती है
(A) नेत्रिका की फोकस दूरी एवं उसके द्वारक पर (B) नेत्रिका एवं अभिदृश्क की फोकस दूरियों पर
(C) नेत्रिका एवं अभिदृश्यक के द्वारकों पर (D) वस्तु को दीप्त करने वाले प्रकाश की तरंगदैर्ध्य पर

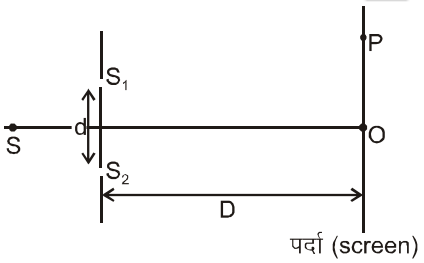
भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1. एकवर्णी प्रकाश की समान्तर किरण जिसकी तरंगदैर्ध्य λ है, इसको छिद्र S_1 व S_2 के तल के अभिलम्बवत् आपतित कराया जाता है। छिद्रों की असमान चौड़ाई इस तरह है कि केवल एक छिद्र के कारण पर्दे पर तीव्रता केवल दूसरे छिद्र के कारण पर्दे पर तीव्रता की चार गुनी है। पर्दे को x-अक्ष के लम्बवत् चित्रानुसार रखा जाता है। छिद्रों के मध्य दूरी d है तथा पर्दे व छिद्र के मध्य दूरी D है। स्तम्भ-I में दिये गये वक्तव्यों को स्तम्भ-II में लिखे गये परिणामो से सुमेलित करिये। ($S_1S_2 << D$ व $\lambda << S_1S_2$)



	स्तम्भ-I	स्तम्भ-II
(A)	पर्दे पर स्थित दो बिन्दुओं जिनकी तीव्रताएं बराबर इस तरह है कि इन बिन्दुओं पर अधिकतम तीव्रता की 1/9 गुना तीव्रता है तो इन दोनों बिन्दुओं के मध्य दूरी	(p) $\frac{D\lambda}{3d}$
(B)	पर्दे पर स्थित दो बिन्दुओं जिनकी तीव्रताएं बराबर इस तरह है कि इन बिन्दुओं पर अधिकतम तीव्रता की 3/9 गुना तीव्रता है तो इन दोनों बिन्दुओं के मध्य दूरी	(q) $\frac{D\lambda}{d}$
(C)	पर्दे पर स्थित दो बिन्दुओं जिनकी तीव्रताएं बराबर इस तरह है कि इन बिन्दुओं पर अधिकतम तीव्रता की 5/9 गुना तीव्रता है तो इन दोनों बिन्दुओं के मध्य दूरी	(r) $\frac{2D\lambda}{d}$
(D)	पर्दे पर स्थित दो बिन्दुओं जिनकी तीव्रताएं बराबर इस तरह है कि इन बिन्दुओं पर अधिकतम तीव्रता की 7/9 गुना तीव्रता है तो इन दोनों बिन्दुओं के मध्य दूरी	(s) $\frac{3D\lambda}{d}$

2. एक यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में S_1 तथा S_2 दो एकसमान छिद्र है तथा प्रकाश का एकवर्णी स्त्रोत S जिसकी तरंगदैर्ध्य λ है, छिद्रो से समान दूरी पर है। छिद्रों के मध्य दूरी d द्वारा दर्शायी जाती है तथा छिद्रों व पर्दे के मध्य दूरी D द्वारा दर्शायी जाती है। बिन्दु P पर्दे पर केन्द्रीय दीप्त से दूरी $y = \frac{\lambda D_o}{2d_o}$ पर स्थित निश्चित (fixed) बिन्दु है। जहाँ D_o व d_o क्रमशः D व d के प्रारम्भिक मान है। द्वि छिद्र व स्त्रोत के मध्य दूरी बहुत अधिक है।



''स्तम्भ-I के प्रत्येक कथन में ऊपर वर्णित स्थिति में कुछ परिवर्तन किया गया है तथा इसके परिणामस्वरूप प्रभाव स्तम्भ-II में दिये गये है। स्तम्भ-I को स्तम्भ-II में परिणामी परिवर्तन के साथ सुमेलित करिये।

स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) छिद्रों व पर्दे के मध्य दूरी को नियत रखते हुए छिद्रो के मध्य दूरी d दुगनी की जाती है।	(p) फ्रिन्ज चौड़ाई बढ़ जाती है
(B) छिद्र व पर्दे के मध्य दूरी D को दुगना कर दिया जाता है । यह पर्दे को दांयी तरफ खिसका कर किया जाता है।	(q) बिन्दु P पर अध्यारोपित होने वाली तरंगो के मध्य प्रकाशीय पथान्तर का परिमाण घट जायेगा
(C) छिद्र S_1 की चौड़ाई घटाई जाती है (इस तरह से कि S_1 के कारण पर्दे पर तीव्रता घटती है) तथा पर्दे को दांयी तरफ खिसका कर छिद्र व पर्दे के मध्य दूरी D दुगुनी की जाती है।	(r) बिन्दु P पर अध्यारोपित होने वाली तरंगों के मध्य प्रकाशीय पथान्तर का परिमाण बढ़ जायेगा।
(D) पूरी व्यवस्था को $\frac{4}{3}$ अपवर्तनांक के पानी में डुबो दिया जाता है। (माध्यम में अवशोषण नगण्य माने)	(s) बिन्दु P पर तीव्रता बढ़ जायेगी।

Exercise-2

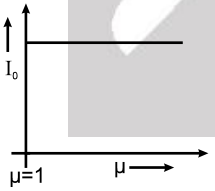
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

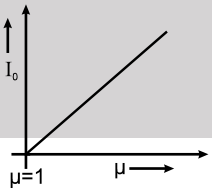
भाग - I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

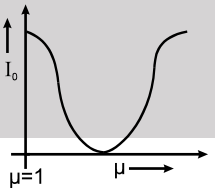
1. यदि दो कला सम्बद्ध स्त्रोत की तीव्रता का अनुपात 4 है तो फ्रिन्जों की दृश्यता $[(I_{\text{अधिकतम}} - I_{\text{निम्न}})/(I_{\text{अधिकतम}} + I_{\text{निम्न}})]$ होगी

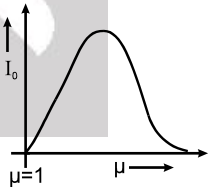
(A) 4 (B) 4/5 (C) 3/5 (D) 9

2. यंग के द्विछिद्र प्रयोग में जब एक पट्टिका जिसका अपवर्तनांक परिवर्तित किया जा सकता है, को किसी एक स्लिट के सामने रख दिया जाता है तब पर्दे के मध्य बिन्दु पर परिणामी तीव्रता का 'μ' के साथ परिवर्तन का सबसे उपयुक्त ग्रॉफ होगा। यदि ($\mu \geq 1$) हो तो (स्लिट की चौड़ाई बराबर है और स्लिट के द्वारा प्रकाश का अवशोषण नहीं होता है)

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

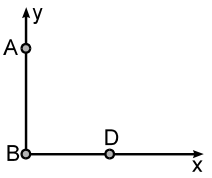
3. यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में छिद्र को एक स्त्रोत से प्रकाशित किया जाता है जिसकी दो तरंगदैर्ध्य 400 nm तथा 600 nm है। यदि छिद्रों के मध्य दूरी d = 1mm है तथा पर्दे व छिद्रतल के मध्य दूरी, D = 10 m है तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ से उस स्थान की न्यूनतम दूरी कितनी होगी जहाँ पर पूर्णतः अंधेरा हो –

(A) 2mm (B) 3mm (C) 12 mm (D) ऐसा कोई बिन्दु नहीं है।

4. अगर यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में प्रथम निम्निष्ठ ठीक एक छिद्र के सामने प्राप्त होता है। (छिद्र तथा परदे के मध्य दूरी D = 12 cm है तथा स्लिटों के मध्य दूरी d = 5 cm है) तो उपयोग में लिए गये विकिरण की तरंगदैर्ध्य होगी –

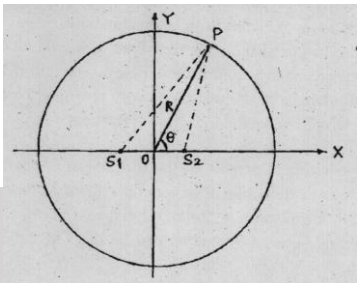
(A) 2 cm केवल (B) 4 cm केवल (C) 2m, $\frac{2}{3}$ cm, $\frac{2}{5}$ cm (D) 4 cm, $\frac{4}{3}$ cm, $\frac{4}{5}$ cm

5. दो कला सम्बद्ध स्त्रोतों 'A' व 'B' जिनका कला नियतांक शून्य है, वे y अक्ष पर 4 λ दूरी पर रखे है, जहाँ λ स्त्रोत की तरंग दैर्ध्य है, इनके कारण व्यतिकरण प्रतिरूप प्रेक्षित किया जाता है। एक प्रकाश संसूचक D को धनात्मक x-अक्ष पर चलाया जाता है। $x = 0$ व $x = \infty$ को छोडकर x अक्ष पर उन बिन्दुओं की संख्या जिन पर उच्चिष्ठ प्रेक्षित होगा।



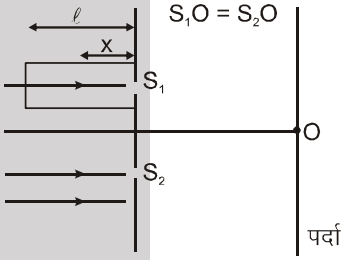
(A) तीन (B) चार (C) दो (D) अनन्त

6. मूल बिन्दु से समान दूरी पर स्थित दो कल सम्बन्ध स्त्रोत S_1 तथा S_2, 2λ दूरी से चित्रानुसार पृथककृत है। वे λ तरंगदैर्ध्य का प्रकाश उत्सर्जित करते है। व्यतिकरण पर्दे पर R बड़ी त्रिज्या के वृत्त के अनुदिश प्रेक्षित होता है। बिन्दु सम्पोषी व्यतिकरण का बिन्दु है। कोण θ (0° तथा 90° के अतिरिक्त) होगा।



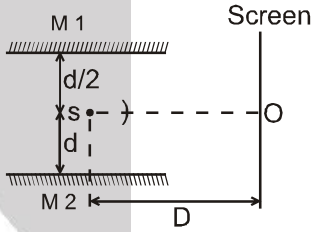
(A) 45°
(B) 30°
(C) 60°
(D) प्रथम चतुर्थांश में सम्भव नहीं है।

7. चित्र में दिखाये यंग के द्विछिद्र प्रयोग उपकरण के छिद्रों के तल पर समान्तर प्रकाश पुंज आपतित होता है। S_1 छिद्र पर आपतित प्रकाश परिवर्ती अपवर्तनांक, $\mu = 1 + ax$ वाले माध्यम से होकर (जहाँ चित्रानुसार x छिद्रों के तल से दूरी है) दूरी ℓ तय करके छिद्र S_1 तक पहुँचता है। अन्य सभी जगह हवा है। अगर बिन्दु 'O' पर एक निम्निष्ठ बनता है तो धनात्मक नियतांक a (दूरी ℓ तथा तरंग दैर्ध्य 'λ' के रूप में) का न्यूनतम मान होगा –



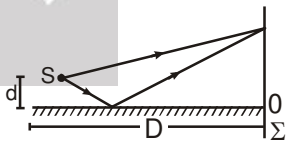
(A) $\frac{\lambda}{\ell}$ (B) $\frac{\lambda}{\ell^2}$ (C) $\frac{\ell^2}{\lambda}$ (D) इनमें से कोई नहीं

8. M_1 तथा M_2 दो समतल दर्पण है जो कि चित्रानुसार एक दूसरे के समान्तर रखे है। S के ठीक सामने लम्बवत् पर्दे पर एक बिन्दु O है। एक वर्णी स्त्रोत S से आ रहे प्रकाश की तंरगदैर्ध्य क्या होनी चाहिए ताकि दोनों दर्पणों से परावर्तित प्रकाश के व्यतिकरण के कारण O पर उच्चिष्ठ बने। (केवल प्रथम परावर्तन लें) [D > > d, d > > λ]



(A) $\frac{3d^2}{D}$ (B) $\frac{3d^2}{2D}$ (C) $\frac{d^2}{D}$ (D) $\frac{2d^2}{D}$

9. एक लम्बी पतली x-अक्ष पर स्थित स्लिट दर्पण से 1 mm ऊपर है। स्लिट से बना व्यतिकरण प्रतिरूप और इसकी परछाई पर्दे Σ पर देखी जाती है जो स्लिट से 1m दूरी पर है। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य 600 nm है। तब दर्पण से ऊपर प्रथम उच्चिष्ठ की दूरी होगी (d << D) :



(A) 0.30 mm (B) 0.15 mm (C) 60 mm (D) 7.5 mm

10. एक समान्तर एक वर्णीय प्रकाश पुंज एक पतली स्लिट पर अभिलम्ब आपतित होता है। विवर्तन प्रारूप को पर्दे पर देखा जाता है जो आपतित पुंज से लम्बवत् है। विवर्तन प्रारूप में प्रथम निम्निष्ठ के लिए स्लिट के दोनों सिरों से आने वाले प्रकाश पुंज में कलान्तर क्या होगा (विवर्तन IIT में नहीं आता) **[JEE 1998, 2]**

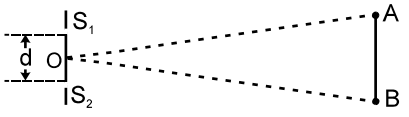
(A) 0 (B) $\pi/2$ (C) π (D) 2π

11. a चौड़ाई का एक छिद्र समान्तर एक वर्णी प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ द्वारा प्रतिदीप्त है। a का मान जिस पर विवर्तन के तरीके का पहला निम्निष्ठ $\theta = 30°$ पर बनायेगा, है **[Olympiad (State-1) 2017]**

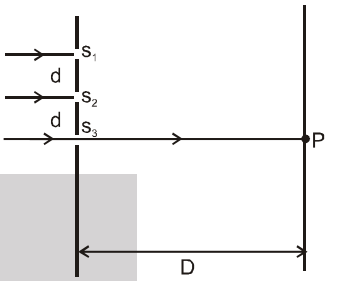
(A) $\lambda/2$ (B) λ (C) 2λ (D) 3λ

भाग - II : एकल एवं द्वि–पूर्णांक मान प्रकार (SINGLE AND DOUBLE VALUE INTEGER TYPE)

1. चित्र में दिखाये अनुसार दो कला सम्बद्ध स्रोत S_1-S_2 समान कला में कम्पन्न कर रहे हैं। एक सीधा तार AB, S_1 और S_2 से बहुत दूर है। माना $\frac{\lambda}{d} = 10^{-3}$ $\angle BOA = 0.12°$ A और B बिन्दु को भी सम्मिलित करते हुए कितने चमकीले बिन्दु तार पर देखे जा सकते हैं।



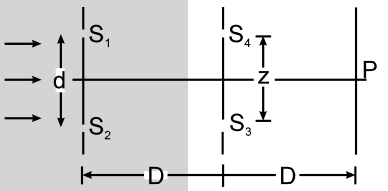
2. दिखाये गये चित्र में तीन स्लिट s_1, s_2 तथा s_3 को λ तरंगदैर्ध्य ($\lambda << d$ तथा $D >> d$) के प्रकाश से प्रकाशित किया गया है। प्रत्येक स्लिट पर्दे पर समान तीव्रता I उत्पन्न करती है। पर्दे पर एक बिन्दु जोकि s_2 के ठीक सामने है, पर यदि परिणामी तीव्रता 3I है तो λ का अधिकतम मान $\frac{nd^2}{2D}$ है।



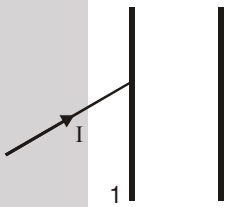
(i) n का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) भाग (i) में प्राप्त λ का प्रयोग करते हुए बिन्दु P पर तीव्रता ज्ञात कीजिए।

3. चित्रानुसार d दूरी पर स्थित दो स्लिट S_1 व S_2 पर समान्तर एक वर्णीय प्रकाश पुँज अभिलम्बवत् आपतित है। किसी व्यवस्था के द्वारा स्लिट S_3 व S_4 के मध्य दूरी परिवर्तित की जा सकती है। बिन्दु P जो S_1S_2 व S_3S_4 के उभयनिष्ठ लम्बअर्धक पर है, पर तीव्रता मापी जाती है। जब $z = \frac{D\lambda}{2d}$, बिन्दु P पर तीव्रता I है तथा जब z, $\frac{4D\lambda}{d}$ के बराबर है तब तीव्रता x I है। x ज्ञात करो



4. एक पतली एक वर्णीय प्रकाश पुँज जिसकी तीव्रता I है, कांच की प्लेट पर चित्रानुसार आपतित होती है। एक दूसरी एक समान कांच की प्लेट पहली प्लेट के समान्तर व पास में रखी जाती है। प्रत्येक प्लेट 25 % प्रकाश को परावर्तित कर देती है और शेष प्रकाश को पारगमित कर देती है। व्यतिकरण प्रारूप प्रत्येक प्लेट के द्वारा एक बार परावर्तन के कारण बने दो प्रकाश पुँज के व्यतिकरण से प्राप्त होता है। इस प्रारूप में न्यूनतम और अधिकतम तीव्रता का अनुपात 1 : n है तो n का मान ज्ञात करो। **[JEE 1990, 7]**



5. यंग प्रयोग में ऊपर वाली स्लिट को पतली कांच की पट्टीका से ढक दिया जाता है जिसका अपवर्तनांक 1.4 है, जबकि नीचे वाली स्लिट को दूसरी पट्टीका जिसकी मोटाई समान है, परन्तु अपवर्तनांक 1.7 है, से ढक दिया जाता है। व्यतिकरण प्रतिरूप 5400 Å तरंगदैर्ध्य के प्रकाश का उपयोग करते हुये देखा जाता है। यह पाया जाता है कि पर्दे पर बिन्दु P जहाँ पहले (कांच की पट्टीका रखने से पहले) केन्द्रीय उच्चिष्ठ (n = 0) था, अब वहाँ पहले की (3/4)th तीव्रता है। यह भी देखा जाता है कि O से ऊपर वाले बिन्दु पर 6th निम्निष्ठ है जबकि नीचे वाले बिन्दु पर 5th उच्चिष्ठ है, इसके लिए पट्टिका की मोटाई $n \times 10^{-7}$m है। n का मान ज्ञात करो। (यह मानते हुए कि कांच की पट्टिका के कारण प्रकाश का अवशोषण नगण्य है) **[JEE 1997, 5/100]**

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1. यंग के द्विछिद्र प्रयोग में व्यतिकरण प्रारूप की चमकीली और काली फ्रिन्जों में तीव्रता का अनुपात 9 होता है तो इसका मतलब है कि: **[JEE 1982]**

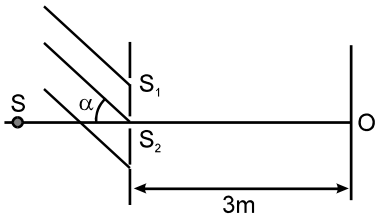
(A) पर्दे पर तीव्रता दो स्लिटों के कारण 5 और 4 इकाई है।

(B) पर्दे पर तीव्रता दो स्लिट के कारण 4 और 1 इकाई है।

(C) प्रत्येक तंरग के आयाम का अनुपात 3 है।

(D) प्रत्येक तंरग के आयाम का अनुपात 2 है।

2. एक समान्तर प्रकाश पुंज (λ =5000 Å) अभिलम्ब से α = 30° कोण पर यंग प्रयोग में स्लिट पर आपतित होता है। यह मानिये कि प्रत्येक स्लिट के कारण किसी बिन्दु पर तीव्रता I_0 है तथा बिन्दु O, S_1 और S_2 से समान दूरी पर है। स्लिट के बीच की दूरी 1mm हो तो



(A) O पर तीव्रता $4I_0$ है

(B) O पर तीव्रता शून्य है

(C) पर्दे पर O से 4m दूरी पर एक बिन्दु पर तीव्रता $4I_0$ है।

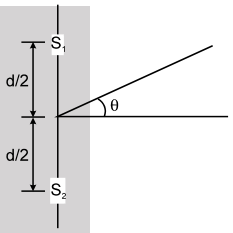
(D) पर्दे पर O से 4m दूरी पर एक बिन्दु पर तीव्रता शून्य है।

3. यदि यंग प्रयोग श्वेत प्रकाश के लिए किया जाता है तो

(A) केन्द्र से अगली उच्चिष्ठ लाल होगी। (B) केन्द्रीय उच्चिष्ठ श्वेत होगी।

(C) केन्द्र से अगली उच्चिष्ठ बैंगनी होगी। (D) यहाँ पर काली फ्रिन्ज नहीं होगी।

4. व्यतिकरण प्रतिरूप यंग के प्रयोग के समान है। स्लिट S_1 व S_2 को कलासम्बद्ध सूक्ष्म तरंग के स्त्रोत द्वारा प्रकाशित किया जाता है जिसकी आवृत्ति 10^6 Hz है। स्त्रोतों में शून्य कलान्तर है। स्लिट के बीच की दूरी d = 150.0 m है तथा पर्दा बहुत अधिक दूरी पर है। तीव्रता I (θ) को θ के फलन के रूप में मापा जाता है, जहां θ चित्रानुसार है। यदि I_0 अधिकतम तीव्रता है तो I (θ), ($0 \le \theta \le 90^\circ$ के लिए) होगी ?



[JEE 1995, 1 + 2]

(A) $I(\theta) = \frac{I_0}{2}$ for $\theta = 30^\circ$ (B) $I(\theta) = \frac{I_0}{4}$ for $\theta = 90^\circ$

(C) $I(\theta) = I_0$ for $\theta = 0^\circ$ (D) θ के सभी मान के लिए I (θ) अचर होगा

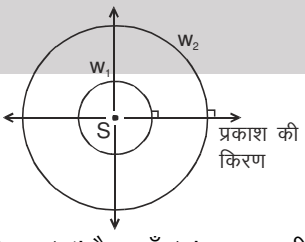
5. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में दोनों स्लिटों पर श्वेत प्रकाश आपतित है। स्लिट के बीच की दूरी b और पर्दे तथा स्लिट के बीच की दूरी d (>> b) है। पर्दे पर, (किसी बिन्दु पर जो स्लिट के सामने हो) कुछ तरंगदैर्ध्य अदृश्य हो जाती है यह अदृश्य तरंगदैर्ध्य क्या होगी **[JEE 1984]**

(A) $\lambda = \frac{b^2}{d}$ (B) $\lambda = \frac{2b^2}{d}$ (C) $\lambda = \frac{b^2}{3d}$ (D) $\lambda = \frac{2b^2}{3d}$

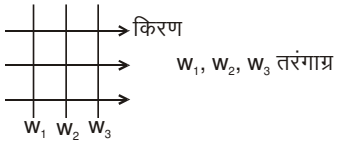
भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

अनुच्छेद-1

हाइगेन पहला वैज्ञानिक था जिसने प्रकाश के तरंग सिद्धान्त को प्रस्तुत किया। उसने बताया कि प्रकाश तरंगाग्र के रूप में संचरित होता है। एक तरंगाग्र एक काल्पनिक सतह है जिसका प्रत्येक बिन्दु समान कला में है। उदाहरणस्वरूप एक बिन्दु स्त्रोत के लिए तरंगाग्र संकेन्द्रीय गोलों का संग्रह होता है जिनका केन्द्र मूल बिन्दु होता है। w_1 एक तरंगाग्र है तथा w_2 दूसरा तरंगाग्र है।

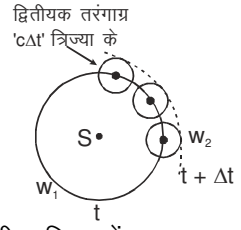


इस स्थिति में समय 't' पर तरंगाग्र की त्रिज्या 'ct' है जहाँ 'c' प्रकाश की चाल है, प्रकाश की संचरण की दिशा तरंगाग्र की सतह के लम्बवत होती है। प्रकाश की समान्तर किरण की स्थिति में तरंगाग्र समतल तरंगाग्र होते है।



हाइगेन ने यह भी बताया कि तरंगाग्र का प्रत्येक बिन्दु द्वितीयक तरंगिकाओं के स्त्रोत की तरह व्यवहार करता है। किसी समय सभी द्वितीयक तरंगिकाओं पर खींची गई स्पर्श रेखा उस समय नए तरंगाग्र को दर्शाती है। तरंगाग्र को केवल आगे

की दिशा में गति करता हुआ मानते है। (अर्थात प्रकाश संचरण की दिशा में) उसकी विपरीत दिशा में नही। अगर किसी समय t पर तरंगाग्र w_1 दिया गया है तो समय $t + \Delta t$ पर तरंगाग्र बनाने के लिए किसी तरंगाग्र w_1 पर कुछ बिन्दु लिजिए और '$c\Delta t$' त्रिज्या के गोले खीचिए। उन्हे हम द्वितीयक तरंगिकाऐं कहते है।

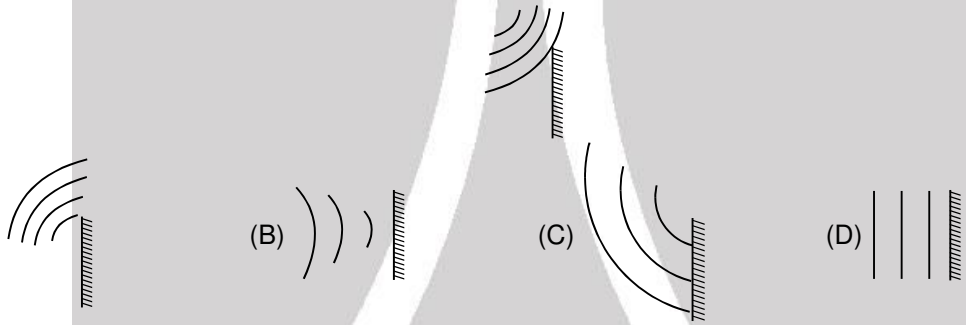


इन सभी द्वितीयक तरंगिकाओं पर स्पर्श रेखीय दिशा में सतह w_2 खींचिए। w_2 समय '$t + \Delta t$' पर तरंगाग्र है। हाइगेन ने तरंगाग्र का उपयोग करते हुए अपवर्तन तथा परावर्तन के नियम सिद्ध किए।

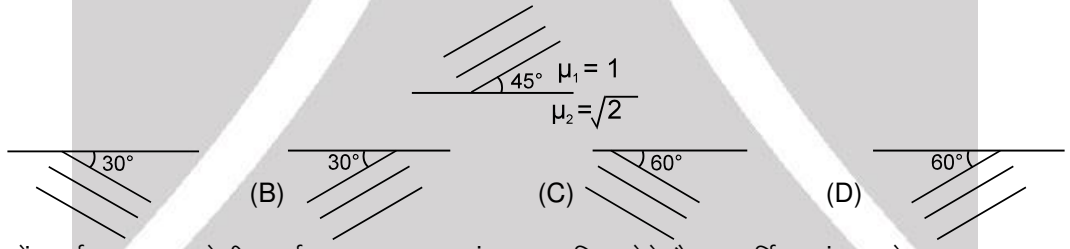
1. हवा में, मूल बिन्दु पर एक बिन्दु प्रकाश स्त्रोत रखा जाता है, तरंग के तरंगाग्र की समय t पर, समीकरण क्या होगी जो $t = 0$ पर स्त्रोत द्वारा उत्सर्जित होती है। (हवा का अपवर्तनांक 1 लें।)

(A) $x + y + z = ct$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 = t^2$ (C) $xy + yz + zx = c^2 t^2$ (D) $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$

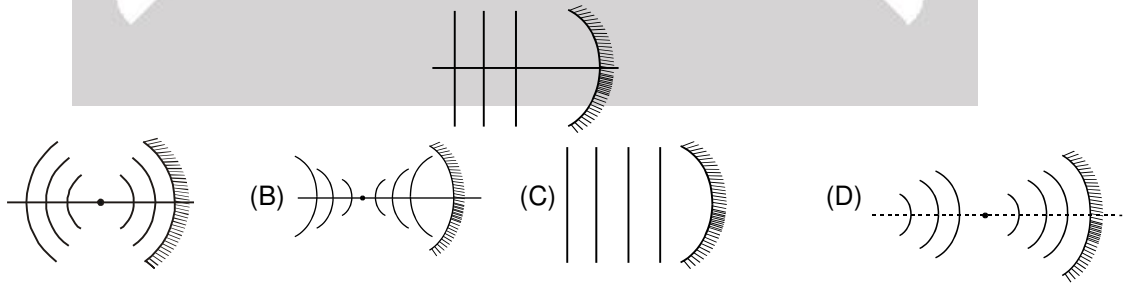
2. चित्र में गोलीय तरंगाग्र दिखाए गए हैं जो समतल दर्पण से टकराते हैं। परावर्तित तरंगाग्र निम्नानुसार होगें –



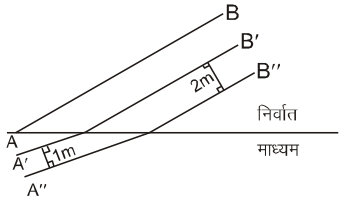
3. चित्र में दर्शाये अनुसार तरंगाग्र दो माध्यमों को मिलाने वाली सतह पर चित्रानुसार आपतित होते हैं अपवर्तित तरंगाग्र निम्नानुसार होगी –



4. चित्र में दर्शाए अनुसार गोलीय दर्पण पर समतल तरंगाग्र आपतित होते है, परावर्तित तरंगाग्र होगा –



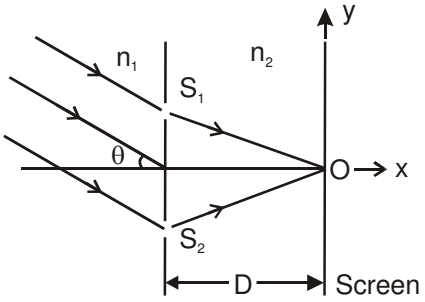
5. कुछ समतल तरंगाग्र चित्रानुसार दर्शाए गए है, माध्यम का अपवर्तनांक होगा।



(A) 2 (B) 4 (C) 1.5 (D) निर्धारित नहीं किया जा सकता

अनुच्छेद-2

चित्र में यंग द्वि–स्लिट प्रयोग दर्शाया गया है। तरंगदैर्ध्य 'λ' (माध्यम n_1 में) का एक समान्तर पुंज दर्शाये अनुसार कोण 'θ' पर आपतित है। दूरी $S_1O = S_2O$ दी हुई है। बिन्दु 'O' निर्देश तंत्र का मूल बिन्दु भी है। स्लिटों (छिद्रों) के तल के बायीं ओर तथा दायीं ओर क्रमशः अपवर्तनांक n_1 तथा n_2 के माध्यम हैं। स्लिटों के बीच की दूरी d है। स्लिटों के तल एवं पर्दे के बीच की दूरी D है। D = 1m, d = 1mm, θ = 30°, λ = 0.3 mm, $n_1 = \frac{4}{3}$, $n_2 = \frac{10}{9}$, का प्रयोग करते हुए निम्न का उत्तर दो।



6. उस बिन्दु का y-निर्देशांक क्या होगा, जहाँ व्यतिकरण तरंगों के बीच कुल कलान्तर शून्य होगा -

(A) y = 0 (B) $y = +\frac{3}{4}$ m (C) $y = -\frac{3}{4}$ m (D) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ m

7. यदि बिन्दु 'O' पर प्रत्येक प्रकाश तरंग के कारण तीव्रता I_0 हो, तो बिन्दु 'O' पर परिणामी तीव्रता होगी -

(A) शून्य (B) $2I_0\left(1+\cos\frac{40\pi}{9}\right)$ (C) $3I_0$ (D) I_0

8. बिन्दु 'O' के ऊपर निकटतम उच्चिष्ठ का y-निर्देशांक है -

(A) $\frac{150}{\sqrt{154}}$ cm (B) 24 cm (C) $\frac{100}{\sqrt{99}}$ cm (D) इनमें से कोई नहीं

Exercise-3

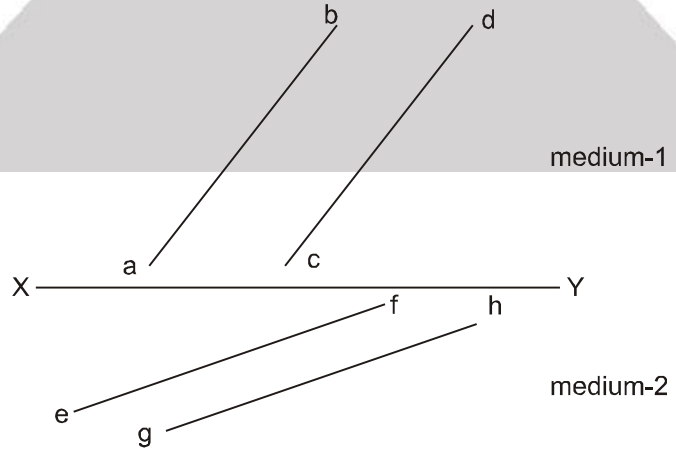
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -**

भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

अनुच्छेद पर आधारित प्रश्न 1 से 3

चित्र में XY एक सतह है जो दो पारदर्शी माध्यमों, माध्यम–1 तथा माध्यम–2 को अलग करती है। रेखाएँ ab तथा cd माध्यम–1 में चल रही तथा सतह XY पर आपतित होने वाली प्रकाश तरंगाग्रों को निरूपित करती है। रेखाएँ ef तथा gh अपवर्तन के बाद माध्यम–2 में चल रही प्रकाश तरंगाग्रों को निरूपित करती है। **[JEE 2007, 4+4+4/162]**



1. प्रकाश चल रहा है

(A) प्रत्येक माध्यम में एक समानान्तर पुंज की तरह

(B) प्रत्येक माध्यम में एक अभिसारी पुंज की तरह

(C) प्रत्येक माध्यम में अपसारी पुंज की तरह

(D) एक माध्यम में अपसारी एवं दूसरे माध्यम में अभिसारी पुंज की तरह

2. c, d, e तथा f पर प्रकाश की कलाएँ क्रमशः ϕ_c, ϕ_d, ϕ_e तथा ϕ_f है। दिया गया है कि $\phi_c \neq \phi_f$:

(A) ϕ_c, ϕ_d के बराबर नहीं हो सकता। (B) ϕ_d, ϕ_e के बराबर हो सकता है।

(C) $(\phi_d - \phi_f)$, $(\phi_c - \phi_e)$ के बराबर है। (D) $(\phi_d - \phi_c)$, $(\phi_f - \phi_e)$ के बराबर नहीं है।

3. प्रकाश की चाल है

(A) माध्यम-1 तथा माध्यम-2 मे बराबर है। (B) माध्यम-1 में माध्यम-2 से अधिक

(C) माध्यम-2 में माध्यम-1 से अधिक (D) b तथा d पर विभिन्न

4*. यंग के द्वि–छिद्र (Young's double slit) प्रयोग में दोनों स्लिटों के बीच की दूरी d तथा प्रकाश की तरंग दैर्ध्य λ है। स्लिट 1 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता, स्लिट 2 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता से चार गुनी है। सही उत्तरों का चुनाव करे।

(A) यदि $d = \lambda$ हो तब पर्दे पर केवल एक उच्चिष्ठ होगा **[JEE 2008, 3/163]**

(B) यदि $\lambda < d < 2\lambda$ हो तो पर्दे पर कम से कम एक और उच्चिष्ठ (केन्द्रीय उच्चिष्ठ के अलावा) प्रेक्षित होगा।

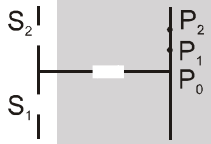
(C) यदि स्लिट 1 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता को घटाकर स्लिट 2 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता के बराबर कर दिया जाये, तो पर्दे पर दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता बढ़ेगी

(D) यदि स्लिट 2 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता को बढ़ाकर स्लिट 1 पर आपतित होने वाले प्रकाश की तीव्रता के बराबर कर दिया जाये, तो पर्दे पर दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता बढ़ेगी।

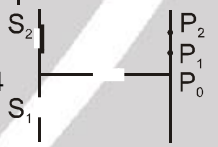
5. **कॉलम I** में स्टैन्डॅर्ड यंग द्वि–स्लिट विन्यास (Young's double slit arrangement) की चार परिस्थितियाँ दिखाई गई है जिनमें स्लिट S_1 तथा S_2 स्क्रीन से काफी दूरी पर है। प्रत्येक परिस्थिति में $S_1P_0 = S_2P_0$, $S_1P_1 - S_2P_1 = \lambda/4$ और $S_1P_2 - S_2P_2 = \lambda/3$, जहाँ λ प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है। B,C व D परिस्थितयों में स्लिट S_2 के सामने μ अपवर्तनांक और t मोटाई की पारदर्शी शीट रखी गई है। इन शीटों की मोटाई प्रत्येक परिस्थिति में भिन्न–भिन्न है। स्क्रीन के किसी बिन्दु P पर दोंनो स्लिट से पहुँच रही प्रकाश तरंगों के फेज–अन्तर को $\delta(P)$ से निरूपित किया गया है तथा प्रकाश की तीव्रता को I(P) से निरूपित किया गया है। **कॉलम-I** की प्रत्येक परिस्थितयों के लिए **कॉलम-II** के प्रथकनों को आपस में मिलाइए।

[JEE 2009, 8/240]

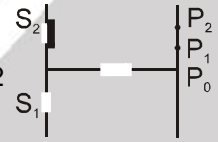
कॉलम –I **कॉलम –II**

(A) 

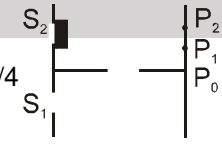
(p) $\delta(P_0) = 0$

(B) $(\mu - 1)t = \lambda/4$ 

(q) $\delta(P_1) = 0$

(C) $(\mu - 1)t = \lambda/2$ 

(r) $I(P_1) = 0$

(D) $(\mu - 1)t = 3\lambda/4$ 

(s) $I(P_0) > I(P_1)$

(t) $I(P_2) > I(P_1)$

6. यंग द्वि–स्लिट प्रयोग को तीन बार क्रमशः हरा, लाल और नीला प्रकाश प्रयुक्त करके किया गया। एक बार में एक ही प्रयोग किया गया। तीन फ्रिंज–चौड़ाई क्रमशः β_C, β_R और β_B पाई गई। तब, **[IIT-JEE-2012, Paper-1; 3/70, –1]**

(A) $\beta_G > \beta_B > \beta_R$ (B) $\beta_B > \beta_G > \beta_R$ (C) $\beta_R > \beta_B > \beta_G$ (D) $\beta_R > \beta_G > \beta_B$

7. एक यंग द्वि–स्लिट प्रयोग में λ तरंगदैर्ध्य के एकवर्णी प्रकाश का प्रयोग किया जाता है। ऐसे बिन्दु का जिस पर प्रकाश की तीव्रता शिखर तीव्रता की आधी है, पथान्तर है (पूर्णांक n के पदों में) : **[JEE (Advanced) 2013 ; P-1, 2/60]**

(A) $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ (B) $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ (C) $(2n+1)\frac{\lambda}{8}$ (D) $(2n+1)\frac{\lambda}{16}$

8. व्यंजक $2d \sin\theta = \lambda$ का उपयोग करते हुए हम θ को माप कर d का मान जानना चाहते हैं। θ का मान 0 व 90° के बीच में है। तरंगदैर्ध्य λ का मान हमें परिशुद्धतः ज्ञात है तथा θ के मापने में त्रुटि, θ के सभी मानों के लिए समान है। जैसे θ का मान 0° से बढ़ता है तब : **[JEE (Advanced) 2013 ; P-2, 3/60, –1]**

(A) d में निरपेक्ष त्रुटि स्थिर रहती है। (B) d में निरपेक्ष त्रुटि बढ़ती है।

(C) d में भिन्नात्मक त्रुटि स्थिर रहती है। (D) d में भिन्नात्मक त्रुटि घटती है।

9*. यंग के द्वि झिरी (double slit) प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश स्त्रोत दो तरंगदैर्ध्यों $\lambda_1 = 400$ nm तथा $\lambda_2 = 600$ nm को उत्सर्जित करता है। यदि तरंगदैर्ध्यों λ_1 तथा λ_2 के लिए अभिलिखित (recorded) फ्रिंज चौड़ाई क्रमशः β_1 तथा β_2 है तथा केन्द्रिय दीप्त फ्रिन्ज के एक ओर y दूरी तक फ्रिंजों की संख्या क्रमशः m_1 तथा m_2 है, तब **[JEE (Advanced) 2014, P-1, 3/60]**

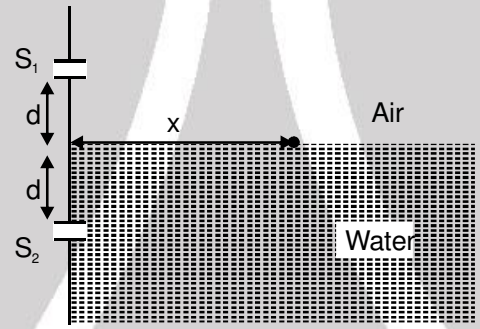
(A) $\beta_2 > \beta_1$

(B) $m_1 > m_2$

(C) केन्द्रिय दीप्त फ्रिंज से λ_2 की तीसरी दीप्त फ्रिंज λ_1 की पाँचवी अदीप्त फ्रिंज को ढकती है।

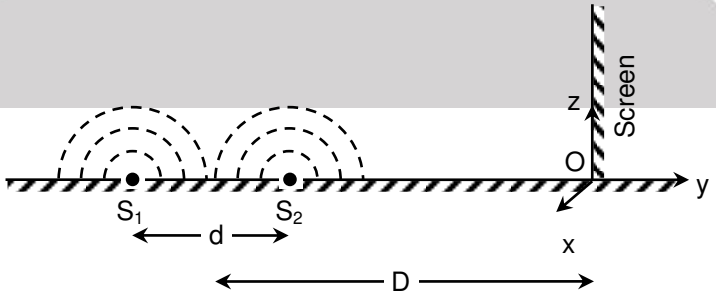
(D) λ_1 की फ्रिंजों का कोणीय पृथक्करण (angular separation) λ_2 की फ्रिंजों के कोणीय पृथक्करण से अधिक है।

10. एक यंग द्विझिरी व्यतिकरण (डबल स्लिट इन्टरफीरेंस) सेट, जिसकी झिरियाँ S_1 तथा S_2 हैं, को दर्शाये चित्रानुसार पानी (अपवर्तनांक = 4/3) में डुबोया गया है। पानी की सतह पर महत्तम तीव्रता की स्थितियाँ $x^2 = p^2m^2\lambda^2 - d^2$ संबंध द्वारा दी जाती हैं यहाँ पर λ प्रकाश की वायु (अपवर्तनांक = 1) में तरंगदैर्ध्य, 2d झिरियों के मध्य दूरी तथा m एक पूर्णांक हैं तब p का मान है। **[JEE (Advanced) 2015 ; P-1, 4/88]**



11*. एक विद्यार्थी ने यंग दो स्लिट वाले प्रयोग (Young's double slit experiment) करते समय दो स्लिटों की जगह एक बड़ी समतल अपारदर्शी पट्टी को x-y तल पर रख दिया। इस पट्टी में दो छोटे छिद्र हैं जो 600 nm तरंगदैर्ध्य प्रकाश उत्पन्न करने वाले दो कलासंबद्ध बिन्दु स्त्रोतों (S_1, S_2) के समान हैं। विद्यार्थी ने गलती से पर्दे (screen) को x-z तल ($z > 0$) के समानान्तर S_1S_2 के मध्य बिन्दु से $D = 3$ m की दूरी पर रख दिया, जैसा की व्यवस्था–चित्र में दिखाया गया है। स्त्रोतों के बीच कि दूरी $d = 0.6003$ mm है। S_1S_2 को जोड़ने वाली रेखा जहाँ पर्दे से मिलती है वहाँ पर मूलबिन्दु O है। पर्दे पर तीव्रता प्रतिरूप (intensity pattern) के लिए निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे सत्य है/हैं ?

[JEE (Advanced) 2016, P-2, 4/62, –2]



(A) बिन्दु O पर केन्द्रित अर्धवृतीय दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ

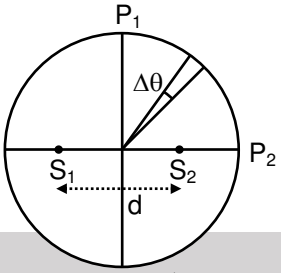
(B) x-दिशा में बिन्दु O के गिर्द सममित फोकसों के साथ अतिपरवलयिक (Hyperbolic) दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ

(C) बिन्दु O का निकटतम क्षेत्र अदीप्त होगा

(D) x-अक्ष के समानान्तर दीप्त तथा अदीप्त सीधी पट्टियाँ

12.* दो कलासंबध एकवर्णी (coherent monochromatic) बिन्दु स्त्रोत S_1 तथा S_2 जिनकी तरंग दैर्ध्य λ = 600 nm हैं एक वृत्त के केन्द्र के दोनों ओर सममित अवस्था में स्थित है (जैसे चित्र में दिखाया गया है)। स्त्रोत S_1 एवं S_2 के बीच की दूरी d = 1.8 mm है। इस व्यवस्था द्वारा व्यतिकिरण फ्रिन्जें (interference fringes) प्रतिवर्ती दीप्त एवं अदीप्त चित्तियों (spots) के रूप में एक वृत्त की परिधि पर दिखती है। $\Delta\theta$ दो क्रमागत दीप्त चित्तियों के बीच की कोणीय दूरी (angular separation between two consecutive bright spots) है। निम्न में से कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं ?

[JEE (Advanced) 2017, P-2, 4/61, –2]



(A) P_1 एवं P_2 के बीच के प्रथम वृत्तपाद (first quadrant) में कुल करीब 3000 फ्रिन्जे बनेगी।
(B) P_2 पर एक अदीप्त बिन्दु बनेगा।
(C) P_2 पर फ्रिन्जों का क्रम उच्च्तम् होगा।
(D) प्रथम वृत्तपाद में P_1 से P_2 तक जाने में दो क्रमागत दीप्त चित्तियें के बीच की कोणीय दूरी घटती है।

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. यंग द्विस्लिट प्रयोग में उस बिन्दु की तीव्रता I है जहाँ पर पथान्तर $\frac{\lambda}{6}$ (λ प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है) है। यदि I_0 अधिकतम तीव्रता को प्रदर्शित करता हो तो I/I_0 बराबर है **[AIEEE 2007 ; 3/120, –1]**

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{4}$

निर्देश: प्रश्न संख्या 2 – 4 निम्नलिखित अनुच्छेद पर आधारित है। **[AIEEE-2010, 4/144, – 1]**
एक प्रारम्भिक समान्तर बेलनाकार किरण पुंज अपवर्तनांक $\mu(I) = \mu_0 + \mu_2 I$, के एक माध्यम में गतिशील है, जहाँ μ_0 एवं μ_2 धनात्मक स्थिरांक है और I प्रकाश पुंज की तीव्रता है। त्रिज्या में वृद्धि करने पर पुंज की तीव्रता घटती है

2. पुंज माध्यम में प्रवेश करने के बाद यह
(1) अपसारित होगी
(2) अभिसरित होगी
(3) अक्ष के समीप अपसारित होगी और परिधि के समीप अभिसरित होगी
(4) एक बेलनाकार पुंज की तरह गति करेगी

3. पुंज के तरंगाग्र का प्रारम्भिक आकार है
(1) उत्तल (2) अवतल
(3) अक्ष के समीप उत्तल और परिधि के समीप अवतल (4) समतलीय

4. माध्यम में प्रकाश की चाल है
(1) पुंज के अक्ष पर न्यूनतम (2) पुंज पर एकसमान सभी स्थानों पर
(3) तीव्रता I के सीधे समानुपाती (4) पुंज के अक्ष पर अधिकतम

5. यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में, S_1 एवं S_2 स्लिटों से आने वाली तरंगों के बीच बिन्दु P एवं Q पर पथान्तर क्रमशः शून्य एवं $\frac{\lambda}{4}$ है। P एवं Q पर तीव्रताओं का अनुपात होगा: **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) 2 : 1 (2) $\sqrt{2}$: 1 (3) 4 : 1 (4) 3 : 2

6. एक यंग के द्वि–छिद्र प्रयोग में, दोंनो स्लिटें एकसमान आयाम A और तरंगदैर्ध्य λ की तरंगों के कलासम्बद्ध श्रोत की भांति कार्य करती है। इसी सेट अप से एक दूसरे प्रयोग में दोंनो स्लिटों को उसी आयाम और तरंगदैर्ध्य के कला–असम्बद्ध श्रोतों की भांति कार्य कराया जाता है। यदि पहली स्थिति में पर्दे के मध्य बिन्दु पर तीव्रता I_1 है तथा दूसरी स्थिती में I_2 है, तब अनुपात $\frac{I_1}{I_2}$ है : **[AIEEE 2011, 11 May ; 4/120, –1]**

(1) 2 (2) 1 (3) 0.5 (4) 4

7. **प्रकथन-1 :** एक कैलसाई क्रिस्टल से आकाश के स्वच्छ नीले भाग को देखने पर, पारगमित प्रकाश की तीव्रता क्रिस्टल के घूर्णन के साथ बदलती है।

प्रकथन-2 : वातावरण के कणों से सूर्य के प्रकाश का प्रकीर्णन हाने के कारण आकाश से आ रहे प्रकाश का ध्रुवण हो जाता है। नीले प्रकाश के लिए प्रकीर्णन अधिकतम है। **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1) प्रकथन-1 सही है, प्रकथन-2 गलत है।

(2) प्रकथन-1 सही है, प्रकथन-2 सही है और प्रकथन-2, प्रकथन-1 की सही व्याख्या करता है।

(3) प्रकथन-1 सही है, प्रकथन-2 सही है और प्रकथन-1 की सही व्याख्या नहीं करता है।

(4) प्रकथन-1 गलत है, प्रकथन-2 सही है।

8. **निर्देश :** इस प्रश्न में एक पैराग्राफ और उसके बाद दो प्रकथन, प्रकथन–1 और प्रकथन–2 दिये गये हैं। प्रकथनों के बाद दिये गये चार विकल्पों में से, उस विकल्प को चुनिये जो कि प्रकथनों का सही वर्णन करता है।

एक सम–उत्तल लेन्स के उत्तल पृष्ठ को एक समतल काँच की पट्टिका पर रख कर एक पतली वायु की फिल्म बनायी जाती है। एकवर्णी प्रकाश से यह फिल्म एक व्यतिकरण चित्र बनाती है। व्यतिकरण चित्र फिल्म के शीर्ष (उत्तल) पृष्ठ से और तली (काँच की पट्टिका) पृष्ठ से परावर्तित प्रकाश के कारण बनता है।

प्रकथन–1 : जब वायु–काँच पट्टिका अन्तरापृष्ठ से प्रकाश परावर्तित होता है, तब परावर्तित तरंग में π का कलान्तर हो जाता है।

प्रकथन–2 : व्यतिकरण चित्र का केन्द्र अन्धेरे में हैं। **[AIEEE - 2011, 4/120, –1]**

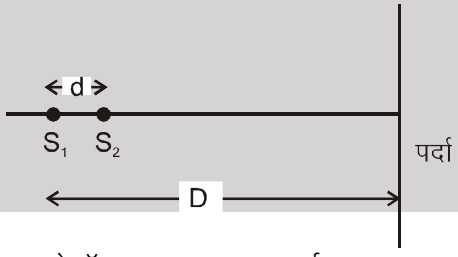
(1) प्रकथन-1 सही हैं, प्रकथन-2 गलत हैं

(2) प्रकथन-1 सही है, प्रकथन-2 सही है और प्रकथन-2 प्रकथन-1 की सही व्याख्या करता है।

(3) प्रकथन-1 सही है, प्रकथन-2 सही है और प्रकथन-2 प्रकथन-1 की सही व्याख्या नहीं करता है।

(4) प्रकथन-1 गलत है, प्रकथन-2 सही है।

9. दो कलासम्बद्ध बिन्दु स्त्रोत S_1 एवं S_2 एक लघु दूरी 'd' द्वारा एक दूसरे से दूर हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। पर्दे पर देखी गई फ्रिन्जें हैं : **[JEE (Main) 2013, 4/120, –1]**



(1) बिन्दु (2) सरल रेखॉए (3) अर्द्धवृत्त (4) समकेन्द्रीय वृत्त

10. ध्रुवण के अन्योय लम्बवत् तलों वाले समतल ध्रुवीय प्रकाश की दो पुंज A तथा B एक पोलरायड़ द्वारा देखी जाती है। उस स्थिति से जहाँ पुजं A की अधिकतम तीव्रता है (और पुंज B की शून्य तीव्रता है) पोलराइड का 30º से घूर्णन दोनो पुंजो के एकसमान द्युतिमान प्रतीत होता है। यदि दोनो पुँजों की प्रारम्भिक तीव्रताएँ क्रमशः I_A तथा I_B है। तब $\frac{I_A}{I_B}$ का मान है। **[JEE (Main) 2014; 4/120, –1]**

(1) 3 (2) $\frac{3}{2}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{3}$

11. ग्रीष्म ऋतु की गर्म रात्रि में, भू-तल के निकट, वायु का अपवर्तनांक न्यूनतम होता है और भू-तल से ऊँचाई के साथ बढ़ता जाता है। यदि, कोई प्रकाश-किरण पुंज क्षैतिज दिशा में जा रहा हो तो, हाइगेन्स के सिद्धान्त से यह परिणाम प्राप्त होता है कि, चलते हुए प्रकाश-किरण पुंज: **[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]**

(1) संकुचित (संकीर्ण) हो जायेगा। (2) बिना विक्षेपित हुए, क्षैतिज दिशा में चलता रहेगा

(3) नीचे की ओर झुक जायेगा। (4) ऊपर की ओर झुक जायेगा।

12. यदि मानव नेत्र की पुतली की त्रिज्या 0.25 cm, और स्पष्ट सुविधा जनक देखने की दूरी 25 cm हो तो, 500 nm तरंगदैर्ध्य के प्रकाश में, दो वस्तुओं के बीच कितनी न्यूनतम दूरी तक मानव नेत्र उन दोनों के बीच विभेदन कर सकेगा ? **[JEE (Main) 2015; 4/120, –1]**

(1) 1 μm (2) 30 μm (3) 100 μm (4) 300 μm

13. एक पिन–होल कैमरा की लम्बाई 'L' है तथा छिद्र की त्रिज्या a है। उस पर λ तरंगदैर्ध्य का समान्तर प्रकाश आपतित है। छिद्र के सामने वाली सतह पर बने स्पॉट का विस्तार छिद्र के ज्यामितीय आकार तथा विवर्तन के कारण हुए विस्तार का कुल योग है। इस स्पॉट का न्यूनतम आकार b_{min} तब होगा जब: **[JEE (Main) 2016; 4/120, –1]**

(1) $a = \sqrt{\lambda L}$ तथा $b_{min} = \left(\frac{2\lambda^2}{L}\right)$ (2) $a = \sqrt{\lambda L}$ तथा $\sqrt{4\lambda L}$

(3) $a = \frac{\lambda^2}{L}$ तथा $b_{min} = \sqrt{4\lambda L}$ (4) $a = \frac{\lambda^2}{L}$ तथा $b_{min} = \left(\frac{2\lambda^2}{L}\right)$

14. यंग के एक द्विझिरी प्रयोग में, झिरियों के बीच को दूरी 0.5 mm एवं पर्दे की झिरी से दूरी 150 cm है। एक प्रकाश पुंज, जिसमें 650 nm और 520 nm को दो तरंगदैर्ध्य हैं, को पर्दे पर व्यतीकरण फ्रिन्ज बनाने में उपयोग करते है। उभयनिष्ठ केन्द्रीय उच्चिष्ठ से वह बिन्दु, जहाँ दोनों तरंगदैर्ध्यों को दीप्त फ्रिन्जें सम्पाती होती है, की न्यूनतम दूरी होगी। : **[JEE (Main) 2017 ; 4/120, –1]**

(1) 15.6 mm (2) 1.56 mm (3) 7.8 mm (4) 9.75 mm

15. तीव्रता I का अध्रुवित प्रकाश का एक आदर्श पोलरॉइड A से गुजरता है। इसी तरह का एक और पोलरॉइड B को पोलरॉइड A के पीछे रखा गया है। पोलरॉइड B के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता $\frac{I}{2}$ पायी जाती है। अब एक और उसी तरह के पोलरॉइड C को A तथा B के बीच रखा जाता है जिससे B के पश्चात् तीव्रता $\frac{I}{8}$ पायी जाती है। पोलरॉइड A तथा C के बीच का कोंण होगा– **[JEE (Main) 2018 ; 4/120, –1]**

(1) 45° (2) 60° (3) 0° (4) 30°

16. किसी एकल झिरी विवर्तन पैटर्न के केंद्रीय उच्चिष्ठ की काणीय चौड़ाई 60° है। झिरी की चौड़ाई 1 μm है। झिरी को एकवर्णीय समतल तरंग से प्रकाशित करते है। यदि उसी चौड़ाई की एक नयी झिरी पुरानी झिरी के पास बना दी जाये तो झिरियों से 50 cm दूर रखे पर्दे पर यंग फ्रिंजें देखी जा सकती है। यदि फ्रिंजों की चौड़ाई 1 cm हो तो झिरियों के केन्द्रों के बीच की दूरी होगी : **[JEE (Main) 2018; 4/120, –1]**

(1) 75 μm (2) 100 μm (3) 25 μm (4) 50 μm

Exercise-1

EXERCISE-1

भाग-I

खण्ड़ (A) :

A-1. (a) 9I (b) 5I (c) I
A-2. 2

खण्ड़ (B) :

B-1. (a) फ्रिंन्जों का कोणीय अलगाव नियत (= λ/d) रहता है। फ्रिंजों का वास्तविक अलगाव स्लिटों के तल से पर्दे की दूरी के अनुपातिक वृद्धिमान है।
(b) फ्रिन्जों का अलगाव (कोणीय अलगाव भी) घटता है।
(c) फ्रिन्जों का अलगाव (कोणीय अलगाव भी) घटता है।
(d) स्लिटों की चौड़ाई थोड़ी बढ़ाने पर हम केवल आपतित पुंज की तीव्रता को बढ़ा रहे हैं। फिर से λ, D, d में कोई परिवर्तन नहीं अतः β अपरिवर्तित रहती हैं परन्तु फ्रिंजों की चमक बढ़ जाती है।

B-2. 1.625 mm **B-3.** 0.30 mm

B-4. $\frac{180}{\pi} \times 2 \times 10^{-4}$ डिग्री = 0.011º

खण्ड़ (C) :

C-1. 0.9 mm

खण्ड़ (D) :

D-1. (a) $\beta = 4.0 \times 10^{-4}$ m (b) $\frac{\beta}{3}$ और $\frac{2\beta}{3}$

D-2. $\frac{\lambda}{4(\mu-1)}$

खण्ड़ (E) :

E-1. अधिकतम

खण्ड़ (F) :

F-1. 1.45 **F-2.** 100 nm

खण्ड़ (G) :

G-1. (i) 1.8 μm (ii) 1.2 μm

भाग -II

खण्ड़ (A) :

A-1. (A) **A-2.** (C)

खण्ड़ (B) :

B-1. (C) **B-2.** (D) **B-3.** (A)
B-4. (B) **B-5.** (D) **B-6.** (C)
B-7. (D)

खण्ड़ (C) :

C-1. (D) **C-2.** (C)

खण्ड़ (D) :

D-1. (A) **D-2.** (D)

खण्ड़ (E) :

E-1. (D) **E-2.** (A)

खण्ड़ (F) :

F-1. (B)

खण्ड़ (G) :

G-1. (D) **G-2.** (A) **G-3.** (A)
G-4. (B) **G-5.** (A) **G-6.** (C)
G-7. (B) **G-8.** (C) **G-9.** (D)

भाग -III

1. (A)– q,r,s ; (B)–p,q,r,s ; (C)–q,r,s ; (D) – p,q,r,s
2. (A) – r, s ;(B) – p, q, s; (C) – p, q, s ;(D) – r, s

EXERCISE-2

भाग -I

1. (B) **2.** (C) **3.** (D)
4. (A) **5.** (A) **6.** (C)
7. (B) **8.** (B) **9.** (B)
10. (D) **11.** (C)

भाग -II

1. 3 **2.** (i) 3 (ii) 3 I
3. 2 **4.** 49 **5.** 93

भाग -III

1. (BD) **2.** (AC) **3.** (BCD)
4. (AC) **5.** (AC)

भाग -IV

1. (D) **2.** (C) **3.** (B)
4. (A) **5.** (A) **6.** (C)
7. (D) **8.** (A)

EXERCISE-3

भाग -I

1. (A) **2.** (C) **3.** (B)
4. (AB)
5. (A) $\rightarrow$ p, s; (B) $\rightarrow$ q; (C) $\rightarrow$ t ; (D) $\rightarrow$ r, s, t
6. (D) **7.** (B) **8.** (D)
9. (ABC) **10.** (3) **11.** (AC)
12. (AC)

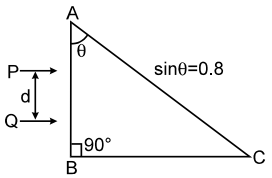
भाग -II

1. (4) **2.** (2) **3.** (4)
4. (1) **5.** (1) **6.** (1)
7. (2) **8.** (3) **9.** (4)
10. (4) **11.** (4) **12.** (2)
13. (2) **14.** (3) **15.** (1)
16. (3)

High Level Problems (HLP)

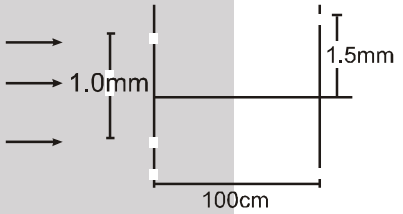
विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. दो समान्तर प्रकाश पुंज P और Q (दोनों के बीच की दूरी d) जिनकी तरंगदैर्ध्य 4000 Å और 5000 Å है (जो प्रत्येक तरंगदैर्ध्य के लिए एक दूसरे से कला सम्बद्ध है) प्रिज्म पर अभिलम्बवत आपतित होते हैं। प्रिज्म का अपवर्तनांक तरंगदैर्ध्य के फलन के रूप में समीकरण $\mu(\lambda) = 1.20 + \frac{b}{\lambda^2}$, से दिया जाता है। जहाँ λ, Å में और b धनात्मक अचर है।



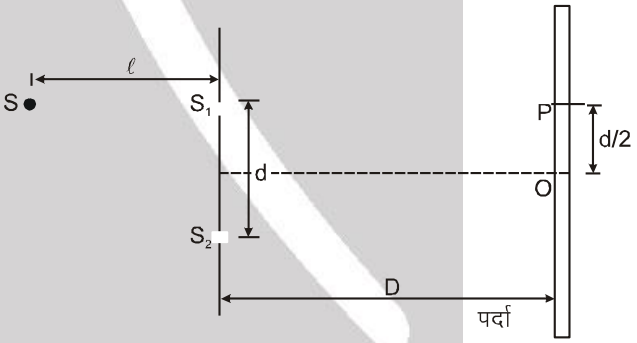
b का मान इस प्रकार है कि सतह AC पर पूर्ण परावर्तन के लिए शर्त केवल एक तरंगदैर्ध्य के लिए संतुष्ट होती है दूसरे के लिए नहीं। एक उत्तल लैंस का उपयोग गुजरती हुई प्रकाश पुंज को फोकस करने के लिए किया जाता है। यदि सतह AC से गुजरने के बाद प्रकाश की तीव्रता ऊपर वाले और नीचे वाले प्रकाश पुंज के लिए 4I और I है तो फोकस पर परिणामी तीव्रता क्या होगी। **[JEE 1991, 8]**

2. श्वेत कला सम्बद्ध प्रकाश (400 nm – 700 nm) यंग के द्विस्लिट प्रयोग में स्लिटों से भेजा जाता है (चित्र में दिखाये अनुसार)। स्लिट के बीच की दूरी 1 mm और स्लिटो तथा पर्दे के मध्य दूरी 100 cm है। पर्दे में केन्द्र से 1.5 mm दूरी पर एक छिद्र है (तथा यह फ्रिन्ज चौड़ाई के अनुदिश है)। (a) छिद्र वाले बिन्दु पर कौनसी तरंगदैर्ध्य का निम्निष्ठ होगा। (b) किस तरंगदैर्ध्य के लिए तीव्रता अधिकतम होगी।



3. एक प्रकाश पुंज जो तरंगदैर्ध्य 6500Å और 5200Å का बना है, यंग के प्रयोग में प्रयुक्त किया जाता है। दोनों स्लिट के बीच की दूरी 2.0 mm और स्लिट के तल तथा पर्दे के बीच की दूरी 120 cm है (a) पर्दे पर 3rd चमकीली फ्रिन्ज की केन्द्रिय उच्चिष्ठ से दूरी क्या होगी यदि तरंगदैर्ध्य 6500 Å हो (b) केन्द्रिय उच्चिष्ठ से न्यूनतम दूरी क्या होगी जहाँ चमकीली फ्रिन्ज दोनों तरंगदैर्ध्य के लिए एक साथ बनती है।

4. द्विस्लिट प्रयोग के उपकरण से एक स्त्रोत S स्लिट S_1 के पीछे की ओर है। बिन्दु O पर कलान्तर क्या होगा जो कि S_1 और S_2 से बराबर दूरी है। यदि μ अपवर्तनांक का द्रव भर दिया जाए तो बिन्दु P पर कलान्तर क्या होगा (वायु में स्त्रोत के कारण प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ है) तथा यह माने कि s_1 तथा s_2 तथा द्रव पर स्थिति के कारण पर्दे पर तीव्रता अपरिवर्तित रहती है तथा द्रव स्थिति है ($\lambda << d$, $d << D$, $\ell >> d$)



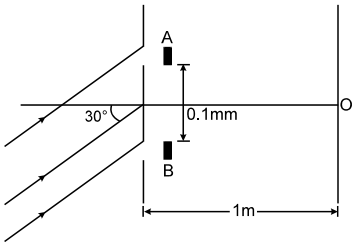
(a) स्लिट और पर्दे के बीच

(b) स्लिट और स्रोत S के बीच : इस स्थिति में पर्दे पर स्थित बिन्दुओं के बीच न्यूनतम दूरी क्या होगी जहाँ पर्दे पर तीव्रता अधिकतम तीव्रता से आधी है।

5. एक वर्णीय प्रकाश λ = 5000Å दो स्लिट पर आपतित होता है जो एक दूसरे से 5×10^{-4} m दूरी पर है। व्यतिकरण प्रारूप पर्दे पर देखा जाता है जो स्लिटो से 1 m दूरी पर है। कांच की पट्टिका जिसका अपवर्तनांक $\mu = 1.5$ तथा मोटाई 1.5×10^{-6} m है किसी एक स्लिट तथा पर्दे के बीच रख दी जाती हैं। केन्द्रीय बिन्दु पर तीव्रता क्या होगी यदि कांच की पट्टिका रखने से पहले तीव्रता I_0 थी तथा केन्द्रीय उच्चिष्ठ का विस्थापन क्या होगा। **[REE 1993, 4]**

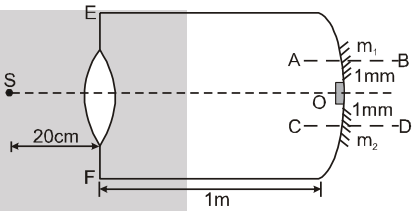
6. यंग के प्रयोग में स्लिट से पर्दे की दूरी 100 cm है। स्लिटों के बीच की निश्चित दूरी के लिए व्यतिकरण प्रारूप जो पर्दे पर देखा जाता है, फ्रिन्ज चौड़ाई 0.25 mm देता है। जब स्लिटो के बीच की दूरी Δd = 1.2 mm से बढ़ा दी जाती है, तो फ्रिन्ज चौड़ाई पहले की 2/3 रह जाती है। अन्तिम स्थिति में एक कांच की पट्टीका अपवर्तनांक $\mu = 1.5$ को किसी एक स्लिट के सामने रख दिया जाता है तो केन्द्रिय उच्चिष्ठ का विस्थापन 20 फ्रिन्ज चौड़ाई के बराबर होगा। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य व पट्टीका की मोटाई क्या होगी।

7. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में तरंगदैर्ध्य 6000 Å का समान्तर प्रकाश पुंज स्लिटों पर 30º के कोण पर आपतित होता है। A और B दो पतली पारदर्शी पट्टिकाऐं हैं जिनका अपवर्तनांक 1.5 है। A की मोटाई 20.4 μm है। A और B से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता पर्दे पर I और 4I है। केन्द्रीय बिन्दु O जो स्लिट के लिए सममित है, पर तीव्रता 3I है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ बिन्दु O से ऊपर है।



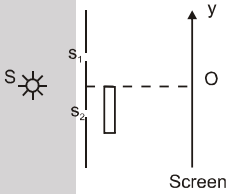
(a) ऐसा होने के लिए B की अधिकतम मोटाई क्या होगी, यह मानते हुए कि B की मोटाई सभी भाग में एक समान लेनी है। ((a) में प्राप्त मोटाई का उपयोग करते हुए निम्न के उत्तर देवें)
(b) फ्रिन्ज चौड़ाई तथा पर्दे पर अधिकतम और न्यूनतम तीव्रता
(c) O से निकटतम निम्निष्ठ की दूरी
(d) O से 5 cm दोनों तरफ तीव्रता क्या होगी

8. एक समान उत्तल लैंस जिसकी फोकस दूरी 10 cm (हवा में) और अपवर्तनांक 3/2 है, को एक नलिका के छोटे से छिद्र में लगा दिया जाता है। नली की लम्बाई 1 m है तथा इसमें 4/3 अपवर्तनांक का तरल पदार्थ भरा है। एक अवतल दर्पण जिसकी वक्रता त्रिज्या 20 cm है, को दो भागों में काट कर नलिका के अंत में m_1 और m_2 इस तरह लगा दिया जाता है कि मुख्य अक्ष AB और CD लेन्स की मुख्य अक्ष से 1 mm की दूरी पर है। हवा में रखी एक स्लिट s लेन्स को 7.5×10^{14} Hz आवृति के प्रकाश से प्रकाशित करती हैं।



दर्पण m_1 और m_2 से प्रकाश परावर्तित होने के बाद नलीका के बायें छोर EF पर व्यतिकरण प्रारूप देते हैं। O एक अपारदर्शी पदार्थ है जिसके द्वारा छिद्र को ढक दिया जाता है जो m_1 और m_2 के द्वारा खाली छोड़ा गया है।
(a) लैन्स पानी संयोजन द्वारा निर्मित प्रतिबिम्ब की स्थिति क्या होगी (b) m_1 और m_2 से बने प्रतिबिम्बों के बीच की दूरी
(c) EF पर फ्रिन्ज चौड़ाई

9. यंग के प्रयोग को 4/3 अपवर्तनांक वाले माध्यम में किया जाता है। स्लिट जिनके बीच की दूरी 0.45 mm पर 600 nm प्रकाश डाला जाता है। नीचेवाली स्लिट को एक कांच की पतली पट्टिका जिसका अपवर्तनांक 1.5 व मोटाई 10.4 μm से ढक दिया जाता है। व्यतिकरण प्रारूप पर्दे पर जो स्लिट से 1.5 m दूरी पर है देखा जाता है। **[JEE 1999 (Main), 5+3+2/200]**



(a) केन्द्रीय उच्चिष्ठ की स्थिति y-अक्ष पर क्या होगी (चमकीली फ्रिन्ज में कलान्तर शून्य है)
(b) बिन्दु O पर प्रकाश की तीव्रता अधिकतम फ्रिन्ज तीव्रता की तुलना में कितनी होगी ?
(c) यदि प्रकाश को 600 nm से बदल कर श्वेत प्रकाश जो 400 से 700 nm परास का उपयोग किया जाए तो प्रकाश की तरंगदैर्ध्य क्या होगी जो बिन्दु O पर उच्चिष्ठ बनाए। (सभी तरंगदैर्ध्य इस प्रश्न में दिये गये माध्यम के लिए जिसका अपवर्तनांक 4/3 है तथा विक्षेपण नगण्य मानें)

10. एक कांच की पट्टिका जिसका अपवर्तनांक 1.5 पर एक पतली परत जिसकी मोटाई t तथा अपवर्तनांक 1.8 है चढ़ाई जाती है। प्रकाश तरंग जिसकी तरंगदैर्ध्य λ है परत पर अभिलम्ब आपतित होती है। यह परत की ऊपरी सतह व निचली सतह से आंशिक परावर्तित होती है और आंशिक परावर्तित किरणें व्यतिकरण करती हैं तो उनके सम्पोषी व्यतिकरण के लिए शर्त बताइये। यदि λ = 648 nm तो t का न्यूनतम मान बताइये जिसके लिए तरंगे सम्पोषी व्यतिकरण दर्शाये। **[JEE 2000 (Main), 4/100]**

HLP Answers

1. 9I
2. (a) 428 nm, 600 nm, (b) 500 nm
3. (a) 1.17 mm. (b) 1.56 mm
4. (a) $\Delta\phi = \left(\frac{1}{\ell} + \frac{\mu}{D}\right)\frac{\pi d^2}{\lambda}$ (b) $\Delta\phi = \left(\frac{\mu}{\ell} + \frac{1}{D}\right)\frac{\pi d^2}{\lambda}$; $D_{min} = \frac{\beta}{2} = \frac{\lambda D}{2d}$
5. 0, 1.5 mm
6. λ = 600 nm, t = 24 μm
7. (a) t_B = 120 μm (b) β = 6 mm; I_{max} = 9I, I_{min} = I (c) β/6 = 1 mm (d) I (O के 5 cm ऊपर) = 9I, I (O के 5 cm नीचे) = 3I
8. (a) 80 cm लैंस के पीछे (b) 4 mm (c) β = 60 μm
9. (a) y = – 4.33 mm (b) $I_0 = 3/4\ I_{max}$ (c) λ = 650 nm, 433.3 nm
10. $2\mu t = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ जहाँ μ = 1.8 एवं n = 0,1, 2, 3..... ; 90 nm