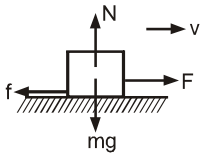
HINTS AND SOLUTION'S OF WORK POWER ENERGY

EXERCISE-1

भाग - I

A-1.



$f = \mu mg = F$

विस्थापन $= vt$

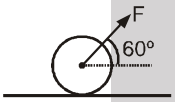
(a) $W_{mg} = mg \times vt \cos 90^\circ = 0$

(b) $W_N = N \times vt \cos 90^\circ = 0$

(c) $W_f = -\mu mgvt$

(d) $W_F = Fvt = \mu mgvt.$

A-2.

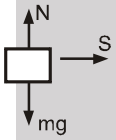


$W_F = Fs \cos 60^\circ$

$= 200 \times 20 \times \frac{1}{2} J$

$= 2000$ J.

A-3. (i) जब कुली क्षैतिज चलता है, तो उसके द्वारा किया गया कार्य $= N.S. \cos \frac{\pi}{2} = 0$

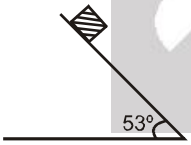


(ii) भार 5m उठाने में गुरूत्व के विरूद्ध किया गया कार्य

$= 10 \times 10 \times 5$

$= 500$ J **Ans.**

A-4.

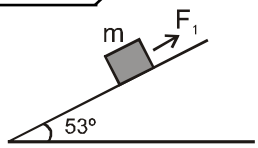


$m = 500\ g = \frac{1}{2}$ kg

$mg \sin \theta = f_k$

$W_{fk} = (mg \sin \theta)(2) = \left(\frac{1}{2}\right)(10)\ \frac{4}{5} \times 2 = 8$ J

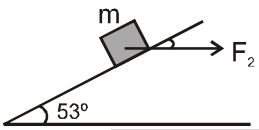
A-5.



$W_1 = (mg \sin\theta)4$

$= (20 \times 10 \times \frac{4}{5}) (4) = 640$ J

$W_{F_2} + W_{G_{rav}} = \Delta K = 0$



$W_{F_2} - (mg \sin\theta)(4) = 0$

$W_2 = W_{F_2} = 4\ mg \sin\theta = 640$ J

B-1. $W = \int F dx = \int_0^5 (3x^2 - 2x + 7)dx = 135$ J.

B-2. W = x = 0 से x = 35m तक वक्र से घिरा क्षेत्रफल

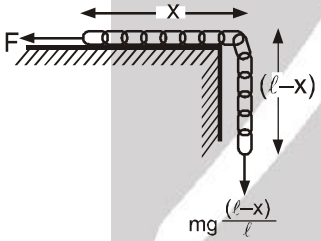
$= \frac{1}{2} \times (20 + 40) \times 10 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{575}{2}$ J.

B-3. किया गया कार्य = m × (ग्राफ से घिरा क्षेत्रफल)

$= 10 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 8 \times 10^{-4}$ J

$= 8 \times 10^{-2}$ J.

B-4. किसी भी क्षण पर F



$= mg\frac{(\ell - x)}{\ell}$ $\quad \therefore W = \int_0^{\ell} \frac{mg(\ell - x)}{\ell} dx = \frac{mg\ell}{2}$.

C-1. $(mg)1 - mg/2 = mv^2/2$, $v = \sqrt{g}$

$d = v\sqrt{2h/g} = \sqrt{g}\ \sqrt{\frac{2(0.5)}{g}} = 1$ m

C-2. $K_f = 0.1\ K_i$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} mv^2 = 0.1 \times \frac{1}{2} mu^2$

$\Rightarrow \quad v^2 = 0.1 \times (200)^2$

$\Rightarrow \quad v = 20\sqrt{10}$ m/s.

C-3. कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$W_g + W_R = \Delta K$

$\Rightarrow \quad W_R = \Delta K - W_g$

$= \quad \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 50^2 - 10^{-3} \times 10 \times 1000$

$= \quad -\frac{35}{4}$ J.

C-4. प्रतिरोधी बल द्वारा किया गया कार्य $= W_R = \Delta K$

$= \quad \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} (100^2 - 800^2)$

$= \quad -6300$ J

अतः औसत प्रतिरोधी बल $\langle R \rangle = \frac{6300 J}{1 m} = 6300$ N.

C-5. कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$W_F + W_f = \Delta K$

$\Rightarrow \quad 1000 \times 4 - 10 \times 4 = \frac{1}{2} m(10^2 - 1^2)$

$\Rightarrow \quad m = 80$ kg.

C-6. बल द्वारा किया गया कार्य $= \int F\, ds = F \times \frac{1}{2} at^2$

$= \quad F \times \frac{1}{2} \times \frac{F}{m} \times t^2$

$= \quad \frac{F^2 t^2}{2m} = \frac{20^2 \times 10^2}{2 \times 5} = 4000$ J

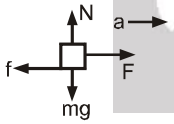
अब $\Delta K \frac{1}{2} = m(v^2 - u^2)$

$= \frac{1}{2} m\,(2as) = m \times \frac{F}{m} \times \frac{1}{2} \times \frac{F}{m} \times t^2$

$= \frac{F^2 t^2}{2m} = 4000$ J

$\therefore \quad W_F = \Delta K.$

C-7.



(a) $F - f = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F - f}{m} = \frac{7 - 0.1 \times 2 \times 10}{2} = 2.5$ m/s^2

$S = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 100 = 125$ m

$\therefore \quad W_F = F \times s = 7 \times 125 = 875$ J.

(b) $W_f = -0.1 \times 2 \times 10 \times 125$ J $= -250$ J

(c) $W_{Total} = (875 - 250) = 625$ J

(d) $\Delta K = W_{total} = 625$ J.

C-8. $W_S = \Delta K$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\,(v^2 - \frac{v^2}{16}) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{15mv^2}{16x^2}$.

C-9. $\Delta U = -\Delta K$

$\frac{1}{2}kx^2 - 2mgx = 0$

$\Rightarrow \quad x = \frac{4mg}{k}$.

C-10. (a) चूंकि गुरूत्वकर्षण बल संरक्षी बल है। इसलिए एक पूर्ण चक्र में किया गया कार्य शून्य है।

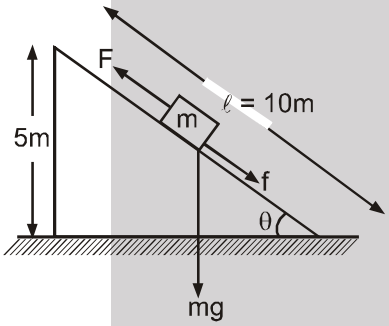
(b) $w_F = (9.8)\,(0.3)\,(1/2)\,(1 + 0.15\sqrt{3}\,)\,(10)\ J \cong 18.519\,J$

(c) $-0.15 \times 0.3 \times 9.8 \times (\sqrt{3}/2) \times 20\ J \cong -7.638\ J$

(d) $0.3 \times 9.8 \times (10/2)\,(1 - 0.15 \times \sqrt{3}\,) \cong 10.880\ J$

Sol. (a) चूंकि गुरूत्वकर्षण बल संरक्षी बल है। इसलिए एक पूर्ण चक्र में किया गया कार्य शून्य है।

(b) $\sin\theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$



$\Rightarrow \quad \theta = 30^o$

$W_F = mg(\sin\theta + \mu\cos\theta) \times \ell$

$= 0.3 \times 9.8 \left(\frac{1}{2} + 0.15 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 10 = 18.519\ J$

(c) $W_f = -f.s$

$= -\mu mg\cos\theta\,(2\ell)$

$= -2\mu mg\ell\cos\theta = -2 \times 0.15 \times 0.3 \times 9.8 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -7.638\ J.$

(d) कार्य ऊर्जा प्रमेय द्वारा

$K_f - K_i = W_F + W_f + W_g$

$\Rightarrow \quad K_f = (18.519 - 7.638)J = 10.880\ J.$

C-11. $W_{Tube} + W_g = \Delta K$

$\Rightarrow \quad W_{Tube} = \Delta K - W_g = 0 - \frac{1}{2}mu^2 - mg(2R)$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} \times 0.2 \times 4^2 - 0.2 \times 10 \times 2 \times 0.1$

$\Rightarrow \quad -1.6 - 0.4 = -2\ J.$

C-12. (i) $W_f = \Delta K = 0 - \frac{1}{2} m u^2$

$= -\frac{1}{2}\left(\frac{500}{1000}\right)(0.6)^2$

$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{36}{100}$ J

$= -0.09$ J

(ii) $-0.09 = \mu_k mg \times s$

$\Rightarrow \frac{9}{100} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{2} \times 10 \times s$

$s = 9$ cm

D-1. $\Delta K = -\Delta U$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m(v^2 - u^2) = mgH$

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2gH$

$= (50)^2 + 2 \times 10 \times 40$

$v = 10\sqrt{33}$ m/s.

D-2. $\frac{1}{2} mv^2 = mgh$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 10}$ cm/s

$= 140$ cm/s $=$ 1.4 m/s.

D-3. $W_g + W_R = \Delta K$

$\Rightarrow mgl - 0.1\, mg\ell = \frac{1}{2} mv^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{1.8g\ell} = \sqrt{1.8 \times 10 \times 2} = 6$ m/s^{-1}.

D-4. माना $m_1 = 2m_2$

$\therefore a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g = \frac{m_2}{3m_2} g = g/3$

अतः प्रत्येक ब्लॉक द्वारा तय दूरी $= \frac{1}{2} at^2 = g/6$

तथा $T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{4m_2 g}{3} = 16$

$\Rightarrow m_2 = \frac{12}{g}$

अतः प्रथम सेकण्ड के दौरान गुरूत्वीय स्थितिज उर्जा में कमी

$= (m_1 - m_2)gh$

$= (2m_2 - m_2)\, g \times \frac{g}{6} = \frac{12}{g} \times g \times \frac{g}{6} = 2g.$

D-5. $W_s + W_g + W_f = \Delta K$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2}kx^2 + mgx\sin37^\circ - \mu mg\cos37^\circ \times x = 0$

$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2 + 1 \times 10 \times 0.1 \times \frac{3}{5} - \mu \times 1 \times 10 \times \frac{4}{5} \times 0.1$

$\Rightarrow \quad \mu = \frac{1}{8}.$

E-1. $P = F.v = mgv = 500 \times 10 \times 0.4$ W

$= 2000$ W

$= \frac{2000}{750}$ hp $= \frac{8}{3}$ hp.

E-2. $P = \frac{mgH}{t} = \frac{4000 \times 10 \times 60}{10}$ w $= 24000$ W $= \frac{24000}{750}$ hp $= 320$ hp.

E-3. औसत शक्ति $= \frac{mgh}{t} = \frac{100 \times 1 \times 10 \times 6}{2 \times 60} = 50$ W.

E-4. शक्ति $P = \frac{mgh}{t}$

$\Rightarrow \quad m = \frac{Pt}{gh} = \frac{2 \times 10^3 \times 60}{10 \times 10}$ kg $= 1200$ kg.

E-5. $P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow t = \frac{mgh}{P} = \frac{200 \times 10 \times 40}{10 \times 1000}$ sec. $= 8$ second.

F-1. (a) $w = \int \vec{F}.d\vec{s}$

$= \int (x^2y^2\hat{i} + x^2y^2\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= \int (x^2y^2dx + x^2y^2dy)$

ये यह एक पूर्ण समाकलन नही है, अतः बिना $y = f(x)$ या $x = f(y)$ को जाने इसका समाकलन नही हो सकता है अतः $\vec{F}$ द्वारा किया गया कार्य पथ पर निर्भर करता है इसीलिये ये असंरक्षी बल है।

(b) AB के अनुदिश जाने पर $y = 0$ तथा BC के अनुदिश $x = a$.

$W_{ABC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy$

$= 0 + a^2 \times \frac{a^3}{3} = \frac{a^5}{3}$

AD के अनुदिश गति करते समय $x = 0$ तथा DC के अनुदिश $y = a$

अतः $W_{ADC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy = 0 + a^2 . \frac{a^3}{3} = \frac{a^5}{5}$

AC के अनुदिश

$x = y$

अतः $W_{AC} = \int_0^a x^2y^2dx + \int_0^a x^2y^2dy = \int_0^a x^2x^2dx + \int_0^a y^2y^2dy = \frac{2a^5}{5}.$

F-2. (a) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = \omega$

(b) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = -3ay^2 + 2by$

(c) $F(y) = -\frac{dU}{dy} = -\beta U_0 \cos \beta y.$

F-3. $U_2 = (2x^2 + 3y^3 + 2z)$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)$

$= \quad -(4x\hat{i} + 9y^2\hat{j} + 2\hat{k})$ N

So, $\vec{F}_{(1,2,3)} = -(4\hat{i} + 36\hat{j} + 2\hat{k})$ N .

F-4. $U = -\int_0^{(x,y,z)} \vec{F}.d\vec{s}$

(i) $U = -\int_0^{(x,y)} (2\hat{i} + 3\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$U = -\left(\int_0^x 2dx + \int_0^y 3dy\right) = -(2x + 3y)$

(ii) $U = -\int_0^{(x,y)} (2x\hat{i} + 2y\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= -\int_0^x 2xdx + \int_0^y 2ydy = -(x^2 + y^2)$.

(iii) $U = -\int_0^{x,y} (y\hat{i} + x\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$= -\int_0^{(x,y)} (ydx + xdy) = -xy.$

F-5. x = 0 पर, सम्पूर्ण उर्जा गतिज उर्जा के रूप में है अतः U = 0
और ये तब मुडता है जब K.E. = 0
अतः सारी उर्जा स्थितिज उर्जा के रूप में है।

$\therefore \quad \Delta U = -\Delta K$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}kx^2 = 1$

$\Rightarrow \quad x^2 = 1 \times 2 \times 2$

$\therefore \quad x = \pm 2m$ **Ans.**

भाग - II

A-1. बल विस्थापन के लम्बवत् है अतः किया गया कार्य शून्य है।

A-2. जूल = (न्यूटन) (मीटर) = $\frac{4\text{Newton}}{4} \times \frac{4\text{Metre}}{4} = \frac{\text{Joule}}{16}$

अतः 1 Joule = 16 joule (जूल बल की नयी इकाई है)

A-3. W = (बल) (विस्थापन) = (बल) (शून्य) = 0

A-4. $25 = 5 \times 10 \times \cos\theta$ so $\theta = 60^\circ$

A-5. पहले आदमी द्वारा किया गया कार्य + गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = 0 ...(i)
दूसरे आदमी द्वारा किया गया कार्य + गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = 0 ...(ii)
उनके द्वारा किये गये कार्य का अनुपात = 1 : 1

A-6. $W = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = 100$ J

A-7. $S_1 = \frac{1}{2} g 1^2$, $s_2 = \frac{1}{2} g 2^2$, $S_3 = \frac{1}{2} g 3^2$

$S_2 - S_1 = \frac{1}{2} g 3$, $S_3 - S_2 = \frac{1}{2} g 5$

$W_1 = (mg) S_1$, $W_2 = (mg) (S_2 - S_1)$, $W_3 = (mg) (S_3 - S_2)$
$W_1 : W_2 : W_3 = 1 : 3 : 5$

A-8. $T = mg + ma$, $S = \frac{1}{2} at^2$

$W_T = T \times S$

$= \frac{m(g+a)at^2}{2}$

A-9. इसे दो ब्लॉक निकाय से समझाया जा सकता है।

B-1. $F = K_1x_1$, $x_1 = \frac{F}{K_1}$, $W_1 = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 = \frac{F^2}{2K_1}$

इसी तरह $W_2 = \frac{F^2}{2K_2}$ चूंकि $K_1 > K_2$, $W_1 < W_2$

B-2. $W_F = \int\left(\frac{K}{S}\right)ds = K \ln s + C$ Ans : (D)

B-3. सतह बिन्दु का विस्थापन (जब बल कार्य करता है) = 0 अतः W = 0

C-1. $KE = \frac{P^2}{2m} = 1$

C-2. $a = \frac{F}{m}$, $S = \left(\frac{F}{m}\right)t^2$, $W_F = FS = F\left(\frac{Ft^2}{2m}\right)$

C-3. $h = \frac{1}{2} gt^2$, $W = mgh = mg \frac{gt^2}{2}$, $W = K_f - K_i$

$\frac{mg^2t^2}{2} = K_f - \frac{1}{2} mu^2$, $K_f = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{mg^2t^2}{2}$

अतः Ans. is (A)

C-4. $E = \frac{1}{2}\ mV^2, \qquad \frac{dE}{dV} = mV = p$

C-5. $-F\,x = 0 - \frac{1}{2} m\,(2)^2$ तथा $-FS = 0 - 2\left[\frac{1}{2} m\,(2)^2\right]$

अतः $\frac{S}{x} = 2, \qquad S = 2x$

C-6. $F\,80 = \frac{1}{2}\ mV^2,\ FS = \frac{1}{2}\ m\,(2V)^2$

अतः $\frac{s}{80} = 4\ , \qquad S = 4\,(80)$

C-7. $V\frac{dV}{dx} = -Kx, \left[\frac{V^2}{2}\right]_u^v = -\left[\frac{Kx^2}{2}\right]_0^x$

$V^2 - u^2 = -\ Kx^2$

$\frac{1}{2}\ mu^2 - \frac{1}{2}\ mV^2 = \frac{1}{2} mK\,x^2$ हानि $\alpha\ x^2$

C-8. $W_G + W_f = 0 - 0$
$10 \times 1 + W_f = 0$
$10 - \mu mg\,x = 0$
$10 = (.2)\,(10)\,x,\ x = 5$ m

C-9. $(mg \sin\theta)\,x - \int_0^x \mu mg \cos\theta\ dx = 0$

$\sin\theta\ x = \mu_o\ \cos\theta \int_0^x x\,dx$

$x \tan\theta = \mu_0 \frac{x^2}{2}, \ x = \frac{2\tan\theta}{\mu_0}$

C-10. A = वक्र द्वारा घिरा क्षेत्रफल $= m\int_0^v v\frac{dv}{dx}dx = \frac{mv^2}{2}$

$\frac{100 \times 11}{2} = \frac{mv^2}{2} = mgy_{max} \qquad \therefore\ y_{max} = 11$ m

C-11 $120 - 50 = 5a \ \Rightarrow\ a = 14$m/s ,
$v^2 = 0^2 + 2\,(14)\,(10)$
$\Rightarrow \qquad v = \sqrt{280}$ m/s

Alter. कार्य–ऊर्जा प्रमेय द्वारा $W_G + W_F = \Delta K$
$-5 \times 10 \times 10 + 120 \times 10 = (5)\,v^2 \ \Rightarrow \qquad v = \sqrt{280}$ m/s.

C-12. चाल 0 से V करने में कार्य

$W_1 = \frac{1}{2} mV^2$

चाल V से 2V करने में कार्य

$W_2 = \frac{1}{2}\ m\,(2V)^2 - \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2}\,3\,mV^2$

$\therefore \qquad \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{3}$

C-13. $\int \vec{F}dt = \Delta\vec{p}$

$$\int_0^1 (4\hat{i} + 12\hat{t})dt = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\Rightarrow \quad 4\hat{i} + \frac{12}{3}t^3\Big|_0^1 \hat{j} = 4(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\Rightarrow \quad \hat{i} + \hat{j} = \vec{v}_f - (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v}_f = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\Rightarrow \quad |\vec{v}_f| = \sqrt{9+4+4} = \sqrt{17}$$

$$|\vec{v}_i| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

$$\Delta K.E = \frac{1}{2}4(17-9) = 2 \times 8 = 16 \text{ J}$$

D-1. परिभाषा से

D-2. $U_i + 0 = U_f + \frac{1}{2}mv^2$

$U_i - U_f = \frac{1}{2}mv^2$

$U = \frac{1}{2}mv^2$

$m = \frac{2U}{v^2}$

D-3. $\frac{1}{2}mu^2 = mgh,\ u^2 = 2gh$ ....(i)

$mg\left(\frac{3h}{4}\right) + K.E. = mgh$ $\qquad K.E. = \frac{mgh}{4}$

$\frac{K.E.}{P.E.} = \frac{mgh/4}{3mgh/4} = \frac{1}{3}$

D-4. $W_F + W_S = 0,\ W_F - \Delta U = 0,\ W_F = \Delta U = E$

$E = \frac{1}{2}K_A x_A^2,\ Fx_A = \frac{1}{2}K_A x_A^2$

$\frac{2F}{K_A} = x_A,\ \frac{2F}{K_A} = \sqrt{\frac{2E}{K_A}},\ K_A = \frac{2F^2}{E}$ ...(i)

इसी प्रकार $K_B = \frac{2F^2}{E_B}$,

$\because \quad K_A = 2K_B$

$\therefore \quad \frac{2F^2}{E} = 2\left(\frac{2F^2}{E_B}\right)$

$\therefore \quad E_B = 2E$

Alter : $F = K_A x_A = K_B x_B$

$E_A = \frac{1}{2} K_A x_A^2$

$E_B = \frac{1}{2} K_B x_B^2$

$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{K_A}{K_B}\right)\left(\frac{x_A}{x_B}\right)^2$

$\frac{E_A}{E_B} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

D-5. $100 = \frac{1}{2} K(2cm)^2$, $E = \frac{1}{2} K(4cm)^2$

अतः $\frac{E}{100} = 4$, $E = 400$ J

$\therefore$ $E - 100 = 300$ J

D-6. $\frac{1}{2} K_2 x^2 + \frac{1}{2} K_1 x^2 = \frac{1}{2} mv^2$

$v = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}}\ x$

D-7. For m, $N \cos\theta = mg$

For M , $N \sin\theta = kx$

अतः $\tan\theta = \frac{Kx}{mg}$

अतः $\frac{1}{2} Kx^2 = \frac{(mg\tan\theta)^2}{2K}$

D-8. $mg\left(h + \frac{3mg}{K}\right) = K\left(\frac{3mg}{K}\right)^2$

D-9. $\frac{1}{2}(2m)u^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ .... (i)

$\frac{1}{2}(2m)(u+1)^2 = \frac{1}{2}mv^2$ ....(ii)

(i) व (ii) से $u = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

D-10. W_1 = पहले द्रव्यमान पर स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य

W_2 = दूसरे द्रव्यमान पर स्प्रिंग द्वारा किया गया कार्य

$W_1 = W_2 = W$ (say)

$W_1 + W_2 = U_i - U_f$

$2W = 0 - \frac{1}{2} Kx^2$

$W = -\frac{Kx^2}{4}$

D-11. $W_a + W_c = \Delta K = 0, \qquad W_a - mg\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\cos 60°\right) = 0$

$W_a = \frac{mg\ell}{4} = (0.5)\,(10)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$ J.

D-12. $\frac{1}{2}(100)\left(\frac{10}{100}\right)^2 = \left(\frac{250}{1000}\right)(10)\left(\frac{H}{100}\right)$, H = 20 cm.

E-1. F – R = ma, F = R + ma,
P = Fv = (R + ma)v

E-2. औसत शक्ति = $\frac{100 \times 9.8 \times 50}{50}$ = 980 J/s

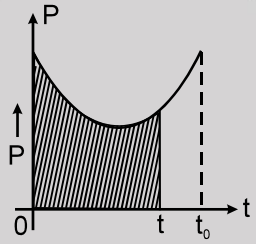
E-3. V = 0 + at, F – μ mg = ma , F = μmg + ma,
P = (μmg + ma) at

E-4. $P = \vec{F}.\vec{v}$ = 50 – 30 + 120 = 140 J/s

E-5. P_1 = 80 gh/15 , P_2 = 80 gh/20

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

E-6. बल द्वारा समय t = 0 से t = t sec. तक किया गया कार्य ग्राफ के नीचे छायांकित क्षेत्रफल द्वारा दिया जाता है। अतः जैसे–जैसे t बढ़ता है तो यह क्षेत्रफल भी बढ़ता है।



∴ बल द्वारा किया कार्य सदैव बढ़ता है।

E-7. $P = \frac{d}{dt}(mgh)$

$P_{act} = \frac{1000 \times 10 \times 100}{50}$

P_{act} = 20000 W

$P_{consumption} = \frac{2000}{0.25}$ W = 80 kW.

F-1. $\frac{du}{dr} = 0, \; -\frac{2a}{r^3} + \frac{b}{r^2} = 0, \; r = \frac{2a}{b}$

F-2. $\left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=A} = -ve, \; \left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=B} = +ve$

F_A = धनात्मक , F_B = ऋणात्मक

F-3. $W_C = W_C + W_C = 5 + 2 = 7$
$P \to R \quad P \to Q \quad Q \to R$

F-4. $\frac{\partial U}{\partial x} = \cos(x + y)$,

$\frac{\partial U}{\partial y} = \cos(x + y)$

$\vec{F} = -\cos(x + y)\ \hat{i} - \cos(x + y)\ \hat{j}$

$= -\cos(0 + \frac{\pi}{4})\hat{i} - \cos(0 + \frac{\pi}{4})\ \hat{j}$

$|\vec{F}| = 1$

F-5. कार्य उर्जा प्रमेय से
$W_C + W_{nC} = \Delta K$, $W_C = -\Delta U$, $W_{nC} - \Delta U = \Delta K$

F-6. $U(x) = a/x^2 - b/x$, $a > 0, b > 0$

$dU/dx = \frac{-2a}{x^3} + \frac{b}{x^2} = 0 \quad \Rightarrow \frac{2a}{b} = x$

$d^2U/dx^2 = \frac{6a}{x^4} - \frac{2b}{x^3} = \frac{6a \times b^4}{16a^4} - \frac{2b \times b^3}{8a^3} > 0$

$\therefore$ U निम्नतम है $x = \frac{2a}{b}$ पर और U का निम्नतम मान है

$U_{min.} = \frac{a\,b^2}{4a^2} - \frac{b\,b}{2a} = -\frac{b^2}{4a}$

F-7. K.E. + P.E. = C धनात्मक नियतांक
$E + U = C$, $E + mgh = C$, $E = -mgh + C$
तथा $U = mgh$,
अतः उत्तर (A) है।

F-8. $x = x_2$ पर, जैसे–जैसे x बढता है, F ऋणात्मक x-अक्ष के अनुदिश कार्य करता है।
अतः उत्तर (C) है।

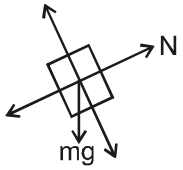
F-9. $\frac{dU}{dx}$ = धनात्मक नियतांक
$x < a$ के लिए, F = ऋणात्मक नियतांक तथा $x > a$ के लिए, F = 0
अतः उत्तर (C) है।

भाग - III

1. A का विस्थापन ब्लॉक B के विस्थापन L से कम होगा। ब्लॉक A पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य धनात्मक है और इसका परिमाण μmgL से कम है। ब्लॉक B पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है और इसका परिमाण μmgL के बराबर है। इसलिये (ब्लॉक A + ब्लॉक B) पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक है। इसका परिमाण μmgL से कम है। F द्वारा किया कार्य धनात्मक है। चूंकि $F > \mu mg$, F द्वारा किया गया कार्य का परिमाण μmgL से अधिक होगा

2. (A) ब्लॉक का FBD

ब्लॉक के वेग तथा ब्लॉक पर अभिलम्ब बल
के मध्य कोण अधिक कोण होगा।



∴ अतः ब्लॉक पर अभिलम्ब बल द्वारा किया कार्य ऋणात्मक होगा।
क्योकि ब्लॉक ऊर्ध्वाधर दूरी h गिरता है अतः कार्य ऊर्जा प्रमेय से
mg द्वारा किया कार्य + N द्वारा किया कार्य = ब्लॉक की गतिज ऊर्जा

$\therefore$ | N द्वारा किया कार्य | = $mgh - \frac{1}{2} mv^2$

$\because \frac{1}{2} mv^2 < mgh$

$\therefore$ |N द्वारा किया कार्य | < mgh

(B) अभिलम्ब बल द्वारा वेज पर किया कार्य धनात्मक है
चूंकि ब्लॉक की स्थितिज ऊर्जा में हानि = वेज की गतिज ऊर्जा + ब्लॉक की गतिज ऊर्जा
और अभिलम्ब बल द्वारा वेज पर किया कार्य = वेज की गतिज ऊर्जा
$\therefore$ N द्वारा किया कार्य < mgh.

(C) अभिलम्ब बल द्वारा ब्लॉक तथा वेज पर किया परिणामी कार्य शून्य है।

(D) सभी बलो द्वारा कण पर किया गया कार्य धनात्मक है क्योंकि इसकी गतिज ऊर्जा बढ़ चुकी है।
तथा ब्लाक की गतिज ऊर्जा < mgh
$\therefore$ ब्लॉक पर परिणामी कार्य = ब्लॉक की अन्तिम गतिज ऊर्जा < mgh.

EXERCISE - 2

भाग-I

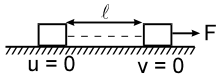
1. कार्य :

$= Mgh_1 + Mgh_2 + Mgh_3 + \mu_1 Mg\ell_1 + \mu_2 Mg\ell_2 + \mu_3 Mg\ell_3$
$= Mg(h_1 + h_2 + h_3) + Mg(\mu_1\ell_1 + \mu_2\ell_2 + \mu_3\ell_3)$
$= Mg(8 + 0.2 + 0.4 + 0.4) = 90J$

2. f =घर्षण बल $= mg \sin\theta$
t सैकण्ड में क्रिया बिन्दु का विस्थापन = vt (↓)
$W_f = [(mg \sin\theta) \sin(180-\theta)](vt) = -mgvt \sin^2\theta$

3. $W = \int \vec{F}.\vec{ds} = \int (3t\hat{i} + 5\hat{j}) . (4t\, dt\, \hat{i}) = \int_0^2 12t^2\, dt = \frac{12\left[t^3\right]_0^2}{3} = 32\ J$

4. ब्लॉक पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर



$W_F + W_S = 0$

$F\ell - \frac{1}{2}k\ell^2 = 0 \quad \therefore \quad \ell = \frac{2F}{k}$ या अतः कार्य $= F\ell = \frac{2F^2}{k}$

5. P = छदम बल = m2g (←)

$w_P + w_G + w_N = \Delta K$

$(m2g)(R \sin\theta) - (mg)(R - R\cos\theta) + 0 = 0$

$2\sin\theta = 1 - \cos\theta$

$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2, \quad \theta = 2\tan^{-1}2$

6. $W_G - W_f = 0,\ mgh = \mu mg\ell$

$h = \mu\ell$

$h = (0.2)\ell \Rightarrow \ell = \frac{1.5}{0.2}$

$\ell = 7.5\ m = (3 + 3 + 1.5)m$

7. $v = \beta\sqrt{s}$

$\frac{ds}{dt} = \beta\sqrt{s}, \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{s}} = \beta\int_0^t dt$

$2\sqrt{s} = \beta t$

$\sqrt{s} = \beta t/2$ ....(1)

W = सभी बलों द्वारा किया गया कार्य = ΔK

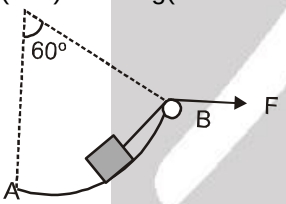
$= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\ m\beta^2 s = \frac{1}{2}\ m\beta^2\left(\frac{\beta^2\ t^2}{4}\right)$

8. $E = \frac{p^2}{2m}, (\sqrt{E})\left(\frac{1}{P}\right) = \frac{1}{\sqrt{2m}}$ = नियत

आयताकार अतिपरवलय (C)

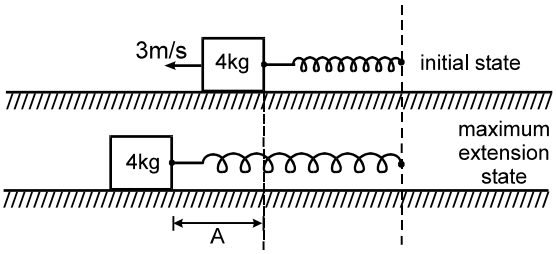
9. ब्लॉक तथा रस्सी निकाय है, निकाय पर कार्य उर्जा प्रमेय द्वारा

$(200)10 - 10g(R - R\cos 60^o) = 1/2\ (10)v^2$



$2(200 - 10 \times 5) = v^2 \qquad v = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}\ m/s$

10. स्प्रिंग के मुक्त सिरे के तंत्र में (पृथ्वी के सापेक्ष जड़त्वीय), गुटके का प्रारम्भिक वेग 3 m/s बांयी ओर है व स्प्रिंग बिना खींचा है।



प्रारम्भिक व अधिकतम विस्तार की अवस्था में ऊर्जा संरक्षण करने पर

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\ kA^2 \qquad$ or $\qquad A = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v = \sqrt{\frac{4}{10000}} \times 3 = 6cm.$

11. ऊर्जा संरक्षण से

$$K.E. + P.E. = E \quad \text{या} \quad K.E. = E - \frac{1}{2} kx^2$$

$$\therefore \quad K.E. \text{ at } x = -\sqrt{\frac{2E}{k}} \text{ is } \quad E - \frac{1}{2} k \left(\frac{2E}{k}\right) = 0$$

$\therefore$ $x = -\sqrt{\frac{2E}{k}}$ पर कण की चाल शून्य है।

12. यह प्रेक्षित किया जा सकता है कि बल F द्वारा कण को दी गई शक्ति है -

$$P = Fv = K.$$

शक्ति नियत है। अतः समय t में बल द्वारा किया गया कार्य है -

$$\Delta W = Pt = Kt$$

13. $dW = \vec{F} . d\vec{s}$ जहाँ $d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$

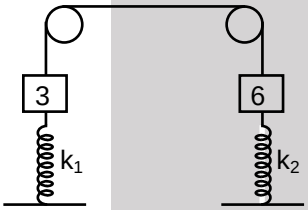
और $\vec{F} = -K(y\hat{i} + x\hat{j})$

$\therefore$ $dW = -K(ydx + xdy) = -K\, d(xy)$

$\therefore$ $W = \int_{(0,0)}^{(a,a)} dW = -K \int_{(0,0)}^{(a,a)} d(xy) = -K\,[xy]_{(0,0)}^{(a,a)}$

$W = -Ka^2$

14.



$$6g(x) - 3g(x) = \frac{1}{2}k_2x^2 + \frac{1}{2}k_1x^2$$

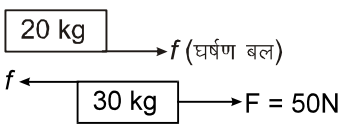
$$6g = (k_1 + k_2)x = \frac{6 \times 9.8}{200} = \frac{3 \times 9.8}{100}$$

$u^2 = 0.294m$

भाग - II

1. (a) माना 20 kg तथा 30 kg ब्लॉक साथ–साथ गति करेंगे

$\therefore$ $a = \frac{50}{50} = 1 \text{ m/s}^2$



$\therefore$ 20 kg के ब्लॉक पर घर्षण बल

$f = 20 \times 1 = 20$ N

घर्षण बल का अधिकतम मान

$\Rightarrow$ $f_{max} = \frac{1}{2} \times 200 = 100$ N

अतः दोनों के मध्य सापेक्ष गति नही होगी

$\therefore$ घर्षण बल का मान f = 20 N है

t = 2 sec. में तय की गई दूरी

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2m.$$

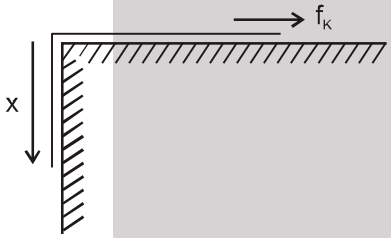
ऊपर वाले ब्लॉक पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य

$W_{fri} = 20 \times 2 = 40$ J

नीचे वाले ब्लॉक पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य = $-20 \times 2 = -40$ J.

2. $f_K = \mu \frac{m}{\ell} (\ell - x)g$

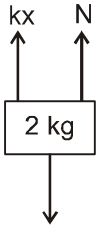
$$W = \int_{x=\frac{\ell}{4}}^{\ell} -\mu \frac{m(\ell - x)g}{\ell} dx$$



$$W = \frac{\mu mg}{\ell} \times \frac{[(\ell - x)^2]_{\frac{\ell}{4}}^{\ell}}{2}$$

$$= -\frac{\mu mg}{2\ell} \times \frac{9\ell^2}{16} = -\frac{9\mu mg\ell}{32}$$

3. F.B.D of 2 kg block



जब 2 kg का ब्लॉक संपर्क छोड़ता है ?

N = 0

$Kx + 0 = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ m

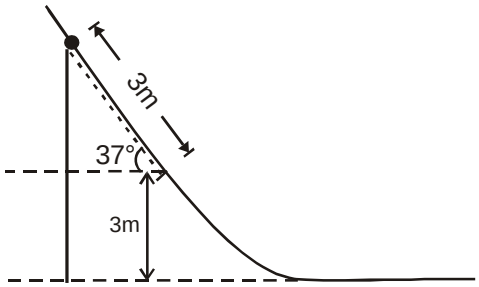
सम्पूर्ण निकाय पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

$w_g + w_{sf} = \Delta k$

$$\Rightarrow 50 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (40) \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - 0 \right]$$

$$= \frac{1}{2} (5) [V^2 - 0] \Rightarrow V = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

4. A तथा B मध्य कार्य उर्जा प्रमेय से



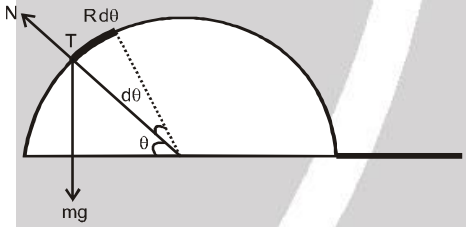
$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{gravity} + W_{friction}$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{\text{गुरूत्व}} + W_{\text{घर्षण}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}m(136) = -mg(3 + 3\sin 37°) - \mu mg\cos 37° \times 3$

$\Rightarrow \frac{V_B^2}{2} - \frac{136}{2} = -48 - 12 \Rightarrow V_B = 4$ m/s

5. कार्य उर्जा प्रमेय "m" पर

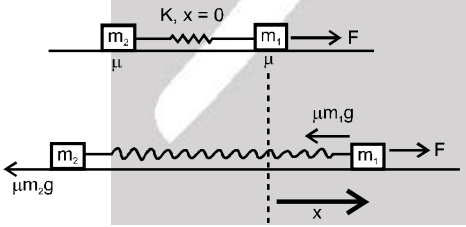


$W_G + N + W_T + W_f = \Delta K$

$-mgR + O + W_T - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\mu mg\sin\theta)\, R\, d\theta = 0$

$\Rightarrow \quad W_T = mgR(\mu + 1)$

6.



$W_F + W_{Sp} + W_{fric} = \Delta K$

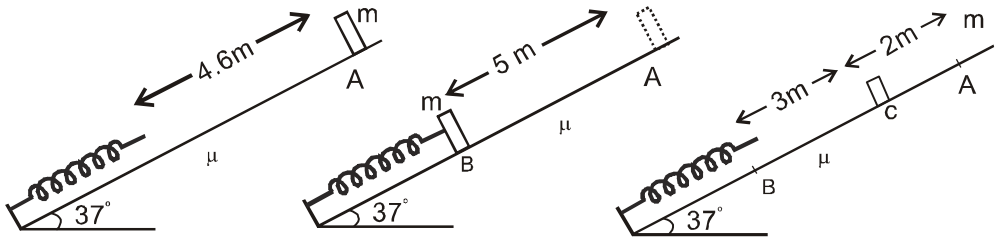
$\Rightarrow \quad Fx - \frac{1}{2}Kx^2 - \mu m_1 g x = 0 \qquad \& \quad Kx = \mu m_2 g$

$\Rightarrow \quad F - \frac{1}{2}\mu m_2 g - \mu m_1 g = 0$

$\Rightarrow \quad F = \mu m_1 g + \frac{\mu m_2 g}{2}$

7. $mgx - \frac{1}{2}k\left(\frac{2x}{5}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{x}{5}\right)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{10mg}{k}$

8.



कार्य उर्जा प्रमेय से (A और C के मध्य)

$$W_f + W_G + W_{sp} = \Delta K$$

$$\Rightarrow \quad -\mu mg \cos\theta\,(5+3) + mg\,2\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{2}{8}\tan 37^o$$

$$= \frac{3}{16}$$

कार्य उर्जा प्रमेय (A और B के मध्य)

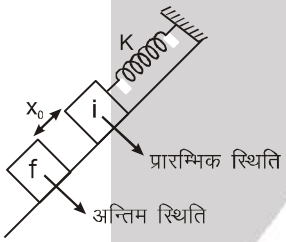
$$W_{sp} + W_G + W_f = \Delta K$$

$$\Rightarrow \quad mg\,5\sin 37^o - \mu\, mg\,5\cos\theta - \frac{1}{2}K(0.4)^2 = 0$$

$$(4\times 10)\left[5\times\frac{3}{5} - \frac{3}{16}(5)\frac{4}{5}\right] = \frac{1}{2}\times\frac{16}{100}K$$

$K = 9000/8$ N/m अतः $x = 9$

9.



चाल अधिकतम है जब त्वरण न्यूनतम है। जब गुटके की चाल अधिकतम है तब माना गुटके का विस्थापन x_0 है। साम्यावस्था पर नत तल के अनुदिश गुटके पर न्यूटन का नियम लगाने पर

$$mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta + kx_0 \quad \text{.....(1)}$$

प्रारम्भिक व अन्तिम स्थिति के मध्य गुटके पर कार्य ऊर्जा प्रमेय लगाने पर

$$K_f = K_i + mg\,x_0\sin\theta - \frac{1}{2}kx_0^2 - \mu\, mg\,x_0\cos\theta \quad \text{.....(2)}$$

(1) व (2) को हल करने पर

$$V_{max} = (\sin\theta - \mu\cos\theta)\,g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

10. अधिकतम फिसलन की स्थिति तब उत्पन्न होती है जब स्प्रिंग अधिकतम सम्पीडित होती है। इस क्षण स्प्रिंग द्वारा आरोपित बल अधिकतम है तथा निकाय का त्वरण भी अधिकतम है। अतः इस स्थिति में आवश्यक घर्षण बल अधिकतम है।
कार्य उर्जा प्रमेय से

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 \Rightarrow \quad x_m = \sqrt{\frac{(M+m)V^2}{K}}$$

ऊपरी ब्लॉक के लिए $a_m = \frac{kx_m}{M+m}$

ऊपरी ब्लॉक पर बल, घर्षण बल द्वारा दिया जाता है।

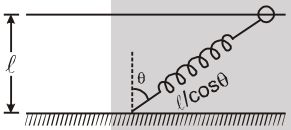
अतः $\mu mg > \frac{kx_m.m}{M+m}$

सीमांत मान के लिए $V = \mu g\sqrt{\frac{M+m}{k}}$

मानों के प्रयोग से $V_{\text{अधिकतम}} = 20$ cm/s

11. $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$

$$\frac{1}{2}m\ \frac{k}{m}\left(\frac{2\ell}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}kx^2$$



$$\Rightarrow x = \frac{2\ell}{3} = \frac{\ell}{\cos\theta} - \ell$$

$$\cos\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

12. $P_0 = Fv$

$$\therefore \left(Mv\frac{dv}{dx}\right)v = P_0$$

$$\Rightarrow M\int_v^{2v} v^2dv = P_0\int_0^x dx \Rightarrow \qquad x = \frac{7Mv^3}{3P_0}$$

13. $F\cos\theta = \mu N$

$N = mg - F\sin\theta$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$$

$$P = F\,v\cos\theta = \frac{\mu mgv\cos\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta} = \frac{\mu mgv}{1+\mu\tan\theta} = 25 \quad W$$

14. $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$

$\vec{F}.d\vec{r} = -du$

$\left(F_x\hat{i}+F_y\hat{j}\right).\left(dx\hat{i}+dy\hat{j}\right) = -du$

$F_x\,dx + F_y\,dy = -du$

$-du = (-2x + 2y)\,dx + (2x - y^2)dy$

$= -2x\,dx + 2(y\,dx + x\,dy) - y^2\,dy$

$$u(x, y) = x^2 - 2(xy) + \frac{y^3}{3} + C$$

$U(2, 3) = 4 - 12 + 9 + C = 1 + C$

$\frac{8}{3} + 1 + C = (K.E) + [1 - 4 + \frac{8}{3} + C]$

गतिज ऊर्जा $= 4$ J

$\frac{1}{2}(2)v^2 = 4 \Rightarrow v = 2$m\s

भाग - III

1. $dW_F = \vec{F}.d\vec{s}$, यदि $\vec{F}$, $d\vec{s}$ के लम्बवत् है तो

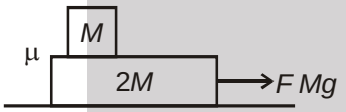
$dW_F = 0$, $d\vec{s}$ बल के क्रिया बिन्दु का विस्थापन है $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$.

(A), (C), (D) सत्य है।

2. A तथा B के साथ चलने की स्थिति में , तथा A एवं B के मध्य घर्षण बल $\frac{F}{3}\left(=\frac{Mg}{3}\right)$ है

चुकि A और B एक साथ गति करते है

इसलिए A पर कुल बल $= \frac{Mg}{3}$.



B पर कुल बल $= Mg - \frac{Mg}{3} = \frac{2Mg}{3}$

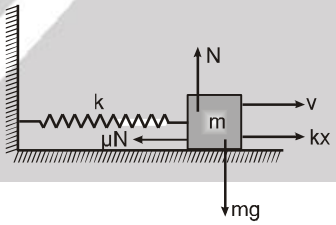
3. वेग लगातार बढ़ेगा

$1/2\ m\ (v^2 - u^2) = \Delta$ KE = किया गया कार्य

$\Rightarrow$ $1/2 \times 1.(v^2 - 20) =$ Area क्षेत्रफल $= 40$

$\Rightarrow$ $v = 10$ m/s

4. **(i)** वेग अधिकतम होगा जब परिणामी बल $= 0$



$k.x = \mu N = \mu\ mg \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\mu\ mg}{k}$

कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$W_s + W_f = \Delta K$

$\Rightarrow \frac{1}{2}k\left(\frac{2\mu mg}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 - \mu mg \times \frac{\mu mg}{k} = \frac{1}{2}mv^2$

हल करने पर,

$v = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}$.

(ii)जब कण का वेग शून्य है तो माना स्प्रिंग में विस्तार 'x' है।

$$\frac{1}{2}\,k\left(\frac{2\mu mg}{k}\right)^2 = \mu mg\left(\frac{2\mu mg}{k}+x\right)+\frac{1}{2}\,kx^2$$

$$2\,\frac{\mu^2 m^2 g^2}{k} = 2\,\frac{\mu^2 m^2 g^2}{k} + x\,\mu mg + \frac{1}{2}\,kx^2 \qquad \Rightarrow \qquad x\left[\frac{2\mu mg}{k}+x\right] = 0$$

$x = 0$ (प्राकृतिक लम्बाई पर) या $x = -\frac{2\mu mg}{k}$ जब स्प्रिंग में संपीडन $\frac{2\mu mg}{k}$ अर्थात् प्रारम्भ में

इसलिए प्राकृतिक लम्बाई पर वेग शून्य है। स्प्रिंग बल भी शून्य है। गुटका वापस नहीं लौटेगा और इसका वेग बांयी ओर है।

5. $dW_F = \vec{F}.\vec{ds} = dk > 0 \Rightarrow \left|\vec{F}\right|\left|\vec{ds}\right| \cos\theta > 0 \Rightarrow 0 < \theta < 90^o$

$p = \sqrt{2m(K.E.)}$, K.E. ↑ इसलिए p ↑ .

6. स्प्रिंग पर बल F के द्वारा किया गया कार्य $w = -FL$ तथा व्यक्ति द्वारा गाड़ी पर कार्यरत घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य $w = FL$

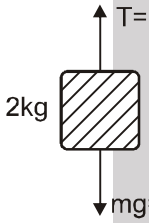
∴ व्यक्ति पर कुल किया गया कार्य

7. (ब्लॉक का त्वरण) = 10 m/s²

∴ (विस्थापन) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{4}{10} = 2m$

रस्सी में तनाव 40 N है।

गुरूत्व द्वारा किया कार्य $-20 \times 2 = -40$ J



तनाव द्वारा किया कार्य $40 \times 2 = 80$ J

8. $W_S = U_i - U_f$, $\frac{1}{2}\,kx^2 = U_i - U_f$

$U_f = 0 \Rightarrow U_i = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(-x)^2$

⇒ स्प्रिंग प्रारम्भ में या तो x सम्पीडित थी या x खिची हुई थी।

9. (a) $P = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{V}$

जहाँ $\vec{V}$ उस बिन्दु का वेग है, जहाँ बल लगाया गया है।

$F_{ext} + m_1g = T$ & $m_2g = T$

⇒ $F_{ext} = m_2g - m_1g$

$=(m_2-m_1)\,g$

∴ $P = (m_2-m_1)\,g\,v$ **Ans.**

(b) $F_{ext} + m_1g - T = m_1a$

$T - m_2g = m_2a$

$F_{ext} = (m_1+m_2)\,a + (m_2-m_1)g$

$= m_2(g+a) - m_1(g-a)$

∴ $P = (F_{ext})\,(0 + at)$

$= \{m_2(g+a) - m_1(g-a)\}\,at$ **Ans.**

10. बिन्दु 'C' पर स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम है अतः यह बिन्दु स्थायी साम्यावस्था में है।
E से F तक ढाल ऋणात्मक है, अथार्त्

$\Rightarrow \quad F = -\frac{dU}{dr} > 0$ F धनात्मक है अतः प्रतिकर्षी है।

अतः बिन्दु E व F के मध्य कणों के मध्य बल प्रतिकर्षण बल है।

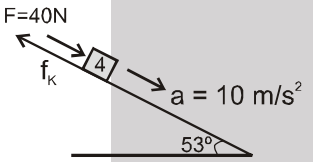
11. At x = 5m, KE = 50J
$PE = 15 + (5-3)^2 = 19$ J
यांत्रिक ऊर्जा = 69 J
KE_{max} = कुल ऊर्जा – PE_{mini}
= 69 – 15 = 54 J

12. $F = -2\hat{i} - 3\hat{j}$

$\bar{a} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$
(b) correct
(d) $\bar{v} = 2\sqrt{4+9} = 2\sqrt{13}$

भाग - IV

1 to 3.



$f_K = \mu mg \cos 53^\circ$,
$40 - f_K + mg \sin 53^\circ = 4\,(10)$
$f_K = mg \sin 53^\circ$
1 से. में विस्थापन $S = 0 + 1/2\,(10)\,(2)^2$
S = 20 m
$W_F = 40 \times 20 = 800$ J,
$W_{grav} = 40 \times 4/5 \times 20 = 640$ J
$W_{F_K} = -640$ J

4. (a) त्वरित गति के दौरान घर्षण के विरूद्ध ऋणात्मक कार्य होता है तथा यह गतिज ऊर्जा में परिवर्तन के बराबर भी होता है अतः कुल कार्य आवश्यक रूप में +ve होगा।
(b) एक समान गति के दौरान केवल घर्षण के विरूद्ध कार्य होगा और यह +ve होगा।
(c) मंदित गति के दौरान, भार ठीक 50 मीटर दूरी में रूक जायेगा। यदि केवल घर्षण को माने तो भार 12.5 मी. दूरी में रूक जायेगा यह दूरी, जहाँ यह रूकेगा उससे कम है। अतः ऊँट भार को 50 मी. (>12.5 मी.) दूरी में रोकने के लिए कुछ बल और लगायेगा। अतः इन स्थितियों में किया गया कार्य +ve है।

5. $W_{CL}|_{\text{त्वरित गति}} = \Delta KE - W_{\text{घर्षण}}$ जहाँ W_{CL} ऊँट द्वारा भार पर किया गया कार्य है।

$$= \left[\frac{1}{2}mv^2 - 0\right] - \left[-\mu_k mg.50\right] = \frac{1}{2}\times 1000 \times 5^2 + 0.1\times 10\times 1000\times 50 = 1000\left[\frac{125}{2}\right]$$

इसी प्रकार , $W_{\text{मंदन}} = \Delta KE - W_{\text{घर्षण}}$

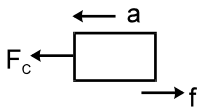
$$\left[0 - \frac{1}{2}mv^2\right] - [-\mu_k mg.50] = 1000\left[\frac{75}{2}\right]$$

$$\therefore \quad \frac{W_{CL}|_{\text{त्वरित गति}}}{W_{CL}|_{\text{मंदित गति}}}$$

$$= \frac{125}{75} = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad 5:3$$

6. अधिकतम शक्ति = $F_{max} \times V$

त्वरित गति के दौरान ऊँट अधिकतम बल लगाएगा



हम जानते है $V^2 - U^2 = 2as$

$25 = 0^2 + 2.a.50$

$a = 0.25\ m/s^2$; त्वरित गति के लिए

$\therefore \quad F_C - f = ma$

$\therefore \quad F_C = \mu mg + ma = 0.1\times1000\times10+1000\times2.5$

$= 1000 + 250 = 1250\ N$

यह क्रान्तिक बिन्दु है, इस बिन्दु से पहले अधिकतम वेग 5 m/s है।

अतः इस बिन्दु पर अधिकतम शक्ति = 1250 × 5 = 6250 J/s.

7. यदि कण को मूल बिन्दु से छोडा जाता है, तो ये बल की दिशा में जाने का प्रयास करेगा। यहाँ $\frac{du}{dx}$ धनात्मक है अतः बल ऋणात्मक है, परिमाणस्वरूप ये $-ve$ x-अक्ष की तरफ गति करेगा।

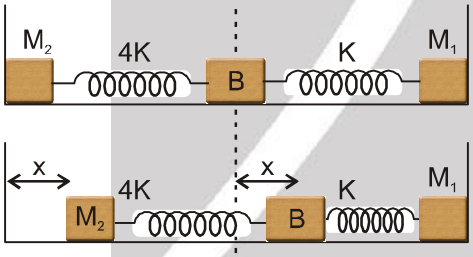
8. जब कण $x = 2 + \Delta$ से छोड़ा जाता है, यह न्यूनतम संभव स्थितिज ऊर्जा के बिन्दु (–15 J) पर पहुंच जायेगा। जहाँ इसकी गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी।

$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad v_{max} = 5\ m/s$

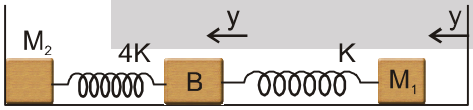
EXERCISE-3

भाग - I

1.



चूंकि स्प्रिंग व सहायको (m_1 व m_2) के नगण्य द्रव्यमान है। जब कभी भी स्प्रिंग उन्हे खींचती है तो प्राकृतिक लम्बाई में होगी, अधिकतम संपीडन पर B का वेग शून्य होगा



और ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2}(4K)y^2 = \frac{1}{2}Kx^2 \qquad \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ **Ans. (C)**

2. माना कि $x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

कण पर बल $\frac{K}{r^3}\left(r\cos\theta\hat{i} + r\sin\theta\hat{j}\right)$ है

बल त्रिज्य दिशा में है अतः दिये गये वृत्तीय पथ के अनुदिश इस बल द्वारा किया गया कार्य शून्य है।

3. $E = P.t = 0.5W \times 5s = 2.5\ J = 1/2\ mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = 5\ m/s$

4. $W_F + W_g = K_f - K_i$

$18 \times 5 + 1g(-4) = K_f$

$90 - 40 = K_f$

$K_f = 50J = 5 \times 10J$

5. $mv\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dk}{dt} = \gamma t$

$v\,dv = \dfrac{\gamma}{m} t\,dt$

$\dfrac{v^2}{2} = \dfrac{\gamma}{m}\dfrac{t^2}{2} \qquad \Rightarrow v \propto t$

$\dfrac{dv}{dt} =$ नियत $\Rightarrow F =$ नियत

$\dfrac{dx}{dt} \propto t \Rightarrow x \propto t^2$

6. $dW = \vec{F}.d\vec{r}$

$dW = \alpha y dx + 2\alpha x dy$

$A \rightarrow B$, y = 1 constant dy = 0 $\qquad W_{A\rightarrow B} = \int \alpha y dx = \alpha.1\int_0^1 dx = \alpha$

$B \rightarrow C$, x = 1 constnat dx = 0 $\qquad W_{B\rightarrow C} = 2\alpha.1\int_1^{0.5} dy = -2\alpha(0.5) = -\alpha$

$C \rightarrow D$, y = 0.5 dy = 0 $\qquad W_{C\rightarrow D} = \int_1^{0.5} \alpha y dx = \alpha.\dfrac{1}{2}\int_1^{0.5} dx = -\dfrac{\alpha}{4}$

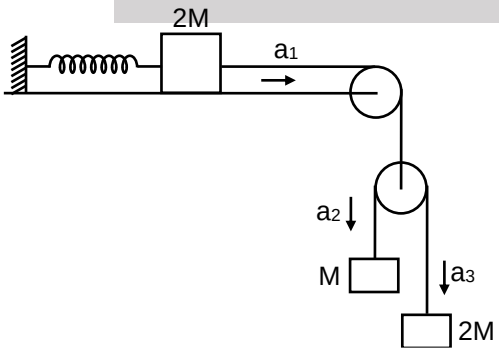
$D \rightarrow E$, x = 0.5 dx = 0 $\qquad W_{D\rightarrow E} = 2\alpha\int x dy = 2\alpha.\dfrac{1}{2}\int_{0.5}^{0} dy$

$E \rightarrow F$, y = 0, dy = 0, $\qquad W_{E\rightarrow F} = 0$

$F \rightarrow A$, x = 0, dx = 0, $\qquad W_{F\rightarrow A} = 0$

$\therefore \qquad W = \alpha - \alpha - \dfrac{\alpha}{4} - \dfrac{\alpha}{2} = -\dfrac{3\alpha}{4} - \Rightarrow +3/4J = 0.75J$

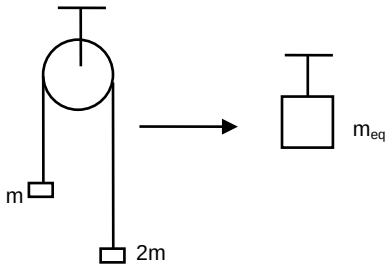
7.



$2a_1 = a_2 + a_3$

$a_1 - a_3 = a_2 - a_1$

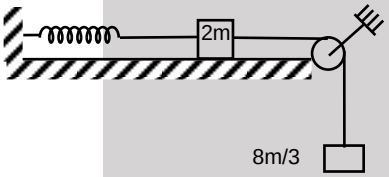
अन्य विकल्प के लिए तुल्य m का प्रयोग करते है।



$$\frac{T}{g'} = \frac{2(2m)(m)}{2m+m} = \frac{4m}{3}$$

$$\frac{2T}{g'} = \frac{8m}{3}$$

$$m_{eq.} = \frac{4m(2m)}{m+2m} = \frac{8m}{3}$$



$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{8mg}{3}x_0$$

$$x_0 = \frac{16mg}{3k}$$

$$V_{\frac{x_0}{2}} = v_{max} = \frac{x_0}{2}\omega = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{2m+\frac{8m}{3}}} = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{3k}{14m}} = g\sqrt{\frac{32}{21k}}$$

$$a_{\frac{x_0}{4}} = \frac{x_0}{4}\omega^2 = \frac{x_0}{4}\frac{3k}{14m} = \frac{3kx_0}{42m} = \frac{8g}{21}$$

भाग - II

1. K.E. = ct

$$\frac{1}{2}mv^2 = ct$$

$$\frac{P^2}{2m} = ct$$

$$P = \sqrt{2ctm}$$

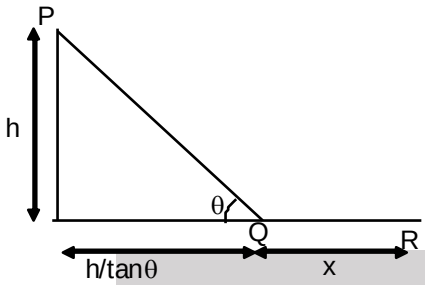
$$F = \frac{dP}{dt} = \sqrt{2cm}\,\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$F \propto \frac{1}{\sqrt{t}}$$

2. रबर बैण्ड को खीचने में किया गया कार्य

$$W = \int_0^L (ax + bx^2)dx = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$$

3.



दिया गया है $\frac{\mu mgh}{\tan\theta} = mgh - \frac{\mu mgh}{\tan\theta}$

$$\frac{2\mu}{\tan\theta} = 1 \Rightarrow \mu = \frac{\tan\theta}{2}$$

$\mu = 0.29$

$$x = \frac{h}{\tan\theta} = 2\sqrt{3} = 3.5 \text{ m}$$

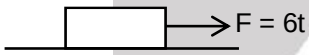
4. माना वसा का m द्रव्यमान प्रयुक्त हुआ है।

$m(3.8 \times 10^7)\ 1/5 = 10(9.8)(1)\ (1000)$

$$m = \frac{9.8 \times 5}{3.8 \times 10^3}$$

$= 12.89 \times 10^{-3}$ kg

5.



$$a = \frac{F}{m} = \frac{6t}{1} = 6t$$

$$\frac{dv}{dt} = 6t$$

$dv = 6tdt$

$$\int_0^v dv = 6\int_0^v tdt$$

$$v = 6\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 3$$

$W = \Delta KE = K_F - K_i$

$$= \frac{1}{2}(1)(3)^2 = 4.5 \text{ J}$$

6. $F = -Kv^2$

$$m\frac{dv}{dt} = -kv^2 \qquad \int_{v_0}^{v} v^{-2}dv = \int_{0}^{t} -\frac{k}{m}dt$$

10s पश्चात्, $KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8}mv_0^2 \quad v = \frac{v_0}{2}$

$$\left[-\frac{1}{v}\right]_{v_0}^{v_0/2} = -\frac{k}{m}t$$

$$\left(\frac{2}{v_0} - \frac{1}{v_0}\right) = \frac{k}{m}t \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{m}{v_0 t} = \frac{10^{-2}}{10\times 10}$$

$k = 10^{-4}$ kg m^{-1}

7. $W = k_f - K_f$

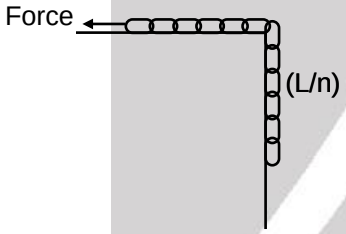
$W = 2 \times 2 + 1/2 \times (2 + 3) \times 1 = k_f$

$= 4 + 2.5 = 6.5$ J

8. $U_i = \frac{M}{n}\left(\frac{L}{n}\right)\frac{1}{2}g$

$$\Rightarrow \qquad U_f = \left(\frac{M}{n}\right)g\left(\frac{L}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad W = U_f - U_i = \frac{MgL}{2n^2}$$



9. $4000 \times V + mg \times V = P$

$$\frac{60\times 746}{4000+20000} = V$$

$V = 1.86$ m/s. ≈ 1.9 m/s.

10. $KE = PE_1 - PE_2 = mgh_1 - mgh_2$

$= 1 \times 10 \times 2 - 1 \times 10 \times 1 = 10$J

11. मोटर पर परिणामी बल होगा

$F_m = [920 + 68(10)]g + 6000$

$= 22000$ N

अतः मोटर की आवश्यक शक्ति

$P_m = \vec{F}_m . \vec{v} = 22000 \times 3 = 66000$ watt

12. $W = \int \vec{F}.d\vec{s} = (-x\hat{i} + y\hat{j}).(dx\hat{i} + dy\hat{j})$

$$= \int_1^0 -xdx + \int_0^1 ydy = -\frac{x^2}{2}\Big|_1^0 + \frac{y^2}{2}\Big|_0^1 = \left(0 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = 1J$$

HIGH LEVEL PROBLEMS (HLP)

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

1. $\frac{1}{2}k\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(L_0 - x)^2$ जब $x < L_0$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}\left[\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 - (L_0 - x)^2\right]}$$

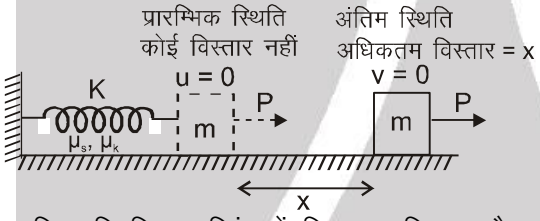
जब $x \geq L_0 \frac{1}{2}K\left(\frac{3L_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

जो कि ब्लॉक की अधिकतम चाल भी है। इसलिए $v_{max} = \frac{3L_0}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

2. (a) गति प्रारम्भ होने के लिए

$$\frac{5\mu_k mg}{4} > \mu_s mg \quad \text{or} \quad 5\mu_k > 4\mu_s$$

(b)



गुटके की अन्तिम स्थिति पर स्प्रिंग में विस्तार अधिकतम है एवं गुटके की चाल $v = 0$ है। अतः गुटके को प्रारम्भिक से अन्तिम स्थिति तक ले जाने में किया गया कुल कार्य

ΔW = P द्वारा किया गया कार्य + स्प्रिंग बल F द्वारा किया गया कार्य + घर्षण द्वारा किया गया कार्य $= \Delta K = 0$

$$= Px - \int_0^x Kx^3 . dx - \mu_k mgx = \frac{5\mu_k mg}{4}.x - \frac{kx^4}{4} - \mu_k mgx = 0$$

हल करने पर $x = \left(\frac{\mu_K mg}{K}\right)^{1/3}$

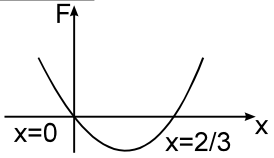
3. (a) जब $F = 0$ हो तो कण साम्यवस्था में होता है।

$$\Rightarrow \quad x(3x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 0 \text{ and } x = \frac{2}{3}m$$

कण $x = 0$ व $x = \frac{2}{3}$ पर साम्यावस्था में है।

(b)



चूंकि x = 0 पर $\frac{dF}{dx} < 0 \Rightarrow \frac{d^2U}{dx^2} > 0$ और $x = \frac{2}{3}$ m पर $\frac{dF}{dx} > 0 \Rightarrow \frac{d^2U}{dx^2} < 0$

x = 0 पर कण स्थायी साम्यावस्था में व $x = \frac{2}{3}$ मीटर पर अस्थायी साम्यावस्था में है।

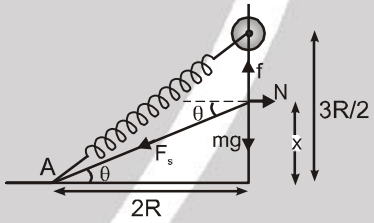
(c) कण का दी गई न्यूनतम चाल इस प्रकार होनी चाहिए ताकि यह ठीक $x = \frac{2}{3}$ पर पहुँचे वहाँ से यह $x = \frac{2}{3}$ 0 तक स्वतः पहुँच जायेगा।

$$\frac{1}{2} mv^2 = -\int_4^{2/3} F\,dx = -\int_{-4}^{2/3} x(3x-2)\,dx = \frac{1300}{27}$$

या $v = \sqrt{\frac{2600}{27}}$ m/s

4. कार्य ऊर्जा प्रमेय से

$$W_f + mg\frac{3R}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{4mg}{k}\right)\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{3gR}\right)^2 \Rightarrow W_f = -\frac{1}{2} mgR$$



$\Rightarrow$ f = μ N (गतिक घर्षण)

$W_f = \int f\,dx = \int \mu F_s \cos\theta\,dx$ ($x = 2R\tan\theta$; $dx = 2R\sec^2\theta\,d\theta$)

$F_s = k\,2R(\sec\theta - 1)$

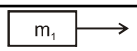
$W_f = \mu\int k\,2R(\sec\theta - 1)\cos\theta \times 2R\sec^2\theta\,d\theta$

$W_f = 4R^2\mu k\int_{\theta_0}^{0} (\sec^2\theta - \sec\theta)\,d\theta$ $\theta_0 = \tan^{-1}(3/4)$

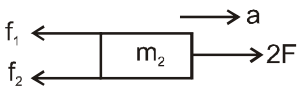
$= 4R^2\mu k\left[\tan\theta - \ell n(\sec\theta + \tan\theta)\right]_{\theta_0}^{0} = -4R^2\mu k[\tan\theta_0 - \ell n(\sec\theta_0 + \tan\theta_0)] = -\frac{mgR}{2}$

$\Rightarrow 4R^2\mu k\left[\frac{3}{4} - \ell n\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right)\right] = R^2\mu k[3 - 4\ell n 2] = \frac{mgR}{2}$

$\mu = \frac{mg}{2Rk(3 - 4\ell n 2)} = \frac{1}{8(3 - 4\ell n 2)}$ **Ans.**

5. 

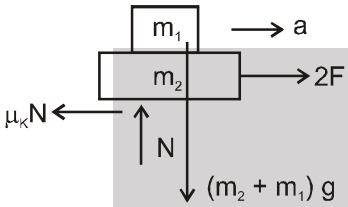
$a = \dfrac{F}{(m_1+m_2)}$ $\quad f_1 = m_1a = m_1 \dfrac{F}{(m_1+m_2)}$ **Ans. of (b)**



$2F - f_1 - f_2 = m_2a$

$-f_2 = -2F + f_1 + m_2a = m_1a + m_2a - 2F$

$-f_2 = (m_2 + m_1)\dfrac{F}{(m_1+m_2)} - 2F = F - 2F = -F \Rightarrow f_2 = F$

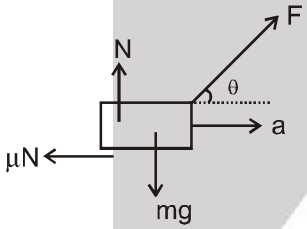


$2F - \mu_K (m_2 + m_1)g = (m_2 + m_1)a$

$2F - (m_2 + m_1)\dfrac{F}{(m_1+m_2)} = \mu_K (m_2 + m_1)g \Rightarrow \dfrac{F}{(m_1+m_2)g} = \mu_K$ **Ans. of (a)**

W = छोटे गुटके पर घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य

$= f_1x = \dfrac{m_1F}{(m_2+m_1)}x$ **Ans of (c)**

6. 

$mg = N + F\sin\theta$ .....(1)

$\mu N = F\cos\theta$ .....(2)

$\mu mg = F\cos\theta + \mu F\sin\theta$

$F = \dfrac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$ .....(3)

$W_F = \dfrac{\mu mg\cos\theta(10)}{\cos\theta + \mu\sin\theta} = \dfrac{40000}{5+\tan\theta}$ **Ans.**

F न्यूनतम है यदि $D = \cos\theta + \mu\sin\theta$ अधिकतम है तथा इसका अधिकतम मान $\sqrt{1+\mu^2}$ है।

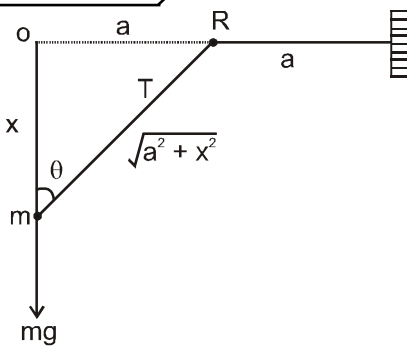
$F_{min.} = \dfrac{\mu mg\sqrt{1+\mu^2}}{1+\mu^2} = \dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$

$W_{F_{min}} = \dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}\dfrac{10}{\sqrt{1+\mu^2}}$

$\mu = 0.2$, $mg = 4000$ Nt

$W_{F_{min}} = \dfrac{(0.2)(4000)10}{(\sqrt{1+(0.2)^2})^2} = \dfrac{400\times20}{(\sqrt{1+0.04})^2} = \dfrac{8000}{1.04} = 7692.307$ J **Ans.**

7. (i)

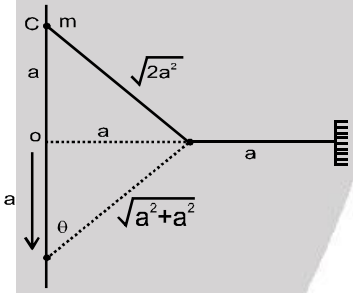


$mg = T\cos\theta$

$$mg = \frac{2mg}{a}\left[\sqrt{a^2+x^2}+a-a\right] \times \left(\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}\right)$$

$$\therefore \quad x = \frac{a}{2}$$

(ii)

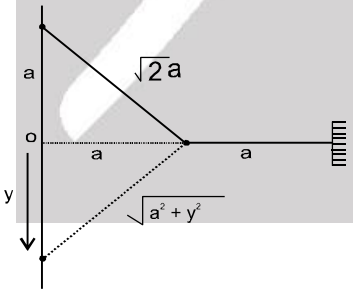


$$\frac{1}{2}K\left(\sqrt{2a}\right)^2 + mga = \frac{1}{2}K(2a-a)^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2mg}{a}\right)(2a^2 - a^2) + mga = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4ga} = v$$

(iii)



$$\frac{1}{2}K\left(\sqrt{2}a\right)^2 + mg\,a = \frac{1}{2}K\left(\sqrt{a^2+y^2}\right)^2 - mg\,y$$

$$\frac{1}{2}K2a^2 + mg\,a = \frac{1}{2}K(a^2+y^2) - mgy$$

$$\frac{1}{2}\frac{2mg}{a}2a^2 + mga = \frac{1}{2}\frac{2mg}{a}a^2 + \frac{1}{2}\frac{2mg}{a}y^2 - mg\,y$$

$$3\,mg\,a - mg\,a = \frac{mg\,y^2}{a} - mg\,y$$

$$2\,mga = \frac{mg\,y^2}{a} - mg\,y$$

$$2a^2 = y^2 - ay$$

$\Rightarrow$ $y^2 - ay - 2a^2 = 0$

$$y^2 + ay - 2ay - 2a^2$$

$\Rightarrow$ $y(a + y) = 2a(y + a)$

$\Rightarrow$ $y = 2a$

8. $\frac{du}{dr} = \frac{K}{2a^3}(-2r) \Rightarrow F(r) = \frac{K}{a^3}\,r$

$\vec{F}(r) = \left(\frac{K}{a^3}r\right)\hat{r}$ for $0 \le r \le a$ $\quad \vec{F}(r) = \frac{K}{r^2}\hat{r}$ for $r \ge a$

$\therefore$ $K > 0$

$\therefore$ बल धनात्मक है

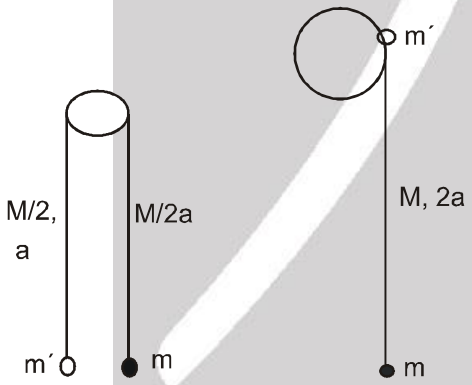
$\therefore$ बल प्रतिकर्षी है **Ans.**

(b) $\frac{1}{2}m u^2 + 0 = 0 + \frac{K3a^2}{2a^3}$

$u^2 = \frac{3K}{ma} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{3k}{am}}$ **Ans.**

(c) $\frac{1}{2}m\frac{2k}{am} + 0 = 0 + P.E. \Rightarrow P.E = \frac{k}{a} \Rightarrow r = a$ **Ans.**

9.



$$-g\left[ma + m'a + M\frac{a}{2}\right] = -g\left[m2a + m'0 + Ma\right] + \frac{1}{2}(M + m + m')v^2$$

$$\sqrt{\frac{2g\left[2ma - ma + Ma - \frac{Ma}{2} - m'a\right]}{M + m + m'}} = v \qquad v = \sqrt{ag\frac{M + 2(m - m')}{M + m + m'}}$$ **Ans.**

10. $U(x) = 20 + (x - 2)^2$

$\frac{du}{dx} = 2(x - 2)$

$-F = 2(x - 2)$

$F = -2(x - 2)$

$m(x - 2) = -2(x - 2)$

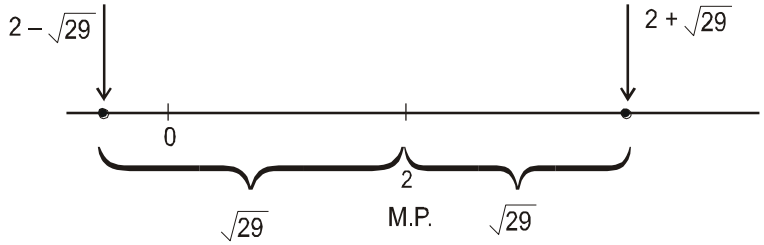
Let $x = x - 2$

$mx = -2x$

$1x = -2x$

x = – 2 x सरल आवर्त गति

माध्य स्थिति है x = x – 2 = 0 $\Rightarrow$ x = 2



$W^2 = 2$,

गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2$

= $\frac{1}{2}$ (1) (ω^2) $(A^2 – x^2)$ = x – 2, x = 5 – 2 = 3

$20 = \frac{1}{2}$ (1) (2) $\{A^2 – 3^2\}$

$20 = A^2 – 9 \quad \Rightarrow \quad A^2 = 29 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{29}$

Aliter :

माध्य अवस्था के लिए

$F = -\frac{dU}{dx} = -2(x – 2) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$

At x = 5

K.E. = 20 J

$U_{(x = 5)} = 20 + (5 – 2)^2 = 29$ J

कुल ऊर्जा, T.E. = 20 + 29 = 49 J

आयाम पर

$U(x)_{max} = 49 \text{ J} = 20 + (x – 2)^2$

$29 \text{ J} = (x– 2)^2$

$x = 2 \pm \sqrt{29}$

$x = 2 + \sqrt{29}$, $2 – \sqrt{29}$

$x_{min} = 2 – \sqrt{29} = –3.38$

$x_{max} = 2 + \sqrt{29} = 7.38$

$K.E._{max}$ when $U_{(x)}$ is minimum at x = 2

गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी जब स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होगी।

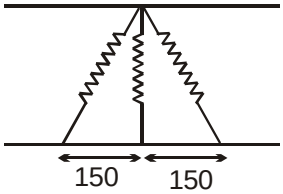
$U(x)_{min} = 20$ J

$KE_{max} = 29$ J

11. वेग अधिकतम होगा जब a = 0 है

a = 0, F = 0 के लिए

v_{max} की स्थिति स्प्रिंग की निम्न व्यवस्था में आती है।



प्राकृतिक लम्बाई c = 150 mm है

अब , $U_i + K_i = U_f + K_f$

$U_i = \frac{1}{2} K\{\sqrt{5}\, c - c\}^2 + \frac{1}{2} K\{\sqrt{2}\, c - c\}^2$

$K_i = 0$

$U_f = 2.\ \frac{1}{2} K\{\sqrt{2}\, c - c\}^2$

$\therefore \quad \frac{1}{2} K\{\sqrt{5}\, c - c\}^2 + \frac{1}{2} K\{\sqrt{2}\, c - c\}^2 = \frac{1}{2} mv^2 + 2.\ \frac{1}{2} K\{\sqrt{2}\, c - c\}^2$

समीकरण को हल करने व मान रखने पर हम प्राप्त करते हैं

$v = \frac{15}{2}\left\{\left(\sqrt{5}-1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-1\right)^2\right\}^{1/2}$ m/s = 3.189 ms^{-1} .

12. (a) Taking F = 40 N, m = 4 kg , $\theta = 53^o$ लेने पर

$a_x = (F \cos \alpha - mg \sin \theta)/m$

$= (40 \cos \alpha - 40 \times \frac{4}{5})/4 = 10 \cos \alpha - 8$

$a_y = \frac{F \sin \alpha}{m} = \frac{40 \sin \alpha}{4} = 10 \sin \alpha$

$x = 0 \times 2 + \frac{1}{2}\ (10 \cos \alpha - 8)\ (2)^2 = 20 \cos \alpha - 16$

$y = \frac{1}{2}\ (10 \sin \alpha)\ (2)^2 = 20 \sin \alpha$

$W_F = (F \cos \alpha)\, x + (F \sin \alpha) y$

$W_F = (40 \cos \alpha)\ (20 \cos \alpha - 16) + (40 \sin \alpha)\ 20 \sin \alpha$

$= 800 \cos^2 \alpha - 640 \cos \alpha + 800 \sin^2 \alpha$

$W_F = 800 - 640 \cos \alpha$

$W_F \geq 800 - 640$

$W_F \geq 160$ J

(b) यदि $W_F = 160$ J then तो $160 = 800 - 640 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 1$

$y = 0$ तथा $x = 20 - 16 = 4$

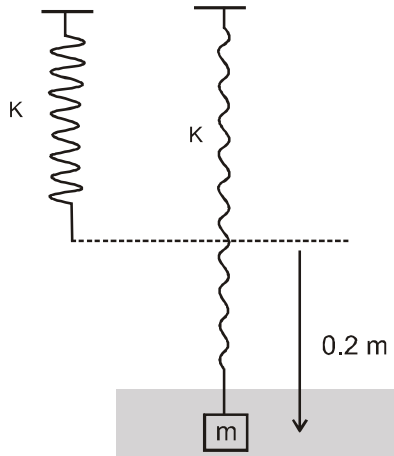
$W_G = (-mg \sin \theta)\ (4) = (-4 \times 10 \times \frac{4}{5})\ 4 = -128$ J

(c) F, x-अक्ष के अनुदिश कार्यरत है।

$W_G + W_F = \Delta K$

$-128 + 160 = \Delta K \qquad K_f = 32$ J.

13.



$mg = kx$

$K = \frac{mg}{x} = \frac{100}{0.2} = 500$ N/m

$\frac{1}{2} K (0.2)^2 + \frac{1}{2} mv^2 = m \times 10 \times 0.2$

$\frac{1}{2} \times 500 \times 4 \times 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 10\, v^2 = 10 \times 10 \times 0.2$

$10 + 5v^2 = 20$

$v^2 = 2$

$v = \sqrt{2}$ m/s ↑

चूंकि u, 4 m/s (↑) है अतः गुटका स्प्रिंग को सम्पीडित करेगा माना x स्प्रिंग में सम्पीडन है।

$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K(0.2)^2 + 0 = \frac{1}{2}m(0)^2 + \frac{1}{2} Kx^2 + mg\,(x + 0.2)$

$\frac{1}{2} \times 10\,(4)^2 + \frac{1}{2} \times 500 \times \left(\frac{4}{100}\right) = \frac{1}{2} \times 500\,(x)^2 + 10 \times 10\,(x + 0.2)$

$80 + 10 = 250x^2 + 100x + 20$

$25x^2 + 10x - 7 = 0$ हल करने पर

$x = 0.36$ m

अतः प्रारम्भिक अवस्था से दूरी है। $(0.2 + 0.36)$ m = 56 cm

14. $dU = -F_x dx - F_y dy - F_z dz$

$\int_0^u dU = \int_0^x (\alpha x + \beta x^2)\, dx$

$U = \alpha \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

$\Delta U = -\Delta KE$

$U_i - U_f = KE_f - KE_i$

$\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}\right) - \left(\frac{\alpha}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{\beta}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\right) = \frac{1}{2} mv^2$

$\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{8} + \frac{\beta}{3} - \frac{\beta}{24} = \frac{v^2}{2}$ $\qquad v^2 = 50$

$v = 5\sqrt{2}$ m/s

15. पवन चक्की में प्रवेश्य ऊर्जा

$= \frac{1}{2}mv^2$

$P_{in} = \frac{dE}{dt} = \left(\frac{1}{2}v^2\right)\left(\frac{dm}{dt}\right)$

$P_{in} = \left(\frac{1}{2}v^2\right)(\rho AV) = \frac{1}{2}\rho A V^3$

निर्गत वैद्युत शक्ति

$P_{out} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\rho AV^3\right)$

$P_{out} = \frac{1}{6}\rho AV^3 = \frac{1}{6}\times 1.2\times 10\times (20)^3$

$P_{out} = 16$ kW.

16. **(A)** जब 4 कोच (प्रत्येक का द्रव्यमान m) इंजन (2m द्रव्यमान) के साथ जोडे जाते है।

प्रश्नानुसार $P = K6mgv$ (नियत) .....(1) (k समानुपाती नियतांक है)

चूंकि प्रतिरोधी बल भार के समानुपाती होता है

अब यदि 12 कोच जोड़ दिये जायें तो

$P = K.14mg.v_1$ .....(2)

चूंकि इंजन की शक्ति नियत है

अतः समीकण (1) और (2) से

$6Kmgv = 14Kmgv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{6}{14}\times V$

$= \frac{6}{14}\times 20 = \frac{6\times 10}{7} = \frac{60}{7}$

$= v_1 = 8.5$ m/sec

इसी प्रकार 6 कोच के लिए $\Rightarrow K6mgv = k8mgv_2$

$\Rightarrow v_2 = \frac{6}{8}\times 20 = \frac{3}{4}\times 20 = 15$ m/sec

17. शक्ति $P = \vec{F}\cdot\vec{V} = FV$

$F = V\left(\frac{dm}{dt}\right)$

$= V\left\{\frac{d(\rho\times \text{volume})}{dt}\right\}\left\{\frac{d(\rho\times \text{आयतन})}{dt}\right\}$ ρ = घनत्व

$= \rho V\left\{\frac{d(\text{volume})}{dt}\right\}\left\{\frac{d(\text{आयतन})}{dt}\right\}$

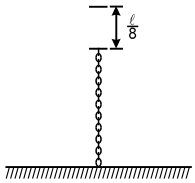
$= \rho V(AV)$

$= \rho AV^2$

$\therefore$ शक्ति $P = \rho AV^3$

$P \alpha V^3$

18. चैन के ऊपरी सिरे द्वारा $\frac{\ell}{8}$, दूरी गिरने के बाद चैन की चाल है -



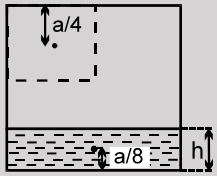
$$v = \sqrt{2g\frac{\ell}{8}} = \frac{\sqrt{g\ell}}{2}$$

मेज के ऊपर चेन का द्रव्यमान $\frac{7}{8}$ M. है।

$\therefore$ चेन का संवेग है

$$\frac{7}{8}M\frac{\sqrt{g\ell}}{2} = \frac{7}{16}M\sqrt{g\ell}$$

19. माना अन्त में पानी के सतह की ऊचाँई h है।



$$a^2h = a.\ \frac{a}{2}\ .\ \frac{a}{2}\ ;\ h = \frac{a}{4}$$

$\therefore$ द्रव्यमान केन्द्र नीचे आयेगा $a - \left(\frac{a}{4} + \frac{a}{8}\right) = a - \frac{3a}{8} = \frac{5a}{8}$

$\therefore$ अतः गुरूत्व द्वारा किया गया कार्य = $mg\ \frac{5a}{8}$

20. $m_Agh' + \frac{1}{2}k(h')^2 = m_Agh$

तथा $kh' = m_Bg$

हल करने पर, $h = 2$ m

21. $U_i + k_i = U_f + k_f$

$$\frac{K}{2a} + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{K}{a},$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{K}{2a} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{K}{am}}$$