Exercise-1

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

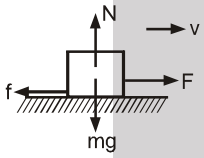
भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

Section (A) : Work done by constant force नियत बल द्वारा किया गया कार्य

A-1. A block of mass m is pulled on a rough horizontal surface which has a friction coefficient μ. A horizontal force F is applied which is capable of moving the body uniformly with speed v. Find the work done on the block in time t by (a) weight of the block, (b) Normal reaction by surface on the block, (c) friction, (d) F.
m द्रव्यमान के एक ब्लॉक को μ घर्षण गुणांक वाले क्षैतिज तल पर खींचा जाता है। एक क्षैतिज बल F लगाया जाता है जो ब्लॉक को नियत चाल v से चला सकता है। t समय में ब्लॉक पर निम्न बलों द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो। (a) ब्लॉक के भार द्वारा (b) ब्लॉक पर लगने वाले अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल द्वारा (c) घर्षण द्वारा (d) F द्वारा।

Ans. (a) zero (b) zero (c) $-\mu mgvt$ (d) $\mu mgvt$
(a) शून्य (b) शून्य (c) $-\mu mgvt$ (d) $\mu mgvt$

Sol.

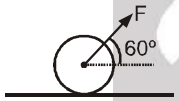


$f = \mu mg = F$
Displacement विस्थापन $= vt$
(a) $W_{mg} = mg \times vt \cos 90^\circ = 0$
(b) $W_N = N \times vt \cos 90^\circ = 0$
(c) $W_f = -\mu mgvt$
(d) $W_F = Fvt = \mu mgvt$.

A-2. A gardener pulls a lawn roller along the ground through a distance of 20 m. If he applies a force of 20 kg wt in a direction inclined at 60º to the ground, find the work done by him. (Take g = 10 m/s^2)
एक माली जमीन पर एक रोलर को 20 m खींचता है। यदि वह जमीन से 60° कोण पर 20 kg wt बल लगाता है तो उसके द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो। (g = 10 m/s^2 लें।)

Ans. 2000 J

Sol.



$W_F = Fs \cos 60^\circ$

$= 200 \times 20 \times \frac{1}{2} J$

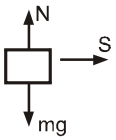
$= 2000$ J.

A-3. Calculate the work done against gravity by a coolie in carrying a load of mass 10 kg on his head when he moves uniformly a distance of 5 m in the (i) horizontal direction (ii) upwards vertical direction. (Take g = 10 m/s^2)
सिर पर 10 kg द्रव्यमान का भार उठाये हुये एक कुली द्वारा गुरूत्व के विरूद्ध किया गया, कार्य ज्ञात करो जबकि वह नियत चाल से 5 m चलता है। (i) क्षैतिज दिशा में, (ii) ऊर्ध्वाधर दिशा में। (g = 10 m/s^2)

Ans. (i) Zero शून्य (ii) 500J

Sol. (i) Work done by coolie when he moves horizontally = N.S. cos $\frac{\pi}{2} = 0$

(i) जब कुली क्षैतिज चलता है, तो उसके द्वारा किया गया कार्य = N.S. cos $\frac{\pi}{2} = 0$



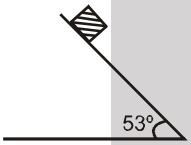
(ii) Work done against gravity in carrying load through 5m = mgh
(ii) भार 5m उठाने में गुरूत्व के विरूद्ध किया गया कार्य

= 10 × 10 × 5
= 500 J **Ans.**

A-4. A block of mass 500 g slides down on a rough incline plane of inclination 53° with a uniform speed. Find the work done against the friction as the block slides through 2 m. [g = 10 m/s^2]
500 ग्राम द्रव्यमान का एक गुटका 53° ढाल के खुरदरे नततल पर एक समान चाल से नीचे फिसलता है। यदि गुटका 2 m फिसलता है तो घर्षण के विरूद्ध किया गया कार्य ज्ञात कीजिये। [g = 10 m/s^2]

Ans. 8 J

Sol.



$m = 500\ g = \frac{1}{2}$ kg

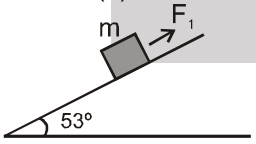
$mg \sin\theta = f_k$

$W_{fk} = (mg \sin\theta)\ (2) = \left(\frac{1}{2}\right)\ (10)\ \frac{4}{5} \times 2 = 8$ J

A-5. A block of mass 20 kg is slowly slid up on a smooth incline of inclination 53° by a person. Calculate the work done by the person in moving the block through a distance of 4 m, if the driving force is (a) parallel to the incline and (b) in the horizontal direction. [g = 10 m/s^2]
20 kg द्रव्यमान का एक गुटका 53° ढलान वाले चिकने नततल पर एक व्यक्ति द्वारा ऊपर धीरे–धीरे खिसकाया जाता है। गुटके को 4 m दूरी से खिसकाने में व्यक्ति द्वारा किये गये कार्य की गणना करो यदि आरोपित बल [g = 10 m/s^2]
(a) नततल के समान्तर है (b) क्षैतिज दिशा में है।

Ans. (a) 640 J (b) 640J

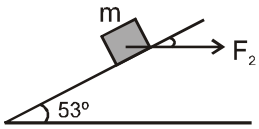
Sol.



$W_1 = (mg \sin\theta)4$

$= (20 \times 10 \times \frac{4}{5})\ (4) = 640$ J

$W_{F_2} + W_{G_{rav}} = \Delta K = 0$



$W_{F_2} - (mg \sin\theta)\ (4) = 0$

$W_2 = W_{F_2} = 4\ mg \sin\theta = 640$ J

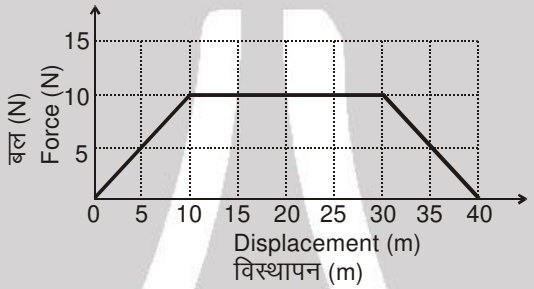
Section (B) : Work done by A variable force परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य

B-1. A particle moves along the x-axis from x = 0 to x = 5 m under the influence of a force F(in N) given by $F = 3x^2 - 2x + 7$. Calculate the work done by this force.
एक कण बल F (N में) = $3x^2 - 2x + 7$ के अधीन, x-अक्ष के अनुदिश x = 0 से x = 5 तक गति करता है। इस बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो।

Ans. 135 J.

Sol. $W = \int F dx = \int_0^5 (3x^2 - 2x + 7)dx = 135$ J.

B-2.# Adjacent figure shows the force-displacement graph of a moving body, what is the work done by this force in displacing body from x = 0 to x = 35 m ?
संगत चित्र एक गतिशील वस्तु का बल विस्थापन ग्राफ प्रदर्शित करता है, वस्तु को x = 0 से x = 35 मी. तक विस्थापित करने में बल द्वारा किया गया कार्य क्या है ?

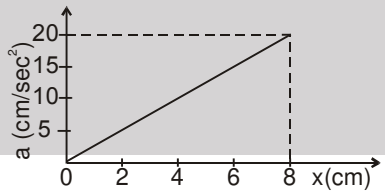


Ans. $\frac{575}{2}$ J = 287.5 J

Sol. W = Area under given graph from x = 0 to x = 35m
W = x = 0 से x = 35m तक वक्र से घिरा क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (20 + 40) \times 10 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{575}{2} \text{J}.$$

B-3.# A 10 kg mass moves along x-axis. Its acceleration as function of its position is shown in the figure. What is the total work done on the mass by the force as the mass moves from x = 0 to x = 8 cm?
एक 10 किग्रा द्रव्यमान x-अक्ष के अनुदिश गति करता है। इसकी स्थिति के फलन के रूप में इसका त्वरण चित्र में दिखाया गया है। जब द्रव्यमान x = 0 से x = 8 सेमी तक चलता है तो बल द्वारा द्रव्यमान पर किया गया कुल कार्य कितना है?



Ans. 8×10^{-2} J

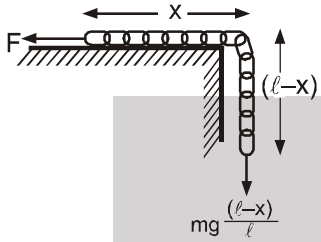
Sol. Work done किया गया कार्य = m × (area under the graph ग्राफ से घिरा क्षेत्रफल)

$$= 10 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 8 \times 10^{-4} \text{ J}$$
$$= 8 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

B-4. A chain of length ℓ and mass m is slowly pulled at constant speed up over the edge of a table by a force parallel to the surface of the table. Assuming that there is no friction between the table and chain, calculate the work done by force till the chain reaches to the horizontal surface of the table.
प्रारम्भ में ℓ लम्बाई व m द्रव्यमान की एक चेन टेबल की एक कौर से ऊपर की ओर सतह के समानान्तर एक बल लगाकार नियत चाल से धीरे–धीरे खींची जाती है। टेबल व चेन के मध्य घर्षण अनुपस्थित मानते हुये बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये जब तक कि चेन मेज की क्षैतिज सतह पर पहुँचती है।

Ans. $\frac{mg\ell}{2}$

Sol. F at any moment किसी भी क्षण पर F



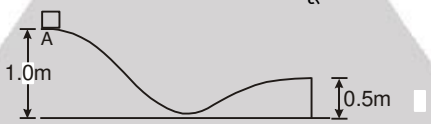
$= mg\frac{(\ell - x)}{\ell}$

$\therefore W = \int_0^{\ell} \frac{mg(\ell - x)}{\ell} dx$

$= \frac{mg\ell}{2}$.

Section (C) : Work Energy Theorem कार्य ऊर्जा प्रमेय

C-1.# Figure shows a particle sliding on a frictionless track which terminates in a straight horizontal section. If the particle starts slipping from the point A, how far away from the track will the particle hit the ground ?
चित्र में एक कण एक घर्षण रहित पथ जो एक सीधे क्षैतिज भाग में समाप्त हो जाता है पर फिसल रहा है। यदि कण A से फिसलना प्रारम्भ करे तो यह कण धरातल पर पथ से कितनी दूर सतह पर गिरेगा ?



Ans. At a horizontal distance of 1 m from the end of the track.
पथ के छोर से 1 m क्षैतिज दूरी पर।

Sol. $(mg)1 - mg/2 = mv^2/2,\ v = \sqrt{g}$

$d = v\sqrt{2h/g} = \sqrt{g}\ \sqrt{\frac{2(0.5)}{g}} = 1$ m

C-2. In a ballistics demonstration, a police officer fires a bullet of mass 50.0 g with speed 200 m s^{-1} on soft plywood of thickness 2.00 cm. The bullet emerges with only 10% of its initial kinetic energy. What is the emergent speed of the bullet ?
एक पुलिस अफसर, 50.0 g द्रव्यमान की एक गोली 200 m s^{-1} के वेग से 2.00 cm मोटे लकड़ी के गुटके पर मारता है। गोली, प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा की 10% गतिज ऊर्जा के साथ बाहर निकलती है। बाहर निकलने पर गोली की चाल क्या है ?

Ans. $v_f = 20\sqrt{10} = 63.2$ ms^{-1}

Sol. $K_f = 0.1\ K_i$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = 0.1 \times \frac{1}{2}mu^2$

$\Rightarrow \quad v^2 = 0.1 \times (200)^2 \Rightarrow \quad v = 20\sqrt{10}$ m/s.

C-3. It is well known that a raindrop or a small pebble falls under the influence of the downward gravitational force and the opposing resistive force. The resistive force is known to be proportional to the speed of the drop. Consider a drop or small pebble of 1 g falling (from rest) from a cliff of height 1.00 km. It hits the ground with a speed of 50.0 m s^{-1}. What is the work done by the unknown resistive force?

यह ज्ञात है कि वर्षा की एक छोटी बूंद पृथ्वी के गुरूत्वाकर्षण बल व प्रतिरोधी बल के अधीन नीचे गिरती है। प्रतिरोधी बल बूंद की चाल के समानुपाती होता है। 1.00 km की ऊँचाई से विरामावस्था से गिरती हुयी 1 g द्रव्यमान की एक छोटी बूंद को लें। यह धरातल से 50.0 m/s की चाल से टकराती है। अज्ञात प्रतिरोधी बल द्वारा किया गया कार्य क्या होगा ?

Ans. $\frac{35}{4}-$ J = – 8.75 J

Sol. Using work energy theorem, कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$W_g + W_R = \Delta K$

$\Rightarrow \quad W_R = \Delta K - W_g$

$= \quad \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50^2 - 10^{-3} \times 10 \times 1000$

$= \quad -\frac{35}{4}$ J.

C-4. A bullet of mass 20 g is fired from a rifle with a velocity of 800 ms^{-1}. After passing through a mud wall 100 cm thick, velocity drops to 100 m s^{-1}. What is the average resistance of the wall ? (Neglect friction due to air and work of gravity)

20 g की एक गोली को एक पिस्तौल से 800 m/s के वेग से दागा जाता है। 100 cm मोटी दीवार से गुजरने के बाद इसका वेग 100 m/s रह जाता है। हवा के प्रतिरोध व गुरूत्व द्वारा कार्य को नगण्य मानते हुये दीवार का औसत प्रतिरोध ज्ञात कीजिये।

Ans. F = 6300 N

Sol. Work done by resistive force प्रतिरोधी बल द्वारा किया गया कार्य $= W_R = \Delta K$

$= \quad \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} (100^2 - 800^2)$

$= \quad -6300$ J

So, average resistive force अतः औसत प्रतिरोधी बल $\langle R \rangle = \frac{6300\text{J}}{1\text{m}} = 6300$ N.

C-5. A force of 1000 N acts on a particle parallel to its direction of motion which is horizontal. Its velocity increases from 1 m s^{-1} to 10 m s^{-1}, when the force acts through a distance of 4 metre. Calculate the mass of the particle. Given : a force of 10 Newton is necessary for overcoming friction.

एक कण पर इसकी गति की दिशा जो कि क्षैतिज है, के अनुदिश 1000 N का एक बल लगाया जाता है। जब बल 4 m की दूरी तक कार्यरत रहता है तो इसका वेग 1 m/s^{-1} से 10 ms^{-1} हो जाता है। कण का द्रव्यमान ज्ञात कीजिये। दिया गया है : घर्षण बल के विरूद्ध चलने में न्यूनतम 10 N बल की आवश्यकता होती है।

Ans. 80 kg

Sol. By work energy theorem, कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$W_F + W_f = \Delta K$

$\Rightarrow \quad 1000 \times 4 - 10 \times 4 = \frac{1}{2}\, m(10^2 - 1^2)$

$\Rightarrow \quad m = 80$ kg.

C-6. A rigid body of mass 5 kg initially at rest is moved by a horizontal force of 20 N on a frictionless table. Calculate the work done by the force on the body in 10 second and prove that this equals the change in kinetic energy of the body.

प्रारम्भ में स्थिर, 5 kg द्रव्यमान के एक दृढ़ पिण्ड को 20 N का क्षैतिज बल लगाकार एक घर्षण रहित मेज पर चलाया जाता है। 10 sec में बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये व सिद्ध कीजिये कि यह, पिण्ड की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर है।

Ans. 4000 J

Sol. Work done by the force बल द्वारा किया गया कार्य $= \int F\,ds = F \times \frac{1}{2}at^2$

$= F \times \frac{1}{2} \times \frac{F}{m} \times t^2$

$= \frac{F^2t^2}{2m} = \frac{20^2 \times 10^2}{2 \times 5} = 4000$ J

Now अब $\Delta K \frac{1}{2} = m(v^2 - u^2)$

$= \frac{1}{2} m\,(2as) = m \times \frac{F}{m} \times \frac{1}{2} \times \frac{F}{m} \times t^2$

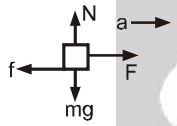
$= \frac{F^2t^2}{2m} = 4000$ J

$\therefore$ $W_F = \Delta K$.

C-7. A rigid body of mass 2 kg initially at rest moves under the action of an applied horizontal force of 7 N on a table with coefficient of kinetic friction = 0.1. Calculate the
प्रारम्भ में स्थिर, 2 kg द्रव्यमान की एक दृढ़ वस्तु को 7N का क्षैतिज बल लगाकर 0.1 गतिक घर्षण गुणांक वाली मेज पर चलाया जाता हे। ज्ञात कीजिये।
(a) work done by the applied force on the body in 10 s.
आरोपित बल द्वारा 10 s में किया गया कार्य
(b) work done by friction on the body in 10 s.
घर्षण बल द्वारा 10 s में किया गया कार्य
(c) work done by the net force on the body in 10 s.
वस्तु पर परिणामी बल द्वारा 10 s में किया गया कार्य
(d) change in kinetic energy of the body in 10 s.
10 s में वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

Ans. (a) 875 Joule (b) –250 joule (c) 625 joule. (d) 625 joule,
Change in kinetic energy of the body is equal to the work done by the net force in 10 second. This is in accordance with work-energy theorem.
(a) 875 जूल (b) –250 जूल (c) 625 जूल. (d) 625 जूल,
वस्तु की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन 10 सैकण्ड में कुल बल द्वारा किये गये कार्य के बराबर है (कार्य ऊर्जा प्रमेय के अनुसार)

Sol.



(a) $F - f = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F-f}{m} = \frac{7 - 0.1 \times 2 \times 10}{2} = 2.5$ m/s^2

$S = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 100 = 125$ m

$\therefore$ $W_F = F \times s = 7 \times 125 = 875$ J.

(b) $W_f = -0.1 \times 2 \times 10 \times 125$ J $= -250$ J

(c) $W_{Total} = (875 - 250) = 625$ J

(d) $\Delta K = W_{total} = 625$ J.

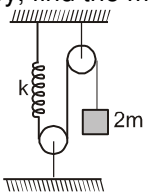
C-8. A block of mass m moving at a speed v compresses a spring through a distance x before its speed becomes one fourth. Find the spring constant of the spring.
v चाल से गतिशील, m द्रव्यमान का एक गुटका इसकी चाल एक चौथाई होने से पहले स्प्रिंग को x दूरी से दबाता है। स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक ज्ञात कीजिये।

Ans. $\frac{15mv^2}{16x^2}$

Sol. $W_S = \Delta K$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\left(v^2 - \frac{v^2}{16}\right) \Rightarrow \quad k = \frac{15mv^2}{16x^2} .$$

C-9.# Consider the situation shown in figure. Initially the spring is undeformed when the system is released from rest. Assuming no friction in the pulley, find the maximum elongation of the spring.



चित्र में दी गई स्थिति पर विचार कीजिये। प्रारम्भ में स्प्रिंग खींची हुई नहीं है, जब निकाय विराम से छोड़ा जाता है। घिरनी में घर्षण नहीं है यह मानते हुये स्प्रिंग का अधिकतम विस्तार ज्ञात कीजिये।

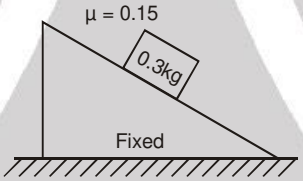
Ans. 4mg/k

Sol. $\Delta U = -\Delta K$

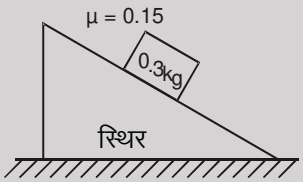
$$\frac{1}{2}kx^2 - 2mgx = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{4mg}{k} .$$

C-10.# A rigid body of mass 0.3 kg is taken slowly up an inclined plane of length 10 m and height 5 m (assuming the applied force to be parallel to the inclined plane), and then allowed to slide down to the bottom again. The co-efficient of friction between the body and the plane is 0.15. Using $g = 9.8\ m/s^2$ find the



0.3 kg द्रव्यमान की एक दृढ़ वस्तु को 10 m लम्बे व 5m ऊँचे नत तल पर धीरे–धीरे ले जाया जाता है (मानें कि आरोपित बल नत तल के समान्तर है) और फिर नीचे फिसलने के लिये छोड़ दिया जाता है। नत तल व वस्तु के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। $g = 9.8\ m/s^2$ का प्रयोग करते हुए ज्ञात कीजिये–



(a) work done by the gravitational force over the round trip.
(b) work done by the applied force over the upward journey
(c) work done by frictional force over the round trip.
(d) kinetic energy of the body at the end of the trip?
(a) पूर्ण चक्र में गुरूत्वार्षण बल द्वारा किया गया कार्य
(b) नत तल पर ऊपर की ओर जाने में आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य
(c) पूर्ण चक्र में घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य।
(d) चक्र के अन्त में वस्तु की गतिज ऊर्जा। (g = 9.8 लें)

Ans. (a) Since the gravitational force is a conservative force therefore the work done in round trip is zero.
चूंकि गुरूत्वकर्षण बल संरक्षी बल है। इसलिए एक पूर्ण चक्र में किया गया कार्य शून्य है।

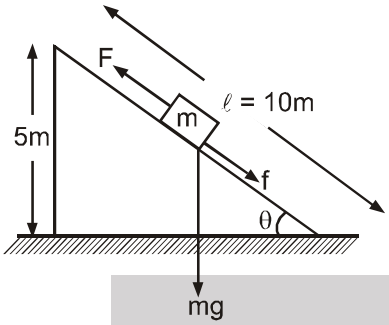
(b) $w_F = (9.8)\ (0.3)\ (1/2)\ (1 + 0.15\sqrt{3}\ )\ (10)\ J \cong 18.519 J$

(c) $-0.15 \times 0.3 \times 9.8 \times (\sqrt{3}/2) \times 20\ J \cong -7.638\ J$

(d) $0.3 \times 9.8 \times (10/2)\ (1 - 0.15 \times \sqrt{3}\ ) \cong 10.880\ J$

Sol. (a) Since, gravitational force is conservative, So, work done by it in round trip is zero.
चूंकि गुरूत्वकर्षण बल संरक्षी बल है। इसलिए एक पूर्ण चक्र में किया गया कार्य शून्य है।

(b) $\sin\theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$



$\Rightarrow \quad \theta = 30^\circ$

$W_F = mg(\sin\theta + \mu\cos\theta) \times \ell$

$= 0.3 \times 9.8 \left(\frac{1}{2} + 0.15 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 10 = 18.519$ J

(c) $W_f = -f.s$

$= -\mu mg\cos\theta\,(2\ell)$

$= -2\mu mg\ell\cos\theta = -2 \times 0.15 \times 0.3 \times 9.8 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -7.638$ J.

(d) By W.E.T, कार्य ऊर्जा प्रमेय द्वारा

$K_f - K_i = W_F + W_f + W_g$

$\Rightarrow \quad K_f = (18.519 - 7.638)J = 10.880$ J.

C-11. A block of mass 200 g is moving with a speed of 4 m/s at the highest point in a closed circular tube of radius 10 cm kept fixed in a vertical plane. The cross-section of the tube is such that the block just fits in it. The block makes several oscillations inside the tube and finally stops at the lowest point. Find the work done by the tube on the block during the process. ($g = 10$ m/s^2)
200 ग्राम द्रव्यमान का एक गुटका, ऊर्ध्वाधर तल में जड़वत् बन्द 10 सेमी. त्रिज्या की वृत्ताकार नली में उच्चतम बिन्दु पर 4 मी./से. की चाल से घुमाया जाता है। नली का अनुप्रस्थ काट ऐसा है कि गुटका इसमें पूरा समा जाता हैं गुटका नली के अन्दर कई सारे दोलन करता है व अन्त में निम्नतम बिन्दु पर विरामावस्था में आ जाता है। इस प्रक्रिया के दौरान नली द्वारा गुटके पर किया गया कार्य ज्ञात कीजिये। ($g = 10$ m/s^2)

Ans. – 2 J

Sol. $W_{Tube} + W_g = \Delta K$

$\Rightarrow \quad W_{Tube} = \Delta K - W_g = 0 - \frac{1}{2}mu^2 - mg(2R)$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} \times 0.2 \times 4^2 - 0.2 \times 10 \times 2 \times 0.1$

$\Rightarrow \quad -1.6 - 0.4 = -2$ J.

C-12. A block having mass 500 g slides on a rough horizontal table, if the friction coefficient between block and table is 0.2 and initial speed of the block is 60 cm/s. Then calculate :
(i) Work done by frictional force in bringing the block to rest.
(ii) How far does the block move before coming to rest. ($g = 10$ m/s^2)
एक 500 ग्राम द्रव्यमान का गुटका एक खुरदरी क्षैतिज मेज पर फिसलता है, यदि गुटके तथा मेज के मध्य घर्षण गुणांक 0.2 हो तथा गुटके की प्रारम्भिक चाल 60 cm/s हो तो ज्ञात कीजिए।
(i) गुटके को विराम में लाने के दौरान घर्षण बल के द्वारा किया गया कार्य।
(ii) विराम में आने से पहले गुटके द्वारा चली गई दूरी। ($g = 10$ m/s^2)

Ans. (i) –0.09 J (ii) 9 cm

Sol. (i) $W_f = \Delta K = 0 - \frac{1}{2} m u^2$

$= -\frac{1}{2}\left(\frac{500}{1000}\right)(0.6)^2$

$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{36}{100}$ J

$= -0.09$ J

(ii) $-0.09 = \mu_k mg \times s$

$\Rightarrow \frac{9}{100} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{2} \times 10 \times s$

$s = 9$ cm

Section (D) : Potential energy and mechanical energy conservation
स्थितिज ऊर्जा एवं यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण

D-1. A projectile is fired from the top of a 40 m high cliff with an initial speed of 50 m/s at an unknown angle. Find its speed when it hits the ground. ($g = 10$ m/s^2)
एक प्रक्षेप्य 40 मी. ऊंची मीनार से 50 मी./से. की प्रारम्भिक चाल से अज्ञात कोण पर फेंका जाता है। जब यह सतह पर टकराता है तब इसकी चाल ज्ञात करो। ($g = 10$ m/s^2)

Ans. $10\sqrt{33}$ m/s

Sol. $\Delta K = -\Delta U$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m(v^2 - u^2) = mgH$

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2gH$

$= (50)^2 + 2 \times 10 \times 40$

$v = 10\sqrt{33}$ m/s.

D-2. Calculate the velocity of the bob of a simple pendulum at its mean position if it is able to rise to a vertical height of 10 cm. Given : $g = 980$ cm s^{-2}.
एक सरल लोलक के बॉब का माध्य स्थिति में वेग ज्ञात कीजिये यदि यह 10 cm की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई तक जाने में सक्षम हो। (दिया गया है : $g = 980$ cm s^{-2})

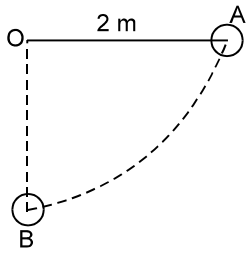
Ans. $\frac{7}{5}$ m s^{-1} $= 1.40$ m s^{-1}

Sol. $\frac{1}{2} mv^2 = mgh$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 10}$ cm/s

$= 140$ cm/s $= 1.4$ m/s.

D-3.# The bob of a pendulum is released from a horizontal position A as shown in figure. If the length of the pendulum is 2 m, what is the speed with which the bob arrives at the lowermost point B, given that it dissipated 10% of its initial potential energy w.r.t. B point against air resistance? ($g = 10$ m/s^2)
चित्र में दर्शाये अनुसार क्षैतिज अवस्था A से लोलक की बॉब को छोड़ा जाता है। यदि लोलक की लम्बाई 2 m है तो बॉब, निम्नतम बिन्दु B पर किस वेग से पहुँचेगी। दिया गया है कि वायु प्रतिरोध के विरूद्ध इसकी प्रारम्भिक स्थितिज ऊर्जा का 10% व्यय हो जाता है। ($g = 10$ m/s^2)



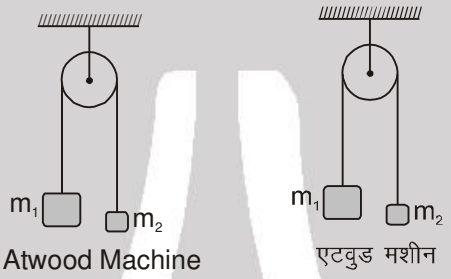
Ans. 6 m s^{-1} .

Sol. $W_g + W_R = \Delta K$

$\Rightarrow \quad mgl - 0.1\ mg\ell = \frac{1}{2}\ mv^2$

$\Rightarrow \quad v = \sqrt{1.8g\ell} = \sqrt{1.8\times10\times2} = 6\ m/s^{-1}.$

D-4.# The heavier block in an Atwood machine has a mass twice that of the lighter one. The tension in the string is 16.0 N when the system is set into motion. Find the decrease in the gravitational potential energy during the first second after the system is released from rest.
एक एटवुड मशीन में भारी गुटके का द्रव्यमान हल्के वाले का दुगुना है। जब निकाय गतिशील है तो डोरी में तनाव 16.0 N है। जब निकाय विराम से छोड़ा जाता है तो प्रथम सेकण्ड के दौरान गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में कमी ज्ञात कीजिये।



Ans. 2 g = 19.6 J

Sol. Let माना $m_1 = 2m_2$

$\therefore \quad a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}g = \frac{m_2}{3m_2}\ g = g/3$

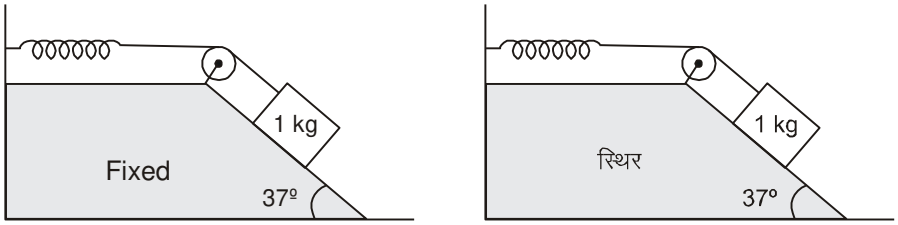
So, distance travelled by each block अतः प्रत्येक ब्लॉक द्वारा तय दूरी $= \frac{1}{2}at^2 = g/6$

Also तथा $T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2} = \frac{4m_2g}{3} = 16 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{12}{g}$

Hence, loss in gravitation P.E. during first second अतः प्रथम सेकण्ड के दौरान गुरूत्वीय स्थितिज उर्जा में कमी $= (m_1 - m_2)gh$

$= (2m_2 - m_2)\ g \times \frac{g}{6} = \frac{12}{g}\times g\times\frac{g}{6} = 2g.$

D-5.# A 1 kg block situated on a rough inclined plane is connected to a spring of spring constant 100 N m^{-1} as shown in figure. The block is released from rest with the spring in the unstretched position. The block moves 10 cm along the incline before coming to rest. Find the coefficient of friction between the block and the incline assume that the spring has negligible mass and the pulley is frictionless.
Take g = 10 ms^{-2}.
एक खुरदरे नत तल पर रखा 1 kg का एक ब्लॉक चित्रानुसार 100 N m^{-1} स्प्रिंग नियतांक की एक स्प्रिंग से जुड़ा हुआ है। स्प्रिंग अविस्तारित अवस्था में है, अब ब्लॉक को छोड़ा जाता है। स्थिर अवस्था में आने से पहले ब्लॉक, नत तल पर 10 cm चलता है। घिरनी को घर्षणरहित लेते हुये व स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य मानते हुये नत तल व ब्लॉक के बीच घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिये। (g = 10 m/s^{-2} लें)



Ans. $\frac{1}{8}$

Sol. $W_s + W_g + W_f = \Delta K$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2}kx^2 + mgx\sin37^\circ - \mu mg\cos37^\circ \times x = 0$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2 + 1 \times 10 \times 0.1 \times \frac{3}{5} - \mu \times 1 \times 10 \times \frac{4}{5} \times 0.1$

$\Rightarrow \quad \mu = \frac{1}{8}.$

Section (E) : Power शक्ति

E-1. An elevator of mass 500 kg is to be lifted up at a constant velocity of 0.4 m s^{-1}. What should be the minimum horse power of the motor to be used? (Take g = 10 m s^{-2} and 1 hp = 750 watts).
500 किग्रा की एक लिफ्ट को 0.4 ms^{-1} के नियत वेग से ऊपर उठाना है। न्यूनतम कितने अश्वशक्ति की मोटर की आवश्यकता होगी। (g = 10 ms^{-2} व 1 अश्वशक्ति (hP) = 750 वॉट लें)

Ans. $\frac{8}{3}$ hp अश्वशक्ति

Sol. P = F.v = mgv = 500 × 10 × 0.4 W
= 2000 W
$= \frac{2000}{750}\text{ hp} = \frac{8}{3}\text{ hp.}$

E-2. A lift is designed to carry a load of 4000 kg in 10 seconds through 10 floors of a building averaging 6 metre per floor . Calculate the horse power of the lift. (Take g = 10 m s^{-2} and 1 hp = 750 watts).
एक लिफ्ट, 4000 किग्रा के भार को 10 मंजिला इमारत (प्रत्येक मंजिल 6m ऊँचाई की) पर 10 सेकण्ड में ले जाने के लिए बनायी जाती है। लिफ्ट की अश्वशक्ति ज्ञात कीजिये। (g = 10 ms^{-2} व 1 hP = 750 वॉट लें)

Ans. 320 hp अश्वशक्ति

Sol. $P = \frac{mgH}{t} = \frac{4000 \times 10 \times 60}{10}\text{ w} = 24000\text{ W}$
$= \frac{24000}{750}\text{ hp} = 320\text{ hp.}$

E-3. A labourer lifts 100 stones to a height of 6 metre in two minute. If mass of each stone be one kilogram, calculate the average power. Given : g = 10 m s^{-2}.
एक मजदूर 100 पत्थरों को दो मिनट में 6 मीटर की ऊँचाई तक ले जाता है। यदि प्रत्येक पत्थर का द्रव्यमान एक किलोग्राम हो तो औसत शक्ति ज्ञात कीजिये। दिया गया है g = 10 m/s^2.

Ans. 50 W

Sol. Average power औसत शक्ति $= \frac{mgh}{t} = \frac{100 \times 1 \times 10 \times 6}{2 \times 60} = 50\text{ W.}$

E-4. The power of a pump motor is 2 kilowatt. How much water per minute can it raise to a height of 10 metre? Given : g = 10 m s^{-2}.
एक पम्प मोटर की शक्ति 2 किलो वॉट है। यह, 10 मी. की ऊँचाई तक प्रति मिनट कितना पानी चढ़ा सकती है?
दिया है : g = 10 m s^{-2}.

Ans. 1200 kg

Sol. Power शक्ति $P = \frac{mgh}{t}$

$\Rightarrow \quad m = \frac{Pt}{gh} = \frac{2 \times 10^3 \times 60}{10 \times 10}\text{ kg} = 1200\text{ kg.}$

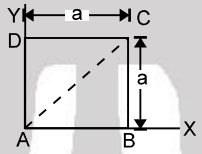
E-5. An engine develops 10 kW of power. How much time will it take to lift a mass of 200 kg through a height of 40 m? Given : g = 10 ms^{-2}.
एक इंजन 10 kW की शक्ति उत्पन्न करता है। यह 200 किग्रा द्रव्यमान को 40 m उठाने में कितना समय लेगा? (दिया है g = 10 ms^{-2})

Ans. 8 second सैकण्ड

Sol. $P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow t = \frac{mgh}{P} = \frac{200\times10\times40}{10\times1000}$ sec. = 8 second.

Section (F) : Conservative and nonconservative forces and equilibrium
संरक्षी एवं असंरक्षी बल तथा साम्यावस्था

F-1.# A force $\mathbf{F} = x^2y^2\mathbf{i} + x^2y^2\mathbf{j}$ (N) acts on a particle which moves in the XY plane.
बल $\mathbf{F} = x^2y^2\mathbf{i} + x^2y^2\mathbf{j}$ (N), X–Y तल में गतिशील कण पर आरोपित है



(a) Determine F is conservative or not and
ज्ञात करो कि F संरक्षी है या नहीं तथा
(b) find the work done by **F** as it moves the particle from A to C (fig.) along each of the paths ABC, ADC, and AC.
कण द्वारा A से C तक (चित्र) पथों ABC, ADC तथा AC के अनुदिश गति करने के लिए बल **F** द्वारा किये गये कार्य की गणना करो।

Ans. (a) No नही (b) $W_{ABC} = W_{ADC} = \frac{a^5}{3}$ (J), $W_{AC} = \frac{2a^5}{5}$ (J)]

Sol. (a) $w = \int \vec{F}.d\vec{s}$

$= \int (x^2y^2\hat{i} + x^2y^2\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= \int (x^2y^2dx + x^2y^2dy)$

which is not a perfect integral and hence cannot be integrated without knowing y = f(x) or x = f(y). So, work done by $\vec{F}$ depends on path. So, it is non–conservative force.
ये यह एक पूर्ण समाकलन नही है, अतः बिना y = f(x) या x = f(y) को जाने इसका समाकलन नही हो सकता है अतः $\vec{F}$ द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर करता है इसीलिये ये असंरक्षी बल है।
(b) While moving along AB, y = 0 and along BC, x = a.
AB के अनुदिश जाने पर y = 0 तथा BC के अनुदिश x = a.

$$W_{ABC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy$$

$$= 0 + a^2 \times \frac{a^3}{3} = \frac{a^5}{3}$$

While moving along AD, x = 0 and along DC, y = a
AD के अनुदिश गति करते समय x = 0 तथा DC के अनुदिश y = a

So अतः $W_{ADC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy = 0 + a^2 . \frac{a^3}{3} = \frac{a^5}{5}$

Along AC के अनुदिश x = y

So अतः $W_{AC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy$

$$= \int_0^a x^2x^2dx + \int_0^a y^2y^2dy = \frac{2a^5}{5}.$$

F-2. Calculate the forces F(y) associated with the following one-dimensional potential energies:
निम्न एक विमीय स्थितिज ऊर्जाओं के संगत बलों F(y) की गणना करो :

(a) $U = -\omega y$ (b) $U = ay^3 - by^2$ (c) $U = U_0 \sin \beta y$

Ans. (a) $F = -\frac{dU}{dy} = \omega$; (b) $F = -\frac{dU}{dy} = -3ay^2 + 2by$; (c) $F = -\frac{dU}{dy} = -\beta U_0 \cos\beta y$

Sol. (a) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = \omega$

(b) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = -3ay^2 + 2by$

(c) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = -\beta U_0 \cos \beta y.$

F-3. The potential energy function of a particle in a region of space is given as :

$$U = (2x^2 + 3y^3 + 2z)\ J$$

Here x, y and z are in metres. Find the force acting on the particle at point P(1m, 2m, 3m).
एक कण के लिए आकाश में स्थितिज ऊर्जा का फलन $U = (2x^2 + 3y^3 + 2z)$ J से दिया जाता है यहां x, y तथा z मीटर में है। बिन्दु P(1m, 2m, 3m) पर कण पर कार्यरत बल ज्ञात करो।

Ans. $\vec{F} = -(4\hat{i} + 36\hat{j} + 2\hat{k})N$

Sol. $U_2 = (2x^2 + 3y^3 + 2z)$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)$

$= \quad -(4x\hat{i} + 9y^2\hat{j} + 2\hat{k})\ N$

So, $\vec{F}_{(1,2,3)} = -(4\hat{i} + 36\hat{j} + 2\hat{k})\ N$.

F-4. Force acting on a particle in a conservative force field is :
संरक्षी बल क्षेत्र में कण पर कार्यरत बल निम्न है –

(i) $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j})$ (ii) $\vec{F} = (2x\hat{i} + 2y\hat{j})$

(iii) $\vec{F} = (y\hat{i} + x\hat{j})$

Find the potential energy function, if it is zero at origin.
स्थितिज ऊर्जा फलन ज्ञात करो यदि मूल बिन्दु पर यह शून्य है।

Ans. (i) $U(x, y, z) = (-2x - 3y)$
(ii) $U(x, y, z) = -(x^2 + y^2)$
(iii) $U(x, y, z) = -xy.$

Sol. $U = -\int_0^{(x,y,z)} \vec{F}.d\vec{s}$

(i) $U = -\int_0^{(x,y)} (2\hat{i} + 3\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$U = -\left(\int_0^x 2dx + \int_0^y 3dy\right) = -(2x + 3y)$

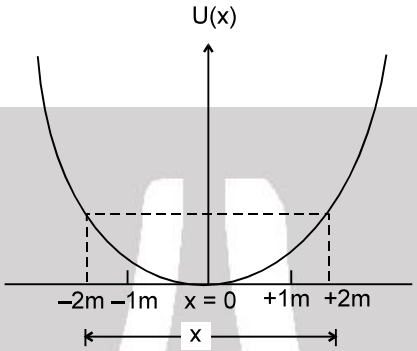
(ii) $U = -\int_0^{(x,y)} (2x\hat{i} + 2y\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j}) = -\int_0^x 2xdx + \int_0^y 2ydy = -(x^2 + y^2)$.

(iii) $U = -\int_0^{x,y} (y\hat{i} + x\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= -\int_0^{(x,y)} (ydx + xdy) = -xy.$

F-5.# The potential energy function for a particle executing linear simple harmonic motion is given by $U_{(x)} = \frac{1}{2}kx^2$, where k is the force constant. For $k = 0.5\ N\ m^{-1}$, the graph of U(x) versus x is shown in figure. Show that a particle of total energy 1 J moving under this potential 'turns back' when it reaches $x = \pm 2m$.

सरल आवर्तगति करते हुए एक कण का स्थितिज ऊर्जा फलन $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ द्वारा दिया जाता है, जहाँ K बल नियतांक है। $K = 0.5\ Nm^{-1}$ के लिए, U(x) व x के बीच ग्राफ दर्शाया गया हैं। सिद्ध कीजिये कि 1 J कुल ऊर्जा वाला तथा इस विभव के अधीन गति करने वाला एक कण $x = \pm 2m$ पर पहुँचने के बाद मुड़ जायेगा।



Sol. At x = 0, total energy is in form of K.E. since U = 0
x = 0 पर, सम्पूर्ण उर्जा गतिज उर्जा के रूप में है अतः U = 0
and it turns back when its K.E. = 0
और ये तब मुडता है जब K.E. = 0
So, total energy is in form of P.E.
अतः सारी उर्जा स्थितिज उर्जा के रूप में है।

$\therefore \quad \Delta U = -\Delta K$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = 1$

$\Rightarrow \quad x^2 = 1 \times 2 \times 2$

$\therefore \quad x = \pm 2m$ **Ans.**

PART - II : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Work done by constant force नियत बल द्वारा किया गया कार्य

A-1. A rigid body of mass m is moving in a circle of radius r with a constant speed v. The force on the body $\frac{mv^2}{r}$ is and is directed towards the centre. What is the work done by this force in moving the body over half the cirumference of the circle.

m द्रव्यमान की एक दृढ़ वस्तु r त्रिज्या के वृत्त में नियत चाल v से गति कर रही है। वस्तु पर आरोपित बल $\frac{mv^2}{r}$ है तथा इसकी दिशा केन्द्र की ओर है। वृत्त की आधी परिधी पर चलने तक इस बल द्वारा किया गया कार्य है –

(A) $\frac{mv^2}{\pi r^2}$ (B*) Zero शून्य (C) $\frac{mv^2}{r^2}$ (D) $\frac{\pi r^2}{mv^2}$

Sol. Force is perpendicular to displacement hence work done is zero
बल विस्थापन के लम्बवत् है अतः किया गया कार्य शून्य है।

A-2. If the unit of force and length each be increased by four times, then the unit of work is increased by
यदि बल व लम्बाई की इकाई को चार गुना कर दिया जाये तो कार्य की इकाई बढ़ जाती है –
(A*) 16 times (B) 8 times (C) 2 times (D) 4 times
(A*) 16 गुना (B) 8 गुना (C) 2 गुना (D) 4 गुना

Sol. Joule जूल = (Newtonन्यूटन) (Metre मीटर) = $\frac{4\text{Newton}}{4} \times \frac{4\text{Metre}}{4} = \frac{\text{Joule}}{16}$

Hence अतः 1 Joule = 16 joule (Joule is new unit of force जूल बल की नयी इकाई है)

A-3. A man pushes wall and fails to displace it. He does
एक आदमी दीवार को धक्का देता है व इसे विस्थापित करने में असफल रहता है। वह करता है –
(A) Negative work (B) Positive but not maximum work
(C*) No work at all (D) Maximum work
(A) ऋणात्मक कार्य (B) धनात्मक किन्तु अधिकतम कार्य नहीं
(C*) बिलकुल कार्य नहीं (D) अधिकतम कार्य

Sol. W = (force बल) (displacement विस्थापन) = (force बल) (zero शून्य) = 0

A-4. A rigid body moves a distance of 10 m along a straight line under the action of a force of 5 N. If the work done by this force on the body is 25 joules, the angle which the force makes with the direction of motion of the body is
एक दृढ़ वस्तु 5N बल के अधीन एक सरल रेखा के अनुदिश 10 m दूरी तय करती है। यदि इस बल द्वारा वस्तु पर किया गया कार्य 25 जूल है तो वस्तु की गति की दिशा के साथ बल द्वारा बनाया गया कोण है –
(A) 0º (B) 30º (C*) 60º (D) 90º

Sol. $25 = 5 \times 10 \times \cos\theta$ so $\theta = 60º$

A-5. A rigid body of mass m kg is lifted uniform velocity by a man to a height of one metre in 30 sec. Another man lifts the same mass with uniform velocity to the same height in 60 sec. The work done on the body against gravitation by them are in ratio
एक आदमी m किग्रा. की वस्तु को 30 सेकण्ड में एक मीटर की ऊँचाई तक एक समान वेग से उठाता है। दूसरा आदमी समान द्रव्यमान को एकसमान वेग से समान ऊँचाई तक 60 सेकण्ड में उठाता है। इनके द्वारा गुरूत्व के विरूद्ध किये गये कार्यो का अनुपात है –
(A) 1 : 2 (B*) 1 : 1 (C) 2 : 1 (D) 4 : 1

Sol. work done by first man + work done by gravity = 0 ...(i)
पहले आदमी द्वारा किया गया कार्य + गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = 0 ...(i)
work done by second man + work done by gravity = 0 ...(ii)
दूसरे आदमी द्वारा किया गया कार्य + गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = 0 ...(ii)
Ratio of work done by them उनके द्वारा किये गये कार्य का अनुपात = 1 : 1

A-6. A particle moves from position $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ to position $\vec{r}_2 = 14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k}$ under the action of force $4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ N. The work done by this force will be

एक कण, बल $4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ N के अधीन स्थिति $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ से स्थिति $\vec{r}_2 = 14\hat{i} + 13\hat{j} + 9\hat{k}$ तक गति करता है। इस बल द्वारा किया गया कार्य होगा –
(A*) 100 J (B) 50 J (C) 200 J (D) 75 J

Sol. $W = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = 100$ J

A-7. A ball is released from the top of a tower. The ratio of work done by force of gravity in first, second and third second of the motion of the ball is
एक टावर से एक गेंद छोड़ी जाती है। गेंद की गति के दौरान प्रथम, द्वितीय व तृतीय सेकण्ड में गुरूत्वीय बल द्वारा किये कार्य का अनुपात है –
(A) 1 : 2 : 3 (B) 1 : 4 : 9 (C*) 1 : 3 : 5 (D) 1 : 5 : 3

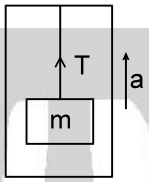
Sol. $S_1 = \frac{1}{2} g 1^2$, $s_2 = \frac{1}{2} g 2^2$, $S_3 = \frac{1}{2} g 3^2$

$S_2 - S_1 = \frac{1}{2} g 3$, $S_3 - S_2 = \frac{1}{2} g 5$

$W_1 = (mg) S_1$, $W_2 = (mg) (S_2 - S_1)$, $W_3 = (mg) (S_3 - S_2)$

$W_1 : W_2 : W_3 = 1 : 3 : 5$

A-8.# A block of mass m is suspended by a light thread from an elevator. The elevator is accelerating upward with uniform acceleration a. The work done by tension on the block during t seconds is (u = 0) :
m द्रव्यमान का एक ब्लॉक एक हल्की डोरी द्वारा एक लिफ्ट में लटका हुआ है। लिफ्ट एक समान त्वरण 'a' से ऊपर की ओर जा रही है। तनाव द्वारा t सेकण्ड में ब्लॉक पर किया गया कार्य है (u = 0) –



(A*) $\frac{m}{2} (g + a) at^2$ (B) $\frac{m}{2} (g - a)at^2$ (B) $\frac{m}{2} gat^2$ (D) 0

Sol. $T = mg + ma$, $S = \frac{1}{2} at^2$

$W_T = T \times S$

$= \frac{m(g+a)at^2}{2}$

A-9. Work done by force of kinetic friction on the system.
गतिक घर्षण बल द्वारा निकाय पर किया गया कार्य –

(A) must be zero (B) must be positive
(C*) must be negative (D) None of these
(A) शून्य होगा (B) धनात्मक होगा
(C*) ऋणात्मक होगा (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. This can be explained by two blocks problem.
इसे दो ब्लॉक निकाय से समझाया जा सकता है।

Section (B) : Work done by A variable force परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य

B-1. Two springs have their force constant as k_1 and $k_2 (k_1 > k_2)$. When they are stretched individually by the same constant force up to equilibrium -
दो स्प्रिंगों के बल नियतांक k_1 व $k_2 (k_1 > k_2)$ है। जब वे समान बल द्वारा स्वतंत्र रूप से खींचे जाते है तो इस बल द्वारा साम्यावस्था तक

(A) No work is done by this force in case of both the springs
दोनों स्प्रिंग के लिए इस बल द्वारा कोई कार्य नहीं किया जाता।

(B) Equal work is done by this force in case of both the springs
दोनों स्प्रिंग के लिए इस बल द्वारा समान कार्य किया जाता है

(C*) More work is done by this force in case of second spring
द्वितीय स्प्रिंग के लिए इस बल द्वारा अधिक कार्य किया जाता है।

(D) More work is done by this force in case of first spring
प्रथम स्प्रिंग के लिए इस बल द्वारा अधिक कार्य किया जाता है।

Sol. $F = K_1 x_1$, $x_1 = \frac{F}{K_1}$, $W_1 = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 = \frac{F^2}{2K_1}$

similarly इसी तरह $W_2 = \frac{F^2}{2K_2}$ since चूंकि $K_1 > K_2$, $W_1 < W_2$

B-2. A rigid body is acted upon by a horizontal variable force which is inversely proportional to the distance covered from its initial position 's'. The work done by this force will be proportional to :
एक वस्तु पर क्षैतिज परिवर्ती बल (जो इसकी प्रारम्भिक स्थिति से तय की गई दूरी 's' के व्युत्क्रमानुपाती है।) द्वारा कार्य किया जाता है तो किया गया कार्य समानुपाती होगा –

(A) s (B) s^2 (C) $\sqrt{s}$ (D*) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $W_F = \int\left(\frac{K}{S}\right)ds = K \ln s + C$ Ans : (D)

B-3. The work done by the frictional force on a surface in drawing a circle of radius r on the surface by a pencil of negligible mass with a normal pressing force N (coefficient of friction μ_k) is :
एक सामान्य दबाव बल N के साथ नगण्य द्रव्यमान की एक पेन्सिल द्वारा सतह (घर्षण गुणांक μ_k) पर r त्रिज्या का वृत्त खींचने में घर्षण बल द्वारा सतह पर किया गया कार्य है –

(A) $4\pi r^2 \mu_K N$ (B) $-2\pi r^2 \mu_K N$ (C) $-2\pi r \mu_K N$ (D*) zero शून्य

Sol. Displacement of surface point (where force acts) = 0 hence W = 0
सतह बिन्दु का विस्थापन (जब बल कार्य करता है) = 0 अतः W = 0

Section (C) : Work Energy Theorem कार्य, ऊर्जा प्रमेय

C-1. The kinetic energy of a body of mass 2 kg and momentum of 2 Ns is
2 kg द्रव्यमान व 2 Ns संवेग की वस्तु की गतिज ऊर्जा है –

(A*) 1 J (B) 2J (C) 3 J (D) 4 J

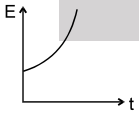
Sol. $KE = \frac{P^2}{2m} = 1$

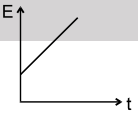
C-2. A particle of mass m at rest is acted upon by (only) force F for a time t. Its kinetic energy after an interval t is :
m द्रव्यमान का एक कण विराम पर है इस पर t समय के लिए केवल F बल कार्य करता है। t समयान्तराल के बाद इसकी गतिज ऊर्जा है :

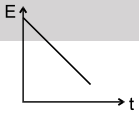
(A) $\frac{F^2t^2}{m}$ (B*) $\frac{F^2t^2}{2m}$ (C) $\frac{F^2t^2}{3m}$ (D) $\frac{Ft}{2m}$

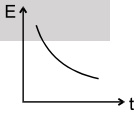
Sol. $a = \frac{F}{m}$, $S = \left(\frac{F}{m}\right)t^2$, $W_F = FS = F\left(\frac{Ft^2}{2m}\right)$

C-3.# A particle is projected horizontally from a height h. Taking g to be constant every where, kinetic energy E of the particle with respect to time t is correctly shown in (Neglect air resistance)
एक कण h ऊँचाई से क्षैतिजतः प्रक्षेपित किया जाता है। एक नियत क्षैतिज वेग कण को दिया जाता है। g को प्रत्येक स्थान पर नियत लेते हुए समय t के सापेक्ष गतिज ऊर्जा E दर्शाई जाती है –

(A*) 

(B) 

(C) 

(D) 

Sol. $h = \frac{1}{2}gt^2$, $W = mgh = mg\frac{gt^2}{2}$, $W = K_f - K_i$

$\frac{mg^2t^2}{2} = K_f - \frac{1}{2}mu^2$, $K_f = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{mg^2t^2}{2}$

Hence अतः Ans. is (A)

C-4. If v, p and E denote the megnitude of velocity, momentum and kinetic energy of the particle, then :
यदि v, p व E एक कण के वेग के परिमाण, संवेग व गतिज ऊर्जा को प्रदर्शित करते हैं तो –

(A*) p = dE/dv (B) p = dE/dt (C) p = dv/dt (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $E = \frac{1}{2} mV^2, \quad \frac{dE}{dV} = mV = p$

C-5. A body moving at 2 m/s can be stopped over a distance x. If its kinetic energy is doubled, how long will it go before coming to rest, if the retarding force remains unchanged ?
2 m/s से गतिशील एक वस्तु x दूरी में रोकी जा सकती है। यदि इसकी गतिज ऊर्जा दुगुनी कर दी जाये तो यह विराम में आने से पहले कितनी दूरी तय करेगी, यदि मंदक बल अपरिवर्तित रहता है ?
(A) x (B*) 2x (C) 4x (D) 8x

Sol. $-F x = 0 - \frac{1}{2} m (2)^2$ and तथा $-FS = 0 - 2\left[\frac{1}{2} m (2)^2\right]$

So अतः $\frac{S}{x} = 2, \quad S = 2x$

C-6. A retarding force is applied to stop a train. The train stops after 80 m. If the speed is doubled, then the distance travelled when same retarding force is applied is
एक ट्रेन के रोकने के लिए एक मंदक बल लगाया जाता है। ट्रेन 80 मी. चलने के बाद रूक जाती है। यदि चाल को दुगुना कर दिया जाये तो समान मंदक बल लगाने पर रूकने से पहले ट्रेन द्वारा तय की गयी दूरी होगी –
(A) The same (B) Doubled (C) Halved (D*) Four times
(A) अपरिवर्तित (B) दुगुनी (C) आधी (D*) चार गुना

Sol. $F\,80 = \frac{1}{2} mV^2, \; FS = \frac{1}{2} m (2V)^2$

So अतः $\frac{s}{80} = 4, \quad S = 4 (80)$

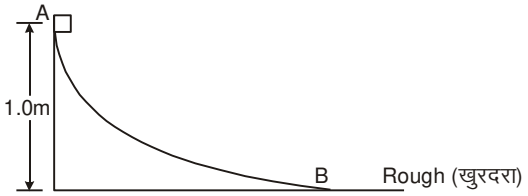
C-7. A particle moves in a straight line with retardation proportional to its displacement. Its loss of kinetic energy for any displacement x is proportional to
एक कण एक सरल रेखा में गति करता है जिसका मंदन विस्थापन के समानुपाती है। किसी भी विस्थापन x के लिए इसकी गतिज ऊर्जा में क्षय समानुपाती है –
(A*) x^2 (B) e^x (C) x (D) $\log_e x$

Sol. $V\frac{dV}{dx} = -Kx, \left[\frac{V^2}{2}\right]_u^v = -\left[\frac{Kx^2}{2}\right]_0^x$

$V^2 - u^2 = -Kx^2$

$\frac{1}{2} mu^2 - \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} mK x^2$ Loss हानि $\alpha\, x^2$

C-8.# A block weighing 10 N travles down a smooth curved track AB joined to a rough horizontal surface (figure). The rough surface has a friction coefficient of 0.20 with the block. If the block starts slipping on the track from a point 1.0 m above the horizontal surface, the distance it will move on the rough surface is :
एक 10 N भार का गुटका चिकने वक्रीय पथ AB जो खुरदरी क्षैतिज सतह (चित्र में) से जुड़ा है पर नीचे गति करता है। खुरदरी सतह का घर्षण गुणांक गुटके के साथ 0.20 है। यदि गुटका क्षैतिज सतह से 1.0 मी. ऊंचाई से पथ पर फिसलना प्रारम्भ करे तो यह खुरदरी सतह पर कितनी दूरी तक चलेगा ?



(A*) 5.0 m (B) 10.0 m (C) 15.0 m (D) 20.0 m

Sol. $W_G + W_f = 0 - 0$
$10 \times 1 + W_f = 0$
$10 - \mu mg\, x = 0$
$10 = (.2)\,(10)\,x, \qquad x = 5$ m

C-9. A small mass slides down an inclined plane of inclination θ with the horizontal. The co-efficient of friction is $\mu = \mu_0 x$ where x is the distance through which the mass slides down and μ_0 is a constant. Then the distance covered by the mass before it stops is:
एक छोटा द्रव्यमान क्षैतिज से θ कोण बनाने वाले नततल पर नीचे फिसलता है। घर्षण गुणांक $\mu = \mu_0 x$ है जहाँ x वह दूरी है जितना द्रव्यमान नीचे फिसलता है एवं μ_0 एक नियतांक है।रूकने से पहले द्रव्यमान द्वारा तय की गई दूरी है :

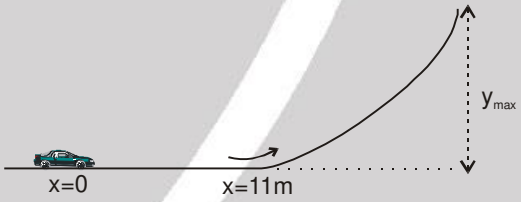
(A*) $\frac{2}{\mu_0}\tan\theta$ (B) $\frac{4}{\mu_0}\tan\theta$ (C) $\frac{1}{2\mu_0}\tan\theta$ (D) $\frac{1}{\mu_0}\tan\theta$

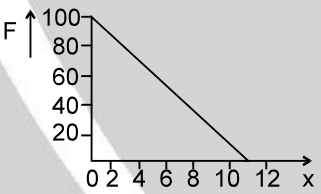
Sol. $(mg\sin\theta)\,x - \int_0^x \mu mg\cos\theta\, dx = 0$

$\sin\theta\, x = \mu_o \cos\theta \int_0^x x\,dx$

$x\tan\theta = \mu_0 \frac{x^2}{2}, \quad x = \frac{2\tan\theta}{\mu_0}$

C-10.# A toy car of mass 5 kg starts from rest and moves up a ramp under the influence of force F (F is applied in the direction of velocity) plotted against displacement x. The maximum height attained is given by ($g = 10$ m/s^2)
बल F (F वेग की दिशा में आरोपित है) के प्रभाव में एक 5 किग्रा. की खिलौना कार विरामावस्था से एक रैम्प पर चढ़ती है, बल का विस्थापन x के साथ परिवर्तन ग्राफ में दिखाया गया है। प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई है ($g = 10$ m/s^2) –





(A) $y_{max} = 20$ m (B) $y_{max} = 15$ m (C*) $y_{max} = 11$ m (D) $y_{max} = 5$ m

Sol. A = area under the curve वक्र द्वारा घिरा क्षेत्रफल $= m\int_0^v v\frac{dv}{dx}dx = \frac{mv^2}{2}$

$\frac{100\times 11}{2} = \frac{mv^2}{2} = mgy_{max}$
$\therefore\ y_{max} = 11$ m

C-11 A body of 5 kg mass is raised vertically to a height of 10 m by a force of 120 N. Find the final velocity of the body :
5 Kg द्रव्यमान की एक वस्तु 120 N के बल द्वारा 10 मी. ऊँचाई तक ऊर्ध्वाधर उठाई जाती है। वस्तु का अंतिम वेग ज्ञात करो।

(A*) $\sqrt{280}$ m/s (B) $\sqrt{200}$ m/s (C) 20 m/s (D) None of these

Sol. $120 - 50 = 5a \Rightarrow a = 14$m/s ,
$v^2 = 0^2 + 2\,(14)\,(10)$
$\Rightarrow \quad v = \sqrt{280}$ m/s

Alter. by work energy theorem : कार्य–ऊर्जा प्रमेय द्वारा
$W_G + W_F = \Delta K$
$-5 \times 10 \times 10 + 120 \times 10 = (5)\,v^2$
$\Rightarrow \quad v = \sqrt{280}$ m/s.

C-12. The ratio of work done by the internal forces of a car in order to change its speed from 0 to V and from V to 2V is (Assume that the car moves on a horizontal road) -
एक कार की चाल 0 से V तथा V से 2V करने में कार के आन्तरिक बलों द्वारा किये गए कार्यों का अनुपात है : (यह मानिये कि कार क्षैतिज सड़क पर चलती है।) -
(A) 1 (B) 1/2 (C*) 1/3 (D) 1/4

Sol. **(C)**
Work done in changing speed from 0 to V is
चाल 0 से V करने में कार्य

$$W_1 = \frac{1}{2}mV^2$$

work done in changing the speed from V to 2V is
चाल V से 2V करने में कार्य

$$W_2 = \frac{1}{2}m(2V)^2 - \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}3mV^2$$

$$\therefore \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{3}$$

C-13. A body of mass 4 kg moves under the action of a force $\vec{F} = \left(4\hat{i} + 12t^2\hat{j}\right)N$, where t is the time in second. The initial velocity of the particle is $\left(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)ms^{-1}$. If the force is applied for 1 s, work done is :
एक 4 kg की वस्तु एक बल $\vec{F} = \left(4\hat{i} + 12t^2\hat{j}\right)N$ के अन्तर्गत गति करती है, जहाँ t समय सेकण्ड़ में है। कण का प्रारम्भिग वेग $\left(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)ms^{-1}$ है। यदि बल 1 s के लिए लगाया गया है, तो किया गया कार्य है :
(A) 4 J (B) 8 J (C) 12 J (D*) 16 J

Sol. $\int \vec{F}dt = \Delta\vec{p}$

$$\int_0^1 (4\hat{i} + 12\hat{t})dt = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\Rightarrow \quad 4\hat{i} + \frac{12}{3}t^3\Big|_0^1\hat{j} = 4(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\Rightarrow \quad \hat{i} + \hat{j} = \vec{v}_f - (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v}_f = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{v}_f| = \sqrt{9+4+4} = \sqrt{17}$$

$$|\vec{v}_i| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

$$\Delta K.E = \frac{1}{2}4(17-9) = 2 \times 8 = 16 \text{ J}$$

Section (D) : Mechanical Energy conservation यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण

D-1. The negative of the work done by the conservative internal forces on a system equals the change in its
(A) total energy (B) kinetic energy (C*) potential energy (D) none of these
निकाय पर संरक्षी आन्तरिक बलों के द्वारा किये गये कार्य का ऋणात्मक किसमें परिवर्तन के बराबर है –
(A) कुल ऊर्जा (B) गतिज ऊर्जा (C*) स्थितिज ऊर्जा (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. Follows from definition परिभाषा से

D-2. A body is dropped from a certain height. When it loses U amount of its energy it acquires a velocity 'v'. The mass of the body is :
एक वस्तु किसी निश्चित ऊँचाई से गिराई जाती है। जब यह इसकी ऊर्जा की U मात्रा क्षय कर देती है तो v वेग प्राप्त कर लेती है। वस्तु का द्रव्यमान है –
(A*) $2U/v^2$ (B) $2v/U^2$ (C) $2v/U$ (D) $U^2/2v$

Sol. $U_i + 0 = U_f + \frac{1}{2} mv^2$

$U_i - U_f = \frac{1}{2} mv^2$

$U = \frac{1}{2} mv^2$

$m = \frac{2U}{v^2}$

D-3. A stone is projected vertically up with a velocity u, reaches upto a maximum height h. When it is at a height of 3h/4 from the ground, the ratio of KE and PE at that point is : (consider PE = 0 at the point of projection)
एक पत्थर u वेग से ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है यह अधिकतम h ऊँचाई तक पहुँचता है। जब यह सतह से 3h/4 ऊँचाई पर है तो इस बिन्दु पर KE व PE का अनुपात है : (प्रक्षेपण बिन्दु पर PE = 0 मानें)
(A) 1 : 1 (B) 1 : 2 (C*) 1 : 3 (D) 3 : 1

Sol. $\frac{1}{2} mu^2 = mgh, u^2 = 2gh$ ....(i)

$mg\left(\frac{3h}{4}\right) + K.E. = mgh$

$K.E. = \frac{mgh}{4}$

$\frac{K.E.}{P.E.} = \frac{mgh/4}{3mgh/4} = \frac{1}{3}$

D-4. Two springs A and B ($k_A = 2k_B$) are stretched by applying forces of equal magnitudes at the four ends. If the energy stored in A is E, then in B is (assume equilibrium):
दो स्प्रिंग A व B ($k_A = 2k_B$) के चारों सिरों पर समान परिमाण के बल आरोपित करके खींचे जाते है। यदि A में संग्रहीत ऊर्जा E है तो B में संचित ऊर्जा(साम्यावस्था में) होगी :
(A) E/2 (B*) 2E (C) E (D) E/4

Sol. $W_F + W_S = 0$, $W_F - \Delta U = 0$, $W_F = \Delta U = E$

$E = \frac{1}{2} K_A x_A^2$, $Fx_A = \frac{1}{2} K_A x_A^2$

$\frac{2F}{K_A} = x_A$, $\frac{2F}{K_A} = \sqrt{\frac{2E}{K_A}}$, $K_A = \frac{2F^2}{E}$ ...(i)

similarly इसी प्रकार $K_B = \frac{2F^2}{E_B}$, $\because$ $K_A = 2K_B$ $\therefore$ $\frac{2F^2}{E} = 2\left(\frac{2F^2}{E_B}\right)$

$\therefore$ $E_B = 2E$

Alter :

$F = K_A x_A = K_B x_B$

$E_A = \frac{1}{2} K_A x_A^2$ $E_B = \frac{1}{2} K_B x_B^2$

$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{K_A}{K_B}\right)\left(\frac{x_A}{x_B}\right)^2$, $\frac{E_A}{E_B} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

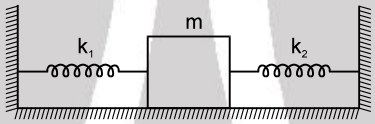
D-5. When a spring is stretched by 2 cm, it stores 100 J of energy. If it is stretched further by 2 cm, the stored energy will be increased by
जब एक स्प्रिंग 2 cm से खींची जाती है, यह 100 J ऊर्जा संग्रहीत करती है। यदि इसको 2 cm से और खींचा जाये तो, संग्रहित ऊर्जा कितने से बढ़ेगी –
(A) 100 J (B) 200 J (C*) 300 J (D) 400 J

Sol. $100 = \frac{1}{2}K(2cm)^2$, $E = \frac{1}{2}K(4cm)^2$

so अतः $\frac{E}{100} = 4$, $E = 400$ J

$\therefore$ $E - 100 = 300$ J

D-6.# A block of mass m is attached to two unstretched springs of spring constants k_1 and k_2 as shown in figure. The block is displaced towards right through a distance x and is released. Find the speed of the block as it passes through the mean position shown.
m द्रव्यमान का एक गुटका स्प्रिंग नियतांक K_1 व K_2 के दो बिना खिंचे (तने) हुए स्प्रिंगों से चित्र में दिखायें अनुसार जुड़ा है। गुटका दांयी ओर x दूरी से विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। गुटका जब माध्य स्थिति से गुजरता है तो इसकी चाल ज्ञात कीजिये।

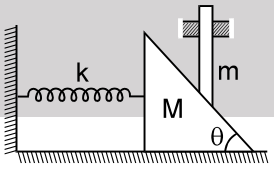


(A*) $\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\,x$ (B) $\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}\,x$ (C) $\sqrt{\frac{k_1^2k_2^2}{m(k_1^2+k_2^2)}}\,x$ (D) $\sqrt{\frac{k_1^3k_2^3}{m(k_1^3+k_2^3)}}$

Sol. $\frac{1}{2}K_2x^2 + \frac{1}{2}K_1x^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \sqrt{\frac{K_1+K_2}{m}}\,x$

D-7.# A wedge of mass M fitted with a spring of stiffness 'k' is kept on a smooth horizontal surface. A rod of mass m is kept on the wedge as shown in the figure. System is in equilibrium and at rest Assuming that all surfaces are smooth, the potential energy stored in the spring is :
एक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा M द्रव्यमान का एक वेज K स्प्रिंग नियतांक (Stiffness) के स्प्रिंग से जुड़ा है। चित्र में दिखायें अनुसार m द्रव्यमान की छड़ वेज पर रखी है। निकाय साम्यावस्था में है तथा विराम में भी है। सभी सतहों को चिकनी मानते हुए स्प्रिंग में संग्रहीत स्थिति ऊर्जा है :



(A) $\frac{mg^2\tan^2\theta}{2K}$ (B) $\frac{m^2g\tan^2\theta}{2K}$ (C*) $\frac{m^2g^2\tan^2\theta}{2K}$ (D) $\frac{m^2g^2\tan^2\theta}{K}$

Sol. For m, $N\cos\theta = mg$
For M , $N\sin\theta = kx$

soअतः $\tan\theta = \frac{Kx}{mg}$

so अतः $\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{(mg\tan\theta)^2}{2K}$

D-8. A body of mass m dropped from a certain height strikes a light vertical fixed spring of stiffness k. The height of its fall before touching the spring if the maximum compression of the spring is equal to $\frac{3mg}{k}$ is :
m द्रव्यमान की एक वस्तु निश्चित ऊँचाई से गिराई जाती है तथा यह स्प्रिंग नियतांक (Stiffness) K के एक ऊर्ध्वाधर स्थित हल्के स्प्रिंग से टकराती है। स्प्रिंग को छूने से पहले इसके गिरने की ऊंचाई क्या होगी, यदि स्प्रिंग का अधिकतम संपीडन $\frac{3mg}{k}$ के बराबर है:

(A*) $\frac{3mg}{2k}$ (B) $\frac{2mg}{k}$ (C) $\frac{3mg}{4K}$ (D) $\frac{mg}{4K}$

Sol. $mg\left(h+\frac{3mg}{K}\right) = K\left(\frac{3mg}{K}\right)^2$

D-9. A running man has half the kinetic energy of that of a boy of half of his mass. The man speeds up by 1 m/s so as to have same kinetic energy as that of the boy. The original speed of the man will be
एक दौड़ते हुये व्यक्ति की गतिज ऊर्जा उससे आधे द्रव्यमान के लड़के की गतिज ऊर्जा की आधी है। व्यक्ति अपनी चाल 1 m/s से बढ़ता है तो उसकी गतिज ऊर्जा लड़के की गतिज ऊर्जा के बराबर हो जाती है। व्यक्ति की मूल चाल होगी–

(A) $\sqrt{2}$ m/s (B) $(\sqrt{2}-1)$m/s (C*) $\frac{1}{(\sqrt{2}-1)}$ m/s (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ m/s

Sol. $\frac{1}{2}(2m)u^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ .... (i)

$\frac{1}{2}(2m)(u+1)^2 = \frac{1}{2}mv^2$....(ii)

From (i) and (ii) (i) व (ii) से $u = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

D-10. Two equal masses are attached to the two ends of a spring of spring constant k. The masses are pulled out symmetrically to stretch the spring by a length x over its natural length. The work done by the spring on each mass during the above streching is
स्प्रिंग नियतांक k के एक स्प्रिंग के दोनों छोर पर दो समान द्रव्यमान जुड़े है। दोनों द्रव्यमानों को सममित रूप से इस प्रकार खींचा जाता है ताकि स्प्रिंग को सममित रूप से इसकी प्राकृतिक लम्बाई से x दूरी तक विस्तारित हो जाये। प्रत्येक द्रव्यमान पर स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य खींचने के दौरान है –

(A) $\frac{1}{2}kx^2$ (B) $-\frac{1}{2}kx^2$ (C) $\frac{1}{4}kx^2$ (D*) $-\frac{1}{4}kx^2$

Sol. W_1 = work done by spring on first mass पहले द्रव्यमान पर स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य
W_2 = work done by spring on second mass दूसरे द्रव्यमान पर स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य
$W_1 = W_2 = W$ (say)
$W_1 + W_2 = U_i - U_f$
$2W = 0 - \frac{1}{2}Kx^2$
$W = -\frac{Kx^2}{4}$

D-11. A rod of length 1m and mass 0.5 kg hinged at one end, is initially hanging vertical. The other end is now raised slowly until it makes an angle 60º with the vertical. The required work is :(use g = 10 m/s^2)
1m लम्बाई व 0.5 किग्रा द्रव्यमान की एक छड़ एक सिरे पर कीलकित की जाती है, प्रारम्भ में ऊर्ध्वाधर लटक रही है। दूसरा सिरा धीरे से ऊपर उठाया जाता है जब तक कि यह ऊर्ध्वाधर से 60º का कोण न बनाये तो आवश्यक कार्य है (g = 10 m/s^2)

(A) $\frac{5}{2}$J (B*) $\frac{5}{4}$ J (C) $\frac{17}{8}$J (D) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$J

Sol. $W_a + W_c = \Delta K = 0$, $W_a - mg\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\cos 60°\right) = 0$

$W_a = \frac{mg\ell}{4} = (0.5)\,(10)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$ J.

D-12. A block of mass 250 g is kept (does not sticks to spring) on a vertical spring of spring constant 100 N/m fixed from below (block is in equilibrium). The spring is now compressed to have a length 10 cm shorter than its natural length and the system is released from this position. How high does the block rise from this position? Take g = 10 m/s^2.
एक 250 ग्राम द्रव्यमान का गुटका एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग पर साम्यावस्था में रखा है (यह स्प्रिंग से जुड़ा हुआ नहीं है) जिसका स्प्रिंग नियतांक 100 N/m है एवं स्प्रिंग निचले सिरे से जड़वत् है। अब इसको सम्पीडित करने पर इसकी लम्बाई वास्तविक लम्बाई से 10 सेमी. छोटी हो जाती है एवं निकाय इस स्थिति से छोड़ा जाता है। तो गुटका इस अवस्था से कितना ऊँचा उठता है। (दिया है g = 10 मी./से.^{2})

(A*) 20 cm (B) 30 cm (C) 40 cm (D) 50 cm

Sol. $\frac{1}{2}(100)\left(\frac{10}{100}\right)^2 = \left(\frac{250}{1000}\right)(10)\left(\frac{H}{100}\right)$, H = 20 cm.

Section (E) : Power शक्ति

E-1. A car of mass 'm' is driven with a constant acceleration 'a' along a straight level road against a constant external resistive force 'R'. When the velocity of the car is 'V', the rate at which the engine of the car is doing work will be
m द्रव्यमान की एक कार एक सीधे तल में सड़क के अनुदिश एक नियत बाह्य प्रतिरोधी बल R के विरूद्ध a त्वरण से चलाई जाती है। जब कार का वेग V है तो वह दर क्या होगी जिस पर कार का इंजन कार्य कर रहा है –

(A) RV (B) maV (C*) (R + ma)V (D) (ma – R)V

Sol. F – R = ma, F = R + ma,
P = Fv = (R + ma)v

E-2. The average power required to lift a 100 kg mass through a height of 50 metres in approximately 50 seconds would be
100 Kg द्रव्यमान को 50 मीटर ऊँचाई तक लगभग 50 सेकण्ड में उठाने के लिए आवश्यक औसत शक्ति होगी –

(A) 50 J/s (B) 5000 J/s (C) 100 J/s (D*) 980 J/s

Sol. Average power औसत शक्ति = $\frac{100\times 9.8\times 50}{50}$ = 980 J/s

E-3. A block of mass m is moving with a constant acceleration 'a' on a rough horizontal plane. If the coefficient of friction between the block and plane is μ.The power delivered by the external agent at a time t from the beginning is equal to :
द्रव्यमान m का एक गुटका खुरदरे क्षैतिज तल पर नियत त्वरण a से चल रहा है। यदि गुटके एवं तल के मध्य घर्षण गुणांक μ है। प्रारम्भ से t समय बाद बाह्य कारक द्वारा दी गई शक्ति बराबर है –

(A) ma^{2}t (B) μmgat (C) μm(a + μg) gt (D*) m(a + μg) at

Sol. V = 0 + at, F – μ mg = ma , F = μmg + ma,
P = (μmg + ma) at

E-4. A particle moves with a velocity $\vec{v} = (5\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ m/s under the influence of a constant force $\vec{F} = (10\hat{i} + 10\hat{j} + 20\hat{k})$N. The instantaneous power applied to the particle is :

एक कण वेग $\vec{v} = (5\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ मी./से. से एक नियत बल $\vec{F} = (10\hat{i} + 10\hat{j} + 20\hat{k})$N के प्रभाव में गति करता है। कण पर आरोपित तात्क्षणिक शक्ति है –

(A) 200 J/s (B) 40 J/s (C*) 140 J/s (D) 170 J/s

Sol. $P = \vec{F}.\vec{v} = 50 - 30 + 120 = 140$ J/s

E-5. A man M_1 of mass 80 kg runs up a staircase in 15 s. Another man M_2 also of mass 80 kg runs up the stair case in 20 s. The ratio of the power developed by them (P_1 / P_2) will be :

80 किग्रा. द्रव्यमान का एक व्यक्ति M_1 एक सीढ़ी पर 15 सेकण्ड में चढ़ता है। दूसरा व्यक्ति M_2 वह भी 80 किग्रा. का उसी सीढ़ी पर 20 सेकण्ड में चढ़ता है। उनके द्वारा खर्च की गई शक्ति का अनुपात (P_1 / P_2) होगा –

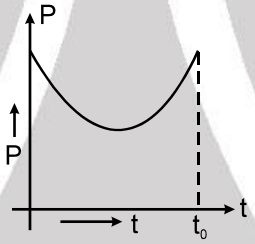
(A) 1 (B*) 4/3 (C) 16/9 (D) None of the above इनमें से कोई नहीं

Sol. $P_1 = 80\,gh/15$, $P_2 = 80\,gh/20$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

E-6.# Power versus time graph for a given force is given below. Work done by the force upto time $t(\le t_0)$.

एक दिये गये बल के लिए शक्ति–समय ग्राफ नीचे दिया गया है। समय $t (\le t_0)$ तक बल द्वारा किया गया कार्य –



(A) First decreases then increases (B) First increases then decreases

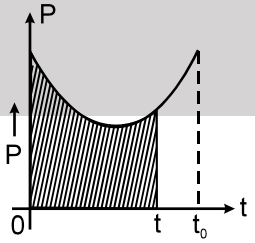
(C*) Always increases (D) Always decreases

(A) पहले घटता है फिर बढ़ता है। (B) पहले बढ़ता है फिर घटता है।

(C*) सदैव बढ़ता है। (D) सदैव घटता है।

Sol. The work done by force from time t = 0 to t = t sec. is given by shaded area in graph below.
Hence as t increases, this area increases.

बल द्वारा समय t = 0 से t = t sec. तक किया गया कार्य ग्राफ के नीचे छायांकित क्षेत्रफल द्वारा दिया जाता है।
अतः जैसे–जैसे t बढ़ता है तो यह क्षेत्रफल भी बढ़ता है।



$\therefore$ Work done by force keeps on increasing.

$\therefore$ बल द्वारा किया कार्य सदैव बढ़ता है।

E-7. An engine pumps up 1000 kg of coal from a mine 100 m deep in 50 sec. The pump is running with diesel and efficiency of diesel engine is 25%. Then its power consumption will be ($g = 10 m/sec^2$):

एक ईजन 1000 किग्रा. कोयले को 100 मी. गहरी खदान से 50 सैकण्ड में खीचता है। यह ईंजन डीजल चलित है तथा डीजल ईजन की दक्षता 25% है , तो इसमें व्ययित शक्ति होगी –

(A) 10 kW (B*) 80 kW (C) 20 kW (D) 24 kW

Sol. $P = \frac{d}{dt}(mgh)$

$P_{act} = \frac{1000 \times 10 \times 100}{50}$

$P_{act} = 20000$ W

$P_{consumption} = \frac{2000}{0.25}$ W = 80 kW.

Section (F) : Conservative & nonconservative forces and equilibrium
संरक्षी एवं असंरक्षी बल तथा साम्यावस्था

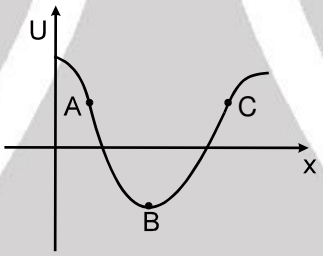
F-1. The potential energy of a particle in a field is $U = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$, where a and b are constant. The value of r in terms of a and b where force on the particle is zero will be :

एक क्षेत्र में एक कण की स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$ है, जहां a व b नियतांक है। a व b के पदों में r का मान, जहां कण पर बल शून्य है, होगा –

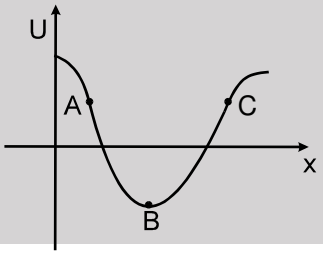
(A) $\frac{a}{b}$ (B) $\frac{b}{a}$ (C*) $\frac{2a}{b}$ (D) $\frac{2b}{a}$

Sol. $\frac{du}{dr} = 0, -\frac{2a}{r^3} + \frac{b}{r^2} = 0, r = \frac{2a}{b}$

F-2.# Potential energy v/s displacement curve for one dimensional conservative field is shown. Force at A, B and C is respectively.



एक विमीय संरक्षी क्षेत्र के लिए स्थितिज ऊर्जा तथा विस्थापन वक्र दर्शाया गया है। A व B पर बल है क्रमशः –

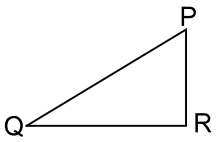


(A) Zero, Positive, Positive
(B*) Positive, Zero, Negative
(C) Negative, Zero, Positive
(D) Negative, Zero, Negative
(A) धनात्मक, धनात्मक
(B*) धनात्मक, ऋणात्मक
(C) ऋणात्मक, धनात्मक
(D) ऋणात्मक, ऋणात्मक

Sol. $\left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=A} = -ve, \left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=B} = +ve$

So, F_A = positive धनात्मक , F_B = negative ऋणात्मक

F-3.# For the path PQR in a conservative force field (fig.), the amount of work done in carrying a body from P to Q & from Q to R are 5 J & 2 J respectively . The work done in carrying the body from P to R will be -
संरक्षी बल क्षेत्र में प्रदर्शित पथ PQR के लिए एक वस्तु को चित्रानुसार P से Q तक तथा Q से R तक ले जाने में किये गए कार्य की मात्रा 5 J तथा 2 J है तो वस्तु को P से R तक ले जाने मे किये गये कार्य की मात्रा होगी -



(A*) 7 J (B) 3 J (C) $\sqrt{21}$ J (D) zero शून्य

Sol. $W_C = W_C + W_C = 5 + 2 = 7$
$P \to R \quad P \to Q \quad Q \to R$

F-4. The potential energy for a force field $\vec{F}$ is given by U(x, y) = sin (x + y). The force acting on the particle of mass m at $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ is

$\vec{F}$ बल क्षेत्र के लिए स्थितिज ऊर्जा U(x, y) = sin (x + y) से दी जाती है। m द्रव्यमान के कण पर बिन्दु $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ पर आरोपित बल होगा –

(A*) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) 0

Sol. $\frac{\partial U}{\partial x} = \cos(x + y)$,

$\frac{\partial U}{\partial y} = \cos(x + y)$

$\vec{F} = -\cos(x + y)\ \hat{i} - \cos(x + y)\ \hat{j}$

$= -\cos(0 + \frac{\pi}{4})\hat{i} - \cos(0 + \frac{\pi}{4})\ \hat{j}$

$|\vec{F}| = 1$

F-5. A particle is taken from point A to point B under the influence of a force. Now it is taken back from B to A and it is observed that the work done in taking the particle from A to B is not equal to the work done in taking it from B to A. If W_{nc} and W_c is the work done by non-conservative forces and conservative forces present in the system respectively, ΔU is the change in potential energy, Δk is the change in kinetic energy, then choose the incorrect option.
एक कण को किसी बल में बिन्दु A से बिन्दु B तक ले जाया जाता है। तत्पश्चात् इसको पुनः बिन्दु B से A तक लाया जाता है तथा यह प्रेक्षित किया जाता है कि कण को A से B तक ले जाने में किया गया कार्य B से A तक ले जाने में किये गये कार्य के बराबर नहीं है। यदि W_{nc} तथा W_c क्रमशः निकाय में उपस्थित असंरक्षी तथा संरक्षी बलों द्वारा किया गया कार्य है , ΔU स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन, Δk गतिज ऊर्जा में परिवर्तन हो तो गलत विकल्प चुनिए।

(A) $W_{nc} - \Delta U = \Delta k$ (B) $W_c = -\Delta U$ (C) $W_{nc} + W_c = \Delta k$ (D*) $W_{nc} - \Delta U = -\Delta k$

Sol. From work energy theorem कार्य उर्जा प्रमेय से
$W_C + W_{nC} = \Delta K$, $W_C = -\Delta U$, $W_{nC} - \Delta U = \Delta K$

F-6. The potential energy of a system of two particles is given by $U(x) = a/x^2 - b/x$. Find the minimum potential energy of the system, where x is the distance of separation and a, b are positive constants.
दो कणों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा $U(x) = a/x^2 - b/x$ द्वारा दी जाती है। निकाय की न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये, जहां x उनके अलगाव की दूरी है, a व b धनात्मक नियतांक है।

(A*) $-\frac{b^2}{4a}$ (B) $\frac{b^2}{4a}$ (C) $\frac{2a}{b}$ (D) $-\frac{2a}{b}$

Sol. $U(x) = a/x^2 - b/x$, $a > 0, b > 0$

$dU/dx = \frac{-2a}{x^3} + \frac{b}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \frac{2a}{b} = x$

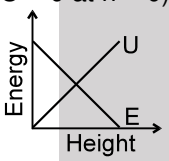
$d^2U/dx^2 = \frac{6a}{x^4} - \frac{2b}{x^3} = \frac{6a \times b^4}{16a^4} - \frac{2b \times b^3}{8a^3} > 0$

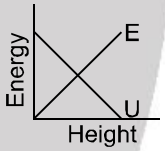
$\therefore$ U is min. at $x = \frac{2a}{b}$ & min. value of U is

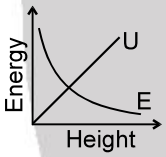
$\therefore$ U निम्नतम है $x = \frac{2a}{b}$ पर और U का निम्नतम मान है

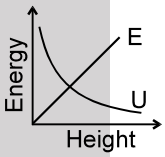
$U_{min.} = \frac{a\,b^2}{4a^2} - \frac{b\,b}{2a} = -\frac{b^2}{4a}$

F-7. Which of the following graphs is correct for kinetic energy (E) and potential energy (U) (with height (h) measured from the ground) for a particle thrown vertically upward from a horizontal ground ($h << R_E$ and $U = 0$ at $h = 0$)

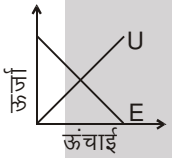
(A*) 

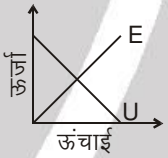
(B) 

(C) 

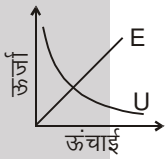
(D) 

किसी कण जो की क्षैतिज धरातल से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया गया है कि ऊँचाई h पर स्थितिज ऊर्जा (U) तथा गतिज ऊर्जा (E) है तो सही वक्र चुनिए ($h << R_E$ और $h = 0$ पर $U = 0$) –

(A*) 

(B) 

(C)

(D) 

Sol. K.E. + P.E. = positive constant C धनात्मक नियतांक

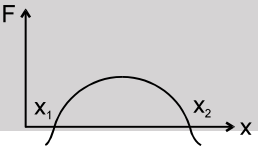
$E + U = C$, $E + mgh = C$, $E = -mgh + C$

and तथा $U = mgh$,

So, answer अतः उत्तर (A) है।

F-8.# The force acting on a body moving along x-axis varies with the position of the particle as shown in the figure.

x-अक्ष के अनुदिश गतिशील वस्तु पर आरोपित बल तथा कण की स्थिति के मध्य चित्र प्रदर्शित है तो



The body is in stable equilibrium at

(A) $x = x_1$ (B*) $x = x_2$ (C) both x_1 and x_2 (D) neither x_1 nor x_2

वस्तु किस स्थिति पर स्थायी साम्यावस्था में होगी –

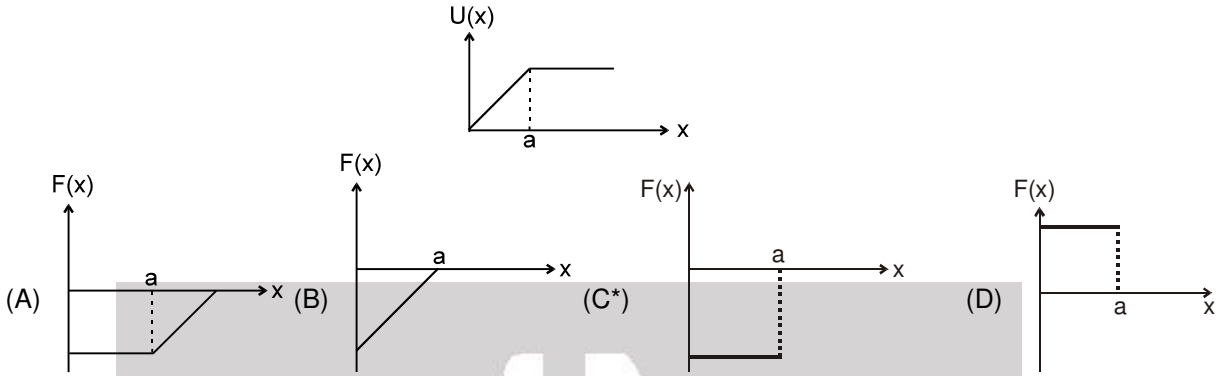
(A) $x = x_1$ (B*) $x = x_2$ (C) दोंनो x_1 और x_2 पर (D) न तो x_1 न ही x_2 पर

Sol. At $x = x_2$, as x increases, F acts along negative x-direction.

$x = x_2$ पर, जैसे–जैसे x बढता है, F ऋणात्मक x-अक्ष के अनुदिश कार्य करता है।

So, answer अतः उत्तर (C) है।

F-9.# The potential energy of a system is represented in the first figure, the force acting on the system will be represented by
चित्र में एक निकाय की स्थितिज ऊर्जा तथा दूरी के मध्य वक्र प्रदर्शित है तो निकाय पर आरोपित बल निम्न में से किस वक्र द्वारा प्रदर्शित होगा –

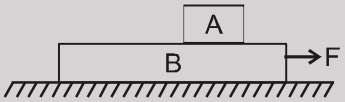


Sol. $\frac{dU}{dx}$ = positive constant धनात्मक नियतांक
For $x < a$, F = negative constant and for $x > a$, F = 0
$x < a$ के लिए, F = ऋणात्मक नियतांक तथा $x > a$ के लिए, F = 0
so, ans. अतः उत्तर (C) है।

PART - III : MATCH THE COLUMN

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1.# A block A of mass m kg lies on block B of mass m kg. B in turn lies on smooth horizontal plane. The coefficient of friction between A and B is μ. Both the blocks are initially at rest. A horizontal force F is applied to lower block B at t = 0 such that there is relative motion between A and B. In the duration from t = 0 second till the lower block B undergoes a displacement of magnitude L, match the statements in column-I with results in column-II.
m kg द्रव्यमान का ब्लॉक A, द्रव्यमान m kg के ब्लॉक B पर रखा है। ब्लॉक B चिकने क्षैतिज सतह पर रखा है। A तथा B के बीच घर्षण गुणांक μ है। दोनों ब्लॉक प्रारम्भ में विराम पर हैं। निचले ब्लॉक B पर t = 0 पर क्षैतिज बल F इस प्रकार लगाया जाता है कि A तथा B के बीच कोई सापेक्षिक गति है। t = 0 से, निचले ब्लॉक B के विस्थापन का परिमाण L होने के अन्तराल में, स्तम्भ -I में दिये गये कथनों को स्तम्भ-II में दिये गये परिणामों से सुमेलित कीजिए।



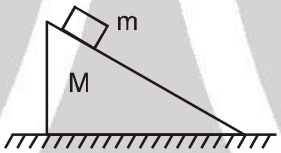
Column-I	**Column-II**
(A) Work done by friction force on block A is	(p) positive
(B) Work done by friction force on block B is	(q) negative
(C) Work done by friction on block A plus work done by friction on block B is	(r) less than μ mgL in magnitude
(D) Work done by force F on block B is	(s) equal to μ mgL in magnitude

स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) ब्लॉक A पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य	(p) धनात्मक है।
(B) ब्लॉक B पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य	(q) ऋणात्मक है।
(C) ब्लॉक A पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य + ब्लॉक B पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य	(r) परिमाण में μ mgL से कम है।
(D) बल F द्वारा ब्लॉक B पर किया गया कार्य	(s) परिमाण में μ mgL के बराबर है।

Ans. (A) p, r (B) q, s (C) q, r (D) p

Sol. The displacement of A shall be less than displacement L of block B.
Hence work done by friction on block A is positive and its magnitude is less than μmgL.
And the work done by friction on block B is negative and its magnitude is equal to μmgL.
Therefore workdone by friction on block A plus on block B is negative its magnitude is less than μmgL.
Work done by F is positive. Since F> μmg, magnitude of work done by F shall be more than μmgL.
A का विस्थापन ब्लॉक B के विस्थापन L से कम होगा। ब्लॉक A पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है और इसका परिमाण μmgL से कम है। ब्लॉक B पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है और इसका परिमाण μmgL के बराबर है। इसलिये (ब्लॉक A + ब्लॉक B) पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। इसका परिमाण μmgL से कम है।
F द्वारा किया कार्य धनात्मक है। चूंकि F > μmg , F द्वारा किया गया कार्य का परिमाण μmgL से अधिक होगा

2.# A block of mass m lies on wedge of mass M. The wedge in turn lies on smooth horizontal surface. Friction is absent everywhere. The wedge block system is released from rest. All situation given in column-I are to be estimated in duration the block undergoes a vertical displacement 'h' starting from rest (assume the block to be still on the wedge). Match the statement in column-I with the results in column-II. (g is acceleration due to gravity)
एक ब्लॉक जिसका द्रव्यमान m है, एक वेज जिसका द्रव्यमान M है पर रखा है। वेज एक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा है। घर्षण हर जगह अनुपस्थित है। वेज–ब्लॉक निकाय को विराम से मुक्त किया जाता है। कॉलम-I में दी गई सभी स्थितियाँ ब्लॉक (जो कि विराम स्थिति से प्रारम्भ होता है) के ऊर्ध्वाधर विस्थापन h के दौरान प्रेक्षित की गई है (यह मानिए कि ब्लॉक अब भी वेज पर ही रहता है) कॉलम-I में दिए गए कथनों को उनके संगत परिणाम के साथ स्तम्भ-II में सुमेलित करिए। (g गुरूत्व के कारण त्वरण)

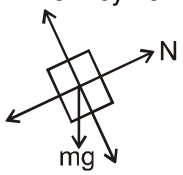


Column I	**Column II**
(A) Work done by normal reaction acting on the block is	(p) positive
(B) Work done by normal reaction (exerted by block) acting on wedge is	(q) negative
(C) The sum of work done by normal reaction on block and work done by normal reaction (exerted by block) on wedge is	(r) zero
(D) Net work done by all forces on block is	(s) less than mgh in magnitude

स्तम्भ I	**स्तम्भ II**
(A) ब्लॉक पर अभिलम्ब बल द्वारा किया गया कार्य है	(p) धनात्मक
(B) अभिलम्ब बल (ब्लॉक द्वारा आरोपित) द्वारा वेज पर किया गया कार्य	(q) ऋणात्मक
(C) अभिलम्ब बल (ब्लॉक द्वारा आरोपित) द्वारा ब्लॉक पर किये कार्य तथा वेज पर अभिलम्ब बल (ब्लॉक द्वारा आरोपित) द्वारा किये कार्यो का योग होगा	(r) शून्य
(D) ब्लॉक पर आरोपित सभी बलों द्वारा किया गया परिणामी कार्य है।	(s) परिमाण में mgh से कम होगा

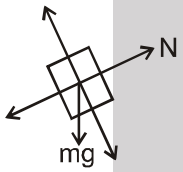
Ans. (A) q, s (B) p, s (C) r, s (D) p, s

Sol. (A) The FBD of block is
Angle between velocity of block and normal reaction on block is obtuse
$\therefore$ work by normal reaction on block is negative.



As the block fall by vertical distance h,
from work energy Theorem
Work done by mg + work done by N = KE of block
$\therefore$ |work done by N| = mgh – 1/2 mv^2
$\because$ 1/2 mv^2 < mgh
$\therefore$ |work done by N| < mgh
(B) Work done by normal reaction on wedge is positive
Since loss in PE of block = K.E. of wedge + K.E. of block
Work done by normal reaction on wedge = KE of wedge.
$\therefore$ Work done by N < mgh.
(C) Net work done by normal reaction on block and wedge is zero.
(D) Net work done by all forces on block is positive, because its kinetic energy has increased.
Also KE of block < mgh
$\therefore$ Net work done on block = final KE of block < mgh.

Sol. (A) ब्लॉक का FBD
ब्लॉक के वेग तथा ब्लॉक पर अभिलम्ब बल
के मध्य कोण अधिक कोण होगा।



$\therefore$ अतः ब्लॉक पर अभिलम्ब बल द्वारा किया कार्य ऋणात्मक होगा।
क्योकि ब्लॉक ऊर्ध्वाधर दूरी h गिरता है अतः कार्य ऊर्जा प्रमेय से
mg द्वारा किया कार्य + N द्वारा किया कार्य = ब्लॉक की गतिज ऊर्जा

$\therefore$ | N द्वारा किया कार्य | = $mgh - \frac{1}{2} mv^2$

$\because \frac{1}{2} mv^2 < mgh$

$\therefore$ |N द्वारा किया कार्य | < mgh
(B) अभिलम्ब बल द्वारा वेज पर किया कार्य धनात्मक है
चूंकि ब्लॉक की स्थितिज ऊर्जा में हानि = वेज की गतिज ऊर्जा + ब्लॉक की गतिज ऊर्जा
और अभिलम्ब बल द्वारा वेज पर किया कार्य = वेज की गतिज ऊर्जा
$\therefore$ N द्वारा किया कार्य < mgh.
(C) अभिलम्ब बल द्वारा ब्लॉक तथा वेज पर किया परिणामी कार्य शून्य है।
(D) सभी बलो द्वारा कण पर किया गया कार्य धनात्मक है क्योंकि इसकी गतिज ऊर्जा बढ़ चुकी है।
तथा ब्लाक की गतिज ऊर्जा < mgh
$\therefore$ ब्लॉक पर परिणामी कार्य = ब्लॉक की अन्तिम गतिज ऊर्जा < mgh.

Exercise-2

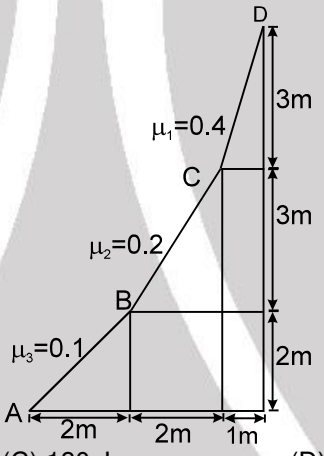
Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Work done by constant force नियत बल द्वारा किया गया कार्य

1.# As shown in figure a body of mass 1 kg is shifted from A to D slowly on inclined planes by applying a force parallel to incline plane, such that the block is always in contact with the plane surfaces. Neglecting the jerk experienced at points C and B, total work done by the force is :
चित्रानुसार एक 1kg द्रव्यमान का एक पिण्ड नत तल पर बिन्दु A से D तक , एक बल को नततल के समान्तर धीरे–धीरे आरोपित कर इस प्रकार विस्थापित किया जाता है कि ब्लॉक हमेशा समतल सतह के सम्पर्क में रहता है। C तथा B पर महसूस होने वाले हल्के झटके को नगण्य मानते हुए, बल द्वारा किया गया कुल कार्य होगा –



(A*) 90 J (B) 56 J (C) 180 J (D) 0 J

Sol. Work done : कार्य :

$= Mgh_1 + Mgh_2 + Mgh_3 + \mu_1 Mg\ell_1 + \mu_2 Mg\ell_2 + \mu_3 Mg\ell_3$

$= Mg(h_1 + h_2 + h_3) + Mg(\mu_1\ell_1 + \mu_2\ell_2 + \mu_3\ell_3)$

$= Mg(8 + 0.2 + 0.4 + 0.4) = 90J$

2. A small block of mass m is kept on a rough inclined surface of inclination θ fixed in a elevator. The elevator goes down with a uniform velocity v and the block does not slide on the wedge. The work done by the force of friction on the block with respect to ground in time t will be:
एक लिफ्ट में स्थित नततल जिसका झुकाव θ है की खुरदरी सतह पर m द्रव्यमान का ब्लॉक रखा है। लिफ्ट नियत वेग v से नीचे की ओर गति करती है तथा ब्लॉक (नततल पर) नीचे की ओर नहीं फिसलता है तो t समय में घर्षण बल द्वारा ब्लॉक पर किया गया कार्य जमीन के सापेक्ष होगा –

(A) zero शून्य (B) $-mgvt\cos^2\theta$ (C*) $-mgvt\sin^2\theta$ (D) $mgvt\sin 2\theta$

Sol. f = frictional force घर्षण बल $= mg\sin\theta$

Displacement of point of application in t second = vt (↓)
t सैकण्ड में क्रिया बिन्दु का विस्थापन = vt (↓)

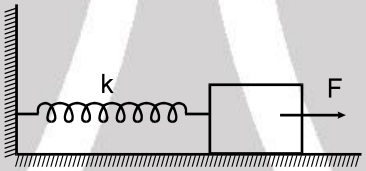
$W_f = [(mg\sin\theta)\sin(180-\theta)](vt) = -mgvt\sin^2\theta$

Section (B) : Work done by A variable force परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य

3. A force $\vec{F}=\left(3t\,\hat{i}+5\,\hat{j}\right)$ N acts on a body due to which its position varies as $\vec{s}=\left(2t^2\,\hat{i}-5\,\hat{j}\right)$. Work done by this force in first two seconds is:
एक वस्तु पर बल $\vec{F}=\left(3t\,\hat{i}+5\,\hat{j}\right)$ N लग रहा है जिसके कारण इसकी स्थिति $\vec{s}=\left(2t^2\,\hat{i}-5\,\hat{j}\right)$ की तरह बदलती हैं इस बल द्वारा प्रारम्भिक 2s में किया गया कार्य होगा –
(A) 23 J (B*) 32 J (C) zero शून्य (D) can't be obtained ज्ञात नही कर सकते

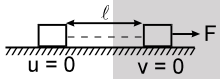
Sol. $W=\int\vec{F}.\vec{ds}=\int(3t\,\hat{i}+5\,\hat{j})\,.\,(4t\,dt\,\hat{i})=\int_0^2 12t^2\,dt=\frac{12\left[t^3\right]_0^2}{3}=32\text{ J}$

4. A block attached to a spring, pulled by a constant horizontal force, is kept on a smooth surface as shown in the figure. Initially, the spring is in the natural state. Then the maximum positive work that the applied force F can do is : [Given that spring does not break]
चित्रानुसार चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा ब्लॉक स्प्रिंग से जुड़ा है। इस ब्लॉक को नियत क्षैतिज बल द्वारा खींचा जाता है। यदि स्प्रिंग प्रारम्भ में इसकी सामान्य स्थिति में है तो आरोपित बल F द्वारा किया गया अधिकतम धनात्मक कार्य है : [दिया है : स्प्रिंग टूटती नहीं है]



(A) $\frac{F^2}{K}$ (B*) $\frac{2F^2}{K}$ (C) ∞ (D) $\frac{F^2}{2K}$

Sol. **(B)** Applying work energy theorem on block
ब्लॉक पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

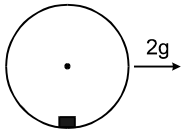


$W_F+W_S=0$

$F\ell-\frac{1}{2}k\ell^2=0\quad\therefore\quad\ell=\frac{2F}{k}$ or या work done अतः कार्य $=F\ell=\frac{2F^2}{k}$

SECTION (C) : WORK ENERGY THEOREM कार्य ऊर्जा प्रमेय

5. A block of mass m is placed inside a smooth hollow cylinder of radius R whose axis is kept horizontally. Initially system was at rest. Now cylinder is given constant acceleration 2 g in the horizontal direction by external agent. The maximum angular displacement of the block with the vertical is:
एक चिकने खोखले बेलन में m द्रव्यमान का ब्लॉक रखा है, बेलन की त्रिज्या R और इसकी अक्ष क्षैतिज है। निकाय प्रारम्भ में विरामावस्था में है। बाह्यकर्त्ता द्वारा बेलन को क्षैतिज दिशा में 2 g नियत त्वरण आरोपित किया जाता है, ब्लॉक का ऊर्ध्वाधर से अधिकतम कोणीय विस्थापन होगा –



(A*) $2\tan^{-1}2$ (B) $\tan^{-1}2$ (C) $\tan^{-1}1$ (D) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

Sol. P = pseudo force छदम बल = m2g (←)

$w_P + w_G + w_N = \Delta K$

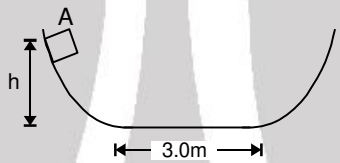
$(m2g)(R \sin\theta) - (mg)(R - R\cos\theta) + 0 = 0$

$2 \sin\theta = 1 - \cos\theta$

$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2, \quad \theta = 2\tan^{-1} 2$

6.# A small particle slides along a track with elevated ends and a flat central part, as shown in figure. The flat part has a length 3m. the curved portions of the track are frictionless, but for the flat part the coefficient of kinetic friction is $\mu = 0.2$. The particle is released at point A, which is at a height h = 1.5 m above the flat part of the track. The position where the particle finally come to rest is:

एक कण दिए गए पथ पर फिसल रहा है, चित्र में इस पथ के उठे हुए भाग तथा समतल केन्द्रिय भाग दर्शाये गये है। समतल भाग की लम्बाई 3 मी. है। उठे हुए वक्रीय भाग घर्षण रहित है। समतल भाग का गतिक घर्षण गुणांक $\mu = 0.2$ है। कण को धरातल से h = 1.5 मी. ऊँचाई पर स्थित बिन्दु A से मुक्त किया जाता है तो कण कहां पर विराम स्थिति में आयेगा :



(A) left to mid point of the flat part
(B) right to the mid point of the flat part
(C*) Mid point of the flat part
(D) None of these
(A) समतल भाग के मध्य बिन्दु के बांयी ओर
(B) समतल भाग के मध्य बिन्दु के दांयी ओर
(C*) समतल भाग के मध्य बिन्दु पर
(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

Sol. $W_G - W_f = 0$, $mgh = \mu mg\ell$

$h = \mu\ell$

$h = (0.2)\ell \Rightarrow \ell = \frac{1.5}{0.2}$

$\ell = 7.5\ m = (3 + 3 + 1.5)m$

7. A car of mass m starts moving so that its velocity varies according to the law $v = \beta\sqrt{s}$, where β is a constant, and s is the distance covered. The total work performed by all the forces which are acting on the car during the first t seconds after the beginning of motion is

एक m द्रव्यमान की कार विरामावस्था से गति प्रारम्भ करती है तथा इसका वेग $v = \beta\sqrt{s}$, सम्बन्ध के अनुसार परिवर्तित होता है जहाँ β एक नियतांक है तथा s तय की गई दूरी है। वस्तु के गति प्रारम्भ करने के प्रथम t समय बाद वस्तु पर आरोपित सभी बलों द्वारा किया गया कार्य है –

(A*) $m\beta^4 t^2/8$ (B) $m\beta^2 t^4/8$ (C) $m\beta^4 t^2/4$ (D) $m\beta^2 t^4/4$

Sol. $v = \beta\sqrt{s}$

$\frac{ds}{dt} = \beta\sqrt{s}, \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{s}} = \beta\int_0^t dt$

$2\sqrt{s} = \beta t$

$\sqrt{s} = \beta t/2$ ....(1)

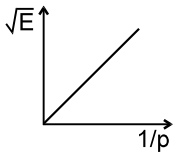
W = workdone by all the forces = ΔK

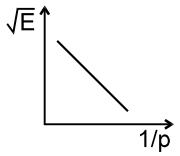
W = सभी बलों द्वारा किया गया कार्य = ΔK

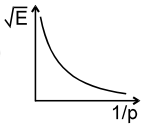
$= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\beta^2 s = \frac{1}{2} m\beta^2 \left(\frac{\beta^2 t^2}{4}\right)$

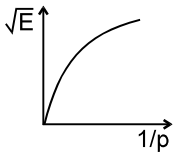
8. The graph between $\sqrt{E}$ and $\frac{1}{p}$ is (E = kinetic energy and p = momentum)

$\sqrt{E}$ तथा $\frac{1}{p}$ के मध्य वक्र है – (E = गतिज ऊर्जा तथा p = संवेग)

(A) 

(B) 

(C*) 

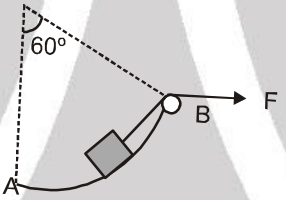
(D) 

Sol. $E = \frac{p^2}{2m}$, $(\sqrt{E})\left(\frac{1}{P}\right) = \frac{1}{\sqrt{2m}}$ = constant नियत

Rectangular hyperbola आयताकार अतिपरवलय (C)

9.# A 10 kg small block is pulled in the vertical plane along a frictionless surface in the form of an arc of a circle of radius 10 m. The applied force is of 200 N as shown in the figure. If the block started from rest at A, the speed at B would be: ($g = 10\ m/s^2$)

10 kg द्रव्यमान के ब्लॉक को ऊर्ध्वाधर तल में 10 m त्रिज्या के वृत्ताकार चाप की घर्षणरहित सतह के अनुदिश चित्रानुसार खींचा जाता है। चित्र में आरोपित बल 200 N है। यदि ब्लॉक A बिन्दु से स्थिरावस्था से प्रारम्भ होता हो तो B बिन्दु पर चाल होगी ($g = 10\ m/s^2$)

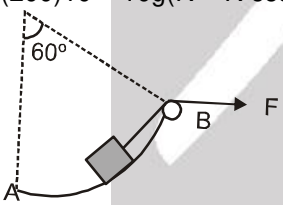


(A) $\sqrt{3}$ m/s (B*) $10\sqrt{3}$ m/s (C) $100\sqrt{3}$ m/s (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. System is block & string. Applying work energy theorem on system

ब्लॉक तथा रस्सी निकाय है, निकाय पर कार्य उर्जा प्रमेय द्वारा

$(200)10 - 10g(R - R\cos 60^\circ) = 1/2\ (10)v^2$

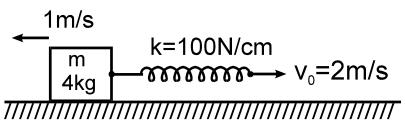


$2(200 - 10 \times 5) = v^2$

$v = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ m/s

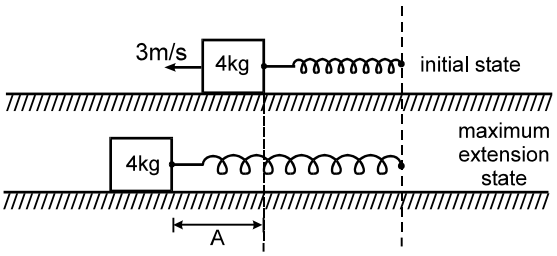
10. The spring block system lies on a smooth horizontal surface. The free end of the spring is being pulled towards right with constant speed v_0 = 2m/s. At t = 0 sec, the spring of constant k = 100 N/cm is unstretched and the block has a speed 1 m/s to left. The maximum extension of the spring is

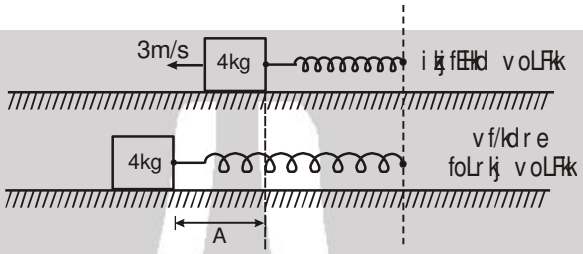
एक स्प्रिंग गुटका निकाय एक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा है। स्प्रिंग का मुक्त सिरा दायीं ओर नियत चाल v_0 = 2m/s से खींचा जाता है। t = 0 sec, पर स्प्रिंग नियतांक k = 100 N/cm की स्प्रिंग बिना खिंची है एवं गुटके की चाल 1 m/s बांयी ओर है। स्प्रिंग का अधिकतम विस्तार है।



(A) 2 cm (B) 4 cm (C*) 6 cm (D) 8 cm

Sol. **(C)** In the frame (inertial w.r.t earth) of free end of spring, the initial velocity of block is 3 m/s to left and the spring unstretched .
स्प्रिंग के मुक्त सिरे के तंत्र में (पृथ्वी के सापेक्ष जड़त्वीय), गुटके का प्रारम्भिक वेग 3 m/s बांयी ओर है व स्प्रिंग बिना खींचा है।





Applying conservation of energy between initial and maximum extension state.
प्रारम्भिक व अधिकतम विस्तार की अवस्था में ऊर्जा संरक्षण करने पर

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$ or $A = \sqrt{\frac{m}{k}}v = \sqrt{\frac{4}{10000}} \times 3 = 6cm.$

Section (D) : Potential energy and mechanical energy conservation
स्थितिज ऊर्जा एवं यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण

11. The potential energy of a particle of mass m free to move along x-axis is given by $U=\frac{1}{2}kx^2$ for $x < 0$ and $U = 0$ for $x \geq 0$ (x denotes the x-coordinate of the particle and k is a positive constant). If the total mechanical energy of the particle is E, then its speed at $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ is

गति के लिए स्वतंत्र m द्रव्यमान के कण की x-अक्ष के अनुदिश $x < 0$ के लिए स्थितिज ऊर्जा $U=\frac{1}{2}kx^2$ है तथा $x \geq 0$ के लिए $U = 0$ है। (जहां x, कण का x-निर्देशांक है तथा k धनात्मक नियतांक है) यदि कण की कुल यांत्रिक ऊर्जा E हो तो $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ पर इसकी चाल होगी।

(A*) zero शून्य (B) $\sqrt{\frac{2E}{m}}$ (C) $\sqrt{\frac{E}{m}}$ (D) $\sqrt{\frac{E}{2m}}$

Sol. **(A)** From conservation of energyऊर्जा संरक्षण से

K.E. + P.E. = E or या $K.E. = E - \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore$ K.E. at $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ is

$E - \frac{1}{2}k\left(\frac{2E}{k}\right) = 0$

$\therefore$ The speed of particle at $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ is zero.

$\therefore$ $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ पर कण की चाल शून्य है।

Section (E) : Power शक्ति

12. Force acting on a particle moving in a straight line varies with the velocity v of the particle as $F = \frac{K}{v}$, where K is a constant. The work done by this force in time t is

एक सरल रेखा में गतिशील एक कण पर कार्यरत बल वेग v के साथ $F = \frac{K}{v}$, के अनुसार परिवर्तित होता है, जहाँ K एक नियतांक है। समय t में इस बल द्वारा किया गया कार्य है -

(A) $\frac{K}{v^2}$ t (B) 2Kt (C*) Kt (D) $\frac{2Kt}{v^2}$

Sol. It can be observed that power delivered to particle by force F is -

$P = Fv = K.$

The power is constant. Hence work done by force in time t is -

$\Delta W = Pt = Kt$

Sol. यह प्रेक्षित किया जा सकता है कि बल F द्वारा कण को दी गई शक्ति है -

$P = Fv = K.$

शक्ति नियत है। अतः समय t में बल द्वारा किया गया कार्य है -

$\Delta W = Pt = Kt$

Section (F) : conservative & nonconservative forces and Equilibrium

संरक्षी एवं असंरक्षी बल तथा साम्यावस्था

13. A force $\vec{F} = -K(y\hat{i} + x\hat{j})$ where K is a positive constant, acts on a particle moving in the x-y plane. Starting from the origin, the particle is taken along the positive x-axis to the point (a,0) and then parallel to the y-axis to the point (a,a). The total work done by the force $\vec{F}$ on the particle is

एक कण जो x-y तल में गति कर रहा है उस पर बल $\vec{F} = -K(y\hat{i} + x\hat{j})$ कार्य करता है यहाँ K धनात्मक नियतांक है। मूल बिन्दु से आरम्भ करते हुये कण को पहले x अक्ष की धनात्मक दिशा में बिन्दु (a, 0) तक तथा फिर y अक्ष के समान्तर बिन्दु (a, a) तक ले जाया जाता है तो बल F द्वारा किया गया कुल कार्य होगा –

(A) $-2Ka^2$ (B) $2Ka^2$ (C*) $-Ka^2$ (D) Ka^2

Sol. **(C)**

$dW = \vec{F} . d\vec{s}$ where जहाँ $d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$

and और $\vec{F} = -K(y\hat{i} + x\hat{j})$

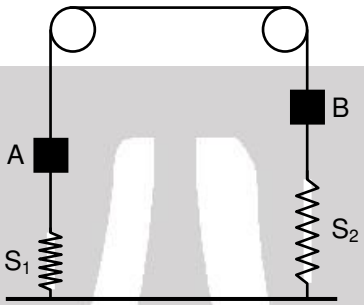
$\therefore \quad dW = -K(ydx + xdy) = -K\, d(xy)$

$\therefore \quad W = \int_{(0,0)}^{(a,a)} dW = -K \int_{(0,0)}^{(a,a)} d(xy) = -K\,[xy]_{(0,0)}^{(a,a)}$

$W = -Ka^2$

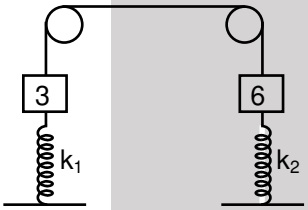
14._ In the figure shown below masses of blocks A and B are 3 kg and 6 kg respectively. The force constants of springs S_1 and S_2 are 160 N/m and 40 N/m respectively. Length of the light string connecting the blocks is 8 m. The system is released from rest with the springs at their natural lengths. The maximum elongation of spring S_1 will be :

नीचे दर्शाये गये चित्र में ब्लॉकों A तथा B के द्रव्यमान क्रमशः 3 kg तथा 6 kg है। स्प्रिंगों S_1 तथा S_2 के बल नियतांक क्रमशः 160 N/m तथा 40 N/m है। हल्की रस्सी से जुड़े ब्लॉक की लम्बाई 8 m है। निकाय को उनकी प्राकृतिक लम्बाईयों पर स्प्रिंगों के साथ विराम से छोड़ा जाता है, स्प्रिंग S_1 की अधिकतम वृद्धि होगी –



(A*) 0.294 m (B) 0.490 m (C) 0.588 m (D) 0.882 m

Sol.



$$6g(x) - 3g(x) = \frac{1}{2}k_2x^2 + \frac{1}{2}k_1x^2$$

$$6g = (k_1 + k_2)x$$

$$= \frac{6\times 9.8}{200} = \frac{3\times 9.8}{100}$$

$$u^2 = 0.294m$$

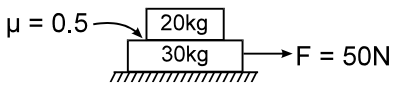
PART - II : NUMERICAL VALUE

भाग - II : संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)

SECTION (A) : WORK DONE BY CONSTANT FORCE नियत बल द्वारा किया गया कार्य

1.# A small block of mass 20 kg rests on a bigger block of mass 30 kg, which lies on a smooth horizontal plane. Initially the whole system is at rest. The coefficient of friction between the blocks is 0.5. A horizontal force F = 50 N is applied on the lower block. Find the work done (in J) by frictional force on upper block in t = 2sec.

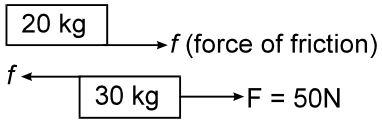
20 kg द्रव्यमान का छोटा गुटका 30 kg द्रव्यमान के बड़े गुटके पर रखा है तथा यह एक चिकने क्षैतिज तल पर रखा है। प्रारम्भ में सम्पूर्ण निकाय विराम में है। गुटकों के मध्य घर्षण गुणांक 0.5 है। नीचे वाले ब्लॉक पर एक क्षैतिज बल F = 50 N का बल आरोपित करते हैं तो t = 2sec. में ऊपर वाले ब्लॉक पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य (जूल में) ज्ञात करो?



Ans. 40.00

Sol. (a) Assume 20 kg and 30 kg block to move together

$\therefore \quad a = \frac{50}{50} = 1\ m/s^2$



$\therefore$ frictional force on 20 kg block is
$f = 20 \times 1 = 20\ N$

The maximum value of frictional force is $f_{max} = \frac{1}{2} \times 200 = 100\ N$

Hence no slipping is occurring.

$\therefore$ The value of frictional force is f = 20 N.

Distance travelled in t = 2 seconds.

$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2m.$

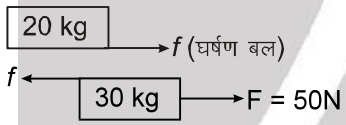
Work done by frictional force on upper block is

$W_{fri} = 20 \times 2 = 40\ J$ **Ans.**

Work done by frictional force on lower block is $= -20 \times 2 = -40$ J **Ans.**

हल : (a) माना 20 kg तथा 30 kg ब्लॉक साथ–साथ गति करेंगे

$\therefore \quad a = \frac{50}{50} = 1\ m/s^2$



$\therefore$ 20 kg के ब्लॉक पर घर्षण बल
$f = 20 \times 1 = 20\ N$

घर्षण बल का अधिकतम मान $\Rightarrow \quad f_{max} = \frac{1}{2} \times 200 = 100\ N$

अतः दोनों के मध्य सापेक्ष गति नही होगी

$\therefore$ घर्षण बल का मान f = 20 N है

t = 2 sec. में तय की गई दूरी

$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2m.$

ऊपर वाले ब्लॉक पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य

$W_{fri} = 20 \times 2 = 40\ J$

नीचे वाले ब्लॉक पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य $= -20 \times 2 = -40$ J.

SECTION (B) : WORK DONE BY A VARIABLE FORCE परिवर्तनशील बल द्वारा किया गया कार्य

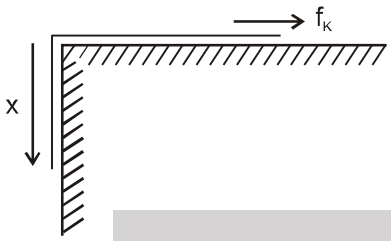
2. A uniform chain of length ℓ and mass m overhangs on a rough horizontal table with its 3/4 part on the table. The friction coefficient between the table and the chain is μ. Find the magnitude of work (in joules) done by the friction during the period the chain slips off the table (take $\mu = 0.2$, $g = 10 m/s^2$, L = 2m, m = 16 kg).

लम्बाई ℓ व द्रव्यमान m की एक समरूप जंजीर एक खुरदरी क्षैतिज मेज के ऊपर से लटक रही है इसका तीन चौथाई भाग मेज के ऊपर है। मेज व जंजीर के मध्य घर्षण गुणांक μ है। जंजीर द्वारा मेज से फिसलने के दौरान घर्षण द्वारा किये गये कार्य का परिमाण (जूल में) ज्ञात करो। ($\mu = 0.2$, $g = 10 m/s^2$, L = 2m, m = 16 kg का प्रयोग करो)

Ans. 18.00

Sol. $f_K = \mu \frac{m}{\ell} (\ell - x)g$

$$W = \int_{x=\frac{\ell}{4}}^{\ell} -\mu \frac{m(\ell - x)g}{\ell} dx$$

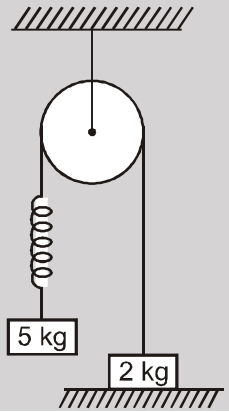


$$W = \frac{\mu mg}{\ell} \times \frac{[(\ell - x)^2]_{\frac{\ell}{4}}^{\ell}}{2}$$

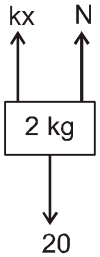
$$= - \frac{\mu mg}{2\ell} \times \frac{9\ell^2}{16} = - \frac{9\mu mg\ell}{32}$$

SECTION (C) : WORK ENERGY THEOREM कार्य ऊर्जा प्रमेय

3.# The system as shown in the figure is released from rest. The pulley, spring and string are ideal & friction is absent everywhere. If speed of 5 kg block when 2 kg block leaves the contact with ground is $2\sqrt{x}$ m/s, then value of x is : (spring constant k = 40 N/m & g = 10 m/s^2)
चित्र में दिये गये निकाय को विरामावस्था से छोड़ा जाता है। घिरनी, स्प्रिंग तथा डोरी आदर्श है तथा प्रत्येक जगह घर्षण अनुपस्थित है। जब 2 kg का ब्लॉक सतह से संपर्क छोड़ता है तब 5 kg ब्लॉक की चाल यदि $2\sqrt{x}$ m/s है तो x का मान होगा। (स्प्रिंग नियतांक k = 40 N/m & g = 10 m/s^2)



Ans. **02**.00
Sol. **(2)**
F.B.D of 2 kg block



When 2 kg block just leaves the contact
जब 2 kg का ब्लॉक संपर्क छोड़ता है ?

N = 0

$Kx + 0 = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ m

Applying WET for the whole system

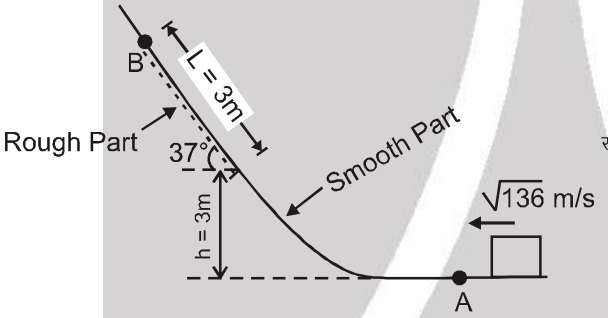
सम्पूर्ण निकाय पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

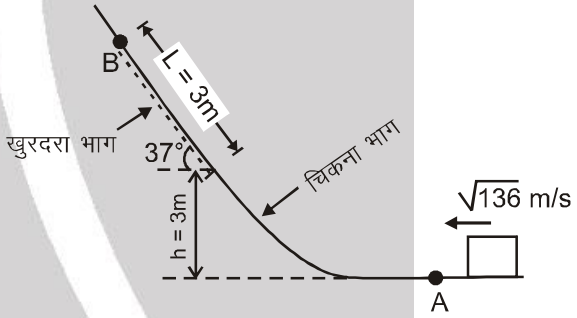
$w_g + w_{sf} = \Delta k$

$\Rightarrow 50 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ (40) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0\right] = \frac{1}{2}\ (5)\ [V^2 - 0] \Rightarrow V = 2\sqrt{2}$ m/s

4.# A small block slides along a path that is without friction until the block reaches the section L = 3m, which begins at height h = 3m on a flat incline of angle 37°, as shown. In that section, the coefficient of kinetic friction is 0.50. The block passes through point A with a speed of $\sqrt{136}$ m/s. Find the speed (in m/s) of the block as it passes through point B where the friction ends, (Take g = 10 m/s^2)

चित्रानुसार एक छोटा पिण्ड पथ के अनुदिश बिना घर्षण के गति करता है, जब तक कि यह L = 3m वाले भाग पर न पहुंचे। जो h = 3m से प्रारम्भ होता है तथा इसका नत् भाग क्षैतिज से 37° का कोण बनाता है। इस भाग का घर्षण गुणांक 0.50 है। पिण्ड बिन्दु A पर चाल $\sqrt{136}$ m/s से गुजरता है। पिण्ड जब बिन्दु B पर पहुँचता है तब इसकी चाल (m/s) ज्ञात करों, B बिन्दु वह है, जहाँ घर्षण खत्म हो जाता है। (g = 10 m/s^2 लीजिए)

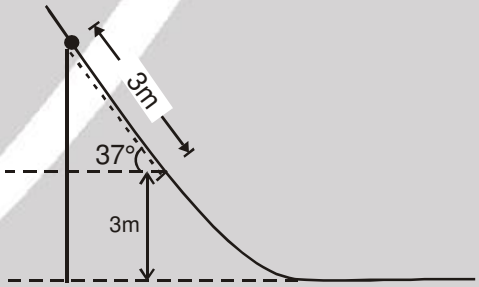




Ans. 04.00

Sol. Applying work-energy theorem between A and B.

A तथा B मध्य कार्य उर्जा प्रमेय से



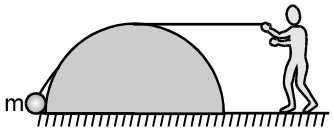
$\frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} mV_A^2 = W_{gravity} + W_{friction}$

$\frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} mV_A^2 = W_{गुरूत्व} + W_{घर्षण}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} m\ (136) = - mg(3 + 3 \sin 37°) - \mu mg \cos 37° \times 3$

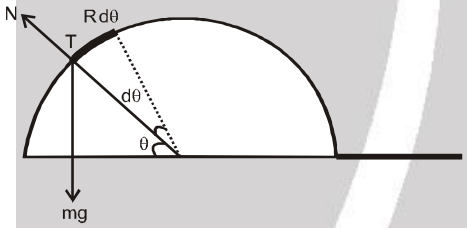
$\Rightarrow \frac{V_B^2}{2} - \frac{136}{2} = - 48 - 12 \qquad \Rightarrow V_B = 4$ m/s

5.# As shown in the figure a person is pulling a mass ' m ' from ground on a fixed rough hemispherical surface upto the top of the hemisphere with the help of a light inextensible string. Find the work done (in Joules) by tension in the string on mass m if radius of hemisphere is R and friction coefficient is μ. Assume that the block is pulled with negligible velocity (take $\mu = 0.1$, m = 1kg, g = 10m/s^2, R = 1m).
प्रदर्शित चित्र में एक आदमी ' m ' द्रव्यमान को धरातल से जड़वत् खुरदरी अर्धगोलीय सतह के उच्चतम बिन्दु तक अविस्तारित हल्की रस्सी की सहायता से खींचता है। यदि अर्धगोले की त्रिज्या R तथा घर्षण गुणांक μ हो तो रस्सी के तनाव द्वारा m द्रव्यमान पर किया गया कार्य (जूल में) ज्ञात करो। माना ब्लॉक को नगण्य वेग से खींचा जाता है।
($\mu = 0.1$, m = 1kg, g = 10m/s^2, R = 1m का प्रयोग करो).



Ans. 11.00

Sol. Work energy Theorem on "m"
कार्य उर्जा प्रमेय "m" पर



$W_G + N + W_T + W_f = \Delta K$

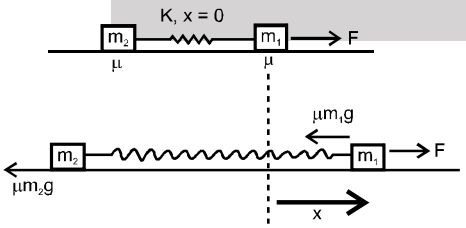
$$-mgR + O + W_T - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\mu mg\sin\theta)\, R\, d\theta = 0$$

$\Rightarrow \quad W_T = mgR(\mu + 1)$

6. Two blocks of masses m_1 and m_2 are connected by a spring of stiffness k. The coefficient of friction between the blocks and the surface is μ. Find the minimum constant horizontal force F (in Newton) to be applied to m_1 in order to slide the mass m_2. (Initally spring is in its natural length).
(Take $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 5$kg, g = 10 m/s^2, $\mu = 0.2$)
दो ब्लॉक जिनके द्रव्यमान m_1 तथा m_2 है k नियतांक की स्प्रिंग से जुड़े हुए है। ब्लॉकों तथा सतह के बीच घर्षण गुणांक μ है। m_1 पर आरोपित न्यूनतम नियत क्षैतिज बल F (न्यूटन में) ज्ञात करो जिससे की द्रव्यमान m_2 फिसल जाए (प्रारम्भ में स्प्रिंग प्राकृतिक लम्बाई में हैं।($m_1 = 3$ kg, $m_2 = 5$kg, g = 10 m/s^2, $\mu = 0.2$ का प्रयोग करो)

Ans. 11.00

Sol.



$W_F + W_{Sp} + W_{fric} = \Delta K$

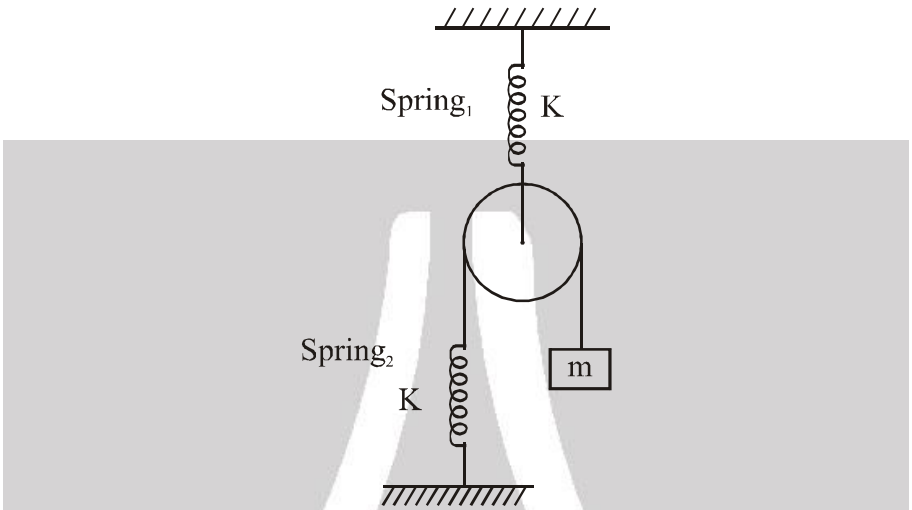
$\Rightarrow \quad Fx - \frac{1}{2}Kx^2 - \mu m_1 g x = 0 \qquad \& \quad Kx = \mu m_2 g$

$\Rightarrow \quad F - \frac{1}{2}\mu m_2 g - \mu m_1 g = 0$

$\Rightarrow \quad F = \mu m_1 g + \frac{\mu m_2 g}{2}$

7.# All springs, string and pulley shown in figure are light. Initially when both the springs were in their natural state, the system was released from rest. The maximum displacement of block m is $x \times \left(\frac{5mg}{k}\right)$. Calculate x.

प्रदर्शित चित्र में सभी स्प्रिंग, रस्सी तथा घिरनी हल्की है। प्रारम्भ जब सभी स्प्रिंग सामान्य लम्बाई में है। तब निकाय को स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है। ब्लॉक m का अधिकतम विस्थापन $x \times \left(\frac{5mg}{k}\right)$ है तो x ज्ञात करो।



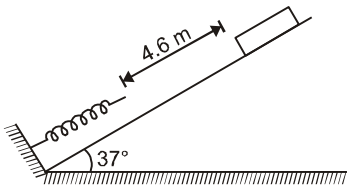
Ans. 02.00

Sol. $mgx - \frac{1}{2}k\left(\frac{2x}{5}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{x}{5}\right)^2 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{10mg}{k}$

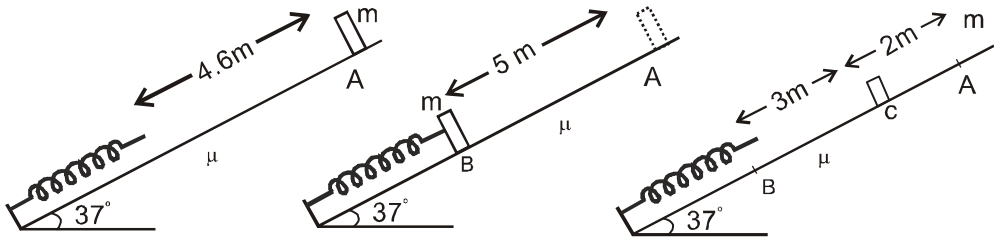
8. As shown in the figure a spring fixed at the bottom end of an incline plane of inclination 37°. A block of mass 4 kg starts slipping down the incline from a point 4.6 m away from the spring. The block compresses the spring by 40 cm, stops momentarily and then rebounds through a distance of 3 m up the incline. If the spring constant of the spring is $\frac{10^3 x}{8}$ N/m, then value of x is. Take g = 10 m/s^2.

चित्र में 37° ढाल के खुरदरे नततल के निचले सिरे पर एक स्प्रिंग जड़वत् है। 4 किग्रा द्रव्यमान का एक छोटा गुटका नततल पर स्प्रिंग से 4.6 मी. दूर से फिसलना प्रारम्भ करता है। गुटका स्प्रिंग को 40 सेमी. दबाता है, एक क्षण के लिये रूकता है एवं तत्पश्चात् नततल पर 3 m दूर तक वापस जाता है यदि स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक $\frac{10^3 x}{8}$ N/m हो तो x का मान ज्ञात करों दिया है g = 10 मी./से.^{2}



Ans. 09.00

Sol.



Work energy theorem (Between A & C)
कार्य उर्जा प्रमेय से (A और C के मध्य)

$$W_f + W_G + W_{sp} = \Delta K$$

$$\Rightarrow \quad -\mu mg \cos\theta\,(5+3) + mg\,2\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{2}{8}\tan 37^o$$

$$= \frac{3}{16}$$

work energy theorem (bet. A & B)
कार्य उर्जा प्रमेय (A और B के मध्य)

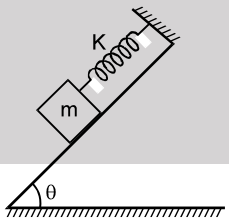
$$W_{sp} + W_G + W_f = \Delta K$$

$$\Rightarrow \quad mg\,5\sin 37^o - \mu\, mg\,5\cos\theta - \frac{1}{2}K(0.4)^2 = 0$$

$$(4\times 10)\left[5\times\frac{3}{5} - \frac{3}{16}(5)\frac{4}{5}\right] = \frac{1}{2}\times\frac{16}{100}K$$

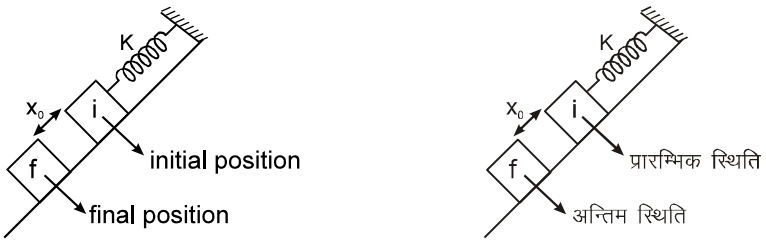
$K = 9000/8$ N/m so अतः $x = 9$

9. In the figure shown, a spring of spring constant K is fixed at one end and the other end is attached to the mass 'm'. The coefficient of friction between block and the inclined plane is 'μ'. The block is released when the spring is in its natural length. Find the maximum speed of the block during the motion. ($\theta = 45°$, $\mu = 0.2$, m= 20 kg, k = 10 N/m, g = 10m/s^2)
दर्शाये गए चित्र में स्प्रिंग नियतांक K की एक स्प्रिंग एक सिरे पर जड़वत् है व दूसरा सिरा द्रव्यमान 'm' से जुड़ा है। गुटके व नत तल के मध्य घर्षण गुणांक 'μ' है। जब स्प्रिंग इसकी प्राकृतिक लम्बाई में है तब गुटका छोड़ा जाता है। गति के दौरान गुटके की अधिकतम चाल ज्ञात करो। ($\theta = 45°$, $\mu = 0.2$, m= 20 kg, k = 10 N/m, g = 10m/s^2 का प्रयोग करो)



Ans. **0**8.00

Sol.



The speed is maximum when acceleration is least
Let displacement of block is x_0 when the speed of block is maximum.
At equilibrium, applying Newton's law to the block along the incline
चाल अधिकतम है जब त्वरण न्यूनतम है। जब गुटके की चाल अधिकतम है तब माना गुटके का विस्थापन x_0 है।
साम्यावस्था पर नत तल के अनुदिश गुटके पर न्यूटन का नियम लगाने पर

$$mg \sin\theta = \mu mg \cos\theta + kx_0 \quad \text{.....(1)}$$

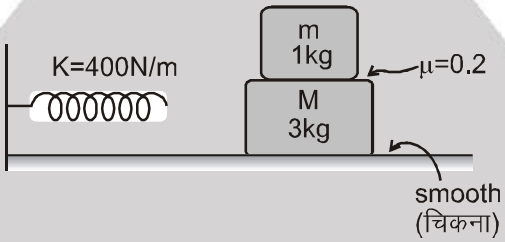
Applying work energy theorem to block between initial and final position is
प्रारम्भिक व अन्तिम स्थिति के मध्य गुटके पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

$$K_f = K_i + mg\, x_0 \sin\theta - \frac{1}{2} kx_0^2 - \mu\, mg\, x_0 \cos\theta \quad \text{.....(2)}$$

Solving (1) and (2) we get, (1) व (2) को हल करने पर

$$V_{max} = (\sin\theta - \mu\cos\theta)\, g \sqrt{\frac{m}{k}}$$

10.# As shown in the figure, there is no friction between the horizontal surface and the lower block (M = 3 kg) but friction coefficient between both the blocks is 0.2. Both the blocks move together with initial speed V towards the spring, compresses it and due to the force exerted by the spring, moves in the reverse direction of the initial motion. What can be the maximum value of V (in cm/s) so that during the motion, there is no slipping between the blocks (use g = 10 m/s^2).
दिखाये गये चित्र में नीचे वाले पिण्ड (M = 3 kg) और क्षैतिज सतह के बीच घर्षण नहीं है परन्तु दोनों गुटकों के मध्य घर्षण गुणांक 0.2 है। दोनों पिण्ड प्रारम्भिक वेग V से एक साथ स्प्रिंग की ओर गतिमान हैं और स्प्रिंग को दबाते है और स्प्रिंग द्वारा लगाये गये बल के कारण प्रारम्भिक गति के विपरीत दिशा में गतिमान होते है। V (cm/s में) का अधिकतम मान क्या हो सकता है ताकि गति के दौरान पिण्डों के बीच फिसलन न हो। (g = 10 m/s^2 लीजिए।)



Ans. 20.00

Sol. Maximum chance of slipping occurs when spring is maximum compressed. At this moment, as force exerted by the spring is maximum, acceleration of the system is maximum. Hence maximum friction force is required at this moment.
By W/E theorem

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 \qquad \Rightarrow \quad x_m = \sqrt{\frac{(M+m)V^2}{K}}$$

Now for upper block $a_m = \dfrac{kx_m}{M+m}$

force on upper block is provided by the friction force. Therefore $\mu mg > \dfrac{kx_m.m}{M+m}$

For limiting value $V = \mu g \sqrt{\dfrac{M+m}{k}}$

using values $V_{maximum}$ = 20 cm/s

हल. अधिकतम फिसलन की स्थिति तब उत्पन्न होती है जब स्प्रिंग अधिकतम सम्पीडित होती है। इस क्षण स्प्रिंग द्वारा आरोपित बल

अधिकतम है तथा निकाय का त्वरण भी अधिकतम है। अतः इस स्थिति में आवश्यक घर्षण बल अधिकतम है।

कार्य उर्जा प्रमेय से

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{(M+m)V^2}{K}}$$

ऊपरी ब्लॉक के लिए $a_m = \frac{kx_m}{M+m}$

ऊपरी ब्लॉक पर बल, घर्षण बल द्वारा दिया जाता है।

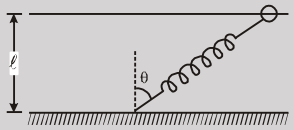
अतः $\mu mg > \frac{kx_m.m}{M+m}$

सीमांत मान के लिए $V = \mu g\sqrt{\frac{M+m}{k}}$

मानों के प्रयोग से $V_{\text{अधिकतम}} = 20$ cm/s

11.# One end of a spring of natural length ℓ and spring constant k is fixed at the ground and the other is fitted with a smooth ring of mass m which is allowed to slide on a horizontal rod fixed at a height ℓ (figure). Initially, the spring makes an angle of θ with the vertical when the system is released from rest. If the speed of the ring when the spring becomes vertical is $(2\ell/3)\sqrt{\frac{k}{m}}$ m/s then find the value of angle θ (in degree):

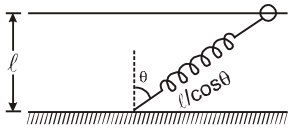
प्राकृतिक लम्बाई ℓ व स्प्रिंग नियतांक K के स्प्रिंग का एक सिरा सतह पर जड़वत् है एवं दूसरा m द्रव्यमान की एक चिकनी वलय से जुड़ा है जो ℓ ऊँचाई पर स्थित एक क्षैतिज छड़ (चित्र में) पर फिसलने के लिये स्वतन्त्र है। प्रारम्भ में स्प्रिंग ऊर्ध्वाधर के साथ θ कोण बनाती है जब निकाय विराम से छोड़ा जाता है। जब स्प्रिंग ऊर्ध्वाधर हो जाती है तब वलय की चाल $(2\ell/3)\sqrt{\frac{k}{m}}$ m/s है तो कोण θ (डिग्री में) का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. 53.00

Sol. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$

$$\frac{1}{2}m\ \frac{k}{m}\left(\frac{2\ell}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}kx^2$$



$$\Rightarrow x = \frac{2\ell}{3} = \frac{\ell}{\cos\theta} - \ell$$

$$\cos\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

SECTION (E) : POWER शक्ति

12. A particle of mass 'M' is moved rectilinearly under constant power P_0. At some instant after the start, its speed is v and at a later instant, the speed is 2v. Neglecting friction, distance travelled (in m) by the particle as its speed increases from v to 2v is 7x. Find x (take P_0 = 4 watt, M = 12 kg, v = 3m/s):
'M' द्रव्यमान का एक कण P_0 नियत शक्ति के अन्तर्गत सरल रेखीय गति कर रहा है। प्रारम्भ होने के कुछ समय पश्चात् इसकी चाल v है तथा इसके कुछ समय पश्चात् चाल 2v है। घर्षण को नगण्य मानिए। जब इसकी चाल v से 2v तक बढ़ती है, तब कण द्वारा तय की गई दूरी 7x (मीटर में) है तो x क्या होगा (P_0 = 4 watt, M = 12 kg, v = 3m/s का प्रयोग करो)–

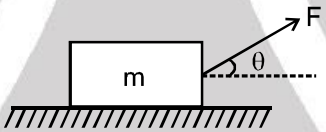
Ans. 27

Sol. $P_0 = Fv$

$$\therefore \left(Mv\frac{dv}{dx}\right)v = P_0$$

$$\Rightarrow M\int_{v}^{2v} v^2 dv = P_0\int_{0}^{x} dx \Rightarrow \quad x = \frac{7Mv^3}{3P_0}$$

13.# A block of mass m = 2kg is pulled along a rough horizontal surface by applying a constant force at an angle $\theta = \tan^{-1} 2$ with the horizontal as shown in the figure. The friction coefficient between the block and the surface is $\mu = 0.5$. If the block travels at a uniform velocity v = 5 m/s then calculate the average power (Watt) of the applied force. (Take acceleration due to gravity g = 10 m/s^2)
m = 2kg द्रव्यमान का ब्लॉक क्षैतिज खुरदरी सतह के अनुदिश ब्लॉक पर क्षैतिज से $\theta = \tan^{-1} 2$ कोण पर नियत बल आरोपित करके चित्रानुसार खीचां जाता है। ब्लॉक तथा सतह के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = 0.5$ है। यदि ब्लॉक नियत वेग v = 5 m/s से गतिशील हो तो आरोपित बल द्वारा दी गई औसत शक्ति (वॉट में) ज्ञात करों (गुरूत्व के कारण त्वरण g = 10m/s^2 मानो)



Ans. 25.00

Sol. $F\cos\theta = \mu N$

$N = mg - F\sin\theta$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$$

$$P = F v\cos\theta = \frac{\mu mg v\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$$

$$= \frac{\mu mg v}{1 + \mu\tan\theta} = 25 \quad W$$

SECTION (D & F) : POTENTIAL ENERGY AND MECHANICAL ENERGY CONSERVATION CONSERVATIVE & NONCONSERVATIVE FORCES AND EQUILIBRIUM

स्थितिज ऊर्जा एवं यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण संरक्षी एवं असंरक्षी बल तथा साम्यावस्था

14. A particle of mass 2 kg is subjected to a two dimensional conservative force given by,
$F_x = -2x + 2y$, $F_y = 2x - y^2$. (x, y in m and F in N). If the particle has kinetic energy of 8/3 J at point (2,3), find the speed (in m/s) of the particle when it reaches (1, 2).
[15JP110979]
2 kg द्रव्यमान का कण द्विविमीय संरक्षी बलों $F_x = -2x + 2y$, $F_y = 2x - y^2$. (x, y मी० में तथा F न्यूटन में है) के अन्तर्गत गतिशील है। यदि कण की बिन्दु (2,3) पर गतिज ऊर्जा (8/3) J हो तो बिन्दु (1, 2) पर कण की चाल (m/s में) ज्ञात करो।

Ans. 02.00

Sol. $\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$

$\vec{F} . d\vec{r} = - du$

$\left(F_x \hat{i} + F_y \hat{j}\right) . \left(dx\hat{i} + dy\hat{j}\right) = - du$

$F_x\, dx + F_y\, dy = - du$

$- du = (- 2x + 2y)\, dx + (2x - y^2)dy$

$= - 2x\, dx + 2(y\, dx + x\, dy) - y^2\, dy$

$u(x, y) = x^2 - 2(xy) + \frac{y^3}{3} + C$

$U\,(2, 3) = 4 - 12 + 9 + C = 1 + C$

$\frac{8}{3} + 1 + C = (K.E) + [1 - 4 + \frac{8}{3} + C]$

Kinetic energy गतिज ऊर्जा $= 4$ J

$\frac{1}{2}(2)v^2 = 4 \Rightarrow v = 2$m\s

PART - III : ONE OR MORE THAN ONE OPTIONS CORRECT TYPE

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

SECTION (A) : WORK DONE BY CONSTANT FORCE नियत बल द्वारा किया गया कार्य

1. No work is done by a force on an object if
बल द्वारा किसी वस्तु पर कोई कार्य नहीं किया जाता है यदि –
(A*) the force is always perpendicular to its velocity
बल हमेशा वेग के लम्बवत् होता है।
(B) the force is always perpendicular to its acceleration
बल हमेशा त्वरण के लम्बवत् होता है।
(C*) the object has no motion but the point of application of the force moves on the object
वस्तु स्थिर है लेकिन वस्तु पर आरोपित बल का क्रिया बिन्दु (point of application) वस्तु पर गति करता है।
(D*) the object moves in such a way that the point (of the body) of application of the force remains fixed.
वस्तु इस प्रकार गति करती है कि बल का क्रिया बिन्दु (वस्तु का) स्थिर रहता है।

Sol. $dW_F = \vec{F}.d\vec{s}$, if $\vec{F}$ perpendicular to $d\vec{s}$ then

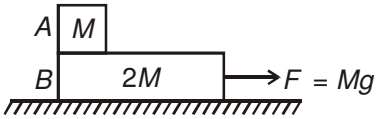
$dW_F = \vec{F}.d\vec{s}$, यदि $\vec{F}$, $d\vec{s}$ के लम्बवत् है तो

$dW_F = 0$, $d\vec{s}$ is displacement of point of application of force, $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$.

$dW_F = 0$, $d\vec{s}$ बल के क्रिया बिन्दु का विस्थापन है $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$.

(A), (C), (D) are true. सत्य है।

2. In the figure shown, there is no friction between *B* and ground and $\mu = 2/3$ between *A* and *B*.
प्रदर्शित चित्र में ब्लॉक B तथा जमीन के मध्य कोई घर्षण नहीं है तथा ब्लॉक A तथा ब्लॉक B के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = 2/3$ है तो



(A*) The net work done on block *A* with respect to *B* is zero
ब्लॉक B के सापेक्ष A पर किया गया कुल कार्य शून्य है।

(B*) The net work done on block *A* with respect to ground for a displacement '*S*' is $\frac{MgS}{3}$
जमीन के सापेक्ष ब्लॉक A पर किया गया कुल कार्य विस्थापन 'S' के दौरान $\frac{MgS}{3}$ है।

(C*) The net work done on block *B* with respect to ground for a displacement '*S*' is $\frac{2MgS}{3}$
जमीन के सापेक्ष ब्लॉक B पर किया गया कुल कार्य विस्थापन 'S' के दौरान $\frac{2MgS}{3}$ है।

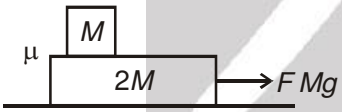
(D*) The work done by friction with respect to ground on *A* and *B* is equal and opposite in sign.
जमीन के सापेक्ष ब्लॉक A तथा B पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य बराबर तथा विपरीत चिन्ह का है।

Sol. (A, B, C, D)

For the situation *A* and *B* move together and force of friction between *A* and *B* is $\frac{F}{3}$ i.e. $\frac{Mg}{3}$. Since *A* and *B* move together.

Net force acting on $A = \frac{Mg}{3}$.

Net force on $B = Mg - \frac{Mg}{3} = \frac{2Mg}{3}$



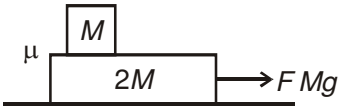
Since displacement is same.

Sol. (A, B, C, D)

A तथा *B* के साथ चलने की स्थिति में , तथा *A* एवं *B* के मध्य घर्षण बल $\frac{F}{3}\left(=\frac{Mg}{3}\right)$ है

चुकि *A* और *B* एक साथ गति करते है

इसलिए *A* पर कुल बल $= \frac{Mg}{3}$.



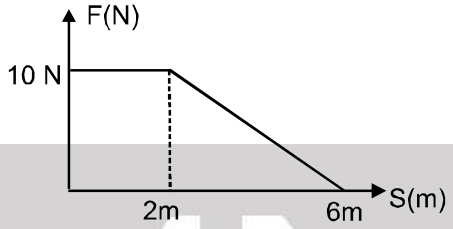
B पर कुल बल $= Mg - \frac{Mg}{3} = \frac{2Mg}{3}$

SECTION (B) : WORK DONE BY A VARIABLE FORCE परिवर्तनशील द्वारा किया गया कार्य

SECTION (C) : WORK ENERGY THEOREM कार्य ऊर्जा प्रमेय

3. A body of constant mass m = 1 kg moves under variable force F as shown. If at t = 0, S = 0 and velocity of the body is $\sqrt{20}$ m/s and the force is always along direction of velocity, then choose the incorrect options

नियत द्रव्यमान m = 1 kg की वस्तु चित्रानुसार परिवर्ती बल F के कारण गतिशील है। यदि t = 0 पर S = 0 तथा वस्तु का वेग $\sqrt{20}$ m/s है। एवं बल हमेशा वेग की दिशा में हो तो गलत विकल्पों को चुनिये :



(A*) velocity of the particle will increase upto S = 2m and then decrease.
(B) the final velocity at S = 6 m is 10 m/s
(C*) the final velocity at S = 6 m is $4\sqrt{5}$ m/s
(D*) the acceleration is constant up to S = 2m and then it is negative.
(A*) S = 2m तक कण का वेग बढेगा तत्पश्चात् घटेगा।
(B) S = 6 m पर अन्तिम वेग 10 m/s है।
(C*) S = 6 m पर अन्तिम वेग $4\sqrt{5}$ m/s है।
(D*) S = 2m तक कण का त्वरण नियत है तत्पश्चात् ऋणात्मक है।

Sol. velocity will continuously increase वेग लगातार बढ़ेगा

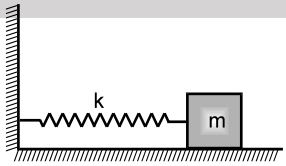
$1/2\ m\ (v^2 - u^2) = \Delta$ KE = work done किया गया कार्य

$\Rightarrow \quad 1/2 \times 1.(v^2 - 20) =$ Area क्षेत्रफल $= 40$

$\Rightarrow \quad v = 10$ m/s

4. A block of mass 'm' is attached to one end of a massless spring of spring constant 'k'. The other end of the spring is fixed to a wall. The block can move on a horizontal rough surface. The coefficient of friction between the block and the surface is μ. The block is released when the spring has a compression $\frac{2\mu mg}{k}$ of then choose the incorrect option(s):

'm' द्रव्यमान का एक गुटका स्प्रिंग नियतांक 'k' की एक द्रव्यमानहीन स्प्रिंग के एक सिरे से जुड़ा है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा एक दीवार पर जड़वत है। गुटका एक क्षैतिज खुरदरी सतह पर चल सकता है। गुटके व सतह के मध्य घर्षण गुणांक μ है। गुटका छोड़ा जाता है जब स्प्रिंग का सम्पीड़न $\frac{2\mu mg}{k}$ है, तो गलत विकल्प चुनिए।



(A) The maximum speed of the block is $\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}$

(B*) The maximum speed of the block is $2\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}$

(C*) The block will have velocity towards left during its motion.
(D*) The extension in the spring at the instant the velocity of block become zero for the first time after being released is $\frac{\mu mg}{k}$.

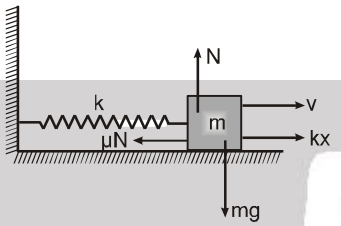
(A) गुटके की अधिकतम चाल $\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}$ है।

(B*) गुटके की अधिकतम चाल $2\mu g\sqrt{\frac{m}{k}}$ है।

(C*) गति के दौरान गुटके का वेग बाँयीं ओर होगा

(D*) छोडने के बाद वह क्षण जब गुटके का वेग पहली बार शून्य होगा तब, स्प्रिंग में विस्तार $\frac{\mu mg}{k}$ है।

Sol. **(i)** Velocity will be maximum when net force = 0.
वेग अधिकतम होगा जब परिणामी बल = 0



$k.x = \mu N = \mu mg \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\mu mg}{k}$

कार्य ऊर्जा प्रमेय से $W_s + W_f = \Delta K$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k\left(\frac{2\mu mg}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 - \mu mg \times \frac{\mu mg}{k} = \frac{1}{2}mv^2$$

On solving हल करने पर,

$$v = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

(ii) When the particle have velocity equal to zero, then let extension in spring be 'x'.
जब कण का वेग शून्य है तो माना स्प्रिंग में विस्तार 'x' है।

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{2\mu mg}{k}\right)^2 = \mu mg\left(\frac{2\mu mg}{k} + x\right) + \frac{1}{2}kx^2$$

$$2\frac{\mu^2 m^2 g^2}{k} = 2\frac{\mu^2 m^2 g^2}{k} + x\mu mg + \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow \quad x\left[\frac{2\mu mg}{k} + x\right] = 0$$

$x = 0$ (at natural length) or $x = -\frac{2\mu mg}{k}$ when compression in spring is $\frac{2\mu mg}{k}$ i.e. initially

$x = 0$ (प्राकृतिक लम्बाई पर) या $x = -\frac{2\mu mg}{k}$ जब स्प्रिंग में संपीडन $\frac{2\mu mg}{k}$ अर्थात् प्रारम्भ में

So at natural length, velocity is zero and spring force is also zero. The block will not return or have velocity towards left.
इसलिए प्राकृतिक लम्बाई पर वेग शून्य है। स्प्रिंग बल भी शून्य है। गुटका वापस नहीं लौटेगा और इसका वेग बांयी ओर है।

5. The kinetic energy of a particle continuously increases with time
एक कण की गतिज ऊर्जा मे समय के साथ लगातार वृद्धि हो रही है तो

(A) the resultant force on the particle must be parallel to the velocity at all instants.
हर समय कण पर परिणामी बल वेग के समान्तर होना चाहिए।

(B*) the resultant force on the particle must be at an angle less than 90° with the velocity all the time
हर समय कण पर परिणामी बल वेग के साथ 90° से कम कोण पर होना चाहिए।

(C) its height above the ground level must continuously decrease
कण की धरातल से ऊँचाई लगातार घटनी चाहिये।

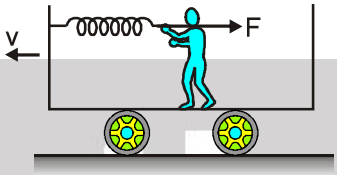
(D*) the magnitude of its linear momentum is increasing continuously
कण के रेखीय संवेग का परिमाण लगातार बढेगा।

Sol. $dW_F = \vec{F}.\vec{ds} = dk > 0 \Rightarrow \left|\vec{F}\right|.\left|\vec{ds}\right| \cos\theta > 0$

$\Rightarrow 0 < \theta < 90^\circ$

$p = \sqrt{2m(K.E.)}$, K.E. ↑ so इसलिए p ↑ .

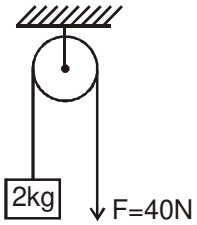
6. A man applying a force F upon a stretched spring is stationary in a compartment moving with constant speed v. The compartment covers a distance L in some time t.
नियत चाल v से गति कर रही एक गाड़ी में स्थिर खड़ा व्यक्ति खींची हुई स्थिर स्प्रिंग पर नियत बल F लगा रहा है। किसी समय t पर गाड़ी दूरी L तय करती है।



(A*) The man acting with force F on spring does the work w = – FL.
(B*) The total work performed by man on the (compartment + spring) with respect to ground is zero.
(C*) The work done by friction acting on man with respect to ground is, w = – FL.
(D) The total work done by man with respect to ground is, w = – FL.
(A*) स्प्रिंग पर कार्यरत बल F के साथ व्यक्ति w = – FL कार्य करता है।
(B*) धरातल के सापेक्ष (गाड़ी + स्प्रिंग) पर व्यक्ति द्वारा किया गया कुल कार्य शून्य होगा।
(C*) धरातल के सापेक्ष व्यक्ति पर कार्यरत घर्षणबल द्वारा किया गया कार्य w = – FL होगा।
(D) धरातल के सापेक्ष व्यक्ति द्वारा किया गया कुल कार्य w = – FL है।

Sol. The man acting with force F on spring does the work w = – FL and work done by friction acting on car exerted by man w = FL
∴ total work done by man is zero.
स्प्रिंग पर बल F के द्वारा किया गया कार्य w = – FL तथा व्यक्ति द्वारा गाड़ी पर कार्यरत घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य w = FL
∴ व्यक्ति पर कुल किया गया कार्य

7.# A block of mass 2 kg is hanging over a smooth and light pulley through a light string. The other end of the string is pulled by a constant force F = 40 N. At t = 0 the system is at rest as shown. Then in the time interval from t = 0 to $t = \frac{2}{\sqrt{10}}$ seconds, pick up the correct statement (s) : ($g = 10\ m/s^2$)
एक 2 kg द्रव्यमान का ब्लॉक, एक चिकनी तथा हल्की घिरनी के द्वारा हल्की रस्सी से लटका हुआ है। रस्सी का दूसरा सिरा नियत बल F = 40 N से खींचा जाता है। t = 0 पर निकाय चित्रानुसार विरामावस्था में है। तब t = 0 से $t = \frac{2}{\sqrt{10}}$ सैकण्ड समयान्तराल के लिये सही कथनों का चयन कीजिये। ($g = 10\ m/s^2$)

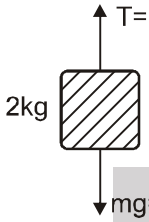


(A*) tension in the string is 40 N
(B) work done by gravity is – 20 J
(C*) work done by tension on block is 80J
(D) None of these
(A*) रस्सी में तनाव 40 N है।
(B) गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य – 20 J है।
(C*) तनाव द्वारा ब्लॉक पर किया गया कार्य 80 J है।
(D) इनमें से कोई नही

Sol. Acceleration of block is (ब्लॉक का त्वरण) = 10 m/s²

$\therefore$ displacement (विस्थापन) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{4}{10} = 2m$

Tension in the string is 40 N
Work done by gravity is
रस्सी में तनाव 40 N है।
गुरूत्व द्वारा किया कार्य– 20 × 2 = – 40 J



and work done by tension is
तनाव द्वारा किया कार्य
40 × 2 = 80 J

8. One end of a light spring of spring constant k is fixed to a wall and the other end is tied to a block placed on a smooth horizontal surface. In a displacement, the work done by the spring is $\frac{1}{2}$ kx². The possible cases are
एक स्प्रिंग का एक सिरा दीवार से जुड़ा है तथा दूसरा सिरा एक ब्लॉक से जुड़ा है जो चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा है। स्प्रिंग का बल नियतांक k है। ब्लॉक को विस्थापित करने में स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य $\frac{1}{2}$kx² है तो संभावित विकल्प है–

(A*) the spring was initially compressed by a distance x and was finally in its natural length
प्रारम्भ मे स्प्रिंग x दूरी तक सम्पीड़ित थी तथा अन्तिम स्थिति में यह वास्तविक लम्बाई में थी।
(B*) it was initially stretched by a distance x and finally was in its natural length
प्रारम्भ में स्प्रिंग x दूरी तक खींची हुई थी तथा अन्तिम स्थिति में यह वास्तविक लम्बाई में थी।
(C) it was initially in its natural length and finally in a compressed position
प्रारम्भ में स्प्रिंग वास्तविक लम्बाई में थी तथा अन्तिम स्थिति में सम्पीड़ित थी।
(D) it was initially in its natural length and finally in a stretched position
प्रारम्भ में स्प्रिंग वास्तविक लम्बाई में थी तथा अन्तिम स्थिति में खींची हुई थी।

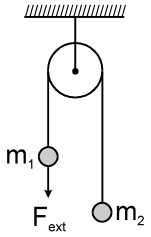
Sol. $W_S = U_i - U_f$, $\frac{1}{2}$ kx² = $U_i - U_f$

$U_f = 0 \Rightarrow U_i = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(-x)^2$

$\Rightarrow$ spring was either compressed or stratched initially by a distance x.
$\Rightarrow$ स्प्रिंग प्रारम्भ में या तो x सम्पीडित थी या x खिची हुई थी।

SECTION (E) : POWER शक्ति

9.# Two bodies of mass m_1 and m_2 ($m_2 > m_1$) are connected by a light inextensible string which passes through a smooth fixed pulley as shown. Then choose the correct option(s)



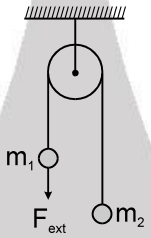
(A*) The instantaneous power delivered by an external agent to pull m_1 with constant velocity v is $(m_2 - m_1)gv$

(B) The instantaneous power delivered by an external agent to pull m_1 with constant velocity v is $(m_2 + m_1)gv$

(C*) The instantaneous power delivered by an external agent to pull m_1 with constant acceleration a at any instant t, starting from rest, is $[m_2(g + a) - m_1 (g - a)]$ at

(D) The instantaneous power delivered by an external agent to pull m_1 with constant acceleration a at any instant t, starting from rest, is $[m_2(g + a) + m_1 (g - a)]$ at

m_1 तथा m_2 ($m_2 > m_1$) द्रव्यमान की दो वस्तुऐं एक अवितान्य हल्की रस्सी द्वारा जुडी हुई है, जो एक चिकनी जडवत घिरनी से गुजरती है तो सही विकल्पों का चयन करो।



(A*) m_1 द्रव्यमान को किसी बाह्य कारक द्वारा नियत वेग v से खींचने के लिए दी गई तात्क्षणिक शक्ति $(m_2 - m_1)gv$ है।

(B) m_1 द्रव्यमान को किसी बाह्य कारक द्वारा नियत वेग v से खींचने के लिए दी गई तात्क्षणिक शक्ति $(m_2 + m_1)gv$ है।

(C*) विरामावस्था से m_1 द्रव्यमान को किसी बाह्य कारक द्वारा नियत त्वरण a से खींचने के लिए किसी समय t पर दी गई तात्क्षणिक शक्ति $[m_2(g + a) - m_1 (g - a)]at$ है।

(D) विरामावस्था से m_1 द्रव्यमान को किसी बाह्य कारक द्वारा नियत त्वरण a से खींचने के लिए किसी समय t पर दी गई तात्क्षणिक शक्ति $[m_2(g + a) + m_1 (g - a)]at$ है।

Ans. (a) $(m_2 - m_1)gv$

(b) $[m_2(g + a) - m_1 (g - a)]$ at

Sol. (a) $P = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{V}$

Where $\vec{V}$ is the vel. of point of application

जहाँ $\vec{V}$ उस बिन्दु का वेग है, जहाँ बल लगाया गया है।

$F_{ext} + m_1g = T$ & $m_2g = T$

$\Rightarrow$ $F_{ext} = m_2g - m_1g$

$= (m_2 - m_1) g$

$\therefore$ $P = (m_2 - m_1) g v$ **Ans.**

(b) $F_{ext} + m_1g - T = m_1a$

$T - m_2g = m_2a$

$F_{ext} = (m_1 + m_2) a + (m_2 - m_1)g$

$= m_2(g+a) - m_1(g - a)$

$\therefore P = (F_{ext}) (0 + at)$

$= \{m_2(g+a) - m_1 (g - a)\}$ at **Ans.**

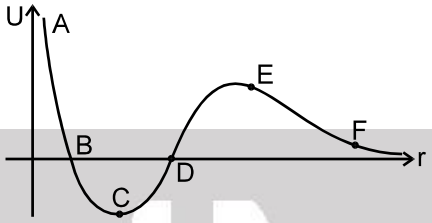
SECTION (D & F) : POTENTIAL ENERGY AND MECHANICAL ENERGY CONSERVATION

स्थितिज ऊर्जा एवं यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण

CONSERVATIVE & NONCONSERVATIVE FORCES AND EQUILIBRIUM

संरक्षी एवं असंरक्षी बल तथा साम्यावस्था

10.# The given plot shows the variation of U, the potential energy of interaction between two particles with the distance separating them is r. Then which of the following statements is / are correct. :
निम्नलिखित वक्र एक दूसरे से r दूरी पर स्थित दो कणों के मध्य अन्तक्रिया स्थितिज ऊर्जा U का दूरी r के साथ परिवर्तन प्रदर्शित करता है तो : निम्न मे से कौनसे/कौनसा कथन सत्य है ?



(A) B and D are equilibrium points B तथा D साम्यावस्था बिन्दु है।

(B*) C is a point of stable equilibrium बिन्दु C स्थायी साम्यावस्था में है।

(C) The force of interaction between the two particles is attractive between points C and D and repulsive between points D and E on the curve.
वक्र पर बिन्दु C तथा D के मध्य दो कणों के बीच अन्तःक्रिया बल आकर्षण बल है तथा बिन्दु D तथा E के मध्य अन्तःक्रिया बल प्रतिकर्षण बल है।

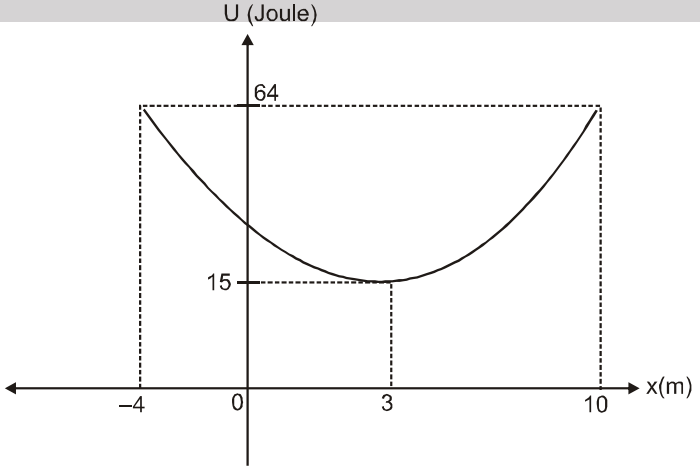
(D*) The force of interaction between the particles is repulsive between points E and F on the curve.
वक्र पर स्थित बिन्दु E तथा F के मध्य कणो के बीच अन्तःक्रिया बल प्रतिकर्षण बल है।

Sol. At point 'C', the potential energy is minimum, hence it is a point of stable equilibrium.
Also, from E to F, the slope is negative i.e.,
बिन्दु 'C' पर स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम है अतः यह बिन्दु स्थायी साम्यावस्था में है।
E से F तक ढाल ऋणात्मक है, अथार्त्

$\Rightarrow \quad F = -\frac{dU}{dr} > 0$ F is +ve so repulsive F धनात्मक है अतः प्रतिकर्षी है।

Hence, the force of interaction between the particles is repulsive between points E and F.
अतः बिन्दु E व F के मध्य कणों के मध्य बल प्रतिकर्षण बल है।

11. A single conservative force F(x) acts on a particle that moves along the x-axis. The graph of the potential energy with x is given. At x = 5m, the particle has a kinetic energy of 50J and its potential energy is related to position 'x' as $U = 15+(x-3)^2$ Joule, where x is in meter.
एक कण पर एक संरक्षी बल F(x) कार्यरत है जिससे यह x- अक्ष के अनुदिश गति करता है। x के साथ स्थितिज ऊर्जा का ग्राफ चित्रानुसार दर्शाया गया है। x = 5m पर कण की गतिज ऊर्जा 50J है तथा इसकी स्थितिज ऊर्जा स्थिति 'x' के साथ $U = 15+(x-3)^2$ जूल के अनुसार सम्बन्धित है। जहाँ x मीटर में है



(A*) The mechanical energy of system is 69 J.
(B) The mechanical energy of system is 19J.
(C) At x = 3, the kinetic energy of particle is minimum
(D*) The maximum value of kinetic energy is 54 J.
(A*) निकाय की यांत्रिक ऊर्जा 69 J है।
(B) निकाय की यांत्रिक ऊर्जा 19 J है।
(C) x = 3, पर कण की गतिज ऊर्जा न्यूनतम है
(D*) गतिज ऊर्जा का अधिकतम् मान 54 J है।

Sol. **(A,D)**
At x = 5m, KE = 50J
$PE = 15 + (5-3)^2 = 19$ J
Mechanical energy = 69 J
यांत्रिक ऊर्जा = 69 J
KE_{max} = Total Energy कुल ऊर्जा – PE_{mini}
= 69 – 15
= 54 J

12. A body of mass 1.0 kg moves in X-Y plane under the influence of a conservative force. Its potential energy is given by U = 2x + 3y where (x, y) denote the coordinates of the body. The body is at rest at (2, –4) initially. All the quantities have SI units. Therefore, the body

(A) moves along a parabolic path
(B*) moves with a constant acceleration
(C*) never crosses the X axis
(D*) has a speed of $2\sqrt{13}$ m/s at time t = 2s.

1.0 kg द्रव्यमान की वस्तु X-Y तल में संरक्षित बल के प्रभाव में गति करती है। इसकी स्थितिज ऊर्जा U = 2x + 3y द्वारा दी जाती है। जहाँ (x, y) वस्तु के निर्देशांक को बताते है। प्रारम्भ में वस्तु (2, –4) पर विराम पर है। सभी राशियाँ SI पद्धति में है। वस्तु –

(A) एक परवलय पथ पर गति करती है।
(B) नियत त्वरण के साथ गति करती है।
(C) X-अक्ष को कभी नहीं पार करती है।
(D) t = 2s समय पर $2\sqrt{13}$ m/s चाल रखती है।

Ans. **(BCD)**

Sol. $F = -2\hat{i} - 3\hat{j}$
$\bar{a} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$
(b) correct
(d) $\bar{v} = 2\sqrt{4+9} = 2\sqrt{13}$

PART - IV : COMPREHENSION

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

Comprehension 1 :

A block having mass 4 kg is pushed down along an inclined plane of inclination 53° with a force of 40 N acting parallel to the incline. It is found that the block moves on the incline with an acceleration of 10 m/s^2. The initial velocity of block is zero (take g = 10m/s^2).
4.0 Kg द्रव्यमान का एक गुटका 53° ढलान वाले नत तल पर, नततल के समान्तर कार्य कर रहे 40 N के एक बल द्वारा नीचे की ओर धकेला जाता है यह पाया जाता है कि गुटका नततल पर 10 m/s^2 के त्वरण से चलता है। गुटके का प्रारम्भिक वेग शून्य है। (दिया है g = 10m/s^2)

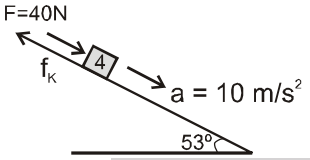
1. Find the work done by the applied force in the 2 seconds from starting of motion,
गति के प्रारम्भ से 2 सेकण्ड में आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो

(A*) 800 J (B) –800 J (C) 640 J (D) –640 J

2. Find the work done by the weight of the block in the 2 seconds from starting of motion,
गति के प्रारम्भ से 2 सेकण्ड में गुटके के भार द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो
(A) 800 J (B) –800 J (C*) 640 J (D) –640 J

3. Find the work done by the frictional force acting on the block in the 2 seconds from starting of motion .
गति के प्रारम्भ से 2 सेकण्ड में गुटके पर कार्यरत घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो
(A) 800 J (B) –800 J (C) 640 J (D*) –640 J

Sol.



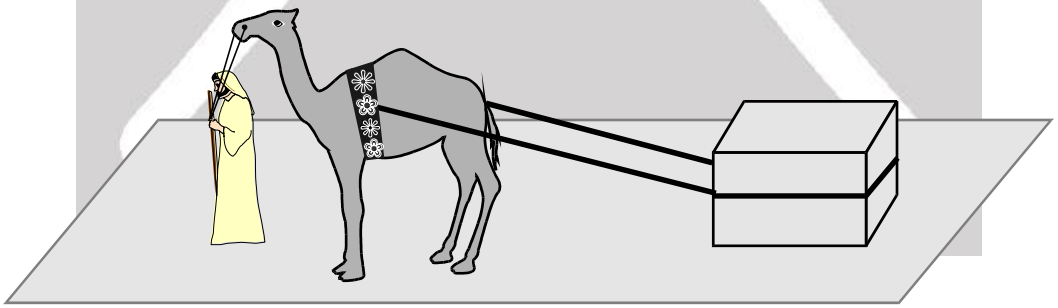
$f_K = \mu mg \cos 53^\circ$,
$40 - f_K + mg \sin 53^\circ = 4\ (10)$
$f_K = mg \sin 53^\circ$
Displacement in 1 sec 1 से. में विस्थापन $S = 0 + 1/2\ (10)\ (2)^2$
$S = 20$ m
$W_F = 40 \times 20 = 800$ J,
$W_{grav} = 40 \times 4/5 \times 20 = 640$ J
$W_{F_K} = -640$ J

Comprehension # 2

Ram and Ali are two friends. Both work in a factory. Ali uses a camel to transport the load within the factory.
Due to low salary & degradation in health of camel, Ali becomes worried and meets his friend Ram and discusses his problem. Ram collected some data & with some assumptions concluded the following.

अनुच्छेद # 2

राम एवं अली बचपन से पक्के मित्र हैं। अब दोनों एक ही कारखाने में काम करते हैं। अली कारखाने में भार को ढ़ोने के लिए ऊँट का इस्तेमाल करता है। निम्न वेतन तथा ऊँट के स्वास्थ्य में गिरावट से अली चिन्तित होता है तथा अपने मित्र राम से मिलता है तथा अपनी समस्या पर बात करता है। राम कुछ कल्पनाओं सहित कुछ ऑकड़े इकट्ठा करता है तथा निम्न निष्कर्ष निकालता है।



(i) The load used in each trip is 1000 kg and has friction coefficient $\mu_k = 0.1$ and $\mu_s = 0.2$.
प्रत्येक बारी में प्रयुक्त भार 1000 किग्रा. है तथा घर्षक गुणांक $\mu_k = 0.1$ तथा $\mu_s = 0.2$ हैं।

(ii) Mass of camel is 500 kg.
ऊँट का द्रव्यमान 500 किग्रा. है।

(iii) Load is accelerated for first 50 m with constant acceleration, then it is pulled at a constant speed of 5m/s for 2 km and at last stopped with constant retardation in 50 m. (String used for pulling load is almost horizontal).
भार प्रथम 50 मी. तक एक समान त्वरण से त्वरित होता है, उसके बाद 2 किमी. तक नियत वेग 5 मी./से. से खींचा जाता है तथा अन्त में 50 मी. में नियत मंदन से रूकता है। (भार खीचनें में प्रयुक्त रस्सी लगभग क्षैतिज रहती है।)

4. Sign of work done by the camel on the load during parts of motion, accelerated motion, uniform motion and retarted motion respectively are:
गति के विभिन्न भागो : क्रमशः त्वरित गति, एक समान गति तथा मंदित गति में ऊँट द्वारा भार पर किये गये कार्य का चिन्ह है –
(A*) +ve, + ve, +ve (B) +ve, +ve, – ve (C) +ve, zero, – ve (D) +ve, zero, +ve
(A*) +ve, + ve, +ve (B) +ve, +ve, – ve (C) +ve, शून्य, – ve (D) +ve, शून्य, +ve

Sol. (A) $W_{CL} + W_f = \Delta KE$ $\therefore$ $W_{CL} = \Delta KE - W_f$
(a) During accelerated motion negative work is done against friction and there is also change is kinetic energy. Hence net work needed is +ve.
(b) During uniform motion work is done against friction only and that is +ve.
(c) During retarded motion, the load has to be stopped in exactly 50 metres. If only friction is considered then the load stops in 12.5 metres which is less than where it has to stop.
Hence the camel has to apply some force so that the load stops in 50m (>12.5 m). Therefore the work done in this case is also +ve.
(a) त्वरित गति के दौरान घर्षण के विरूद्ध ऋणात्मक कार्य होता है तथा यह गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर भी होता है अतः कुल कार्य आवश्यक रूप में +ve होगा।
(b) एक समान गति के दौरान केवल घर्षण के विरूद्ध कार्य होगा और यह +ve होगा।
(c) मंदित गति के दौरान, भार ठीक 50 मीटर दूरी में रूक जायेगा। यदि केवल घर्षण को माने तो भार 12.5 मी. दूरी में रूक जायेगा यह दूरी, जहाँ यह रूकेगा उससे कम है। अतः ऊँट भार को 50 मी. (>12.5 मी.) दूरी में रोकने के लिए कुछ बल और लगायेगा। अतः इन स्थितियों में किया गया कार्य +ve है।

5. The ratio of magnitude of work done by camel on the load during accelerated motion to retarded motion is :
त्वरित गति तथा मंदित गति के दौरान ऊँट द्वारा भार पर किये गये कार्य के परिमाणों का अनुपात है –
(A) 3 : 5 (B) 2.2 : 1 (C) 1 : 1 (D*) 5 : 3

Sol. $W_{CL}|_{\text{accelerated motion}} = \Delta KE - W_{\text{friction}}$ where W_{CL} is work done by camel on load.
$W_{CL}|_{\text{त्वरित गति}} = \Delta KE - W_{\text{घर्षण}}$ जहाँ W_{CL} ऊँट द्वारा भार पर किया गया कार्य है।

$$= \left[\frac{1}{2}mv^2 - 0\right] - \left[-\mu_k mg.50\right]$$

$$= \frac{1}{2}\times 1000\times 5^2 + 0.1\times 10\times 1000\times 50 = 1000\left[\frac{125}{2}\right]$$

similarly, $W_{CL}|_{\text{retardation}} = \Delta KE - W_{\text{friction}}$
इसी प्रकार , $W_{\text{मंदन}} = \Delta KE - W_{\text{घर्षण}}$

$$\left[0 - \frac{1}{2}mv^2\right] - [-\mu_k mg.50] = 1000\left[\frac{75}{2}\right]$$

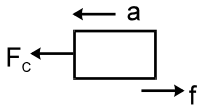
$$\therefore \quad \frac{W_{CL}|_{\text{accelerated motion}}}{W_{CL}|_{\text{retarded motion}}} \quad \frac{W_{CL}|_{\text{त्वरित गति}}}{W_{CL}|_{\text{मंदित गति}}}$$

$$= \frac{125}{75} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5:3$$

6. Maximum power transmitted by the camel to load is:
ऊँट द्वारा भार को संचरित महत्तम शक्ति है –
(A*) 6250 J/s (B) 5000 J/s (C) 10^5 J/s (D) 1250 J/s

Sol. Maximum power = $F_{max} \times V$

Maximum force applied by camel is during the accelerated motion.



We have $V^2 - U^2 = 2as$

$25 = 0^2 + 2.a.50$

$a = 0.25\ m/s^2$; for accelerated motion

$\therefore \quad F_C - f = ma$

$\therefore \quad F_C = \mu mg + ma = 0.1\times1000\times10+1000\times2.5$

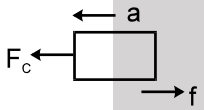
$= 1000 + 250 = 1250\ N$

This is the critical point just before the point where it attains maximum velocity of almost 5 m/s.

Hence maximum power at this point is = 1250 × 5 = 6250 J/s.

Sol. अधिकतम शक्ति = $F_{max} \times V$

त्वरित गति के दौरान ऊँट अधिकतम बल लगाएगा



हम जानते है $V^2 - U^2 = 2as$

$25 = 0^2 + 2.a.50$

$a = 0.25\ m/s^2$; त्वरित गति के लिए

$\therefore \quad F_C - f = ma$

$\therefore \quad F_C = \mu mg + ma = 0.1\times1000\times10+1000\times2.5$

$= 1000 + 250 = 1250\ N$

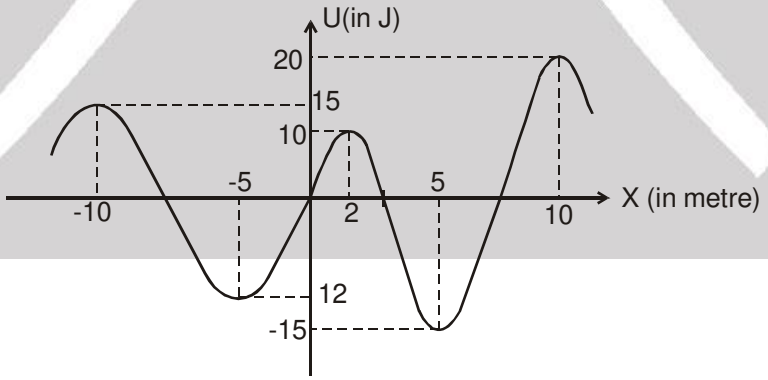
यह क्रान्तिक बिन्दु है, इस बिन्दु से पहले अधिकतम वेग 5 m/s है।

अतः इस बिन्दु पर अधिकतम शक्ति = 1250 × 5 = 6250 J/s.

Comprehension # 3

In the figure the variation of potential energy of a particle of mass m = 2kg is represented w.r.t. its x-coordinate. The particle moves under the effect of this conservative force along the x-axis.

चित्र में m = 2kg के कण की स्थितिज ऊर्जा का निर्देशांक x-के साथ परिवर्तन चित्र में प्रदर्शित है। संरक्षी बल के प्रभाव में कण x-दिशा में गति कर रहा है।



7. If the particle is released at the origin then :

(A) it will move towards positive x-axis.

(B*) it will move towards negative x-axis.

(C) it will remain stationary at the origin.

(D) its subsequent motion cannot be decided due to lack of information.

यदि कण को मूल बिन्दु से छोड़ा जाए तो

(A) यह धनात्मक x-दिशा में गति करेगा

(B*) यह ऋणात्मक x-दिशा में गति करेगा

(C) यह मूल बिन्दु पर स्थिर रहेगा

(D) इसकी आगे की गति सूचना की कमी के कारण नहीं बताई जा सकती

Sol. If the particle is released at the origin, it will try to go in the direction of force. Here $\frac{du}{dx}$ is positive and hence force is negative, as a result it will move towards – ve x-axis.

यदि कण को मूल बिन्दु से छोडा जाता है, तो ये बल की दिशा में जाने का प्रयास करेगा। यहाँ $\frac{du}{dx}$ धनात्मक है अतः बल ऋणात्मक है, परिमाणस्वरूप ये – ve x-अक्ष की तरफ गति करेगा।

8. If the particle is released at $x = 2 + \Delta$ where $\Delta \to 0$ (it is positive) then its maximum speed in subsequent motion will be :

यदि कण को $x = 2 + \Delta$ से छोड़ा जाये जहाँ $\Delta \to 0$ (यह धनात्मक है) हो तो इसकी गति के दौरान अधिकतम चाल होगी

(A) $\sqrt{10}$ m/s (B*) 5 m/s (C) $5\sqrt{2}$ (D) 7.5 m/s

Sol. When the particle is released at $x = 2 + \Delta$ it will reach the point of least possible potential energy (–15 J) where it will have maximum kinetic energy.

जब कण $x = 2 + \Delta$ से छोड़ा जाता है, यह न्यूनतम संभव स्थितिज ऊर्जा के बिन्दु (–15 J) पर पहुंच जायेगा। जहाँ इसकी गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी।

$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 25 \qquad \Rightarrow \qquad v_{max} = 5$ m/s

9. $x = -5$ m and $x = 10$ m positions of the particle are respectively of

(A) neutral and stable equilibrium. (B) neutral and unstable equilibrium.

(C) unstable and stable equilibrium. (D*) stable and unstable equilibrium.

$x = -5$m तथा $x = 10$ m पर कण की स्थितियाँ क्रमशः हैं –

(A) उदासीन तथा स्थायी साम्यावस्था (B) उदासीन तथा अस्थायी साम्यावस्था

(C) अस्थायी तथा स्थायी साम्यावस्था (D*) स्थायी तथा अस्थायी साम्यावस्था

Exercise-3

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।
*** Marked Questions may have more than one correct option.**
*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -**

PART - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

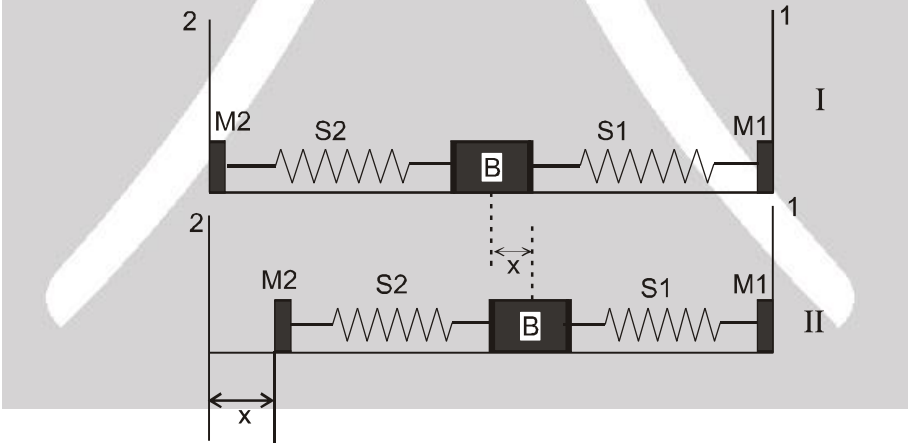
भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1.# A block (B) is attached to two unstretched springs S1 and S2 with spring constants k and 4 k, respectively (see figure I). The other ends are attached to identical supports M1 and M2 not attached to the walls. The springs and supports have negligible mass. There is no friction anywhere. The block B is displaced towards wall 1 by a small distance x (figure II) and released. The block returns and moves a maximum distance y towards wall 2. Displacements x and y are measured with respect to the equilibrium position of the block B. The ratio y/x is

Figure :

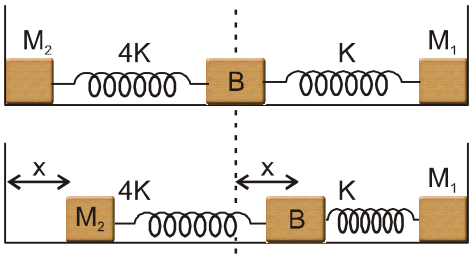
दो अतानित कमानी (unstretched springs) S1 तथा S2 जिनका कमानी स्थिरांक क्रमशः k तथा 4 k है, को एक ब्लॉक B से जोड़ा गया है (चित्र I देखें)। कमानी के दूसरे सिरों को आधार M1 तथा M2 से जोड़ा गया है, जो दीवार से नहीं जुड़े हैं। कमानी तथा आधार का द्रव्यमान नगण्य (negligible) है। कहीं भी कोई घर्षण नहीं है। ब्लॉक B को दीवार 1 की तरफ एक अल्प दूरी x तक (चित्र II) विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। ब्लॉक वापिस आता है तथा दीवार 2 की ओर अधिकतम दूरी y तक जाता है। x तथा y को ब्लॉक B की साम्यावस्था (equilibrium) से मापा जाता है। अनुपात y/x का मान है **[JEE 2008, 3/163]**

चित्र :



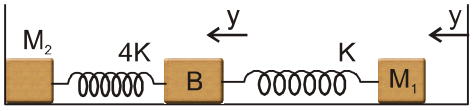
(A) 4 (B) 2 (C*) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

Sol.



As springs and supports (m_1 and m_2) are having negligible mass. Whenever springs pull the massless supports, springs will be in natural length. At maximum compression, velocity of B will be zero.

चूंकि स्प्रिंग व सहायको (m_1 व m_2) के नगण्य द्रव्यमान है। जब कभी भी स्प्रिंग उन्हे खींचती है तो प्राकृतिक लम्बाई में होगी, अधिकतम संपीडन पर B का वेग शून्य होगा



And by energy conservation. और ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2}(4K)y^2 = \frac{1}{2}Kx^2$ $\qquad$ $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ **Ans. (C)**

2. The work done on a particle of mass m by a force, $K\left[\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{i} + \frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{j}\right]$ (K being a constant of appropriate dimensions), when the particle is taken from the point (a, 0) to the point (0, a) along a circular path of radius a about the origin in the x-y plane is : **[JEE 2013 ; 4/60]**

एक बल $\left[\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{i} + \frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}\hat{j}\right]$ (K एक उचित विमा का स्थिरांक है), एक m द्रव्यमान के कण को (a,0) बिन्दु से (0,a) बिन्दु तक एक a त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर ले जाता है, जिसका केन्द्र x–y तल का मूल बिन्दु है। इस बल द्वारा किया गया कार्य निम्न है :

(A) $\frac{2K\pi}{a}$ $\qquad$ (B) $\frac{K\pi}{a}$ $\qquad$ (C) $\frac{K\pi}{2a}$ $\qquad$ (D*) 0

Ans. (D)

Sol. suppose $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

force on particle is $\frac{K}{r^3}\left(r\cos\theta\hat{i} + r\sin\theta\hat{j}\right)$

force is in radial direction so work done by this force along given path (circle) is zero.

Hindi. माना कि $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

कण पर बल $\frac{K}{r^3}\left(r\cos\theta\hat{i} + r\sin\theta\hat{j}\right)$ है

बल त्रिज्य दिशा में है अतः दिये गये वृत्तीय पथ के अनुदिश इस बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है।

3. A particle of mass 0.2 kg is moving in one dimension under a force that delivers a constant power 0.5 W to the particle. If the initial speed (in ms^{-1}) of the particle is zero, the speed (in ms^{-1}) after 5s is :
एक 0.2 kg द्रव्यमान का कण एक बल के अन्तर्गत, जो कि एक नियत शक्ति 0.5 W कण को देता है, एक दिशा में गतिशील है। यदि कण की प्रारंभिक गति शून्य है तब 5 s बाद इसकी गति (ms^{-1} में) होगा : **[JEE-2013 ; 4/60]**

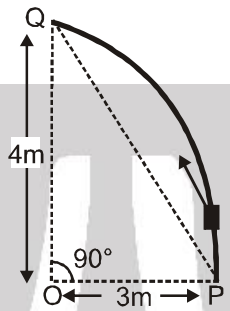
Ans. 5

Sol. $E = P.t = 0.5W \times 5s = 2.5\ J = 1/2\ mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = 5\ m/s$

4. Consider an elliptically shaped rail PQ in the vertical plane with OP = 3m and OQ= 4m. A block of mass 1kg is pulled along the rail from P to Q with a force of 18 N, Which is always parallel to line PQ (see the figure given). Assuming no frictional losses, the kinetic energy of the block when it reaches Q is (n × 10) joules. The value of n is (take acceleration due to gravity = 10 ms^{-2})

चित्र में दिखाई गई एक दीर्घ वृत्ताकार पटरी (rail) PQ ऊर्ध्व तल में स्थित है तथा दूरियाँ OP = 3 m तथा OQ= 4 m हैं। 1 kg द्रव्यमान के एक गुटके को पटरी पर P से Q तक 18 N बल से खींचा जाता है; बल की दिशा सदैव रेखा PQ के समातंर है (चित्र देखिये)। घर्षण के कारण होने वाली क्षति को नगण्य मानते हुए गुटके के बिंदु Q पर पहुँचने पर उसकी गति ऊर्जा (n×10) जूल है। n का मान है (गुरूत्वीय त्वरण का मान = 10ms^{-2}):

[JEE (Advanced)-2014 ; P-1, 3/60] WPE



Ans. 5

Sol. $W_F + W_g = K_f - K_i$

$18 \times 5 + 1g(-4) = K_f$

$90 - 40 = K_f$

$K_f = 50J = 5 \times 10J$

5*. A particle of mass m is initially at rest at the origin. It is subjected to a force and starts moving along the x-axis. Its kinetic energy K changes with time as $dK/dt = \gamma t$ where λ is a positive constant of appropriate dimensions. Which of the following statements is (are) true? **[JEE (Advanced) 2018 ; P-2, 4/60, –2]**

(A) The force applied on the particle is constant

(B) The speed of the particle is proportional to time

(C) The distance of the particle from the origin increases linearly with time

(D) The force is conservative

द्रव्यमान (mass) m का एक कण शुरूआत में मूल बिंदु (origin) पर विरामावस्था में है। कण पर एक बल लगाने से वह x-अक्ष पर चलने लगता है और कण की गतिज उर्जा (kinetic energy) K, समय के साथ $dK/dt = \gamma t$ के अनुसार परिवर्तित होती है, जहाँ λ एक उचित विमाओं वाला धनात्मक नियतांक (positive constant) है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं) ?

(A) कण पर लगाया गया बल नियत (constant) है

(B) कण की चाल समय के समानुपातिक (proportional) है

(C) कण की मूल बिंदु से तय की गयी दूरी, समय के साथ रेखीय तरीके से (linearly) बढ़ती है

(D) बल संरक्षी (conservative) है

Ans. **(ABD)**

Sol. $mv\frac{dv}{dt} = \frac{dk}{dt} = \gamma t \qquad v\,dv = \frac{\gamma}{m} t\,dt$

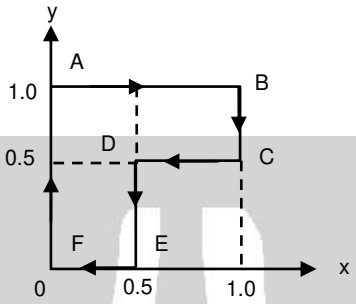
$\frac{v^2}{2} = \frac{\gamma}{m}\frac{t^2}{2} \qquad \Rightarrow v \propto t$

$\frac{dv}{dt} = \text{constant}$ नियत $\qquad \Rightarrow F = \text{constant}$ नियत

$\frac{dx}{dt} \propto t \qquad \Rightarrow x \propto t^2$

6. A particle is moved along a path AB–BC–CD–DE–EF–FA, as shown in figure in presence of a force $\vec{F} = \left(\alpha y\hat{i} + 2\alpha x\hat{j}\right)$N, where x and y are in meter and α = –1 Nm^{-1}. The work done on the particle by this force $\vec{F}$ will be _____ joule

एक कण को बल $\vec{F} = \left(\alpha y\hat{i} + 2\alpha x\hat{j}\right)$N, जहाँ x और y का मान मीटर में है तथा α = –1 Nm^{-1} है, की उपस्थिति में AB–BC–CD–DE–EF–FA पथ पर चित्रानुसार चलाया जाता है। बल $\vec{F}$ द्वारा कण पर किये गये कार्य का परिमाण _____ जूल (joule) होगा। **[JEE (Advanced) 2019 ; P-1, 3/62]**



Ans. **0.75**

Sol. $dW = \vec{F}.d\vec{r}$

$dW = \alpha ydx + 2\alpha xdy$

$A \rightarrow B$, y = 1 constant dy = 0 $\quad W_{A\rightarrow B} = \int \alpha ydx = \alpha.1\int_0^1 dx = \alpha$

$B \rightarrow C$, x = 1 constnat dx = 0 $\quad W_{B\rightarrow C} = 2\alpha.1\int_1^{0.5} dy = -2\alpha(0.5) = -\alpha$

$C \rightarrow D$, y = 0.5 dy = 0 $\quad W_{C\rightarrow D} = \int_1^{0.5} \alpha ydx = \alpha.\frac{1}{2}\int_1^{0.5} dx = -\frac{\alpha}{4}$

$D \rightarrow E$, x = 0.5 dx = 0 $\quad W_{D\rightarrow E} = 2\alpha\int xdy = 2\alpha.\frac{1}{2}\int_{0.5}^{0} dy$

$E \rightarrow F$, y = 0, dy = 0, $\quad W_{E\rightarrow F} = 0$

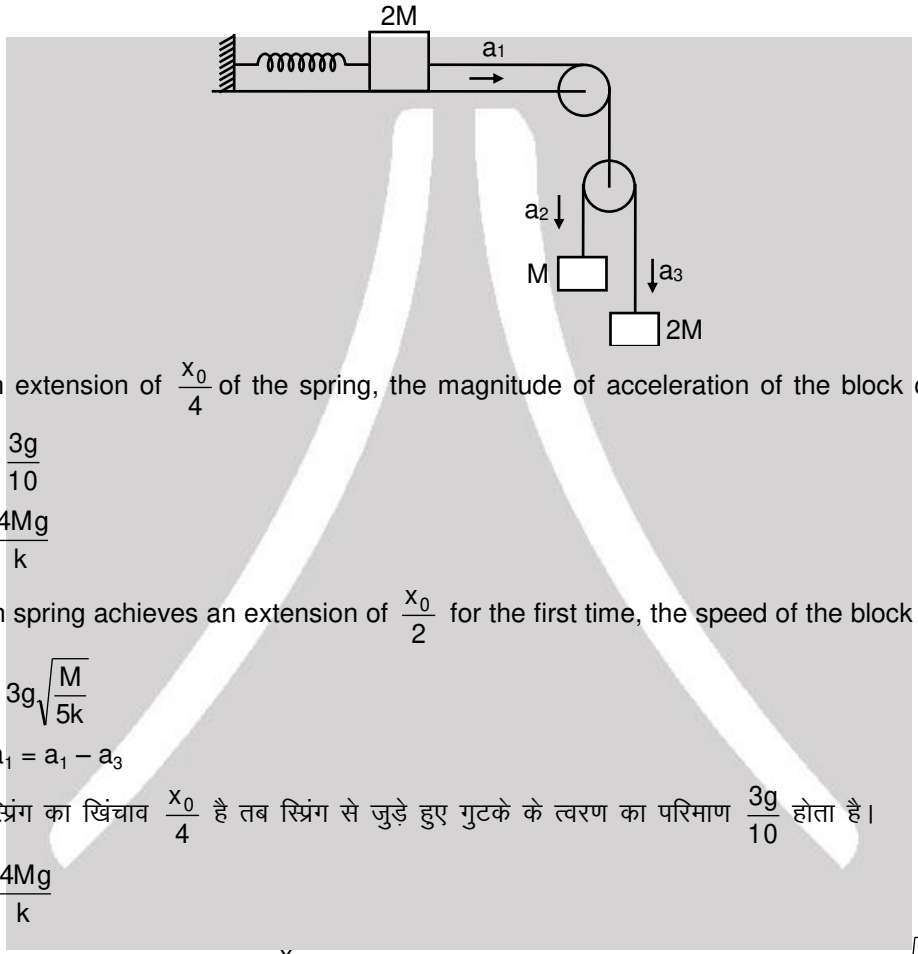
$F \rightarrow A$, x = 0, dx = 0, $\quad W_{F\rightarrow A} = 0$

$\therefore \quad W = \alpha - \alpha - \frac{\alpha}{4} - \frac{\alpha}{2} = -\frac{3\alpha}{4}$ –

$\Rightarrow \quad +3/4J = 0.75J$

7. A block of mass 2M is attached to a massless spring with spring–constant k. This block is connected to two other blocks of masses M and 2M using two massless pulleys and strings. The accelerations of the blocks are a_1, a_2 and a_3 as shown in the figure. The system is released from rest with the spring in its unstretched state. The maximum extension of the spring is x_0. Which of the following option(s) is/are correct ? [g is the acceleration due to gravity. Neglect friction] **[JEE (Advanced) 2019 ; P-2, 4/62, –1]**

2M द्रव्यमान का एक गुटका एक भारहीन स्प्रिंग, जिसका स्प्रिंग नियतांक k है, से सम्बद्ध है। यह गुटका दो अन्य M और 2M द्रव्यमान के गुटकों से दो भारहीन पुलियों एवं डोरियों द्वारा जुड़ा है। गुटकों का त्वरण a_1, a_2 और a_3 है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इस निकाय को स्थिर तथा स्प्रिंग की अवितान्य (unstretched) अवस्था से छोड़ा जाता है। स्प्रिंग का अधिकतम खिंचाव (extension) x_0 है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) ?[g गुरूत्वीय त्वरण है। घर्षण उपेक्षणीय है]



(1) At an extension of $\frac{x_0}{4}$ of the spring, the magnitude of acceleration of the block connected to the spring is $\frac{3g}{10}$

(2) $x_0 = \frac{4Mg}{k}$

(3) When spring achieves an extension of $\frac{x_0}{2}$ for the first time, the speed of the block connected to the spring is $3g\sqrt{\frac{M}{5k}}$

(4) $a_2 - a_1 = a_1 - a_3$

(A) जब स्प्रिंग का खिंचाव $\frac{x_0}{4}$ है तब स्प्रिंग से जुड़े हुए गुटके के त्वरण का परिमाण $\frac{3g}{10}$ होता है।

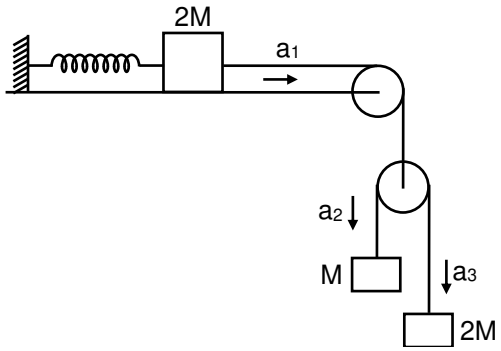
(B) $x_0 = \frac{4Mg}{k}$

(C) जब स्प्रिंग का खिंचाव पहली बार $\frac{x_0}{2}$ होता है तब स्प्रिंग से जुड़े हुए गुटके की गति का मान $3g\sqrt{\frac{M}{5k}}$ होता है।

(D) $a_2 - a_1 = a_1 - a_3$

Ans. (4)

Sol.

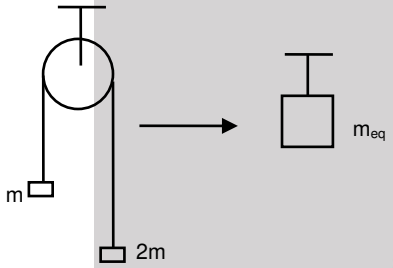


$2a_1 = a_2 + a_3$

$a_1 - a_3 = a_2 - a_1$

for other options use m equivalent

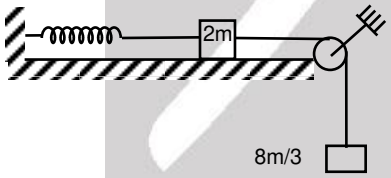
अन्य विकल्प के लिए तुल्य m का प्रयोग करते है।



$$\frac{T}{g'} = \frac{2(2m)(m)}{2m+m} = \frac{4m}{3}$$

$$\frac{2T}{g'} = \frac{8m}{3}$$

$$m_{eq.} = \frac{4m(2m)}{m+2m} = \frac{8m}{3}$$



$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{8mg}{3}x_0$$

$$x_0 = \frac{16mg}{3k}$$

$$V_{\frac{x_0}{2}} = v_{max} = \frac{x_0}{2}\omega = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{2m+\frac{8m}{3}}} = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{3k}{14m}} = g\sqrt{\frac{32}{21k}}$$

$$a_{\frac{x_0}{4}} = \frac{x_0}{4}\omega^2 = \frac{x_0}{4}\frac{3k}{14m} = \frac{3kx_0}{42m} = \frac{8g}{21}$$

PART - II : JEE (MAIN) / AIEEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. At time t = 0s a particle starts moving along the x-axis. If its kinetic energy increases uniformly with time 't', the net force acting on it must be proportional to :
समय t = 0s पर एक कण x-अक्ष पर गति प्रारम्भ करता है। यदि उसकी गतिज ऊर्जा समय 't' के साथ एक समान रूप से बढ रही है, तब उस पर कार्यशील परिणामी बल इसके समानुपाती है: **[AIEEE 2011 (11-05-2011), 3/120, –1]**

(1) constant स्थिरांक (2) t (3*) $\frac{1}{\sqrt{t}}$ (4) $\sqrt{t}$

Ans. **(3)**

Sol. K.E. = ct

$\frac{1}{2}mv^2 = ct$

$\frac{P^2}{2m} = ct$

$P = \sqrt{2ctm}$

$F = \frac{dP}{dt} = \sqrt{2cm}\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{t}}$

$\therefore F \propto \frac{1}{\sqrt{t}}$

2. When a rubber-band is stretched by a distance x, it exerts a restoring force of magnitude $F = ax + bx^2$ where a and b are constants. The work done in stretching the unstretched rubber-band by L is :

(1) $aL^2 + bL^3$ (2) $\frac{1}{2}(aL^2 + bL^3)$ (3*) $\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$ (4) $\frac{1}{2}\left(\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}\right)$

जब एक रबड़ के छल्ले को x दूरी तक खींचा जाता है ; तब परिमाण $F = ax + bx^2$ का एक प्रत्यनयन बल लगता है जहाँ a एवं b स्थिरांक हैं। बिना तानित रबड़' के छल्ले को L से विस्तारित करने में किया गया कार्य है :

[JEE (Main) - 2014, 3/120, –1]

(1) $aL^2 + bL^3$ (2) $\frac{1}{2}(aL^2 + bL^3)$ (3*) $\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$ (4) $\frac{1}{2}\left(\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}\right)$

Ans. **(3)**

Sol. Work done is streching the rubber band
रबर बैण्ड को खीचने में किया गया कार्य

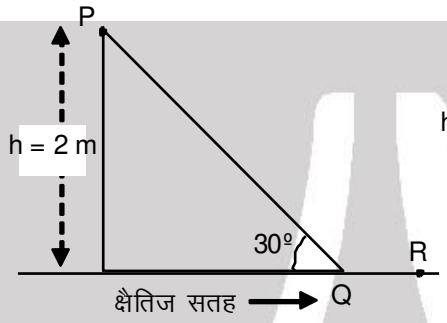
$W = \int_0^L (ax + bx^2)dx = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$

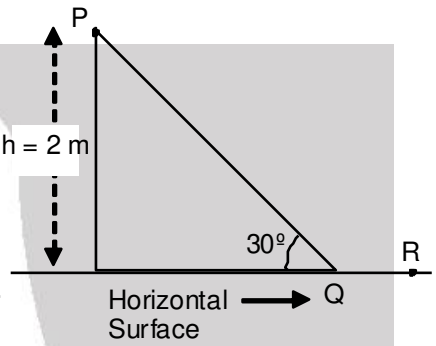
3. A point particle of mass m, moves along the uniformly rough track PQR as shown in the figure. The coefficient of friction, between the particle and the rough track equals μ. The particle is released, from rest, from the point P and it comes to rest at a point R. The energies, lost by the ball, over the parts, PQ and QR, of the track, are equal to each other, and no energy is lost when particle changes direction from PQ to QR. **[JEE (Main) 2016; 4/120, – 1]**

The values of the coefficient of friction μ and the distance x(= QR), are, respectively close to :

m द्रव्यमान का एक बिंदु कण एक खुरदरे पथ PQR (चित्र देखिये) पर चल रहा है। कण और पथ के बीच घर्षण गुणांक μ है। कण P से छोड़े जाने के बाद R पर पहुँच कर रूक जाता है। पथ के भाग PQ और QR पर चलने में कण द्वारा खर्च की गई ऊर्जाएँ बराबर हैं। PQ से QR पर होने वाले दिशा बदलाव में कोई ऊर्जा खर्च नहीं होती।

तब μ और दूरी x(= QR) के मान लगभग हैं क्रमश :



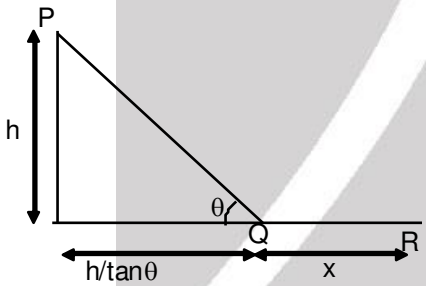


(1) 0.2 and 3.5 m (2*) 0.29 and 3.5 m (3) 0.29 and 6.5 m (4) 0.2 and 6.5 m

(1) 0.2 और 3.5 m (2*) 0.29 और 3.5 m (3) 0.29 और 6.5 m (4) 0.2 और 6.5 m

Ans. (2)

Sol.



Given that दिया गया है $\frac{\mu mgh}{\tan\theta} = mgh - \frac{\mu mgh}{\tan\theta}$

$$\frac{2\mu}{\tan\theta} = 1 \Rightarrow \mu = \frac{\tan\theta}{2}$$

$\mu = 0.29$

$$x = \frac{h}{\tan\theta} = 2\sqrt{3} = 3.5 \text{ m}$$

4. A person trying to lose weight by burning fat lifts a mass of 10 kg upto a height of 1 m 1000 times. Assume that the potential energy lost each time he lowers the mass is dissipated. How much fat will he use up considering the work done only when the weight is lifted up ? Fat supplies 3.8×10^7 J of energy per kg which is converted to mechanical energy with a 20% efficiency rate. Take g = 9.8 ms^{-2}

एक भरोत्तोलक भार को पहले ऊपर और फिर नीचे तक लाता है। यह माना जाता है कि सिर्फ भार को ऊपर ले जाने में कार्य होता है और नीचे लाने में स्थितिज ऊर्जा का ह्रास होता हैं। शरीर की वसा ऊर्जा देती है जो यांत्रिकीय ऊर्जा में बदलती है। मान लें कि वसा द्वारा दी गई ऊर्जा 3.8×10^7 J प्रति kg भार है, तथा इसका मात्र 20% यांत्रिकीय ऊर्जा में बदलता है। अब यदि एक भरोत्तोलक 10 kg के भार को 1000 बार 1 m की ऊँचाई तक ऊपर और नीचे करता है तब उसके शरीर से वसा का क्षय है : (g = 9.8 ms^{-2} लें) **[JEE (Main) 2016; 4/120, – 1]**

(1) 6.45×10^{-3} kg (2) 9.89×10^{-3} kg (3*) 12.89×10^{-3} kg (4) 2.45×10^{-3} kg

Ans. **(3)**

Sol. Let m mass of fat is used.

माना वसा का m द्रव्यमान प्रयुक्त हुआ है।

$m(3.8 \times 10^7)\ 1/5 = 10(9.8)(1)\ (1000)$

$$m = \frac{9.8 \times 5}{3.8 \times 10^3} = 12.89 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

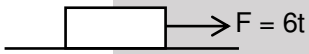
5. A time dependent force F = 6t acts on a particle of mass 1kg. If the particle starts from rest, the work done by the force during the first 1 sec. will be : **[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]**

1kg द्रव्यमान का एक कण एक समय पर निर्भर (time dependent) बल F = 6t का अनुभव करता है। यदि कण विरामावस्था से चलता है तो पहले 1 सैकण्ड में बल द्वारा किया गया कार्य होगा।

(1) 18 J (2*) 4.5 J (3) 22 J (4) 9 J

Ans. **(2)**

Sol.



$$a = \frac{F}{m} = \frac{6t}{1} = 6t$$

$$\frac{dv}{dt} = 6t$$

$$dv = 6tdt$$

$$\int_0^v dv = 6\int_0^v tdt$$

$$v = 6\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 3$$

$$W = \Delta KE = K_F - K_i = \frac{1}{2}(1)(3)^2 = 4.5 \text{ J}$$

6. A body of mass $m = 10^{-2}$ kg is moving in a medium and experiences a frictional force $F = -kv^2$. Its initial speed is $v_0 = 10$ ms^{-1}. If after 10 s, its energy is $\frac{1}{8}mv_0^2$, the value of k will be :

$m = 10^{-2}$ kg द्रव्यमान का एक पिण्ड एक माध्यम में गति कर रहा है और एक घर्षण बल $F = -kv^2$ का अनुभव करता है। पिण्ड का प्रारम्भिक वेग $v_0 = 10$ ms^{-1} हैं यदि 10 s के बाद उसकी ऊर्जा $\frac{1}{8}mv_0^2$ है तो k का मान होगा।

[JEE (Main) 2017; 4/120, –1]

(1) 10^{-1}Kg $m^{-1}s^{-1}$ (2) 10^{-3}Kg m^{-1} (3) 10^{-3}Kg s^{-1} (4*) 10^{-4}Kg m^{-1}

Ans. **(4)**

Sol. $F = -Kv^2$

$$m\frac{dv}{dt} = -kv^2$$

$$\int_{v_0}^{v} v^{-2}dv = \int_{0}^{t} -\frac{k}{m}dt$$

After 10s, पश्चात्, KE = $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8}mv_0^2$ $\quad v = \frac{v_0}{2}$

$$\left[-\frac{1}{v}\right]_{v_0}^{v_0/2} = -\frac{k}{m}t$$

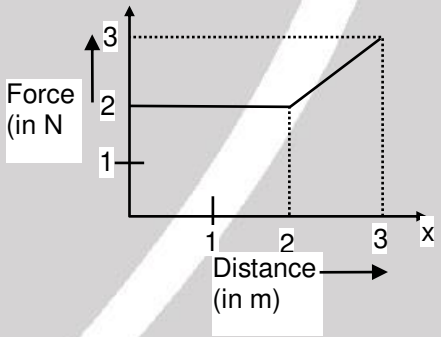
$$\left(\frac{2}{v_0} - \frac{1}{v_0}\right) = \frac{k}{m}t \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m}{v_0 t} = \frac{10^{-2}}{10\times 10}$$

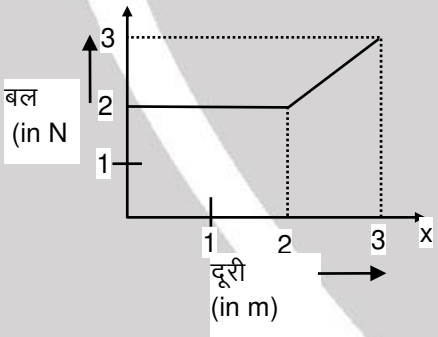
$k = 10^{-4}$ kg m^{-1}

7. A particle moves in one dimension from rest under the influence of a force that varies with the distance travelled by the particle as shown in the figure. The kinetic energy of the particle after it has travelled 3m is :

एक कण एक बल के प्रभाव में विराम अवस्था से गति प्रारम्भ करता है। बल, कण द्वारा चली दूरी के अनुसार इस प्रकार परिवर्तित होता है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। 3m दूरी चलने के बाद कण की गतिज ऊर्जा है :

[JEE (Main) 2019; 4/120, –1]





(1) 5 J (2) 4 J (3) 2.5 J (4) 6.5 J

Ans. **(4)**

Sol. $W = k_f - K_f$

$W = 2 \times 2 + 1/2 \times (2 + 3) \times 1 = k_f = 4 + 2.5 = 6.5$ J

8. A uniform cable of mass 'M' and length 'L' is placed on a horizontal surface such that its $\left(\frac{1}{n}\right)^{th}$ part is hanging below the edge of the surface. To lift the hanging part of the cable upto the surface, the work done should be :

द्रव्यमान 'M' तथा लम्बाई 'L' की एक एकसमान केबल एक क्षैतिज समतल पर इस तरह रखी है कि इसकी $\left(\frac{1}{n}\right)^{th}$ लम्बाई का हिस्सा समतल की कोर से नीचे लटका है। इस लटके हुए केबल के हिस्से को समतल तक ऊपर खींचने के लिए किया गया कार्य होगा : **[JEE (Main) 2019_09-04-2019_Shift-1]**

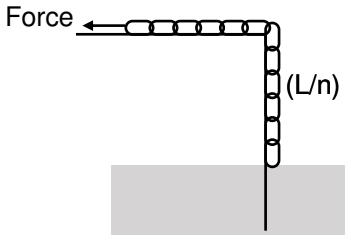
(1) $\frac{2MgL}{n^2}$ (2) $\frac{MgL}{n^2}$ (3) $\frac{MgL}{2n^2}$ (4) nMgL

Ans. **(3)**

Sol. $U_i = \frac{M}{n}\left(\frac{L}{n}\right)\frac{1}{2}g$

$\Rightarrow \quad U_f = \left(\frac{M}{n}\right)g\left(\frac{L}{n}\right)$

$\Rightarrow \quad W = U_f - U_i = \frac{MgL}{2n^2}$



9. A 60 HP electric motor lifts an elevator having a maximum total load capacity of 2000 kg. If the frictional force on the elevator is 4000 N, the speed of the elevator at full load is close to :
(1 HP = 746 W, g = 10 ms^{-2}) **[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100, –1]**
अधिकतम 2000 kg की कुल भार क्षमता वाले एक एलीवेटर को 60 HP वाला एक मोटर ऊपर की ओर उठाता है। यदि एलीवेटर पर लगने वाला घर्षण बल 4000 N हो, तो पूरी क्षमता से भरे हुए एलीवेटर की गति निम्न में से किसके निकटतम है : (1 HP = 746 W, g = 10 ms^{-2})
(1) 1.5 ms^{-1} (2) 1.9 ms^{-1} (3) 2.0 ms^{-1} (4) 1.7 ms^{-1}

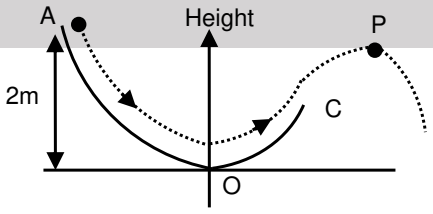
Ans. **(2)**

Sol. $4000 \times V + mg \times V = P$

$\frac{60\times 746}{4000+20000} = V$

$V = 1.86$ m/s. ≈ 1.9 m/s.

10. A particle (m = 1 kg) slides down a frictionless track (AOC) starting from rest at a point A(height 2m). After reaching C, the particle continues to move freely in air as a projectile. When it reaching its highest point P(height 1m), the kinetic energy of the particle (in J) is : (Figure drawn is schematic and not to scale; take g = 10 ms^{-2}) …… .
चित्र में दिखाए गये घर्षणरहित पथ AOC पर 1 kg द्रव्यमान का एक कण बिन्दु A (ऊँचाई 2 मीटर) से विरामावस्था से शुरू होकर नीचे की ओर फिसलता है। बिन्दु C पर पहुँचने के बाद यह एक प्रक्षेप्य (projectile) की तरह हवा में चलते रहता है। जब यह अपने उच्चतम बिन्दु P(ऊँचाई 1मीटर) पर पहुँचेगा, तो इसकी गतिज ऊर्जा (J में) का मान होगा : (दिखाया गया चित्र सांकेतिक है; g का मान 10 ms^{-2} लें) …… . **[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100]**



Ans. **10**

Sol. $KE = PE_1 - PE_2 = mgh_1 - mgh_2$
$= 1 \times 10 \times 2 - 1 \times 10 \times 1 = 10J$

11. An elevator in a building can carry a maximum of 10 persons, with the average mass of each person being 68 kg. The mass of the elevator itself is 920 kg and it moves with a constant speed of 3 m/s. The frictional force opposing the motion is 6000 N. If the elevator is moving up with its full capacity, the power delivered by the motor to the elevator ($g = 10\ m/s^2$) must be at least :

एक इमारत में लगे हुए एलीवेटर में औसत द्रव्यमान 68 kg के अधिकतम 10 व्यक्ति जा सकते है। खाली एलीवेटर का द्रव्यमान 920 kg है और यह 3 m/s गति से चलता है। एलीवेटर पर लगने वाला घर्षण बल 6000 N है। यदि एलीवेटर अपनी अधिकतम क्षमता तक भरा हुआ ऊपर को उठ रहा हो तो इसको चलाने वाले मोटर द्वारा दी जाने वाली न्यूनतम शक्ति का मान है : ($g = 10\ m/s^2$) **[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100, –1]**

(1) 62360 W (2) 56300 W (3) 48000 W (4) 66000 W

Ans. **(4)**

Sol. Net force on motor will be

$F_m = [920 + 68(10)]g + 6000$

$= 22000$ N

So, required power for motor

$P_m = \vec{F}_m . \vec{v}$

$= 22000 \times 3$

$= 66000$ watt

Sol. मोटर पर परिणामी बल होगा

$F_m = [920 + 68(10)]g + 6000$

$= 22000$ N

अतः मोटर की आवश्यक शक्ति

$P_m = \vec{F}_m . \vec{v}$

$= 22000 \times 3$

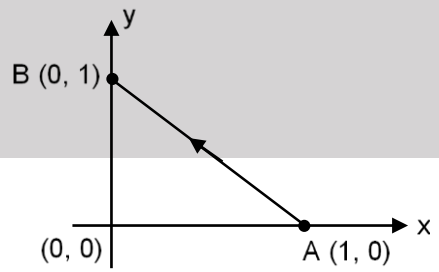
$= 66000$ watt

12. Consider a force $\vec{F} = -x\hat{i} + y\hat{j}$. The work done by this force in moving a particle from point A(1, 0) to B(0, 1) along the line segment is :

(All quantities are in SI units)

आपको एक बल $\vec{F} = -x\hat{i} + y\hat{j}$ दिया गया है। एक कण को बिन्दु A(1, 0) से बिन्दु B(0, 1) तक चित्र में दिखायी गयी रेखा पर ले जाने में इस बल द्वारा किया गया कार्य होगा: (सभी राशियाँ SI में दी गयी हैं।)

[JEE-Main-2020, 09 January; 4/100, –1]



(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) 2 (4) 1

Ans. **(4)**

Sol. $W = \int \vec{F}.d\vec{s}$

$= (-x\hat{i} + y\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= \int_1^0 -x\,dx + \int_0^1 y\,dy = -\frac{x^2}{2}\Big|_1^0 + \frac{y^2}{2}\Big|_0^1 = \left(0 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = 1J$

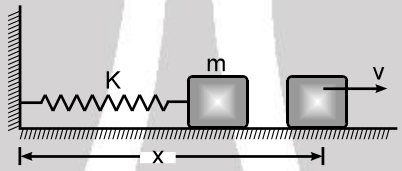
High Level Problems (HLP)

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

SUBJECTIVE QUESTIONS

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. A block of mass ' m ' is pushed against a spring of spring constant ' k ' fixed at one end to a wall. The block can slide on a frictionless table as shown in the figure. The natural length of the spring is L_0 and it is compressed to one-fourth of natural length and the block is released. Find its velocity as a function of its distance (x) from the wall and maximum velocity of the block. The block is not attached to the spring.
द्रव्यमान ' m ' का एक गुटका स्प्रिंग नियतांक ' k ' के स्प्रिंग जिसका एक सिरा एक दीवार पर स्थित है के विरूद्ध धकेला जाता है। गुटका घर्षणरहित मेज पर चित्रानुसार फिसल सकता है। स्प्रिंग की प्राकृतिक लम्बाई L_0 है एवं यह प्राकृतिक लम्बाई की एक चौथाई तक सम्पीड़ित किया जाता है एवं गुटका छोड़ दिया जाता है। इसका वेग दीवार से दूरी (x) के साथ फलन के रूप में एवं अधिकतम वेग बताओं ? गुटका स्प्रिंग से जुड़ा हुआ नहीं है।



Ans. $v = \sqrt{\frac{k}{m}\left[\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 - (L_0 - x)^2\right]}$ when जब $x < L_0$; $v_{max} = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$ when जब $x \geq L_0$

Solution: $\frac{1}{2}k\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(L_0 - x)^2$ when जब $x < L_0$

$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}\left[\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 - (L_0 - x)^2\right]}$

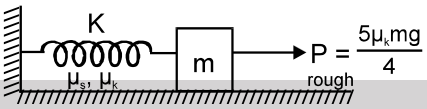
when जब $x \geq L_0 \frac{1}{2}K\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \quad v = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

which is also the maximum speed of the block. Thus, $v_{max} = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

जो कि ब्लॉक की अधिकतम चाल भी है। इसलिए $v_{max} = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

2. A block of mass m rests on a rough horizontal plane having coefficient of kinetic friction μ_k and coefficient of static friction μ_s. The spring is in its natural length, when a constant force of magnitude $P = \frac{5\mu_k mg}{4}$ starts acting on the block. The spring force F is a function of extension x as $F = kx^3$. (Where k is spring constant)

द्रव्यमान m का एक गुटका एक खुरदरे क्षैतिज तल पर रखा है, जिसका गतिक घर्षण गुणांक μ_k व स्थैतिक घर्षण गुणांक μ_s है। स्प्रिंग इसकी प्राकृतिक लम्बाई में है, जब एक नियत बल $P = \frac{5\mu_k mg}{4}$ परिमाण का गुटके पर लगना प्रारम्भ होता है। स्प्रिंग का बल F इसके विस्तार x का एक फलन $F = kx^3$ है (जहाँ k स्प्रिंग नियतांक है)



(a) Comment on the relation between μ_s and μ_k for the motion to start.

(b) Find the maximum extension in the spring (Assume the force P is sufficient to make the block move).

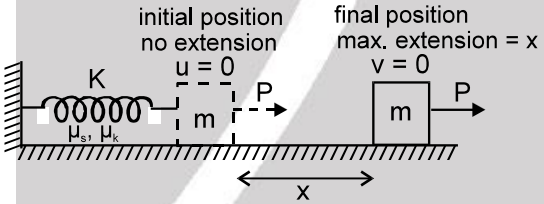
(a) गति के प्रारम्भ होने के लिए μ_s व μ_k में संबंध पर टिप्पणी करो।

(b) स्प्रिंग में अधिकतम विस्तार ज्ञात करो (यह मानिये कि बल P गुटके को चलाने के लिए पर्याप्त है।)

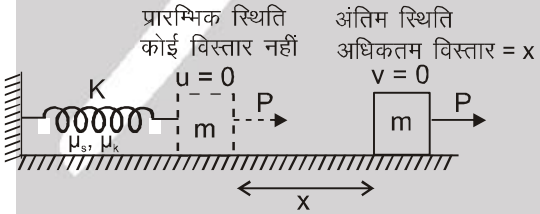
Ans. (a) $5\mu_k > 4\mu_s$; (b) $x = \left(\frac{\mu_K mg}{K}\right)^{1/3}$

Sol. (a) For motion to start गति प्रारम्भ होने के लिए

$\frac{5\mu_k mg}{4} > \mu_s mg$ or $5\mu_k > 4\mu_s$



(b)



At the final position of the block extension in spring is maximum and the speed of the block is v = 0. Hence the net work done in taking the block from initial to final position

ΔW = work done by P + work done by spring force F + work done by friction = $\Delta K = 0$

गुटके की अन्तिम स्थिति पर स्प्रिंग में विस्तार अधिकतम है एवं गुटके की चाल v = 0 है। अतः गुटके को प्रारम्भिक से अन्तिम स्थिति तक ले जाने में किया गया कुल कार्य

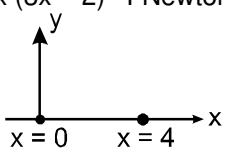
ΔW = P द्वारा किया गया कार्य + स्प्रिंग बल F द्वारा किया गया कार्य + घर्षण द्वारा किया गया कार्य $= \Delta K = 0$

$$= Px - \int_0^x Kx^3 . dx - \mu_k mgx = \frac{5\mu_k mg}{4} .x - \frac{kx^4}{4} - \mu_k mgx = 0$$

solving we get हल करने पर $x = \left(\frac{\mu_K mg}{K}\right)^{1/3}$

3. A particle of mass m = 1 kg lying on x-axis experiences a force given by law

$\vec{F} = x(3x - 2)\ \hat{i}$ Newton,



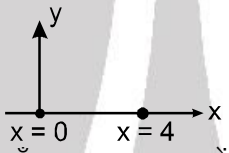
where x is the x-coordinate of the particle in meters.

(a) Locate the points on x-axis where the particle is in equilibrium.

(b) Draw the graph of variation of force F (y-axis) with x-coordinate of the particle (x-axis). Hence or otherwise indicate at which positions the particle is in stable or unstable equilibrium.

(c) What is the minimum speed to be imparted to the particle placed at x = 4 meters such that it reaches the origin.

एक कण का द्रव्यमान m = 1 kg है यह x-अक्ष पर रखा है तब बल $\vec{F} = x(3x - 2)\ \hat{i}$ न्यूटन अनुभव करता है। जहाँ x कण का x-निर्देशांक मीटर में है।



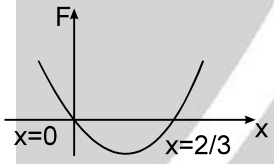
(a) x-अक्ष पर वे बिन्दु बताइये जहाँ कण साम्यावस्था में है।

(b) बल F (y-अक्ष) का कण के x-निर्देशांक (x-अक्ष) के साथ ग्राफ खींचो।
अतः यह बताइये किन स्थितियों में कण स्थायी या अस्थायी साम्यावस्था में है।

(c) x = 4 मीटर पर रखे कण को कितनी न्यूनतम चाल दी जाये ताकि यह मूल बिन्दु तक पहुँचे।

Ans. (a) x = 0 and तथा $x = \frac{2}{3}$ m

(b)



The particle is in stable equilibrium at x = 0 metre and unstable equilibrium at $x = \frac{2}{3}$ metre

x = 0 पर कण स्थायी साम्यावस्था में व $x = \frac{2}{3}$ मीटर पर अस्थायी साम्यावस्था में है।

(c) $v = \sqrt{\frac{2600}{27}}$ m/s

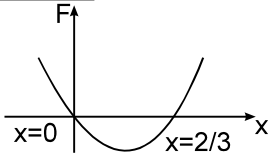
Sol. (a) The particle is at equilibrium when F = 0
जब F = 0 हो तो कण साम्यवस्था में होता है।

$\Rightarrow \quad x(3x - 2) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 0$ and $x = \frac{2}{3}$ m

कण x = 0 व $x = \frac{2}{3}$ पर साम्यावस्था में है।

(b)



The particle is in stable equilibrium at x = 0 metre and unstable equilibrium at $x = \frac{2}{3}$ metre

Since at चूंकि x = 0 पर $\frac{dF}{dx} < 0 \Rightarrow \frac{d^2U}{dx^2} > 0$ and at और $x = \frac{2}{3}$ m पर $\frac{dF}{dx} > 0 \Rightarrow \frac{d^2U}{dx^2} < 0$

x = 0 पर कण स्थायी साम्यावस्था में व $x = \frac{2}{3}$ मीटर पर अस्थायी साम्यावस्था में है।

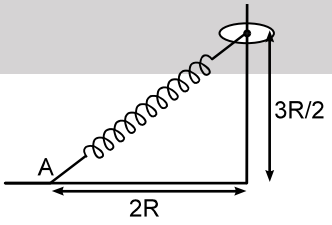
(c) The minimum speed imparted to the particle should be such that it just reaches $x = \frac{2}{3}$ from there on it shall automatically reach x = 0

कण का दी गई न्यूनतम चाल इस प्रकार होनी चाहिए ताकि यह ठीक $x = \frac{2}{3}$ पर पहुँचे वहाँ से यह $x = \frac{2}{3}$ 0 तक स्वतः पहुँच जायेगा।

$$\frac{1}{2} mv^2 = -\int_4^{2/3} F\,dx = -\int_{-4}^{2/3} x(3x-2)\,dx = \frac{1300}{27} \quad \text{or या} \quad v = \sqrt{\frac{2600}{27}} \text{ m/s}$$

4. A ring of mass 'm' can slide along a fixed rough vertical rod as shown in fig. The ring is connected by a spring of spring constant $k = \frac{4mg}{R}$ where 2 R is the natural length of spring. The other end of spring is fixed to the ground at point A at a horizontal distance of 2 R from the base of the rod. If the ring is released from a height of **3R/2** & it reaches the ground with a speed $\sqrt{3gR}$, find co-efficient of friction between the rod & ring.

द्रव्यमान 'm' की एक वलय चित्रानुसार एक जड़त्व खुरदरी ऊर्ध्वाधर छड़ के अनुदिश फिसल सकती है। वलय स्प्रिंग नियतांक $k = \frac{4mg}{R}$ के एक स्प्रिंग से जुड़ी है जहाँ 2 R स्प्रिंग की प्राकृतिक लम्बाई है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा धरातल पर बिन्दु A पर छड़ के आधार से 2 R दूरी पर जुड़ा है। यदि वलय धरातल से **3R/2** ऊँचाई से छोड़ी जाती है एवं यह वलय धरातल पर $\sqrt{3gR}$ चाल से पहुँचती है। छड़ व वलय के मध्य घर्षण गुणांक ज्ञात करो।

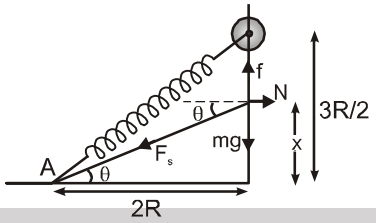


Ans. $\frac{1}{8(3 - 4\,\ell n\,2)}$

Sol. Using work energy thoerem, कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$$W_f + mg\frac{3R}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{4mg}{k}\right)\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\, m\, \left(\sqrt{3gR}\right)^2$$

$$\Rightarrow \qquad W_f = -\frac{1}{2}\, mgR$$



$\Rightarrow$ f = μ N (as kinetic friction) (गतिक घर्षण)

$W_f = \int f\,dx = \int \mu F_s \cos\theta\, dx$ ($x = 2R\tan\theta$; $dx = 2R\sec^2\theta\, d\theta$)

$F_s = k\,2R(\sec\theta - 1)$

$W_f = \mu \int k\,2R\,(\sec\theta - 1)\cos\theta \times 2R\sec^2\theta\, d\theta$

$W_f = 4R^2\mu k \int_{\theta_0}^{0} (\sec^2\theta - \sec\theta)\, d\theta$ $\qquad \theta_0 = \tan^{-1}(3/4)$

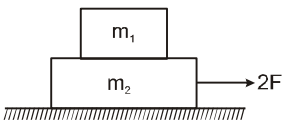
$= 4R^2\mu k \left[\tan\theta - \ell n\,(\sec\theta + \tan\theta)\right]_{\theta_0}^{0} = -4R^2\mu k\,[\tan\theta_0 - ln\,(\sec\theta_0 + \tan\theta_0)] = -\frac{mgR}{2}$

$$\Rightarrow 4R^2\mu k\left[\frac{3}{4} - \ell n\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right)\right] = R^2\mu k\,[3 - 4\,ln\,2] = \frac{mgR}{2}$$

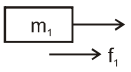
$$\mu = \frac{mg}{2Rk\,(3 - 4\,\ell n 2)} = \frac{1}{8\,(3 - 4\,\ell n\,2)}$$ **Ans.**

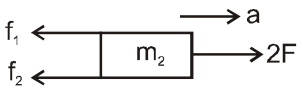
5. A block of mass m_1 is kept over another block of mass m_2 and the system rests on a horizontal surface (as shown in figure). A constant horizontal force 2F acting on the lower block produces an acceleration $\frac{F}{(m_1 + m_2)}$ in the system, the two blocks always move together. (a) Find the coefficient of kinetic friction between the bigger block and the horizontal surface. (b) Find the frictional force acting on the smaller block. (c) Find the work done by the force of friction on the smaller block by the bigger block during a displacement x of the system.

चित्रानुसार m_1 द्रव्यमान का एक गुटका m_2 द्रव्यमान के एक दूसरे गुटके पर रखा है एवं निकाय क्षैतिज सतह पर रखा है। एक क्षैतिज बल 2F निचले गुटके पर कार्यरत है एवं निकाय में $\frac{F}{(m_1 + m_2)}$ का त्वरण उत्पन्न करता है, दोनों गुटके सदैव एक साथ गति करते है। (a) बड़े गुटके व क्षैतिज सतह के मध्य गतिज घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिये। (b) छोटे गुटके पर कार्यरत घर्षण बल ज्ञात कीजिये। (c) निकाय के विस्थापन x के लिये बड़े गुटके द्वारा छोटे गुटके पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये।



Ans. (a) $\frac{F}{(m_1 + m_2)g}$ (b) $\frac{m_1 F}{(m_1 + m_2)}$ (c) $\frac{m_1 F x}{(m_1 + m_2)}$

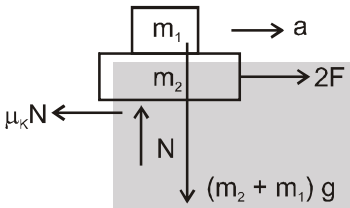
Solution :  $a = \dfrac{F}{(m_1+m_2)}$ $f_1 = m_1a = m_1 \dfrac{F}{(m_1+m_2)}$ **Ans. of (b)**



$2F - f_1 - f_2 = m_2a$

$-f_2 = -2F + f_1 + m_2a = m_1a + m_2a - 2F$

$-f_2 = (m_2 + m_1)\dfrac{F}{(m_1+m_2)} - 2F = F - 2F = -F \Rightarrow f_2 = -F$



$2F - \mu_K (m_2 + m_1)g = (m_2 + m_1)a$

$2F - (m_2 + m_1)\dfrac{F}{(m_1+m_2)} = \mu_K (m_2 + m_1)g \Rightarrow \dfrac{F}{(m_1+m_2)g} = \mu_K$ **Ans. of (a)**

W = work done by friction force on smaller block छोटे गुटके पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य

$= f_1x = \dfrac{m_1F}{(m_2+m_1)}x$ **Ans of (c)**

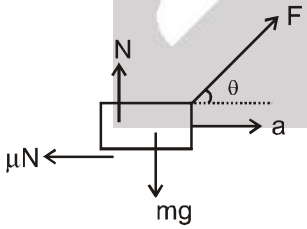
6. A box having mass 400 kg is to be slowly slide through 10 m on a horizontal straight track having friction coefficient 0.2 with the box. (a) Find the work done by the person pulling the box with a rope at an angle θ with the horizontal. (b) Find the work when the person has chosen a value of θ which ensures him the minimum magnitude of the force. [g = 10 m/s^2]

एक 400 kg द्रव्यमान का सन्दूक धीरे–धीरे क्षैतिज सीधे पथ पर 10 m सरकाया जाता है जिसका सन्दूक के साथ घर्षण नियतांक 0.2 है। [g = 10 m/s^2]

(a) क्षैतिज के साथ θ कोण बना रही एक रस्सी से सन्दूक को खींच रहे व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य ज्ञात करो।

(b) कार्य ज्ञात करो जब व्यक्ति θ का ऐसा मान चुनता है कि उसे न्यूनतम परिमाण का बल लगाना पड़े।

Ans. (a) $\dfrac{40000}{5+\tan\theta}$ J (b) 7692.31 J 7690 J



Sol.

$mg = N + F\sin\theta$ .....(1)

$\mu N = F\cos\theta$ .....(2)

$\mu mg = F\cos\theta + \mu F\sin\theta$

$F = \dfrac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$ .....(3)

$W_F = \dfrac{\mu mg\cos\theta(10)}{\cos\theta+\mu\sin\theta} = \dfrac{40000}{5+\tan\theta}$ **Ans.**

F is min. if D = $\cos\theta + \mu\sin\theta$ is maximum and its maximum value is $\sqrt{1+\mu^2}$

F न्यूनतम है यदि $D = \cos\theta + \mu \sin\theta$ अधिकतम है तथा इसका अधिकतम मान $\sqrt{1+\mu^2}$ है।

$$F_{min.} = \frac{\mu mg\sqrt{1+\mu^2}}{1+\mu^2} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

$$W_{F_{min}} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}} \frac{10}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

$\mu = 0.2$, mg = 4000 Nt

$$W_{F_{min}} = \frac{(0.2)(4000)10}{(\sqrt{1+(0.2)^2})^2}$$

$$= \frac{400\times 20}{(\sqrt{1+0.04})^2} = \frac{8000}{1.04} = 7692.307 \text{ J } \textbf{Ans.}$$

7. A small bead 'B' of mass m is free to slide on a fixed smooth vertical wire, as indicated in the diagram. One end of a light elastic string, of unstreched length a and force constant 2mg/a is attached to B. The string passes through a smooth fixed ring R and the other end of the string is attached to the fixed point A, AR being horizontal. The point O on the wire is at same horizontal level as R and AR = RO = a.

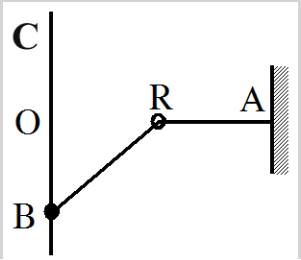
m द्रव्यमान का छोटा मोती 'B' प्रदर्शित चित्र में स्थित ऊर्ध्वाधर चिकने तार पर फिसलने के लिए स्वतन्त्र है। अविस्तारित लम्बाई a तथा बल नियतांक 2mg/a की हल्की प्रत्यास्थ रस्सी का एक सिरा B से जुड़ा हुआ है। रस्सी जड़वत् चिकनी वलय R से पारित होती हुई दूसरे सिरे से स्थिर बिन्दु A से बंधी हुई है। AR क्षैतिज है। तार पर बिन्दु O बिन्दु R के समान क्षैतिज स्तर पर इस प्रकार है कि AR = RO = a

(i) In the equilibrium position, find OB.

साम्यावस्था स्थिति में OB ज्ञात करो।

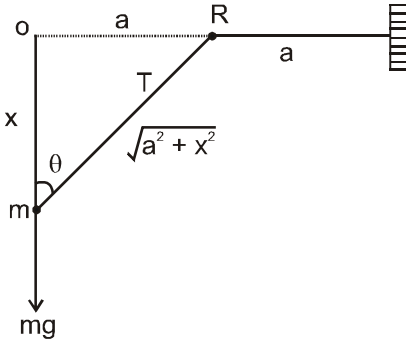
(ii) The bead B is raised to a point C of the wire above O, where OC = a and is released from rest. Find the speed of the bead as it passes O and find the greatest depth below O of the bead in the subsequent motion.

O से ऊपर तार पर स्थित बिन्दु C तक मोती B को ले जाया जाता है। यहां OC = a तथा इसको स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है। O से पारित होने पर मोती की चाल ज्ञात करो तथा आगे की गति के लिए O के नीचे मोती की अधिकतम दूरी ज्ञात करो।



Ans. (i) OB = a/2 (ii) $v = \sqrt{4ag}$, d = 2a

Sol. (i)

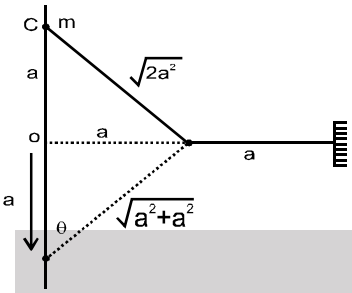


mg = T cos θ

$$mg = \frac{2mg}{a}\left[\sqrt{a^2+x^2}+a-a\right] \times \left(\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}\right)$$

$\therefore \quad x = \frac{a}{2}$

(ii)

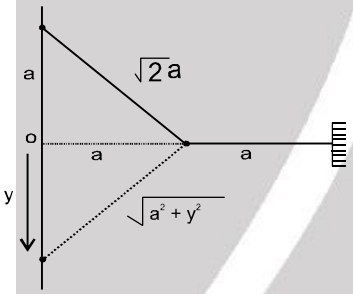


$$\frac{1}{2}K\left(\sqrt{2}a\right)^2 + mga = \frac{1}{2}K(2a-a)^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2mg}{a}\right)(2a^2-a^2) + mga = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4ga} = v$$

(iii)



$$\frac{1}{2}K\left(\sqrt{2}a\right)^2 + mg\,a = \frac{1}{2}K\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^2 - mg\,y$$

$$\frac{1}{2}K2a^2 + mg\,a = \frac{1}{2}K(a^2+y^2) - mgy$$

$$\frac{1}{2}\frac{2mg}{a}2a^2 + mga = \frac{1}{2}\frac{2mg}{a}a^2 + \frac{1}{2}\frac{2mg}{a}y^2 - mg\,y$$

$$3\,mg\,a - mg\,a = \frac{mg\,y^2}{a} - mg\,y$$

$$2\,mga = \frac{mg\,y^2}{a} - mg\,y$$

$$2a^2 = y^2 - ay$$

$$\Rightarrow \quad y^2 - ay - 2a^2 = 0$$

$$y^2 + ay - 2ay - 2a^2$$

$$\Rightarrow \quad y(a+y) = 2a(y+a)$$

$$\Rightarrow \quad y = 2a$$

8. A particle of mass m approaches a region of force starting from r = + ∞. The potential energy function in terms of distance r from the origin is given by,
m द्रव्यमान का कण r = + ∞ से किसी बल के क्षेत्र की तरफ गति करता है। मूल बिन्दु से दूरी r के साथ स्थितिज ऊर्जा फलन निम्न है –

$U(r) = \frac{K}{2a^3}(3a^2 - r^2)$ for, $0 \le r \le a$ के लिए

$= K/r$ for, $r \ge a$ के लिए

where जहाँ $K > 0$ (positive constant धनात्मक नियतांक)

(a) Derive the force F (r) and determine whether it is repulsive or attractive.
F (r) ज्ञात कीजिए तथा बताइये कि यह आकर्षण प्रकृति का है या प्रतिकर्षण प्रकृति का है।

(b) With what velocity should the particle start at $r = \infty$ to cross over to other side of the origin.
कण को $r = \infty$ से किस वेग के साथ गति करना चाहिए कि यह मूल बिन्दु के दूसरी तरफ पार हो जाए।

(c) If the velocity of the particle at $r = \infty$ is $\sqrt{\frac{2K}{am}}$ towards the origin describe the motion.

यदि $r = \infty$ पर कण का वेग मूल बिन्दु की तरफ $\sqrt{\frac{2K}{am}}$ हो तो गति को समझाओ।

Ans. (a) प्रतिकर्षण repulsive (b) $v > \sqrt{\frac{3k}{am}}$ (c) stops at r = a & then reaches to $r = \infty$. r = a पर रूक जाता है व फिर $r = \infty$ पर पहुँचता है।

Sol. $\frac{du}{dr} = \frac{K}{2a^3}(-2r) \Rightarrow F(r) = \frac{K}{a^3} r$

$\vec{F}(r) = \left(\frac{K}{a^3} r\right)\hat{r}$ for $0 \le r \le a$

$\vec{F}(r) = \frac{K}{r^2}\hat{r}$ for $r \ge a$

$\therefore K > 0$

$\therefore$ force is +ve बल धनात्मक है

$\therefore$ force is repulsive बल प्रतिकर्षी है **Ans.**

(b) $\frac{1}{2} m u^2 + 0 = 0 + \frac{K3a^2}{2a^3}$

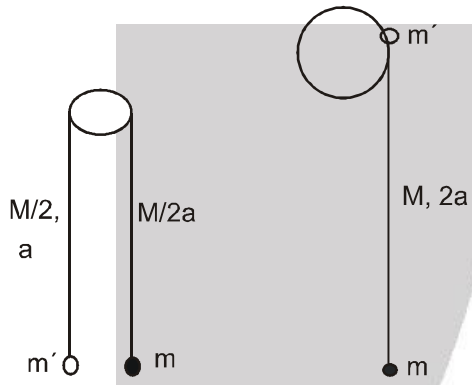
$u^2 = \frac{3K}{ma} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{3k}{am}}$ **Ans.**

(c) $\frac{1}{2} m \frac{2k}{am} + 0 = 0 + P.E. \Rightarrow P.E = \frac{k}{a} \Rightarrow r = a$ **Ans.**

9. A uniform string of mass 'M' and length 2a, is placed symmetrically over a smooth and small pulley and has particles of masses 'm' and 'm'' attached to its ends; show that when the string runs off the peg its velocity is $\sqrt{.\left\{\frac{M+2(m-m')}{M+m+m'}ag\right\}}$ Assume that m > m'.

'M' द्रव्यमान तथा 2a लम्बाई की समरूप रस्सी चिकनी छोटी घिरनी पर सममित रूप से रखी हुई है तथा 'm' तथा 'm'' द्रव्यमान के कण इसके दोनों सिरों से बंधे हुए है। प्रदर्शित करो कि जब रस्सी खूंटी को छोड़ रही होगी तब इसका वेग $\sqrt{\left\{\frac{M+2(m-m')}{M+m+m'}ag\right\}}$ होगा। माना m > m' है।

Sol.



$$-g\left[ma + m'a + M\frac{a}{2}\right] = -g\left[m2a + m'0 + Ma\right] + \frac{1}{2}(M + m + m')v^2$$

$$\sqrt{\frac{2g[2ma - ma + Ma - \frac{Ma}{2} - m'a]}{M+m+m'}} = v \qquad v = \sqrt{ag\frac{M+2(m-m')}{M+m+m'}}$$ **Ans.**

10. A single conservative force F(x) acts on a 1.0 kg particle that moves along the x-axis. The potential energy

U(x) is given by : $U(x) = 20 + (x - 2)^2$

where x is in meters. At x = 5.0 m the particle has a kinetic energy of 20 J.

एक संरक्षी बल F(x), 1.0 किग्रा के कण जो x-अक्ष के अनुदिश गति करता है पर कार्य करता है। स्थितिज ऊर्जा U(x) निम्न प्रकार दी जाती है।

$U(x) = 20 + (x - 2)^2$

जहां x मीटर में है। x = 5.0 मी. पर कण की गतिज ऊर्जा 20 J है।

(i) What is the mechanical energy of the system ?
निकाय की यांत्रिक ऊर्जा कितनी है।

(ii) Make a plot of U (x) as a function of x for – 10 m < x < 10m, and on the same graph draw the line that represents the mechanical energy of the system.
– 10 m < x < 10m के लिए x के फलन के रूप में U(x) का वक्र बनाइये एवं उसी ग्राफ पर वह रेखा बनाईये जो निकाय की यांत्रिक ऊर्जा को प्रदर्शित करती है।
Use part (ii) to determine
निम्न को ज्ञात करने के लिए भाग (ii) का उपयोग कीजिये।

(iii) The least value of x and
x का न्यूनतम मान एवं

(iv) The greatest value of x between which the particle can move.
x का अधिकतम मान जिसके मध्य कण गति कर सकता है।

(v) The maximum kinetic energy of the particle and
कण की अधिकतम गतिज ऊर्जा एवं

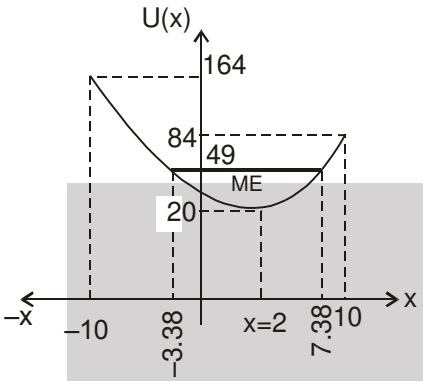
(vi) The value of x at which it occurs.
इसके होने के लिए x का मान

(vii) Determine the equation for F (x) as a function of x.
x के फलन के रूप में F(x) की समीकरण ज्ञात कीजिये।

(viii) For what value of x does F(x) = 0 ?
x के किस मान के लिए F(x) = 0 होगा ?

Ans. (i) 49 J

(ii)



(iii) $-\sqrt{29}+2 \approx -3.38$ m

(iv) $-\sqrt{29}+2 \approx 7.38$ m (v) 29 J

(vi) x = 2m (vii) F = 2 (2 – x) (viii) x = 2

Sol. $U(x) = 20 + (x-2)^2$

$$\frac{du}{dx} = 2(x-2)$$

$-F = 2(x-2)$

$F = -2(x-2)$

$m(x-2) = -2(x-2)$

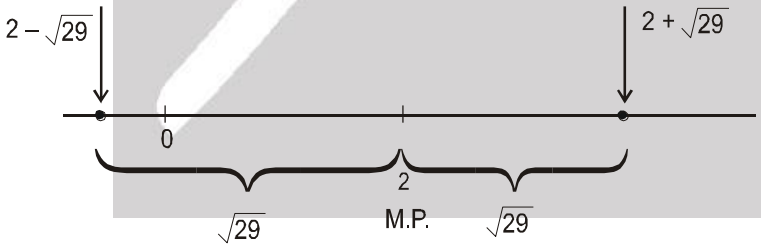
Let $x = x - 2$

$mx = -2x$

$1x = -2x$

$x = -2x$ Simple Harmonic Motion सरल आवर्त गति

Mean position is माध्य स्थिति है $x = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$



$W^2 = 2$,

Kinetic energy गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}(1)(\omega^2)(A^2 - x^2)$ $x - 2, x = 5 - 2 = 3$

$20 = \frac{1}{2}(1)(2)\{A^2 - 3^2\}$

$20 = A^2 - 9 \Rightarrow A^2 = 29 \Rightarrow A = \sqrt{29}$

Aliter :

for mean position माध्य अवस्था के लिए

$F = -\frac{dU}{dx} = -2(x-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$

At x = 5

K.E. = 20 J

$U_{(x=5)} = 20 + (5-2)^2 = 29$ J

Total energy कुल ऊर्जा, T.E. = 20 + 29 = 49 J

At amplitude आयाम पर

$U(x)_{max} = 49 \text{ J} = 20 + (x-2)^2$

$29 \text{ J} = (x-2)^2$

$x = 2 \pm \sqrt{29}$

$x = 2 + \sqrt{29}, \; 2 - \sqrt{29}$

$x_{min} = 2 - \sqrt{29} = -3.38$

$x_{max} = 2 + \sqrt{29} = 7.38$

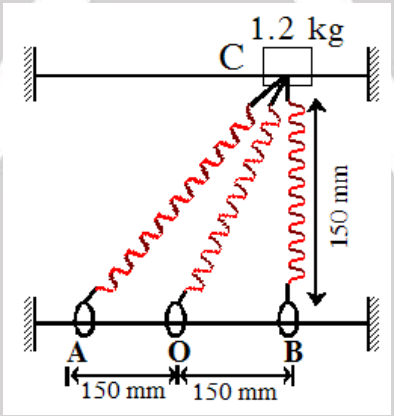
$K.E._{max}$ when $U_{(x)}$ is minimum at x = 2

गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी जब स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होगी।

$U(x)_{min} = 20$ J

$KE_{max} = 29$ J

11. A 1.2 kg collar C may slide without friction along a fixed smooth horizontal rod. It is attached to three springs each of constant K = 400 N/m and 150 mm undeformed length. Knowing that the collar is released from rest in the position shown. Determine the maximum velocity it will reach in its motion. [Here A, O, B are fixed points.]



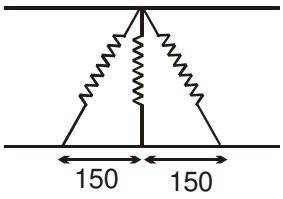
1.2 kg का कॉलर C जड़वत् चिकनी क्षैतिज छड़ के अनुदिश बिना घर्षण के फिसल सकता है। यह तीन स्प्रिंगों से जुड़ा हुआ है। प्रत्येक का स्प्रिंग नियतांक K = 400 N/m तथा 150 mm अविस्तारित लम्बाई है। यह ज्ञात है कि प्रदर्शित स्थिति से कॉलर को स्थिरावस्था में छोड़ा जाता है। इसकी गति के दौरान अधिकतम वेग ज्ञात करो। [यहां A, O, B स्थिर बिन्दु है।]

Ans. $\frac{15}{2}\left\{\left(\sqrt{5}-1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-1\right)^2\right\}^{1/2}$ m/s $= 3.189$ m/s

Sol. Velocity will be maximum when a = 0
वेग अधिकतम होगा जब a = 0 है

For a = 0, F = 0 के लिए

This situation occurs for v_e following arrangement of springs.
v_{max} की स्थिति स्प्रिंग की निम्न व्यवस्था में आती है।



Natural length is c = 150 mm प्राकृतिक लम्बाई c = 150 mm है

Now अब , $U_i + K_i = U_f + K_f$

$$U_i = \frac{1}{2}K\{\sqrt{5}\,c - c\}^2 + \frac{1}{2}K\{\sqrt{2}\,c - c\}^2$$

$$K_i = 0$$

$$U_f = 2.\ \frac{1}{2}K\{\sqrt{2}\,c - c\}^2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}K\{\sqrt{5}\,c - c\}^2 + \frac{1}{2}K\{\sqrt{2}\,c - c\}^2$$

$$= \quad \frac{1}{2}mv^2 + 2.\ \frac{1}{2}K\{\sqrt{2}\,c - c\}^2$$

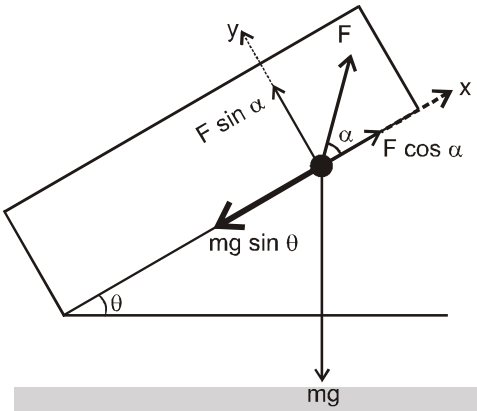
Solving the equation & putting the values समीकरण को हल करने व मान रखने पर हम प्राप्त करते हैं we have

$$v = \frac{15}{2}\left\{\left(\sqrt{5}-1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-1\right)^2\right\}^{1/2} \text{ m/s} = 3.189 \text{ ms}^{-1}.$$

12. A block of mass 4 kg is moved from rest on a smooth inclined plane of inclination 53° by applying a constant force of 40 N parallel to the incline. The force acts for two seconds. (a) Show that the work done by the applied force is not less than 160 J. (b) Find the work done by the force of gravity in that two seconds if the work done by the applied force is 160 J. (c) Find the kinetic energy of the block at the instant the force ceases to act in case (b). [Take g = 10 m/s^2]
एक 4 Kg द्रव्यमान का गुटका 53° ढाल वाले चिकने नततल पर विरामावस्था में रखा है, इसको नततल के समान्तर 40 N का नियत बल लगाकर खींचा जाता है। बल दो सेकण्ड के लिये कार्य करता है। (a) दर्शाइये कि आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य 160 J से कम नहीं है। (b) यदि आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य 160 J है तो दो सेकण्ड में गुरूत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिये। (c) स्थिति (b) में गुटके की गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये जिस क्षण बल कार्य करना बन्द करता है
(g = 10 m/s^2 लें।) [Take g = 10 m/s^2]

Ans. (b) – 128 J (c) 32 J

Sol.



(a) Taking F = 40 N, m = 4 kg , θ = 53º लेने पर

$a_x = (F \cos \alpha - mg \sin \theta)/m$

$= (40 \cos \alpha - 40 \times \frac{4}{5})/4 = 10 \cos \alpha - 8$

$a_y = \frac{F \sin \alpha}{m} = \frac{40 \sin \alpha}{4} = 10 \sin \alpha$

$x = 0 \times 2 + \frac{1}{2} (10 \cos \alpha - 8) (2)^2 = 20 \cos \alpha - 16$

$y = \frac{1}{2} (10 \sin \alpha) (2)^2 = 20 \sin \alpha$

$W_F = (F \cos \alpha) x + (F \sin \alpha) y$

$W_F = (40 \cos \alpha) (20 \cos \alpha - 16) + (40 \sin \alpha) 20 \sin \alpha$

$= 800 \cos^2 \alpha - 640 \cos \alpha + 800 \sin^2 \alpha$

$W_F = 800 - 640 \cos \alpha$

$W_F \geq 800 - 640$

$W_F \geq 160$ J

(b) If यदि $W_F = 160$ J then तो $160 = 800 - 640 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 1$

$y = 0$ and तथा $x = 20 - 16 = 4$

$W_G = (-mg \sin \theta) (4) = (-4 \times 10 \times \frac{4}{5}) 4$

$= -128$ J

(c) F acts along the x-axis. F, x-अक्ष के अनुदिश कार्यरत है।

$W_G + W_F = \Delta K$

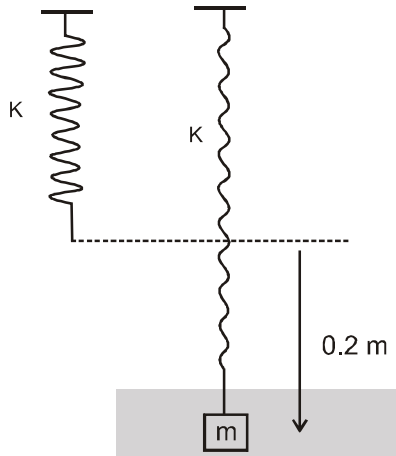
$-128 + 160 = \Delta K \qquad K_f = 32$ J.

13. There is a vertically suspended spring, mass system. When block of mass 10 kg is suspended from lower end of the spring, it is stretched by 20 cm under the load of block at equilibrium position. When an upward speed of 4 m/s is imparted to the block by giving a sharp impulse from below, how much high will it rise from equilibrium position.

10 किग्रा. द्रव्यमान का एक गुटका एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के सिरे से लटका है जो साम्यावस्था में गुटके के भार के कारण 20 सेमी. से खींची हुई है। गुटके को नीचे से एक तीक्ष्ण आवेग दिया जाता है ताकि यह ऊपर की ओर 4 मी./से. की चाल प्राप्त कर ले। यह साम्यावस्था से कितना ऊपर उठेगा ? दिया गया $g = 10$ मी./से.^{2}

Ans. 0.56 m = 56 cm

Sol.



$mg = kx$

$K = \frac{mg}{x} = \frac{100}{0.2} = 500$ N/m

$\frac{1}{2} K (0.2)^2 + \frac{1}{2} mv^2 = m \times 10 \times 0.2$

$\frac{1}{2} \times 500 \times 4 \times 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 10\, v^2 = 10 \times 10 \times 0.2$

$10 + 5v^2 = 20$

$v^2 = 2$

$v = \sqrt{2}$ m/s ↑

Since u is 4 m/s (↑) so block will compress the spring.

Let x be the compression of spring.

चूंकि u, 4 m/s (↑) है अतः गुटका स्प्रिंग को सम्पीडित करेगा माना x स्प्रिंग में सम्पीडन है।

$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K(0.2)^2 + 0 = \frac{1}{2}m(0)^2 + \frac{1}{2} Kx^2 + mg\,(x + 0.2)$

$\frac{1}{2} \times 10\,(4)^2 + \frac{1}{2} \times 500 \times \left(\frac{4}{100}\right) = \frac{1}{2} \times 500\,(x)^2 + 10 \times 10\,(x + 0.2)$

$80 + 10 = 250x^2 + 100\,x + 20$

$25\,x^2 + 10\,x - 7 = 0$ solving this हल करने पर

$x = 0.36$ m

So from initial position distance is (0.2 + 0.36) m = 56 cm

अतः प्रारम्भिक अवस्था से दूरी है। (0.2 + 0.36) m = 56 cm

14._ A certain spring is found not to obey Hooke's law, it exerts a restoring force $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$ if it is stretched or compressed, where α = 48 N/m and β = 24 N/m^2. The mass of the spring is negligible. An object with mass 1 kg on a frictionless, horizontal surface is attached to the spring, pulled a distance 1m to the right to stretch the spring and released. The speed of the object when it is 0.5m to the right of the x = 0 equilibrium position is

एक निश्चित स्प्रिंग हुक नियम की अनुपालना नहीं करती है। इसके द्वारा एक प्रत्यानयन बल $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$ लगाया जाता है, यदि यह खींचती है या सम्पीड़ित होती है, जहाँ α = 48 N/m तथा β = 24 N/m^2 है। स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य है। घर्षणहीन क्षैतिज सतह पर रखी 1 kg द्रव्यमान की एक वस्तु स्प्रिंग से जुड़ी हुई है तथा इसे दांयी ओर 1m खींचकर छोड़ा जाता है। वस्तु की चाल क्या होगी जब यह साम्यवस्था (x = 0) की स्थिति से दांयी ओर 0.5m पर है।

Ans. $5\sqrt{2}$ m/s

Sol. $dU = -F_x dx - F_y dy - F_z dz$

$$\int_0^u dU = \int_0^x (\alpha x + \beta x^2) dx$$

$$U = \alpha \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

$\Delta U = -\Delta KE$

$U_i - U_f = KE_f - KE_i$

$$\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}\right) - \left(\frac{\alpha}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\beta}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{8} + \frac{\beta}{3} - \frac{\beta}{24} = \frac{v^2}{2}$$

$v^2 = 50$

$v = 5\sqrt{2}$ m/s

15. Wind entering in a wind mill with a velocity of 20 m/sec facing area of the windmill is $10m^2$ and density of air is 1.2 kg/m^3. If wind energy is converted into electrical energy with 33.3% efficiency, then find electrical power produced by the wind mill in kw.
पवन चक्की में प्रवेश्य वायु का वेग 20 m/sec तथा पवन चक्की का सम्मुख क्षेत्रफल $10m^2$ है। वायु धनत्व 1.2 kg/m^3 है। यदि पवन ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में 33.3% दक्षता से परिवर्तित किया जाता है तो पवन चक्की द्वारा kw मात्रक में उत्पन्न वैद्युत शक्ति ज्ञात कीजिए।

Ans. **16**

Sol. Energy entering in the windmill
पवन चक्की में प्रवेश्य ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} mv^2$$

$$P_{in} = \frac{dE}{dt} = \left(\frac{1}{2} v^2\right)\left(\frac{dm}{dt}\right)$$

$$P_{in} = \left(\frac{1}{2} v^2\right)(\rho AV) = \frac{1}{2} \rho A V^3$$

Electrical power output
निर्गत वैद्युत शक्ति

$$P_{out} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\rho AV^3\right)$$

$$P_{out} = \frac{1}{6}\rho AV^3 = \frac{1}{6} \times 1.2 \times 10 \times (20)^3$$

$P_{out} = 16$ kW.

16. An engine can pull 4 coaches at a maximum speed of 20 m/s. Mass of the engine is twice the mass of every coach. Assuming resistive forces to be proportional to the weight, approximate maximum speeds of the engine when it pulls 12 and 6 coaches are (power of engine remains constant) :
एक इंजन चार डिब्बों को अधिकतम् 20 मी०/सै० की चाल से खींच सकता है। इंजन का द्रव्यमान प्रत्येक डिब्बे के द्रव्यमान का दो गुना है । प्रतिरोधी बलों को भार के समानुपाती मानें तो इंजन द्वारा 12 तथा 6 डिब्बे खीचनें पर अधिकतम् चाल क्या होगी (इंजन की शक्ति नियत रहती है) –

Ans. 8.5 m/s and 15 m/s respectively
क्रमशः 8.5 मी०/सै० और 15 मी०/सै०

Sol. **(A)** When 4 coaches (m each) are attached with engine (2m)
according to question P = K 6mgv .....(1)
(constant power), (K being proportionality constant)
Since resistive force is proportional to weight
Now if 12 coaches are attached
P = K.14mg.v_1 .....(2)
Since engine power is constant
So by equation (1) and (2)

$6Kmgv = 14Kmgv_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{6}{14} \times v$

$= \frac{6}{14} \times 20 = \frac{6\times10}{7} = \frac{60}{7}$

$= v_1 = 8.5$ m/sec

Similarly for 6 coaches $\Rightarrow$ $K6mgv = K8mgv_2$

$\Rightarrow v_2 = \frac{6}{8} \times 20 = \frac{3}{4} \times 20 = 15$ m/sec

(A) जब 4 कोच (प्रत्येक का द्रव्यमान m) इंजन (2m द्रव्यमान) के साथ जोडे जाते है।
प्रश्नानुसार P = K6mgv (नियत) .....(1) (k समानुपाती नियतांक है)
चूंकि प्रतिरोधी बल भार के समानुपाती होता है
अब यदि 12 कोच जोड़ दिये जायें तो
P = K.14mg.v_1 .....(2)
चूंकि इंजन की शक्ति नियत है
अतः समीकण (1) और (2) से

$6Kmgv = 14Kmgv_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{6}{14} \times V$

$= \frac{6}{14} \times 20 = \frac{6\times10}{7} = \frac{60}{7}$

$= v_1 = 8.5$ m/sec

इसी प्रकार 6 कोच के लिए $\Rightarrow$ $K6mgv = k8mgv_2$

$\Rightarrow v_2 = \frac{6}{8} \times 20 = \frac{3}{4} \times 20 = 15$ m/sec

17. A pump motor is used to deliver water at a certain rate from a given pipe. To obtain "n" times water from the same pipe in the same time, the factor by which the power of the motor should be increased is:
एक पम्प को किसी दिये गये पाइप के द्वारा निश्चित दर से पानी निकालने में उपयोग करते है। समान पाइप द्वारा समान समय में n गुना पानी प्राप्त करने के लिए मोटर की शक्ति कितने गुना बढ़ानी पड़ेगी –

Ans. n^3

Sol. Power शक्ति $P = \vec{F} \cdot \vec{V} = FV$

$F = V\left(\frac{dm}{dt}\right)$

$= V\left\{\frac{d(\rho \times \text{volume})}{dt}\right\}\left\{\frac{d(\rho \times \text{आयतन})}{dt}\right\}$ ρ = density घनत्व

$= \rho V\left\{\frac{d(\text{volume})}{dt}\right\}\left\{\frac{d(\text{आयतन})}{dt}\right\}$

$= \rho V\,(AV) = \rho AV^2$

$\therefore$ Power शक्ति $P = \rho AV^3$ or $P \alpha V^3$

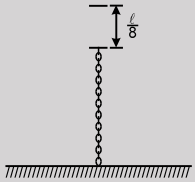
18. A chain of mass M and length ℓ is held vertically such that its bottom end just touches the surface of a horizontal table. The chain is released from rest. Assume that the portion of chain on the table does not form a heap. The momentum of the portion of the chain above the table after the top end of the chain falls down by a distance $\frac{\ell}{8}$.

द्रव्यमान M व लम्बाई ℓ की एक चेन इस प्रकार ऊर्ध्वाधर रखी जाती है कि इसका निचला सिरा क्षैतिज मेज को छूता है। चैन को स्थिर अवस्था से छोडा जाता हैं। यह मानते हैं कि चैन मेज पर ढेर नहीं बनाती है। ऊपरी सिरे के $\frac{\ell}{8}$ दूरी गिरने के बाद चैन के मेज के ऊपर वाले भाग का संवेग क्या होगा ?

Ans. $\frac{7}{16} M\sqrt{g\ell}$

Sol. After the top end of chain falls down by $\frac{\ell}{8}$, the speed of chain is

चैन के ऊपरी सिरे द्वारा $\frac{\ell}{8}$, दूरी गिरने के बाद चैन की चाल है -



$$v = \sqrt{2g\frac{\ell}{8}} = \frac{\sqrt{g\ell}}{2}$$

The mass of chain above table is $\frac{7}{8}$ M. मेज के ऊपर चेन का द्रव्यमान $\frac{7}{8}$ M. है।

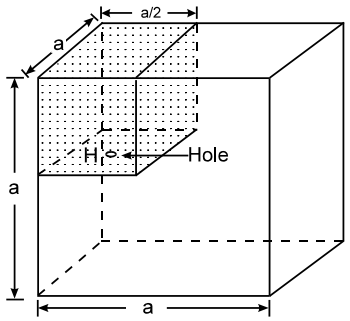
$\therefore$ momentum of chain is

$\therefore$ चेन का संवेग है

$$\frac{7}{8} M \frac{\sqrt{g\ell}}{2} = \frac{7}{16} M \sqrt{g\ell}$$

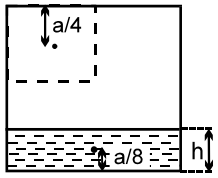
19. The figure shows a hollow cube of side 'a' of volume V. There is a small chamber of volume $\frac{V}{4}$ in the cube as shown. This chamber is completely filled by m kg of water. Water leaks through a hole H and spreads in the whole cube. Then the work done by gravity in this process assuming that the complete water finally lies at the bottom of the cube is :

a भुजा तथा V आयतन का एक खोखला घन चित्र में प्रदर्शित है। चित्रानुसार इसमें एक छोटा $\frac{V}{4}$ आयतन का लघु घन क्षैत्र है। इस लघु क्षैत्र को m किग्रा द्रव्यमान के पानी से भर दिया जाता है। पानी एक छेद H द्वारा निकलकर सारे घन में फैलता है। यह मानना है अन्त में सारा पानी घन के तल में आ जाता है, तो इस प्रक्रिया में गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य होगा



Ans. 5/8 mga

Sol. **(C)** Let h be the height of water surface, finally
माना अन्त में पानी के सतह की ऊचाँई h है।



$a^2h = a.\ \frac{a}{2}\ .\ \frac{a}{2}\ ;\ h = \frac{a}{4}$

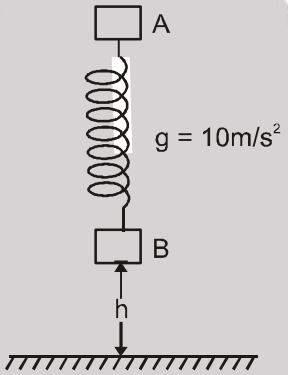
$\therefore$ C.M. gets lowered by $a - \left(\frac{a}{4} + \frac{a}{8}\right) = a - \frac{3a}{8} = \frac{5a}{8}$

$\therefore$ Work done by gravity = $mg\ \frac{5a}{8}$

$\therefore$ द्रव्यमान केन्द्र नीचे आयेगा $a - \left(\frac{a}{4} + \frac{a}{8}\right) = a - \frac{3a}{8} = \frac{5a}{8}$

$\therefore$ अतः गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = $mg\ \frac{5a}{8}$

20. From what minimum height 'h' in metre must the system be released when spring is in its natural length as shown in the figure. So that after perfectly inelastic collision. (e = 0), of block B, with ground, B may be lifted off ground. (Take k = 40 N/m, g = 10 m/s^2 , m_A = 2kg, m_B = 4kg)
कितनी न्यूनतम ऊँचाई 'h' (मीटर में) से निकाय को छोडा जाये (जब स्प्रिंग अपनी प्राकृतिक लम्बाई में है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।) ताकि ब्लॉक B द्वारा जमीन के साथ पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर के (e = 0) पश्चात् ब्लॉक B जमीन से उठ सके। (k = 40 N/m, g = 10m/s^2 , m_A = 2kg, m_B = 4kg)



Ans. **2**

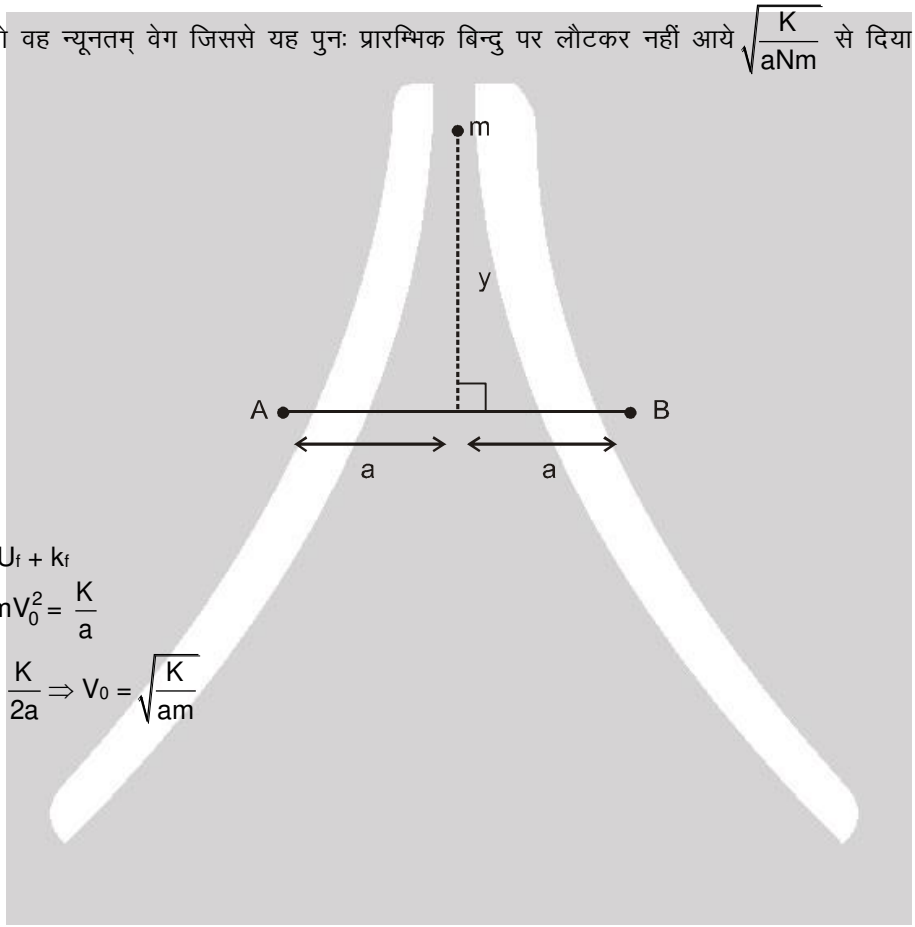
Sol. $m_Agh' + \frac{1}{2}k(h')^2 = m_Agh$

and तथा $kh' = m_Bg$

Solving हल करने पर, h = 2 m

21.# Potential energy of a particle of mass m, depends on distance y from line AB according to given relation $U = \frac{K}{\sqrt{y^2 + a^2}}$, where K is a positive constant. A particle of mass m is projected from $y = \sqrt{3}a$ towards line AB (perpendicular to it) then minimum velocity so that it cannot return to its initial point is $\sqrt{\frac{K}{aNm}}$, calculate N.

m द्रव्यमान के कण की स्थितिज ऊर्जा AB रेखा से दूरी y के साथ $U = \frac{K}{\sqrt{y^2 + a^2}}$ सम्बन्ध के अनुसार बदलती है। जहाँ K धनात्मक नियतांक है। यदि m द्रव्यमान के कण को $y = \sqrt{3}a$ से AB रेखा की ओर (इसके लम्बवत्) प्रक्षेपित किया जाता है तो वह न्यूनतम् वेग जिससे यह पुनः प्रारम्भिक बिन्दु पर लौटकर नहीं आये $\sqrt{\frac{K}{aNm}}$ से दिया जाता है तो N ज्ञात करो।



Ans. 1

Sol. $U_i + k_i = U_f + k_f$

$$\frac{K}{2a} + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{K}{a}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{K}{2a} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{K}{am}}$$